УДК 678.06:621.64

Численно-аналитический метод расчета металлокомпозитного цилиндрического баллона давления

Егоров А.В.*, Азаров А.В.

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ул. 2-я Бауманская, 5, Москва, 105005, Россия

**e-mail: antegor177@mail.ru*

Аннотация

Предложен численно-аналитический метод расчёта цилиндрической части металлокомпозитного баллона высокого давления с учётом нелинейной диаграммы деформирования металлической внутренней оболочки – лейнера. Решение задачи в рассматриваемой постановке основано на применении метода последовательных нагружений и модели идеального упругопластического лейнера на каждом шаге нагружения. Многослойная композитная оболочка считается ортотропной линейно-упругой. Для диаграммы деформирования лейнера построена аналитическая аппроксимирующая функция, что даёт возможность автоматизировать вычисления. Алгоритм расчёта реализован в программе MatLAB. Проведённые численные исследования показали, что точность результатов повышается с увеличением числа шагов нагружения, при этом напряжения и деформации в лейнере снижаются асимптотически.

Ключевые слова: металлокомпозитный баллон давления, расчёт, напряжённо-деформированное состояние, лейнер, нелинейная диаграмма деформирования.

Металлокомпозитные баллоны высокого давления (МКБВД) применяются в ракетно-космической технике для хранения инертных газов. Газонепроницаемость обеспечивает внутренняя металлическая оболочка – лейнер (рис. 1), а прочность – наружная композитная оболочка и частично лейнер. При нагружении МК БВД предельным давлением ~80 МПа упруго деформируется композитная оболочка, а в лейнере возникают пластические деформации, которые следует учитывать в расчетах баллонов [1].

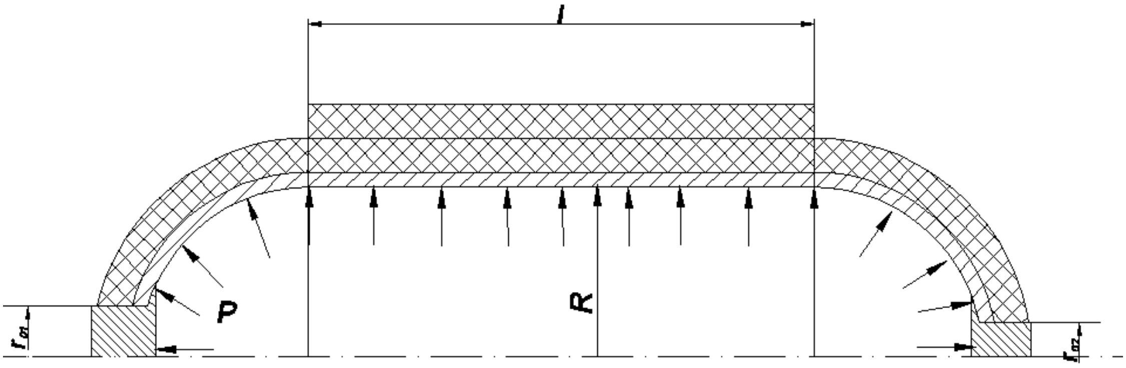

Рис. 1. Конструктивная схема МК БВД

В данной работе предлагается численно-аналитический метод расчета МКБВД с использованием реальной диаграммы деформирования материала лейнера.

Алгоритм построен на основе метода последовательных нагружений и решения задачи деформирования баллона с линейно-упругой композитной оболочкой и с идеально пластическим лейнером на каждом шаге нагружения.

Модель «кусочно-пластического» деформирования лейнера получается путем замены гладкой непрерывной функции нормальных напряжений σ от линейных деформаций ε, т.е. σ = σ(ε) экспериментально найденной диаграммы растяжения

σ – ε (рис. 2) на ступенчатую функцию с числом ступеней, равным числу шагов нагружения баллона.

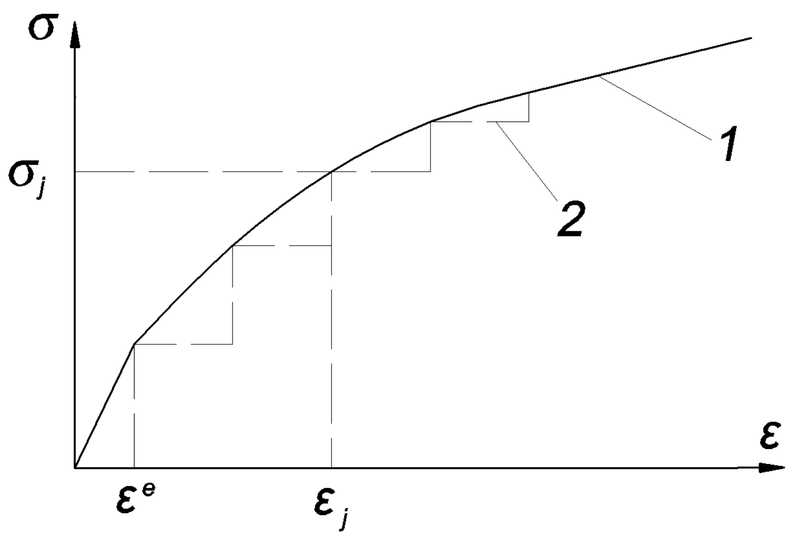

Рис. 2. Экспериментальная диаграмма деформирования лейнера (1) и заменяющая её ступенчатая функция (2)

