

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»**

На правах рукописи
УДК 629.7.01



Моунг Хтанг Ом

**МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ
КОЭФФИЦИЕНТОВ И СИЛЫ ТЯГИ ДВИГАТЕЛЕЙ ВОЗДУШНЫХ
СУДОВ С УЧЕТОМ НЕБЛАГОПРИЯТНЫХ ФАКТОРОВ ЛЕТНОГО
ЭКСПЕРИМЕНТА**

Специальность 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

Диссертация
на соискание ученой степени доктора технических наук

Научный консультант:
доктор технических наук
профессор О.Н. Корсун

Москва – 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	8
ГЛАВА 1. АНАЛИЗ И СИСТЕМАТИЗАЦИЯ СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ.....	24
1.1. Основные методы идентификации летно-технических характеристик математических моделей летательных аппаратов.....	24
1.1.1. Основные положения идентификации авиационных систем.....	25
1.1.2. Классификация методов идентификации технических систем.....	27
1.1.3. Метод наименьших квадратов.....	32
1.1.4. Метод максимума правдоподобия	39
1.1.5. Дискретно-непрерывный метод идентификации.....	52
1.2. Анализ существующих подходов к комплексной обработке бортовой измерительной информации о параметрах движения летательных аппаратов	55
1.2.1. Анализ бортовых систем, обеспечивающих измерение параметров движения летательных аппаратов	55
1.2.2. Типовые задачи комплексной обработки бортовых данных.....	60
1.3. Обзор современных подходов к оцениванию аэродинамических параметров и моделированию авиационных систем.....	63
1.3.1. Методы оценивания аэродинамических параметров.....	64
1.3.2. Методы формирования входного сигнала для идентификации многовходных систем	67
1.3.3. Подходы к оцениванию параметров в частотной области	70
1.3.4. Динамическое моделирование систем самолетов	71
1.3.5. Заключительные замечания и обсуждение.....	73
1.4. Анализ практических правил идентификации параметров воздушного судна на основе полётных данных	75

1.4.1. Математический анализ причин нерегулярности оценок идентификации	76
1.4.2. Анализ проблем, свойственных задачам идентификации	81
1.4.3. Основные правила практического выполнения идентификации математических моделей самолетов на основе данных летных испытаний	83
1.5. Постановка задачи диссертационной работы	86
Выводы по главе 1	88
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ И ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ	89
2.1. Методология практической идентификации математических моделей авиационных систем	89
2.1.1. Определение математической модели движения самолета.....	91
2.1.2. Учет атмосферной турбулентности в моделях движения самолета	99
2.2. Методические требования к исходным данным для параметрической идентификации систем управления летательных аппаратов	106
2.2.1. Формирование требований к измерительной системе	108
2.2.2. Формирование требований и рекомендаций по обработке и отображению полетных данных и результатов идентификации	113
2.2.3. Методические рекомендации по анализу исходных данных для идентификации	114
2.2.4. Выполнение наземных работ	117
2.2.5. Методические рекомендации по проведению летного эксперимента в целях получения полетных данных для идентификации.....	120
2.2.6. Верификация и коррекция математической модели измерительно-регистрирующего комплекса	132
Выводы по главе 2.....	134

ГЛАВА 3. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ И ФАКТОРОВ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ И НАДЕЖНОСТИ ЛЕТНЫХ ИСПЫТАНИЙ.

.....	135
3.1. Разработка алгоритма обнаружения динамических погрешностей бортовых измерений летательных аппаратов на основе параметрической идентификации и комплексной обработки полетных данных	137
3.1.1. Алгоритм обнаружения динамических погрешностей измерений	138
3.1.2. Результаты обработки полетных данных	144
3.2. Разработка алгоритма определения трёх проекций скорости ветра в реальном масштабе времени на основе данных спутниковой навигации и барометрических измерений.....	151
3.2.1.Классический метод оценивания проекций скорости ветра при проведении летных испытаний.....	152
3.2.2. Постановка задачи и описание алгоритма.....	157
3.2.3. Параметрическая идентификация с использованием метода максимума правдоподобия.....	160
3.2.4. Оценивание трех проекций скорости ветра при различных типах полетных маневров	162
3.3. Разработка алгоритма восстановления аэродинамических углов при отсутствии соответствующих датчиков.....	173
3.3.1. Постановка задачи восстановления углов атаки и скольжения	174
3.3.2. Варианты решения в зависимости от полноты и достоверности исходных данных	179
3.3.3. Исследование метода восстановления углов атаки и скольжения по данным стендового моделирования	182
3.4. Разработка алгоритма определения атмосферных параметров с учетом свойств атмосферы при сравнении математических моделей аэродинамических коэффициентов с полётными данными	187

3.4.1. Варианты вычисления скоростного напора	188
3.4.2. Экспериментальная оценка степени согласованности методов определения плотности	191
3.4.3. Анализ результатов	199
Выводы по главе 3	200
ГЛАВА 4. МЕТОДЫ РАЗДЕЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ СИЛЫ ТЯГИ ДВИГАТЕЛЕЙ И СИЛЫ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ САМОЛЁТА НА ОСНОВЕ ПОЛЁТНЫХ ДАННЫХ	202
4.1. Разработка метода идентификации тяги двигателя и силы аэродинамического сопротивления по полётным данным со сглаживанием случайных погрешностей измерений.....	204
4.1.1. Постановка проблемы идентификации параметров.....	210
4.1.2. Корректировка и верификация математической модели объекта на основе экспериментальных данных	217
4.1.3. Алгоритм выделения полезного сигнала на фоне шумов измерений.....	221
4.1.4. Алгоритм выполнения полётного манёвра для экспериментального определения тяги двигателя.....	224
4.1.5. Оценка точности алгоритма определения по данным стендового моделирования.....	228
4.2. Применение оптимального управления в задаче идентификации коэффициентов тяги и лобового сопротивления	238
4.2.1. Метод оценивания сил тяги и лобового сопротивления.....	240
4.2.2. Математическая модель движения летательного аппарата.....	242
4.2.3. Метод прямого управления.....	243
4.2.4. Экспериментальная верификация методики идентификации.....	245
4.2.5. Формирование управления по условиям идентифицируемости....	250
4.2.6. Анализ эффективности предложенного метода	257
Выводы по главе 4	259

ГЛАВА 5. МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВОЗДУШНОГО СУДНА ПО ПОЛЁТНЫМ ДАННЫМ261

5.1. Разработка алгоритма идентификации во временной области со спектральной целевой функцией для оценивания аэродинамических коэффициентов263

5.1.1. Метод идентификации на основе совместного временного и спектрального анализа 264

5.1.2. Определение аэродинамических коэффициентов воздушного судна с использованием алгоритма частотно-временной идентификации в боковом движении 274

5.1.3. Определение погрешностей системы измерений по данным летного эксперимента 281

5.2. Разработка методики численного дифференцирования, повышающей точности оценивания коэффициентов математической модели летательного аппарата284

5.2.1. Моделирование короткопериодического движения воздушного судна 285

5.2.2. Оценивание производных устойчивости и управляемости 288

5.2.3. Методы численного дифференцирования 290

5.2.4. Результаты и обсуждение 296

Выводы по главе 5303

ГЛАВА 6. МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ ДОСТОВЕРНОСТИ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ВЕРИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ304

6.1. Разработка метода проверки достоверности математических моделей динамических систем методом сдвига входного сигнала305

6.1.1. Постановка задачи 306

6.1.2. Проверка данных на наличие коррелированной помехи 310

6.1.3. Анализ работоспособности метода при изменении входного сигнала путем сдвига по времени	314
6.2. Проверка правильности бортовых барометрических измерений	323
6.2.1. Инициализация и теоретический расчет барометрических параметров	326
6.2.2. Анализ соотношения между динамическим давлением и скоростным напором	338
6.2.3. Результаты и обсуждение.....	342
6.2.4. Заключительные обсуждения	345
Выводы по главе 6.....	346
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	347
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	350

ВВЕДЕНИЕ

В современной авиационной отрасли наблюдается постоянное стремление к повышению безопасности, эффективности и полетов. Достижение этих целей требует непрерывного совершенствования методов оценки и проверки математических моделей воздушных судов, особенно в части изучения аэродинамических характеристик, которые оказывают определяющее влияние на летно-технические параметры, конструктивные особенности и системы управления.

Использование данных, полученных непосредственно в полете, предоставляет ценную информацию для оптимизации проектирования, улучшения характеристик, повышения безопасности и эффективности испытаний, а также снижения расхода топлива и уменьшения воздействия на окружающую среду. Точная оценка параметров полета и учет внешних факторов, таких как ветер и атмосферные условия, являются ключевыми для повышения точности моделирования и эффективности планирования полетов. При этом подтверждение соответствия теоретических моделей реальным характеристикам путем сопоставления с полетными данными остается важной задачей, требующей разработки новых методов идентификации параметров и анализа данных.

В данной диссертации предлагается комплекс методов и алгоритмов, направленных на повышение точности и адекватности математического моделирования воздушных судов. Разработанные подходы позволяют решать задачи идентификации динамических погрешностей бортовых измерений, определения скорости ветра, восстановления аэродинамических углов раздельного оценивания тяги двигателей и аэродинамического сопротивления, идентификации аэродинамических коэффициентов и валидации барометрических параметров. Результаты исследования имеют значительное практическое значение для повышения безопасности и эффективности полетов, а также для оптимизации процессов проектирования и эксплуатации воздушных судов.

Актуальность и степень разработанности

Повышение точности и достоверности математических моделей летательных аппаратов (ЛА) является критической задачей на всех этапах их жизненного цикла. В основе этого процесса лежит идентификация параметров по данным лётных испытаний. В современной авиационной науке и практике моделирование динамики полёта, включая математическое и полунатурное моделирование, занимает ключевое место – от проектирования и испытаний до эксплуатации и модернизации. Особое значение при этом имеет точность математических моделей, в первую очередь моделей аэродинамических коэффициентов и тяговых характеристик двигателей, поскольку их адекватность непосредственно влияет на безопасность, эффективность и управляемость воздушного судна.

Эффективным инструментом повышения точности и достоверности таких моделей являются методы идентификации систем, позволяющие корректировать теоретические расчёты на основе данных лётных испытаний. В частности, идентификация аэродинамических коэффициентов по результатам натурного эксперимента даёт возможность верифицировать и уточнить данные, полученные методами вычислительной и экспериментальной аэродинамики. Аналогичным образом раздельная идентификация силы тяги двигателей и аэродинамического сопротивления позволяет проверить и при необходимости скорректировать математические модели силовой установки, особенно в части их высотно-скоростных характеристик.

Однако практическая реализация идентификации в условиях реальных лётных испытаний сопряжена с рядом фундаментальных проблем, а именно:

- систематические погрешности моделей, возникающие из-за несоответствия между принятыми математическими описаниями (самолёта, измерительных систем, шумов) и реальными физическими процессами, приводят к смещению оценок идентифицируемых параметров;

- некорректность задачи идентификации, обусловленная её чувствительностью к малым изменениям входных данных, что особенно критично при наличии систематических ошибок измерений.

Таким образом, имеет место фундаментальное противоречие, заключающееся в том, что классическая теория идентификации предполагает адекватность моделей измерений и внешней среды, в то время как практика лётных испытаний неизбежно связана с существенными систематическими погрешностями, неконтролируемыми атмосферными возмущениями, корреляцией помех с полезным сигналом и отказами датчиков.

Это требует разработки новых методов и алгоритмов, обеспечивающих устойчивость процедуры идентификации к погрешностям измерений; минимизацию систематических смещений оценок параметров и повышение точности моделей в условиях ограниченного объёма экспериментальных данных.

Решение этих задач представляет значительный научный и практический интерес как для развития теории идентификации динамических систем, так и для совершенствования методик лётных испытаний, что и определяет актуальность настоящего диссертационного исследования.

Анализ публикаций российских авторов, таких как А.В. Ефремов, В.Н. Овчаренко, Б.К. Поплавский, С.Г. Баженов, Ю.Б. Кулифеев, О.Н. Корсун и В.Н. Евдокименков, а также зарубежных авторов, включая Vladislav Klein (Владислав Кляйн), Ravindra Jategaonkar (Равиндра Джатгеаонкар), Jared A. Grauer (Джаред А. Грауэра) и Eugene A. Morelli (Юджина А. Морелли), позволил выявить основные особенности и обосновать комплекс методов и алгоритмов для идентификации параметров и оценки достоверности математических моделей воздушных судов на основе анализа полётных данных.

Несмотря на эти достижения в области идентификации аэродинамических характеристик по данным лётных испытаний, современные методы обладают существенными ограничениями. Требуется эффективная система методов, способная комплексно учитывать влияние таких неблагоприятных для

идентификации факторов лётного эксперимента, как погрешности бортовых измерений (включая динамические погрешности угловых скоростей, перегрузок, углов Эйлера и воздушной скорости), неточности измерения аэродинамических углов, атмосферные возмущения (ветер, турбулентность), а также систематические погрешности аэрометрических параметров. Особую сложность представляет идентификация в условиях частичного отказа датчиков или при наличии коррелированных с полезным сигналом помех, вызывающих смещение оценок. Предлагаемое исследование восполняет этот пробел путём разработки комплексной методологии, включающей: методы коррекции погрешностей измерений; алгоритмы восстановления аэродинамических углов при отказах датчиков; процедуры идентификации ветра и проверки согласованности аэрометрических параметров; метод раздельной идентификации тяги и сопротивления с оптимизацией тестовых воздействий; частотно-временной алгоритм для нелинейных систем; оригинальный подход к выявлению коррелированных помех. Таким образом, применение системного подхода позволяет существенно повысить точность идентификации в реальных условиях лётного эксперимента, где традиционные методы демонстрируют недостаточную эффективность.

Научная проблема заключается в необходимости преодоления фундаментального противоречия между требованиями высокой точности и достоверности результатов идентификации аэродинамических характеристик и тяги двигателей по данным лётных испытаний и принципиальной сложностью достижения этой точности в рамках существующего методологического аппарата в условиях действия комплекса неблагоприятных для проведения идентификации факторов лётного эксперимента. Причина указанного противоречия заключается в априорных отличиях моделей летательного аппарата, системы бортовых измерений, воздушной среды от реальных объектов. Это противоречие проявляется в смещении оценок прежде всего из-за систематических погрешностей и коррелированных с полезным сигналом помех; в принципиальной некорректности

задачи раздельной идентификации сил тяги и сопротивления. Следует отметить, что источником систематических рассогласований между выходными сигналами моделей идентификации и реальными объектами могут быть не только собственно погрешности измерений, но и структурные несоответствия моделей идентификации, например, аэродинамике самолета, а также неверные модели воздушной среды, например, ветер и статические характеристики атмосферы. Отметим, что в работе также уделено внимание учету случайных факторов, особенно в задаче раздельного оценивания тяги и сопротивления, которая является некорректной.

Таким образом, проблема имеет системный характер и требует не эволюционного улучшения существующих методов, а разработки нового методологического подхода к построению систем идентификации, устойчивых к воздействию комплекса неблагоприятных факторов натурального эксперимента.

Целью настоящей диссертационной работы является разработка и теоретическое обоснование комплексной системы методов и алгоритмов идентификации, обеспечивающей определение аэродинамических коэффициентов и силы тяги двигателей в условиях воздействия неблагоприятных факторов лётного эксперимента.

Для достижения поставленной цели необходимо формировать и решить следующие научные задачи:

- провести краткий анализ существующих методов идентификации параметров воздушного судна на основе полётных данных;
- разработать алгоритм обнаружения динамических погрешностей бортовых измерений летательных аппаратов на основе параметрической идентификации и комплексной обработки полетных данных;
- разработать алгоритм определения трёх проекций скорости ветра в реальном масштабе времени на основе данных спутниковой навигации и барометрических измерений;

- разработать алгоритм восстановления углов атаки и скольжения летательного аппарата при отсутствии или отказе датчиков аэродинамических углов, то есть углов атаки и скольжения;
- разработать алгоритм определения атмосферных параметров с учетом свойств атмосферы при сравнении оценок идентификации и моделей аэродинамических коэффициентов, полученных в трубном эксперименте;
- разработать метод идентификации тяги двигателя и силы аэродинамического сопротивления по полётным данным со сглаживанием случайных погрешностей измерений;
- разработать алгоритм формирования тестового входного сигнала для задачи раздельного определения силы тяги двигателей и силы аэродинамического сопротивления, на основе оптимального управления;
- разработать алгоритм идентификации параметров нелинейных динамических систем, совмещающий модель объекта во временной области со спектральной целевой функцией, что позволяет отстраиваться от помехи путем выбора частотного диапазона;
- разработать методики численного дифференцирования для повышения точности оценивания коэффициентов математической модели движения самолета;
- разработать метод оценки достоверности математических моделей динамических систем при наличии коррелированных с полезным сигналом помех методом сдвига входного сигнала;
- провести проверку правильности теоретических формул барометрических параметров с использованием измерений на месте.

Объект исследования

Объектом исследования является процесс идентификации параметров математической модели пространственного движения летательного аппарата в условиях воздействия комплекса неблагоприятных факторов лётного эксперимента.

Предмет исследования

Предметом исследования являются методы и алгоритмы идентификации, обеспечивающие повышение точности и достоверности оценивания параметров математической модели движения самолета и состояния среды (включая аэродинамические коэффициенты, силу тяги и сопротивление, проекции скорости ветра, атмосферные параметры) в условиях систематических погрешностей измерений, атмосферных возмущений, коррелированных помех и отказов датчиков.

Научная новизна результатов

В ходе исследования получены следующие результаты, обладающие существенной новизной и представляющие собой решение сформулированной научной проблемы:

- разработан алгоритм обнаружения динамических погрешностей бортовых измерений летательных аппаратов, использующий параметрическую идентификацию и основанный на априорно верном утверждении, что корректные измерения основных параметров полета должны удовлетворять уравнениям пространственного движения самолета как твердого тела;
- разработан алгоритм определения трёх проекций скорости ветра в реальном масштабе времени, основанный на интеграции данных спутниковой навигации и бортовых датчиков аэродинамических углов;
- разработан алгоритм восстановления углов атаки и скольжения при отказах или отсутствии датчиков аэродинамических углов, то есть углов атаки и скольжения, на основе интеграции данных навигационной системы (три проекции скорости в земной нормальной системе координат, углы ориентации) и априорных значений коэффициентов аэродинамических сил с использованием параметрической идентификации;
- предложен метод раздельной идентификации силы тяги двигателей и силы аэродинамического сопротивления самолета на основе данных летных испытаний, не требующий использования газодинамических моделей

двигателя или дополнительных датчиков, в котором применяется специальный алгоритм сглаживания для подавления влияния случайных погрешностей измерений;

- предложен алгоритм формирования тестового входного сигнала для задачи раздельного определения силы тяги двигателей и силы аэродинамического сопротивления, использующий оптимальное управление;
- разработан метод идентификации параметров нелинейных динамических систем, сочетающий моделирование во временной области с минимизацией функционала в частотной области, что позволяет эффективно снижать влияние погрешностей с известными частотными свойствами;
- разработан алгоритм обнаружения коррелированных помех при параметрической идентификации нелинейных динамических систем, создающих смещения оценок идентификации, основанный на специальном приеме - имитации сдвига входного сигнала во времени.

Теоретическая значимость

Теоретическая значимость работы заключается в развитии методов параметрической идентификации для условий, характеризующихся систематическими погрешностями измерений, коррелированными помехами и отказами датчиков, что расширяет возможности практического применения теории идентификации в условиях лётного эксперимента. Полученные в работе следующие научные результаты вносят вклад в развитие теории идентификации моделей летательных аппаратов по полетным данным:

- сформулированы основы нового методологического подхода к построению алгоритмов идентификации, устойчивых к систематическим погрешностям измерений и коррелированным помехам. В отличие от классических методов, ориентированных на уменьшение влияния случайных погрешностей, предложенная методология направлена на подавление систематических смещений оценок, что является существенно новой задачей;

- разработана и обоснован новый метод частотно-временной идентификации нелинейных динамических систем, сочетающая моделирование во временной области с минимизацией целевого функционала в частотной области. Данный подход расширяет теоретический аппарат идентификации за счёт эффективного учёта априорной информации о спектральных характеристиках шумов и погрешностей;
- впервые сформулирована и решена задача обнаружения коррелированных помех — фундаментальной причины смещения оценок, ранее не получавшей системного решения. Предложенный алгоритм на основе «искусственного временного сдвига входного сигнала» представляет собой новый класс методов диагностики моделей и вносит вклад в теорию планирования эксперимента и анализа чувствительности;
- предложена методика решения известной некорректной задачи раздельной идентификации сил тяги и аэродинамического сопротивления, позволяющая получать оценки без привлечения газодинамических моделей двигателя за счёт использования оптимальных субоптимальных тестовых воздействий. Данный подход вносит важный практический вклад в методику лётных испытаний, обеспечивая возможность раздельного определения сильно коррелированных параметров.

Следует особо подчеркнуть, что предложенные методы раздельной идентификации сил тяги и сопротивления, а также алгоритм обнаружения коррелированных помех, не имеют аналогов в мировой научной литературе и представляют собой оригинальный вклад автора в теорию идентификации динамических систем.

Практическая значимость

Практическая значимость работы определяется завершённостью, готовностью к внедрению разработанных методов и алгоритмов. Ключевые результаты, внедрение которых обеспечивает значительный практический эффект, заключаются в следующем:

- разработан комплекс алгоритмов, обеспечивающих обнаружение динамических погрешностей бортовых измерений, оценку скорости ветра, восстановление аэродинамических углов при отказах датчиков и проверку корректности аэрометрических данных. Это позволяет исключить возможные погрешности на этапе предварительной обработки данных и повысить достоверность последующего анализа;
- разработанная методика раздельной идентификации тяги и сопротивления позволяет сократить объём лётных испытаний и соответствующие материальные затраты при получении тяговых и аэродинамических характеристик;
- разработаны методические рекомендации по применению алгоритмов восстановления параметров и формирования оптимальных тестовых воздействий. Эти рекомендации повышают культуру проведения экспериментов и способствуют стандартизации процессов идентификации;
- созданный программный комплекс и методики позволяют получать оценки параметров с принципиально более высокой точностью, что напрямую повышает безопасность полётов за счёт использования более адекватных математических моделей на этапах проектирования и сертификации летательных аппаратов.

Таким образом, практическая ценность работы реализуется через сокращение затрат на испытания, повышение точности и надёжности результатов, а также через создание новых, более эффективных технологий.

Методология и методы исследования

Для достижения поставленных целей и решения задач диссертационного исследования был использован комплекс взаимодополняющих методов:

- методы параметрической идентификации, включая алгоритмы максимума правдоподобия и наименьших квадратов, применялись для оценивания аэродинамических коэффициентов и раздельного определения силы тяги двигателя и лобового сопротивления;

- методы оптимизации использовались для нахождения оптимальных параметров математической модели, минимизирующих расхождения между модельными и реальными данными;
- разработанные методы численного дифференцирования применялись для повышения точности оценивания параметров движения самолета;
- метод сглаживания использовались для снижения влияния шумов измерений и повышения точности оценивания параметров в задаче раздельного оценивания сил тяги и сопротивления;
- метод валидации моделей, включая метод сдвига входного сигнала, применялись для оценки адекватности математических моделей и выявления систематических ошибок.

В работе использованы методы динамики полёта, теории управления, теории идентификации динамических систем, оптимизации, математической статистики.

Личный вклад автора

В ходе выполнения диссертационных исследований автор, в тесном взаимодействии с научным консультантом, самостоятельно и системно выполнил все ключевые этапы работы, включающие: глубокий анализ современного состояния научной проблемы, существующих моделей, методов и алгоритмов; формулировку направлений исследования и постановку конкретных исследовательских задач; разработку оригинальных алгоритмов идентификации с их последующей реализацией в программном обеспечении; проведение подробных численных экспериментов и всесторонний анализ полученных результатов; подготовку и оформление докладов, научных статей на русском и английском языках, а также презентационных материалов; активное участие в научных конференциях. Автор внёс решающий личный вклад во все основные научные результаты, достигнутые в работе, что подтверждается высокой публикационной активностью и представленным в разделе «Апробация результатов диссертационного исследования» перечнем публикаций.

Автор выражает глубокую признательность своему научному консультанту, доктору технических наук, профессору Корсуну Олегу Николаевичу, за профессиональное руководство, всестороннюю поддержку и ценные рекомендации, которые оказали существенное влияние на содержание и направление проводимого исследования, способствовали углублению научного анализа и совершенствованию полученных результатов. Особую благодарность автор выражает за внимательное отношение и экспертные замечания, позволившие значительно повысить качество и обоснованность представленных в работе научных положений.

Положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся следующие положения, отражающие основные научные результаты диссертационного исследования:

- правила практического выполнения идентификации параметров воздушного судна по полётным данным с учётом влияния неблагоприятных факторов лётного эксперимента;
- алгоритм обнаружения динамических погрешностей бортовых измерений летательных аппаратов, основанный на параметрической идентификации и комплексной обработке полетных данных, основанный на уравнениях пространственного движения твердого тела;
- алгоритм оценивания трёх проекций скорости ветра, основанный на параметрической идентификации с использованием данных, полученных от спутниковой навигационной системы и бортовых датчиков, при котором применение скользящего окна малой длительности позволяет получить оценки в квазиреальном масштабе времени;
- алгоритм восстановления аэродинамических углов при отказах или отсутствии датчиков углов атаки и скольжения на основе интеграции данных навигационной системы (три проекции скорости, углы ориентации) и априорных значений коэффициентов аэродинамических сил с использованием параметрической идентификации;

- методические рекомендации по определению скоростного напора, основанная на сравнении двух методов определения плотности воздуха в летных экспериментах: использования стандартной атмосферы и бортовых измерений статического давления и температуры;
- метод раздельной идентификации силы тяги двигателей и силы аэродинамического сопротивления самолета на основе данных летных испытаний, не требующий использования газодинамических моделей двигателя или дополнительных датчиков, при котором предлагается специальный тестовый маневр и алгоритм сглаживания случайных погрешностей измерений для повышения обусловленности задачи идентификации и улучшения точности оценок;
- алгоритм формирования тестового манёвра, основанный на применении методов оптимального управления, обеспечивающий высокую точность раздельной оценки сил тяги двигателей и аэродинамического сопротивления (погрешность порядка 0,3% по данным моделирования при отсутствии шумов), а также устойчивость к вариациям формы управляющего сигнала;
- метод идентификации параметров динамических систем, сочетающий моделирование в временной области с минимизацией функционала в частотной области, что позволяет снижать влияние погрешностей точности оценок идентификации путем выбора информативных частотных диапазонов;
- подход к численному дифференцированию, основанный на комбинировании результатов трёх методов, что обеспечивает повышение точности оценок производных за счёт взаимной компенсации недостатков отдельных методов;
- алгоритм обнаружения коррелированных помех при параметрической идентификации нелинейных динамических систем, создающих смещения оценок идентификации, основанный на специальном приеме - имитации сдвига входного сигнала во времени;

- методика экспериментальной проверки правильности бортовых аэрометрических измерений путем сравнения с теоретическими расчётных формул барометрических параметров.

Степень достоверности

Достоверность результатов всей работы обеспечивается корректностью применения современных методов идентификации и математической статистики, тщательным подтверждением полученных теоретических результатов численными экспериментами, а также сравнением с известными результатами, полученными ранее другими авторами. Это подтверждается разработкой и апробацией инновационных алгоритмов и методов, таких как слияние данных для численного дифференцирования, параметрическая идентификация для оценки скорости ветра, раздельная идентификация сил тяги и аэродинамического сопротивления, валидация барометрических параметров и обнаружение коррелированных помех, что демонстрирует высокую точность и надежность результатов в различных условиях эксплуатации и моделирования. Высокая степень достоверности результатов обусловлена строгим соблюдением научных принципов, использованием проверенных методов и инструментов, что делает их пригодными для практического применения в авиационной отрасли.

Апробация результатов

Основные положения и результаты доложены и обсуждены на следующих конференциях:

- XII Всероссийская Научно-Техническая Конференция «Научные чтения по Авиации посвящённые памяти Н.К.Жуковского», 16-17 апреля 2015 г.;
- Восьмой Международный Аэрокосмический Конгресс IAC'15 посвящается 50-летию первого выхода человека в открытый космос и 70-летию организации объединённых наций, 28-31 августа 2015 г.;
- XIII Всероссийская Научно-Техническая Конференция, МГТУ им.Н.Э.Баумана;

- XII Интернациональный симпозиум «Интеллектуальные системы» INTELS'16, 5-7 октября 2017 г.;
- Семинар «Системный анализ 2017», МТИ, 14 февраля 2017 г.;
- 2019 Workshop on Materials and Engineering in Aeronautics (MEA 2019);
- 2020 Workshop on Materials and Engineering in Aeronautics (MEA2020);
- International Conference on Aerospace System Science and Engineering 2021 (ICASSE 2021);
- XV Всероссийской научно-технической конференции «ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ НОВОЙ ТЕХНИКИ»;
- 1st International Conference on High-Speed Transport Development (HSTD 2022);
- International Conference on Aerospace System Science and Engineering 2023 (ICASSE 2023);
- 2nd International Conference on High-Speed Transport Development (HSTD 2023);
- 2024 Всероссийской школы-семинара «Системный анализ и обработка данных в психологии и образовании»;
- International Conference on Aerospace System Science and Engineering 2024 (ICASSE 2024);
- 3rd International Conference on High-Speed Transport Development (HSTD 2024).

