

## ОТЗЫВ

официального оппонента, к.ф.-м.н. Волкова-Богородского Д.Б.,

на диссертационную работу

**КОЛЬЖАНОВОЙ ДАРЬИ ЮРЬЕВНЫ**

**«Моделирование конечных упругих деформаций слоистых композиционных материалов на основе метода асимптотического осреднения», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»**

**Актуальность диссертационной работы.** Для практических целей значительный интерес представляют собой композиционные материалы на основе эластомерной или полимерной матрицы, работающей при больших деформациях. Такие материалы могут быть наполнены дисперсными частицами, волокнами, или иметь слоистую структуру (например, основанную на тканевых наполнителях с различными видами плетения волокон), и обладают удачным сочетанием свойств, обеспечивающих высокую прочность и большую величину предельной деформации разрушения. Такие материалы используются в изделиях, к которым можно отнести мембраны, оболочки, силовые, уплотнительные элементы, шины, амортизаторы, виброгасители, муфты, изоляционные, токопроводящие, трансплантационные материалы, клеи, пленки и многое другое. Однако, здесь естественным образом возникает задача определения эффективных характеристик таких композитов на основе информации о микроструктуре и свойствах входящих в него фаз, осложняемая необходимостью рассмотрения этих свойств при больших (конечных) деформациях.

Методов определения эффективных характеристик композиционных материалов существует много, однако они в основном используются в линейных моделях материалов с бесконечно малыми деформациями, и большинство из этих методов неприменимы для композиционных материалов

Отдел документов  
обеспечения МАИ

«14» 09 2021г.

с конечными деформациями, когда задача обладает существенной нелинейностью. Среди этих методов наиболее перспективным является метод асимптотического усреднения уравнений с быстроосциллирующими коэффициентами, поскольку он имеет строгое математическое обоснование и большой потенциал развития для нелинейных моделей с учетом возможной анизотропии их макроскопических свойств (характерной, например, для слоистых материалов). И при расчете задач деформирования элементов конструкций из композитов с конечными деформациями необходимо применять определяющие соотношения с учетом возможной анизотропии.

Непосредственное использование метода асимптотического усреднения для построения определяющих соотношений затруднительно, поскольку он основан на решении специальных задач микроскопического деформирования на ячейке периодичности. В линейном случае задачи микро- и макроскопического деформирования разделяются, но для конечных деформаций эти задачи связаны. И тогда при расчете макроскопического деформирования приходится решать задачу на ячейке периодичности в каждом узле конечно-элементной сетки, что приводит к большим объемам вычислений.

Так что актуальность выбранной темы обусловлена перспективностью применения в технике композиционных материалов на основе эластомеров, а также отсутствием в настоящее время эффективных и общепризнанных методов моделирования свойств анизотропных композитов с конечными деформациями.

**Научная новизна** диссертационной работы состоит в следующих основных результатах, полученных лично автором:

– разработан вариант метода асимптотического усреднения слоистых композиционных материалов при конечных деформациях с использованием некоторых общих классов универсальных представлений определяющих соотношений для комплекса различных моделей сред;

– разработана методика построения эффективных определяющих соотношений для сжимаемых и несжимаемых трансверсально-изотропных композиционных материалов с учетом больших (конечных) деформаций на основе численного решения серии локальных задач на ячейке периодичности метода асимптотического усреднения;

– построены модели эффективных определяющих соотношений для конкретных трансверсально-изотропных сжимаемых и несжимаемых композитов с конечными деформациями, относящиеся к общему классу универсальных представлений определяющих соотношений;

– разработаны численные алгоритмы решения задач на ячейке периодичности с учетом конечных деформаций в рамках универсальных моделей определяющих соотношений, и рассмотрена задача о цилиндрическом изгибе слоистой композитной пластины при конечных деформациях, имеющая практическое значение.

**Достоверность результатов**, полученных в рамках диссертационного исследования, подтверждается корректной постановкой задач, которые решаются математически обоснованными методами с применением классических теоретических принципов.

**Практическая значимость** диссертационного исследования состоит в разработке методик построения универсальных моделей определяющих соотношений для слоистых композиционных материалов при конечных деформациях. Предложенные универсальные представления позволяют решать задачи одновременно для целых классов моделей материалов с конечными деформациями, соответствующих сразу нескольким парам энергетических тензоров напряжений-деформаций.

**Публикации и апробация.** По теме диссертационного исследования автором опубликованы 6 публикаций, в том числе 3 в изданиях из списка ВАК и 2 статьи в журнале, индексируемом в Scopus. Апробация результатов диссертационной работы проводилась на различных международных научных конференциях.

**Структура и содержание диссертационной работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав и выводов, списка литературы из 123 наименований. Объем диссертации составляет 160 страниц.

