

УДК 629.78

Анализ влияния статической и динамической асимметрии на вращательное движение капсулы при управляемом разворачивании тросовой системы

Наумов О.Н.

Аннотация

В работе проводится анализ пространственного движения разворачиваемой тросовой системы, состоящей из базового космического аппарата и спускаемой капсулы. Задача рассматривается с учетом вращения концевых тел относительно своих центров масс. Капсула и космический аппарат рассматриваются как твердые тела, совершающие угловое движение под действием момента от силы упругости троса. Трос к капсуле крепится не строго на оси динамической симметрии, а с некоторым малым смещением, которое определяет статическую асимметрию капсулы. Тензор инерции капсулы отличен от динамически-симметричного, причем данные малые отклонения характеризуют ее динамическую асимметрию. Трос разворачивается по заранее заданному закону.

Ключевые слова

Спускаемая капсула; асимметрия; космическая тросовая система; вращательное движение; тросовая система координат.

Введение

Аналізу движения тросовых систем в космосе посвящено большое количество работ. Самыми известными являются работы Белецкого В.В., Алпатова А.П., Левина Е.М. [1, 2]. В публикациях данных авторов рассматривается составление уравнений движений тросовых систем и анализ их движения, проводится рассмотрение возможных резонансных явлений, анализируются проблемы связанные с демпфированием колебаний в космических тросовых системах.

При анализе динамики тросовых систем чаще всего полагается, что концевые тела представляют собой материальные точки, пренебрегая их геометрическими и инерционными характеристиками. Тем самым данные модели не позволяют

анализировать вращательное движение концевых тел. Анализ углового движения концевых тел необходим во многих прикладных задачах связанных с разворачиванием и движением космических тросовых систем, так как часто требуется, чтобы параметры ориентации и величина угловых скоростей данных тел соответствовали заранее заданным ограничениям. Не учет данных ограничений может привести к наматыванию троса на базовый космический аппарат (КА) или субспутник, что в свою очередь может стать причиной аварийной ситуации.

В данной работе рассматривается спуск легкой капсулы с помощью тросовой системы для посадки в заданный район земной поверхности. В отличие от работы [3] анализ проводится с учетом вращательного движения базового космического аппарата, причем капсула имеет малую динамическую и статическую асимметрию. В качестве примера рассматривается движение капсулы близкой по форме к сфере на упругом тросе при законах разворачивания, использованных в эксперименте YES2 [4].

1. Системы координат и уравнения движения тросовой системы

Для описания движения спускаемой капсулы и базового космического аппарата относительно их собственных центров масс, используется следующая совокупность систем координат: $OXYZ$, $OX_oY_oZ_o$, $Cx_o y_o z_o$, $Cx_t y_t z_t$, $c x_1 y_1 z_1$, $c x_2 y_2 z_2$. Здесь $OXYZ$ и $OX_oY_oZ_o$ - орбитальные геоцентрические системы координат, $Cx_o y_o z_o$ - орбитальная система координат, связанная с центром масс КА; $Cx_t y_t z_t$ - тросовая система координат, $Cx_1 y_1 z_1$ - связанная с КА система координат, $c x_2 y_2 z_2$ - связанная со спускаемой капсулой (СК) система координат, C и c - центры масс КА и СК. Связанные оси направлены по главным осям инерции концевых тел.

Оси OX и OX_o направлены в точку восходящего узла орбиты и по радиусу вектору КА, оси OZ и OZ_o совпадают и параллельны вектору кинетического момента движения КА, оси систем координат $OX_oY_oZ_o$ и $Cx_o y_o z_o$ параллельны. Все применяемые системы координат являются правыми. Система координат $OXYZ$ считается неподвижной. По сравнению с общепринятыми системами координат, здесь введена так называемая тросовая система координат $Cx_t y_t z_t$, для которой ось Cx_t направлена вдоль троса от КА к СК.

Углы ориентации заданных систем координат относительно друг друга определяются углами Эйлера, и приводятся в Приложении 1.

В соответствии с введенными системами координат выведем уравнения вращательного движения связки двух твердых тел на тросе. Для описания вращательного движения системы проведем её разделение на следующие элементы: КА и трос с присоединенной спускаемой капсулой. Предположим, что масса КА много больше масс троса и СК. Поэтому будем считать, что центр масс КА перемещается по невозмущенной круговой орбите.

Для описания движения КА и системы трос-капсула будем использовать уравнения Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial P}{\partial q_i} + Q_i, \quad (1)$$

где Q_i - обобщенные силы; q_i - обобщенные координаты, T и P - кинетическая и потенциальная энергии системы.

Удвоенная кинетическая энергия связки представляется в виде:

$$2 \cdot T = m_{ck} \cdot \left(\vec{V}_{KA} + \vec{\omega}_t \times \vec{L} + \vec{V}_t \right)^2 + m_{KA} \cdot V_{KA}^2, \quad (2)$$

где V_{KA} - скорость движения центра масс КА; V_t - скорость разворачивания троса; ω_t - абсолютная угловая скорость движения тросовой системы координат; \vec{L} - вектор, направленный вдоль троса; m_{ck} - масса СК. В выражении (2) предполагается, что масса КА $m_{KA} \gg m_{ck}$. Поэтому центр масс КА совпадает с центром масс системы и движется по невозмущенной круговой орбите.