Публикации

Основные научные результаты диссертационного исследования опубликованы в 46 работах, включая рецензируемые статьи и монографии. Среди них 13 научных статей в журналах из перечня ВАК, в том числе 11 статей по специальности 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов, из которых 4 индексируются в международных базах Scopus, и 2 статьи в журналах ВАК по смежным специальностям. Также представлены 18 публикаций, индексируемых в Scopus и Web of Science, включая 4 научные статьи

в зарубежных изданиях, индексируемых в Scopus и приравниваемых к перечню ВАК категории К1, и 14 материалов международных конференций, индексируемых в Scopus и Web of Science. Кроме того, имеется 1 публикация в зарубежном научном издании и 5 материалов международных и всероссийских научных конференций. Также опубликовано 9 монографий, в том числе одна на английском языке, переведенная на 8 других иностранных языков.

Структура и объем работы

Диссертация структурно организована в виде введения, шести тематических глав, заключения и списка литературы. Работа объемом 373 страницы содержит 80 иллюстраций (графики, схемы, диаграммы), 36 таблицы, систематизирующих полученные данные и приведён библиографический список из 220 источников.

ГЛАВА 1. АНАЛИЗ И СИСТЕМАТИЗАЦИЯ СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

1.1. Основные методы идентификации летно-технических характеристик математических моделей летательных аппаратов

Развитие гражданской авиации связано с решением проблем в области безопасности и экономики. Выявление изменений аэродинамических характеристик может применяться как для повышения безопасности, так и для снижения затрат.

Возможным решением является идентификация аэродинамических характеристик на основе параметров, которые записываются во время каждого регулярного полета системами бортовых измерений (СБИ). Использование штатных СБИ, в отличие от подхода, требующего специально установленных датчиков, значительно упрощает внедрение метода и снижает связанные с ним затраты. Отдельным вопросом является уровень безопасности. Идентификация аэродинамических производных на основе записей СБИ относится к конкретному воздушному судну в его определенном состоянии. Таким образом, она предоставляет информацию о динамике системы, которая может быть использована для расследования авиационных происшествий с целью повышения уровня безопасности гражданской авиации. Это позволяет более точно анализировать поведение самолета в различных условиях и выявлять потенциальные проблемы до того, как они приведут к серьезным инцидентам. Использование данных СБИ для идентификации аэродинамических характеристик воздушных судов может привести к повышению безопасности и экономии средств [1]. Этот метод позволяет получать актуальные данные о состоянии самолета без необходимости проведения дорогостоящих экспериментальных полетов, что снижает эксплуатационные расходы. Кроме того, постоянный мониторинг аэродинамических характеристик может помочь оптимизировать техническое обслуживание и повысить эффективность использования воздушных судов.

1.1.1. Основные положения идентификации авиационных систем

Идентификация системы представляет собой одну из трех фундаментальных проблем в области динамики и управления летательных аппаратов, а именно:

- моделирование: определение выходного сигнала y при заданных входном сигнале u и системе S ;
- управление: определение входного сигнала u при заданных выходном сигнале y и системе S ;
- идентификация системы: определение системы S при заданных входном сигнале u и выходном сигнале y .

В контексте многих прикладных задач летательный аппарат может быть аппроксимирован как твердое тело, движение которого подчиняется законам ньютоновской механики. Современные вычислительные методы и экспериментальные исследования в аэродинамических трубах способны во многих случаях предоставить комплексные данные об аэродинамических характеристиках летательного аппарата.

Тем не менее, существует ряд важных причин для разработки моделей идентификации летательных аппаратов на основе полетных данных:

- верификация и интерпретация теоретических оценок и результатов испытаний в аэродинамических трубах;
- получение более точных и комплексных математических моделей динамики летательных аппаратов, что имеет существенное значение при проектировании систем улучшения устойчивости и систем управления полетом;
- разработка авиационных тренажеров, требующих точного воспроизведения характеристик летательного аппарата во всех режимах полета;
- расширение эксплуатационной области летательных аппаратов, включая количественную оценку влияния модификаций, изменений

конфигурации или особых условий полета на устойчивость и управляемость;

- верификация соответствия летательного аппарата заданным техническим характеристикам.

Развитие методологии идентификации систем позволяет определять структуру уравнений аэродинамической модели и оценивать параметры модели вместе с их доверительными интервалами на основе данных одного летного испытания. При необходимости можно разделить шум измерений выходных переменных и внешние возмущения системы, вызванные порывами ветра или ошибками моделирования. Анализ может также включать априорные знания о параметрах аэродинамической модели летательного аппарата, полученные из испытаний в аэродинамической трубе и/или предыдущих летных измерений.

Для формулировки задачи идентификации системы летательного аппарата необходимо определить следующие ключевые требования:

- четкое определение входных и выходных параметров системы;
- разработка методологии сбора данных, обеспечивающей необходимую полноту и точность измерений;
- обоснование рациональной формы модели с учетом имеющихся экспериментальных данных и априорных знаний о системе;
- разработка алгоритмов точного оценивания неизвестных параметров модели на основе измеренных данных;
- установление критериев оценки качества и адекватности идентифицированной модели;
- определение целевого назначения и области применения результатов идентификации.

Данный подход к идентификации систем летательных аппаратов позволяет повысить точность аэродинамических моделей, оптимизировать процесс летных испытаний и улучшить понимание динамики летательного аппарата, что имеет

важное значение для повышения безопасности полетов и эффективности проектирования авиационной техники.

1.1.2. Классификация методов идентификации технических систем

В процессе идентификации систем функция вектора состояния формируется на основе измерений входных и выходных сигналов. Идентификация системы может проводиться как во временной, так и в частотной области.

Параметрическая идентификация представляет собой метод определения значений параметров, характеризующих математическую модель летательного аппарата. Математические модели для прогнозирования поведения летательного аппарата в различных эксплуатационных условиях. Точные модели имеют критическое значение для проектирования систем управления, моделирования полетных сценариев и оценки летно-технических характеристик летательного аппарата.

Процедура идентификации включает сбор полетных данных и их использование для оценки параметров модели. Данные обычно собираются в ходе реальных летных испытаний или моделирования поведения летательного аппарата. Математический аппарат, применяемый в процессе идентификации, как правило, сложен, и сам процесс идентификации требует значительного опыта и экспертных знаний.

Данный подход позволяет повысить точность математических моделей летательных аппаратов, что в свою очередь способствует улучшению характеристик систем управления, повышению достоверности результатов моделирования и оптимизации летно-технических характеристик авиационной техники.

Процедура параметрической идентификации летательного аппарата включает следующие ключевые этапы:

- 1) **Формирование математической модели:** на данном этапе осуществляется выбор и разработка математической модели, адекватно описывающей динамику летательного аппарата. Типовая модель

представляет собой систему дифференциальных уравнений, характеризующих уравнения движения объекта.

- 2) Сбор экспериментальных данных: производится сбор данных посредством летных испытаний или численного моделирования, охватывающих репрезентативный набор эксплуатационных режимов. Измерения включают реакции летательного аппарата на управляющие воздействия и внешние возмущающие факторы.
- 3) Оценка параметров модели: осуществляется обработка полученных экспериментальных данных с целью определения значений параметров модели. Данный этап может включать применение методов статистического анализа или оптимизационных алгоритмов для аппроксимации математической модели к полетным данным.
- 4) Верификация и валидация модели: проводится верификация идентифицированной модели путем сопоставления прогнозируемых характеристик с экспериментально измеренными реакциями в новых эксплуатационных условиях. Этот этап обеспечивает подтверждение адекватности и точности идентифицированной модели в широком диапазоне режимов функционирования летательного аппарата.

Реализация данного подхода к параметрической идентификации позволяет разработать высокоточные математические модели летательных аппаратов, что имеет фундаментальное значение для оптимизации процессов проектирования систем управления, повышения достоверности результатов имитационного моделирования и комплексной оценки летно-технических характеристик авиационной техники.

Методы идентификации систем в области временного анализа, применяемые для определения и оценки параметров динамической системы летательного аппарата, можно классифицировать на четыре основные категории:

- Методы уравнения ошибок (МУО)
- Методы выходных ошибок (МВО)

- Методы фильтрации ошибок (МФО)
- Искусственные нейронные сети (ИНС)

Методы уравнения ошибок минимизируют квадратичную ошибку в уравнении состояния. МУО применяются для оценки параметров системы путем минимизации разности между измеренным выходом и выходом, прогнозируемым предполагаемой моделью. Эти методы эффективны при работе с зашумленными данными.

Методы выходных ошибок (МВО) минимизируют разность между откликом модели и измерениями.

Методы фильтрации ошибок (например, фильтр Калмана) минимизируют ошибку фильтрации, что повышает устойчивость к шумам.

Искусственные нейронные сети, ввиду принципиально иного подхода, образуют отдельный класс методов идентификации.

Каждый метод идентификации может применяться в одном из двух режимов: онлайн (параметры используются для идентификации в процессе сбора данных) или офлайн (параметры используются после завершения процесса сбора данных).

Применение этих методов позволяет повысить точность математических моделей летательных аппаратов, что имеет критическое значение для оптимизации процессов проектирования систем управления, повышения достоверности результатов имитационного моделирования и комплексной оценки летно-технических характеристик авиационной техники.

В линейных и нелинейных решениях для воздушных судов в основном используется метод выходных ошибок (МВО), который применяется для обеспечения стабильности самолета и условий стационарного полета. Метод МВО также применяется для восстановления траектории полета с использованием различных алгоритмов оптимизации, например, метода Левенберга-Марквардта. Метод фильтрации ошибок используется в случаях полета в турбулентной среде и при больших углах атаки. Расширенный фильтр Калмана (EKF) и сигма-точечный фильтр Калмана (UKF) обладают отличными фильтрационными способностями,

что обеспечивает хорошие результаты даже при больших углах атаки, и в турбулентных условиях. Также возможно использование нейронной сети для оценки параметров в реальном времени, и этот подход может применяться даже при высоком уровне шума.

Идентификация представляет собой процедуру определения математической модели объекта на основе зарегистрированных входных и выходных сигналов, полученных в ходе его работы. Характер идентификационных процедур варьируется в зависимости от объема доступной априорной информации о структуре объекта.

При отсутствии сведений о внутренней организации объекта или сознательном отказе от их использования применяется методология "черного ящика". В данном случае построенная математическая модель отражает функциональную связь между входными и выходными параметрами, не учитывая физических принципов работы объекта. Это приводит к значительной зависимости итоговых результатов от качества экспериментальных данных и условий их получения.

Для повышения эффективности идентификации по методу "черного ящика" обычно формулируют базовые предположения о классе рассматриваемой системы, включая: характер ее поведения (линейный или нелинейный), временные свойства (статические или динамические) и устойчивость характеристик (стационарные или нестационарные).

При наличии априорной информации, позволяющей определить несколько возможных структур объекта, осуществляется структурная идентификация. В данном случае выбирается вариант структуры, наиболее соответствующий экспериментальным данным. Когда процесс сравнения структур сопровождается уточнением параметров модели, применяется структурно-параметрическая идентификация.

Указанные методы идентификации преимущественно используются для объектов и систем, не поддающихся точному математическому описанию.

Типичными примерами таких систем служат: человек-оператор, экономические процессы, социально-политические явления и биологические системы.

Для технических систем современный уровень научных знаний в большинстве случаев позволяет установить математическую модель с точностью до неизвестных параметров. В частности, возможно задание системы дифференциальных или алгебраических уравнений, в которых неопределёнными остаются лишь отдельные коэффициенты. Такой подход именуется параметрической идентификацией.

Последующее изложение посвящено рассмотрению методов и алгоритмов параметрической идентификации.

В практике обработки данных лётных испытаний наиболее широкое применение нашли четыре метода параметрической идентификации: метод множественной регрессии, который часто называют методом наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия, непрерывно-дискретная фильтрация Калмана и частотные методы. Выбор конкретного метода определяется формой математического представления модели (обыкновенные дифференциальные уравнения, разностные уравнения или уравнения свёртки), причём универсального решения для всех типов моделей не существует.

Методы идентификации разделяются на активные и пассивные по способу тестирования. Активные методы предполагают подачу специальных тестовых сигналов (детерминированных или случайных) и обладают тремя ключевыми преимуществами: минимальными требованиями к априорной информации, целенаправленным характером идентификации и сниженными временными/материальными затратами. Пассивные методы, основанные на анализе данных нормальной эксплуатации, не требуют специальных испытаний, но нуждаются в продолжительном сборе информации и сложной статистической обработке, а также предъявляют жёсткие требования к частотному спектру входных воздействий.

В данном разделе рассматриваются ключевые методы параметрической идентификации, разработанные для нелинейных динамических систем, включая их частные случаи - линейные динамические и статические системы. Основное внимание уделено представлению моделей в пространстве состояний как наиболее универсальному подходу. Особенностью изложения является ориентация на практическую реализацию алгоритмов: все методы представлены в форме, адаптированной для цифровых вычислительных систем, с примерами разработки алгоритмов, обладающих заданными характеристиками. Рассматриваются три основных метода: метод наименьших квадратов, метод максимума правдоподобия и дискретно-непрерывный метод идентификации, каждый из которых получает детальное рассмотрение в соответствующих подразделах.

Важно отметить, что данные методы уже подвергались всестороннему анализу в диссертационном исследовании [193], где были подробно изучены их теоретические основы и практические аспекты применения. Представленные материалы позволяют как самостоятельно реализовывать алгоритмы идентификации на языках высокого уровня, так и эффективно использовать специализированные программные комплексы с встроенными методами параметрической идентификации [2].

1.1.3. Метод наименьших квадратов

Данный классический алгоритм, известный также как метод линейной множественной регрессии, был первоначально разработан Гауссом и успешно применен для оценки параметров орбит небесных тел по астрономическим наблюдениям, содержащим погрешности измерений [3].

Несмотря на длительную историю, метод наименьших квадратов (МНК) сохраняет свою актуальность и широко используется в различных модификациях. В рамках данного исследования рассматривается базовый вариант МНК, который сочетает в себе: простоту математической реализации и высокую практическую эффективность.

Пусть ММ объекта имеет вид,

$$y(t_i) = \varphi^T(t_i) a, \quad (1.1.1)$$

где

$y(t_i)$ - скалярный выходной сигнал;

$\varphi(t_i)$ - вектор регрессоров размерности p ;

a - вектор оцениваемых параметров размерности p .

Модель наблюдений,

$$z(t_i) = y(t_i) + v(t_i), \quad (1.1.2)$$

где $v(t_i)$ - шум наблюдений, или последовательность нормально распределенных дискретных независимых случайных величин с нулевым математическим ожиданием.

По визической природе шум наблюдений, как правило, представляет собой случайные погрешности измерений.

Оценка вектора параметров определяется из условия минимума функционала,

$$J(a) = \sum_{i=1}^N (z(t_i) - \varphi^T(t_i) a)^2, \quad (1.1.3)$$

где N - число наблюдений.

Минимум функционала (1.1.3) достигается при следующем значении вектора оцениваемых параметров:

$$\hat{a} = \left(\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) \varphi^T(t_i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \varphi(t_i) z(t_i). \quad (1.1.4)$$

На практике оценку наименьших квадратов лучше вычислять не по формуле (1.1.4), а через решение системы линейных алгебраических уравнений,

$$\left(\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) \varphi^T(t_i) \right) \hat{a} = \sum_{i=1}^N \varphi(t_i) z(t_i), \quad (1.1.5)$$

поскольку при численном решении системы (1.1.5) вычислительные ошибки в общем случае меньше, чем при обращении матрицы в (1.1.4).

Оценка МНК (1.1.4) или (1.1.5) является несмещенной, если выполняются следующие допущения:

вектор регрессоров $\varphi(t_i), i = \overline{1, N}$ известен точно или измеряется без ошибок; шум наблюдений имеет нулевое математическое ожидание $M[v(t)] = 0$ и удовлетворяет условию $M[\varphi(t)v(t)] = 0$.

При этом дисперсионная матрица вектора оценок определяется следующим выражением:

$$D[\hat{a}] = \sigma_v^2 \left(\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) \varphi^T(t_i) \right)^{-1}, \quad (1.1.6)$$

где σ_v^2 - дисперсия шума наблюдений v .

При невыполнении указанных допущений МНК-оценки приобретают систематическое смещение, что существенно снижает их точность и надежность.

Ключевым недостатком метода является жесткое требование точности измерений регрессоров, что на практике часто становится значительным ограничением для применения классического МНК.

В функционал (1.1.3) можно ввести скалярные весовые коэффициенты:

$$J(a) = \sum_{i=1}^N \beta(t_i) (z(t_i) - \varphi^T(t_i) a)^2. \quad (1.1.7)$$

В этом случае оценка вычисляется по формуле:

$$\hat{a} = \left(\sum_{i=1}^N \beta(t_i) \varphi(t_i) \varphi^T(t_i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \beta(t_i) \varphi(t_i) z(t_i). \quad (1.1.8)$$

Отметим, что традиционно МНК записывают в ином виде.

Для N наблюдений, соответствующих $t_i, i = \overline{1, N}$, формируют вектор наблюдений z размерности N и матрицу регрессоров F размерности $p \times N$:

$$z = \begin{bmatrix} z(t_1) \\ z(t_2) \\ \dots \\ z(t_N) \end{bmatrix}, \quad F = [\varphi(t_1) \quad \varphi(t_2) \quad \dots \quad \varphi(t_N)]. \quad (1.1.8)$$

Тогда оценка определяется формулой,

$$\hat{a} = (F F^T)^{-1} F^T z. \quad (1.1.9)$$

Хотя математические выражения (1.1.9) и (1.1.4) являются эквивалентными с теоретической точки зрения, для компьютерной реализации предпочтительнее использовать формулы (1.1.4) и (1.1.5). Это обусловлено следующими техническими преимуществами: отсутствие необходимости обработки громоздкого массива данных размерностью $p \times N$, снижение вычислительной сложности алгоритма и экономия памяти при работе с большими объемами данных.

Несмотря на то, что модель объекта (1.1.1) изначально разрабатывалась для статических систем, она сохраняет свою практическую значимость и для задач идентификации динамических систем. В частности, модель может быть успешно применена для оценки параметров динамических систем следующего вида:

$$\dot{y}(t) = Ay(t) + Bu(t), \quad (1.1.10)$$

где

$y(t), u(t)$ - векторы выходных и входных сигналов размерностей n и m соответственно;

A, B - матрицы, элементы которых содержат неизвестные параметры.

Пусть выполнены измерения $y(t_i), u(t_i), i = \overline{1, N}$. В этом случае значения $\dot{y}(t)$ можно найти численным дифференцированием. Далее рассмотрим, например, первое уравнение системы (1.1.10):

$$\dot{y}(t) = a_{11}y_1(t_i) + a_{12}y_2(t_i) + \dots + a_{1n}y_n(t_i) + b_{11}u_1(t_i) + b_{12}u_2(t_i) + \dots + b_{1m}u_m(t_i) \quad (1.1.11)$$

Обозначим,

$$z(t_i) = \dot{y}_1(t_i),$$

$$\varphi^T(t_i) = [y_1(t_i) \ y_2(t_i) \dots y_n(t_i) \ u_1(t_i) \ u_2(t_i) \dots u_m(t_i)],$$

$$a = [a_{11} \ a_{12} \dots a_{1n} \ b_{11} \ b_{12} \dots b_{1m}].$$

Тогда оценку вектора a можно найти по формуле (1.1.4). Аналогично рассматриваются остальные уравнения системы (1.1.10).

Метод (1.1.1)-(1.1.4) легко распространяется на случай векторного выходного сигнала.

При этом модель объекта имеет вид:

$$y(t_i) = a^T \varphi(t_i), \quad (1.1.12)$$

где

$y(t_i)$ - вектор выходных сигналов размерности n ;

$\varphi(t_i)$ - вектор регрессоров размерности p ;

a - матрица оцениваемых параметров размерности $p \times n$.

Модель наблюдений, минимизируемый функционал и формула для оценки принимают вид,

$$z(t_i) = y(t_i) + v(t_i), \quad (1.1.13)$$

$$J(a) = \sum_{i=1}^N (z(t_i) - a^T \varphi(t_i))^T (z(t_i) - a^T \varphi(t_i)), \quad (1.1.14)$$

$$\hat{a} = \left(\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) \varphi^T(t_i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \varphi(t_i) z^T(t_i). \quad (1.1.15)$$

На первый взгляд, многомерная версия модели (1.1.12) - (1.1.15) демонстрирует повышенную эффективность при решении задач параметрической идентификации, в частности для динамических систем типа (1.1.10). Для детального обоснования этого положения введем следующие обозначения:

$$z(t_i) = \dot{y}(t_i),$$

$$\varphi^T(t_i) = [y^T(t) u^T(t)],$$

$$a = [A^T B].$$

Хотя матрицу неизвестных параметров $\hat{a}$ можно формально оценить по формуле (1.1.15), проведенный анализ демонстрирует, что многомерный вариант не обладает существенными преимуществами по сравнению с базовой методикой. Фактически, он представляет собой лишь альтернативную форму записи классического метода (1.1.1) - (1.1.4), сохраняя аналогичные вычислительные характеристики и точность результатов. Выписывая в (1.1.15) элементы вектора $z^T(t_i) = [\dot{y}_1(t_i) \dot{y}_2(t_i) \dots \dot{y}_n(t_i)]$, легко убедиться, что столбцы матрицы a вычисляются автономно и, следовательно, оценка (1.1.15) эквивалентна

последовательному применению (1.1.4) к каждому из n уравнений системы (1.1.10). Формулы (1.1.1)-(1.1.5) являются предпочтительными для практического применения, поскольку их программная реализация отличается меньшей вычислительной сложностью по сравнению с альтернативными вариантами. Это преимущество особенно значимо при разработке компьютерных алгоритмов параметрической идентификации.

Для численного вычисления производных могут быть использованы стандартные аппроксимационные методы, например:

$$\hat{y}'(t_i) = \frac{y(t_{i+1}) - y(t_{i-1}))}{t_{i+1} - t_{i-1}}, \quad i = \overline{2, N-1}. \quad (1.1.16)$$

Хотя формула (1.1.16) позволяет оценивать производные, она демонстрирует высокую чувствительность к шумам измерений. Традиционное решение этой проблемы - предварительное сглаживание данных по формуле:

$$\hat{y}'(t_i) = \frac{1}{3} \sum_{j=i-1}^{j=i+1} y(t_j), \quad i = \overline{2, N-1}. \quad (1.1.17)$$

не рекомендуется к применению в задачах идентификации. Основная причина заключается в том, что такой подход: создает нежелательный фазовый сдвиг обрабатываемого сигнала, приводит к систематическому смещению получаемых оценок параметров и ухудшает точность идентификации динамических характеристик системы.

Для минимизации влияния шумов измерений рекомендуется использовать формулу полиномиального сглаживания на скользящем интервале, предложенную в работе [28].

$$\hat{y}'(t_i) = \sum_{j=-m}^m b_j y(t_{i+j}), \quad i = \overline{m+1, N-m}. \quad (1.1.18)$$

Оценки производных, вычисленные по формуле (1.1.18), демонстрируют оптимальные статистические характеристики, включая свойство несмещенности и минимальную дисперсию, что подтверждено в исследовании [4].

Для практической реализации данного подхода применяется сглаживающий полином четвертого порядка, коэффициенты которого рассчитываются по специальной вычислительной формуле (1.1.19). Этот метод обеспечивает эффективное подавление шумовых помех в исходных данных при одновременном сохранении точности воспроизведения динамических характеристик анализируемого сигнала. Важным преимуществом алгоритма является его вычислительная эффективность, позволяющая применять метод для обработки данных в реальном времени.

$$b_j = \frac{5[5(3m^4 + 6m^3 - 3m + 1)j - 7(3m^2 + 3m - 1)j^3]}{h(m^2 - 1)m(m + 2)(4m^2 - 1)(2m + 3)}, \quad (1.1.19)$$

где $h = t_{i+1} - t_i$ - интервал дискретизации.

Как правило, в практических расчетах выбирается значение $m = 5$.

Следует отметить, что МНК может успешно применяться для оценки параметров нелинейных систем при условии их линейности по параметрам, когда все нелинейные компоненты включаются в вектор регрессоров.

Ключевыми преимуществами МНК являются:

- одношаговый характер вычислений, не требующий предварительного задания начальных приближений параметров, что особенно ценно при отсутствии исходного банка аэродинамических данных (в таких случаях оценки МНК могут служить начальным приближением для более сложных методов);
- независимость результатов от временной последовательности измерений, позволяющая эффективно сортировать данные по другим параметрам, что важно при идентификации нелинейных зависимостей.

Однако метод обладает существенным ограничением - относительно невысокой точностью. Численные эксперименты показывают, что для параметров линейных моделей продольного и бокового движения самолетов погрешности оценивания могут достигать 30% даже при реалистичных уровнях шумов измерений. Основная причина этого недостатка связана с ошибками измерений

регрессоров, причем данная проблема может быть более эффективно решена альтернативными методами параметрической идентификации.

1.1.4. Метод максимума правдоподобия

В современных методах параметрической идентификации минимизируемый функционал часто конструируется на базе принципов теории стохастических решений [5]. Ярким примером такого подхода является метод максимума правдоподобия (ММП), который: основан на строгом вероятностном подходе к оценке параметров, позволяет получать асимптотически эффективные оценки и учитывает статистические свойства шумов измерений.

В рамках вероятностного подхода к идентификации неизвестные параметры можно рассматривать как вектор случайных величин с заданной априорной плотностью распределения $p(a)$. Эта плотность может быть уточнена на основе результатов наблюдений $z(N)$, где N представляет собой количество наблюдений. Согласно формуле Байеса, условная плотность распределения вектора параметров при заданных наблюдениях определяется как:

$$p(a|z(N)) = \frac{p(z(N)|a) p(a)}{p(z(N))}, \quad (1.1.20)$$

где

$p(z(N)|a)$ - функция правдоподобия, описывающую условную плотность распределения наблюдаемых данных $z(N)$ при заданных параметрах a ,

$p(z(N))$ - маргинальная плотность распределения наблюдений, играющей роль нормирующей константы.

Оценка a , соответствующая максимуму апостериорной плотности $p(a|z(N))$ носит название оценки максимума апостериорной вероятности.

При обработке наблюдаемых данных $z(N)$ знаменатель в выражении (1.1.20) представляет собой константу нормализации, которая не влияет на положение экстремума оптимизируемого функционала. В случае значительных ошибок априорных оценок параметров, когда априорная плотность

распределения $p(a)$ оказывается слабо информативной, ее учетом можно пренебречь.

Тогда оценку вектора a можно выбирать из условия максимума плотности распределения наблюдений $p(z(N)|a)$. Такая оценка называется оценкой максимума правдоподобия, а плотность $p(z(N)|a)$ - функцией правдоподобия.

Рассмотрим идеализированный случай, когда шум объекта отсутствует. Модели объекта и наблюдений задаются следующими уравнениями:

$$y'(t) = f(y(t), a, u(t)), \quad (1.1.21)$$

$$z(t_i) = h(y(t_i), a, u(t_i)) + \eta(t_i), \quad (1.1.22)$$

где

$y(t)$ представляет собой вектор, содержащий все переменные состояния системы,

$u(t)$ - вектор управляющих воздействий, подаваемых на вход системы,

$z(t_i)$ - вектор наблюдаемых выходных сигналов, доступных для измерений,

$f(\cdot)$ - функция, описывающая нелинейную динамику изменения состояний системы,

$h(\cdot)$ - функция, моделирующая процесс измерений выходных сигналов,

$\eta(t_i)$ - случайные погрешности измерений, представляющие собой последовательность независимых нормальных случайных векторных величин с нулевым математическим ожиданием и известной ковариационной матрицей $R(t_i)$, в инженерной практике эту составляющую иногда называют шум наблюдений,

a - вектор, содержащий все неизвестные параметры, подлежащие оценке в процессе идентификации.

В рассматриваемой постановке задачи предполагается, что входной сигнал $u(t)$ является известной функцией времени. Начальные условия $y(t_0)$ могут

учитываться двумя способами: либо как заранее известные величины, используемые в качестве констант при решении уравнений идентификации, либо как дополнительные оцениваемые параметры, включаемые в общий вектор неизвестных характеристик системы.

Шумы наблюдений представляют собой нормально распределенные и независимые случайные векторные величины. Вследствие свойства независимости, совместная плотность распределения вероятностей шумов для всех моментов времени $t_i, i = \overline{1, N}$ выражается произведением маргинальных плотностей распределения для каждого отдельного наблюдения. Это свойство позволяет записать функцию правдоподобия в следующем виде:

$$p(z(N)|a) = A \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (z(t_i) - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i)))^T R^{-1}(t_i) (z(t_i) - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i))) \right\} \quad (1.1.23)$$

где $A = \prod_{i=1}^N (R(t_i)^{-1} (2\pi)^{-r})^{1/2}$ - константа, не зависящая от вектора параметров,

$\hat{y}(t_i)$ - оценка прогноза вектора состояния, получающаяся из численного решения уравнения (1.1.21) при фиксированном значении вектора параметров.