**Во введении** автором обосновывается актуальность темы исследования, формулируются цель и задачи работы, указаны методы исследования, данные о достоверности и научной новизне результатов работы, положения, выносимые на защиту и сведения об апробации результатов диссертационной работы.

**Первая глава** посвящена разработке математических моделей слоистых композиционных материалов с периодической структурой при конечных деформациях. Рассмотрены постановки задач нелинейной теории упругости для сжимаемых и несжимаемых композитов с периодической структурой на основе универсальных моделей материалов с конечными деформациями. Решение задач нелинейной теории упругости при конечных деформациях в лагранжевом описании в общей формулировке с использованием универсальных моделей ищется в виде асимптотического разложения перемещений по малому параметру, имеющему смысл отношения микроскопического и макроскопического масштаба в задаче. С помощью такого разложения найдены рекуррентные последовательности локальных задач и получены усредненные задачи макроскопического уровня для композиционного материала при конечных деформациях. Для эффективного тензора истинных напряжений Коши получены представления определяющих соотношений для сжимаемых и несжимаемых композитов. В частности, показано, что если все слои композита являются несжимаемыми, то и композит в рамках конечных деформаций в целом также является несжимаемым, но уже с анизотропными свойствами.

**Во второй главе** разрабатываются алгоритмы вычисления эффективных определяющих соотношений для сжимаемых трансверсально-изотропных композитов. Разработана методика численного расчета, позволяющая находить эффективные диаграммы деформирования слоистых композитов с

конечными деформациями, связывающие компоненты осредненных тензоров напряжений Пиолы–Кирхгофа и градиента деформаций, а также находить распределение напряжений в слоях композита. Представлены примеры расчета упругих характеристик слоистых композитов с конечными деформациями, демонстрирующие реализуемость и эффективность разработанного метода. Проведен сравнительный анализ различных моделей при одноосном деформировании для реальных материалов, которые использовались в качестве слоев композита при численном анализе и были аппроксимированы используемыми универсальными моделями в конечных деформациях. Полученные диаграммы продемонстрировали, что универсальные представления определяющих соотношений позволяют проводить моделирование одного и того же материала одновременно комплексом различных нелинейно-упругих моделей сред, отличающихся выбором пары энергетических тензоров. И среди всех этих моделей можно выбрать одну, приводящую к наилучшим результатам для конкретного материала.

**В третьей главе** описываются алгоритмы вычисления определяющих соотношений для несжимаемых трансверсально-изотропных композитов. Предложен вариант метода асимптотического осреднения для слоистых нелинейно-упругих несжимаемых композитов с конечными деформациями и периодической структурой. Выполнено численное моделирование соответствующих диаграмм деформирования для несжимаемых слоистых композитов с конечными деформациями и для эффективной трансверсально-изотропной среды. Показано, что предложенный метод вычисления определяющих соотношений для эффективной трансверсально-изотропной среды позволяет получать диаграммы деформирования с приемлемой инженерной точностью. Использование этих соотношений, которые были построены в рамках идеологии универсальных представлений, дает возможность развязать задачи макро- и микроуровня в методе асимптотического усреднения при деформировании нелинейно-упругих

композитов с конечными деформациями и существенно уменьшить вычислительные затраты при решении конкретных задач расчета напряженно-деформированного состояния конструкций из нелинейно-упругих композитов.

**В четвертой главе** в качестве демонстрации разработанных алгоритмов, рассмотрена известная задача о цилиндрическом изгибе пластины при конечных деформациях, обобщенная на рассматриваемые композитные материалы слоистой структуры. Эта задача, имеющая практическое значение, решена путем разделения задач макро- и микроуровня в методе асимптотического усреднения, описанным в третьей главе. Здесь также представлены результаты численного решения получающейся усредненной задачи нелинейной теории упругости анизотропных сред.

**В выводах** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

#### **Замечания по диссертационной работе:**

1. В работе для простоты были введены ограничения на модели материалов с конечными деформациями, и в рамках универсальных моделей рассматривались только т.н. полулинейные модели, которые ограничивались только первым инвариантом тензора деформаций (мерой объемного расширения). Однако, для гиперупругих материалов это позволяет воспроизвести только неогуковский потенциал, но не охватывает наиболее распространенную на практике модель Муни-Ривлина, которая использует и первый, и второй инвариант тензора деформаций. В результате аппроксимация диаграммы деформирования реальных материалов: дуотан-полиуретанового эластомера Duothan QA965 и бутадиен-нитрильного каучука СКН-40, рис. 2.13, 2.14, – демонстрирует не очень качественную картину. Реальные материалы хорошо описываются потенциалами, которые наряду с первым содержат и второй инвариант тензора деформаций (меру изменения формы

материала). Поэтому надо было бы рассмотреть более общие модели материалов, которые бы охватывали также и потенциалы типа Муни-Ривлина.