На каждой ступени найденной функции, текущей деформации ε_j лейнера соответствует напряжение σ_j, которое принимают за напряжение «шаговой площадки текучести». Поскольку число шагов нагружения может варьироваться, ступенчатая зависимость $\sigma_j = \sigma_j\ (\varepsilon_j)$ также будет изменяться. Для того чтобы расчет баллона не зависел от числа шагов нагружения, предложено найти аналитическую функцию $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ на основе реальной диаграммы деформирования материала и по ней устанавливать связь $\sigma_j = \sigma_j\ (\varepsilon_j)$.

Аппроксимация диаграммы проведена по программе MATLAB, инструмент Curvefitting. В качестве аппроксимирующей функции выбран полином шестой степени

$$\sigma = \sum_{k=0}^{6} a_k \varepsilon^k.$$

Коэффициенты a_k находим из экспериментальной диаграммы σ – ε(см. рис. 2), по которой выбранным значениям деформацийε_k устанавливаем соответствующие значения напряжений σ_k, т.е. для$\varepsilon = \varepsilon_k \rightarrow \sigma = \sigma_k, k = 0,1, \ldots, 6.$ Например, для сплава АМг-6 получена следующая аналитическая зависимость нелинейной части экспериментальной диаграммы деформирования:

$$\sigma = 165{,}7 + 5666 \cdot \varepsilon - 1{,}079 \cdot 10^5 \cdot \varepsilon^2 + 1{,}435 \cdot 10^6 \cdot \varepsilon^3 - 1{,}046 \cdot 10^7 \cdot \varepsilon^4 + +3{,}827 \cdot 10^7 \cdot \varepsilon^5 - 5{,}529 \cdot 10^7 \cdot \varepsilon^6. \tag{1}$$

Рассмотрим деформирование цилиндрической части МК БВД при нагружении его внутренним давлением (рис. 3). Модель строим на основе следующих допущений:

1 внутренняя металлическая оболочка (лейнер) и наружная композитная оболочка неразрывно связаны на поверхности контакта;

2 металлический лейнер имеет ступенчатую диаграмму деформирования (см. рис. 2);

3 считаем, что композитная оболочка линейно-упругая;

4 композитная оболочка является многослойной, собранной из спиральных и кольцевых слоев;

5 для оболочек применяется безмоментная теория;

*6*нагружение — внутреннее давление — растет ступенчато (пошагово).

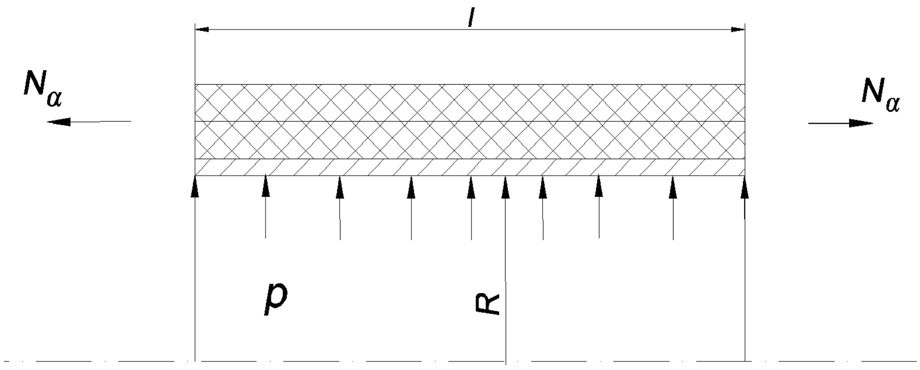

Рис. 3. Нагружение цилиндрической части МК БВД

Разрешающие уравнения записываем для двух расчетных схем:

1) композитная оболочка и лейнер – линейно-упругие;

2) композитная оболочка – линейно-упругая, лейнер – идеальнопластический на каждом шаге (ступени) нагружения.

