

Математическое моделирование радиационно-кондуктивного теплообмена в плоском слое поглощающей и рассеивающей среды

В.С.Виноградов , О.Н.Третьякова , Д.В.Хахимов .

Рассмотрена задача радиационно-кондуктивного теплообмена в плоском слое излучающей и поглощающей среды с переменным по толщине коэффициентом поглощения в приближении серого тела. Определяются поля температур и интенсивности излучения в системе “пленка-подложка”. Обсуждается постановка задачи и методы ее решения.

В ряде технологических процессов возникает необходимость использовать сверхтонкие пленки, нанесенные на разогреваемые поверхности [1]. Требуется определить поле температур и распределение интенсивности излучения или тепловых потоков в системе “пленка-подложка”. Это приводит к необходимости решения задачи радиационно-кондуктивного теплообмена (РКТ). Задача РКТ в общей постановке представляет собой связную систему интегро-дифференциальных уравнений переноса излучения и теплопроводности, решение которой сопряжено с большими математическими трудностями.

Рассмотрим общую постановку краевой задачи РКТ в плоском слое поглощающей, излучающей и анизотропно-рассеивающей среды с диффузно излучающими и диффузно отражающими границами.

Основными методами решения уравнений переноса излучения, записанных в дифференциальной форме, являются: метод сферических гармоник (P_N), метод средних потоков (СП метод), метод дискретных ординат Чандрасекара (S_N), метод собственных функций Кейса, метод экспоненциальной аппроксимации ядра и некоторые другие методы [2-5]. Рассмотрим отдельные методы с целью выяснения возможности применения для решения поставленной задачи.

1) **Метод сферических гармоник** [2]. Запишем уравнение переноса излучения в следующем виде

$$\frac{1}{c_v} \frac{\partial I_v}{\partial t} + \mu \frac{\partial I_v}{\partial x} = -k_v I_v + \alpha_v \hat{B}_v + \frac{\beta_v}{4\pi} \int_{-1}^{+1} \gamma_v(x, \mu, \mu') I_v(x, \mu', t) d\mu',$$

$$\gamma_v(x, \mu, \mu') = \int_0^{2\pi} \gamma_v(x, \hat{\mu}) d\theta, \text{ где } \hat{\mu} = \mu\mu' + \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu'^2} \cos(\theta - \theta'), \theta - \text{азимутальный угол,}$$

$\mu = \cos \theta$ - направляющий косинус угла, I_v - спектральная интенсивность излучения, α_v -

коэффициент поглощения, β_v - коэффициент рассеяния, $k_v = \alpha_v + \beta_v$ - коэффициент ослабления, \hat{B}_v - функция Планка, γ_v - индикатриса рассеяния.

Решение ищется в форме ряда по полиномам Лежандра

$$I_v(x, \mu, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} J_{nv}(x, t) P_n(\mu),$$

$$J_{nv}(x, t) = 2\pi \int_{-1}^{+1} I_v(x, \mu, t) P_n(\mu) d\mu.$$

Умножим уравнение переноса на $P_m(\mu)$ и проинтегрируем по $\mu \in [-1, +1]$. Индикатрисе рассеяния тоже разложим по полиномам Лежандра

$$\gamma_v(x, \hat{\mu}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \gamma_{nv}(x) P_n(\hat{\mu}),$$

$$\gamma_{nv}(x) = 2\pi \int_{-1}^{+1} \gamma_v(x, \hat{\mu}) P_n(\hat{\mu}) d\hat{\mu}.$$

Можно показать (из теоремы сложения полиномов Лежандра с учетом свойств ортогональности), что

$$\gamma_v(x, \mu, \mu') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} \gamma_{nv}(x) P_n(\mu) P_n(\mu').$$

Интегральный член тогда преобразуется в

$$\frac{\beta_v}{4\pi} \int_{-1}^{+1} \gamma_v(x, \mu, \mu') I_v(x, \mu', t) d\mu' = \frac{\beta_v}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \gamma_{nv}(x) J_{nv}(x, t) P_n(\mu).$$

На основании подобных преобразований приходим к системе дифференциальных уравнений, относительно моментов интенсивности излучения

$$\frac{1}{c_v} \frac{\partial J_{mv}}{\partial t} + \frac{m}{2m+1} \frac{\partial J_{m-1v}}{\partial x} + \frac{m+1}{2m+1} \frac{\partial J_{m+1v}}{\partial x} + k_{mv} J_{mv} = \alpha_v \hat{B}_v \int_{-1}^{+1} P_m(\mu) d\mu,$$

$$\text{где } k_{mv} = k_v - \frac{1}{2} \beta_v \gamma_{mv}, \quad k_{0v} = k_v - \beta_v = \alpha_v, \quad \gamma_{0v}(x) = 2, \quad \gamma_{mv}(x) = \int_{-1}^{+1} P_0(\hat{\mu}) P_m(\hat{\mu}) d\hat{\mu} = 0, \quad \text{при } m \neq 0$$

В случае P_1 приближения (базис $\{P_0(\mu), P_1(\mu)\} = \{1, \mu\}$), применительно к стационарному полю излучения, получаем систему уравнений относительно плотностей потоков объемного падающего η_{*v} и результирующего E_v излучений. Совместно с граничными условиями, определяется приближенное значение интенсивности излучения

$$I_v(x, \mu) = \frac{1}{4\pi} [J_{0v}(x) + 3\mu J_{1v}(x)] = \frac{1}{4\pi} [\eta_{*v}(\tau_v) + 3\mu E_v(\tau_v)] = \frac{1}{4\pi} \left[\eta_{*v}(\tau_v) - \mu \frac{d\eta_{*v}(\tau_v)}{d\tau_v} \right].$$

На практике обычно применяются нечетные P_N приближения, однако, с увеличением порядка приближения существенно возрастают вычислительные трудности. Этот метод целесообразно применять, если постановка задачи требует учета произвольного характера индикатрисы рассеяния.

2) При исследовании радиационного и комбинированного теплообмена наиболее широкие возможности составляет метод **средних потоков** [2] и его модификации. Основная идея метода средних потоков заключается в замене интегро-дифференциального уравнения переноса энергии излучения, записанного в виде

$$\mu \frac{\partial I_v}{\partial \tau_v} = -I_v + (1 - \omega_v) \hat{B}_v + \frac{\omega_v}{4\pi} \int_{\Omega=4\pi} I_v(\tau_v, \mu') \gamma_v(\mu, \mu') d\mu'$$

системой из двух дифференциальных уравнений, получающихся последовательным

интегрированием этого уравнения по $\mu \in [-1, +1]$ с весом 1 и μ , соответственно. $\omega_v = \beta_v / (a_v + \beta_v)$ - спектральное альbedo однократного рассеяния.