Раскроем скобки в выражение (2), в итоге получим:

$$2 \cdot T = m_{ck} \cdot \left[\begin{aligned} & V_{KA}^2 + (\vec{\omega}_t \times \vec{L})^2 + V_t^2 + 2 \cdot \langle \vec{V}_{KA} \cdot (\vec{\omega}_t \times \vec{L}) \rangle + \\ & + 2 \cdot \langle \vec{V}_{KA} \cdot \vec{V}_t \rangle + 2 \cdot \langle \vec{V}_t \cdot (\vec{\omega}_t \times \vec{L}) \rangle \end{aligned} \right] + m_{KA} \cdot V_{KA}^2, \quad (3)$$

где $\langle \dots \rangle$ - оператор скалярного произведения.

Учтем, что скорость троса \vec{V}_t направлена вдоль направления вектора \vec{L} , поэтому:

$$2 \cdot \langle \vec{V}_t \cdot (\vec{\omega}_t \times \vec{L}) \rangle = 2 \cdot \langle (L \times V) \cdot \omega_t \rangle = 0.$$

Выражение $m_{ck} \cdot (\vec{\omega}_t \times \vec{L})^2$ представляет собой кинетическую энергию вращательного движения центра масс капсулы относительно центра масс КА, которая представима в виде:

$$T_V = \frac{1}{2} \cdot [\omega_t]^T \cdot [J_t] \cdot [\omega_t], \quad (4)$$

где $[...]^T$ - оператор транспонирования; J_t - тензор инерции, который имеет вид:

$$J_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ck} \cdot L^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ck} \cdot L^2 \end{bmatrix}.$$

Компоненты угловой скорости $\omega_{x_t}, \omega_{y_t}, \omega_{z_t}$ тросовой системы в проекциях на оси sx_t, y_t, z_t , определяются следующим образом:

$$\vec{\omega}_t = \vec{\omega}_{КА} + \Delta \vec{\omega}_t. \quad (5)$$

Здесь $\vec{\omega}_{КА}$ абсолютная угловая скорость КА, причем

$$[\omega_{КА}] = [A] \cdot \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\vartheta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + [B] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{v} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где $[\omega_{КА}]$ - матрица-столбец компонент вектора $\vec{\omega}_{КА}$, $[A]$ и $[B]$ - известные матрицы (см. Приложение 2); \dot{v} - орбитальная угловая скорость движения КА по орбите; $\dot{\gamma}, \dot{\vartheta}, \dot{\psi}$ - производные по времени от углов Эйлера-Крылова.

Относительную угловую скорость троса $\Delta \vec{\omega}_t$ представим в виде:

$$\Delta \vec{\omega}_t = [C] \cdot \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где $[C]$ - известная матрица; $\dot{\beta}$, $\dot{\theta}$ - производные от углов ориентации троса относительно связанной с КА системы координат.

Потенциальную энергию системы представим в виде:

$$P = - \left(\frac{\mu \cdot m_{KA}}{R} + \frac{\mu \cdot m_{ck}}{\sqrt{(R^2 + L^2 - 2 \cdot R \cdot L \cdot \cos(\phi))}} \right),$$

где R - расстояние от центра Земли до центра масс КА; μ - гравитационный параметр Земли; δ - угол отклонения троса от оси x орбитальной системы координат, выражение $\sqrt{(R^2 + L^2 - 2 \cdot R \cdot L \cdot \cos(\phi))}$ - представляет собой расстояние от центра Земли до центра масс СК; ϕ - угол между векторами \vec{R} и \vec{L} .

За обобщенные координаты примем θ, β, L и составим уравнения движения системы. Тогда для $q_1 = \theta$, $q_2 = \beta$, $q_3 = L$ имеем:

$$\frac{m_{ck}}{2} \cdot \left[\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left([\omega_t]^T \right) \cdot [J_t] \cdot \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \left([\omega_t] \right) + [\omega_t]^T \cdot \frac{d}{dt} \left([J_t] \right) \cdot \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \left([\omega_t] \right) + \\ & + [\omega_t]^T \cdot [J_t] \cdot \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \left([\omega_t] \right) \right] - [\omega_t]^T \cdot [J_t] \cdot \frac{\partial}{\partial q_i} \left([\omega_t] \right) + \\ & + 2 \cdot \left\langle \vec{V}_{KA} \cdot \frac{\partial (\vec{\omega}_t \times \vec{L})}{\partial \dot{q}_i} \right\rangle - 2 \cdot \frac{\partial \langle \vec{V}_{KA} \cdot (\vec{\omega}_t \times \vec{L}) \rangle}{\partial q_i} \end{aligned} \right] = - \frac{\partial P}{\partial q_i}. \quad (8)$$

$$m_{ck} \cdot \frac{d^2 L}{dt^2} - \frac{m_{ck}}{2} \cdot [\omega_t]^T \cdot \frac{\partial}{\partial q_3} ([J_t]) \cdot [\omega_t] +$$

$$+ \frac{m_{ck}}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial ([V_{KA}]^T \cdot [V_t])}{\partial \dot{q}_3} \right] = - \frac{\partial P}{\partial q_3} + F_c, \quad (9)$$

где $i = 1, 2$; F_c - управляющая сила, равная силе в механизме управления или силе упругости троса, если механизм является безынерционным.