Расчетная схема 1. *Композитная оболочка и лейнер – линейно-упругие.* Из уравнений равновесия элемента двухслойной цилиндрической оболочки получаем:

$$N_\alpha = \frac{pR}{2}; \qquad N_\beta = pR. \tag{2}$$

Находим суммарные меридиональные (N_α) и кольцевые (N_β) усилия (рис. 4), которые можно представить в виде

$$N_\alpha = N_\alpha^{м} + N_\alpha^{к}; \qquad N_\beta = N_\beta^{м} + N_\beta^{к}, \tag{3}$$

где $N_\alpha^{м}, N_\beta^{м}$ и $N_\alpha^{к}, N_\beta^{к}$— усилия в металлическом лейнере (м) и композитной оболочке (к).

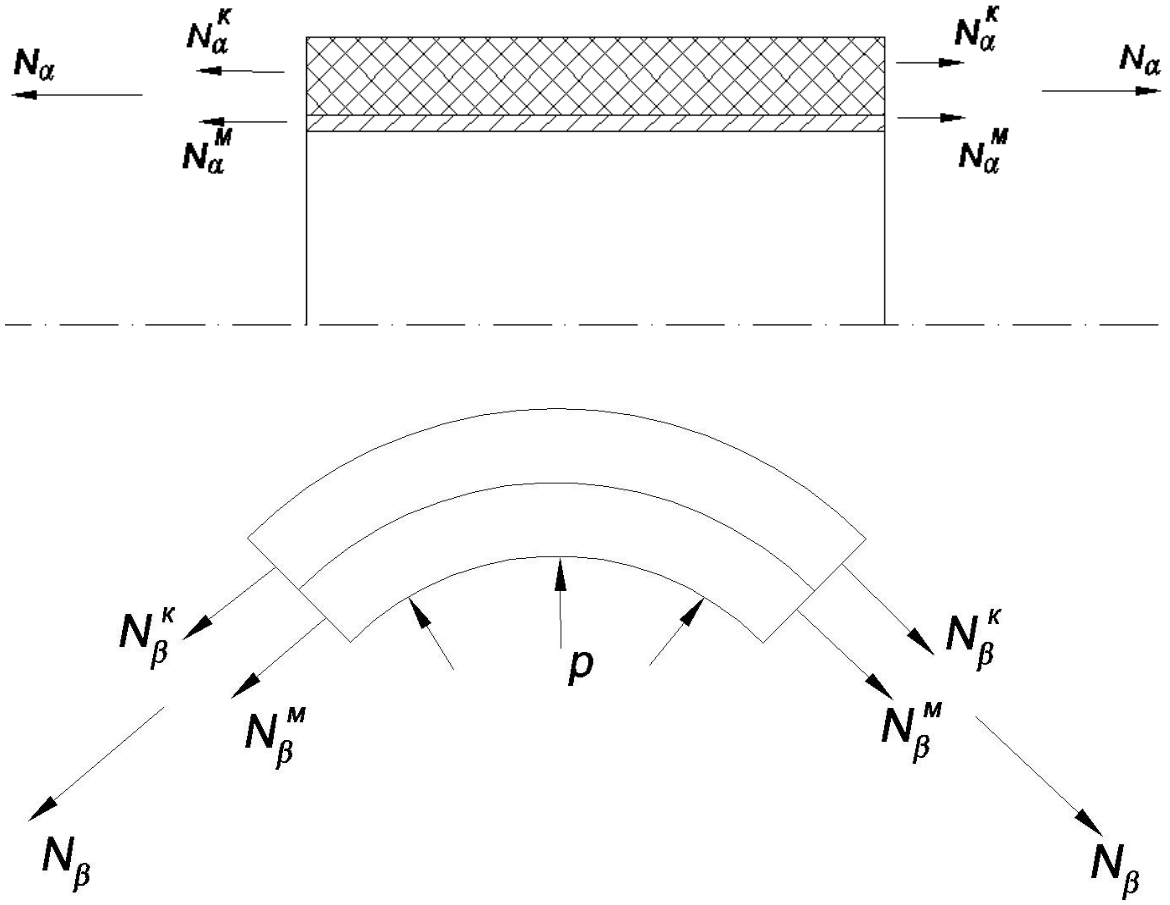

Рис. 4. Продольные и кольцевые усилия

Для металлического лейнера с учетом допущения *5* получаем выражения для усилий на каждом шаге нагружения:

$$N_\alpha^{м} = \sigma_\alpha h_{м}; \qquad N_\beta^{м} = \sigma_\beta h_{м}, \tag{4}$$

где $h_м$— толщина лейнера.