При сделанных предположениях о нормальности и независимости шумов наблюдений максимизация функции правдоподобия (1.1.23) обеспечивает получение несмещенных и эффективных оценок параметров. Благодаря монотонности логарифмической функции, задача максимизации исходного функционала по параметрам a эквивалентна минимизации его логарифмического представления. В результате преобразований критерий метода максимального правдоподобия принимает следующий вид:

$$J(a) = \sum_{i=1}^N ((z(t_i) - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i)))^T R^{-1}(t_i) (z(t_i) - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i)))) \quad (1.1.24)$$

Функционал (1.1.24) соответствует взвешенному методу наименьших квадратов с весовой матрицей $R(t_i)^{-1}$. Это означает, что при принятых допущениях о нормальном распределении и независимости шумов наблюдений, метод максимального правдоподобия формально сводится к взвешенной версии МНК. Таким образом, принципиальное отличие ММП заключается не в виде оптимизационного критерия, а в особенностях параметризации модели объекта (1.1.21)-(1.1.22) и выборе численного метода минимизации.

Основная ценность метода максимального правдоподобия проявляется при работе с более сложными вероятностными моделями, где простой связи с МНК уже не существует. В рассматриваемом же случае гауссовских шумов преимущество ММП состоит главным образом в естественном учете статистических свойств ошибок измерений через весовую матрицу $R(t_i)^{-1}$. Это позволяет получать оценки с оптимальными статистическими свойствами при сохранении вычислительной эффективности.

Для практической минимизации функционала (1.1.24) рекомендуется применять модифицированный метод Ньютона, который обеспечивает быструю сходимость и устойчивость даже при работе с плохо обусловленными задачами. Данный алгоритм особенно эффективен при учете специальной структуры весовой матрицы, характерной для задач параметрической идентификации. Его использование позволяет в полной мере реализовать преимущества подхода максимального правдоподобия при сохранении вычислительной эффективности.

$$\hat{a}_{k+1} = a_k - \left(\frac{d^2 J(a_k)}{da_k^2} \right)^{-1} \frac{dJ(a_k)}{da_k}. \quad (1.1.25)$$

Для детального понимания модификации метода Ньютона требуется вычислить производные функционала (1.1.25) первого и второго порядка по вектору параметров. Эти вычисления необходимо выполнять с учетом уравнений

модели объекта (1.1.21) и (1.1.22), которые определяют структуру функционала и его зависимость от оцениваемых параметров.

Введем обозначение,

$$\hat{z}(t_i, a) = h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i)).$$

Тогда функционал (1.1.24) можно записать в виде,

$$J(a) = \sum_{i=1}^N (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a))^T R^{-1}(t_i) (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a)), \quad (1.1.26)$$

где $\hat{z}(t_i, a)$ есть оценка прогноза вектора наблюдений, получаемая численным интегрированием уравнений объекта и наблюдений (1.1.21), (1.1.22) для $t \in [t_0, t_N]$ при $v(t_i) = 0, i = \overline{1, N}$.

Для вычисления производных скалярного функционала (1.1.26) по вектору параметров a размерности p используются стандартные векторно-матричные соотношения, предполагающие существование соответствующих скалярных производных.

$$\frac{d(x^T A x)}{dx} = 2Ax, \quad (1.1.27)$$

где x - вектор размерности r , A - симметричная матрица размерности $r \times r$.

$$\left(\frac{dJ(x(a))}{da} \right)_{(p \times 1)} = \left(\frac{dx}{da} \right)_{(p \times r)}^T \left(\frac{dJ}{dx} \right)_{(r \times 1)}, \quad (1.1.28)$$

где

$x(a)$ - векторная функция размерности r векторного аргумента a размерности p ;

$J(x(a))$ - скалярная функция векторного аргумента x размерности r и сложная функция векторного аргумента a размерности p . В (1.1.28) в скобках указаны размерности.

В (1.1.28) предполагается, что производная векторной функции x по векторному аргументу a формируется по следующему правилу,

$$\frac{dx}{da} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial a_1} & \frac{\partial x_1}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial a_p} \\ \frac{\partial x_2}{\partial a_1} & \frac{\partial x_2}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial x_2}{\partial a_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial x_r}{\partial a_1} & \frac{\partial x_r}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial x_r}{\partial a_p} \end{bmatrix}_{(r \times p)}$$

Соотношения (1.1.27) и (1.1.28) легко доказываются путем записи скалярных элементов в явном виде.

Например, найдем частную производную $J(x(a))$ по элементу a_1 :

$$\frac{\partial J(x(a))}{\partial a_1} = \frac{\partial J}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial a_1} + \frac{\partial J}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial a_1} + \dots + \frac{\partial J}{\partial x_r} \cdot \frac{\partial x_r}{\partial a_1} = \left(\frac{\partial x}{\partial a_1} \right)^T \cdot \frac{\partial J}{\partial x}.$$

Выполняя эту операцию для элементов $a_2, a_3, \dots, a_p$ вектора a и сопоставляя результаты, получим (1.1.27). Аналогично, найдем частную производную $x^T A x$ по элементу x_1 , учитывая известное выражение для квадратичной формы,

$$x^T A x = \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^r x_j a_{ji} x_i.$$

Тогда,

$$\frac{\partial (x^T A x)}{\partial x_1} = \sum_{i=1}^r a_{1i} x_i + x_1 a_{11} + x_2 a_{21} + \dots + x_r a_{r1} = \sum_{i=1}^r a_{1i} x_i + \sum_{i=1}^r a_{i1} x_i = 2 \sum_{i=1}^r a_{1i} x_i.$$

Здесь правая часть есть первый элемент вектора $2Ax$. Повторяя для остальных элементов вектора x , получим (1.1.27).

Введем обозначение,

$$\varepsilon(t_i, a) = z(t_i) - \hat{z}(t_i, a).$$

Тогда функционал (1.1.26) можно записать в виде,

$$J(a) = \sum_{i=1}^N \varepsilon^T(t_i, a) R^{-1}(t_i) \varepsilon(t_i, a). \quad (1.1.29)$$

По свойству дисперсионной матрицы $R(t_i)$ симметрична. Следовательно, симметрична и $R^{-1}(t_i)$.

Найдем производную (1.1.29) по вектору параметров с учетом (1.1.27) и (1.1.28),

$$\begin{aligned} \frac{dJ(a)}{da} &= \sum_{i=1}^N \frac{d\varepsilon^T(t_i, a)}{da} \cdot \frac{dJ(a)}{d\varepsilon^T(t_i, a)} = \sum_{i=1}^N \frac{d\varepsilon^T(t_i, a)}{da} \cdot 2R^{-1}(t_i) \varepsilon(t_i, a) = \\ &= -2 \sum_{i=1}^N \frac{dz^T(t_i, a)}{da} \cdot R^{-1}(t_i) (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a)). \end{aligned} \quad (1.1.30)$$

Дифференцируя (1.1.30), найдем матрицу вторых производных функционала (матрицу Гессе),

$$\begin{aligned} \frac{d^2 J(a)}{da^2} &= 2 \sum_{i=1}^N \frac{dz^T(t_i, a)}{da} \cdot R^{-1}(t_i) \frac{dz(t_i, a)}{da} - \\ &- 2 \sum_{i=1}^N \frac{d^2 \hat{z}^T(t_i, a)}{da^2} \cdot R^{-1}(t_i) (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a)). \end{aligned} \quad (1.1.31)$$

В (1.1.31) предлагается вычислять матрицу вторых производных по формуле,

$$\frac{d^2 J(a)}{da^2} = 2 \sum_{i=1}^N \frac{dz^T(t_i, a)}{da} \cdot R^{-1}(t_i) \frac{dz(t_i, a)}{da}. \quad (1.1.32)$$

Точное выражение (1.1.31) демонстрирует, что модификация, предложенная в [6], сводится к исключению слагаемого, содержащего вторые производные. Преимущества такой аппроксимации (1.1.32) действительно значительны: во-первых, она существенно сокращает вычислительные затраты, а во-вторых, устраняет погрешности, связанные с расчетом вторых производных.

Как отмечено в [7] (с. 62), основной недостаток классического метода Ньютона заключается именно в необходимости вычисления вторых производных. Формула (1.1.32) предлагает радикальное решение этой проблемы, что, однако, ставит вопрос о теоретической обоснованности такого упрощения. Действительно, хотя аппроксимация (1.1.32) значительно упрощает вычисления, ее применение требует дополнительного анализа устойчивости и сходимости метода, особенно в случае сложных нелинейных моделей.

Таким образом, несмотря на очевидные практические преимущества, правомерность подобной модификации должна оцениваться с учетом конкретных

условий задачи, включая требования к точности и вычислительные ресурсы. В некоторых случаях отбрасывание слагаемого со вторыми производными может привести к потере скорости сходимости или устойчивости алгоритма, тогда как в других — стать оптимальным компромиссом между сложностью и эффективностью.

Как показано в [7] (с. 248), рассматриваемая модификация метода Ньютона имеет строгое теоретическое обоснование. Согласно исследованиям [3], точное вычисление матрицы Гессе становится существенным только в окрестности точки минимума $a \approx a_{ист}$ (где $a_{ист}$ — истинное значение параметров), где целевой функционал с высокой точностью аппроксимируется квадратичной формой. Это свойство обусловлено фундаментальной характеристикой метода Ньютона — его способностью достигать одношаговой квадратичной сходимости в случае точно квадратичных функционалов [7].

В данной постановке задачи, при приближении к точке минимума $a_{ист}$, где выполняются условия квадратичной аппроксимации, модифицированный метод сохраняет все преимущества классического алгоритма Ньютона. При этом

$$\varepsilon(t_i, a) = z(t_i) - \hat{z}(t_i, a) \approx \eta(t_i)$$

и, следовательно,

$$M[z(t_i) - \hat{z}(t_i, a)] \approx 0. \quad (1.1.33)$$

Отбрасываемое в (1.1.31) слагаемое пропорционально оценке математического ожидания (1.1.33), вычисленной по N наблюдениям. Учитывая, что функционал удовлетворяет условиям метода Ньютона (дважды непрерывно дифференцируем), вторые производные в (1.1.31) являются непрерывными и ограниченными. Это означает, что в окрестности точки минимума данное слагаемое стремится к нулю, что подтверждает обоснованность его отбрасывания в модифицированной версии алгоритма.

На значительных расстояниях от точки экстремума, где квадратичная аппроксимация функционала менее точна, требование к точности вычисления

матрицы Гессе существенно снижается. Практические испытания алгоритма, включавшие как численное моделирование, так и обработку обширных массивов реальных полетных данных, продемонстрировали устойчивую сходимость итерационного процесса (1.1.34). В большинстве случаев для достижения минимума требовалось от 4 до 8 итераций даже при начальных ошибках оценок параметров до 50%.

При указанных проверках алгоритма производные оценок прогноза определялись численно для моментов времени $t_i, i = \overline{1, N}$ по формулам:

$$\frac{dz(t_i, a)}{da} = \left[\frac{\partial z(t_i, a)}{\partial a_1} \quad \frac{\partial z(t_i, a)}{\partial a_2} \quad \dots \quad \frac{\partial z(t_i, a)}{\partial a_p} \right]_{(r \times p)}, \quad (1.1.34)$$

$$\frac{\partial z(t_i, a)}{\partial a_j} = \frac{z(t_i, a + \varepsilon e_j) - z(t_i, a)}{\varepsilon},$$

где e_j - вектор размерности p , все элементы которого равны нулю за исключением j -го элемента, который равен 1; ε - малое число, обычно задаваемое на уровне 0,001...0,1% от номинального значения параметров.

Оценки $\hat{z}(t_i, a), i = \overline{1, N}$ определялись численным решением (1.1.21), (1.1.22) при $u(t_i) = 0$.

Окончание идентификации осуществляется по условию $|a_{k+1} - a_k| < \delta |a_k|$, где $\delta = 0,005...0,02$.

Представленные выше результаты получены в рамках известного в математической статистике метода максимума правдоподобия при допущении о нормальности, независимости и центрированности шумов. Отметим, что в данном случае шумы по физической природе есть случайные погрешности измерений.

Полученные расчетные формулы фактически являются разновидностью выборочных оценок, вычисляемых по выборкам конечного объема. Поэтому кратко рассмотрим их некоторые важные свойства.

Свойства оценок математического ожидания и дисперсии объясняется следующим образом. Оценки математического ожидания (МО) и дисперсии являются, как известно, несмещенными и состоятельными. Если случайная величина (СВ) имеет нормальное распределение, то эти оценки являются также и эффективными, то есть имеют минимальную дисперсию по сравнению с другими оценками. При распределениях, отличных от нормального, свойство эффективности может утрачиваться.

Несмещенность оценок МО и дисперсии означает, что их МО равно истинным значениям МО и дисперсии СВ X :

$$\begin{aligned} M[\hat{m}_x] &= m_x \\ M[\hat{D}_x] &= D_x \end{aligned} \quad (1.1.35)$$

Покажем это для оценки $\hat{m}_x$.

Имеющиеся значения $x_i, i=1 \dots N$ являются реализациями СВ X , имеющей МО m_x и дисперсию D_x . Значит совокупность $x_1, x_2, \dots, x_N$ представляет собой N независимых СВ, каждая из которых распределена по тому же закону, что и X . Тогда оценка,

$$\hat{m}_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (1.1.36)$$

есть СВ, являющаяся линейной функцией от СВ $x_1, x_2, \dots, x_N$. Тогда

$$\begin{aligned} M[\hat{m}_x] &= M\left[\frac{1}{N}(x_1 + x_2 + \dots + x_N)\right] = \frac{1}{N} M[(x_1 + x_2 + \dots + x_N)] = \frac{1}{N} (M[x_1] + M[x_2] + \dots + M[x_N]) = \\ &= \frac{1}{N} (Nm_x) = m_x \end{aligned}$$

Аналогично можно найти дисперсию оценки $\hat{m}_x$:

$$\begin{aligned} D[\hat{m}_x] &= D\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i\right] = \frac{1}{N^2} D\left[\sum_{i=1}^N x_i\right] = \frac{1}{N^2} (D[x_1] + D[x_2] + \dots + D[x_N]) = \\ &= \frac{1}{N^2} (D_x + D_x + \dots + D_x) = \frac{1}{N^2} (ND_x) = \frac{D_x}{N} \end{aligned} \quad (1.1.37)$$

Формула (1.1.37) определяет дисперсию оценки $\hat{m}_x$. Поскольку точное значение дисперсии D_x СВ X нам не известно естественно заменить ее оценкой. Тогда оценка дисперсии $\hat{m}_x$

$$D[\hat{m}_x] = \frac{\hat{D}_x}{N},$$

а СКО оценки

(1.1.38)

$$\sigma[\hat{m}_x] = \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{N}}$$

В статистической практике часто используется нормировка на количество наблюдений, что преобразует функционал в выборочную оценку математического ожидания.

Использование в методе максимального правдоподобия нормирующего множителя $\frac{1}{N}$ основано на его интерпретации как выборочной оценки математического ожидания $M[E^T R^{-1} E]$, что укрепляет теоретический фундамент метода в рамках статистического оценивания. Практически это преобразует функционал в среднеквадратичную ошибку, позволяя интерпретировать его значение как среднюю ошибку на одно наблюдение. Такой подход обеспечивает корректное сравнение качества моделей, полученных на выборках различного объема, поскольку значение функционала становится инвариантным к количеству данных N . Это повышает универсальность процедуры идентификации и упрощает анализ сходимости алгоритма оптимизации. Таким образом, применение нормированной версии метода сочетает теоретическую строгость с практической эффективностью.

Первым шагом определяется невязка (ошибка) между реальными измерениями и оцениваемыми модели.

$$\begin{aligned} e(t_i) &= z(t_i) - \hat{z}(t_i) = z(t_i) - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i)) \\ i &= 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (1.1.39)$$

где

t_i — момент времени i -го измерения.

$z(t_i)$ — вектор измеренных выходных сигналов системы в момент t_i .

$\hat{z}(t_i)$ — вектор выходных сигналов, оценённых моделью в момент t_i .

h — функция наблюдения (измерений) модели.

$\hat{y}(t_i)$ — оценка вектора состояния системы в момент t_i , полученная в результате численного интегрирования уравнений модели.

a — вектор идентифицируемых параметров модели (искомые величины).

$u(t_i)$ — вектор известных управляющих воздействий (входов системы) в момент t_i .

$e(t_i)$ — вектор ошибки (невязки) между измерением и предсказанием модели в момент t_i .

N — общее количество моментов наблюдения (размер выборки).

Целью идентификации является нахождение таких параметров a , которые минимизируют средний квадрат ошибки, взвешенный с учетом статистической достоверности измерений.

$$J(a) = M \left[E^T R^{-1} E \right] \quad (1.1.40)$$

где

$J(a)$ — целевой функционал качества.

$M[\cdot]$ — оператор математического ожидания. Эта запись означает, что мы хотим минимизировать ожидаемое значение взвешенного квадрата ошибки.

E — случайный вектор ошибки (чья реализация — это $e(t_i)$).

R — ковариационная матрица шума измерений ε . Эта матрица известна (или оценена априорно) и характеризует точность измерительной аппаратуры.

R^{-1} — весовая матрица. Она придает больший "вес" (значимость) тем измерениям, которые имеют меньшую дисперсию (большую точность).

Поскольку у нас нет доступа к теоретическому математическому ожиданию, мы заменяем его выборочным средним (оценкой по выборке данных).

$$\hat{M}[E] = \hat{m}_E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e(t_i) \quad (1.1.41)$$

где

$\hat{M}[\cdot]$ — оператор выборочного среднего (оценка математического ожидания).

$\hat{m}_E$ — оценка среднего значения ошибки. В данном контексте эта формула показывает принцип: мы заменяем теоретический оператор M на практический вычислительный оператор $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N$.

Применяя оператор выборочного среднего к теоретическому функционалу, мы получаем практический критерий, который можно непосредственно вычислить и минимизировать.

$$J(a) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e(t_i)^T R^{-1} e(t_i) \quad (1.1.42)$$

Этот функционал представляет собой среднее арифметическое взвешенных квадратов ошибок по всем N наблюдениям.

Множитель $\frac{1}{N}$ делает функционал нормированным, что позволяет сравнивать качество моделей, обученных на наборах данных разного размера.

Подставляя в функционал явное выражение для ошибки, получаем окончательную формулу, которая используется для численной оптимизации.

$$J(a) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z(t_i) - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i)))^T R^{-1} (z(t_i) - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i))) \quad (1.1.43)$$

Полученный функционал $J(a)$ совпадает с функционалом взвешенного метода наименьших квадратов. Это прямое следствие предположения о том, что шум измерений имеет нормальное распределение. Метод максимального правдоподобия в этом случае сводится к минимизации данного функционала.

1.1.5. Дискретно-непрерывный метод идентификации

Рассматриваемый алгоритм идентификации, основанный на принципах калмановской фильтрации и обозначаемый как дискретно-непрерывный метод идентификации (ДНМИ) [10], использует непрерывное описание модели объекта при дискретной форме модели наблюдений, что соответствует современной практике цифровой регистрации полетных данных. В данном методе выполняется переход к расширенному вектору состояния, включающему как собственно вектор состояния системы $y(t)$, так и вектор идентифицируемых параметров a , что позволяет осуществлять совместную оценку состояния и параметров в рамках единой процедуры фильтрации.

Далее для расширенного, или обобщенного, вектора $x^T(t) = [y(t) \ a]$ выполняется калмановская фильтрация.

Таким образом, представленный ниже алгоритм является вариантом расширенного фильтра Калмана.

Модель объекта записывается в виде,

$$y'(t) = f(y(t), a, u(t)) + \omega(t) \quad (1.1.44)$$

Последнее слагаемое (1.1.44) есть шум объекта. Для модели летательного аппарата шум объекта как правило, есть атмосферная турбулентность. Способы ее математического описания рассмотрены в подразделе 2.1.2. Формирующий фильтр, описывающий турбулентность, включается в состав модели объекта. Пример для продольного движения самолета представлен в подразделе 2.1.2.

Анализ второго уравнения системы (1.1.44) показывает, что метод предполагает постоянство идентифицируемых параметров на всем рассматриваемом участке идентификации. Это допущение принципиально важно для применяемого подхода, поскольку: позволяет рассматривать параметры как компоненты расширенного вектора состояния, обосновывает использование методов фильтрации для их оценки и определяет границы применимости алгоритма.

Дискретная модель наблюдений задается уравнением (1.1.22), рассмотренным выше:

$$z(t_i) = h(y(t_i), a, u(t_i)) + \eta(t_i).$$

Здесь последнее слагаемое случайные погрешности измерений, представляющие собой последовательность независимых нормальных случайных векторных величин с нулевым математическим ожиданием и известной ковариационной матрицей $R(t_i)$.

До начала работы алгоритма идентификации необходимо задать начальные значения обобщенного вектора состояния $x^T(t_0) = [y(t_0) \ a_0]$ и соответствующую корреляционную матрицу $V(t_0)$.

Для нахождения оценок $\hat{x}(t_0)$ выполняются следующие вычислительные операции на каждом интервале $t \in [t_k, t_{k+1}]$, $k = \overline{0, N-1}$:

определение прогноза вектора состояния и параметров,

$$\frac{d\tilde{y}(t|t_k)}{dt} = f(\tilde{y}(t|t_k), \hat{a}(t_k), u(t)), \quad (1.1.45)$$

$$\tilde{a}(t_{k+1}|t_k) = \hat{a}(t_k),$$

при начальных условиях $\tilde{y}(t_k|t_k) = \hat{y}(t_k)$;

вычисление переходной матрицы $F_1(t_{k+1}, t_k)$ размерности $n \times (n+p)$ решением уравнения,

$$\frac{dF_1(t, t_k)}{dt} = A_{11}(t, t_k) F_1(t, t_k) + [0_{(n \times n)} \quad A_{12}(t, t_k)], \quad (1.1.46)$$

с начальными условиями $F_1(t_k, t_k) = [E_{(n \times n)} \quad 0_{(n \times p)}]$,

где,

$$A_{11}(t, t_k)_{(n \times n)} = \frac{\partial f(\tilde{y}(t|t_k), \hat{a}(t_k), u(t))}{\partial \tilde{y}(t|t_k)}, \quad A_{12}(t, t_k)_{(n \times p)} = \frac{\partial f(\tilde{y}(t|t_k), \hat{a}(t_k), u(t))}{\partial \hat{a}(t_k)};$$

определение корреляционной матрицы $W(t_{k+1}, t_k)$ эквивалентного дискретного шума объекта путем решения уравнения,

$$\frac{dW(t, t_k)}{dt} = A_{11}(t, t_k) W(t, t_k) + W(t, t_k) A_{11}^T(t, t_k) + S_\omega(t) \quad (1.1.47)$$

с начальными условиями $W(t_{k+1}, t_k) = 0_{(n \times n)}$;

определение матрицы ошибки прогноза,

$$P_{k+1} = F_k V_k F_k^T + W(t_{k+1}, t_k) W_k, \quad (1.1.48)$$

где,

$$F_k = \begin{bmatrix} F_1(t_{k+1}, t_k) & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}, \quad W_k = \begin{bmatrix} W(t_{k+1}, t_k) & 0_{(n \times p)} \\ 0_{(p \times n)} & 0_{(p \times p)} \end{bmatrix};$$

вычисление коэффициента усиления фильтра,

$$K_{k+1} = P_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}, \quad (1.1.49)$$

где $H_{k+1} = \frac{\partial h(\tilde{x}(t_{k+1}|t_k), u(t_{k+1}))}{\partial \tilde{x}(t_{k+1}|t_k)}$ - матрица наблюдений размерности $r \times (n + p)$;

вычисление корреляционной матрицы ошибки текущей оценки состояния и параметров,

$$V_{k+1} = (K_{k+1} H_{k+1} - E) P_{k+1} (K_{k+1} H_{k+1} - E)^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T \quad (1.1.50)$$

определение текущей оценки вектора состояния и идентифицируемых параметров,

$$\hat{x}(t_{k+1}) = \tilde{x}(t_{k+1}|t_k) + K_{k+1} (z(t_{k+1}) - h(\tilde{x}(t_{k+1}|t_k), u(t_{k+1}))) \quad (1.1.51)$$

1.2. Анализ существующих подходов к комплексной обработке бортовой измерительной информации о параметрах движения летательных аппаратов

1.2.1. Анализ бортовых систем, обеспечивающих измерение параметров движения летательных аппаратов

Параметры движения воздушного судна в полёте регистрируются специализированными бортовыми измерительными системами, интегрированными в состав пилотажно-навигационного комплекса.

Пилотажно-навигационное оборудование выполняет следующие основные функции [11]: вычисление навигационных параметров, включая текущие координаты местоположения воздушного судна; контроль отклонений от установленной траектории полета; выработку управляющих команд для движения центра масс по заданной траектории; формирование управляющих сигналов для движения относительно центра масс; отображение пилотажно-навигационных данных; генерацию предупредительных сигналов о приближении к предельным режимам полета и неисправностях оборудования. Для выполнения указанных функций требуется получение следующих данных: параметры перемещения центра масс - пространственные координаты, векторные характеристики скорости и ускорения (перегрузки), высотно-скоростные показатели, описывающие движение относительно воздушной среды; параметры движения относительно центра масс - ориентация основных осей аппарата в земной системе координат (крен, тангаж и курс) и относительно вектора скорости (углы атаки, скольжения и сноса), значения угловых скоростей вращения; характеристики относительного движения (по отношению к наземным объектам и другим воздушным судам). В таблице 1.2.1 приведены основные средства измерений пилотажно-навигационных параметров.

Группы параметров	Измеряемый параметр	Приборы и датчики	Информационные системы
Параметры движения центра масс	Координаты местоположения	—	Радиотехнические системы ближней навигации (РСБН), радиотехнические системы дальней навигации (РСДН), астроориентатор, бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС), СНС
	Высота полета	Высотомер	Система воздушных сигналов (СВС), БИНС
	Вертикальная скорость	Вариометр	СВС, БИНС
	Путевая скорость	—	Доплеровский измеритель, БИНС, СНС
	Воздушная скорость	Указатель истинной, воздушной, приборной скорости и числа Маха	СВС
	Вертикальная скорость	Высотомер	СВС, БИНС
Параметры движения относительно центра масс	Курс	Авиационный компас (магнитный), гирокомпас, астрокомпас	Курсовая система, курсовертикаль, БИНС
	Крен, тангаж	Авиагоризонт	Гировертикаль, курсовертикаль, БИНС
	Углы атаки и скольжения	Указатель поворота и скольжения, датчик угла атаки	—
	Угловые скорости	Датчик угловой скорости	БИНС
Параметры относительного движения по траектории	Курсовой угол, дальность, отклонение от заданной линии движения	Радиополукомпас, автоматический радиокompас, дальномер	Радиолокатор, радиотехнические курсогли- садные средства посадки, радиотехнические средства межсамолетной навигации

Таблица 1.2.1 – Пилотажно-навигационные параметры и их средства измерений

Полученные в ходе измерений данные содержат погрешности двух основных типов: систематические (обусловленные смещением нулевых отметок измерительных датчиков) и случайные (вызванные измерительными шумами). Систематические смещения определяются калибровочными характеристиками

измерительно-информационного комплекса и для каждого отдельного полета представляют собой случайные величины.

Для измерительных шумов приняты следующие допущения: все шумовые составляющие подчиняются нормальному распределению с математическим ожиданием, равным нулю, и, в общем случае, неопределённой дисперсией. Важно отметить, что присутствие шумовой компоненты в общей погрешности измерений не является обязательным условием. В отдельных случаях всеми погрешностями наблюдений можно пренебречь, рассматривая измерения как идеально точные. Помимо указанных видов погрешностей, существует дополнительный тип ошибок - временное запаздывание сигналов. Данная погрешность идентифицируется визуальными методами на стадии первичной обработки полётной информации и устраняется путём временного сдвига измеренных значений на величину обнаруженного лага.

Экспериментальные данные свидетельствуют, что при решении пилотажных задач угловые параметры ориентации (тангаж и крен) могут рассматриваться как безошибочные. Это допущение оправдано исключительной точностью их измерения современными инерциальными системами, достигающей порядка угловых секунд.

При проведении лётных испытаний осуществляется оценка погрешностей измерения следующих аэродинамических параметров:

- воздушной скорости (V),
- числа Маха (M),
- статического давления (P_H),
- температуры наружного воздуха (T_H),
- барометрической высоты.

Указанные параметры, характеризующие движение летательного аппарата относительно воздушной среды и состояние атмосферы, принято относить к аэрометрическим. Полученные в ходе испытаний оценки систематических погрешностей данных измерений обозначаются как аэродинамические поправки.

Измерения проекций перегрузок (n_x, n_y, n_z) и угловых скоростей ($\omega_x, \omega_y, \omega_z$) в связанной системе координат выполняются с использованием акселерометров и датчиков угловых скоростей (ДУС), при этом результаты измерений содержат две составляющие погрешности: систематическое смещение и случайный измерительный шум. В большинстве практических случаев шумовая составляющая рассматривается как гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и заданной дисперсией, причем отдельные шумовые составляющие по различным каналам измерений предполагаются статистически независимыми.