Используя представление о встречных потоках, приходящих из полусфер с противоположными знаками $\Omega = \pm 2\pi$ в сечении τ_v , получаем

$$\frac{d}{d\tau_v} [E_v^+ + E_v^-] + (1 - \omega_v)(\eta_v^+ + \eta_v^-) = 4(1 - \omega_v) \hat{E}_{0v},$$

$$\frac{d}{d\tau_v} [\Pi_v^+ + \Pi_v^-] + (1 - \omega_v(1 - \delta_v))(E_v^+ + E_v^-) = 0,$$

где η_{*v} - плотность потока падающего излучения, E_v - плотность потока результирующего излучения, Π_v - диагональная составляющая тензора излучения, δ_v - функция формы индикатрисы рассеяния.

Вводим коэффициенты

$$m_v^+ = \frac{\eta_v^+}{E_v^+}; \quad m_v^- = \frac{\eta_v^-}{E_v^-}; \quad l_v^+ = \frac{\Pi_v^+}{\eta_v^+}; \quad l_v^- = \frac{\Pi_v^-}{\eta_v^-}.$$

Получаем систему двух дифференциальных уравнений относительно η_v^+ и η_v^- с коэффициентами m_v^+ , m_v^- , l_v^+ , l_v^-

$$\frac{d}{d\tau_v} \left[\frac{\eta_v^+(\tau_v)}{m_v^+(\tau_v)} + \frac{\eta_v^-(\tau_v)}{m_v^-(\tau_v)} \right] + (1 - \omega_v)(\eta_v^+(\tau_v) + \eta_v^-(\tau_v)) = 4(1 - \omega_v) \hat{E}_{0v}(\tau_v),$$

$$\frac{d}{d\tau_v} [l_v^+(\tau_v)\eta_v^+(\tau_v) + l_v^-(\tau_v)\eta_v^-(\tau_v)] + (1 - \omega_v(1 - \delta_v)) \left[\frac{\eta_v^+(\tau_v)}{m_v^+(\tau_v)} + \frac{\eta_v^-(\tau_v)}{m_v^-(\tau_v)} \right] = 0.$$

Используя конечное число членов разложения $\gamma_v(\mu, \mu')$ в ряд по полиномам Лежандра, по заданному начальному распределению температур находим поле значений интенсивностей излучения. Затем вычисляются $m_v^+, m_v^-, l_v^+, l_v^-, \eta_v^+, \eta_v^-, \delta_v$. Найденное значение плотности потока объемного падающего излучения $\eta_{sv} = \eta_v^+ + \eta_v^-$, подставленное в уравнение сохранения энергии, позволяет находить температурное поле, используемое для вычисления в последующих итерациях.

3) Задачи РКТ в различных постановках с использованием различных модификаций метода матричной прогонки решались авторами работ [4-7]. В работах [6,7] были рассмотрены задачи РКТ с использованием точных уравнений переноса излучения при произвольном характере индикатрисы рассеяния.

Для решения практических задач в качестве первого приближения можно использовать упрощенную модель решения задачи РКТ в плоском слое нерассеивающей среды, предполагая, что вклад рассеянной энергии мал (область температур 300-500 К). Рассмотрим следующую задачу. Имеется плоский однородный слой вещества (подложка - 1), на которую напылили пленку (граница - 2). Геометрия задачи представлена на рис.1.

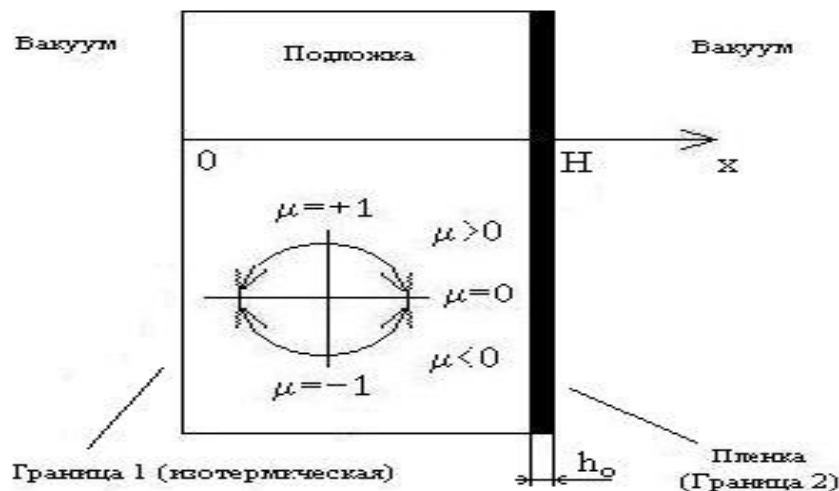


Рис. 1. Геометрия задачи РКТ

Для моделирования нашей задачи рассматривается плоский слой серого излучающего и поглощающего вещества с диффузно отражающими и излучающими границами. Граничная поверхность 1 поддерживается при постоянной температуре T_1 , на границе 2 задан радиационный тепловой поток. Границы имеют степени черноты ε_1 и ε_2 . Соответствующие уравнения и граничные условия примут вид [3]

$$\mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = \frac{n^2 \sigma T^4}{\pi}, \quad (1)$$

$$I(0, \mu) = \varepsilon_1 \frac{n^2 \sigma \Gamma_1^4}{\pi} + 2\rho_1^d \int_0^1 I(0, -\mu') \mu' d\mu', \quad (2)$$

$$I(\tau_0, -\mu) = \varepsilon_2 \frac{n^2 \sigma \Gamma_2^4}{\pi} + 2\rho_2^d \int_0^1 I(\tau_0, \mu') \mu' d\mu', \quad (3)$$

где $\mu = \cos \theta$ - направление между распространением излучения и осью x , $\tau_0 = \int_0^H \alpha(x) dx$ -

оптическая толщина, $\alpha(x) = \alpha_1, 0 < x < H - h_0, \alpha(x) = \alpha_2, H - h_0 < x < H$ - коэффициент поглощения,

H - толщина подложки с напылением, h_0 - толщина напыления, ρ_1^d, ρ_2^d - коэффициенты

диффузного отражения левой и правой границы, n - средний показатель преломления среды.