Принимая во внимание закон Гука для изотропного тела

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{E}\left(\sigma_\alpha - \nu\sigma_\beta\right); \; \varepsilon_\beta = \frac{1}{E}\left(\sigma_\beta - \nu\sigma_\alpha\right) \tag{5}$$

или в обратной форме

$$\sigma_\alpha = \bar{E}\left(\varepsilon_\alpha + \nu\varepsilon_\beta\right); \quad \sigma_\beta = \bar{E}\left(\varepsilon_\beta + \nu\varepsilon_\alpha\right), \tag{6}$$

где $\bar{E} = \frac{E}{1-\nu^2}$,

определяем усилия в металлическом лейнере:

$$N_\alpha^{\text{м}} = \bar{E} h_{\text{м}}(\varepsilon_\alpha + \nu\varepsilon_\beta); \quad N_\beta^{\text{м}} = \bar{E} h_{\text{м}}(\varepsilon_\beta + \nu\varepsilon_\alpha). \tag{7}$$

Для композитной оболочки с учетом допущений *4* и *5* связь усилий $N_\alpha^{\text{к}}$ и $N_\beta^{\text{к}}$ с меридиональными (ε_α) и кольцевыми (ε_β) деформациями на основе обобщенного закона Гука имеет вид [2]:

$$N_\alpha^{\text{к}} = B_{11}^{\text{к}}\varepsilon_\alpha + B_{12}^{\text{к}}\varepsilon_\beta; \; N_\beta^{\text{к}} = B_{12}^{\text{к}}\varepsilon_\alpha + B_{22}^{\text{к}}\varepsilon_\beta, \tag{8}$$

где коэффициенты жесткости

$$B_{11}^{\text{к}} = \sum_{i=1}^{n} h_i\left(\bar{E}_1 \cos^4\varphi_i + \bar{E}_2 \sin^4\varphi_i + 2E_{12}\sin^2\varphi_i\cos^2\varphi_i\right);$$

$$B_{12}^{\text{к}} = \sum_{i=1}^{n} h_i\left[\bar{E}_1\nu_{12} + \left(\bar{E}_1 + \bar{E}_2 - 2E_{12}\right)\sin^2\varphi_i\cos^2\varphi_i\right];$$

$$B_{22}^{\text{к}} = \sum_{i=1}^{n} h_i\left(\bar{E}_1 \sin^4\varphi_i + \bar{E}_2 \cos^4\varphi_i + 2E_{12}\sin^2\varphi_i\cos^2\varphi_i\right).$$

Здесь $\bar{E}_1 = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$, $\bar{E}_2 = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$, $E_1\nu_{12} = E_2\nu_{21}$, $E_{12} = \bar{E}_1\nu_{12} + 2G_{12}$; n – число слоев; h_i и φ_i – соответственно толщина и угол армирования слоя с номером $i = 1, 2, 3, ..., n$. Индекс 1 соответствует направлению вдоль волокон монослоя, индекс 2 – поперечному направлению (рис. 5).

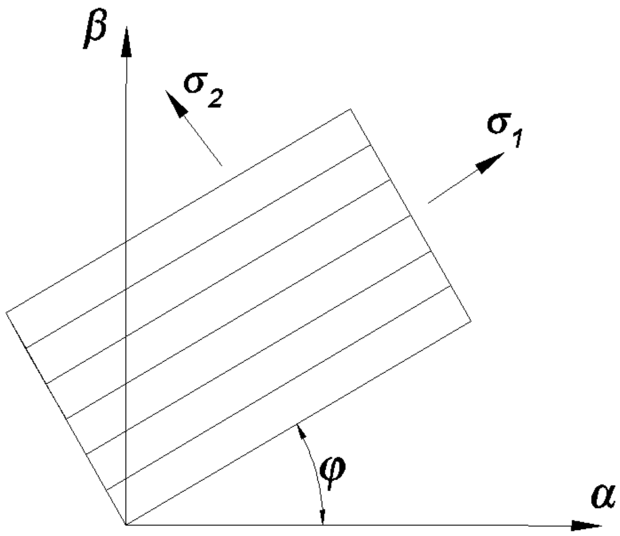

Рис. 5. Напряжения в монослое

При подстановке формул (7) и (8) в уравнение (3) получаем:

$$N_\alpha = B_{11}^e \varepsilon_\alpha + B_{12}^e \varepsilon_\beta ; \qquad N_\beta = B_{12}^e \varepsilon_\alpha + B_{22}^e \varepsilon_\beta , \tag{9}$$

где коэффициенты жесткости

$$B_{11}^e = \bar{E} h_{\text{м}} + B_{11}^{\text{к}} ;$$

$$B_{12}^e = \nu \bar{E} h_{\text{м}} + B_{12}^{\text{к}} ;$$

$$B_{22}^e = \bar{E} h_{\text{м}} + B_{22}^{\text{к}} .$$

Совместно решая уравнения (9), определяем деформации ε_α^e и ε_β^e на поверхности контакта композитной оболочки и лейнера:

$$\varepsilon_\alpha^e = \frac{1}{B_e}\left(B_{22}^e N_\alpha - B_{12}^e N_\beta\right);$$

(10)

$$\varepsilon_\beta^e = \frac{1}{B_e}\left(B_{11}^e N_\beta - B_{12}^e N_\alpha\right),$$

где $B_e = B^e_{11}B^e_{22} - (B^e_{12})^2$.

