

АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

Научная статья

УДК 533.6.011.6

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188031>

EDN: <https://www.elibrary.ru/PYNFRJ>



Моделирование тепловых потоков и аэродинамических характеристик с использованием модифицированного метода эффективной длины

Александр Валерьевич Брага^{1✉}, Дмитрий Николаевич Минюшкин²

^{1, 2} Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Российская Федерация

¹ braga.av@phystech.edu[✉], orcid: 0009-0000-3712-0426

² minyushkin.dn@yandex.ru, orcid: 0009-0007-8602-8053

Аннотация. Демонстрируется методика расчета конвективных тепловых потоков и аэродинамических характеристик тел в высокоскоростном потоке на основе модифицированного метода эффективной длины. Метод использует локальные параметры течения на внешней границе пограничного слоя, а предыстория обтекания учитывается через интегральные величины вдоль линий тока. У реальных изделий поверхность не является идеально гладкой, поэтому при практическом моделировании силового и теплового воздействия необходимо учитывать шероховатость поверхности. Существуют методы охлаждения через вдув в пограничный слой, что также необходимо учитывать при расчетах тепловых потоков. В рамках данной работы введены модели влияния шероховатости и вдува на теплообмен и ламинарно-турбулентный переход. Проведена валидация расчета аэродинамических характеристик при высокоскоростном обтекании сферы. Представлено исследование влияния длины тела на вклад коэффициента сопротивления трения в общий коэффициент сопротивления. Предложенный подход обеспечивает инженерную точность при существенно меньших вычислительных затратах по сравнению с прямым моделированием теплообмена в пограничном слое.

Ключевые слова: метод эффективной длины, ламинарно-турбулентный переход, аэродинамические коэффициенты, высокоскоростное обтекание

Для цитирования: Брага А.В., Минюшкин Д.Н. Моделирование тепловых потоков и аэродинамических характеристик с использованием модифицированного метода эффективной длины // Вестник Московского авиационного института. 2026. Т. 33. № 2. С. 7–17. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188031>

AERONAUTICAL AND SPACE-ROCKET ENGINEERING

Original article

Modeling Heat Fluxes and Aerodynamic Characteristics with Modified Effective Length Method

Aleksandr V. Braga¹✉, Dmitry N. Minyushkin²

^{1, 2} Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Moscow, Russian Federation

¹braga.av@phystech.edu✉, orcid: 0009-0000-3712-0426

²minyushkin.dn@yandex.ru, orcid: 0009-0007-8602-8053

Abstract

The article presents further development of the modified effective length method intended for engineering estimation of convective heat transfer and aerodynamic characteristics of bodies in the high-speed flow. The proposed approach is stipulated by the need for computationally efficient methods capable of providing engineering-level estimates of the surface thermal loads and force coefficients at the preliminary design stage, when direct numerical resolution of the boundary layer over the entire body surface remains excessively expensive. In contrast to conventional high-fidelity simulations, the method uses local flow parameters at the outer edge of the boundary layer and supplements them with integral characteristics describing the flow prehistory along streamlines. Such a formulation allows retaining principal physical regularities while significantly reducing computational cost.

The existing scheme is being developed in this work in several important directions. Firstly, the modified effective length method is being generalized from the convective heat fluxes calculation to the aerodynamic coefficients computing, including the separate accounting for the pressure drag and skin-friction drag. Secondly, engineering models accounting for the surface roughness and wall blowing-in are incorporated into the heat-transfer and transition calculations. Thirdly, allowance is made for this effect impact on the laminar-to-turbulence transition by the criterion based on the Reynolds number, defined with respect to the momentum thickness. This formulation allows introducing conjoint action of roughness and blow-in in physically ostensive and computationally convenient form.

Numerical realization combines two strategies for computing integral characteristics, which are included in this method. In the stagnation area, integration is being performed along the reconstructed streamlines on an auxiliary surface, whereas outside this area the required quantities are being recovered by solving a boundary-value problem over the flow field. This hybrid procedure allows avoiding explicit tracing of streamlines over the full surface and improves the method robustness for the bodies of arbitrary geometry. Extra relationships for estimating the boundary-layer thickness, momentum thickness, heat-transfer coefficients in laminar and turbulent regimes, and wall shear stress through a Reynolds analogy-based closure are being introduced.

The developed approach capabilities are being demonstrated on several representative test cases. For a sphere in high-speed flow, the method yields satisfactory agreement for laminar heat-transfer distributions and acceptable agreement for aerodynamic coefficients with reference data. Parametric calculations demonstrate that increasing surface roughness intensifies heat transfer and shifts the laminar-to-turbulent transition toward the upstream region. Blow-in, in its turn, reduces the heat flux in the laminar part of the boundary layer, while shifting transition upstream under the adopted engineering model. The method was applied as well to the cylinders with rounded leading edges, for which satisfactory agreement with reference heat-transfer distributions was obtained. Separate analysis of cylinders with different length-to-diameter ratios reveals that the skin-friction drag contribution to the total drag coefficient increases monotonically with body elongation and should be accounted for in the elongated configurations. Finally, the algorithm was demonstrated for a meteor body of a complex shape, illustrating its applicability to the three-dimensional configurations characteristic to the atmospheric entry problems.

The obtained results indicate that the modified effective length method may be used as an engineering tool for the joint estimate of both thermal and aerodynamic loads on the bodies of complex shape under the high-speed flow conditions. Its main advantage lies in the combination of moderate computational cost, physical interpretability, and sufficient engineering accuracy for parametric studies and preliminary design applications.