Примеры погрешностей авиационных измерительных приборов включают следующие характеристики:

- магнитный жидкостный компас КИ-13К, используемый для индикации магнитного курса воздушного судна, имеет инструментальную погрешность измерений $\pm 1^\circ$;
- авиагоризонт АГИ-1К, определяющий пространственное положение самолета относительно истинного горизонта и фиксирующий наличие, и направление бокового скольжения, обладает допустимыми погрешностями измерений: $\pm 1^\circ$ по тангажу и крену в режиме горизонтального полета и $\pm 5^\circ$ после выполнения маневров;
- указатель скорости УС-450К демонстрирует погрешность измерения приборной скорости в пределах ± 6 км/ч;
- акселерометр АМ-9С, измеряющий линейные ускорения по своей измерительной оси, имеет предельную погрешность $\pm 0,5g$;
- датчик высоты ДВ-15 показывает следующие погрешности измерения барометрической высоты: ± 30 м (0-600 м), ± 50 м (900-1200 м) и $\pm 2\%$ (выше 1500 м) ;
- указатель числа Маха МС-1 характеризуется погрешностью измерений в диапазоне $\pm (2-8)\%$;

- автомат углов атаки и перегрузок АУАСП-18КР обеспечивает измерение текущих углов атаки с погрешностью $\pm 0,5^\circ$ и вертикальных перегрузок с точностью $\pm 0,2$;
- датчик угловой скорости ДУС-М-6АС, предназначенный для измерения угловых скоростей по измерительной оси, имеет предельную погрешность $\pm 2\%$.

Точность измерений бортовых параметров полета, и корректная оценка возникающих погрешностей имеют критическое значение при проведении летных испытаний. Современные бортовые измерительные системы в целом соответствуют актуальным техническим требованиям, что подтверждается результатами наземных и летных испытаний, а также опытом эксплуатации авиационной техники. Однако следует учитывать, что заявленные характеристики погрешностей измерительного оборудования определяются, как правило, для стационарных режимов работы без учета динамических составляющих погрешности [12, 13].

Точность измерений ключевых параметров полёта - углов атаки и скольжения, перегрузок, высоты и скорости (через статическое и динамическое давление) - определяется комплексом взаимосвязанных факторов, которые можно систематизировать по трём группам: 1) конструктивно-компоновочные особенности (координаты установки датчиков относительно строительной оси ЛА, положение центра масс, конфигурация пневмосистем с учётом длины и диаметра трубопроводов, вибрационные нагрузки в зонах установки измерителей); 2) условия полёта (установившиеся режимы против манёвров, крайние области эксплуатационного диапазона, компрессионные эффекты на транс- и сверхзвуковых скоростях, влияние атмосферных возмущений); 3) цифровая обработка данных (погрешности временной синхронизации разнородных сигналов с типичным расхождением ± 100 мкс даже при использовании протокола IEEE 1588, фазовые сдвиги из-за циклического опроса датчиков, достигающие длительности целого кадра измерений, квантование при аналого-цифровом преобразовании,

задержки в распределённых системах). Особую значимость эти факторы приобретают при выполнении динамических манёвров, когда требуется точное определение фазовых соотношений между параметрами.

Минимизация указанных погрешностей и повышение достоверности результатов лётных испытаний достигаются за счёт применения комплексной обработки данных от различных бортовых измерительных систем. Такой комплексный подход подразумевает:

- совместный анализ информации от разнородных датчиков: инерциальных систем, спутниковой навигации (ГЛОНАСС/GPS), аэродинамических датчиков и радиовысотомеров для взаимной коррекции измерений;
- алгоритмическую компенсацию погрешностей: использование фильтрации и идентификации для учёта динамических искажений и временных задержек;
- учёт условий полёта: маневрирование, высотно-скоростной режим, атмосферные возмущения.

Комплексирование позволяет существенно повысить точность измерений без модернизации аппаратной части за счёт оптимального использования уже имеющейся пилотажно-навигационной информации.

1.2.2. Типовые задачи комплексной обработки бортовых данных

Анализ отечественной и зарубежной литературы позволяет разделить задачи повышения точности бортовых измерений, решаемые на основе комплексной обработки информации, на две основные группы:

а) задачи, решаемые на основе взаимосвязи между линейными и угловыми параметрами движения:

- 1) Проверка согласованности углов ориентации и угловых скоростей через кинематические уравнения;
- 2) Вычисление угловых скоростей численным дифференцированием измеренных углов ориентации;

- 3) Определение углов ориентации интегрированием угловых скоростей (с использованием уравнений Эйлера, Пуассона или кватернионов) с точностью до начальных условий;
- 4) Уточнение углов ориентации интегрированием угловых скоростей с коррекцией начальных условий по данным перегрузок и спутниковых измерений скорости;
- 5) Оценка углов ориентации и угловых скоростей через перегрузки и спутниковую навигацию при отсутствии прямых измерений;
- 6) Пересчёт перегрузок и линейных скоростей в связанную систему координат по спутниковым данным и углам ориентации/скоростям;
- 7) Восстановление спутниковых измерений скорости при потере сигнала на основе инерциальной системы или данных о перегрузках и углах ориентации;
- 8) Оценка координат центра масс через соотношения перегрузок и угловых скоростей;
- 9) Учёт смещения антенн спутниковой системы относительно центра масс при маневрах.

б) На основе совместного анализа аэрометрических и спутниковых данных с оценкой ветровых воздействий решаются следующие ключевые задачи:

- 1) Выявление систематических погрешностей измерений воздушной скорости и углов атаки/скольжения при идентификации характеристик ветрового поля;
- 2) Определение трёхкомпонентного вектора ветра путём интеграции спутниковых навигационных данных, показаний углов атаки/скольжения и измерений воздушной скорости;
- 3) Расчёт горизонтальных составляющих ветра в условиях стабилизированного полёта (при постоянном курсе и нулевых значениях крена и скольжения) на основе спутниковых измерений и данных аэрометрической системы;

- 4) Восстановление истинных значений углов атаки и скольжения в условиях спокойной атмосферы исключительно по спутниковой навигационной информации;
- 5) Оценка статической устойчивости и положения центра масс летательного аппарата через идентифицированные аэродинамические коэффициенты;
- 6) Косвенное определение углов атаки и скольжения (при отсутствии соответствующих датчиков) с последующей оценкой ветрового воздействия на основе известных аэродинамических характеристик ЛА;
- 7) Восстановление углов атаки и скольжения (без использования датчиков ДАУ) методом комбинирования спутниковых измерений скорости, данных о ветровом поле и аэродинамических коэффициентов.

1.3. Обзор современных подходов к оцениванию аэродинамических параметров и моделированию авиационных систем

Развитие в области оценивания аэродинамических параметров и динамического моделирования имеет решающее значение для повышения лётных характеристик, безопасности и эффективности современных авиационных систем. Недавние исследования были сосредоточены на совершенствовании методов, решающих проблемы, связанные со сбором и анализом данных во время летных испытаний [15]. Эти методы особенно актуальны в оценивании аэродинамических параметров в реальном масштабе времени, что необходимо для адаптивного реагирования на динамично изменяющиеся условия полета [16, 17]. Такие возможности важны для современных воздушных судов, поскольку они обеспечивают оперативное получение оценок состояния самолета и внешней среды.

На наш взгляд, интерес представляющее использование многосинусных входных сигналов, хотя это и требует установки на самолет дополнительных специальных генераторов таких сигналов [18, 19]. Исследование многовходовых структур входных сигналов для летных испытаний подчеркивает важность систематических подходов к сбору данных [20]. Эти методы способствуют всестороннему пониманию устойчивости и управляемости воздушных судов, информируя о решениях по проектированию и операционных стратегиях, которые в конечном итоге способствуют улучшению характеристик воздушных судов. Акцент на автономном моделировании в реальном масштабе времени представляет собой значительный сдвиг в сторону так называемых цифровых двойников, то есть адаптивных моделей, способных обновлять свои параметры на основе поступающих полетных данных, тем самым повышая прогностические возможности [21, 22]. Цифровые двойники далее могут применяться для формирования управления летательным аппаратом.

Усовершенствованные методы оценки аэродинамических параметров могут повысить эффективность процессов проектирования воздушных судов,

способствуя разработке более безопасных и надежных авиационных технологий [23]. Кроме того, способность быстро адаптировать модели на основе данных реального времени играет важную роль в создании систем управления полетом, которые оперативно реагируют на изменение условий эксплуатации [24, 25].

Кроме того, недавние исследования продемонстрировали эффективность использования нейронных сетей для оценки аэродинамических параметров, подчеркивая их потенциал для повышения точности в применениях реального времени [26]. Интеграция этих методологий в существующую практику может значительно улучшить процессы идентификации систем и привести к более обоснованным проектным решениям [27].

1.3.1. Методы оценивания аэродинамических параметров

Задача оценивания аэродинамических параметров является фундаментальным компонентом идентификации авиационных систем, способствуя разработке высокоточных математических моделей, характеризующих аэродинамику летательных аппаратов. Этот процесс играет важную роль в уточнении лётно-технических характеристик воздушных судов, оптимизации систем управления полетом и повышении общей эффективности летательных аппаратов. Значимость этой области обусловлена ее способностью преодолевать разрыв между теоретической аэродинамикой и практической механикой полета, тем самым обеспечивая более надежную разработку летательных аппаратов и безопасность эксплуатации.

Работа [28] предлагает новую формулировку метода фильтрации погрешностей для оценивания аэродинамических параметров в турбулентных условиях, направленную на анализ данных после полета. Этот метод отличается своей применимостью к общим нелинейным системам и интеграцией различных методов оценивания состояния, повышая гибкость. Он использует метод релаксации для обновления параметров модели и ковариации шума процесса без необходимости в настройках, тем самым сохраняя точность для разных условий. Подход включает байесовскую структуру и коррекции для цветных шумов,

опираясь на предварительно оцененные статистические данные шума измерений для упрощения нелинейной задачи оценивания.

Новая формулировка метода фильтрации погрешностей сосредоточена на целевой функции $J(\theta)$, которая минимизирует модифицированную отрицательную функцию логарифмического правдоподобия:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum \left[\nu(i)^T B^{-1} \nu(i) + \ln |B| \right] + \frac{1}{2} (\theta - \theta_p)^T \sum_p^{-1} (\theta - \theta_p) \quad (1.3.1)$$

Оптимизация направления градиента задается в следующем образом:

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = - \sum \left[S(i)^T B^{-1} \nu(i) \right] - \sum_p^{-1} (\theta - \theta_p) \quad (1.3.2)$$

Инновационная ковариационная матрица оценивается как:

$$B = \frac{1}{N} \sum \left[\nu(i) \nu(i)^T \right] \quad (1.3.3)$$

Для устранения цветных невязок вводится скорректированная граница ковариации:

$$\text{cov}(\hat{\theta}) \geq M^{-1} \left[\sum S(i)^T B^{-1} (\sum R_{vv(i-j)} B^{-1}) S(j) \right] M^{-1} \quad (1.3.4)$$

Метод релаксации позволяет чередовать оценивание параметров и обновление ковариационной матрицы, улучшая сходимость в турбулентных условиях без ручной настройки. Результаты, полученные путем валидации на основе моделирования и данных летных испытаний при различных уровнях турбулентности, демонстрируют более высокую производительность по сравнению с традиционными методами как в нелинейных, так и в линейных динамических моделях.

Интересный метод представлен в [29] для оценивания моментов инерции летательного аппарата непосредственно из данных летных испытаний, используя маневры с высокими угловыми скоростями для идентификации нелинейных инерционных составляющих. Путем комбинирования одновременных ортогональных оптимизированных многосинусных возбуждений с низкими номинальными углами атаки, метод обеспечивает достаточно точную оценку линейных аэродинамических параметров при одновременном определении

инерционных параметров с использованием моделирования методом уравнения ошибок.

Метод традиционно основан на минимизации погрешности между измеренными и смоделированными моментами:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} (z - X\theta)^T (z - X\theta) \quad (1.3.5)$$

Предложенный метод был подтвержден с помощью смоделированных полетных данных самолета F-16 и применен к испытаниям самолета-демонстратора E1, при этом отклонения оценок находились в пределах 6% от истинных значений, принятых при моделировании, и от результатов наземных испытаний по определению моментов инерции. Метод требует наличия оборудованного самолета, способного выполнять маневры с высокой угловой скоростью, хотя опытные лётчики могут выполнять многоосевые возбуждения без автоматизированных систем. Его гибкость позволяет выбирать участки данных из нескольких маневров и использовать методы сглаживания для повышения точности оценок параметров. Этот метод значительно снижает зависимость от дорогостоящих и трудоемких наземных испытаний, ускоряя разработку самолетов при минимизации рисков.

Проектирование множественных входных сигналов для идентификации представляет собой интересную область исследований, которая может повысить эффективность летных испытаний за счет повышения качества данных. Ортогональные многосинусные входные сигналы зарекомендовали себя как особенно эффективный метод, снижающий чувствительность к помехам. Это может способствовать эффективной идентификации, учитывающей сложные эффекты взаимодействия разных каналов управления. Эти характеристики в совокупности способствуют более точным и всесторонним результатам идентификации систем, что в конечном итоге приводит к повышению точности моделирования движения самолетов и совершенствованию процессов проектирования систем управления.

1.3.2. Методы формирования входного сигнала для идентификации многовходных систем

В работе [30] разработан метод для оценивания частотных характеристик в реальном масштабе времени, применимый как на комплексах моделирования, так и при проведении летных испытаний. Этот метод позволяет точно оценивать короткопериодные режимы в течение 5-10 секунд, одновременно отслеживая изменяющиеся во времени частотные характеристики с помощью таких подходов, как скользящие окна или экспоненциальное забывание. Данный подход не предполагает априорное задание конкретной структуры передаточной функции объекта, что позволяет ему эффективно адаптироваться к динамическим изменениям. Каждый входной канал состоит из суперпозиции синусоид.

$$u(t) = \sum_{k \in K} a_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t + \phi_k\right) \quad (1.3.6)$$

где k - набор индексов частот, a_k амплитуда, T - длительность периода возбуждения, ϕ_k фазовый угол и $\omega_k = \frac{2\pi k}{T}$ частота возбуждения.

В методе оценки частотной характеристики в реальном масштабе времени используются ортогональные оптимизированные по фазе многосинусоидальные входы для возбуждения системы на дискретных частотах. Частотная характеристика $G(j\omega_k)$ определяется как отношение выходных преобразований Фурье ко входным:

$$G(j\omega_k) = \frac{\bar{y}(\omega_k)}{\bar{u}(\omega_k)} \quad (1.3.7)$$

Вышеупомянутый алгоритм разработан для пакетного выполнения после сбора экспериментальных данных. Для вычисления в реальном времени во время передачи данных входное преобразование Фурье выполняется рекурсивно в виде:

$$\tilde{u}_i(\omega_k) = \tilde{u}_{i-1}(\omega_k) - u(t_i) [\cos(\omega_k t_i) - j \sin(\omega_k t_i)] \Delta t \quad (1.3.8)$$

Экспоненциальное забывание также может быть использовано для придания большей значимости новым данным по сравнению со старыми данными, когда частотная характеристика меняется во времени. Затем также рассматривается подход со скользящим окном для этого метода.

$$\tilde{u}_i(\omega_k) = \tilde{u}_{i-1}(\omega_k) + u(t_i) [\cos(\omega_k t_i) - j \sin(\omega_k t_i)] \Delta t - \tilde{u}_{i-ns}(\omega_k) \quad (1.3.9)$$

Данный подход избегает спектрального утечки, сосредотачиваясь на известных частотах возбуждения. Он способствует автоматизации испытаний в аэродинамических трубах до тех пор, пока границы ошибок не будут минимизированы, и предоставляет немедленную обратную связь о качестве моделирования во время летных испытаний, что особенно полезно для новых конструкций с ограниченной априорной информацией о динамических свойствах. Оценки запаса устойчивости служат показателями лётно-технических характеристик для различных законов управления полетом, а также могут предупреждать пилотов о динамических изменениях, вызванных такими факторами, как образование льда или структурные повреждения.

Работа [31] представляет метод проектирования множественных ортогонализированных оптимизированных входов для идентификации систем самолета, повышающий эффективность и результативность летных испытаний.

Введенный в работе метод ортогонализированного оптимизированного многосинусоидального проектирования входов создает множественные управляющие входы для идентификации систем самолета. Каждый вход u конструируется как сумма гармонических сигналов:

$$u(t) = \sum_{k \in \{1, 2, \dots, M\}} A \sqrt{P_k} \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t + \phi_k\right) \quad (1.3.10)$$

Элементно-поэлементное умножение двух ортогонализированных оптимизированных многосинусоидальных временных рядов входных данных дает входной сигнал, имеющий гармонические частоты, которые представляют собой сумму и разность гармонических частот многосинусоидальных входов, подвергаемых умножению.

$$u_1 u_2 = \sin\left(\frac{2\pi k_1}{T} t + \phi_1\right) \sin\left(\frac{2\pi k_2}{T} t + \phi_2\right) \quad (1.3.11)$$

Для многосинусоидальных входов с несколькими гармоническими синусоидальными компонентами результат будет представлять собой сумму слагаемых следующего вида:

$$u_1 u_2 = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi(k_1 - k_2)t}{T} + \phi_1 - \phi_2\right) - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi(k_1 + k_2)t}{T} + \phi_1 + \phi_2\right) \quad (1.3.12)$$

Гармонические частоты выбираются для покрытия определенного частотного диапазона, актуального для динамики системы. Входные сигналы проектируются так, чтобы быть ортогональными как во временной, так и в частотной области, путем присвоения уникальных гармонических частот каждому входу. Оптимизация фазовых углов обеспечивает минимальные колебания амплитуды, сохраняя самолет близко к номинальному режиму полета во время маневров. Этот подход позволяет одновременно возбуждать несколько управляющих поверхностей, сохраняя при этом высокую информативность данных. Это улучшает эффективность летных испытаний и позволяет идентифицировать динамику и взаимодействия управления по нескольким осям. Этот метод особенно эффективен для оценки частотной характеристики и параметров модели самолета и системы управления в летных испытаниях в реальном масштабе времени.

Статья [32] исследует теоретические и практические аспекты оптимального проектирования входных данных для летных испытаний на определение характеристик устойчивости и управляемости, детально описывая оптимизацию входных данных для летных испытаний и различные методы ее решения. Для точного оценивания параметров модели на основе измеренных данных функции чувствительности выхода по параметрам должны выделяться над уровнем шума. Основываясь на этих соображениях, целевая функция для оптимального проектирования входных данных в этом случае имеет вид:

$$J(u) = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^T \left(\frac{\partial y}{\partial \theta} \right)^2 dt \approx \frac{1}{r^2} \sum_{i=0}^{N-1} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right)^2 \quad (1.3.13)$$

Целью оптимизации является получение максимума суммы квадратов функций чувствительности по всем параметрам при общем ограничении на суммарную амплитуду входного сигнала.

Оптимальное проектирование входных данных для простой динамической системы с одним входом и одним выходом, имеющей один параметр модели,

выполняется аналогично путем нахождения входного сигнала, оптимизирующего целевую функцию:

$$u^* = \max_{u \in U} J(u) \quad (1.3.14)$$

Работа вводит оптимальное проектирование входных данных для летных испытаний на устойчивость и управляемость путем максимизации информативности полетных данных, оптимизируя целевой функции на основе матрицы дисперсии оценок параметров $D=M^{-1}$, где M - информационная матрица:

$$M = \sum_{i=0}^{N-1} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta_i} \right)^T R^{-1} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta_i} \right) \quad (1.3.15)$$

Результаты показывают, что хотя глобально оптимальный многоступенчатый дизайн входных сигналов обеспечивает превосходную производительность, он ограничен своей зависимостью от априорных значений параметров моделей и более высокими вычислительными затратами. Напротив, ортогонализированный оптимизированный многосинусоидальный входной сигнал обеспечивает хорошую производительность, особенно при взаимодействии различных каналов системы управления.

Это исследование подчеркивает важность этих оптимизированных методов проектирования нескольких входных сигналов, особенно для в решении сложностей современных конфигураций летательных аппаратов, например, в области городской воздушной мобильности, где происходят сложные взаимодействия между несколькими каналами тяги и аэродинамических органов управления.

1.3.3. Подходы к оцениванию параметров в частотной области

Подход к идентификации систем самолетов в частотной области традиционно широко распространен в аэрокосмической технике. Этот метод, включающий расчет частотных характеристик с помощью анализа Фурье и определение параметров модели с использованием метода максимального правдоподобия, имеет ряд существенных преимуществ. К ним относятся возможность определения подходящего порядка модели непосредственно по

экспериментальным данным, а также возможность подавления возмущений и шумов в области частот, представляющей интерес [33,34].

Исследование [33,] рассматривает практические аспекты и аналитические методы частотных подходов к идентификации самолетов. В этой статье предлагаются частотные методологии для идентификации линейных моделей самолетов, обеспечивающие надежную оценку параметров.

Предложенный в [34] метод для оценивания аэродинамических параметров в реальном масштабе времени представляет использование фильтрации для удаления высокочастотного шума путем преобразования данных в частотную область с помощью преобразование Фурье.

1.3.4. Динамическое моделирование систем самолетов

Этот метод повышает эффективность и безопасность испытаний в полете, позволяя осуществлять мониторинг динамики самолета в реальном времени. Снижая зависимость от дорогих датчиков, этот метод оптимизирует процесс испытаний и открывает новые возможности для применения, таких как оценивание момента инерции во время отделения грузов или при изменении условий топлива и нагрузки, что в конечном итоге способствует более безопасным и надежным эксплуатационным характеристикам самолетов, а также стимулирует инновации в аэрокосмической инженерии.

Новый метод в реальном масштабе времени для глобального аэродинамического моделирования в частотной области предложен в [35] с использованием данных моделирования движения самолета F-16 и данных испытаний в полете с маломасштабным самолетом-демонстратором. Этот подход объединяет локальные оценки производных устойчивости и управляемости в частотной области в реальном масштабе времени с оценками низкочастотной аэродинамики в временной области для создания обобщенной нелинейной аэродинамической модели.

Обобщенная аэродинамическая модель представляет собой фиксированную линейную математическую структуру, которая связывает безразмерные

коэффициенты аэродинамических сил и моментов с параметрами полета, которые изменяются относительно номинального угла атаки α_0 .

Линейность преобразования Фурье упрощает обработку сигналов и позволяет легко комбинировать или масштабировать компоненты сигналов в частотной области. Это свойство особенно полезно при реализации рекурсивных алгоритмов, где данные обновляются последовательно, и необходимо забывать старые данные при работе в реальном масштабе времени.

Исследование подчеркивает важность маневров «в большом», которые медленно переходят через установившиеся условия полета. При этом дополнительно реализуются многомерные входные сигналы малой амплитуды, чтобы обеспечить точную информацию о локальной модели в окрестности установившейся траектории.

В работе [36] исследуется влияние погрешности измерений датчиков, массовых свойств и геометрии самолета на идентификацию производных устойчивости и управляемости, с фокусом на применении для небольших и недорогих беспилотных летательных аппаратов. Используя нелинейную модель маломасштабного транспортного самолета-демонстратора, исследование применяет маневр идентификации системы с ортогональными фазо-оптимизированными мультисинусами для возбуждения всех осей динамического ответа самолета. Оценивание параметров проводится в частотной области с использованием метода ошибок уравнения.

Подход для точной идентификации динамических моделей самолётов в турбулентных условиях предлагается в [37], используя моделирование и данные полёта с модели маломасштабного реактивного транспортного самолета-демонстратора. Задача динамического моделирования самолёта формулируется с использованием безразмерных коэффициентов силы и момента, которые моделируются как функции состояний самолёта и сигналов управления. Конечное преобразование Фурье применяется к тестовому простому синусоидальному

сигналу, который имеет частоту ω_k , изменяющуюся в ходе эксперимента в пределах заданного диапазона.

В работе [38] предлагается новый подход для быстрого обновления моделей самолётов с использованием полётных данных, который использует оптимизированные многоосевые ортогональные многосинусоидальные управления и для оценки аэродинамических параметров. Описанный в этом исследовании подход объединяет базовую модель, полученную из экспериментов в аэродинамической трубе, с коррекцией, полученной из оценивания аэродинамических параметров по данным полёта, что проиллюстрировано на примере коэффициента нормальной силы.

Подход, предложенный в этой работе, пересматривает модель самолёта путём интеграции базовой модели, полученной из экспериментов в аэродинамической трубе, с коррекцией, полученной посредством оценки аэродинамических параметров из данных полёта. Это обеспечивает минимизацию структурных различий между базовой и корректирующей моделями, сохраняя при этом неопределённость данных для базовой модели и получая коррекцию из выявленных различий между коэффициентами, вычисленными из данных полёта и данных аэродинамической трубы.

1.3.5. Заключительные замечания и обсуждение

Систематические подходы к многофакторному проектированию оптимизируют сбор данных во время испытаний в полёте, что приводит к лучшей идентификации системы и более глубокому пониманию устойчивости и управляемости самолётов. Подходы в частотной области и динамическое моделирование ещё больше углубляют наше понимание поведения самолёта. Преобразуя данные полёта в частотную область, инженеры могут более эффективно анализировать динамические реакции. Обновление моделей в реальном времени позволяет быстро корректировать системы на основе поступающих данных полёта, что делает системы самолёта более адаптивными к различным условиям полёта.

Будущая работа может включать интеграцию методов оценки аэродинамических параметров с искусственным интеллектом и машинным обучением, что позволит расширить применение этих методов на другие области аэрокосмической инженерии, такие как прогностическое обслуживание и адаптивное управление, городская аэромобильность.

В рамках настоящего исследования следует отметить то внимание, которое в зарубежных работах уделяется частотным методам, хотя они и не комплексированы непосредственно с временными. Интересным представляется также применение мультисинусоидальных входных сигналов. Здесь некоторым недостатком является необходимость установки специального задатчика сигналов, который обычно не входит в штатную комплектацию самолетов. Интересно также внимание, уделяемое методам оценки в реальном времени, что безусловно повышает информативность летных испытаний.

Проведенный анализ зарубежных источников подтверждает концептуальную общность подходов, применяемых в зарубежной и отечественной практике, при сохранении значимых различий, что подтверждается, в частности, материалами настоящего исследования. Главное различие – зарубежные работы сосредоточены на повышении технологичности процессов испытаний и идентификации в условиях значительных объемов наземных и летных испытаний, при этом преимущественно рассматриваются линейные модели как более простые. Данное исследование направлено на создание новых методов и алгоритмов, обеспечивающих достоверность оценок нелинейных моделей в условиях ограниченного числа летных экспериментов.

1.4. Анализ практических правил идентификации параметров воздушного судна на основе полётных данных

Как отмечено в исследованиях [26, 27, 33, 39], задача идентификации заключается в построении математической модели объекта на основе измерений его входных и выходных сигналов. Хотя теория идентификации устанавливает четкие требования к математической идентифицируемости моделей, гарантирующие принципиальную возможность решения, практическое применение этих методов к реальным экспериментальным данным выявляет фундаментальную проблему. Суть данной проблемы проявляется в следующем аспекте: даже при формальном соблюдении условий идентифицируемости, обработка реальных измерений сталкивается с принципиальными ограничениями, связанными с природой экспериментальных данных.

Многочисленные исследования демонстрируют, что большинство современных алгоритмов идентификации успешно проходят верификацию на тестовых данных, включая случаи с математически смоделированными шумами измерений и возмущениями объекта. Однако при обработке реальных данных, таких как результаты лётных экспериментов, часто наблюдается принципиально иная картина - оценки параметров демонстрируют существенную вариативность на различных участках полёта. Парадоксальность ситуации заключается в том, что значительный разброс оценок наблюдается даже при анализе данных, полученных в идентичных режимах полёта, когда теоретически должна использоваться единая модель объекта. При этом качество аппроксимации выходных сигналов остаётся стабильно высоким на всех рассматриваемых участках, что свидетельствует о принципиальном расхождении между теоретическими предпосылками и практической реализацией методов идентификации.

Коренная разница между моделированием и реальными измерениями заключается в их природе. При математическом моделировании данные формируются по строго заданным алгоритмам с контролируемыми параметрами и искусственно добавленными шумами. В реальных же полётных условиях

измерения отражают сложную физику процессов, содержат неучтённые взаимосвязи и неидеальные шумовые структуры, не описываемые стандартными моделями. Это объясняет, почему алгоритмы, эффективные для тестовых данных, часто дают нестабильные результаты при обработке реальных экспериментов, где действуют многочисленные внешние факторы, не заложенные в теоретические модели.

При валидации алгоритмов на смоделированных данных все принятые допущения о структуре объекта, системе измерений и статистике шумов строго соответствуют условиям генерации данных. Однако при переходе к реальному объекту это соответствие неизбежно нарушается. С позиций теории идентификации это свидетельствует о наличии в экспериментальных данных неучтенных возмущений, выходящих за рамки модели. Наибольшие сложности вызывают структурные и параметрические несоответствия между моделью и реальной системой, генерирующие детерминированные искажения. Такие систематические погрешности не могут быть корректно учтены в классической стохастической постановке задачи. Как результат, оцененные параметры оказываются смещенными, причем степень и характер смещения определяются тремя основными факторами: уровнем рассогласования модели с реальностью, спецификой выполняемого маневра и свойствами входного сигнала. Это явление объясняет типичную нестабильность оценок при переходе от модельных экспериментов к натурным испытаниям.

1.4.1. Математический анализ причин нерегулярности оценок идентификации

Математическая формулировка проблемы позволяет выразить величину смещения оценок параметров, вызванного влиянием помехи.

В рамках классического подхода к параметрической идентификации предполагается, что модели объекта, системы измерений и шумов измерений с высокой точностью соответствуют реальным условиям. В таком случае теоретически смещение оценок параметров должно стремиться к нулю.