Формальным решением является (+ прямое направление, - обратное направление)

$$I^+(\tau, \mu) = I^+(0, \mu) e^{-\tau/\mu} + \int_0^{\tau_0} \frac{1}{\mu} \left[\frac{n^2 \sigma \Gamma^4(\tau')}{\pi} \right] e^{-(\tau-\tau')/\mu} d\tau', \quad (4)$$

$$I^-(\tau, \mu) = I^-(\tau_0, \mu) e^{(\tau_0-\tau)/\mu} - \int_0^{\tau_0} \frac{1}{\mu} \left[\frac{n^2 \sigma \Gamma^4(\tau')}{\pi} \right] e^{-(\tau'-\tau)/\mu} d\tau'. \quad (5)$$

Заменим в (5) μ на $-\mu$

$$I^-(\tau, -\mu) = I^-(0, -\mu) e^{-(\tau_0-\tau)/\mu} + \int_0^{\tau_0} \frac{1}{\mu} \left[\frac{n^2 \sigma \Gamma^4(\tau')}{\pi} \right] e^{-(\tau-\tau')/\mu} d\tau'. \quad (6)$$

Подставим в (4) $\tau = \tau_0$, а в (6) $\tau = 0$

$$I^+(\tau_0, \mu) = I^+(0, \mu) e^{-\tau_0/\mu} + \int_0^{\tau_0} \frac{1}{\mu} \left[\frac{n^2 \sigma \Gamma^4(\tau')}{\pi} \right] e^{-(\tau_0-\tau')/\mu} d\tau', \quad (7)$$

$$I^-(0, -\mu) = I^-(0, -\mu) e^{-\tau_0/\mu} + \int_0^{\tau_0} \frac{1}{\mu} \left[\frac{n^2 \sigma \Gamma^4(\tau')}{\pi} \right] e^{\tau'/\mu} d\tau'. \quad (8)$$

Подставляя (7) и (8) в граничные условия (2) и (3), получаем

$$I^+(0) = \frac{a_1 + b_1 a_2}{1 - b_1 b_2}, \quad (9)$$

$$I^-(\tau_0) = \frac{a_2 + b_2 a_1}{1 - b_1 b_2}, \quad (10)$$

$$b_1 = 2\rho_1^d E_3(\tau_0), \quad (11)$$

$$b_2 = 2\rho_2^d E_3(\tau_0), \quad (12)$$

$$a_1 = \varepsilon_1 \frac{n^2 \sigma \Gamma_1^4}{\pi} + 2\rho_1^d \int_0^1 \int_0^{\tau_0} \frac{n^2 \sigma \Gamma^4(\tau')}{\pi} e^{-\tau'/\mu'} d\tau' d\mu', \quad (13)$$

$$a_2 = \varepsilon_2 \frac{n^2 \sigma \Gamma_2^4}{\pi} + 2\rho_2^d \int_0^1 \int_0^{\tau_0} \frac{n^2 \sigma \Gamma^4(\tau')}{\pi} e^{-(\tau_0-\tau')/\mu'} d\tau' d\mu', \quad (14)$$

где $E_3(\tau_0) = \int_0^1 \mu e^{-\tau_0/\mu} d\mu$ - интегро-экспоненциальная функция. (15)

Для определения температуры решается следующая краевая задача

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{c_p \rho} \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial q^{rad}(T(x,t), x)}{\partial x} + \frac{1}{c_p \rho} f, \quad (16)$$

$$T(x,0) = T_0, \quad (17)$$

$$T(0,t) = T_1, \quad (18)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=H} = q^{rad} \Big|_{x=H}, \quad (19)$$

где f – функция, задающая внутренние источники тепла (постоянная).

Алгоритм решения:

1) Решаем уравнение теплопроводности без учета излучения для получения начального распределения температур $T[x, t, 0]$.

2) Определяем $I^+(T[x, t, 0], x, \mu), I^-(T[x, t, 0], x, \mu)$.

3) Определяем $q^{rad}(T[x, n, 0], x) = 2\pi \int_{-1}^{+1} I(T[x, t, 0], x, \mu) d\mu$.

4) Решаем уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T[x, t, 1]}{\partial t} = \frac{\lambda}{c_p \rho} \frac{\partial^2 T[x, t, 1]}{\partial x^2} + \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial q^{rad}(T[x, t, 0], x)}{\partial x} + \frac{1}{c_p \rho} f,$$

$$T[x, 0, 1] = T_0,$$

$$T[0, t, 1] = T_1,$$

$$\lambda \frac{\partial T[x, t, 1]}{\partial x} \Big|_{x=H} = q^{rad}(T[x, t, 0], H).$$

5) По найденному распределению температур определяем новое поле интенсивностей $I^+(T[x, t, 1], x, \mu), I^-(T[x, t, 1], x, \mu)$.

6) Повторяем итерационный процесс до нужной точности.

Численные расчеты были произведены с помощью программы Maple 7. Коэффициент поглощения моделировался двумя функциями: кусочно-линейной и экспоненциальной с большим провисанием. Данные о коэффициенте поглощения взяты по экспериментальным данным из книги [8].

По натуральному коэффициенту поглощения $\kappa(\lambda)$, используя серое приближение, вычислялся коэффициент поглощения:

$$\alpha_{серое} = \frac{1}{\lambda_{верхнее} - \lambda_{нижнее}} \int_{\lambda_{нижнее}}^{\lambda_{верхнее}} \alpha(\lambda) d\lambda = \frac{1}{\lambda_{верхнее} - \lambda_{нижнее}} \int_{\lambda_{нижнее}}^{\lambda_{верхнее}} \frac{4\pi\kappa(\lambda)}{\lambda} d\lambda \quad (21)$$

$$\alpha_{серое} = \frac{1}{\lambda_{верхнее} - \lambda_{нижнее}} \sum_{k=1}^R \frac{4\pi\kappa(\lambda_k)}{\lambda_k} (\lambda_k - \lambda_{k-1}), \quad (20)$$

где R – количество разбиений отрезка длин волн, которые учитываются в расчете поглощения.

Вычисления производились для видов материалов пленки: алюминий и никель.

На рисунках 2,3,4 представлен вид натурального коэффициента поглощения $\kappa(\lambda)$, по которому, используя формулу (20), находится коэффициент поглощения $\alpha_{серое}$, используемый в расчетах.