Keywords: effective length method, laminar-to-turbulent transition, aerodynamic coefficients, high-speed flow-around

For citation: Braga A.V., Minyushkin D.N. Modeling Heat Fluxes and Aerodynamic Characteristics with Modified Effective Length Method. *Aerospace MAI Journal*. 2026;33(2):7-17. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188031>

List of Figures

- Fig. 1. Relative heat transfer coefficients distribution: 1 – modified effective length method; 2 – data [14]
Fig. 2. Total relative heat transfer coefficients distribution over the sphere surface depending on the roughness value
Fig. 3. Relative heat transfer coefficients distribution depending on the blow-in value
Fig. 4. Total relative heat transfer coefficients distribution depending on the blow-in value
Fig. 5. Heat fluxes distribution for the cylinders with various rounding: 1 – modified effective length method; 2 – experimental data [14]
Fig. 6. Boundary layer thickness distribution for the Juno meteor body for different currents

List of Tables

- Table 1. Dependence of the resistance coefficients on the roughness value
Table 2. Dependence of friction resistance coefficient contribution to the total resistance coefficient on the length to radius ratio

Введение

Для проектирования высокоскоростных и спускаемых летательных аппаратов необходимо оценивать тепловые нагрузки и аэродинамические сопротивления. Тепловые потоки определяют требования к теплозащите, допустимым температурным режимам конструкции и материала, тогда как аэродинамические коэффициенты определяют силовое воздействие потока, баллистические характеристики и энергетические затраты полета [1–3].

В настоящее время продолжается развитие приближенных методов оценки теплообмена в высокоскоростных течениях. Предлагаются подходы к расчету параметров теплообмена на поверхности летательных аппаратов с применением современных методов обработки данных, метода эффективной длины для расчета конвективного нагрева тел сложной формы, а также рассматривается связь коэффициентов теплообмена и трения через аналогию Рейнольдса в пограничном слое с внешними воздействиями [2–6]. Эти исследования показывают, что использование параметров течения на внешней границе пограничного слоя и интегральных характеристик предыстории обтекания является перспективной основой для построения быстрых инженерных алгоритмов.

Существенное внимание в настоящее время привлекает проблема определения ламинарно-турбулентного перехода и устойчивости. В работах [7–13] рассматриваются различные факторы, влияющие на структуру и устойчивость пограничного слоя, такие как шероховатость поверхности и вдув. Показано, что изменение характеристик пристеночного течения под действием указанных факто-

ров может приводить к смещению области перехода и изменению интенсивности теплообмена.

Целью данной работы является развитие ранее представленного модифицированного метода эффективной длины для расчета не только конвективных тепловых потоков, но и аэродинамических характеристик тел в высокоскоростном потоке с учетом шероховатости поверхности, вдува и ламинарно-турбулентного перехода [4].

Практическая важность работы определяется возможностью быстрого расчета тепловых и силовых характеристик тел произвольной формы на этапах предварительного проектирования и параметрических исследований без прямого разрешения пограничного слоя.

Валидация метода проведена на задачах обтекания сферы и цилиндров с закругленной кромкой, показано влияние шероховатости и вдува на теплообмен и ламинарно-турбулентный переход, а также исследовано влияние геометрии тела на вклад коэффициента сопротивления трения в общий коэффициент сопротивления.

1. Модифицированный метод эффективной длины

Моделирование конвективных тепловых потоков основывается на модифицированном методе эффективной длины [4, 14]. Метод опирается на предположение, что локальный тепловой поток на поверхности определяется параметрами внешнего потока на границе пограничного слоя и интегральной «предысторией» обтекания. Тем самым анализ течения над произвольным элементом поверхности сводится к эквивалентной задаче обтекания плоской пластины, для которой коэффициент теплообмена выражается как функция параметров на внешней границе

пограничного слоя. Отличительной особенностью используемой реализации является комбинированный расчет интегральных величин [5]: в области растекания выполняется интегрирование вдоль построенных линий тока, а вне области растекания интегралы восстанавливаются решением краевой задачи по полю течения. Данный подход позволяет сократить время расчета благодаря отсутствию необходимости построения каждой линии тока и сделать расчет сквозным и устойчивым на телах произвольной формы.

В общем случае конвективный тепловой поток рассчитывается по формуле:

$$q_w = \left(\frac{\alpha}{C_p} \right)_i (H_{ei} - h_w); H_{ei} = h_\delta + \frac{1}{2} \text{Pr}^\kappa U_\delta^2, \quad (1)$$

где α/C_p – коэффициент теплообмена для ламинарного ($i = l$) и турбулентного ($i = t$) течений, $1/(\text{м}^2\text{с})$; H_e – определяющая энтальпия, $\text{м}^2/\text{с}^2$; h – энтальпия; нижний индекс w характеризует параметр на стенке, нижний индекс δ характеризует параметр на внешней границе пограничного слоя; Pr – число Прандтля; κ – показатель степени, зависящий от режима течения: при ламинарном течении $\kappa = 1$, при турбулентном течении $\kappa = 1/3$; U – модуль скорости, м/с .

Коэффициенты теплообмена вычисляются согласно формулам [14]:

$$\left(\frac{\alpha}{C_p} \right)_l = 0,332 \text{Pr}^{-\frac{2}{3}} \frac{r_{eff} \rho_* \mu_* U_\delta (H_{el} - h_w)^2}{z_l^{0,5}}; \quad (2)$$

$$\left(\frac{\alpha}{C_p} \right)_t = 0,0296 \text{Pr}^{-0,6} \frac{r_{eff}^{0,25} \rho_* \mu_*^{0,25} U_\delta (H_{et} - h_w)^{1,25}}{z_t^{0,2}},$$