Уравнения (8) и (9) не являются полностью определенными, так как содержат углы Эйлера ориентации КА γ, ψ, ν и их производные. Поэтому дополним систему (8) и (9) уравнениями вращательного движения КА, записанными также в форме уравнений Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = - \frac{\partial P^*}{\partial q_j},$$

где $q_4 = \gamma, q_5 = \psi, q_6 = \nu$ обобщенные координаты КА; P^* - потенциальная энергия КА во вращательном движении, которая имеет вид [5]:

$$P^* = \frac{3 \cdot \mu}{2 \cdot R^2} \cdot \left(I_x \cdot \cos^2(\chi_1) + I_y \cdot \cos^2(\chi_2) + I_z \cdot \cos^2(\chi_3) \right), \quad (10)$$

где χ_1, χ_2, χ_3 - углы ориентации связанного базиса относительно орбитального; I_x, I_y, I_z - центральные моменты инерции КА относительно главных связанных осей.

Кинетическая энергия вращательного движения КА имеет вид:

$$T = [\omega_{KA}]^T \cdot [J_{KA}] \cdot [\omega_{KA}], \quad (11)$$

где $[J_{KA}]$ - тензор инерции КА.

С учетом (11) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left([\omega_{KA}]^T \right) \cdot [J_{KA}] \cdot \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} ([\omega_{KA}]) + [\omega_{KA}]^T \cdot [J_{KA}] \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} ([\omega_{KA}]) \right) - \\ - [\omega_{KA}]^T \cdot [J_{KA}] \cdot \frac{\partial}{\partial q_j} ([\omega_{KA}]) = - \frac{\partial P^*}{\partial q_j}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $j = 4, 5, 6$

Для завершения описание модели движения тросовой системы необходимо описать вращательное движение СК. Для получения уравнений её движения воспользуемся динамическими и кинематическими уравнениями Эйлера, которые имеют вид:

$$\frac{dK_x}{dt} + K_z \omega_y - K_y \omega_z = M_x, \quad (13)$$

$$\frac{dK_y}{dt} + K_x \omega_z - K_z \omega_x = M_y, \quad (14)$$

$$\frac{dK_z}{dt} + K_y \omega_x - K_x \omega_y = M_z, \quad (15)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega_z \cos \varphi + \omega_y \sin \varphi + \Delta \dot{\alpha}, \quad (16)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -(\omega_y \cos \varphi - \omega_z \sin \varphi) / \sin \alpha + \Delta \dot{\lambda}, \quad (17)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_x + (\omega_y \cos \varphi - \omega_z \sin \varphi) \operatorname{ctg} \alpha + \Delta \dot{\varphi}, \quad (18)$$

где K_x, K_y, K_z - проекции вектора кинетического момента СК на оси связанной с капсулой системы координат; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - проекции угловой скорости СК на связанный базис; α, λ, φ - углы Эйлера, определяющие ориентацию связанной с капсулой системы координат относительно тросовой системы координат; $\Delta \dot{\alpha}, \Delta \dot{\lambda}, \Delta \dot{\varphi}$ - поправки к производным углов Эйлера за счет вращения тросовой системы координат (см. Приложение 2); M_x, M_y, M_z - проекции главного момента внешних сил, действующего на СК.

Проекция вектора кинетического момента СК при ее вращении относительно своего центра масс вычисляются по формулам:

$$\left(K_x, K_y, K_z \right)^T = [J] \left(\omega_x, \omega_y, \omega_z \right)^T. \quad (19)$$

$[J]$ - тензор инерции СК в системе координат $схуз$. При этом динамическая асимметрия СК характеризуется различием осевых моментов инерции и наличием центробежных моментов инерции:

$$[J] = \begin{pmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J - \Delta J & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J + \Delta J \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где $J_x, J_y, J_z, J_{xy}, J_{xz}, J_{yz}$ - моменты инерции СК, $J = \frac{J_y + J_z}{2}$, $\Delta J = \frac{J_z - J_y}{2}$.

Главный момент внешних сил, действующих на СК, представляет собой векторную сумму момента от силы натяжения троса, гравитационного и аэродинамического моментов, причем последними двумя пренебрегаем. Момент от силы натяжения определяется следующим образом:

$$\vec{M}_t = \Delta \vec{r} \times \vec{T},$$

где вектор $\Delta \vec{r} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)^T$ - определяет положение точки крепления троса относительно центра масс СК в связанной системе координат $схуз$. Величины $\Delta y, \Delta z$ характеризуют асимметрию в положении точки крепления троса. Эту асимметрию можно назвать статической, так как она зависит только от взаимного положения центра масс СК и точки крепления троса; \vec{T} - сила упругости.

Модуль сила упругости троса определяется из одностороннего закона Гука, трос работает только на растяжение, при сжатии полагается, что сила упругости равна нулю:

$$T = \begin{cases} ES(\Lambda - 1) & \text{при } \Lambda < 1 \\ 0 & \text{при } \Lambda \geq 1 \end{cases}, \quad (21)$$

где E и S - модуль Юнга и площадь поперечного сечения троса, $\Lambda - 1$ - относительное удлинение троса, $\Lambda = L/l$, l - длина нерастянутого троса, выпущенного из механизма

управления развертыванием ОТС; L - соответствует расстоянию между точками крепления троса. В соответствии с (21) в данной модели допускается кратковременное провисание троса.