Согласно (6), упругие напряжения в лейнере

$$\sigma^e_\alpha = \bar{E}\left(\varepsilon^e_\alpha + \nu\varepsilon^e_\beta\right); \quad \sigma^e_\beta = \bar{E}\left(\varepsilon^e_\beta + \nu\varepsilon^e_\alpha\right). \tag{11}$$

Для радиальных нормальных напряжений в лейнере принимаем $\sigma^e_r = p$.

Найдем интенсивность напряжений в лейнере [3]:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\left(\sigma^e_\alpha - \sigma^e_\beta\right)^2 + \left(\sigma^e_\beta - \sigma^e_r\right)^2 + (\sigma^e_r - \sigma^e_\alpha)^2}. \tag{12}$$

Для определения давления в БВД $p = p_т$, при котором материал лейнера переходит из упругого деформирования в пластическое, воспользуемся условием пластичности Мизеса [4]:

$$\sigma_i \leq \sigma_т, \tag{13}$$

где $\sigma_т$ – предел текучести материала лейнера.

При давлении $p_т$ в МК БВД отыскиваем деформации ε^e_α и ε^e_β, согласно (10), и напряжения σ^e_α и σ^e_β, согласно (11), в лейнере, когда он переходит в состояние пластичности.

Расчетная схема 2. *Композитная оболочка – линейно-упругая, лейнер – идеальнопластический на каждом шаге нагружения.* Поскольку при нагружении МК БВД по расчетной схеме 2 давление $p > p_т$, то лейнер находится в состоянии пластичности. Однако согласно допущению *2*, лейнер является идеально пластическим, поэтому для него на каждом шаге нагружения можем принять:

$$N^м_\alpha = \sigma_т h_м; \quad N^м_\beta = \sigma_т h_м. \tag{14}$$

где под $\sigma_т$ понимаются напряжения σ_j (рис. 2) на «ступенях» диаграммы.

Уравнения (9) совместного деформирования композитной оболочки и лейнера тогда принимают вид:

$$N_\alpha = B_{11}^e \varepsilon_\alpha + B_{12}^p \varepsilon_\beta; \qquad N_\beta = B_{12}^p \varepsilon_\alpha + B_{22}^p \varepsilon_\beta, \tag{15}$$

где коэффициенты жесткости

$$B_{11}^p = \sigma_т h_м + B_{11}^к; \qquad B_{12}^p = \frac{1}{2}\sigma_т h_м + B_{12}^к; \qquad B_{22}^p = \sigma_т h_м + B_{22}^к .$$

Согласно уравнениям (10), находим деформации ε_α^p и ε_β^p с учетом пластичности лейнера:

$$\varepsilon_\alpha^p = \frac{1}{B_p}\left(B_{22}^p N_\alpha - B_{12}^p N_\beta\right); \quad \varepsilon_\beta^p = \frac{1}{B_p}\left(B_{11}^p N_\beta - B_{12}^p N_\alpha\right), \tag{16}$$

где $B_p = B_{11}^p B_{22}^p - \left(B_{12}^p\right)^2$.

Представим далее порядок расчёта МК БВД с нелинейной диаграммой деформирования лейнера по полученным выше уравнениям. В расчётной схеме 1, методом последовательных нагружений, находим упругие деформации ε_α^e и ε_β^e, которые будем использовать на первом шаге нагружения в задаче пластичности (расчётная схема 2).

На первом шаге нагружения задаём напряжение текучести $\sigma_т$ в лейнере и по уравнениям расчётной схемы 2 определяем деформации в лейнере:

при давлении p_T– деформации $\varepsilon_{\alpha(0)}^p$ и $\varepsilon_{\beta(0)}^p$;

при давлении $p_т + \Delta p$– деформации $\varepsilon_{\alpha(1)}^p$ и $\varepsilon_{\beta(1)}^p$.

Здесь и далее Δp– выбранное приращение давления на текущем шаге нагружения.