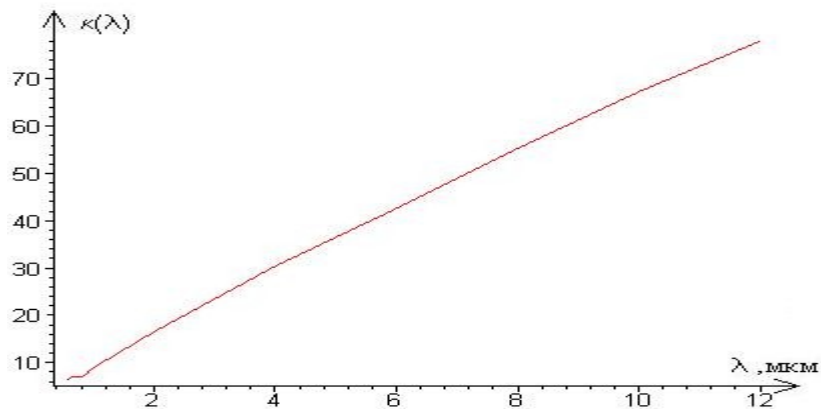


Рис. 2. Вид натурального коэффициента поглощения для алюминия, $\alpha_{серое} = 1095.58$.

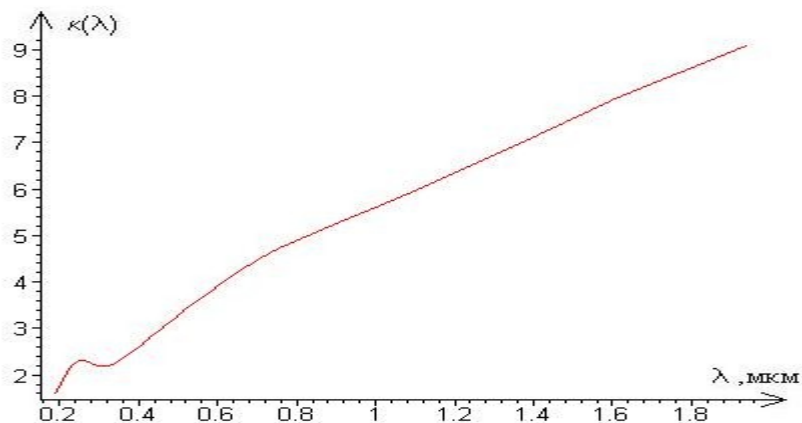


Рис.3. Вид натурального коэффициента поглощения для никеля, $\alpha_{серое} = 126.22$.

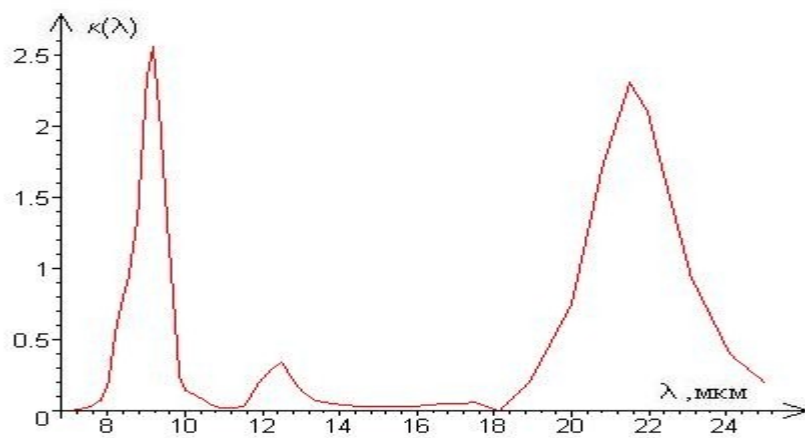


Рис.4. Вид натурального коэффициента поглощения для

подложки из кварцевого стекла, $\alpha_{\text{серое}} = 8.19$.

Коэффициенты поглощения подложки α_1 и пленки α_2 существенно различны $\alpha_1 \ll \alpha_2$.

Для моделирования коэффициента поглощения как функции координаты мы использовали кусочно-линейную аппроксимацию $\alpha(x) = \alpha_1, 0 < x < H - h_0, \alpha(x) = \alpha_2, H - h_0 < x < H$ и экспоненциальную аппроксимацию $\alpha(x) = \alpha_1 + x^z \exp(\ln(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{H^z}) \frac{x}{H})$. Z – параметр вида функции. В численных расчетах непрерывность экспоненциальной функции сказалась на скорости работы программы. Разложение кусочно-линейной функции в ряд Фурье для ускорения процесса вычисления не принесло успеха, так как малое количество членов ряда (< 100-200) дают физически не правильные (отрицательные) значения для коэффициента поглощения. Для случая кусочно-постоянного коэффициента поглощения расчет выполнялся примерно 40 минут. Экспоненциальное же α снижает время расчета до 8-10 минут (вычислительная машина Pentium-4 2.53 ГГц, 512 Мб ОЗУ). На рис. 5 представлен вид кусочно-линейной и экспоненциальной зависимости коэффициента поглощения для толщины напыления $h_0 \sim 31.25 \text{ мкм}$ (при кол-ве разбиений $M=320$) для алюминия.

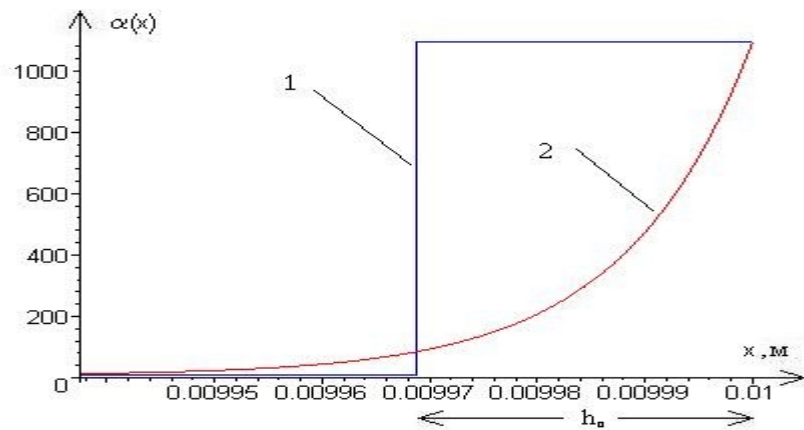


Рис. 5. Вид кусочно-линейной (1) и экспоненциальной (2) ($z=100$) функций поглощения.