где r_{eff} – радиус эквивалентного осесимметричного тела, м ; z_i – интеграл предыстории, то есть значение интеграла вдоль линии тока; ρ_* , μ_* – плотность (кг/м^3) и вязкость ($\text{Па} \cdot \text{с}$) при эккертовской энтальпии [14]:

$$h_* = 0,5h_w + 0,22H_e + 0,28h_\delta. \quad (3)$$

В модифицированном методе эффективной длины используется комбинация двух подходов: в области растекания производится численное интегрирование вдоль линий тока, построенных на эллиптическом параболоиде, который описывает область, а вне области растекания решается краевая задача через интегрирование по полю на основе решения дифференциальных уравнений [5]

$$\text{div}(z_i e) - z_i \text{div}(e) = B_i, \quad (4)$$

где e – вектор направления потока; функции B_i вычисляются по формулам:

$$B_l = r_{eff}^2 \rho_* \mu_* U_\delta (H_{el} - h_w)^2; \quad (5)$$

$$B_t = r_{eff}^{1,25} \rho_* \mu_*^{0,25} U_\delta (H_{et} - h_w)^{1,25}.$$

Перед решением краевой задачи для дифференциальных уравнений обрабатывается область растекания с целью получения значений интегралов для дальнейшего решения краевой задачи за пределами этой области. Для этого в области растекания строится эллиптический параболоид, на который интерполируются поля, и производится построение линий тока, а затем интегрирование вдоль них. После получения значений z_i рассчитывается ламинарный коэффициент теплообмена по формуле [15]

$$\left(\frac{\alpha}{C_p} \right)_l = 0,737 \cdot \left(1 + \frac{T_w}{T} \right)^{-0,15} \times$$

$$\times \sqrt{1 + 0,16 \cdot \left(1 + \frac{T_w}{T} \right)} \cdot \sqrt{\mu \rho \beta \text{Pr}}^{\frac{2}{3}}, \quad (6)$$

где T – температура, К ; β – коэффициент пропорциональности скорости, который рассчитывается по формуле [4]

$$\beta = \frac{2\sqrt{ab}}{1 + 4b^2(y - y_0)^2 + 4a^2(z - z_0)^2} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{2RT}{M} \left(1 - \frac{p_\infty}{p} \right)}, \quad (7)$$

где a , b – параметры параболоида; y , z – координаты центров поверхностных элементов в области растекания, м ; y_0 , z_0 – координаты точки растекания, м ; R – универсальная газовая постоянная, $\text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$; M – молярная масса газа, г/моль ; p_∞ – давление набегающего потока, Па .

Формула для турбулентного коэффициента теплообмена совпадает с формулой (2).

2. Параметры пограничного слоя

Вблизи поверхности любого обтекаемого объекта формируется пограничный слой – область течения, в которой из-за вязкости скорость изменяется от нулевого значения на стенке до скорости внешнего потока. Для инженерных оценок удобны интегральные характеристики пограничного слоя: толщина в метрах и толщина потери импульса в метрах.

Толщина ламинарного и толщина турбулентного пограничного слоя для сжимаемого потока вычисляются по приближенным зависимостям [16]:

$$\begin{aligned}\delta_l &= 4,64 \operatorname{Re}_{\text{эф}}^{-0,5} x_{\text{эф}} \left(1 + 0,72r \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{0,85}; \\ \delta_t &= 0,37 \operatorname{Re}_{\text{эф}}^{-0,2} x_{\text{эф}} \left(1 + 0,72r \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{0,85}.\end{aligned}\quad (8)$$

Здесь $r \approx 0,88$; $\gamma = 1,4$ — показатель адиабаты; M — число Маха; $\operatorname{Re}_{\text{эф}}$ — эффективное число Рейнольдса и $x_{\text{эф}}$ — эффективная длина в метрах, определяемые по параметрам потока по формулам [14, 16]

$$\operatorname{Re}_{\text{эф}} = \frac{\rho_{\delta} U_{\delta}}{\mu_{\delta}}; \quad x_{\text{эф}i} = \frac{z_i}{B_i}.\quad (9)$$

Для дальнейших расчетов вводится толщина потери импульса θ , которая характеризует уменьшение массового расхода во внешнем потоке из-за торможения газа в пограничном слое. В рамках принятых приближений θ рассчитывается по формулам [16]:

$$\theta_l = \frac{0,14\delta_l}{1 + 0,72r \frac{\gamma-1}{2} M_{\delta}^2}; \quad \theta_t = \frac{0,097\delta_t}{1 + 0,72r \frac{\gamma-1}{2} M_{\delta}^2}.\quad (10)$$

Толщина вытеснения используется при вычислении интегральных величин метода эффективной длины и в критерии ламинарно-турбулентного перехода.

3. Модели шероховатости и вдува

Реальная поверхность летательного аппарата отличается от гладкой: технологическая шероховатость, стыки панелей и локальные дефекты влияют на структуру пограничного слоя. Как правило, шероховатость приводит к увеличению коэффициента теплообмена и сопротивления трения, а также может инициировать более ранний ламинарно-турбулентный переход [17]. В настоящей работе шероховатость учитывается через эквивалентную высоту шероховатости k в метрах, на основе которой вводится коэффициент усиления теплового потока $F_{\text{ш}}$, характеризующий отношение теплового потока на шероховатой поверхности к его значению на гладкой поверхности:

$$q_{wi} = F_{\text{ш}i} q_{wi}^0.\quad (11)$$

В качестве инженерной модели усиления теплообмена используется корреляция, в которой $F_{\text{ш}}$ задается отдельно для ламинарного и турбулентного режимов и зависит от и локальных параметров пограничного слоя. В ламинарном режиме коэффициент усиления теплообмена из-за шероховатости $F_{\text{ш}}$ вычисляется по формуле [14]

$$\begin{aligned}F_{\text{ш}l} &= \begin{cases} 3,01 \lg(\eta_l) + 23,1 \eta_l^{-0,606} - 6,27, & \eta_l > 50; \\ 1, & \eta_l \leq 50; \end{cases} \\ \eta_l &= \frac{k}{\theta_0} \left(\frac{\rho_{\infty} U_{\infty} r_{\text{эф},\text{max}}}{\mu_0} \right)^{0,2},\end{aligned}\quad (12)$$

где θ_0 — толщина потери импульса на гладкой поверхности; $r_{\text{эф},\text{max}}$ — максимальный радиус эквивалентного осесимметричного тела; μ_0 — вязкость газа за прямым скачком уплотнения.