Вычисляем приращения деформаций:

$$\Delta\varepsilon_{\alpha(1)} = \varepsilon^{p}_{\alpha(1)} - \varepsilon^{p}_{\alpha(0)}; \Delta\varepsilon_{\beta(1)} = \varepsilon^{p}_{\beta(1)} - \varepsilon^{p}_{\beta(0)}. \quad (17)$$

Полные деформации в лейнере при $p = p_{т} + \Delta p$будут:

$$\varepsilon_{\alpha(1)} = \varepsilon^{e}_{\alpha} + \Delta\varepsilon_{\alpha(1)}; \varepsilon_{\beta(1)} = \varepsilon^{e}_{\beta} + \Delta\varepsilon_{\beta(1)}. \quad (18)$$

Радиальные деформации $\varepsilon_{r(1)}$ из условия несжимаемости будут:

$$\varepsilon_{r(1)} = -(\varepsilon_{\alpha(1)} + \varepsilon_{\beta(1)}). \quad (19)$$

Определяем интенсивность деформаций

$$\varepsilon_{i(1)} = \frac{\sqrt{2}}{2(1+\nu)} \times \sqrt{(\varepsilon_{\alpha(1)} - \varepsilon_{\beta(1)})^2 + (\varepsilon_{\beta(1)} - \varepsilon_{r(1)})^2 + (\varepsilon_{r(1)} - \varepsilon_{\alpha(1)})^2}. \quad (20)$$

По формуле (1) для данной $\varepsilon_{i(1)}$ рассчитаем $\sigma_{i(1)}$, которое будет использоваться при последующих нагружениях.

Учёт пластичности лейнера на втором и последующих шагах нагружения будем производить по расчётной схеме 2, для чего сформируем систему рекуррентных соотношений.

На *j*-м шаге нагружения давление внутри баллона будет:

$$p_j = p_{т} + j\Delta p, \quad (21)$$

где $p_{т}$ – давление, при котором лейнер переходит из упругого деформирования в нелинейное (пластическое).

Для лейнера принимаем

$$\sigma_{т} = \sigma_{т(j-1)}.$$

По уравнениям (14)—(16) находим$\varepsilon^{p}_{\alpha(j)}$и $\varepsilon^{p}_{\beta(j)}$.

При том же значении $\sigma_{т(j-1)}$ определяем по уравнениям (14)—(16)$\varepsilon^{p}_{\alpha(j-1)}$ и $\varepsilon^{p}_{\beta(j-1)}$, соответствующие давлению $p_{(j-1)}$.

Приращения деформаций будут:

$$\Delta\varepsilon_{\alpha(j)} = \varepsilon^{p}_{\alpha(j)} - \varepsilon^{p}_{\alpha(j-1)};\Delta\varepsilon_{\beta(j)} = \varepsilon^{p}_{\beta(j)} - \varepsilon^{p}_{\beta(j-1)}. \qquad (22)$$

Окончательно, деформации в лейнере на *j*-м шаге нагружения баллона будут:

$$\varepsilon_{\alpha(j)} = \varepsilon_{\alpha(j-1)} + \Delta\varepsilon_{\alpha(j)};\varepsilon_{\beta(j)} = \varepsilon_{\beta(j-1)} + \Delta\varepsilon_{\beta(j)}. \qquad (23)$$

Из условия несжимаемости находим

$$\varepsilon_{r(j)} = -\left(\varepsilon_{\alpha(j)} + \varepsilon_{\beta(j)}\right). \qquad (24)$$

Вычисляем интенсивность деформаций в лейнере по формуле

$$\varepsilon_{i(j)} = \frac{\sqrt{2}}{2(1+\nu)} \times \sqrt{(\varepsilon_{\alpha(j)} - \varepsilon_{\beta(j)})^2 + (\varepsilon_{\beta(j)} - \varepsilon_{r(j)})^2 + (\varepsilon_{r(j)} - \varepsilon_{\alpha(j)})^2}. \qquad (25)$$

По диаграмме деформирования лейнера с учётом уравнения (1) для данной $\varepsilon_{i(j)}$ находим $\sigma_{т(j)}$ (рис. 6).

Затем порядок расчётов повторяется.

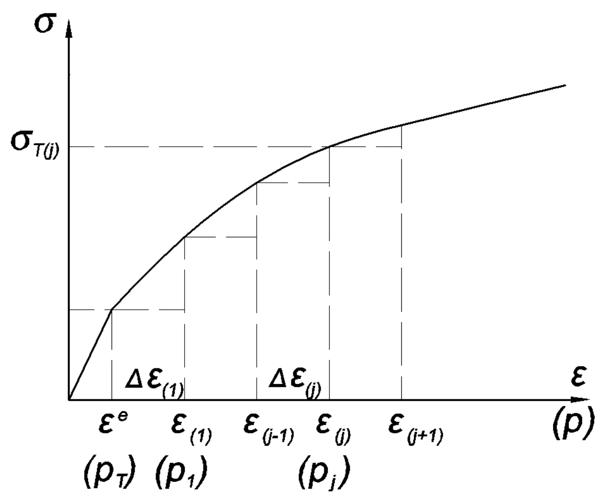

Рис. 6. Аппроксимирующая функция диаграммы деформирования с приращением деформаций$\Delta\varepsilon_{(j)}$в соответствии с давлением p_j

В качестве примера рассмотрим нагружение МК БВД внутренним давлением $p = 78$ МПа. Пусть баллон изготовлен из алюминиевого лейнера, сплав АМг-6, и углепластиковой оболочки со спиральными и кольцевыми слоями. Толщина лейнера 2,2 мм, суммарная толщина цилиндрической части баллона —14,7 мм.