2. В работе широко используются аббревиатуры тех или иных понятий развиваемой теории композитных материалов в конечных деформациях: МАО, ЯП, СКМ, ДСК, МНК, НСКМ, – однако, нигде не дается расшифровка этих аббревиатур. Приходится самому догадываться, что СКМ – это слоистый композитный материал, а ДСК – это всего лишь декартова система координат, а не какой-то особый композит, что весьма неочевидно.
3. В отношении обзора литературы по методу асимптотического усреднения композитов на основе эластомерных материалов следует отметить, что не отмечены работы, выполненные в Институте прикладной механики РАН и близко примыкающие к развиваемой в диссертации теме:

*Власов А.Н., Волков-Богородский Д.Б.* Параметрический метод асимптотического усреднения для нелинейных уравнений термоупругости // *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2014, т. 20, № 4, с. 491-507.

*Власов А.Н., Волков-Богородский Д.Б., Карнет Ю.Н., Гамлицкий Ю.А., Мудрук В.И.* Оценка механических свойств гиперупругих композитных материалов с малыми добавками минеральных дисперсных наполнителей. Часть 1. Аппроксимация потенциала гиперупругой матрицы // *Каучук и резина*. 2016, № 6, с. 27-29.

*Власов А.Н., Волков-Богородский Д.Б., Карнет Ю.Н., Гамлицкий Ю.А., Мудрук В.И.* Оценка механических свойств гиперупругих композитных материалов с малыми добавками минеральных дисперсных наполнителей. Часть 2. Реализация задачи на ячейке методом конечных элементов // *Каучук и резина*. 2017, Т. 76, № 1, с. 58-62.

*Vlasov A.N., Volkov-Bogorodsky D.B., Savatorova V.L.* Calculation of the effective properties of thermo-viscoelastic composites using asymptotic homogenization in parametric space // *Mechanics of Time-Dependent Materials*. 2021, <https://doi.org/10.1007/s11043-021-09501-4>.

В этих работах развивается параметрический подход к асимптотическому усреднению в том числе и для эластомерных матриц, что позволило реализовать алгоритмы построения диаграмм деформирования композитных материалов достаточно простым и эффективным способом.

4. Следует отметить неточности и опечатки, которые несколько сбивают читателя. На стр. 58-59 утверждается, что на рис. 2.1 дана зависимость компоненты  $\bar{P}_{11}$  тензора напряжений Пиолы-Кирхгофа от компоненты  $\bar{F}_{11}$  среднего градиента деформаций, однако, имеется ввиду зависимость  $\bar{P}_{33}$  от  $\bar{F}_{33}$ . Поскольку тема конечных деформаций достаточно напряженная, а зависимость  $\bar{P}_{11}$  от  $\bar{F}_{11}$  также имеет место быть, то это запутывает читателя. Рисунок 3.7 на стр. 101 нигде не описан. В таблице 3.1 на стр. 112 непонятно, что имеется ввиду, когда наряду с моделью  $B_n$  при  $n=V$  в последней строчке приводятся параметры аппроксимации для модели с  $n=V^*$ . По-видимому, имеется ввиду какая-то другая аппроксимация, но об этом ничего не говорится. На стр. 66 случайно пропущен пробел в сочетании “старениюи”, что совершенно не типично: диссертация оформлена очень аккуратно.

Сделанные замечания не имеют принципиального значения и не снижают научной ценности работы. Представленная к защите диссертация является законченной научно-квалификационной работой, соответствующей всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», посвящена актуальной теме и выполнена на высоком уровне. Полученные в работе



результаты обладают новизной, представляют научный, практический и методический интерес, соответствуют паспорту специальности 01.02.04 - "Механика деформируемого твердого тела". Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что представленная диссертационная работа Кольжановой Дарьи Юрьевны соответствует критериям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 года № 842, а ее автор, Кольжанова Дарья Юрьевна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент

Волков-Богородский Дмитрий Борисович,  
кандидат физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник  
ФГБУН Институт прикладной механики  
Российской академии наук (ИПРИМ РАН)

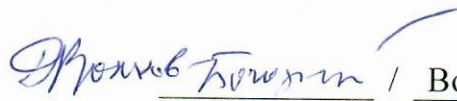
Адрес места работы:

125040, Россия, Москва, Ленинградский проспект, д. 7

e-mail: [v-b1957@yandex.ru](mailto:v-b1957@yandex.ru)

тел. +7 495 946-18-06

Специальность ВАК, по которой защищена  
диссертационная работа – 01.01.07 «Вычислительная  
математика»

 / Волков-Богородский Д.Б.  
(подпись) 13.09.2021 (фамилия имя отчество оппонента)

Подпись \_\_\_\_\_ Волкова-Богородского Дмитрия Борисовича \_\_\_\_\_ удостоверяю  
(фамилия имя отчество оппонента полностью)

Ученый секретарь ИПРИМ РАН  
(должность)

М.П.

  
(подпись)

Ю.Н. Карнет  
(Ф.И.О.)