В турбулентном режиме коэффициент усиления теплообмена из-за шероховатости вычисляется по формуле [14]

$$\begin{aligned}F_{\text{ш}t} &= \begin{cases} 1, & \eta_t \leq 10; \\ 1 + \frac{2}{3} \lg \frac{\eta_t}{10}, & 10 < \eta_t < 10^4; \\ 3, & \eta_t \geq 10^4; \end{cases} \\ \eta_t &= \frac{k}{\mu_{\delta}} \sqrt{\rho_{\delta} \mu_{\delta}} \left(\frac{\alpha}{C_p} \right)_t \left(\frac{h_{\delta}}{h_w} \right)^{1,3}.\end{aligned}\quad (13)$$

Для учета вдува используется безразмерный параметр G_w , характеризующий изменение толщины потери импульса θ_l . В дальнейшем G_w определяется через кубический полином по формуле [14]

$$G_w(B) = 1 + 0,305B + 0,045B^3; \quad B = \frac{\dot{m}}{\left(\frac{\alpha}{C_p} \right)_l},\quad (14)$$

где $\dot{m}$ — относительная величина вдува; $(\alpha/C_p)_l^0$ — коэффициент ламинарного теплообмена при отсутствии вдува.

Влияние вдува на тепловые потоки учитывается по формулам [14]:

$$\frac{q_{wl}}{q_{wl}^0} = 1 - 0,68B + 0,06B^2; \quad B = \frac{\dot{m}}{\left(\frac{\alpha}{C_p} \right)_l},\quad (15)$$

$$\frac{q_{wt}}{q_{wt}^0} = \sqrt{1 + \frac{1}{4} B^2} - \frac{1}{2} B; \quad B = \frac{\dot{m}}{\left(\frac{\alpha}{C_p} \right)_l}.\quad (16)$$

Используемые зависимости применимы при малых и умеренных значениях G_w и предполагают однородный вдув по элементу поверхности; для локальных струйных систем охлаждения требуется отдельная модель.

4. Моделирование ламинарно-турбулентного перехода

В инженерных методах расчета гиперзвукового теплообмена местоположение области перехода удобно задавать через критерий, основанный на числе Рейнольдса, по толщине потери импульса, поскольку этот параметр интегрально учитывает развитие пограничного слоя вдоль поверхности. Такой подход позволяет естественным образом включать в критерий перехода поправки на шероховатость и вдув, изменяющие структуру пристеночного течения и интенсивность переноса [14, 18].

Местоположение области ламинарно-турбулентного перехода существенно влияет как на тепловой поток, так и на сопротивление трения [18]. В данной работе переход задается по числу Рейнольдса, основанному на толщине потери импульса. Переход начинается при выполнении условия:

$$\text{Re}_\theta \geq \text{Re}_\theta^- \quad (17)$$

Влияние шероховатости учитывается через поправку к критическому значению Re_θ^- по формуле [14]

$$\text{Re}_\theta \geq \text{Re}_\theta^- \cdot z^{-0,7}; \quad z = \frac{k}{\theta_{\text{гл}}} \left(\frac{T_\delta}{T_w} \right). \quad (18)$$

Вдув способен изменять устойчивость и структуру пограничного слоя, тем самым он влияет на местоположение области перехода. Эффект учитывается через множитель G_w к критическому значению

$$\text{Re}_\theta \geq \text{Re}_{\theta, \text{cr}}^- \cdot G_w^{-1}. \quad (19)$$

Совместное влияние шероховатости и вдува учитывается мультипликативно, то есть критическое число начала перехода $\text{Re}_{\theta, \text{cr}}$ представимо в виде [14]:

$$\text{Re}_\theta \geq \text{Re}_{\theta, \text{cr}}^- \cdot z^{-0,7} \cdot G_w^{-1}. \quad (20)$$

Такое представление удобно для инженерного расчета и позволяет отдельно анализировать вклад каждого фактора.

Переход определяется после пересчета критического диапазона чисел Рейнольдса по формуле [4]:

$$\Gamma = \begin{cases} 0, & \text{Re}_\theta \leq \text{Re}_\theta^-; \\ \frac{\text{Re}_\theta - \text{Re}_\theta^-}{\text{Re}_\theta^+ - \text{Re}_\theta^-}, & \text{Re}_\theta \in (\text{Re}_{\theta, \text{cr}}^-, \text{Re}_{\theta, \text{cr}}^+); \\ 1, & \text{Re}_\theta \geq \text{Re}_{\theta, \text{cr}}^+, \end{cases} \quad (21)$$

где $\text{Re}_{\theta, \text{cr}}^+$ — число Рейнольдса, при превышении которого ламинарно-турбулентный переход заканчивается и течение становится полностью турбулентным.

5. Расчет аэродинамических характеристик

Аэродинамические характеристики рассматриваются в виде безразмерных коэффициентов, получаемых интегрированием давления и касательных напряжений по поверхности тела. Полная аэродинамическая сила представляется суммой силы давления (нормальная составляющая) и силы вязкого трения (касательная составляющая) по формуле

$$F = \frac{1}{0,5 S_{\text{ref}} \rho_\infty U_\infty^2} \iint_S (-p \vec{n} + \vec{\tau}_w) dS, \quad (22)$$

где ρ_∞ , U_∞ — начальные плотность и скорость; $\vec{n}$ — внешняя единичная нормаль; $\vec{\tau}$ — вектор касательных напряжений на стенке, Па; S_{ref} — площадь миделева сечения, м²:

$$S_{\text{ref}} = \sum_i S_i (\vec{n} \vec{b}), \quad (23)$$

где S_i — площадь i -го элемента поверхности; $\vec{b}$ — направление набегающего потока.