Температурные поля и выходящий радиационный поток. Для дальнейших расчетов поля температур в исследуемой пленке и подложке данные были взяты из справочников [8-10].

$$\varepsilon_1 = 0.85, \varepsilon_2 = 0.85, \rho_1^d = 0.08, T_0 = 300 \text{ K}, T_1 = 400 \text{ K}, c_p = 500 \text{ Дж / кг} \cdot \text{K},$$

$$\lambda = 0.74 \text{ Вт / м} \cdot \text{K}, \rho = 2210 \text{ кг / м}^3, n = 1.5, f = 10^7.$$

Время расчета $t = 10$ секунд. Толщина пластины с пленкой $H = 1$ см.

$M=320$ – количество разбиений отрезка по толщине $[0, H]$.

На рис.7.-16 результаты расчетов для $q = 0$, когда решается только уравнение теплопроводности без учета излучения, представлены красным цветом, для $q = 1, 2, 3$, когда решается связанная задача РКТ с использованием одной, двух, трех итераций соответственно, представлены синим, зеленым и черным цветом.

Начальное распределение температур ($t=0$ с.) задано, как показано на рис.6.

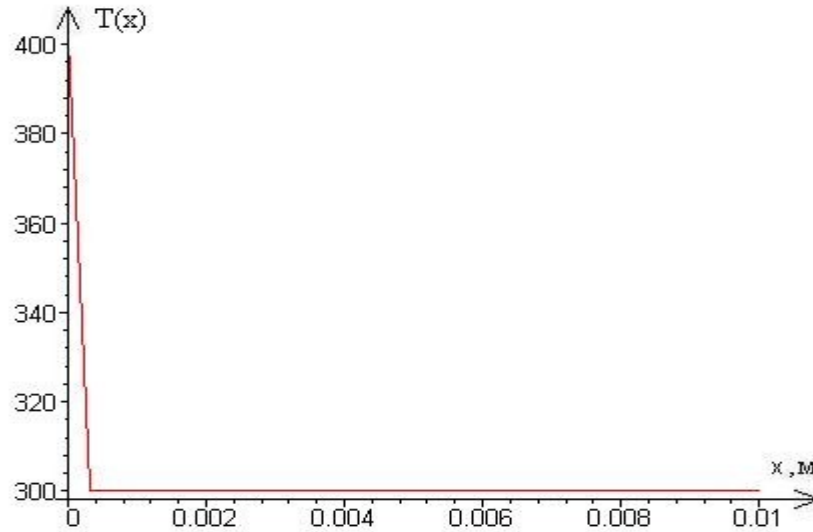


Рис.6 Начальное распределение температур.

Для **алюминия** с использованием кусочно-линейной аппроксимации коэффициента поглощения

$$\alpha(x) := \begin{cases} 8.19 & x < \frac{319}{32000} \\ 1095.58 & \frac{319}{32000} \leq x \end{cases}, \text{ при оптической толщине слоя } \tau_0 = 0.12 \text{ и коэффициенте}$$

диффузного отражения $\rho_2^d = 0.95$ [11] получены распределения температуры по толщине слоя для разных моментов времени, что представлено на рис.7-9.

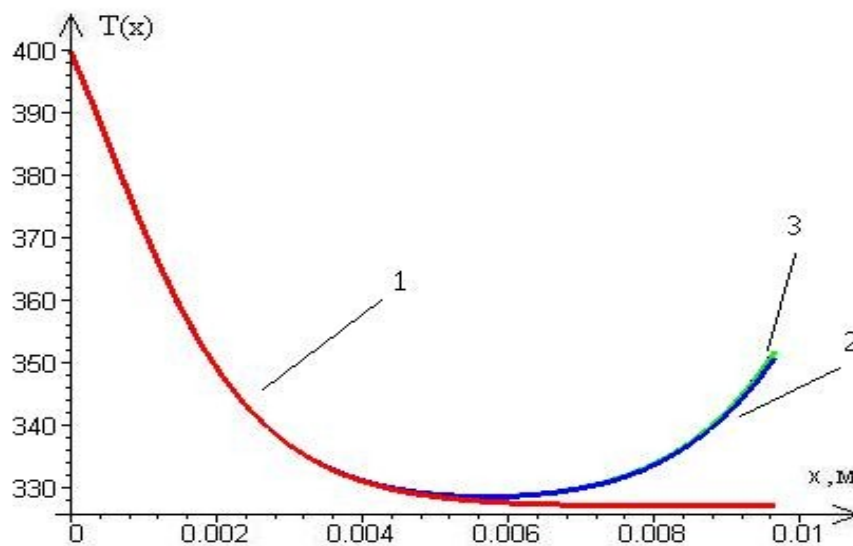


Рис. 7. Температурное поле для алюминия при $t = 3$ с.

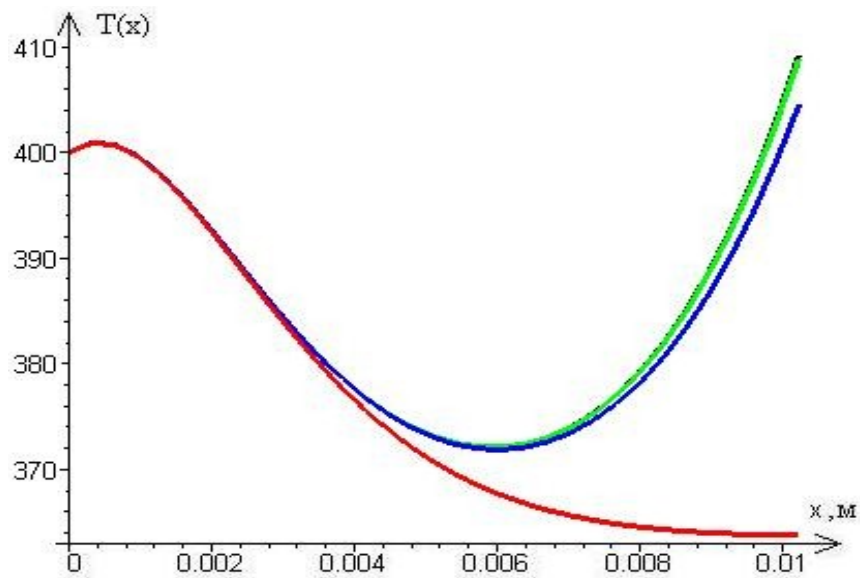


Рис. 8. Температурное поле для алюминия при $t = 7\text{с}$.