Система уравнений, описывающая модель объекта и наблюдений, имеет

следующий вид:

$$y'(t) = f(y(t), a, u(t)), \quad (1.4.1)$$

$$z(t_i) = h(y(t_i), a, u(t_i)) + \eta(t_i), \quad (1.4.2)$$

где

a - вектор идентифицируемых параметров,

$u(t)$ - вектор управляющих воздействий (входных сигналов),

$y(t)$ - вектор состояния системы,

$f(\cdot), h(\cdot)$ - известные нелинейные функции, описывающие динамику объекта и процесс измерений соответственно,

$z(t_i)$ - вектор наблюдаемых выходных сигналов,

$\eta(t_i)$ - гауссовский белый шум измерений с нулевым средним и известной ковариационной матрицей $R(t_i)$.

Математическая постановка задачи предполагает два ключевых условия: шум измерений не коррелирует с полезными сигналами системы и входное сигнал $u(t)$ является заранее известной функцией времени.

Оценка параметров осуществляется путём минимизации специального функционала (1.4.3), характеризующего расхождение между прогнозами модели и экспериментальными данными. Данная оптимизационная процедура позволяет найти параметры, наилучшим образом описывающие поведение системы в рамках принятой модели.

$$J(a) = \sum_{i=1}^N \left(z(t_i) - \hat{z}(t_i, a) \right)^T R^{-1}(t_i) \left(z(t_i) - \hat{z}(t_i, a) \right), \quad (1.4.3)$$

где

N - число наблюдений,

$\hat{z}(t_i, a)$ - вектор оценки прогноза, получаемый численным решением уравнений (1.4.1), (1.4.2) при заданных начальных условиях и $\eta(t_i) = 0$.

Пусть в окрестности некоторой точки a_k функционал $J(a)$ можно аппроксимировать разложением в ряд Тейлора до членов второго порядка. Тогда, применяя процедуру аналитического дифференцирования функционала по вектору параметров a и приравнявая производную к нулю, получаем уравнение для определения оптимального значения a , минимизирующего функционал в окрестности текущего приближения a_k :

$$a = a_k - \left(\frac{d^2 J(a_k)}{da_k^2} \right)^{-1} \frac{dJ(a_k)}{da_k}. \quad (1.4.4)$$

Двойное дифференцирование функционала (1.4.3) с учетом связей (1.4.1) и (1.4.2) и последующая подстановка производных в выражение (1.4.4) приводит к следующему результату:

$$a = a_k - \left(\sum_{i=1}^N \frac{d\hat{z}^T(t_i, a_k)}{da_k} R^{-1}(t_i) \frac{d\hat{z}^T(t_i, a_k)}{da_k} \right)^{-1} \times \sum_{i=1}^N \frac{d\hat{z}^T(t_i, a_k)}{da_k} R^{-1}(t_i) (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a_k)). \quad (1.4.5)$$

В (1.4.5) использовано приближенное выражение для второй производной. Аргументы в пользу допустимости этого приема рассмотрены в [1].

Введем обозначение для функций чувствительности прогноза по параметрам,

$$\varphi(t_i) = \frac{d\hat{z}^T(t_i, a_k)}{da_k}. \quad (1.4.6)$$

Анализируем малую окрестность вокруг истинных параметров $a_{уст}$. Тогда, (1.4.2) можно записать в виде:

$$z(t_i) = z_{уст}(t_i) + \eta(t_i), \quad (1.4.7)$$

где $z_{уст}(t_i) = h(y_{уст}(t_i), a_{уст}, u)$.

Из (1.4.5) получим

$$a = a_{уст} - \left(\sum_{i=1}^N \phi(t_i) R^{-1}(t_i) \phi^T(t_i) \right)^{-1} \times \sum_{i=1}^N \phi(t_i) R^{-1}(t_i) (z_{уст}(t_i) - \hat{z}(t_i, a_{уст})) + \phi(t_i) R^{-1}(t_i) \eta(t_i) \quad (1.4.8)$$

В правой части (1.4.8) $z_{уст}(t_i) - \hat{z}(t_i, a_{уст}) \approx 0$, $i = \overline{1, N}$, поскольку при истинных значениях параметров оценки прогноза должны с высокой точностью

совпадать с истинными значениями наблюдений.

Второе слагаемое $\sum_{i=1}^N \phi(t_i) R^{-1}(t_i) \eta(t_i)$ с точностью до множителя $R^{-1}(t_i)/N$

равно оценке взаимной корреляционной функции сигналов $\phi(t_i)$ и $\eta(t_i)$ при нулевом сдвиге. Как следует из базовых положений теории идентификации, шум измерений $\eta(t_i)$ по определению не зависит от информативных сигналов системы. Это статистическое свойство обуславливает важный результат: при увеличении объема выборки N ошибка оценки параметров стремится к нулю, что гарантирует состоятельность получаемых оценок.

Таким образом, второе слагаемое в выражении (1.4.8) можно считать асимптотически стремящимся к нулю, вследствие чего минимум функционала в окрестности истинного значения параметров a_{true} достигается при выполнении условия $a \approx a_{\text{уст}}$.

Допустим теперь, что наблюдения содержат помеху $\nu(t_i)$, порожденную несоответствием модели и объекта. В этом случае,

$$z(t_i) = z_{\text{уст}}(t_i) + \eta(t_i) + \nu(t_i) \quad (1.4.9)$$

Подставляя (1.4.9) в (1.4.5) с учетом (1.4.8) получим:

$$\begin{aligned} a &= a_{\text{уст}} - \left(\sum_{i=1}^N \phi(t_i) R^{-1}(t_i) \phi^T(t_i) \right)^{-1} \times \\ &\times \sum_{i=1}^N \phi(t_i) R^{-1}(t_i) (z_{\text{уст}}(t_i) - \hat{z}(t_i, a_{\text{уст}})) + \phi(t_i) R^{-1}(t_i) \eta(t_i) + \phi(t_i) R^{-1}(t_i) \nu(t_i) \approx \\ &\approx a_{\text{уст}} - \left(\sum_{i=1}^N \phi(t_i) R^{-1}(t_i) \phi^T(t_i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \phi(t_i) R^{-1}(t_i) \nu(t_i). \end{aligned} \quad (1.4.10)$$

Анализ выражения (1.4.10) позволяет установить следующие важные закономерности:

- 1) Эффект смещения оценки: минимум функционала (1.4.3) достигается не в истинной точке $a_{\text{уст}}$, наблюдается систематическое смещение оценки

параметров, величина смещения пропорциональна взаимосвязи помехи и функций чувствительности (1.4.6).

- 2) Природа помехового воздействия: обусловлено несоответствием модели и реального объекта, проявляется через прогнозные оценки $\hat{z}(t_i, a)$, определяется характером входного сигнала системы.
- 3) Ключевая особенность: функции чувствительности и помеха статистически зависимы, их взаимное влияние не исчезает даже при оптимальных условиях, эффект принципиально неустраним стандартными методами.
- 4) Практические следствия: необходимость учета данного смещения при интерпретации результатов, важность правильного выбора входных воздействий, требование к адекватности структуры модели.

Из выражения (1.4.10) следует, что смещение оценок параметров Δa представляет собой разложение N -мерного вектора помехи по базису из функций чувствительности. Когда помеха полностью лежит в подпространстве, натянутом на эти функции чувствительности, возникающее смещение параметров полностью компенсирует влияние помехи. В этом случае подстановка смещенных оценок в модель (1.4.1)-(1.4.2) обеспечивает практически полное соответствие выходов модели и объекта (с точностью до шумов $\eta(t_i), i = \overline{1, N}$), что делает невозможным обнаружение как самой помехи $v(t_i)$, так и факта смещения оценок параметров.

Достоверность результатов параметрической идентификации достигается лишь при условии, что применяемые модели объекта, системы измерений, а также шумов объекта и измерений максимально точно соответствуют реальным процессам, а все неизвестные параметры корректно оцениваются в ходе анализа.

Однако, если на исследуемый объект воздействуют скрытые факторы, не учтенные в модели или векторе оцениваемых параметров, это приводит к систематическим смещениям оценок. Причем величина этих смещений не может быть определена исключительно по степени совпадения выходных сигналов модели и реального объекта.

1.4.2. Анализ проблем, свойственных задачам идентификации

Практическое применение методов идентификации сталкивается с принципиальным противоречием, заложенным в самой постановке задачи. Данная проблема хорошо изучена и проявляется следующим образом.

При тестировании алгоритмов на исходных данных, включая смоделированные шумы измерений и объекта, большинство методов демонстрируют высокую эффективность. Однако при обработке реальных данных лётных экспериментов зачастую наблюдается нерегулярность оценок. Суть проблемы заключается в том, что оценки параметров, полученные на разных участках полёта, могут значительно различаться даже при одинаковых режимах — вопреки ожидаемому единообразию модели объекта. Полученные результаты демонстрируют устойчиво высокую степень соответствия между выходными сигналами модели и реального объекта, причем точность аппроксимации остается практически неизменной для всех исследуемых сегментов полетных данных.

Серьезную проблему представляет непостоянный характер наблюдаемых расхождений в оценках параметров. Особую сложность создает тот факт, что даже при демонстрации устойчивых и согласованных результатов идентификации для N аналогичных участков полета, сопровождающихся высокой степенью соответствия между выходными сигналами модели и реального объекта, остается принципиальная неопределенность в отношении M других участков, зарегистрированных при тех же самых условиях полета.

Для понимания природы данного явления необходимо провести детальное сравнение двух принципиально различных ситуаций:

- идеализированного случая тестирования алгоритмов идентификации на исходных данных, где все параметры модели и характеристики шумов точно известны и контролируются;
- реальных условий обработки экспериментальных данных, полученных в ходе летных испытаний, где всегда присутствуют неучтенные факторы и неидеальности измерительных систем.

Именно это принципиальное различие между контролируемыми условиями математического моделирования и сложной реальной средой летного эксперимента объясняет наблюдаемые расхождения и нестабильность результатов параметрической идентификации.

При тестировании алгоритмов идентификации на исходных данных соблюдается полное соответствие между принятыми допущениями о модели объекта, характеристиках системы измерений и статистических свойствах шумов с одной стороны, и параметрами, использованными для генерации этих данных - с другой. Однако при работе с реальным объектом это соответствие неизбежно нарушается, что с точки зрения теории идентификации проявляется в виде систематических погрешностей, не описываемых принятой стохастической моделью и не учитываемых алгоритмом идентификации. Особенно важно отметить, что структурные и параметрические расхождения между реальным объектом и его моделью порождают детерминированные составляющие погрешности, которые принципиально не могут быть корректно учтены в рамках традиционной стохастической постановки задачи. Это приводит к систематическому смещению оценок параметров, величина которого зависит от степени несоответствия модели реальному объекту, характера выполняемого маневра и вида входного воздействия. Подобные смещения носят принципиально неустранимый характер в рамках принятой модели и существенно снижают достоверность получаемых результатов идентификации.

Проведенный анализ позволяет сформулировать следующие ключевые положения:

- фундаментальное противоречие идентификации заключается в том, что её основная цель – построение математической модели объекта – не может быть достигнута исключительно на основе экспериментальных данных, составляющих предмет исследования. Для решения этой задачи необходимо привлекать знания из смежных научных и инженерных дисциплин, относящихся к изучаемой области;

- минимально необходимая интеграция с другими дисциплинами является обязательным условием обеспечения достоверности результатов. Идентификация должна дополняться только теми сведениями, которые критически важны для устранения принципиальной неполноты экспериментальных данных;
- ключевая роль исследователя обусловлена тем, что именно от его квалификации и глубины анализа зависит полнота учета всех значимых факторов. Идентификацию следует рассматривать как человеко-машинный процесс, где окончательные решения принимаются специалистом на основе комплексной оценки формальных и содержательных критериев;
- визуализация и неформализованный анализ данных позволяют задействовать уникальные когнитивные способности исследователя, минимизируя ошибки, возникающие при автоматизированной обработке. Такой подход повышает достоверность моделей за счет непосредственного экспертного контроля на всех этапах идентификации.

Таким образом, эффективная идентификация требует сбалансированного сочетания строгих математических методов с междисциплинарным подходом и профессиональным опытом, где центральная роль отводится исследователю, принимающему окончательные решения.

1.4.3. Основные правила практического выполнения идентификации математических моделей самолетов на основе данных летных испытаний

Проведенный анализ позволяет сформулировать следующие ключевые положения, касающиеся идентификации математических моделей самолетов по данным летных испытаний:

Во-первых, необходимо учитывать, что соответствие модели набору данных летного эксперимента, который всегда ограничен, есть только необходимое условие правильности модели. Для построения достоверной модели, особенно выбора ее структуры, необходимо использовать весь имеющийся объем знаний об объекте.

Во-вторых, для обеспечения достоверности результатов идентификации требуется комплексный подход, сочетающий формальные математические алгоритмы идентификации с привлечением знаний из смежных дисциплин - аэродинамики, динамики полета, теории управления.

В-третьих, особое значение приобретает экспертная оценка исследователя, способного интерпретировать результаты и учитывать неформализованные аспекты задачи. При этом важную роль играет визуализация данных, позволяющая задействовать когнитивные способности человека для выявления аномалий и содержательной оценки адекватности модели. Эти принципы подчеркивают необходимость сочетания строгих математических методов с профессиональным опытом и глубоким пониманием физики процесса.

В четвертых, учитывая присущее задаче идентификации свойство некорректности, следует констатировать, что достоверность результатов является главным критерием качества процесса идентификации. Здесь уместно провести аналогию с системами контроля качества в высокотехнологичных производствах. Как известно [42], ключевым принципом обеспечения качества сложной продукции является многоуровневый контроль на всех этапах производства - от проверки исходных материалов до тестирования готовых изделий. Этот подход полностью применим к процедуре идентификации, где аналогичным образом требуется осуществлять последовательный контроль на всех этапах: правильность исходных экспериментальных данных, корректность работы алгоритмов, сходимость модельных и экспериментальных результатов, их согласованность с фундаментальными законами аэродинамики и другими априорными сведениями о системе [43]. Этим обосновывается необходимость сквозного контроля достоверности на всех без исключения этапах идентификационного процесса, что позволяет гарантировать надежность получаемых моделей и минимизировать вероятность ошибок.

Итак, сформулируем основные принципы практического выполнения идентификации по полетным данным:

- (1) Ориентация на обеспечение достоверности получаемых при идентификации результатов.
- (2) Выполнение декомпозиции общей задачи идентификации на автономные подзадачи и этапы, что позволяет сократить размерность решаемых частных задач.
- (3) Контроль достоверности на всех этапах, особенно входных данных и конечного результата.
- (4) Активное использование достоверных априорных знаний из смежных научных и инженерных дисциплин, прежде всего на этапах формирования структуры моделей и при анализе результатов.
- (5) Разработка специальных алгоритмов и методов для решения частных задач (например, детектирование динамических погрешностей, оценивание скорости ветра и др.)
- (6) Признание человеко-машинной природы процесса идентификации, в котором ключевая роль отводится исследователю как гаранту достоверности. При этом важная роль отводится визуальным методам анализа, позволяющих задействовать когнитивные способности человека для принятия решений и выявления ошибок.
- (7) Принцип компактности, который требует планировать работы на всех этапах идентификации с учетом ограничений на временные и трудовые ресурсы при проведении летных испытаний.

В совокупности эти принципы образуют методологическую основу для эффективной идентификации авиационных моделей в реальных условиях [44].

1.5. Постановка задачи диссертационной работы

Современная авиационная наука и практика предъявляют повышенные требования к точности математических моделей, используемых на всех этапах жизненного цикла летательных аппаратов, при этом особую значимость приобретают модели аэродинамических характеристик и тяговых параметров двигателей, точность которых непосредственно влияет на безопасность и эффективность эксплуатации воздушных судов, что делает методы идентификации систем по данным лётных испытаний важным инструментом верификации и корректировки теоретических моделей.

Анализ показывает, что главной проблемой являются систематические, то есть закономерные, рассогласования, возникающие из-за неполного соответствия модели объекта и системы измерений реальному самолёту и его измерительной системе. К ним относятся: запаздывание в измерении, иные динамические погрешности, систематические погрешности датчиков (обусловленные их выносом относительно центра масс, мультипликативные и аддитивные искажения), влияние постоянного и медленно меняющегося ветра, несоответствие модели атмосферы реальным значениям, неточность модели тяги двигателя и другие факторы.

Для преодоления указанных ограничений в диссертации решается комплекс взаимосвязанных научных задач, включающий:

- разработку алгоритмов обнаружения и коррекции динамических погрешностей бортовых измерений на основе параметрической идентификации и комплексной обработки полётных данных;
- создание методов определения трёх проекций скорости ветра в близком к реальному масштабе времени с использованием спутниковой навигации и барометрических измерений;
- разработку алгоритмов восстановления углов атаки и скольжения при отказах или отсутствии соответствующих датчиков, то есть атаки и скольжения;

- совершенствование методик учета атмосферных параметров и свойств атмосферы при сопоставлении математических и продувочных моделей;
- разработку методов раздельной идентификации тяги двигателя и аэродинамического сопротивления с эффективным сглаживанием случайных погрешностей измерений;
- создание алгоритма формирования тестового манёвра для определения тяги и сопротивления на основе оптимального управления;
- создание частотно-временного алгоритма параметрической идентификации, объединяющего нелинейную динамическую модель объекта во временной области со спектральным целевым функционалом, что позволяет отстроиться от влияния помехи путем выбора частотного диапазона;
- разработку методик численного дифференцирования для повышения точности оценки коэффициентов моделей движения летательного аппарата;
- методику экспериментальной проверки правильности барометрических измерений;
- разработку нового метода обнаружения помехи, коррелированной с полезным сигналом, путем имитации сдвига входного сигнала (особенность метода в том, что простой анализ рассогласований между измерениями и выходом модели коррелированную помеху выявляет плохо, т.к. она маскируется за счет смещения оценок параметров).

Выводы по главе 1

В результате анализа современных методов оценки аэродинамических параметров и динамического моделирования авиационных систем выявлены ключевые алгоритмические и методологические подходы, существенно повышающие точность и эффективность идентификации аэродинамических характеристик летательных аппаратов. Систематизация методов идентификации, включая метод наименьших квадратов, метод максимума правдоподобия и дискретно-непрерывный подход, позволяет гибко и надежно оценивать параметры при различных условиях измерений. Ключевую роль в этом играют бортовые измерительные системы и комплексная обработка их данных, что обеспечивает техническую диагностику оборудования, прогнозирование его состояния и повышение безопасности полетов. Математический анализ причин неустойчивости оценок идентификации выделил важность учета факторов, влияющих на достоверность результатов, и сформулировал принципы выполнения идентификации с применением робастных статистических методов, комплексного анализа временных и частотных характеристик, а также обязательной валидации моделей. Итеративный подход «от простого к сложному» и тесная интеграция процедур идентификации с динамическим моделированием позволяют эффективно уточнять аэродинамические базы данных, что критически важно для повышения безопасности, оптимизации управления, снижения расходов и надежности авиационной техники на всех этапах её жизненного цикла.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ И ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ

2.1. Методология практической идентификации математических моделей авиационных систем

Проведенный в предыдущем разделе анализ показывает, что идентификация параметров модели летательного аппарата по полетным данным является сложной процедурой, включающей несколько взаимосвязанных этапов.

Практическое выполнение идентификация параметров модели самолёта, рекомендуется разделить на следующие основные этапы:

1) Подготовка и анализ исходных данных

- Проверка соответствия бортовых систем измерения и регистрации установленным требованиям: перечню регистрируемых параметров, частоте записи, точности замеров. Анализ временных сдвигов параметров относительно начала информационного кадра.
- Сбор и обработка данных о расположении датчиков перегрузок, углов атаки и скольжения относительно центра масс.
- Изучение аэродинамических поправок и временных задержек в каналах измерения статического и динамического давлений.
- Анализ инерционных, массовых, геометрических характеристик летательного аппарата, включая положение центра масс.
- Исследование штатных и нештатных конфигураций, алгоритмов работы системы управления.
- Определение безопасных границ эксплуатации по углам атаки/скольжения, перегрузкам, скоростям, диапазонам отклонения органов управления.
- Оценка существующего банка данных и предварительное определение структуры модели аэродинамических сил и моментов.

2) Организация экспериментальных исследований

- Проведение наземных испытаний для выявления систематических погрешностей измерения угловых скоростей, перегрузок, отклонений управляющих поверхностей и позиций приводов.
- Определение программы лётных испытаний: выбор режимов полёта, конфигураций, тестовых манёвров и типов входных воздействий.
- Разработка полётного задания и выполнение экспериментальных вылетов.

3) Процедура идентификации и верификации

- Визуальный отбор репрезентативных участков полётных данных для идентификации.
- Контроль достоверности исходных данных и корректировка математической модели измерительного комплекса.
- Выбор адекватной математической модели объекта исследований. Непосредственное проведение процедуры параметрической идентификации.
- Проверка соответствия полученной модели экспериментальным данным.
- Синтез обобщённой модели на основе анализа различных режимов и участков полёта.
- Сравнительный анализ с исходным банком данных и выработка рекомендаций по его актуализации.

4) Завершающий этап работ

- Формирование архива экспериментальных данных, использованных при идентификации.
- Систематизация материалов по сопоставлению идентифицированных и эталонных параметров.
- Планирование мероприятий по поддержке и развитию модели на всех этапах жизненного цикла изделия.

Большая часть указанных задач может быть успешно решена с использованием стандартных методических подходов.

2.1.1. Определение математической модели движения самолета

Современная авиационная наука располагает множеством математических моделей летательных аппаратов, различающихся уровнем сложности и используемыми упрощениями [45-51].

Проведенные исследования и практический опыт идентификации различных типов воздушных судов свидетельствуют, что рациональным выбором для целей параметрической идентификации является нелинейная модель пространственного движения [45, 52].

Основные преимущества рассматриваемой математической модели:

- простота вычислительной реализации: модель эффективно работает на стандартных компьютерных системах;
- полнота физического описания: строго учитывает все основные законы механики и аэродинамики, исключая погрешности упрощенных моделей;
- гибкость применения: позволяет проводить отдельную идентификацию параметров для каждого канала управления (продольного, бокового и др.).

Данная математическая модель рекомендуется к применению в двух основных вариантах. Первый вариант основан на классическом допущении о совпадении осей связанной системы координат с главными осями инерции самолета, что существенно упрощает уравнения вращательного движения без существенной потери точности для большинства практических задач. Такой подход обеспечивает значительное снижение вычислительной сложности и особенно эффективен при проведении предварительных расчетов, быстрой оценки летных характеристик, а также в учебных целях.

$$\begin{aligned}
\frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z - \frac{1}{\cos\beta} \left[\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin\beta \right) \sin\alpha + \left(\frac{a_y}{V} + \omega_x \sin\beta \right) \cos\alpha \right], \\
\frac{d\beta}{dt} &= \frac{a_z}{V} \cos\beta - \left(\frac{a_x}{V} \sin\beta - \omega_y \right) \cos\alpha + \left(\frac{a_y}{V} \sin\beta + \omega_x \right) \sin\alpha, \\
\frac{dV}{dt} &= a_x \cos\alpha \cos\beta - a_y \sin\alpha \cos\beta + a_z \sin\beta, \\
\frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_x \omega_y + q \frac{S b_A}{J_z} m_z - \frac{k_{\partial\theta} \omega_y}{J_z} - \frac{(P_{np} + P_{лев}) y_{\partial\theta}}{J_z}, \\
\frac{d\omega_y}{dt} &= \frac{J_z - J_x}{J_y} \omega_x \omega_z + q \frac{S l}{J_y} m_y + \frac{k_{\partial\theta} \omega_z}{J_y} + \frac{(P_{np} - P_{лев}) z_{\partial\theta}}{J_y}, \\
\frac{d\omega_x}{dt} &= \frac{J_y - J_z}{J_x} \omega_y \omega_z + q \frac{S l}{J_x} m_x, \\
\frac{dv}{dt} &= \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma, \\
\frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg} v (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma), \\
\frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\cos v} (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma), \\
\frac{dH}{dt} &= V [\cos\alpha \cos\beta \sin v - \sin\alpha \cos\beta \cos v \cos\gamma - \sin\beta \cos v \sin\gamma].
\end{aligned} \tag{2.1.1}$$

Для более точного моделирования взаимосвязанной динамики крена и рыскания целесообразно применять усовершенствованную математическую модель [52], учитывающую центробежные моменты инерции J_{xy} и использующую допущение о наличии плоскости симметрии у летательного аппарата. Данная модель обеспечивает более точное описание сложного пространственного движения за счёт:

- учёта перекрёстных инерционных связей между каналами управления,
- точного моделирования моментов, возникающих при одновременном вращении вокруг продольной и вертикальной осей,

- сохранения разумного баланса между сложностью описания и его физической адекватностью.

Основные преимущества такого подхода включают повышенную точность при моделировании сложных пространственных маневров, возможность анализа взаимного влияния органов управления, а также соответствие реальным инерционным характеристикам современных летательных аппаратов. Особую ценность модель представляет при моделировании сложного пилотажа.

$$\begin{aligned}
\frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z - \frac{1}{\cos \beta} \left[\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin \beta \right) \sin \alpha + \left(\frac{a_y}{V} + \omega_x \sin \beta \right) \cos \alpha \right], \\
\frac{d\beta}{dt} &= \frac{a_z}{V} \cos \beta - \left(\frac{a_x}{V} \sin \beta - \omega_y \right) \cos \alpha + \left(\frac{a_y}{V} \sin \beta + \omega_x \right) \sin \alpha, \\
\frac{dV}{dt} &= a_x \cos \alpha \cos \beta - a_y \sin \alpha \cos \beta + a_z \sin \beta, \\
\frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_x \omega_y + q \frac{S b_A}{J_z} m_z - \frac{k_{\partial \theta} \omega_y}{J_z} - \frac{(P_{np} + P_{лев}) y_{\partial \theta}}{J_z} + \frac{J_{xy} (\omega_x^2 - \omega_y^2)}{J_z}, \\
\frac{d\omega_y}{dt} &= \frac{J_x (J_z - J_x) - J_{xy}^2}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_x \omega_z + \frac{k_{\partial \theta} \omega_z J_x}{J_x J_y - J_{xy}^2} + \frac{(P_{np} - P_{лев}) z_{\partial \theta} J_x}{J_x J_y - J_{xy}^2} - \\
&\quad - \frac{J_{xy} (J_z - J_x - J_y)}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_y \omega_z + \frac{J_x q S l m_y + J_{xy} q S l m_x}{J_x J_y - J_{xy}^2}, \\
\frac{d\omega_x}{dt} &= \frac{J_y (J_y - J_z) + J_{xy}^2}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_y \omega_z - \frac{J_{xy} (J_y + J_x - J_z)}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_x \omega_z + \\
&\quad + \frac{J_y q S l m_x + J_{xy} q S l m_y}{J_x J_y - J_{xy}^2} + \frac{J_{xy} (k_{\partial \theta} \omega_z + (P_{np} - P_{лев}) z_{\partial \theta})}{J_x J_y - J_{xy}^2}, \\
\frac{d\nu}{dt} &= \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \\
\frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg} \nu (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\
\frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\cos \nu} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\
\frac{dH}{dt} &= V [\cos \alpha \cos \beta \sin \nu - \sin \alpha \cos \beta \cos \nu \cos \gamma - \sin \beta \cos \nu \sin \gamma].
\end{aligned} \tag{2.1.2}$$

Ускорения вдоль связанных осей:

$$a_x = qS(-c_x + c_p)/m - g \sin \nu = g(n_x - \sin \nu), \tag{2.1.3}$$

$$a_y = qSc_y/m - g \cos \nu \cos \gamma = g(n_y - \cos \nu \cos \gamma),$$

$$a_z = qSc_z/m + g \cos \nu \sin \gamma = g(n_z + \cos \nu \sin \gamma),$$

где c_x , c_y , c_z – коэффициенты аэродинамических сил в связанной системе координат.

Перегрузки вдоль связанных осей:

$$\begin{aligned} n_x &= qS(-c_x + c_p)/gm = a_x/g + \sin \nu; \\ n_y &= qSc_y/gm = a_y/g + \cos \nu \cos \gamma; \\ n_z &= qSc_z/gm = a_z/g - \cos \nu \sin \gamma. \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

В системах уравнений (2.1.1)...(2.1.4) используются следующие обозначения:

α , β – углы атаки и скольжения, рад;

ω_x , ω_y , ω_z – угловые скорости относительно связанных осей, рад/с;

ν , γ , ψ – углы тангажа, крена, рыскания, рад;

V – истинная воздушная скорость, м/с;

H – высота полета, м;

m_x , m_y , m_z – коэффициенты аэродинамических моментов;

c_x , c_y , c_z – коэффициенты аэродинамических сил;

J_x , J_y , J_z , J_{xy} – моменты инерции относительно связанных осей, кг·м²;

m – масса самолета, кг;

l , b_A – размах крыла и длина средней аэродинамической хорды, м;

S – эквивалентная площадь крыла, м²;

q – скоростной напор, Па;

ρ_H – плотность воздуха на высоте полета, кг/м³;

$c_p = P/qS$ – коэффициент тяги двигателей;

$P_{пр}$, $P_{лев}$ – сила тяги правого и левого двигателей, Н.