Коэффициент продольной силы (сопротивления) определяется как [19]

$$C_x = \frac{F_x}{0,5 S_{\text{ref}} \rho_\infty U_\infty^2}, \quad (24)$$

где ось x направлена по набегающему потоку.

Удобно представлять вклад давления и вклад трения отдельно:

$$C_x = C_{x,p} + C_{x,\tau}. \quad (25)$$

В дискретной форме для поверхностной сетки расчет выполняется суммированием по элементам i :

$$C_x = \frac{1}{0,5 S_{\text{ref}} \rho_\infty U_\infty^2} \sum_i (-p_i n_i + \tau_{w,i}) b_x S_i. \quad (26)$$

Касательные напряжения на стенке $\tau_{w,i}$ могут быть получены из аналогии Рейнольдса [16]:

$$\tau_w = \frac{\left(\frac{\alpha}{C_p} \right) \text{Pr}^{\frac{2}{3}}}{\rho U}. \quad (27)$$

Коэффициент сопротивления трения:

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho_\infty U_\infty^2}. \quad (28)$$

Расчет сферы

Рассмотрено обтекание сферы при числе Маха $M_\infty = 6$ и числе Рейнольдса $\text{Re}_\infty = 5,75 \cdot 10^6$. Расчет выполнялся при температуре стенки $T_w = 891$ К, полиномиальная термодинамическая модель с коэффициентами для воздуха. На рис. 1 представлено

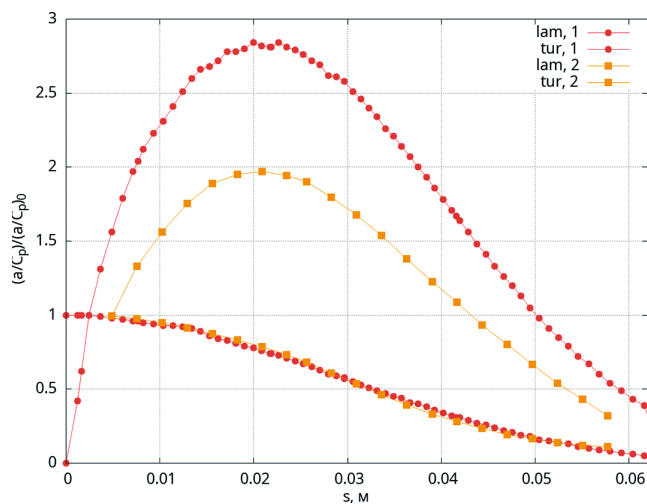


Рис. 1. Распределение относительных коэффициентов теплообмена: 1 — модифицированный метод эффективной длины; 2 — данные [14]

распределение полученных относительных коэффициентов теплообмена и их сравнение с данными из [14].

На рис. 1 видно, что ламинарные тепловые потоки совпадают, а турбулентные завышены, что не является критичным в инженерных расчетах в силу заложенной в метод эффективной длины ошибки.

Для демонстрации влияния шероховатости и критерия перехода выполнялась серия расчетов со значениями шероховатости $k = \{0,002; 0,018; 1,000\}$ мм и анализировалось смещение области перехода по поверхности. Распределение относительных коэффициентов теплообмена представлено на рис. 2.

На рис. 2 видно, что при увеличении шероховатости ламинарно-турбулентный переход смещается влево, то есть ускоряется; кроме того, усиливается

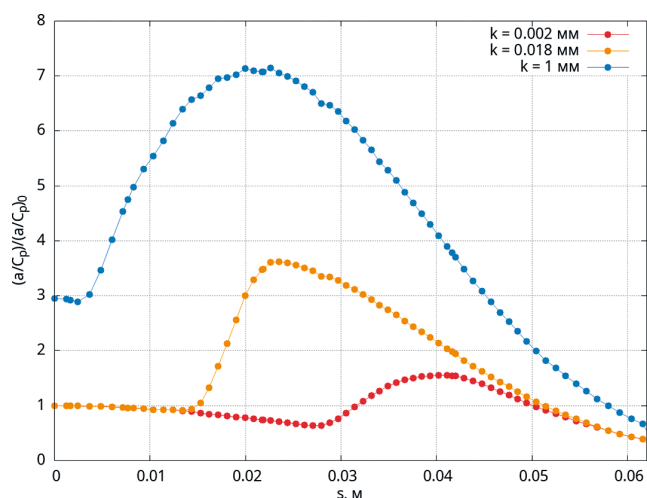


Рис. 2. Распределение полных относительных коэффициентов теплообмена по поверхности сферы в зависимости от значения шероховатости

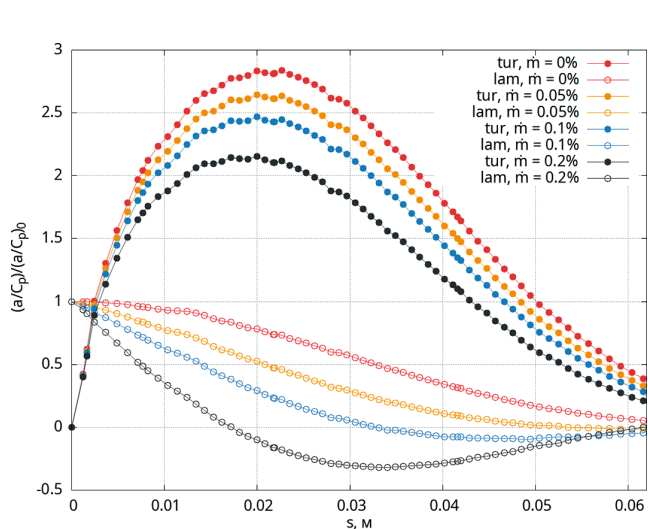


Рис. 3. Распределение относительных коэффициентов теплообмена в зависимости от величины вдува

тепловый поток.

Для демонстрации влияния вдува на теплообмен были проведены расчеты с $\dot{m} = \{0.05\%; 0.1\%; 0.2\%\}$. Результаты представлены на рис. 3.