Для завершения математического описание исходной модели, необходимо задать управляющую силу. Требуемое значение этой силы определяется из выражения [6]:

$$F_c = F_{cp}(t) + p_l [l - l_p(t)] + p_v [V_l - V_{lp}(t)], \quad (22)$$

где $F_{cp}(t)$, $l_p(t)$ и $V_{lp}(t)$ - программные (номинальные) зависимости силы, длины и скорости троса от времени; p_l, p_v - коэффициенты обратной связи, определяемые из условия минимизации ошибок управления.

2. Описание номинальной программы

В качестве примера рассмотрим программу развертывания, близкую к программе, использованной в эксперименте YES2 [4]. Программа включает два этапа развертывания ОТС. Первый этап развертывания характеризуется достаточно малыми скоростями выпуска троса и длится около 6000 секунд. Номинальная программа развертывания в этом случае задается динамическим законом [4]:

$$T_0 = m \cdot \Omega^2 \cdot \left(a \cdot l + b \cdot \frac{V_l}{\Omega} - c \cdot L_k \right) \quad (23)$$

где $a = 4.6$, $b = 3.5$, $c = 1.6$ - параметры закона управления; $L_k = 3000$ м - конечная длина троса для первого этапа. l , V_l - номинальные параметры длины и скорости троса; m - масса (трос + субспутник); Ω - орбитальная угловая скорость движения КА.

Второй этап развертывания ОТС состоит из участков быстрого разгона и торможения, и длится около 2165 секунд. На этом этапе используется релейный закон управления [4]

$$\begin{aligned} T_0 &= T_{\min}, & \text{если } t \leq t_n \\ T_0 &= T_{\max}, & \text{если } t > t_n \end{aligned} \quad (24)$$

где T_{\min} , T_{\max} ; t_n - время переключения. Выбором значений параметров закона можно обеспечить заданные конечные значения характеристик движения капсулы. В данной

работе использовались следующие значения: $T_{\min} = 0.002 H$, $T_{\max} = 2.1 H$,
 $t_n = 7900 c$.

Закон развертывания на втором этапе необходимо сгладить, так как механизм управления всегда обладает определенной инерционностью и поэтому сложно технически реализовать релейную связь (24).

Номинальные параметры модели (24) обычно вычисляют из достаточно простых уравнений движения. В частности, могут быть использованы уравнения движения конечного тела, записанные в подвижной орбитальной системе координат $Cx_o y_o z_o$ [1] для плоской задачи:

$$\frac{d\omega_\theta}{dt} = -2 \frac{V_l}{l} (\omega_\theta + \Omega) - \frac{3}{2} \Omega^2 \sin 2\theta, \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega_\theta, \quad (25)$$

$$\frac{dV_l}{dt} = l \left[(\omega_\theta + \Omega)^2 - \Omega^2 (1 - 3 \cos^2 \theta) \right] - \frac{T}{m}, \quad \frac{dl}{dt} = V_l, \quad (26)$$

Система уравнений (25) и (26) дополняет систему ранее описанных уравнений.

3. Результаты моделирования

3.1 Движения центра масс спускаемой капсулы

Для начала рассмотрим, как движется центр масс спускаемой капсулы. При развертывание тросовой системы на капсулу будет действовать кориолисова сила инерции за счет которой трос будет отклоняться относительно местной геовертикали. Но данная сила имеет малое значение, так как она пропорциональна малой скорости развертывания троса и угловой скорости орбитального движения центра масс КА. Поэтому в случае наличия даже малых возмущений в движение КА возможны существенные изменения орбитального движения капсулы. Для этого проведем расчет движения центра масс СК при учете вращения КА.

На рисунке 1а изображен угол θ (непрерывной линией) полученный в результате совместного решения системы уравнений (8, 9, 12) и его номинальные значения, полученные по модели (25-26), как видно из данного рисунка графики практически полностью совпадают. На рисунке 1б изображен угол выхода троса из плоскости орбиты β , результаты моделирования показывают, что он совершает малые колебания относительно плоскости орбиты и в конечной точке (соответствующей полностью

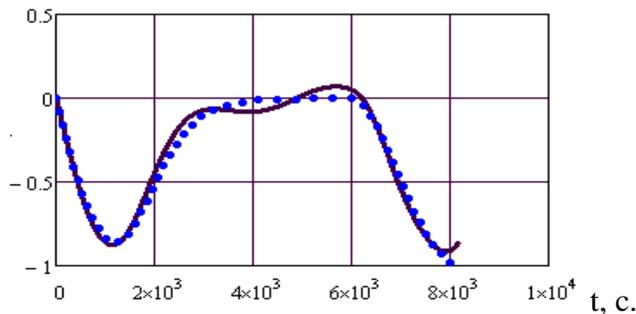
развернувшемуся тросу), данный угол принимает близкое к нулю значения, что соответствует нахождению СК в плоскости орбиты базового КА. Для сравнения на рисунке 1в изображен данный угол, но рассчитанный при условии полной стабилизации базового КА, из данного рисунка следует, что данный угол изменяется в очень малом диапазоне и в конечном итоге стремится к нулю. Расчет, проведенный по модели неподвижного КА, дает практически те же результаты, что и расчет по уравнениям (8, 9, 12). Отсюда можно сделать вывод: что при малых колебаниях базового КА процесс развертывания будет практически соответствовать заданному номинальному движению тросовой системы, определяемому уравнениями (25-26) с малыми колебаниями относительно плоскости орбиты. Графики углов ориентации КА приведены в (Приложение 3).