$k_{\partial \partial}$ – кинетический момент роторов двигателей, кг·м².

$y_{\partial \partial}$, $z_{\partial \partial}$ – координаты двигателя относительно связанных осей, м;

$\varphi_{\partial \partial}$ – угол установки двигателей, рад.

Значения аэродинамических коэффициентов подъемной силы C_y и сопротивления C_x , полученные в ходе продувочных испытаний, традиционно

определяются в полусвязанной системе координат $Ox_e y_e z_e$. Для преобразования этих коэффициентов в связанную систему координат $OXYZ$ применяются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} c_{xe} &= c_x \cos \alpha - c_y \sin \alpha, \\ c_{ye} &= c_x \sin \alpha + c_y \cos \alpha, \\ c_x &= c_{xe} \cos \alpha + c_{ye} \sin \alpha, \\ c_y &= -c_{xe} \sin \alpha + c_{ye} \cos \alpha, \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

где c_{xe} , c_{ye} – коэффициенты составляющих аэродинамической силы в полусвязанной системе координат.

При необходимости учета пространственного положения летательного аппарата относительно земной системы координат, базовые уравнения движения (2.1.1) и (2.1.2) дополняются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{dX_g}{dt} &= V [\cos \alpha \cos \beta \cos \nu \cos \psi + \sin \alpha \cos \beta (\sin \nu \cos \gamma \cos \psi - \\ &\quad - \sin \gamma \sin \psi) + \sin \beta (\sin \nu \sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \psi)]; \\ \frac{dZ_g}{dt} &= -V [\cos \alpha \cos \beta \cos \nu \sin \psi + \sin \alpha \cos \beta (\sin \nu \cos \gamma \sin \psi + \\ &\quad + \sin \gamma \cos \psi) + \sin \beta (\sin \nu \sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \cos \psi)]; \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

Линейная модель аэродинамических коэффициентов для продольного и бокового движения может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} c_{ye} &= c_{y0} + c_{ye}^{\alpha} \alpha + c_{ye}^{\delta_B} \delta_B, \\ m_z &= m_{z0} + m_z^{\alpha} \alpha + m_z^{\delta_B} \delta_B + m_z^{\bar{\omega}_z} \cdot \frac{b_A}{V} \omega_z + m_z^{\bar{\alpha}} \cdot \frac{b_A}{V} \frac{d\alpha}{dt}, \\ c_z &= c_z^{\beta} \beta + c_z^{\delta_H} \delta_H, \\ m_x &= m_x^{\beta} \beta + m_x^{\bar{\omega}_x} \frac{l}{2V} \omega_x + m_x^{\bar{\omega}_y} \frac{l}{2V} \omega_y + m_x^{\delta_H} \delta_H + m_x^{\delta_{\vartheta}} \delta_{\vartheta}, \\ m_y &= m_y^{\beta} \beta + m_y^{\bar{\omega}_x} \frac{l}{2V} \omega_x + m_y^{\bar{\omega}_y} \frac{l}{2V} \omega_y + m_y^{\delta_H} \delta_H + m_y^{\delta_{\vartheta}} \delta_{\vartheta}. \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

Нелинейная модель аэродинамических коэффициентов для продольного и бокового движения может быть представлена с использованием полиномов и сплайнов 1, 2, 3 порядков для точного описания сложных зависимостей.

$$\begin{aligned}
 m_z(\alpha) &= m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\alpha^2} \alpha^2, \\
 m_z(\alpha) &= m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\alpha^2} \alpha^2 + m_z^{\alpha^3} \alpha^3, \\
 m_z(\alpha) &= m_{z0} + m_z^\alpha \alpha, \quad \alpha < \alpha_1, \\
 m_z(\alpha) &= m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\alpha^2} (\alpha - \alpha_1)^2, \quad \alpha > \alpha_1, \\
 m_z(\alpha) &= m_z(\alpha_k)(1-t) + m_z(\alpha_{k+1})t \\
 m_z(\alpha) &= \varphi_1(t)m_z(\alpha_k) + \varphi_2(t)m_z(\alpha_{k+1}) + \varphi_3(t)h_k \frac{dm_z(\alpha_k)}{d\alpha_k}(\alpha_k) + \\
 &+ \varphi_4(t)h_k \frac{dm_z(\alpha_{k+1})}{d\alpha_{k+1}}(\alpha_k), \\
 \text{где, } t &= \frac{\alpha - \alpha_k}{h_k}, \quad h_k = \alpha_{k+1} - \alpha_k, \quad \alpha \in [\alpha_k, \alpha_{k+1}], k = 1, 2, \dots, N_k - 1,
 \end{aligned} \tag{2.1.8}$$

$$\varphi_1(t) = (1-t)^2(1+2t),$$

$$\varphi_2(t) = t^2(3-2t),$$

$$\varphi_3(t) = t(1-t)^2,$$

$$\varphi_4(t) = -t^2(t-1).$$

Для визуализации и сравнения применяемых подходов на рисунках 2.1.1 и 2.1.2 представлено сопоставление нелинейной зависимости аэродинамического момента тангажа от угла атаки, полученной в ходе трубного эксперимента, с результатами идентификации по данным летных испытаний для нескольких участков полета. При этом нелинейности при идентификации описывались полиномами третьего порядка.

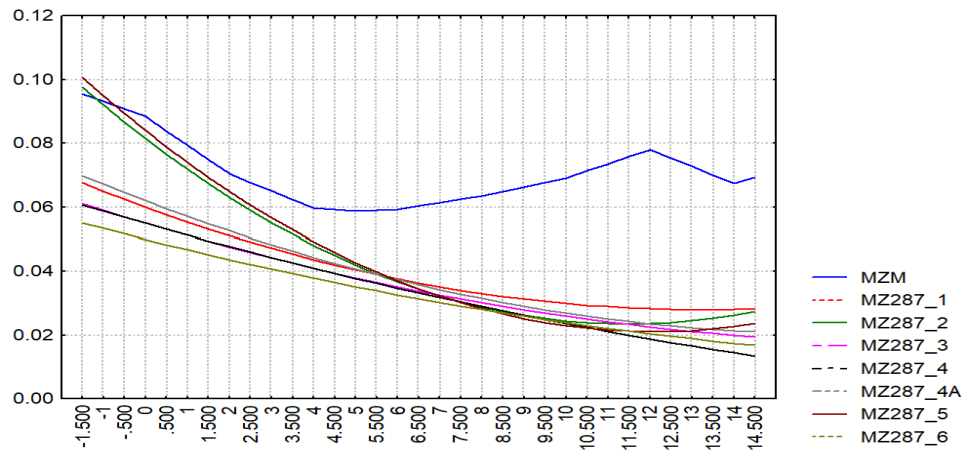


Рисунок 2.1.1. – Сравнение нелинейной зависимости аэродинамического момента тангажа от угла атаки, полученной в трубном эксперименте (линия MZM), с оценками идентификации по семи полетным участкам в обобщенном диапазоне углов атаки

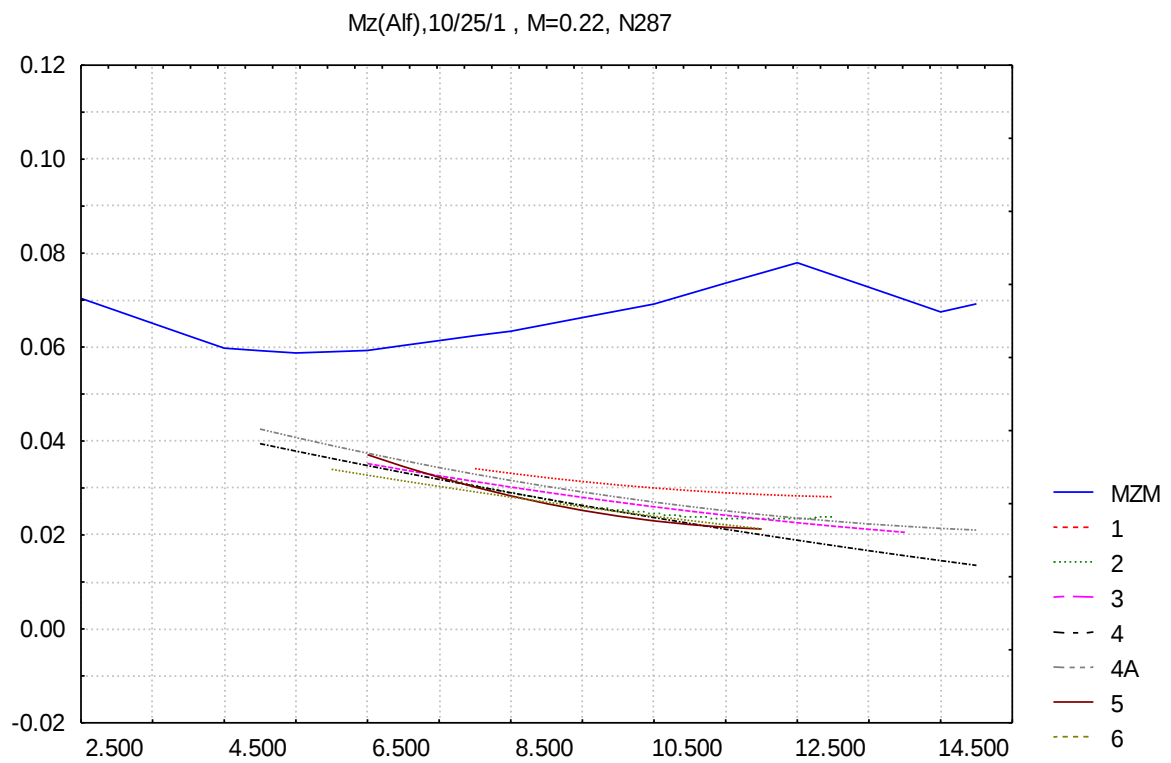


Рисунок 2.1.2. – Сравнение нелинейной зависимости аэродинамического момента тангажа от угла атаки, полученной в трубном эксперименте (линия MZM), с оценками идентификации по семи полетным участкам при условии отображения оценок только в тех диапазонах угла атаки, который имел место на данном участке полета.

Эти результаты имеют также методический смысл. На рис. (2.1.1) исходная априорная зависимость и оценки показаны в широком диапазоне углов атаки от (-1,5 до 14,5) градусов. Расхождения оценок между собой существенны в диапазоне от -1,5 до 4,5 градусов., а для более высоких углов атаки оценки сходятся друг с другом, но сильно отличаются от исходной зависимости. В итоге сложно сделать вывод о степени согласованности оценок идентификации и об их отношении к априорной зависимости.

На рис. 2.1.2 эти же результаты отображены по-другому: оценки идентификации по семи полетным участкам показаны только в тех диапазонах угла атаки, который имел место на данном участке полета. Из рисунка 2.1.2 сразу понятно, что, во-первых, результаты идентификации на разных участках хорошо согласованы между собой, во-вторых, оценки идентификации, полученные по полетным данным, существенно отличаются от исходной зависимости, полученной по данным трубного эксперимента, что указывает на необходимость ее коррекции.

Для линейных моделей аэродинамики анализ результатов упрощается. Так, на рис. 2.1.3 показаны оценки идентификации коэффициента эффективности руля высоты для 30 полетных участков, полученные при различных значениях числа M .

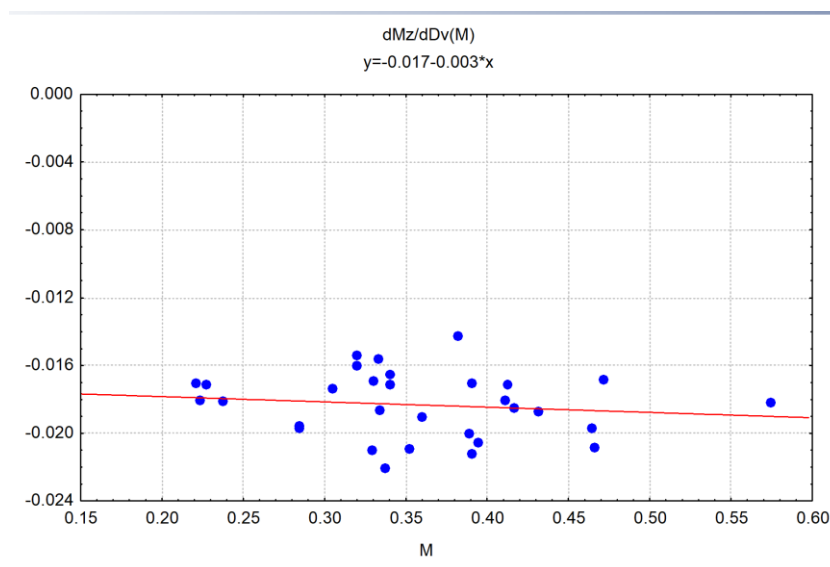


Рисунок 2.1.3. – Выявление зависимости оценок идентификации коэффициента эффективности руля высоты от числа M полета

Зависимость от числа M полета легко определяется методом парной регрессии. Итоговое уравнение показано в верхней части рисунка. Оисунок позволяет сделать вывод о наличии очень слабой зависимости этого аэродинамического коэффициента от числа M в рассмотренном диапазоне, что на этот раз согласуется с имеющимся банком исходных аэродинамических характеристик, полученном в трубном эксперименте.

2.1.2. Учет атмосферной турбулентности в моделях движения самолета

В настоящем подразделе кратко рассматриваются подходы к математическому описанию атмосферной турбулентности и учету е влияния на движение самолета. Рассматривается пример формирующего фильтра для скорости вертикальных порыврв турбулентного ветра, и интеграция формирующего фильтра в модель продольного короткопериодического движения самолета с учетом обратных связей по нормальной перегрузке и угловой скорости, задаваемых системой управления.

При идентификации аэродинемических коэффициентов самолета модели такого вида используются, во-первых, в составе модели объекта для алгоритмов, использующих различные варианты калмановской фильтрации, во-вторых, самостоятельно для моделирования движения летательного аппарата в условиях турбулентности. Эти данные затем используются для тестирования алгоритмов идентификации в условиях воздействия турбулентности.

При исследовании воздействия турбулентных потоков на летательные аппараты широкое применение находит спектральный подход к описанию ветровых возмущений. Одной из наиболее востребованных в авиационной практике является модель Драйдена, регламентированная международными и отечественными стандартами. Данная методика предполагает аналитическое описание случайных пульсаций ветра через их спектральные характеристики в трёх взаимно перпендикулярных направлениях.

Для продольной составляющей (совпадающей с вектором скорости летательного аппарата) спектральная плотность определяется степенной

зависимостью от частоты, где ключевыми параметрами выступают масштаб турбулентности и среднеквадратичное отклонение скорости ветра. Боковая и вертикальная компоненты описываются более сложными соотношениями, учитывающими нелинейную зависимость от частоты ветровых колебаний. Характерно, что для этих составляющих масштабы турбулентности принимаются в два раза меньшими по сравнению с продольным направлением.

Особенностью модели Драйдена является её физическая обоснованность при описании низкочастотных возмущений, наиболее критичных для динамики полёта. Данная модель обеспечивает достоверное представление ветровых возмущений, существенных для анализа устойчивости и управляемости летательных аппаратов (ЛА).

Согласно модели Драйдена, спектральные плотности турбулентного ветра в вертикальном, продольном и боковом направлениях определяются следующими выражениями [53]:

$$\begin{aligned}
 S_W(\omega) &= \sigma_W^2 \frac{L_W}{\pi V} \frac{1 + 3 \left(\frac{L_W}{V} \omega \right)^2}{\left(1 + \left(\frac{L_W}{V} \omega \right)^2 \right)^2}, \\
 S_U(\omega) &= \sigma_U^2 \frac{L_U}{\pi V} \frac{1}{1 + \left(\frac{L_U}{V} \omega \right)^2}, \\
 S_V(\omega) &= \sigma_V^2 \frac{L_V}{\pi V} \frac{1 + 3 \left(\frac{L_V}{V} \omega \right)^2}{\left(1 + \left(\frac{L_V}{V} \omega \right)^2 \right)^2},
 \end{aligned} \tag{2.1.9}$$

где

V - скорость полета, м/с;

ω - круговая частота, 1/с;

$\sigma_W, \sigma_U, \sigma_V$ - с.к.о. скоростей порывов ветра, м/с;

L_w, L_U, L_V - масштабы турбулентности, м.

Масштабы турбулентности при высоте полета $H > 525$ м $L_w = L_U = L_V = 525$ м. При $H < 525$ м $L_w = H, L_U = L_V = 43,5 H^{1/3}$. Кроме того, имеет место соотношение,

$$\frac{\sigma_w^2}{L_w} = \frac{\sigma_U^2}{L_U} = \frac{\sigma_V^2}{L_V}. \quad (2.1.10)$$

После получения уточненной модели объекта проводится моделирование с учетом спектральной модели Драйдена, что позволяет оценить влияния турбулентности на систему самолета. Использование линеаризованных моделей в данном случае физически обосновано, поскольку турбулентность вызывает отклонения параметров движения вблизи установившегося режима, такого как прямолинейный горизонтальный полет. В качестве примера рассмотрим продольное движение самолета, оснащенного системой динамического управления (СДУ). Модель СДУ представляется в виде замкнутой системы с обратными связями по ключевым параметрам: перегрузке и угловой скорости. Для каждого канала управления вводятся соответствующие передаточные функции, описывающие динамику системы. Такой подход позволяет проанализировать устойчивость и эффективность работы СДУ при различных уровнях турбулентных возмущений, оценить запасы устойчивости и качество переходных процессов, а также проверить выполнение требований к точности стабилизации параметров полета. Особое внимание уделяется анализу частотных характеристик системы, что важно для выявления потенциальных резонансных явлений и оценки способности СДУ подавлять возмущения в рабочем диапазоне частот.

Модель СДУ аппроксимируется обратными связями по перегрузке и угловой скорости с передаточными функциями,

$$W_n(p) = \frac{K_n}{T_n p + 1}, \quad W_\omega(p) = K_\omega \frac{T_2 p + 1}{T_1 p + 1}.$$

В этом случае отклонения стабилизатора

$$\varphi_B(t) = \varphi_n(t) - \varphi_n(t) - \varphi_\omega(t), \quad (2.1.11)$$

где $\varphi_n(t)$ - отклонения, обусловленные действиями летчика.

После преобразования передаточных функций к модели в пространстве состояний получим,

$$\varphi'_n(t) = -\frac{1}{T_n} \varphi_n(t) + \frac{K_n}{T_n} n_y(t),$$

$$e'(t) = -\frac{1}{T_n} e(t) + \frac{K_\omega}{T_1} \omega_z(t),$$

$$\varphi_\omega(t) = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) e(t) + K_\omega \frac{T_2}{T_1} \omega_z(t).$$

Уравнения формирующего фильтра для вертикальной составляющей скорости порывов турбулентного ветра (2.1.9) имеет вид:

$$u'_1(t) = u_2(t),$$

$$u'_2(t) = -\mu^2 u_1(t) - 2\mu u_2(t) + v_w(t).$$

Описание переменных, входящих в формирующий фильтр, даны ниже, в описании переменных обобщенной системы (2.1.12).

Объединяя полученные уравнения с моделью продольного короткопериодического движения, представленной в приращении относительно установившегося режима полета, формируем комплексную математическую модель системы. Для полного учета динамических характеристик и случайных составляющих ошибок измерений в этом примере в модель вводятся аппроксимации датчиков угловой скорости и нормальной перегрузки, представленные колебательными звеньями, то есть инерциальными звеньями второго порядка. Эти модели датчиков одновременно выполняют функцию формирующих фильтров для шумов измерительных каналов, что позволяет адекватно воспроизводить статистические характеристики реальных помех измерений. В результате интегрирования всех указанных компонентов формируется следующая система уравнений:

$$\begin{aligned}
\alpha'(t) &= \omega_z(t) - c_y^\alpha \frac{qS}{mV} \left(\alpha(t) + \frac{1}{V} \left(u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t) \right) \right) - c_y^\varphi \frac{qS}{mV} \varphi_B(t), \\
\omega_z'(t) &= m_z^\alpha \frac{qSb_A}{J_z} \left(\alpha(t) + \frac{1}{V} \left(u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t) \right) \right) + m_z^\varphi \frac{qSb_A}{J_z} \varphi_B(t) + \\
&\quad + \frac{m_z^{\omega_z} qSb_A}{J_z} \cdot \frac{b_A}{V} \omega_z(t), \\
u_1'(t) &= u_2(t), \\
u_2'(t) &= -\mu^2 u_1(t) - 2\mu u_2(t) + v_w(t), \\
\omega_{zum}'(t) &= \omega_1(t), \\
\omega_1'(t) &= -a_0^\omega \omega_{zum}(t) - a_1^\omega \omega_1(t) + a_0^\omega \omega_z(t) + v_\omega(t), \\
n_{yum}'(t) &= n_1(t), \\
n_1'(t) &= -a_0^n n_{yum}(t) - a_1^n n_1(t) + a_0^n n_y(t) + v_n(t), \\
\varphi_n'(t) &= -\frac{1}{T_n} \varphi_n(t) + \frac{K_n}{T_n} n_{yum}(t), \\
e'(t) &= -\frac{1}{T_1} e(t) + \frac{K_\omega}{T_1} \omega_{zum}(t),
\end{aligned} \tag{2.1.12}$$

где

V - скорость полета, м/с;

q - скоростной напор, Па;

m, S, b_A - масса, кг, эквивалентная площадь крыла, м², длина с.а.х., м;

J_z - момент инерции, кг м²;

$\mu = M/L_w$ - собственная частота турбулентности, 1/с;

$\omega_1(t), n_1(t), e(t)$ - вспомогательные переменные;

$$a_0^\omega = \omega_\omega^2, \quad a_1^\omega = 2\xi_\omega \omega_\omega,$$

$a_0^n = \omega_n^2, \quad a_1^n = 2\xi_n \omega_n$ - параметры датчиков угловой скорости и перегрузки,

где

$\omega_{zum}(t), n_{yum}(t)$ - выходные сигналы датчиков;

ξ_ω, ξ_n - коэффициенты демпфирования датчиков;

ω_ω, ω_n - собственные частоты датчиков, 1/с;

$\nu_\omega(t), \nu_\omega(t), \nu_n(t)$ - нормальные случайные процессы типа белого шума с нулевыми средними и интенсивностями [40],

$$S_\omega = 3\mu\sigma_\omega^2, \quad S_\omega = 2a_0^\omega a_1^\omega \sigma_\omega^2, \quad S_n = 2a_0^n a_1^n \sigma_n^2,$$

где

σ_ω, σ_n - с.к.о. флюктуационных ошибок датчиков угловой скорости (1/с) и перегрузки (единицы перегрузки),

σ_ω - с.к.о. скорости вертикальной составляющей турбулентности, м/с;

$n_y(t)$ - приращения фактической перегрузки относительно установившегося значения, вычисляемого по формуле,

$$n_y(t) = \frac{V}{g} \left(c_y^\alpha \frac{qS}{mV} \left(\alpha(t) + \frac{1}{V} \left(u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t) \right) + c_y^\varphi \frac{qS}{mV} \varphi_B(t) \right) \right).$$

В (2.1.12) отклонения стабилизатора вычисляются по формуле (2.1.11), в которой составляющая $\varphi_\omega(t)$ имеет вид,

$$\varphi_\omega(t) = \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) e(t) + K_\omega \frac{T_2}{T_1} \omega_{\text{узм}}(t).$$

Предполагается, что угол атаки, обусловленный влиянием турбулентности, определяется выражением,

$$d_w(t) \approx \frac{\Delta(t)}{V},$$

где $\Delta(t) = u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t)$ - скорость вертикальных порывов турбулентного ветра, м/с.

Моделирование стохастической системы (2.1.12) осуществляется следующим образом. Данная система является частным случаем, откуда исключены уравнения для параметров:

$$y'(t) = f(y(t), a, u(t)) + \omega(t). \quad (2.1.13)$$

При выполнении моделирования на каждом интервале дискретизации $[t_k, t_{k+1}]$ решаются уравнения, которые в данном случае принимают вид:

векторное уравнение для математического ожидания вектора состояния системы

$$\frac{d\tilde{y}(t|t_k)}{dt} = f(\tilde{y}(t|t_k), a, u(t)), \quad (2.1.4)$$

матричное уравнение для ковариационной матрицы случайного процесса на выходе динамической системы (2.1.13)

$$\frac{dW(t, t_k)}{dt} = A_{11}(t, t_k)W(t, t_k) + W(t, t_k)A_{11}^T(t, t_k) + S_\omega(t), \quad (2.1.5)$$

где линеаризованная матрица системы вычисляется по формуле

$$A_{11}(t, t_k) = \frac{df(\tilde{y}(t|t_k), a(t), u(t))}{d\tilde{y}(t|t_k)},$$

Матрица интенсивностей шума объекта, входящая в уравнение (2.1.5) в случае системы (2.1.12) имеет вид,

$$S_\omega(t) = S_\omega = \text{diag}(0, 0, 0, 3\mu\sigma_w^2, 0, 2a_0^\omega a_1^\omega \sigma_w^2, 0, 2a_0^\omega a_1^n \sigma_n^2, 0, 0).$$

Далее моделирование выполняется по методикам, представленным, например, в [46, 134].

2.2. Методические требования к исходным данным для параметрической идентификации систем управления летательных аппаратов

Для выполнения идентификации математической модели движения самолета необходимы следующие исходные данные, которые должны представляться предприятием- разработчиком самолета:

1. Геометрические характеристики самолета:

- эквивалентная площадь крыла S , м^2 ;
- средняя аэродинамическая хорда (с.а.х.) $b_A, \text{м}$;
- эквивалентный размах крыла $l, \text{м}$;

2. Инерционно-массовые и центровочные характеристики самолета:

- зависимости моментов инерции J_x, J_y, J_z, J_{xy} , $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ от массы самолета (массы топлива) и положения шасси;
- масса пустого самолета, максимальная масса топлива, масса топлива в подвесных баках, расчетная масса;
- зависимость координат центра масс самолета от массы самолета (массы топлива) и положения шасси. Значения координат приводятся в метрах, а координаты относительно оси Ox_1 также в долях с.а.х.

3. Характеристики двигателей:

- координаты двигателей, м;
- угол установки двигателей, градус;
- углы отклонения сопел двигателей, угол наклона плоскости отклонения сопел двигателя при управлении вектором тяги, градус;
- момент инерции роторов двигателей, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$,
- направление вращения роторов двигателей;
- высотнo-скоростные характеристики (ВСХ) двигателей.

4. Характеристики установки датчиков:

- координаты датчиков измерения продольной, нормальной и поперечной перегрузок в связанной системе, м;

- координаты датчиков измерения углов атаки и скольжения в связанной системе, м;
- формулы расчета истинных углов атаки и скольжения по измеренным значениям местных углов.

5. Основные эксплуатационные ограничения на самолет с учетом полетных конфигураций:

- максимальные и минимальные допустимые значения углов атаки и скольжения;
- максимальные и минимальные допустимые значения нормальной и поперечной перегрузок;
- максимальные и минимальные допустимые значения приборной скорости и числа M ;
- другие эксплуатационные ограничения, которые необходимо учитывать при проведении летных испытаний.

6. Исходный банк аэродинамических характеристик самолета, учитывающий штатные полетные конфигурации и варианты размещения грузов на точках подвески.

7. Исходные данные по системе управления:

- описание штатных и допустимых нештатных полетных конфигураций с указанием углов отклонения механизации, положения шасси, тормозных щитков и т.д.;
- максимальные и минимальные отклонения органов управления, управляющих поверхностей, механизации (предкрылки, закрылки, тормозные щитки, интерцепторы и т.д.);
- структурные схемы комплексной системы управления полетом и входящих в нее систем;
- математические модели привода (рулевые машины, бустеры) и других элементов системы управления (нелинейные механизмы, механизмы триммерного эффекта и т.д.).

По последнему пункту рекомендуется представлять относительно простые модели, описываемые системами дифференциальных уравнений не выше 2...3 порядков с числом параметров не более 5...6.

Объем и состав требований, сформулированных в настоящем подразделе, может уточняться в зависимости от особенностей конкретного самолета и решаемой задачи.

2.2.1. Формирование требований к измерительной системе

Для идентификации используются данные, полученные при помощи системы бортовых измерений и регистрации.

Требования к набору регистрируемых параметров. Для построения адекватных математических моделей движения воздушного судна в продольном, поперечном и путевом каналах, а также для анализа характеристик силовой установки рекомендуется в летном эксперименте выполнять регистрацию следующих параметров:

1. Барометрическая высота полета, м.
2. Приборная скорость полета, км/ч.
3. Истинная воздушная скорость полета, км/ч.
4. Число M полета.
5. Перегрузка n_y , единицы перегрузки.
6. Перегрузка n_z , единицы перегрузки.
7. Перегрузка n_x , единицы перегрузки.
8. Угловая скорость ω_x , градус/с.
9. Угловая скорость ω_y , градус/с.
10. Угловая скорость ω_z , градус/с.
11. Угол тангажа, градус.
12. Угол крена, градус.
13. Угол рыскания, градус.
14. Угол атаки истинный, градус.