На рис. 3 наблюдается уменьшение тепловых потоков при увеличении величины вдува. При этом важно отметить, что ламинарный тепловой поток убывает быстрее и уходит в отрицательные значения.

На рис. 4 представлен полный относительный тепловой поток для демонстрации влияния вдува на ламинарно-турбулентный переход.

На рис. 4 видно, что при увеличении вдува относительный тепловой поток уменьшается в ламинарной области и увеличивается в турбулентной из-за ускорения ламинарно-турбулентного перехода.

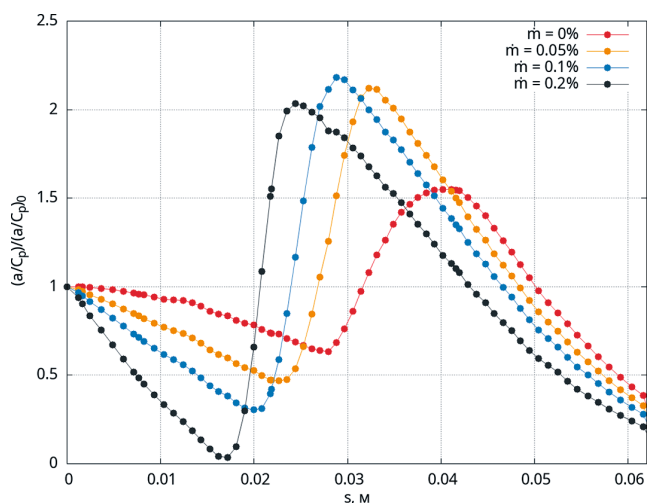


Рис. 4. Распределение полных относительных коэффициентов теплообмена в зависимости от величины вдува

Таблица 1. Зависимость коэффициентов сопротивления от шероховатости

$k, \text{мм}$	0,002	0,018	1,000
C_x	0,917	0,917	0,919
$C_t, 10^{-3}$	—	0,947	2,678

В данном расчетном случае получены значения $C_x = 0,919$ и $C_t = 9,47 \cdot 10^{-4}$, что хорошо согласуется с экспериментальными данными $C_x = 0,918$, приведенными в [20]. Относительная ошибка равна 0.11%. В табл. 1 представлены зависимости коэффициентов C_x и C_t от шероховатости.

Применяемая инженерная методика учета вдува приводит к тому, что ламинарный тепловой поток может быть отрицательным, что ясно из уравнения (15). В связи с этим в настоящей работе область применимости модели ограничивается диапазоном значений вдува, при которых ламинарный тепловой поток не становится отрицательным, а при вычислении коэффициента сопротивления трения вводится ограничение снизу нулем, предотвращающее возникновение нефизичных значений.

Расчет цилиндров

Были проведены расчеты обтекания цилиндров с различным закруглением кромок, радиус цилиндра $R = 1$ м, длина цилиндра $L = 2$ м. В первом случае радиус закругления $r = 0,25R$, во втором $r = 0,5R$. Начальные условия: $Re_\infty = 6,07 \cdot 10^7$, $T_w = 400$ К. На рис. 5 представлены распределения тепловых потоков при обтекании обоих цилиндров.

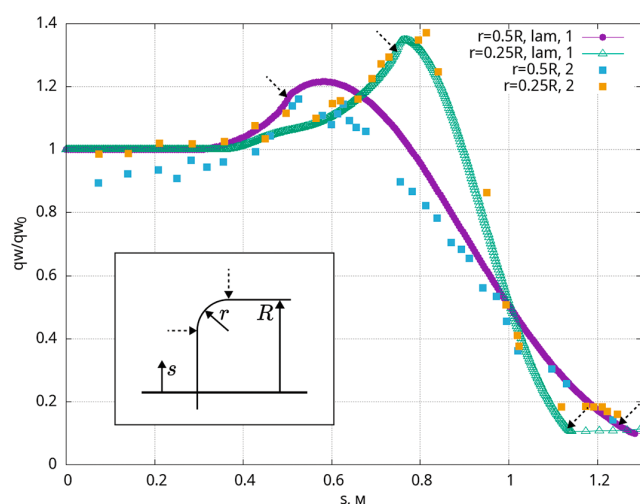


Рис. 5. Распределение тепловых потоков при обтекании цилиндров с разным закруглением:
1 — модифицированный метод эффективной длины;
2 — экспериментальные данные [14]

На рис. 5 видно, что тепловые потоки совпадают с экспериментальными данными, и это говорит о применимости метода для расчета тепловых потоков на телах с вырождением области растекания в плоскость.

Для демонстрации влияния C_t на C_x для различных геометрий было проведено исследование в зависимости от отношения длины цилиндра L к его диаметру D . В качестве начальных условий были взяты: $Re_\infty = 6,07 \cdot 10^7$, $M_\infty \approx 8$, $T_w = 25$ К. Вклад коэффициента сопротивления трения представлен в табл. 2.

Таблица 2. Зависимость вклада коэффициента сопротивления трения в полный коэффициент сопротивления от отношения длины к диаметру

L/D	1	2	5	10	25
Вклад C_t в $C_x, \%$	0,04	0,15	0,23	0,36	1

По результатам видно, что вклад коэффициента сопротивления трения монотонно возрастает с увеличением длины цилиндра. В случае коротких тел его влияние на полный коэффициент сопротивления мало, однако в случае более вытянутых конфигураций оно становится заметным и должно учитываться при инженерной оценке аэродинамических характеристик.

Расчет метеорного тела

Для демонстрации работы алгоритма был проведен расчет аэродинамических характеристик на метеорном теле Юнона. Размер метеорного тела $L = 3$ м, начальные числа Рейнольдса и Маха равны $Re_\infty = 2,78 \cdot 10^6$, $M_\infty = 12$ соответственно. В случае метеорного тела было получено $C_x = 0,885$, $C_t = 2,31 \cdot 10^{-3}$. Диапазон перехода задавался числами Рейнольдса $Re \in (100, 150)$. На рис. 6 показано распределение толщины пограничного слоя при разных режимах течения.

