

## ОТЗЫВ

на автореферат диссертации До Суань Зоаня: “Структура сжимаемых вихревых течений Күэтта-Тэйлора”, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 — механика жидкости, газа и плазмы.

Область применимости разработанной в конце шестидесятых годов асимптотической теории свободного взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком (B.J. Нейланд, 1968; K. Stewartson, 1969; В.В. Сычев, 1972) была распространена на чрезвычайно широкий спектр процессов и явлений, характеризующихся возникновением вязко-невязких структур на относительно коротких пространственно-временных масштабах. К их числу относятся такие физические феномены и их математическая трактовка, как теория гидродинамической устойчивости, линейная и слабонелинейная стадии ламинарно-турбулентного перехода, резонансные тройки, вихри Гертлера, эволюция и разрушение волновых пакетов, пограничный слой на податливой поверхности, движение в каналах с гибкими стенками и т.д. Асимптотическое описание таких не вполне тривиальных полей течения в рамках концепции свободного взаимодействия существенно опирается на аппарат метода сращиваемых асимптотических разложений, примененный в теории отрыва. Целый ряд математических приемов, используемых в этой теории, а именно, разложение искомого решения уравнений Навье-Стокса в ряды по некоторым малым параметрам (неочевидным заранее комбинациям характерных параметров задачи и отрицательных степеней числа Рейнольдса), а также выделение в поле потока нескольких подобластей с существенно различными свойствами, оказался в значительной мере универсальным и пригодным для исследования процессов и явлений совершенно иной природы. Таким образом, представленная До Суань Зоанем диссертационная работа реализует те возможности, которые открывают асимптотические методы для понимания тонкой структуры течений при больших, а также умеренных числах Рейнольдса. При этом автор привнес собственную интерпретацию большого числа факторов и сопутствующих явлений, влияющих на устойчивость, переход и перестройку гидродинамических полей. Поскольку вынесенная в заглавие диссертации проблема вихревых течений Күэтта-Тэйлора представляет фундаментальный интерес в общей теории движений вязкой жидкости и газа, выбор темы диссертации следует признать безусловно актуальным.

Диссертация состоит из введения и трех глав, основные результаты оформлены в заключительной части работы. Существо рассматриваемого автором круга проблем излагается в первой главе. Здесь следует отметить, что выделение автором в обзоре литературы отдельных этапов в панораме бурно развивающегося процесса возникновения все новых численно-аналитических и физических концепций потери устойчивости (в примерении к течению Күэтта-Тэйлора) представляет определенный интерес. Во всяком случае, в последующих главах диссертант демонстрирует стиль исследований, фокусирующий внимание на физической трактовке изучаемого явления посредством таких параметров, как температура, число Маха и число Рейнольдса. В первой главе также описывается вычислительный инструментарий для построения решений управляющих уравнений.

Во второй главе диссертант обращается к анализу различного рода предельных ситуаций в следующем смысле. Именно, вводятся определенные асимптотические оценки в терминах таких параметров задачи, как размер вихрей, величина зазора между цилиндрами и число Рейнольдса (формирующего вязкую длину). Названные параметры могут быть конечными, большими или малыми (в предельном асимптотическом смысле). Проблемная ситуация состоит в том, чтобы среди огромного разнообразия возможных асимптотических соотношений между параметрами задачи выделить и зафиксировать вполне определенные канонические режимы течения Күэтта-Тэйлора.

До Суань Зоанем предложено решение названной проблемы, то есть классификации возможных режимов, посредством диаграммы, что является важной методологической находкой автора. Во второй главе выписаны управляющие уравнения, которым подчиняются функции течения. В упомянутые уравнения входят два параметра: отношение диффузионных эффектов к инерционным (обратная величина локального числа Рейнольдса) и отношение ширины зазора к длине волны пространственных возмущений (вихрей). Существенным результатом второй главы диссертации является формулировка и решение задачи на собственные значения, возникающей при линейном анализе проблемы неустойчивости течения для одного из режимов.

Весьма поучительным является содержание третьей главы, где даны результаты численного моделирования рассматриваемого вязкого движения. Реализация вычислительных аспектов работы осуществлена автором посредством одного из стандартных пакетов программ. Для нескольких геометрических конфигураций результаты расчетов не только позволили установить такие характеристики, как динамическая картина поля за-вихренности, плотность пар вихрей, их зависимость от угловых скоростей и температур внешнего и внутреннего цилиндров, но и позволили, по существу, получить достаточно полное представление о влиянии всех основных факторов на сложную структуру течения Куттга-Пуазеля.

Переходя к оценке работы До Суань Зоаня в целом, прежде всего необходимо отметить, что изложенные в ней результаты являются новыми. Важность затрагиваемых в работе вопросов определяется исключительной трудностью прямых методов исследования уравнений Навье-Стокса в пределе больших чисел Рейнольдса. Развитая До Суань Зоанем асимптотическая теория открывает нетрадиционный путь преодоления этих трудностей. В то же время отмеченные в диссертации закономерности позволяют дать не только качественные, но и количественные оценки физических параметров, при которых проявляется структурная перестройка общей картины поля течения Куттга-Тэйлора. Отсюда очевидно практическое значение работы. Достоверность основных выводов обеспечена прецизионными вычислительными методиками, а также внутреннее согласование асимптотических и численных подходов.

В качестве замечаний по материалу диссертации можно высказать следующие:

1<sup>o</sup>. На фоне глубокого и далеко идущего асимптотического анализа сложных структур вызывают сожаление, что играющие ключевую роль в асимптотических оценках (1)–(4) на стр.8 параметры  $\chi, \lambda, \epsilon$  не определены в тексте автореферата, что затрудняет восприятие материала. Аналогичное замечание касается встречающихся на протяжении всего текста и вызывающих недоумение обозначениях  $u, z$ , хотя, судя по виду уравнений (5)–(9), автор работает в цилиндрических координатах.

2<sup>o</sup>. Асимптотические соотношения между многочисленными различными малыми параметрами вводятся автором в декларативной форме и неочевидны заранее. В частности, неясно, диктуется ли выбор комбинаций малых параметров существом рассматриваемых задач или являются внутренними предположениями, сужающими классы решений.

3<sup>o</sup>. В задаче на собственные значения для уравнений (15),(16) на стр.11 неясно, относительно какого решения проводится линеаризация, а именно: рассматривается ли устойчивость исходного одномерного течения или устойчивость вторичного течения с возникшей системой вихрей.

4<sup>o</sup>. Уравнения (15),(16) при однородных граничных условиях имеют решение: это тождественный нуль. Ненулевые решения (собственные функции) существуют не при всех значениях параметров и образуют бесконечный (дискретный) спектр. В диссертации не указано, как осуществляется нумерации мод. Поэтому упоминаемые в заключительной части второй главы термины первая и вторая моды нуждаются в определенных пояснениях.

Отмеченные обстоятельства, однако, несущественны и не только не умаляют значение работы До Суань Зоаня, но скорее свидетельствуют своеобразии и содержательности анализируемых автором математических моделей. Предложенный в диссертации подход к описанию сложных полей течения Куэтта-Тэйлора газа представляет интересный пример применения современных асимптотических и численных методов.

Учитывая приведенные выше соображения, считаю, что работа До Суань Зоаня: "Структура сжимаемых вихревых течений Куэтта-Тэйлора" удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 — механика жидкости, газа и плазмы, а ее автор заслуживает присуждения ему искомой ученой степени.

Главный научный сотрудник  
Вычислительного центра им. А.А.Дородницына РАН  
доктор физико-математических наук,  
профессор.....

  
(В.И.Жук)