При моделировании использовались следующие значения исходных величин:

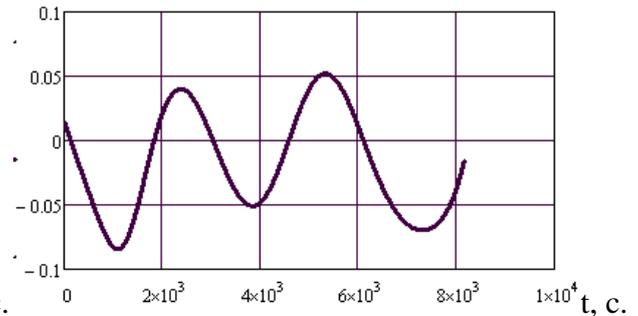
$$m_{ck} = 20 \text{ кг}; m_{КА} = 6000 \text{ кг}; \quad I_{x_{ck}} = 0.18 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_{ck} = 0.404 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$I_{x_{КА}} = 6750 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_{y_{КА}} = I_{z_{КА}} = 22910 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

а) θ , рад.



б) β , рад.



в) β , рад.

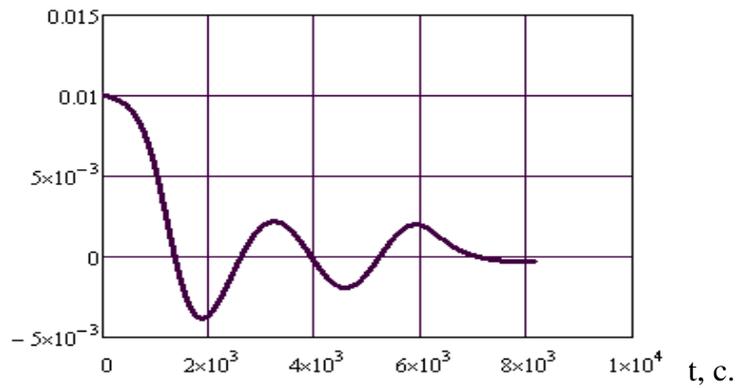


Рисунок 1. Зависимость углов ориентации троса от времени

3.2 Движение относительно центра масс спускаемой капсулы

В соответствии с моделью заданной уравнениями (8, 9, 12) рассмотрим угловое движение СК, при отсутствии центробежных моментов инерции и при отсутствии отклонения точки крепления троса от оси динамической симметрии. Движение капсулы будет определяться действием момента от силы упругости троса, и капсула при отличной от нуля силе упругости будет ориентироваться вдоль направления троса. Угол отклонения оси динамической симметрии капсулы определяется углом нутации, график изменения которого изображен на рисунке 2.

α , град

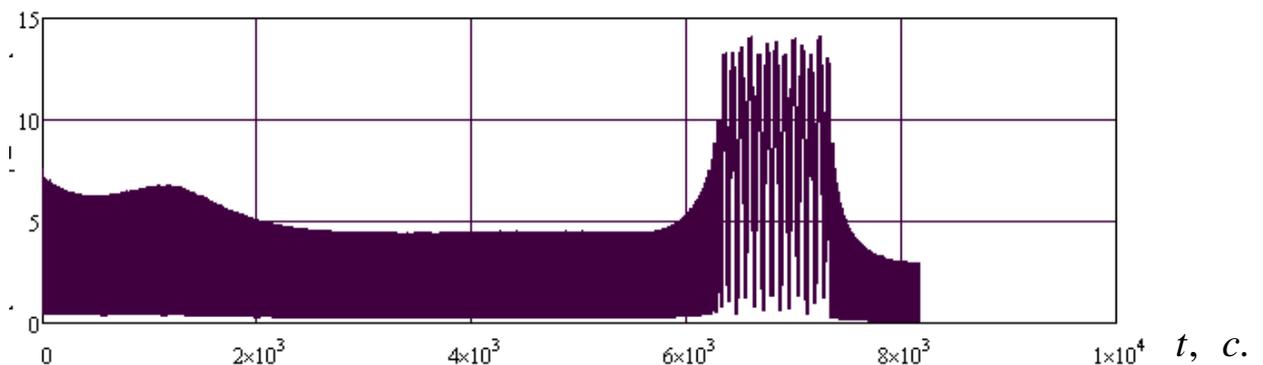


Рисунок 2. Зависимость угла нутации от времени для симметричной капсулы

Рисунок 2 необходимо дополнить рисунком описывающим изменение силы упругости троса. При описании вращательного движения использовалась номинальная сила упругости. Закон изменения силы упругости имеет вид, изображенный на рисунке 3.