Выводы

В статье представлено дальнейшее расширение модификации метода эффективной длины, в которую были добавлены функции учета шероховатости и вдува, их влияния на теплообмен и ламинарно-турбулентный переход, а также расчет аэродинамических коэффициентов.

Проведена серия расчетов с вариацией величин шероховатости и вдува. При увеличении шероховатости наблюдается увеличение теплового потока и смещение ламинарно-турбулентного перехода ближе к точке растекания. При увеличении относительной величины вдува наблюдается уменьшение

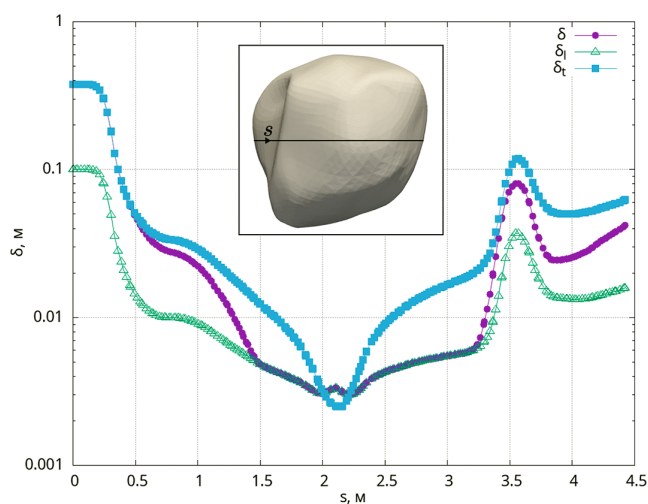


Рис. 6. Распределение толщины пограничного слоя на метеорном теле Юона при разных течениях

теплового потока, но при этом ламинарно-турбулентный переход наступает раньше.

Для валидации расчета аэродинамических коэффициентов проведено сравнение с работой [20]. Выполнен расчет для сферы с числом Маха 6. Полученное значение близко к экспериментальному, что говорит о применимости алгоритма для расчета аэродинамических коэффициентов.

Проведен расчет тепловых потоков на цилиндрах с различным закруглением кромки. Показано

сравнение ламинарного теплового потока с данными из [14]. Ламинарный тепловой поток удовлетворительно совпадает, наблюдается характерное повышение теплового потока на закруглении. Это говорит о применимости метода для расчета тепловых потоков на телах с вырождением. Кроме того, исследована зависимость вклада коэффициента трения в общий коэффициент сопротивления при различных длинах цилиндра. Установлено, что увеличение вклада носит нелинейный характер и при расчете теплового потока на длинных телах пренебрегать учетом вклада сопротивления трения нельзя.

Проведен расчет аэродинамических коэффициентов при исследовании тепловых потоков на метеорном теле Юона. Показано распределение толщины пограничного слоя при ламинарном, турбулентном и переходном течении.

В заключение отметим, что представленный метод позволяет не только получать распределения тепловых потоков по поверхности тела произвольной формы, но и учитывать шероховатость и вдув, а также рассчитывать аэродинамические характеристики, что делает метод пригодным для массового применения при проектировании летательных аппаратов.

Все представленные в данной работе расчеты выполнены с использованием зарегистрированного ПО “MEFFL”, № 2026610403.

Конфликт интересов / Conflict of Interests

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no relevant conflict of interests

Список источников / References

1. Михайлов Д.А., Пыхалов А.А., Зотов И.Н. Анализ достоверности численного решения сопряженной задачи аэродинамики, теплообмена и прочности для оценки условий обледенения // Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 1. С. 14-25. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=184445>
Mikhailov DA, Pykhalov AA, Zotov IN. Numerical Solution Validity Analysis of the Conjugated Problem of Aerodynamics, Heat Exchange and Strength for Icing Conditions Assessment. *Aerospace MAI Journal*. 2025;32(1)14-25. URL: <https://vestnikmai.ru/eng/publications.php?ID=184445> (In Russ.).
2. Матковский Н.О., Тишков В.В., Гусев А.Н. и др. Особенности расчета параметров теплообмена на поверхности объектов авиационной техники с использованием инструментария Data Science // Тепловые процессы в технике. 2022. Т. 14. № 10. С. 475–480. DOI: 10.34759/tpt-2022-14-10-475-480
Matkovskiy N, Tishkov V, Gusev A, et al. Specifics of heat exchange parameters computing on the surface of aerotechnics employing Data Science toolkit. *Teplovye protsessy v tekhnike = Thermal processes in engineering*. 2022;14(10):475–480. (In Russ.).
3. Яцухно Д.С. Оценка конвективного нагрева поверхности волнолета с использованием метода эффективной длины // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2021. Т. 22. № 6. С. 156-195. DOI: 10.33257/PhChGD.22.6.975
Yatsukhno DS. Waverider surface heating estimation by effective length technique. *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*. 2021;22(6):156-195. (In Russ.).
4. Минюшкин Д.Н., Брага А.В. Оценка тепловых потоков в окрестности точки растекания с использованием модифицированного метода эффективной длины // Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 2. С. 17-26. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=184987>
Minyushkin DN, Braga AV. Heat Fluxes Estimation in the Stagnation Point Neighborhood by the Modified Effective Length Method. *Aerospace MAI Journal*. 2025;32(2):17-26. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/eng/publications.php?ID=184987>