Исследуем зависимость расчётных деформаций лейнера от числа шагов нагружения.

При одном шаге нагружения (j=2) в зоне нелинейности, имеем модель идеального упругопластического деформирования лейнера. При двух (j=2-3) и более шагах нагружения предложенная модель ступенчато-пластического деформирования лейнера приближается к реальной диаграмме деформирования материала лейнера.

Изменение деформаций и напряжений в лейнере в зависимости от числа шагов нагружения показано на рис. 7–10. На них видно, что с ростом числа шагов нагружения от 1 до 15, при одном и том же давлении $p = 78$ МПа, за счёт физической нелинейности материала лейнера происходит снижение деформаций и напряжений в лейнере. Снижение деформаций составляет 40 %, снижение напряжений — 12 %. При числе шагов >15 напряжения и деформации практически не изменяются.

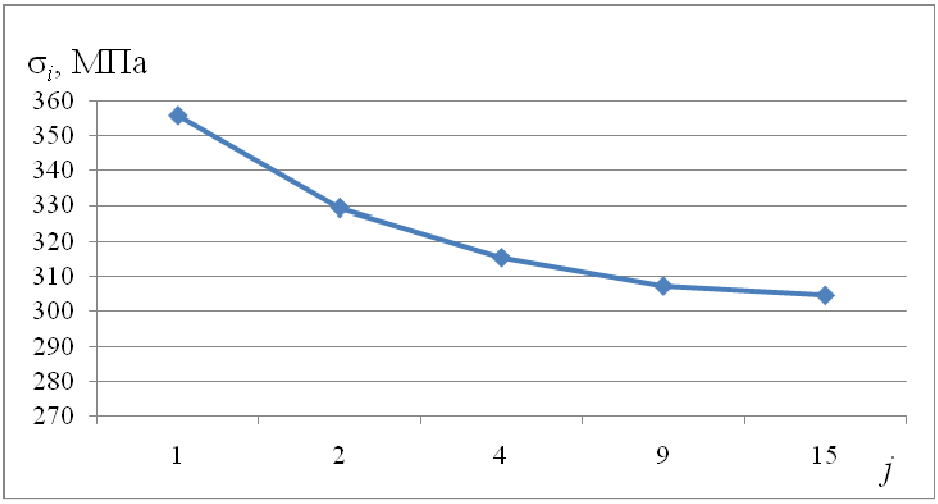

Рис. 7. Изменение интенсивности напряжений в лейнере при увеличении числа шагов нагружения

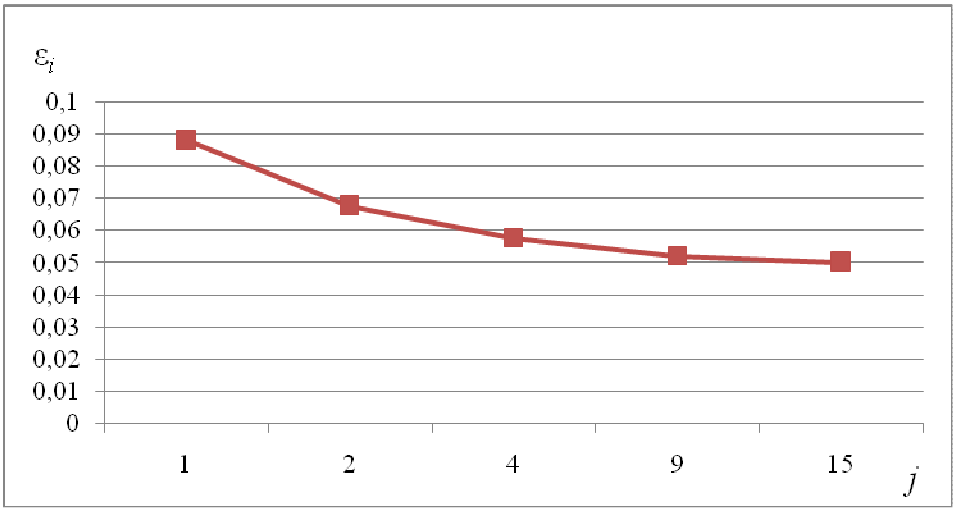

Рис. 8. Изменение интенсивности деформаций в лейнерепри увеличении числа шагов нагружения