$T, H.$

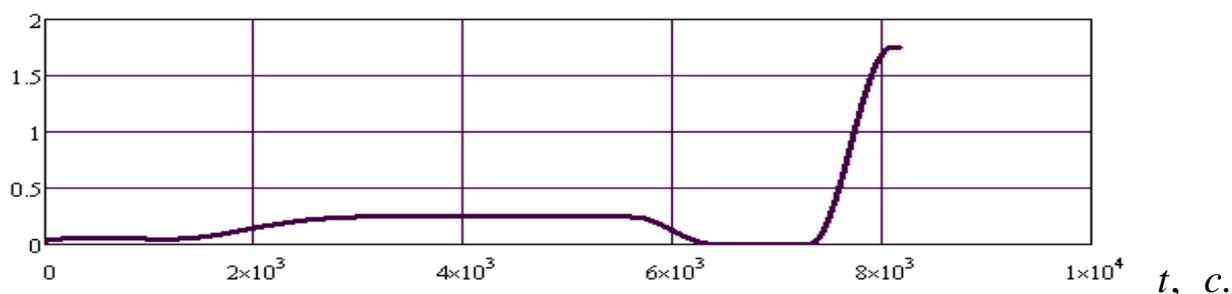


Рисунок 3. Изменение номинальной силы упругости троса от времени

Из рисунков 2, 3 видно, что на интервале примерно постоянной силы упругости с (2000 – 6000 с.) капсула совершает периодические колебания с постоянной амплитудой, а при резком изменении значения силы упругости на втором этапе угол нутации резко возрастает. Как и следовало ожидать, дальнейшее увеличение силы упругости в конце развертывания вновь уменьшает величину и амплитуду колебаний угла нутации. Из рисунка 3 следует, что в момент обрезания троса капсула практически точно будет сориентирована вдоль местного направления троса. Для того чтобы еще уменьшить угол нутации в самом конце развертывания, необходимо установить демпфер поперечных колебаний капсулы.

В случае наличия динамической асимметрии капсулы, происходит резкое увеличение амплитуды угла нутации за счет появления дополнительных гироскопических моментов, особенно это заметно на участке очень малого значения силы упругости (на втором этапе приблизительно при 6500-7500 с.). График изменения угла нутации при наличии динамической асимметрии изображен на рисунке 4 и построен при большой величине динамической асимметрии (порядка 10%) от номинальной величины осевого момента инерции J .

α , град

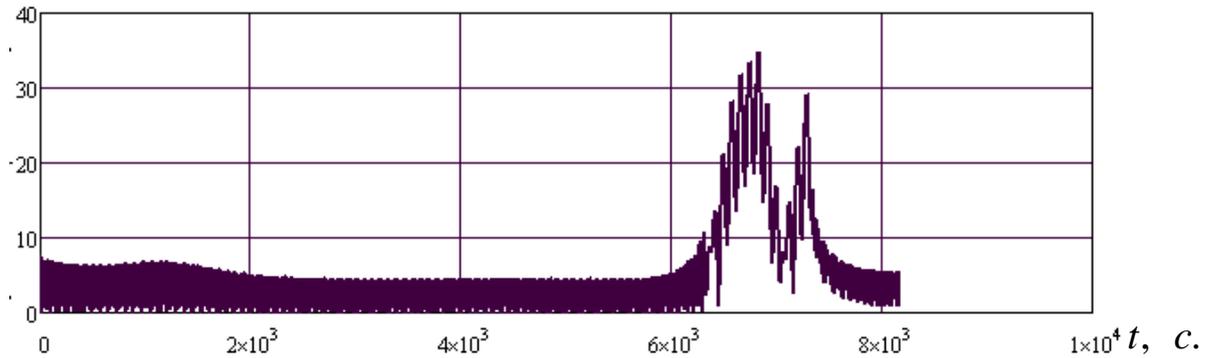


Рисунок 4. Зависимость угла нутации от времени при наличии динамической асимметрии

Рассмотрим, как влияет статическая асимметрия капсулы ($\Delta y, \Delta z$) на ориентацию капсулы относительно троса. Данные параметры приводят к возникновению дополнительных возмущающих слагаемых в величине момента от силы упругости. В итоге при его достаточно большой величине (при моделировании полагалась величина порядка 10% от величины Δx) на участке минимального значения силы упругости, так же как и на рисунке 4, произошло резкое увеличение величины угла нутации, но в конечной точке траектории (соответствующей моменту обрезания троса), вновь произошла стабилизация. График для угла нутации, при действии моментов, вызванных статической асимметрией капсулы изображен на рисунке 5.

α , град

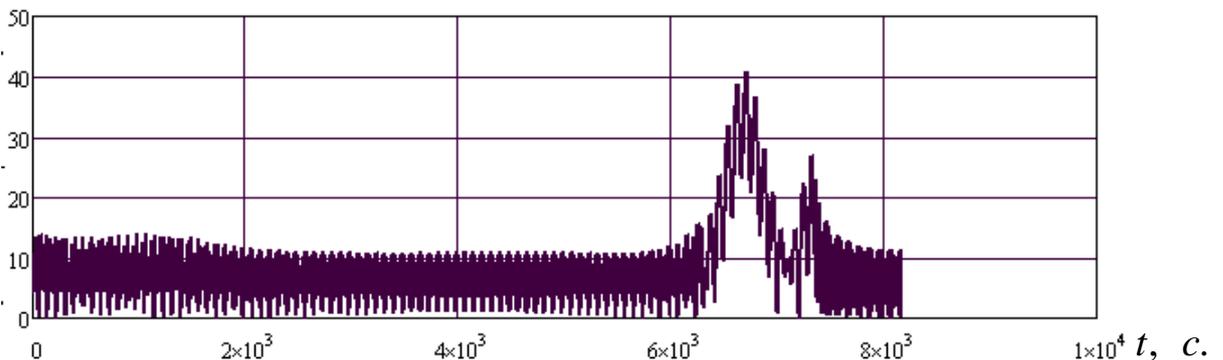


Рисунок 5. Зависимость угла нутации от времени при наличии статической асимметрии

Проанализируем совместное влияние как статической, так и динамической асимметрии (величины асимметрий порядка 10%, как и в рассмотренных выше графиках). В результате моделирования был получен график, который изображен на рисунке 6.