5. Минюшкин Д.Н., Фролов И.С. Оценка конвективных тепловых потоков для метеороидных тел в трехмерной постановке // Теплофизика высоких температур. 2023. Т. 61. № 4. С. 588–593. DOI: 10.31857/S0040364423040099
Minyushkin DN, Frolov IS. Estimation of convective heat fluxes for meteoroid bodies in a three-dimensional formulation. *High Temperature*. 2023;61(4):544–549. (In Russ.).
6. Киселёв Н.А., Маластовский Н.С., Здитовец А.Г. и др. Аналогия Рейнольдса в пограничном слое с внешними воздействиями // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2024. Т. 25. № 6. С. 54–81. DOI: 10.33257/PhChGD.25.6.1141
Kiselev NA, Malastovsky NS, Zditovets AG, et al. Reynolds analogy in the boundary layer with external impact. *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*. 2024;25(6):54–81. (In Russ.).
7. Брутян М.А., Ёе Хгун. Применение пассивного метода управления обтеканием механизированного крыла путем выдува струи на закрылок с целью повышения несущих свойств // Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 1. С. 26–33. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=184446>
Brutyant MA, Ye Htun. Applying Passive Method of the Flow-Around Controlling of the Mechanized Wing by the Jet Blowing-Out on the Flap to Enhance Load-Bearing Capacity. *Aerospace MAI Journal*. 2025;32(1):26–33. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/eng/publications.php?ID=184446>
8. Li X, Li C, Su W, et al. Experiment of influence of distributed roughness elements on hypersonic boundary layer instability. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*. 2024;45(2):128627. DOI: 10.7527/S1000-6893.2023
9. Zhang C, Lyu D, Zhu C, et al. Hypersonic boundary layer stability experiment of HyTRV lift body. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*. 2024;45(22):130272. DOI: 10.7527/S1000-6893.2024.30272
10. Лысенко В.И., Смородский Б.В., Ермолаев Ю.Г. и др. Экспериментальное исследование влияния отсоса сверхзвукового пограничного слоя на его устойчивость к контролируемым возмущениям // Теплофизика и аэромеханика. 2024. Т. 31. № 3. С. 467–474.
Lysenko VI, Smorodsky BV, Yermolaev YuG, et al. Experimental study of the influence of supersonic boundary-layer suction on its stability to controlled disturbances. *Thermophysics and Aeromechanics*. 2024;31(3):467–474. (In Russ.).
11. Лысенко В.И., Смородский Б.В., Косинов А.Д. и др. Влияние глубины слотов на стабилизацию сверхзвукового пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 2024. Т. 31. № 1. С. 77–87.
Lysenko VI, Smorodsky BV, Kosinov AD, et al. Influence of slot depth on stabilization of a supersonic boundary layer. *Thermophysics and Aeromechanics*. 2024;31(1):77–87. (In Russ.).
12. Леонтьев А.И., Лушик В.Г., Макарова М.С. и др. Коэффициент восстановления температуры в сжимаемом турбулентном пограничном слое // Теплофизика высоких температур. 2022. Т. 60. № 3. С. 455–480. DOI: 10.31857/S0040364422030115
Leontiev AI, Lushchik VG, Makarova MS, et al. Temperature recovery factor in a compressible turbulent boundary layer. *High Temperature*. 2022;60(3):409–431. (In Russ.).
13. Lu X.G., Yi S.H., He L., et al. Экспериментальное исследование перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный на стреловидной пластине при переменном числе Рейнольдса // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2022. № 5. С. 129–140. DOI: 10.31857/S0568528122030100
Lu XG, Yi SH, He L, et al. Experimental study of laminar-to-turbulent transition on a swept plate at varying Reynolds number. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza*. 2022(5):129–140. (In Russ.).
14. Землянский Б.А., Лунев В.В., Власов В.И. и др. Конвективный теплообмен летательных аппаратов. М.: Физматлит, 2014. 377 с.
Zemlyansky BA, Lunev VV, Vlasov VI, et al. *Convective heat exchange of aircraft*. Moscow: Fizmatlit; 2014. 377 p. (In Russ.).
15. Журин С.В. Методика численного моделирования конвективного теплообмена на телах сложной формы с использованием метода эффективной длины: Дисс. ... канд. техн. наук. М., 2010. 122 с.
Zhurin SV. *Methodology of numerical modeling of convective heat transfer on bodies of complex shape using the effective length method*. PhD thesis. Moscow: 2010. 122 p. (In Russ.).
16. Андреев С.В., Бондарев А.Е., Михайлова Т.Н. и др. Приближенный подход к оценке сопротивления трения на телах вращения в вязком потоке // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 102. URL: https://keldysh.ru/papers/2014/prep2014_102.pdf
Andreev SV, Bondarev AE, Mikhailova TN, et al. *An approximate approach to estimating the friction resistance on bodies of rotation in a viscous flow*. Keldysh Institute Preprints. 2014(102). (In Russ.).
17. Павленко О.В., Пигусов Е.А. Особенности применения тангенциального выдува струи на поверхность крыла летательного аппарата в условиях обледенения // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 2. С. 7–15. DOI: 10.34759/vst-2020-2-7-15
Pavlenko OV, Pigusov EA. Application specifics of tangential jet blow-out on the aircraft wing surface in icing conditions. *Aerospace MAI Journal*. 2020;27(2):7–15. (In Russ.).

18. Сафиуллин Р.А. Теплообмен в области перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1971. № 6. С. 92–96. URL: <https://mzg.ipmnet.ru/ru/get/1971/6/92-96>
Safiullin RA. Heat transfer in the area of laminar boundary layer to turbulent transition. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza*. 1971(6):92–96. (In Russ.).
19. Huh J, Kwon S. A practical design approach for a single-stage sounding rocket to reach a target altitude. *The Aeronautical Journal*. 2022;126(1301):1084–1100. DOI: 10.1017/aer.2022.18
20. Петров К.П. Аэродинамика тел простейших форм. М.: Факториал, 1998. 432 с.
Petrov KP. *Aerodynamics of bodies of the simplest forms*. Moscow: Faktorial; 1998. 432 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию / Received 06.04.2026
Одобрена после рецензирования / Revised 13.04.2026
Принята к публикации / Accepted 15.04.2026