15. Угол атаки местный левого датчика, градус.
16. Угол атаки местный правого датчика, градус.
17. Угол скольжения истинный, градус.
18. Угол скольжения местный, градус.
19. Угол отклонения стабилизатора (руля высоты) левого, градус.
20. Угол отклонения стабилизатора (руля высоты) правого, градус.
21. Угол отклонения руля направления левого, градус.
22. Угол отклонения руля направления правого, градус.
23. Угол отклонения элерона левого, градус.
24. Угол отклонения элерона правого, градус.
25. Угол отклонения носков, градус.
26. Угол отклонения закрылков, градус.
27. Отклонение штурвала или РУС по тангажу, мм или градус.
28. Отклонение штурвала или РУС по крену, мм или градус.
29. Отклонение педалей, мм.
30. Разовая команда положения шасси.
31. Разовая команда положения тормозных щитков.
32. Отклонение ручки управления двигателем (РУД) левого двигателя, мм или градус.
33. Отклонение ручки управления двигателем (РУД) правого двигателя, мм или градус.
34. Обороты ротора высокого давления N2 левого двигателя, %.
35. Обороты ротора высокого давления N2 правого двигателя, %.
36. Разовые команды включения и выключения режимов СДУ, САУ, СОС.

Перечень регистрируемых параметров может уточняться с учетом специфики конкретного самолета и решаемой задачи. Так, для проверки правильности функционирования системы воздушных сигналов целесообразно выводить на регистрацию результаты барометрических измерений и расчетов. Этот вопрос подробно рассмотрен ниже в подразделе 6.2.

Все регистрируемые параметры должны соответствовать установленным обозначениям согласно ГОСТ 20058-80 [54], регламентирующему термины, определения и обозначения динамики летательных аппаратов в атмосфере.

В тех случаях, когда ставится задача идентификации модели привода или проверки правильности функционирования электронных вычислителей комплексной системы управления, в представленный выше перечень необходимо дополнительно включить выходные сигналы вычислителей тангажа, крена, направления, а также вычислителей отклонения носков, переднего горизонтального оперения, сопел двигателей и т.д.

В отдельных случаях рекомендуется выводить на регистрацию внутренние сигналы вычислителей, перечень которых определяется по результатам анализа структурных схем и конструктивными особенностями вычислителей.

Требования к частоте регистрации. Практический опыт проведения идентификационных исследований и анализ современных публикаций (как отечественных, так и зарубежных) свидетельствует, что оптимальная частота регистрации сигналов для задач идентификации должна находиться в диапазоне 16-32 Гц.

Увеличение частоты регистрации свыше 32 Гц не приводит к повышению информативности данных, поскольку частоты собственного движения самолетов не превышают 0,8...1 Гц. Исключения составляют специальные задачи, например, идентификация моделей аэроупругости или оценивание характеристик шумов измерений.

Уменьшение частоты регистрации ниже 16 Гц создает дополнительный источник погрешностей. Эти погрешности могут быть уменьшены за счет интерполяции сигналов по времени. В работах [55, 56] показано, что удовлетворительная точность идентификации может быть достигнута при частотах регистрации 8 Гц и даже 4 Гц. Однако необходимо помнить, что пониженная частота регистрации значительно усложняет процесс идентификации и снижает

достоверность полученных результатов. Поэтому использование частот регистрации менее 16 Гц не рекомендуется.

Требования по синхронизации измерений. Алгоритмы идентификации предъявляют жесткие требования к точности временной синхронизации измеряемых параметров, поскольку временные сдвиги между сигналами, превышающие 1-2 мс, могут приводить к значительным погрешностям в оценках идентифицируемых характеристик. В случаях, когда используемая система измерений и регистрации не удовлетворяет указанным требованиям по синхронизации, в состав исходных данных обязательно должны включаться циклограмма опроса параметров. Тогда сдвиг t_s между измерениями двух параметров рассчитывается по формуле,

$$t_s = (n_2 - n_1) \Delta t, \quad (2.2.1)$$

где Δt - время опроса одного параметра,

n_2, n_1 - номера параметров в циклограмме.

Требования к точности измерений. Требования к точности измерения параметров полета при проведении летных испытаний самолетов обычно являются достаточными также и для выполнения идентификации.

Требования к измерению воздушных сигналов. Перед началом идентификации необходимо определить аэродинамические поправки и временные задержки для измерений статического и динамического давлений, высоты полета, приборной скорости и числа Маха в соответствии с действующими методиками испытаний. Учитывая важность аэрометрических параметров для идентификации, рекомендуется проводить проверку правильности аэрометрических измерений по меадгоритмам, предмтавленным в подразделе 6.2.

Требования к измерению перегрузок, углов атаки и скольжения. Показания датчиков перегрузок, углов атаки и скольжения требуют обязательного введения поправок, учитывающих их вынос относительно центра масс (ЦМ) самолёта.

Координаты установки датчиков относительно номинального положения ЦМ предоставляются предприятием-разработчиком, однако при расчёте поправок необходимо учитывать фактическое положение ЦМ, определяемое по центровочным зависимостям. После определения координат датчиков x_0, y_0, z_0 в связанной системе с началом координат в центре масс самолета поправки к измерениям перегрузки вычисляются по следующим формулам [52]:

$$\begin{aligned}\Delta n_x &= \frac{1}{g} \left((\omega_y^2 + \omega_z^2) x_0 - \omega_x \omega_y y_0 - \omega_z \omega_x z_0 + \frac{d\omega_z}{dt} y_0 - \frac{d\omega_y}{dt} z_0 \right), \\ \Delta n_y &= \frac{1}{g} \left((\omega_z^2 + \omega_x^2) y_0 - \omega_y \omega_z z_0 - \omega_x \omega_y x_0 - \frac{d\omega_z}{dt} x_0 + \frac{d\omega_x}{dt} z_0 \right), \\ \Delta n_z &= \frac{1}{g} \left((\omega_x^2 + \omega_y^2) z_0 - \omega_z \omega_x x_0 - \omega_y \omega_z y_0 + \frac{d\omega_y}{dt} x_0 - \frac{d\omega_x}{dt} y_0 \right).\end{aligned}\quad (2.2.2)$$

При вычислении скорректированных значений перегрузок n_x, n_y, n_z поправки (2.2.2) прибавляются к измеренным значениям, то есть:

$$\begin{aligned}n_x &= n_{xизм} + \Delta n_x, \\ n_y &= n_{yизм} + \Delta n_y, \\ n_z &= n_{zизм} + \Delta n_z.\end{aligned}\quad (2.2.3)$$

Поправки к измеренным значениям истинных углов атаки и скольжения, обусловленные выносом датчиков относительно центра масс, вычисляются по формулам,

$$\begin{aligned}\Delta \alpha_{уст} &= \frac{\omega_z}{V} x_\alpha - \frac{\omega_x}{V} z_\alpha + \frac{\partial \varphi_{ум}}{\partial n_y} \left(n_y - 1 + \frac{\dot{\omega}_z x_\alpha}{g} \right), \\ \Delta \beta_{уст} &= \frac{\omega_y}{V} x_\beta - \frac{\omega_x}{V} y_\beta,\end{aligned}\quad (2.2.4)$$

где $x_\alpha, x_\beta, z_\alpha, y_\beta$ - координаты датчиков в связанной системе с началом координат в центре масс самолета, м;

V - истинная воздушная скорость полета, м/с;

$\varphi_{шт}$ - угол отклонения штанги, на которой установлен датчик угла атаки, градус.

Поправки (2.2.4) добавляются к измеренным в полете истинным значениям углов атаки и скольжения, то есть:

$$\begin{aligned}\alpha_{ист} &= \alpha_{ист\ изм} + \Delta\alpha_{ист}, \\ \beta_{ист} &= \beta_{ист\ изм} + \Delta\beta_{ист},\end{aligned}\tag{2.2.5}$$

где $\alpha_{ист\ изм}$, $\beta_{ист\ изм}$ - значения истинных углов атаки и скольжения, вычисленные на борту или при наземной обработке по значениям местных углов в соответствии с принятыми для данного самолета зависимостями,

$$\begin{aligned}\alpha_{ист} &= f(\alpha_{м}), \\ \beta_{ист} &= g(\beta_{м}).\end{aligned}\tag{2.2.6}$$

2.2.2. Формирование требований и рекомендаций по обработке и отображению полетных данных и результатов идентификации

Требования по обработке и отображению полетных данных. При выполнении идентификации самолетов и их систем управления обязательным этапом является предварительный анализ полетных данных с целью выбора участка идентификации.

Для этого необходимо использовать наземную систему обработки и отображения полетных данных, выполняющую следующие функции:

- вычисление физических значений зарегистрированных в полете параметров в соответствии с тарировочными зависимостями;
- вывод на экран ЭВМ в функции времени произвольного набора параметров из числа регистрируемых;
- настройка масштаба выводимых на экран графиков;
- вывод на экран цифровых значений отображаемых на экране параметров для заданного момента времени.

Большинство современных систем наземной обработки полетных данных удовлетворяют перечисленным выше требованиям.

Для выполнения идентификации необходимо, чтобы система обработки полетных данных выполняла также функцию экспорта данных в целях последующего ввода данных в программы идентификации.

Система обработки и отображения полетных данных должна также поддерживать функцию коррекции грубых сбоя в ручном и, желательно, автоматическом режимах.

Требования по отображению результатов идентификации. Для обеспечения визуального анализа результатов идентификации необходимо выполнение следующих функций:

- построение на экране ЭВМ и вывод на печать графиков сигналов, измеренных в полете и вычисленных при моделировании, при этом одноименные выходные сигналы объекта и модели должны выводиться в одинаковом масштабе;
- построение графиков типа «параметр по параметру».

Первая функция необходима для графического сравнения степени соответствия выходных сигналов модели и объекта. Вторая функция необходима для решения следующих задач:

- определение зависимостей оценок коэффициентов модели от числа M , угла атаки, центровки и других параметров;
- установление факта наличия линейной зависимости между сигналами, используемыми для идентификации [57].

Для реализации данной функции можно использовать современные универсальные программы обработки данных, например, Excell.

2.2.3. Методические рекомендации по анализу исходных данных для идентификации

Анализ исходных данных по самолету и системе управления. В целях уточнения задачи идентификации необходимо четко определить штатные полетные конфигурации, различающиеся положением шасси, тормозных щитков,

углом отклонения предкрылков, закрылков, наличием синфазного отклонения элеронов («зависание» элеронов), режимом работы системы управления.

Для всех полетных конфигураций по представленным исходным данным определяются эксплуатационные диапазоны по углу атаки, скорости полета (числу M), высоте полета, нормальной перегрузке, другим параметрам.

При анализе логики работы системы управления необходимо обратить внимание на возможности штатного или нештатного отключения (принудительного выпуска или уборки) различных управляющих поверхностей с целью раздельной идентификации тех или иных составляющих.

Например, если носки крыла отклоняются в функции угла атаки,

$$\delta_{\text{носк}}(\alpha) = K_{\text{носк}} \alpha, \quad (2.2.7)$$

то оценить при идентификации составляющие подъемной силы и продольного момента, обусловленные влиянием носков, можно только тогда, когда система управления позволяет отключить алгоритм и установить носки, например, в положение «убрано». В противном случае при идентификации можно получить только обобщенные характеристики крыла с носками, отклоняемыми по закону (2.2.7).

В процессе анализа должны быть получены следующие результаты:

- перечень полетных конфигураций, подлежащих идентификации;
- диапазоны параметров полета для каждой конфигурации, в пределах которых возможно безопасное выполнение летных экспериментов;
- оценка возможности раздельной идентификации коэффициентов аэродинамических сил и моментов, обусловленных элементами механизации крыла (носки, закрылки и т.д.).

Анализ исходного банка аэродинамических данных. Анализ исходных аэродинамических данных выполняется с целью начального оценивания структуры идентифицируемой модели. При этом определяется характер зависимости аэродинамических коэффициентов от числа M и угла атаки, определяются диапазоны, в которых аэродинамические коэффициенты могут быть описаны

линейной моделью, проводится сравнение полученных результатов с эксплуатационными диапазонами углов атаки и чисел M для различных полетных конфигураций. В результате должен быть определен характер зависимостей аэродинамических коэффициентов от угла атаки, числа M , других параметров.

При выполнении анализа информацию рекомендуется представлять в виде графиков. Графическое представление позволяет выявить общий характер зависимостей, что и требуется на данном этапе. Необходимо также помнить, что полученные результаты являются предварительными и подлежат проверке и уточнению в процессе идентификации.

Рекомендации по анализу исходных аэродинамических данных рассмотрим на конкретных примерах. На рисунке 2.2.1 показаны зависимости продольного момента от угла атаки учебно-тренировочного самолета в полетной конфигурации для различных чисел M .

На первый взгляд, зависимости имеют сложный нелинейный характер. Однако результаты анализа системы управления показывают, что полетная конфигурация реализуется только для значений угла атаки менее α_{l1} . Это означает, что для чисел $M = 0,2 \dots 0,6$ зависимость $m_z(\alpha)$ является практически линейной, поскольку выполняется условие $\alpha < \alpha_{l1}$. Для чисел $M = 0,7 \dots 0,8$ также можно выделить диапазон $\alpha < \alpha_{l3}$, в котором зависимость $m_z(\alpha)$ линейна.

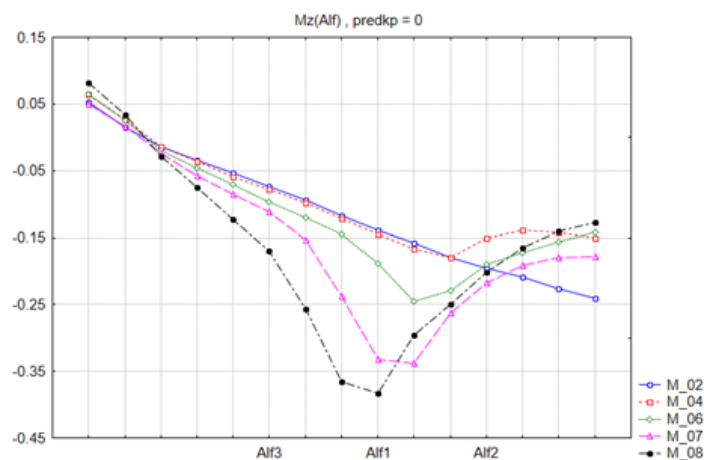


Рисунок 2.2.1. – Пример зависимости коэффициента момента таегажа от угла атаки

Таким образом, анализ исходных данных, представленных на рисунке 2.2.1, показывает, что в полетной конфигурации зависимость $m_z(\alpha)$ линейна в диапазоне чисел $M = 0,2 \dots 0,6$, а для чисел $M = 0,6 \dots 0,8$ линейность имеет место при $\alpha < Alf3$. Этот вывод целесообразно учитывать при планировании летного эксперимента и при выполнении идентификации.

На рисунке 2.2.2 представлена зависимость $m_z(\alpha)$ при выпущенных предкрылках. В диапазоне углов атаки $\alpha \in [Alf1, Alf2]$ характер зависимости является нелинейным для чисел $M > 0,2$. Это также необходимо учитывать при планировании летного эксперимента и при выполнении идентификации.

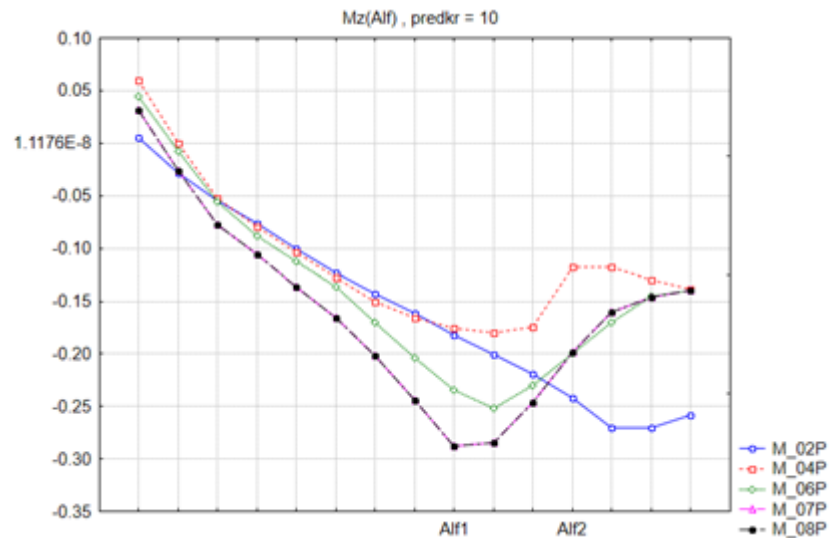


Рисунок 2.2.2 – Пример зависимости коэффициента момента таегажа от угла атаки с выпущенными предкрылками.

2.2.4. Выполнение наземных работ

Как отмечалось в предыдущих разделах, при проведении практической идентификации целесообразно осуществлять декомпозицию общей задачи. На результаты оценивания аэродинамических параметров модели движения самолета оказывают влияние постоянные ошибки измерений отклонений управляющих поверхностей, угловых скоростей, перегрузок. Традиционно эти ошибки включают в вектор оцениваемых параметров, что усложняет задачу идентификации. В

соответствии с принципом декомпозиции оценивание этих величин рекомендуется вынести на этап наземных испытаний.

Оценивание постоянных ошибок измерения угловых скоростей.

Методика выполнения работы заключается в следующем. Самолет фиксируется на земле, затем кратковременно, на 2...3 с, включается система бортовых измерений (СБИ). Зарегистрированные при этом значения угловых скоростей $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ являются постоянными ошибками измерений. Участки записи рекомендуется выбирать на стоянке при выключенном двигателе, после завершения выруливания на старт, то есть непосредственно перед взлетом, а также после совершения посадки и послепосадочного выруливания. Опыт анализа полетных данных показывает, что значения измерений угловых скоростей в указанных контрольных точках совпадают с точностью до 0,01...0,02 градус/с.

Для исключения ошибок, связанных с возможной нестабильностью характеристик аппаратуры измерений и регистрации на длительных интервалах времени, указанные измерения рекомендуется выполнять для каждого полета.

Оценивание постоянных ошибок измерения перегрузок. Данную работу необходимо совмещать с выставкой инерциальной системы. Самолет устанавливается неподвижно, после чего по штатной методике выполняется выставка инерциальной системы, по окончании которой включается СБИ. На этом этапе современные инерциальные системы обеспечивают погрешность измерения углов крена и тангажа порядка десяти угловых секунд, которой в данной задаче можно пренебречь.

В этом случае значения перегрузок относительно связанных осей составляют,

$$\begin{aligned} n_{y0} &= \cos \gamma_0 \cos v_0, \\ n_{z0} &= -\sin \gamma_0 \cos v_0, \\ n_{x0} &= \sin v_0, \end{aligned} \tag{2.2.8}$$

где v_0, γ_0 - измеренные значения углов тангажа и крена.

Оценки постоянных ошибок измерения перегрузок определяются по формулам,

$$\begin{aligned}\Delta n_y &= n_{y \text{ изм}} - n_{y0}, \\ \Delta n_z &= n_{z \text{ изм}} - n_{z0}, \\ \Delta n_x &= n_{x \text{ изм}} - n_{x0},\end{aligned}\tag{2.2.9}$$

где $n_{y \text{ изм}}, n_{z \text{ изм}}, n_{x \text{ изм}}$ - измеренные значения перегрузок.

Для оценивания достаточно регистрировать данные на интервале 2...3 с. Если в записи имеют место случайные шумы измерений, в (2.2.8) следует подставлять оценки среднего по интервалу.

Для учета влияния возможной нестабильности измерительной аппаратуры данную работу рекомендуется выполнять перед каждым полетом совместно с выставкой инерциальной системы.

Оценивание постоянных ошибок отклонения управляющих поверхностей. Методика выполнения данной работы заключается в следующем. При положении самолета на стоянке включается гидропитание, органы управления (РУС, педали) устанавливаются в нейтральное положение, соответствующее нейтральному положению управляющих поверхностей: стабилизатора, руля направления, элеронов. Далее при помощи угломера с ценой деления не менее 0,05 градусов в соответствии со штатной методикой по настройке системы управления выполняются измерения фактических отклонений управляющих поверхностей относительно их нейтрального положения. Измерения производятся для каждой управляющей поверхности, то есть для левого и правого стабилизатора (руля высоты), левого и правого элерона и т.д. Каждое измерение выполняется трижды и принимается среднее значение. Далее включается СБИ на 2...3 с и производится запись положения управляющих поверхностей. Постоянная ошибка измерения, например, отклонения руля направления определяется по формуле,

$$\Delta \delta_H = \delta_{H \text{ изм}} - \delta_{H0},\tag{2.2.10}$$

где δ_{H0} - фактическое положение руля направления, измеренное угломером,

$\delta_{H_{изм}}$ - положение руля направления, измеренное СБИ.

Для других поверхностей постоянные ошибки измерения определяются аналогично.

Полученные в наземных работах оценки постоянных ошибок измерений используются при выполнении идентификации модели движения самолета по данным летного эксперимента. Это обеспечивает следующие преимущества:

- уменьшение размерности вектора идентифицируемых параметров и соответственное снижение взаимного влияния оценок;
- возможность оценивания постоянных составляющих аэродинамических коэффициентов, например, C_{y0} и m_{z0} .

2.2.5. Методические рекомендации по проведению летного эксперимента в целях получения полетных данных для идентификации

При выполнении летных экспериментов в целях получения данных для идентификации необходимо соблюдать следующие общие рекомендации:

- выполнение любых маневров не должно приводить к выходу за пределы эксплуатационных ограничений по углу атаки, нормальной перегрузке приборной скорости, числу М, другим параметрам;
- идентификационные маневры должны быть относительно простыми и выполняться летчиком-испытателем без напряжения;
- полетные задания, в которые включены идентификационные маневры, целесообразно согласовывать со специалистом по оценке устойчивости и управляемости.

Выбор режимов полета. По высоте и числу М идентификационные режимы должны охватывать весь основной эксплуатационный диапазон режимов полета. Для оценивания полетных конфигураций целесообразно выбрать 3...4 значения высоты: малую, одну или две средних, большую. Так, для большинства самолетов можно рекомендовать следующие значения: 1500...1200 м, 5000...6000 м, 9000...10000 м, 14000...15000 м. Для высотного самолета рекомендуются следующие значения: 4000...5000 м, 9000...10000 м, 14000...15000 м,

17500...18000 м, 20000...22000 м. Для взлетно-посадочных конфигураций достаточно взять малую высоту 1500...2500 м.

По скорости полета на каждой высоте необходимо охватывать эксплуатационный диапазон с шагом по числу Маха $\Delta M = 0,1 \dots 0,2$ на дозвуковых режимах и $\Delta M = 0,2 \dots 0,4$ на сверхзвуковых.

Значения высот и шага ΔM уточняются в зависимости от типа самолета и по результатам анализа банка априорных данных.

Определение вида маневра. Полетные данные для каждого значения высоты и скорости полета должны охватывать эксплуатационный диапазон по углу атаки. Входной сигнал при идентификации рекомендуется задавать в виде последовательности дач или переключений органами управления (РУС по тангажу, РУС по крену, педали). При выполнении указанных дач относительно прямолинейного горизонтального полета (ППП) диапазон углов атаки находится вблизи балансировочного значения. Для охвата всего эксплуатационного диапазона идентификационные сигналы следует выполнять относительно установившегося виража с заданными значениями угла атаки или относительно виража-спирали.

Таким образом, основными видами маневра, в которых выполняются идентификационные последовательности входных сигналов, являются:

- прямолинейный горизонтальный полет;
- установившиеся виражи с различными значениями угла атаки;
- виражи-спирали.

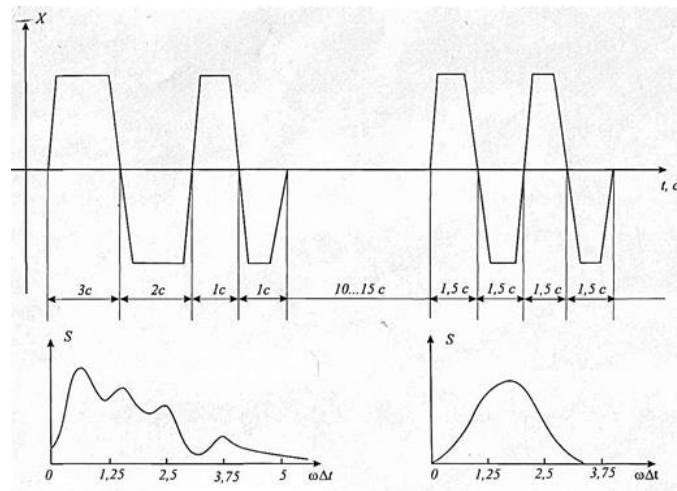


Рисунок 2.2.3 – Форма отклонения органов управления, рекомендуемые при проведении испытаний

Для качественной оценки параметров летательного аппарата входной манёвр должен использовать неравномерные временные интервалы (напр., 3с, 2с, 1с), создающие широкополосный спектр в пределах активного частотного диапазона самолета, то есть для частот от 0 до 0,8 Гц. Как показывает практический опыт [2, 43, 52], такая структура входного сигнала обеспечивает возбуждение динамических свойств объекта, хотя равномерные интервалы, например, 1,5 с в большинстве случаев также обеспечивают хорошую точность оценок.

Выбор формы входного сигнала. Проблема выбора входных сигналов для идентификации посвящено много работ [57-61], при этом представленный перечень не является исчерпывающим. Анализ публикаций, а также опыта практического выполнения идентификации математических моделей движения самолетов позволяют сформулировать следующие рекомендации.

В целях получения в полете исходных данных для идентификации рекомендуется выполнять последовательности дач органами управления по временной. Дачи выполняются поочередно в каждом канале управления: РУС (штурвал) по тангажу, РУС (штурвал) по крену, педали. Дачи в канале крена называют также перекладками.

Параметры рекомендованной последовательности по времени выбраны таким образом, чтобы обеспечить по возможности более высокие значения

спектральных плотностей входного сигнала в полосе пропускания объекта. Физический смысл этого выбора заключается в следующем: при идентификации можно оценить только те свойства объекта, которые проявляются на заданном наборе экспериментальных данных. Чем шире спектральный состав входного сигнала, тем в большей степени проявляются динамические свойства объекта, поскольку реакция объекта создается на большем количестве частот.

Математическая сторона данной проблемы состоит в следующем. Для обеспечения идентифицируемости системы по N наблюдениям необходимо, чтобы N -мерные векторы функций чувствительности были линейно независимы. Отметим, что этим свойством обладают составляющие ряда Фурье входного сигнала $\sin k\omega t$, $\cos k\omega t$, $k = 0, 1, 2, \dots$, которые ортогональны и, следовательно, образуют систему линейно независимых функций.

Рассмотрим, например, линейную систему вида,

$$y'(t) = Ay(t) + Bu(t) \quad (2.2.11)$$

с непосредственной наблюдаемостью и скалярным входным сигналом.

Выберем какое-либо уравнение, например, первое:

$$y'_1(t) = a_{11}y_1(t) + a_{12}y_2(t) + \dots + a_{1n}y_n(t) + b_1u(t) \quad (2.2.12)$$

Применим для нахождения коэффициентов (2.2.12) по N наблюдениям, например, метод наименьших квадратов. Тогда выходным сигналом является производная $y'_1(t)$, определяемая численно, а регрессорами N -мерные векторы,

$$y_1(t_i), y_2(t_i), \dots, y_n(t_i), u(t_i), i = \overline{1, N}. \quad (2.2.13)$$

Число неизвестных параметров равно $n+1$. Для нахождения оценок параметров требуется, чтобы $n+1$ функций (2.2.13) были линейно независимы.

Пусть входной сигнал является гармоническим,

$$u(t) = A \sin(\omega t + \varphi).$$

Следовательно, он содержит две линейно независимых составляющие, пропорциональные $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$. Поскольку система (2.2.11) линейна, то все

функции (2.2.13) представляют собой линейные комбинации $\cos k\omega t$ и $\sin \omega t$. Следовательно, среди $n+1$ функций (2.2.13) при таком выборе входного сигнала может быть не более двух линейно независимых, и задача идентификации $n+1$ параметров заведомо не решается.

Поэтому входной сигнал должен содержать не менее $n+1$ линейно независимых составляющих, то есть $(n+1)/2$ частот. Таким образом, рациональный выбор входного сигнала заключается в том, чтобы максимально расширить его частотный состав. С другой стороны, использование во входном сигнале частот, выходящих за пределы полосы пропускания объекта, нецелесообразно, поскольку при этом сигнал ослабляется. Эти сигналы легко реализуются летчиком, а их частотные составляющие лежат в диапазоне собственных частот движения самолета $0...0,8$ Гц. Графики распределения энергии сигнала по частотам представлены на том же рисунке в функции нормализованной круговой частоты [58, 61, 62],

$$\bar{\omega} = \omega \Delta t, \quad (2.2.14)$$

где Δt - длительность наиболее короткой дачи.

Представленные сигналы относятся к классу тестовых многоступенчатых сигналов [58, 61, 62]. Последовательности обычно обозначают при помощи соотношений между длительностями дач.

Для вычисления параметров, характеризующих частотные свойства многоступенчатых сигналов, в [58] предложены следующие формулы.

Обозначим:

T - длительность сигнала $u(t)$,

Δt - длительность наиболее короткой дачи.

Разобьем интервал $[0, T]$ на M частей с шагом Δt . Тогда многоступенчатый сигнал можно записать в виде,

$$u(t) = \sum_{j=1}^M A_j v_j(t), \quad (2.2.15)$$

где $\nu_j(t)$ - единичная дача на интервале $[t_{j-1}, t_j]$, заданная выражением

$$\nu_j(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } t_{j-1} \leq t \leq t_j \\ 0 & \text{в других случаях} \end{cases},$$

A_j - амплитуда j -й дачи.