α , град

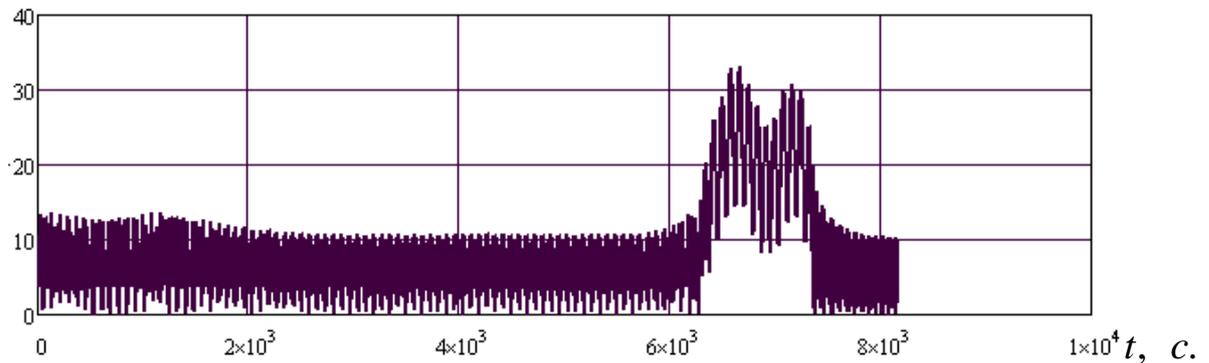


Рисунок 6. Изменение угла нутации при совместном действии статической и динамической асимметрии

Из приведенных результатов следует, что наличие достаточно большой асимметрии (при достаточно малых величинах начальных угловых скоростей отделения) не приводит к потере устойчивости углового движения капсулы в процессе разворачивания тросовой системы даже при очень малых величинах силы упругости. Причем в конце разворачивания тросовой системы за счет резкого роста величины силы упругости происходит стабилизация капсулы по углу нутации относительно направления троса.

Заключение

В данной работе были получены уравнения пространственного движения космической тросовой системы при учете пространственного движения базового КА и СК при управляемом разворачивании троса. Моделирование разворачивания тросовой системы показало, что при малых угловых скоростях отделения капсулы (порядок которых сравним с величиной орбитальной угловой скорости вращения КА) разворачивание будет проходить в соответствии с номинальной программой. Наличие как статической, так и динамической асимметрии капсулы (менее 10%) не приводит к потере устойчивости ее углового движения. В конце процесса разворачивания продольная ось асимметричной капсулы стабилизируется относительно направления троса из-за увеличения значений номинальной силы упругости троса (рисунок 3).

Автор выражает благодарность профессору Заболотнову Ю.М. за полезные советы и интересные обсуждения, проведенных в статье результатов.

Библиографический список

1. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990.
2. Динамика космических систем с тросовыми и шарнирными соединениями // Алпатов А.П., Белецкий В.В. и др. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2007.
3. Заболотнов Ю.М., Наумов О.Н. Анализ пространственного вращательного движения концевой тела при развертывании орбитальной тросовой системы // Известия СНЦ РАН. – 2009. - Т.11. №3. С.249-256.
4. Kruijff M., Heide E., Stelzer M., Ockels W., Gill E. First Mission Results of the YES2 Tethered SpaceMail Experiment // AIAA-2008-7385.
5. Рубановский В.Н., Самсонов В.А. Устойчивость стационарных движений в примерах и задачах. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотичная динамика», 2003, 304 стр.
6. Ишков С.А., Наумов С.А. Управление развертыванием орбитальной тросовой системы // Вестник СГАУ. 2006. Вып.1. С.81-90.

Приложение 1

Матрица перехода от неподвижной орбитальной системы координат $OXYZ$ к подвижной орбитальной системе координат $Ox_oY_oZ_o$:

$$D_V = \begin{pmatrix} \cos V & \sin V & 0 \\ -\sin V & \cos V & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где V - аргумент широты.

Матрица перехода от подвижной орбитальной системы координат $Ox_oY_oZ_o$ к связанной с КА $sx_1y_1z_1$:

$$D_\rho = D_\gamma \cdot D_\nu \cdot D_\psi,$$

$$\text{где } D_\gamma = \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix}, D_\nu = \begin{pmatrix} \cos \nu & \sin \nu & 0 \\ -\sin \nu & \cos \nu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$D_\psi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \\ 0 & -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix}.$$

Матрица перехода от связанной с КА системой координат к тросовой системе координат $Cx_t y_t z_t$:

$$D_t = D_\theta D_\beta,$$

$$\text{где } D_\beta = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}, D_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица перехода от тросовой системы координат к связанной с СК системой координат $Cx_2 y_2 z_2$:

$$D = D_\varphi D_\alpha D_\lambda,$$

$$\text{где } D_\lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \lambda & \sin \lambda \\ 0 & -\sin \lambda & \cos \lambda \end{pmatrix}, D_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$D_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

Приложение 2

1. Компоненты угловой скорости троса:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \cdot \cos \nu \\ 1 & 0 & -\sin \nu \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \cdot \cos \nu \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad [B] = [D_\rho].$$