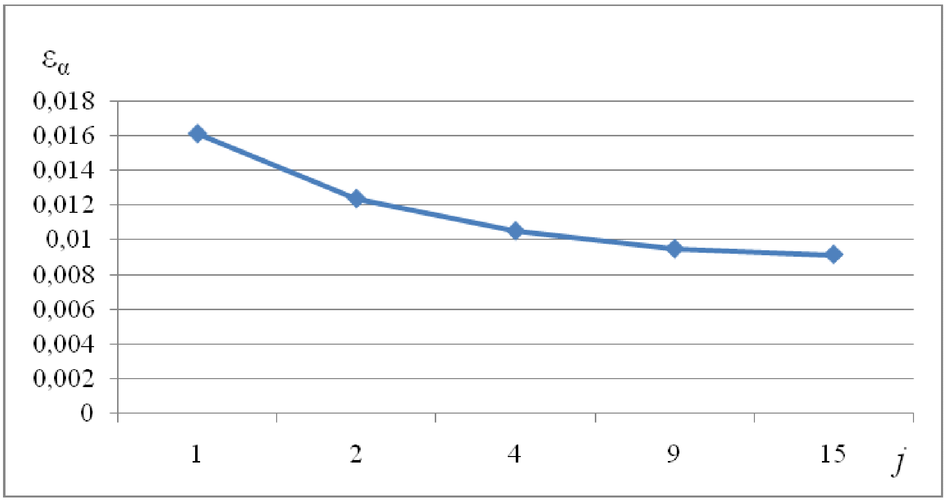

Рис. 9. Изменение продольных деформаций в лейнере при увеличении числа шагов нагружения

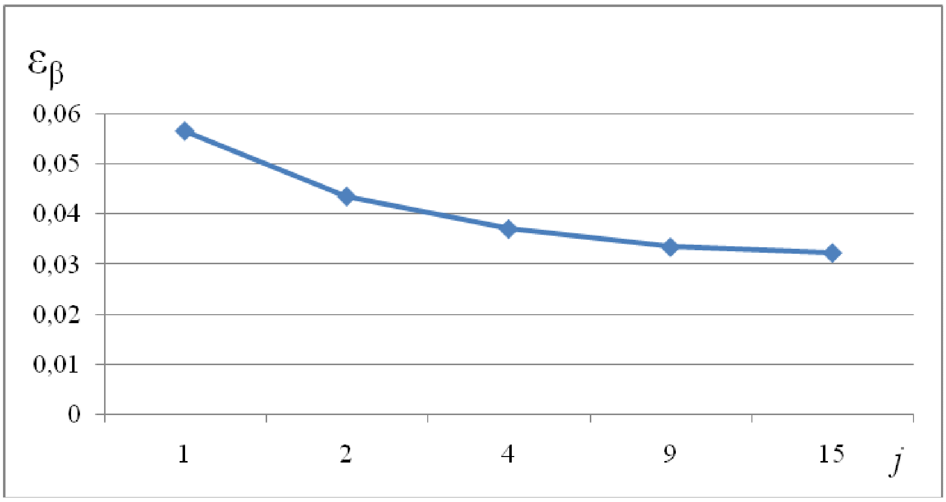

Рис. 10. Изменение окружных деформаций в лейнере при увеличении числа шагов нагружения

Выводы

1. Предложенный численно-аналитический метод расчёта металлокомпозитных баллонов высокого давления с учётом физической

нелинейности материала лейнера удобен для программирования и эффективен в проектировочных расчётах.

2. Приближение расчётов МК БВД к реальной диаграмме деформирования лейнера существенно сказывается на полученных значениях деформаций и напряжений.

3. Увеличение числа шагов нагружения МК БВД для заданного давления приводит к снижению деформаций и напряжений в лейнере.

4. Построение функции, аппроксимирующей диаграмму деформирования материала лейнера, позволило автоматизировать расчёт МК БВД.

Библиографический список

1. Анализ конструктивных вариантов металлокомпозитных баллонов высокого давления / В.П. Молочев, В.Н. Егоров, А.В. Севальнев, Е.А. Абрамова // Авиационная промышленность. – 2012. – № 1. – С. 42-45.

2. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1978. – 272 с.

3. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: учеб. для втузов. – 9-е изд., перераб. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1986. – 512 с.

4. Строительная механика летательных аппаратов: учеб. для авиационных спец. вузов / И.Ф. Образцов, Л.А. Булычев, В.В. Васильев и др.; под ред. И.Ф. Образцова. – М.: Машиностроение, 1986. – 536 с.