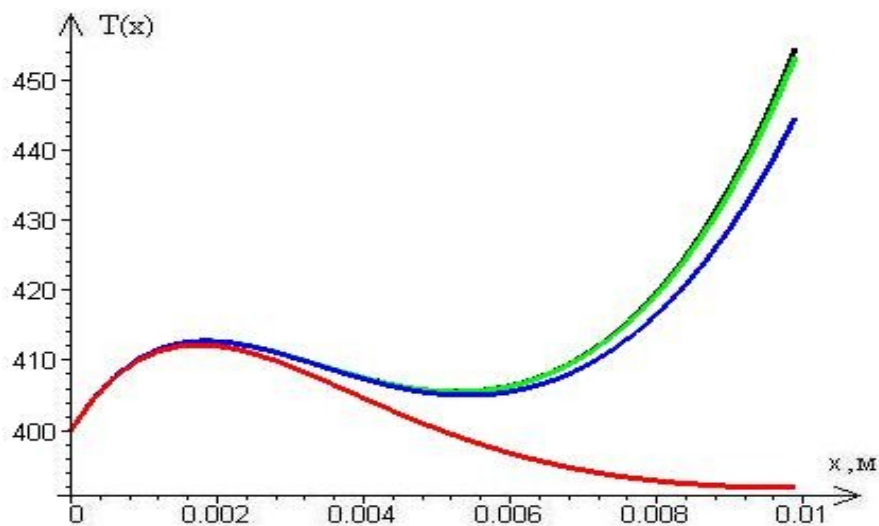


Рис. 9. Температурное поле для алюминия при $t = 10\text{с}$.

Видно что прогрев в слое не равномерный. Температурное поле с учетом лучистого переноса тепла в теле, характерно возрастает на пленке (при $t=10\text{с}$, $T_2 - T_1 \approx 50$). Анализ графиков показывает, что итерационный процесс уже к 4-5 итерации выходит на приближенное решение уравнений РКТ. Сходимость явно зависит от количества разбиений временного интервала, а так же от шага времени.

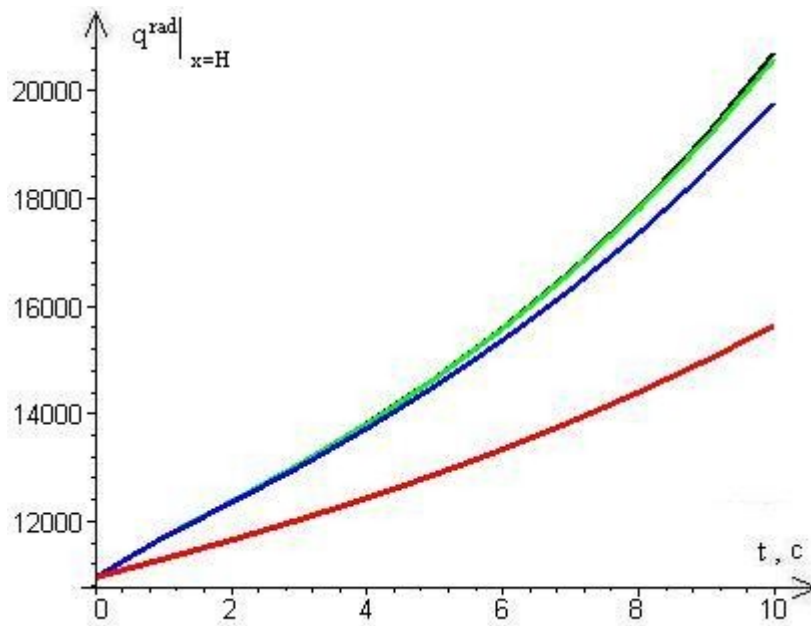


Рис. 10. Зависимость от времени выходящего результирующего радиационного потока с границы пленка-вакуум для алюминия при $x = H$.

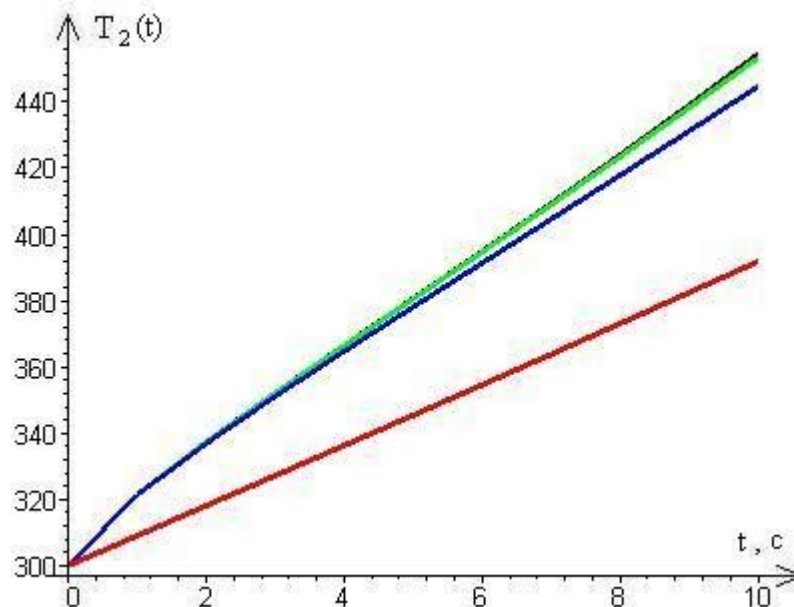


Рис. 11. Динамика нагрева правого неизотермического края $x=N$ для алюминия.

Для **никеля** использовалась функции поглощения экспоненциального вида

$$\alpha(x) := 8.19 + x^{100} e^{(46531.30570x)}, Z=100. \text{ Оптическая толщина } \tau_0 = 0.84,$$

коэффициент диффузного отражения $\rho_2^d = 0.66$ [11].

Температурная динамика для никеля показана на рис.12-14.