Соответственно выражения угловой скорости троса в проекциях на оси $cx_t y_t z_t$:

$$[\omega_t] = D_t \cdot \left([A] \cdot \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\nu} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + [D_\rho] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\nu} \end{bmatrix} \right) + [C] \cdot \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}.$$

2. Поправки к производным углов Эйлера за счет вращения тросовой системы координат $cx_t y_t z_t$

$$\Delta \dot{\alpha} = -\Delta \omega_y \sin \varphi - \Delta \omega_z \cos \varphi,$$

$$\Delta \dot{\lambda} = \frac{1}{\sin \alpha} (\Delta \omega_y \cos \varphi - \Delta \omega_z \sin \varphi),$$

$$\Delta \dot{\varphi} = -ctg \alpha (\Delta \omega_y \cos \varphi - \Delta \omega_z \sin \varphi) - \Delta \omega_x,$$

где

$$\begin{pmatrix} \Delta \omega_x \\ \Delta \omega_y \\ \Delta \omega_z \end{pmatrix} = [D] \cdot [\omega_t].$$

Приложение 3

Углы ориентации базового КА относительно орбитального базиса имеют вид:

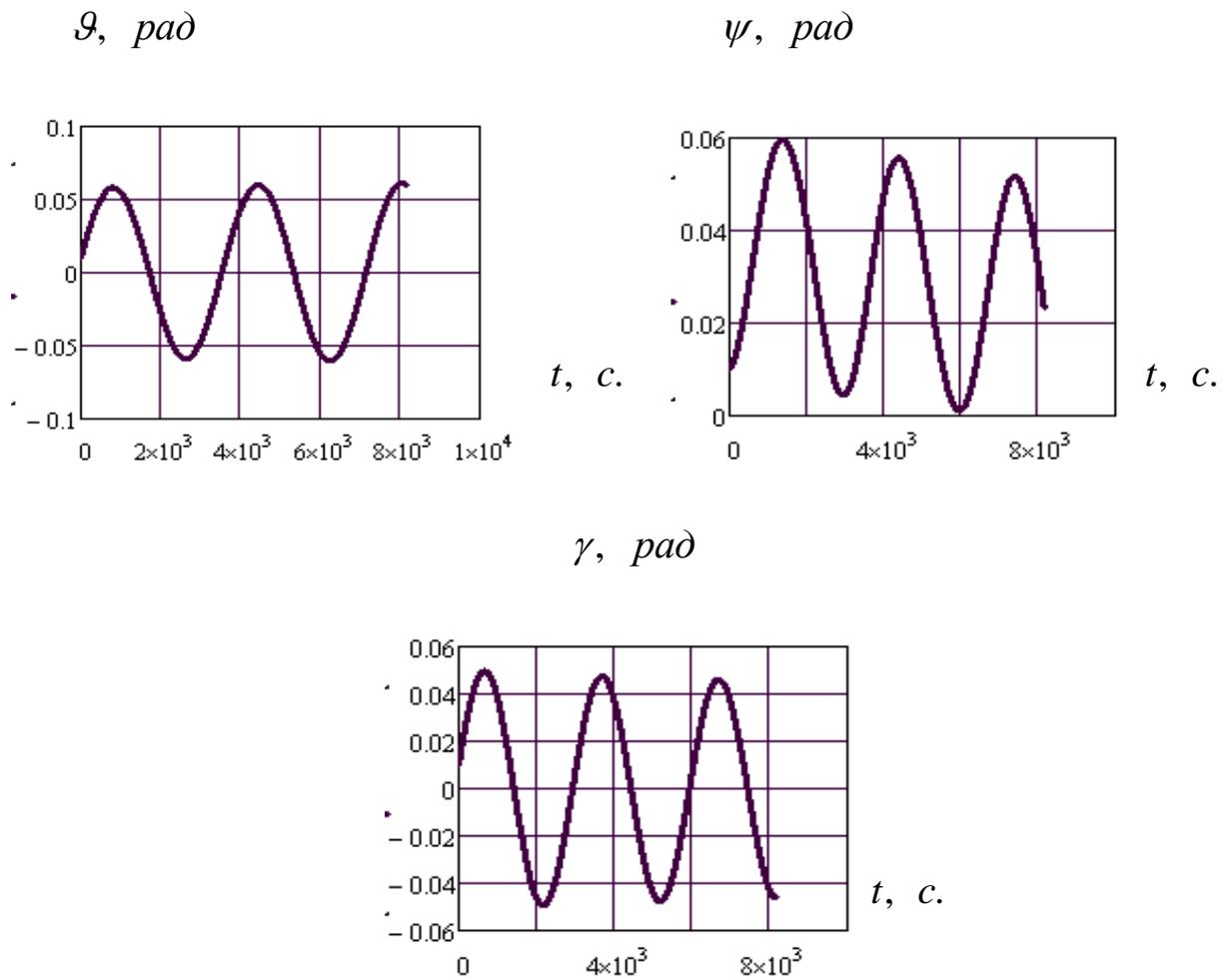


Рисунок ПЗ.1. Углы ориентации базового КА

Сведение об авторе

Наумов Олег Николаевич - аспирант Самарского Государственного Аэрокосмического Университета. Тел. +79084045749; электронная почта: olegnaumov6386@yandex.ru