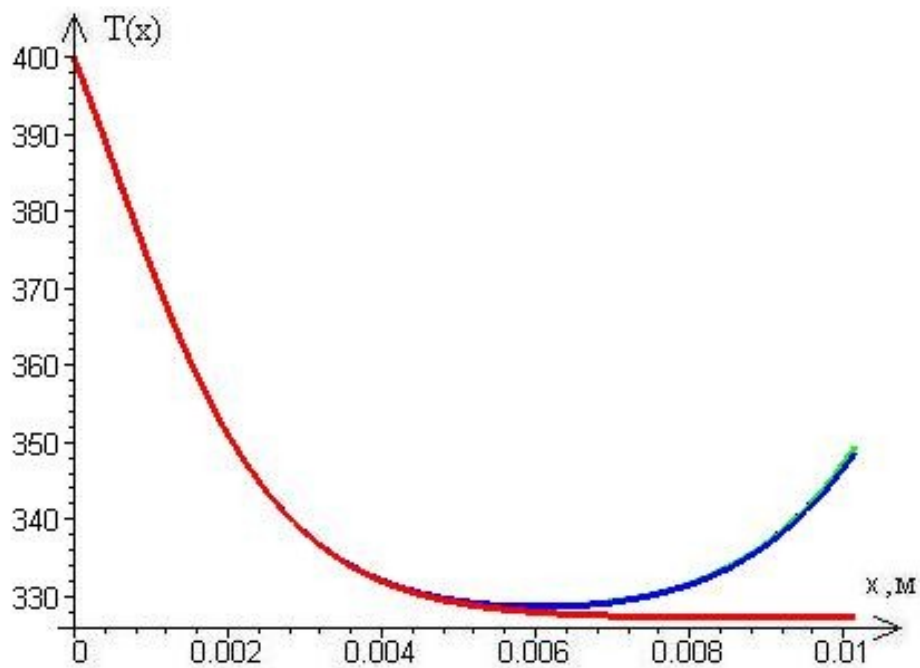


Рис. 12. Температурное поле для никеля при $t = 3$ с.

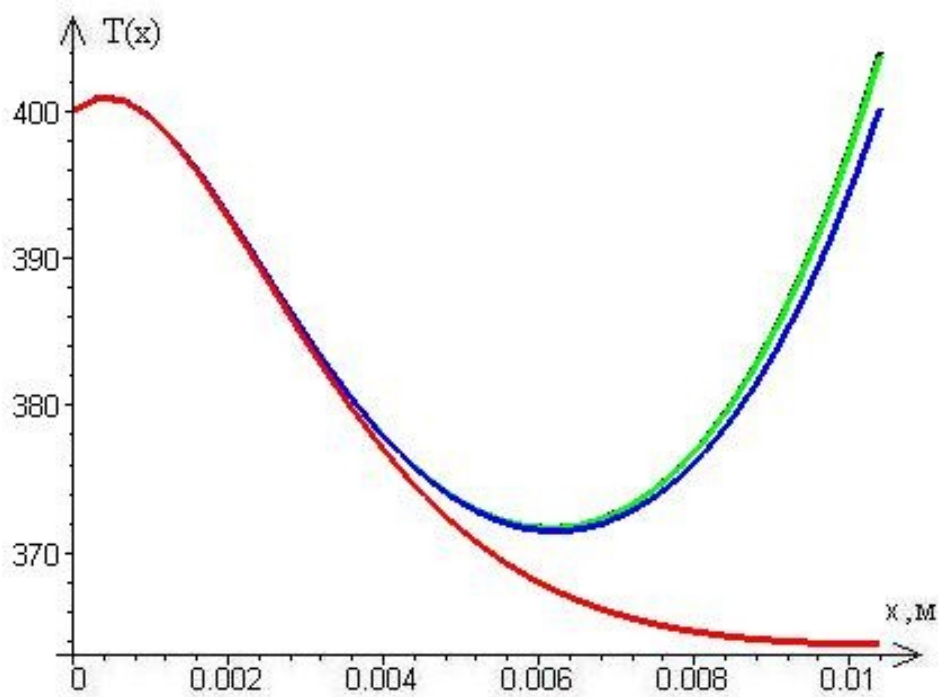


Рис. 13. Температурное поле для никеля при $t = 7$ с.

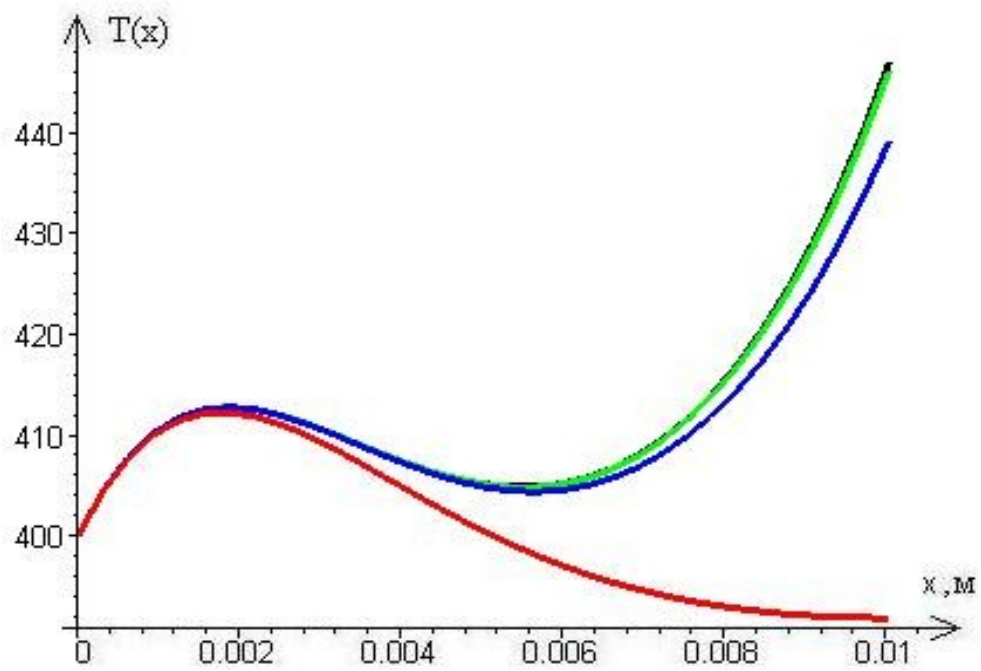


Рис. 14. Температурное поле для никеля при $t=10$ с.

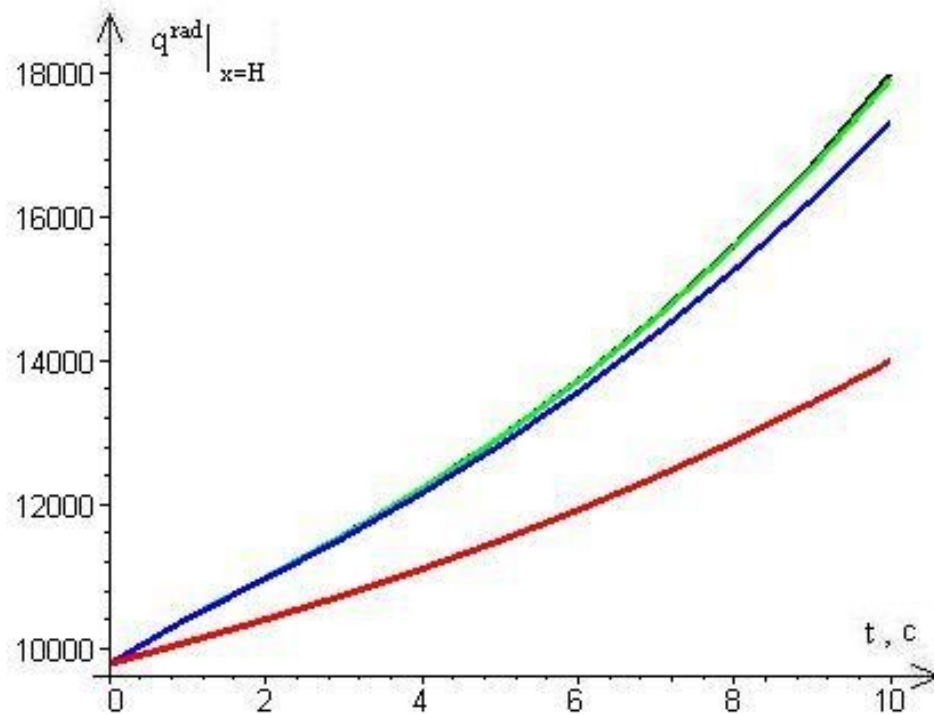


Рис. 15. Зависимость от времени выходящего результирующего радиационного потока с границы пленка-вакуум для никеля при $x = H$

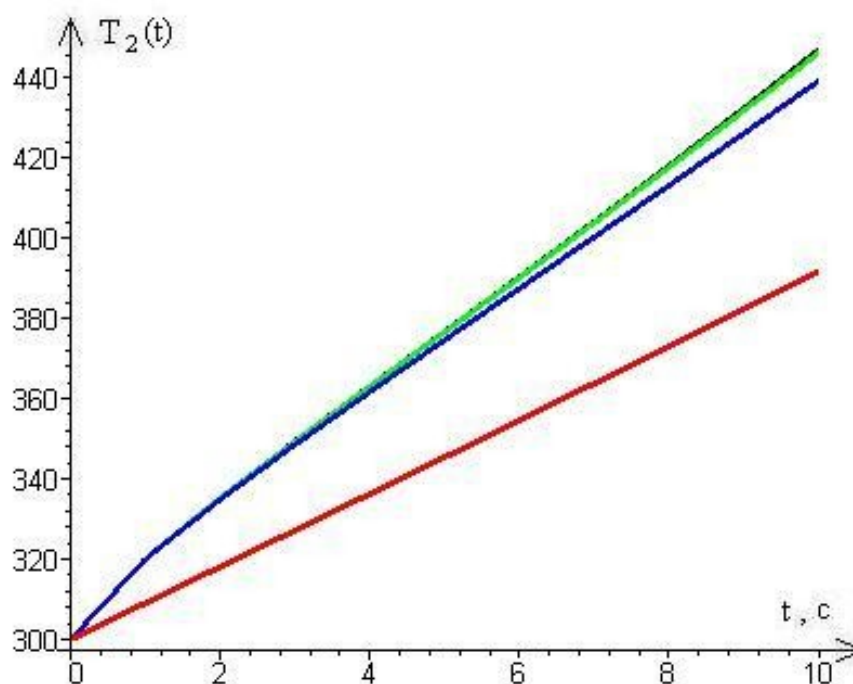


Рис. 16. Динамика нагрева правого неизотермического края $x=N$ для никеля.

Выводы. Даже с принятыми упрощениями видна сложность задачи нахождения решений уравнений РКТ. Выполненный расчет показал, что нанесением тонкой металлической пленки можно влиять на распределение температур в теле и на его радиационные характеристики в целом. Из сравнения рис. 10 и 15, 11 и 16, соответственно, видно, что для никеля выходящий радиационный поток и температура правого края ниже, чем для алюминия. Основной задачей в каждом конкретном случае является выбор материала пленки с нужными коэффициентами поглощения α и отражения ρ . Влияет так же и толщина пленки. Динамика прогрева, зависимость лучистого переноса тепла от коэффициента поглощения, отражения и толщины пленки представляют актуальную задачу, которую авторам предстоит в дальнейшем решать.

Литература

- [1] Резник С.В. Математические модели радиационно-кондуктивного теплообмена в материалах тепловой защиты многоразовых транспортных космических систем. // Инженерно-физический журнал. - 2000, Том 73, №1.- с.11-25.
- [2] Рубцов Н.А. Теплообмен излучением в сплошных средах.- М.: Мир,- 1984.- с.74-77, 85-88.
- [3] Оцисик М.Н. Сложный теплообмен.- М.: Мир,- 1976.- с.295-302.
- [4] Формалев В.Ф.Тепломассоперенос в анизотропных телах. Обзор.//Теплофизика высоких температур. - 2001,т.39, №5.- с.810-832.
- [5].Третьякова О.Н Численные методы математического моделирования задач сложного теплообмена. Деп в ВИНТИ № 6310-В89.-185 с.

[6].Третьякова О.Н. Анализ термонапряженного состояния пластин из технического стекла. Дисс. к.ф.-м.н., М.:1983.-194с.

[7].Липовцев Ю.В, Третьякова О.Н. Конечно-разностное решение одномерной нестационарной задачи радиационно-кондуктивного теплообмена.// Инженерно-физический журнал.-1986, т.51,№ 5.- с.840-847.

[8] Золотарев В.М., Морозов В.Н., Смирнова Е.В., Оптические постоянные природных и технических сред. Справочник. – Л.: Химия, 1984.

[9] Кошкин Н.И. и Ширкевич М.Г. Справочник по элементарной физике. М.:1972,- с.37,74, 85-86.

[10] Прядко А. Журнал “625” Светотехнические материалы. 3/2005.

- <http://rus.625-net.ru/625/2005/01/prjadko.htm>

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Виноградов Владимир Сергеевич, доцент кафедры физики Московского авиационного института (государственного технического университета); к. ф.-м. н.; Телефон: 158-48-24, e-mail: vin42@rambler.ru

Третьякова Ольга Николаевна, профессор кафедры физики Московского авиационного института (государственного технического университета), к. ф.-м. н.; Телефон: 158-86-98, 8(916)542-03-18, e-mail: tretiyakova_olga@mail.ru

Хакимов Дмитрий Викторович, студент факультета “Прикладная математика и физика” Московского авиационного института (государственного технического университета); Телефон: 793-37-65 e-mail: 7933765@mail.ru