Значение ординат графика, характеризующего распределение энергии сигнала по частоте, вычисляется по формуле,

$$S(\bar{\omega}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin(0,5 \bar{\omega})}{0,5 \bar{\omega}} \right)^2 \left\{ \sum_{j=1}^N A_j^2 + 2 \sum_{j=1}^M \sum_{k=j}^M A_j A_k \cos((k-j) \bar{\omega}) \right\}, \quad (2.2.16)$$

где $\bar{\omega}$ - нормализованная частота (4.14).

При $\bar{\omega} = 0$ принимается $S(0) = 0,5 \left(\sum_{j=1}^M A_j \right)^2$. Для изменения частотного состава входного сигнала достаточно изменить Δt .

Выбор амплитуды входного сигнала. Амплитуду входных сигналов в канале тангажа следует выбирать так, чтобы выполнялись условия:

- изменения числа M на участке идентификации не должны приводить к значимым изменениям аэродинамических коэффициентов;
- приращения угла атаки должны составлять $\pm (2...4) \%$.

Смысл первого условия заключается в том, чтобы исключить необходимость учета зависимости параметров модели от числа M , что существенно усложняет идентификацию. Допустимые приращения числа M составляют в среднем $\Delta M = \pm(0,02...0,03)$, однако они зависят от конкретного самолета и от значения числа M , поэтому их необходимо уточнять на этапе анализа банка исходных данных. Например, значения коэффициента $m_z(\alpha)$ в полетной конфигурации для чисел $M=0,2$ и $M=0,4$ совпадают во всем эксплуатационном диапазоне $\alpha < \alpha_{f1}$. Это означает, что по данному параметру допустимый диапазон изменений числа M на участке идентификации составляет $0,2...0,4$, что существенно больше указанного выше среднего значения.

Второе условие традиционно назначается для того, чтобы обеспечить возможность использования на каждом участке идентификации линейных моделей аэродинамических коэффициентов вида [63, 64]. При этом для прохождения всего эксплуатационного диапазона по углу атаки рекомендуется выполнять идентификационные дачи из установившегося виража или виража-спирали относительно различных установившихся значений угла атаки.

Можно рекомендовать увеличение приращений угла атаки до $\pm(5...10)$ градусов. Преимущества такого маневра заключается в том, что нелинейность оценивается по одной реализации, для чего применяются алгоритмы подраздела 2.8. При этом исключаются ошибки, связанные с совмещением результатов, полученных на различных участках.

При выборе амплитуды входного сигнала по тангажу и установившегося значения угла атаки необходимо также обеспечивать неизменность структуры объекта на участке идентификации. При этом следует учитывать результаты анализа логики функционирования системы управления. Например, для рассматриваемого самолета переход из полетной конфигурации в полетную конфигурацию «маневр» и обратно осуществляется по условиям $\alpha > \Delta f_1 + \Delta 1$, $\alpha < \Delta f_1 + \Delta 2$ соответственно, где $\Delta 1, \Delta 2$ - гистерезис, вводимый для защиты от ложных переключений. Поэтому амплитуды идентификационных последовательностей необходимо выбирать так, чтобы исключить изменение конфигурации на участке идентификации, поскольку нестационарность объекта существенно усложняет процесс идентификации.

В заключение отметим, что при выполнении летчиком идентификационных режимов не следует стремиться к очень точному выдерживанию заданных параметров входного сигнала. Естественный разброс, возникающий при выполнении последовательностей дач человеком-оператором не оказывает отрицательного влияния на результаты идентификации. Допускается также несимметрия амплитуд, в особенности если это необходимо для выдерживания указанных выше ограничений.

В каналах крена и направления выполнение идентификационных последовательностей обычно не приводит к существенному изменению скорости или угла атаки. Амплитуды отклонений органов управления рекомендуется выбирать на уровне $1/3 \dots 2/3$ полного хода, начиная с меньших значений. При необходимости оценивания нелинейностей, зависящих от амплитуды отклонения элеронов или руля направления, допускается увеличение амплитуд до полного хода, если это не приводит к выходу за эксплуатационные ограничения.

Определение объема летных экспериментов. На каждом режиме последовательности дач рекомендуется выполнять 2...3 раза отдельно в каналах тангажа, крена и направления. При этом третье повторение целесообразно использовать для проверки модели в соответствии с общепринятой рекомендацией, согласно которой для идентификации и для проверки необходимо выбирать различные реализации [57, 58].

Необходимый объем летных экспериментов определяется следующим образом.

В полетной конфигурации, как отмечалось выше, рекомендуется выбрать 3...4 значения высоты. Введем обозначение

$$N_h = 3 \dots 4.$$

Выберем 4...5 значений скоростей на дозвуковых режимах и 3 значения скорости в сверхзвуковом диапазоне. Тогда

$$N_v = 7 \dots 8.$$

На дозвуковых режимах для 3...4 значений скоростей необходимо назначить дополнительно 2...3 значения угла атаки для охвата эксплуатационного диапазона по этому параметру.

Обозначим,

$$N_{v\partial on} = 3 \dots 4,$$

$$N_\alpha = 2 \dots 3.$$

Оценим минимальное и максимальное требуемое число режимов, для чего используем соответственно наименьшее и наибольшее значения введенных выше параметров.

Получим,

$$N_{Rmin} = N_{hmin} \cdot N_{vmin} + N_{v\delta onmin} \cdot N_{\alpha min} = 3 \times 7 + 3 \times 2 = 27.$$

$$N_{Rmax} = N_{hmax} \cdot N_{vmax} + N_{v\delta onmax} \cdot N_{\alpha max} = 4 \times 8 + 4 \times 3 = 44.$$

Учитывая рекомендуемое число повторений на каждом режиме $m = 2...3$, найдем наибольшее и наименьшее значения для суммарного числа повторений. При этом учтем следующее соображение. Аэродинамические коэффициенты зависят прежде всего от числа M и угла атаки. Рассматривая $N_{hmax} = 4$ значения скорости, мы вносим некоторую избыточность, поскольку одни и те же или близкие числа M будут повторяться. Поэтому для максимального числа режимов выберем наименьшее число повторений и наоборот. В итоге получим следующие оценки суммарного числа повторений,

$$N_{Smin} = N_{Rmin} \cdot m_{max} = 27 \times 3 = 81.$$

$$N_{Smax} = N_{Rmax} \cdot m_{Rmax} = 44 \times 2 = 88.$$

Отметим, что полученные значения N_S относятся к одному каналу управления. Времы выполнения одной последовательности составляет $t_0 = 20...30$ с.

Принимая для расчета максимальные значения, получим время выполнения идентификационных режимов для одного канала движения,

$$t_1 = t_{0max} \cdot N_{Smax} = 0,5 \text{ мин} \times 88 = 44 \text{ мин}.$$

Для каналов тангажа, крена, и направления требуется полетного времени $t_3 = 3 \cdot t_1 = 132 \text{ мин}$, что составляет 2 часа 12 мин.

Допустим, что для подготовки к выполнению режима летчику требуется в среднем около 50 % времени выполнения самих режимов.

Таким образом, суммарное полетное время, необходимое для оценивания рассмотренной конфигурации, составляет $t_S = 3 \text{ час}$, что соответствует 1...2 полетам современного маневренного самолета.

Выполненный расчет имеет общий характер, в нем не учитываются возможности уменьшения объема натурных работ, связанные со спецификой конкретного самолета.

Кроме того, идентификационные режимы могут легко комплексироваться с другими видами испытаний, прежде всего по оценке устойчивости и управляемости, маневренности, летно-технических характеристик, эффективности систем ограничительных сигналов.

В целом требуемый для идентификации объем летных работ является малым, если учесть, что современная программа государственных испытаний обычно насчитывает несколько сотен полетов.

Количество времени, необходимое для оценивания взлетно-посадочных конфигураций, значительно меньше. В этом случае достаточно выбрать одно значение высоты ,

$$N_h = 1$$

одно-два значения скорости,

$$N_v = 1...2,$$

на одном из которых выбрать одно-два дополнительных значения угла атаки:

$$N_{\nu_{don}} = 1$$

$$N_{\alpha} = 1...2.$$

Максимальное число режимов,

$$N_{Rmax} = 1 \times 2 + 1 \times 2 = 4$$

Максимальное число повторений,

$$N_{Smax} = N_{Rmax} \cdot m_{min} = 4 \times 2 = 8$$

Тогда время для оценивания трех каналов,

$$t_3 = 3 \cdot t_1 = 3 \cdot t_{0max} \cdot N_{Smax} = 3 \times 0,5 \text{ мин} \times 8 = 12 \text{ мин},$$

а суммарное время с учетом 50 % на подготовку к режиму

$$t_s = 18 \text{ мин}.$$

Использование полетных данных по другим видам испытаний. В целях идентификации можно использовать данные летного эксперимента, полученные в процессе проведения других видов летных испытаний.

Здесь прежде всего следует назвать используемые при оценивании характеристик устойчивости и управляемости импульсы и дачи органами управления. В общем случае для идентификации эти сигналы малоудобны, поскольку традиционная ступенчатая дача имеет ограниченный спектр, сосредоточенный в области низких частот, а импульс, обладая широким спектром, очень чувствителен к ошибкам измерений, что значительно точность идентификации. Однако эти сигналы можно использовать для проверки моделей, а также для уточнения отдельных параметров, когда оценки остальных уже получены. При малой размерности вектора оцениваемых параметров недостатки этих сигналов значительно ослабляются.

Для уточнения отдельных параметров можно также использовать выходы на максимально допустимый угол атаки, выполняемые из ПГП, виража или виража-спирали. В особенности это эффективно для оценивания зависимостей $m_z(\alpha)$, $c_y(\alpha)$, когда оценки других параметров модели уже определены.

Использование полетных данных, полученных в других видах испытаний, повышает достоверность идентификации и уменьшает необходимый объем летных испытаний.

Составление полетного задания. Летные эксперименты в целях получения исходных данных для идентификации выполняются либо в самостоятельных полетах, либо в комплексе с полетами по другим видам испытаний, для чего составляются соответственно задания на самостоятельный полет или дополнение к основному полетному заданию.

Разработка полетного задания или дополнения осуществляется в соответствии с общими рекомендациями, действующими при проведении летных испытаний. При этом следует руководствоваться следующими основными правилами:

- необходимо четко указывать время включения и выключения СБИ;
- каждый пункт задания должен начинаться с указания полетной конфигурации, высоты, приборной скорости полета, а при необходимости числа M ;
- при идентификации в качестве исходного режима рекомендуется выбирать прямолинейный горизонтальный полет (ПГП) с постоянной скоростью; режим ПГП также рекомендуется восстанавливать после выполнения каждого идентификационного маневра;
- перед выполнением идентификационных последовательностей входных сигналов рекомендуется сбалансировать РУС по усилиям;
- на участке идентификации режим работы двигателей рекомендуется не изменять;
- для выполнения идентификационных режимов относительно углов атаки, отличных от балансировочных, самолет из исходного режима ПГП переводится в установившийся вираж с заданным углом атаки, после чего подаются идентификационные входные сигналы;
- необходимо четко указывать величину отклонений органов управления в градусах, миллиметрах или долях полного хода; допускается определять величину отклонений, например, РУС по тангажу, в зависимости от соответствующих приращений контролируемых летчиком параметров полета (угла атаки, нормальной перегрузки);
- в случае изменения летчиком режимов работы системы управления необходимо четко указывать наименования переключателей, их требуемые положения и местонахождение в кабине.

2.2.6. Верификация и коррекция математической модели измерительно-регистрирующего комплекса

Перед началом летных испытаний проводится обязательная проверка бортовой системы измерений, аппаратуры регистрации полетных данных и наземного комплекса обработки информации в соответствии с утвержденными методиками предприятия. Специалисты метрологической службы и отдела летных испытаний выполняют комплексный контроль, включающий: верификацию точности датчиков параметров полета (углов атаки, перегрузок, угловых скоростей), тестирование устройств регистрации на соответствие требованиям по частоте дискретизации и объему памяти, проверку алгоритмов обработки данных в наземном комплексе. Особое внимание уделяется синхронизации временных меток и защите данных от электромагнитных помех.

В настоящее время основные погрешности, вносимые системами измерений и регистрации, имеют динамический характер и проявляются в виде сдвигов по времени зарегистрированных значений параметров полета, что нарушает соотношения между различными сигналами и создает смещения в оценках идентификации.

Причины заключаются в следующем:

- существующие методики проверок системы измерений и регистрации контролируют отдельные измерения, то есть статические характеристики системы, и не учитывают соотношения между параметрами по времени;
- в большинстве видов летных испытаний обработка полетных данных основана на традиционных методиках, для которых ошибки измерений типа сдвиг по времени до $0,1...0,2$ с практически не оказывают влияния на результаты. Поэтому такие ошибки в процессе обработки полетных данных не обнаруживаются.

Для решения указанных проблем необходимо до начала обработки полетных данных алгоритмами идентификации применять методику выявления динамических погрешностей в полетных данных, предложенную в подразделе 3.1.

Выводы по главе 2

В результате анализа формирования структуры практической идентификации математических моделей систем воздушного судна выявлены ключевые аспекты, влияющие на точность и адекватность этих моделей реальным условиям полета. Выбор математической модели движения самолета имеет решающее значение, поскольку он определяет точность прогнозирования поведения самолета и оптимизацию систем управления. Методы оценивания влияния атмосферной турбулентности на характеристики систем самолета позволяют учитывать внешние факторы, которые могут существенно влиять на поведение самолета во время полета.

Сформулированы комплексные требования к исходным данным для идентификации систем управления воздушного судна, включая характеристики датчиков и методы их калибровки, что обеспечивает точность и надежность сбора данных. Предложены методические рекомендации по обработке и отображению полетных данных, включая методы фильтрации шума и алгоритмы коррекции погрешностей, что повышает качество данных и результатов идентификации.

Общие принципы применения методов идентификации для обработки данных летных испытаний позволяют на практике уточнять банки аэродинамических данных летательных аппаратов в различных режимах полета. Это имеет важное значение для повышения безопасности и эффективности полетов, а также для оптимизации систем управления воздушного судна.

ГЛАВА 3. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ И ФАКТОРОВ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ И НАДЕЖНОСТИ ЛЕТНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Современные цифровые системы регистрации вносят дополнительные погрешности, среди которых наиболее значительными являются временные сдвиги, вызванные асинхронностью разнородных потоков данных и особенностями алгоритмов опроса датчиков. Эти динамические погрешности, непосредственно связанные с движением самолёта, становятся особенно важными при решении таких задач, как исследование предельных режимов полёта, расследование лётных происшествий, обработка данных сертификационных испытаний и верификация аэродинамических моделей [44, 65]. Рассматривается в разделе (3.1) алгоритмическое и методическое обеспечение задачи обнаружения динамических погрешностей бортовых измерений летательных аппаратов на основе параметрической идентификации и комплексной обработки полетных данных [44].

В разделе (3.2) предложена методология для оценки трех проекций скорости ветра [66-69], основанная на использовании данных о воздушной скорости, угле атаки и угле скольжения, полученных как из спутниковой навигационной системы (SNS), так и с бортовых датчиков. Интеграция этих различных источников информации позволяет предложенному алгоритму, использующему метод параметрической идентификации, достигать высокой точности при определении ключевых параметров, необходимых для выполнения полетных операций. Исследование проводилось при предположении постоянного направления и скорости воздушного потока. Оценивание проекций скорости ветра выполнялось для различных интервалов времени полета (20, 31 и 46 секунд) в условиях различных типов маневров. Для определения минимального времени обработки, обеспечивающего точную оценку трех проекций скорости ветра, применялся подход скользящего окна. Примечательно, что данный подход обеспечивает

надежные оценки в интервале обработки всего 0,5 секунды. Полученные результаты имеют значительное значение для таких областей, как повышение безопасности авиации, применение в метеорологии и улучшение общей операционной эффективности летательных аппаратов.

Предложенный в разделе (3.3) метод оценки аэродинамических углов [70-72], основанный на измерениях трех проекций скорости полета и углов ориентации, является актуальным для беспилотных летательных аппаратов (БЛА), где датчики углов атаки и скольжения часто не устанавливаются из-за ограничений по габаритам и массе. Метод сочетает математические модели движения летательного аппарата с теорией параметрической идентификации, что позволяет обеспечить точность оценок за счет использования точных измерений скорости, выполняемых спутниковой или инерциальной навигационной системой. Для учета влияния ветра используется параметрическая идентификация скорости ветра, а вместо отсутствующих датчиков аэродинамических углов применяется информация об аэродинамических коэффициентах подъемной и боковой сил. Это позволяет уточнять значения этих коэффициентов методами идентификации, что особенно важно в диапазоне малых и средних углов атаки, где аэродинамические зависимости линейны.

В разделе (3.4) предложены методические решения вычисления скоростного напора в нескольких вариантах [73]. Представлены результаты летного эксперимента, показывающие, что бортовые измерения наиболее точны, чем применение вычисления плотности воздуха через стандартную атмосферу.

3.1. Разработка алгоритма обнаружения динамических погрешностей бортовых измерений летательных аппаратов на основе параметрической идентификации и комплексной обработки полетных данных

Точность бортовых измерений параметров полёта и корректная оценка возникающих погрешностей играют ключевую роль как при проведении испытаний, так и в процессе эксплуатации воздушных судов. Хотя современные системы бортовых измерений и регистрации в целом удовлетворяют требованиям по точности, оценка динамических погрешностей в ряде случаев требует применения специальных методик.

Динамическими погрешностями являются ошибки измерений, возникающие при регистрации быстро изменяющихся во времени величин и обусловленные инерционностью и переходными свойствами измерительных приборов. Они проявляются в виде задержек, искажений амплитуды и формы сигнала, а также неспособности точно отследить резкие изменения или импульсы. Основными видами динамических погрешностей являются переходные, импульсные, амплитудно-частотные и амплитудно-фазовые ошибки. Источниками таких погрешностей служат конструктивные особенности датчиков и преобразователей, инерционность механических и электронных компонентов, влияние внешних факторов (например, вибрации и температуры), а также методы обработки сигнала, которые могут вносить дополнительные задержки. В авиационных системах динамические погрешности особенно критичны, так как параметры полёта меняются быстро, и точность измерений напрямую влияет на безопасность и управление. Для снижения этих ошибок применяют компенсационные алгоритмы и объективный контроль, а при проектировании измерительных систем учитывают их динамические характеристики. Учет и минимизация динамических погрешностей позволяют повысить надёжность и точность работы бортовых систем самолётов при изменяющихся условиях полёта.

Точность измерения критически важных параметров полёта - углов атаки и скольжения, перегрузок, высоты и скорости, существенно зависит от множества

факторов, включая координаты установки датчиков, положение центра масс самолёта, конфигурацию пневмометрических трактов, а также режим полёта и характер выполняемого манёвра. Современные цифровые системы регистрации вносят дополнительные погрешности, среди которых наиболее значительными являются временные сдвиги, вызванные асинхронностью разнородных потоков данных и особенностями алгоритмов опроса датчиков. Эти динамические погрешности, непосредственно связанные с движением самолёта, становятся особенно важными при решении таких задач, как исследование предельных режимов полёта, расследование лётных происшествий, обработка данных сертификационных испытаний и верификация аэродинамических моделей [44, 65].

3.1.1. Алгоритм обнаружения динамических погрешностей измерений

Характер наблюдаемых погрешностей измерений, проявляющий системную зависимость, требует применения соответствующего методологического подхода. В данной работе для решения этой задачи используется система уравнений пространственного движения летательного аппарата, устанавливающая строгие аналитические связи между основными параметрами полета. Такой подход позволяет реализовать принцип перекрестной верификации данных через сопоставление показаний различных измерительных каналов и выявление противоречий в системе уравнений движения, что обеспечивает локализацию источников систематических ошибок. Основными преимуществами метода являются его физическая обоснованность, базирующаяся на известных уравнениях динамики полета, а также адаптивность к различным конфигурациям измерительных систем и типам летательных аппаратов. Применение данного подхода позволяет не только выявлять и количественно оценивать систематические погрешности, но и компенсировать их влияние на конечные.

Из общей модели пространственного движения (3.2.1) выделены следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
\frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z - \frac{1}{\cos\beta} \left[\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin\beta \right) \sin\alpha + \left(\frac{a_y}{V} + \omega_x \sin\beta \right) \cos\alpha \right], \\
\frac{d\beta}{dt} &= \frac{a_z}{V} \cos\beta - \left(\frac{a_x}{V} \sin\beta - \omega_y \right) \cos\alpha + \left(\frac{a_y}{V} \sin\beta + \omega_x \right) \sin\alpha, \\
\frac{dV}{dt} &= a_x \cos\alpha \cos\beta - a_y \sin\alpha \cos\beta + a_z \sin\beta, \\
\frac{dv}{dt} &= \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma, \\
\frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg} v (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma),
\end{aligned} \tag{3.1.1}$$

где

α, β – углы атаки и скольжения, рад;

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – угловые скорости относительно связанных осей, рад/с;

ν, γ, ψ – углы тангажа, крена, рыскания, рад;

V – истинная воздушная скорость, м/с;

a_x, a_y, a_z – ускорения вдоль связанных осей, определяемые формулами:

$$\begin{aligned}
a_x &= g (n_x - \sin\nu), \\
a_y &= g (n_y - \cos\nu \cos\gamma), \\
a_z &= g (n_z + \cos\nu \sin\gamma),
\end{aligned} \tag{3.1.2}$$

где n_x, n_y, n_z – перегрузки вдоль связанных осей.

Главное преимущество представленных уравнений заключается в их универсальности – они не содержат явной зависимости от аэродинамических коэффициентов конкретного летательного аппарата. Эта принципиальная особенность обусловлена возможностью вычисления всех ускорений в правых частях уравнений через непосредственно измеряемые в полёте параметры: проекции перегрузок (n_x, n_y, n_z). Такой подход обеспечивает два преимущества: во-первых, позволяет анализировать движение без точного знания аэродинамических характеристик; во-вторых, даёт возможность использовать уравнения для летательных аппаратов любой конфигурации. Уравнения (1), (2) в векторной форме

имеют вид,

$$y'(t) = f(y(t), a, u(t)), \quad (3.1.3)$$

где $y(t), u(t)$ – векторы выходных и входных сигналов,

a – вектор параметров.

В данном случае вектор $y(t)$ состоит из сигналов $\alpha(t), \beta(t), V(t), \nu(t), \gamma(t)$. Вектор входных сигналов $u(t)$ включает измеренные в полётных условиях такие параметры, как угловых скоростей $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ и перегрузок n_x, n_y, n_z .

По измеренным в полете параметрам $\alpha(t), \beta(t), V(t), \nu(t), \gamma(t)$ определяются начальные условия $y(t_0)$ в момент времени t_0 , соответствующем началу анализируемого участка полёта.

Прямое применение численного интегрирования к системе дифференциальных уравнений (3.1.1) с учетом соотношений (3.1.2) в большинстве случаев не позволяет получить удовлетворительные результаты. Причина заключается в наличии постоянных составляющих погрешностей при измерении входных сигналов $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ и n_x, n_y, n_z которые приводят к возникновению линейных трендовых погрешностей на выходе интеграторов. Данное явление делает некорректным прямое сопоставление выходных сигналов модели и реального объекта.

Таким образом для компенсации указанного эффекта предлагается ввести вектор оцениваемых параметров $a^T = [C_{\omega_x} C_{\omega_y} C_{\omega_z} C_{n_x} C_{n_y} C_{n_z}]$, комплексно учитывающий постоянные составляющие инструментальных погрешностей измерений для всех рассматриваемых сигналов: угловых скоростей $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ и перегрузок n_x, n_y, n_z [64, 89].

$$a^T = [C_{\omega_x} C_{\omega_y} C_{\omega_z} C_{n_x} C_{n_y} C_{n_z}]. \quad (3.1.4)$$

Для обеспечения связи исходной модели с указанным вектором параметров при численном интегрировании уравнений (3.1.1) с учетом

соотношений (3.1.2) принимаются постановки:

$$\omega_x(t_i) = \omega_{x_изм}(t_i) + C_{\omega_x}, \quad \omega_y(t_i) = \omega_{y_изм}(t_i) + C_{\omega_y},$$

$$\omega_z(t_i) = \omega_{z_изм}(t_i) + C_{\omega_z},$$

$$n_x(t_i) = n_{x_изм}(t_i) + C_{n_x}, \quad n_y(t_i) = n_{y_изм}(t_i) + C_{n_y},$$

$$n_z(t_i) = n_{z_изм}(t_i) + C_{n_z}.$$

Для определения неизвестных параметров (3.1.4) используется алгоритм идентификации, основанный на принципе максимального правдоподобия [26], детально рассмотренный выше в разделе 1.

Векторная модель наблюдений формулируется следующим образом:

$$z(t_i) = y(t_i) + \eta(t_i), \quad (3.1.5)$$

где $\eta(t_i)$ – шум наблюдений, представляющий собой векторную нормальную случайную последовательность с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсионной матрицей R . В вектор наблюдений включаются сигналы, производные которых стоят в левой части (3.1.1):

$$z^T(t) = [\alpha(t), \beta(t), V(t), \nu(t), \gamma(t)]. \quad (3.1.6)$$

Целевая функция для минимизации может быть представлена следующим образом:

$$J(a) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ((z(t_i) - \hat{y}(t_i, a, u(t_i)))^T R^{-1} (z(t_i) - \hat{y}(t_i, a, u(t_i)))), \quad (3.1.7)$$

где $\hat{y}(t_i, a, u(t_i))$ – выходной сигнал модели объекта;

N – число измерений на участке обработки.

Алгоритм численной оптимизации, применяемый для оценки параметров, представляет собой усовершенствованную версию метода Ньютона [26], сочетающую быструю сходимость исходного метода с дополнительными стабилизирующими процедурами. Особое внимание уделяется учету пространственного расположения измерительных датчиков - вводятся поправки на вынос датчиков перегрузок, углов атаки и скольжения относительно центра масс.

Коррекция измерений перегрузок осуществляется по формулам (3.1.8). Алгоритм реализует итерационную процедуру с адаптивным выбором шага, учитывает полную инерционную матрицу и компенсирует гироскопические эффекты, что особенно важно при работе с быстро меняющимися режимами полета. Для точного определения угловых ускорений, необходимых при вычислении поправок, рекомендуется использовать фильтры Калмана или сглаживающие сплайны. Данный подход обеспечивает значительное повышение точности по сравнению с методами, не учитывающими пространственное расположение датчиков и динамические эффекты вращательного движения.

$$\begin{aligned}\Delta n_x &= \frac{1}{g} \left((\omega_y^2 + \omega_z^2) x_0 - \omega_x \omega_y y_0 - \omega_z \omega_x z_0 + \frac{d\omega_z}{dt} y_0 - \frac{d\omega_y}{dt} z_0 \right), \\ \Delta n_y &= \frac{1}{g} \left((\omega_z^2 + \omega_x^2) y_0 - \omega_y \omega_z z_0 - \omega_x \omega_y x_0 - \frac{d\omega_z}{dt} x_0 + \frac{d\omega_x}{dt} z_0 \right), \\ \Delta n_z &= \frac{1}{g} \left((\omega_x^2 + \omega_y^2) z_0 - \omega_z \omega_x x_0 - \omega_y \omega_z y_0 + \frac{d\omega_y}{dt} x_0 - \frac{d\omega_x}{dt} y_0 \right),\end{aligned}\tag{3.1.8}$$

где x_0, y_0, z_0 - координаты датчиков в связанной системе с началом координат в центре масс самолета. Производные угловых скоростей находятся численно по формулам [26, 66].

При вычислении скорректированных значений перегрузок n_x, n_y, n_z поправки (3.1.8) прибавляются к измеренным значениям, то есть

$$\begin{aligned}n_x &= n_{xизм} + \Delta n_x, \\ n_y &= n_{yизм} + \Delta n_y, \\ n_z &= n_{zизм} + \Delta n_z.\end{aligned}\tag{3.1.9}$$

Поправки к измеренным значениям истинных углов атаки и скольжения, обусловленные выносом датчиков относительно центра масс, вычисляются по формулам,

$$\Delta\alpha_{ист} = \frac{\omega_z}{V} x_\alpha - \frac{\omega_x}{V} z_\alpha + \frac{\partial\phi_{ист}}{\partial n_y} \left(n_y - 1 + \frac{\dot{\omega}_z x_\alpha}{g} \right), \quad (3.1.10)$$

$$\Delta\beta_{ист} = \frac{\omega_y}{V} x_\beta - \frac{\omega_x}{V} y_\beta, \quad (3.1.11)$$

где $x_\alpha, x_\beta, z_\alpha, y_\beta$ – координаты датчиков в связанной системе с началом координат в центре масс самолета, м;

V – истинная воздушная скорость полета, м/с;

$\phi_{ист}$ – угол отклонения штанги, на которой установлен датчик угла атаки, градус (для бортовых датчиков последнее слагаемое (3.1.10) равно нулю).

Поправки (3.1.10), (3.1.11) добавляются к измеренным в полете истинным значениям углов атаки и скольжения, то есть

$$\begin{aligned} \alpha_{ист} &= \alpha_{ист\ изм} + \Delta\alpha_{ист}, \\ \beta_{ист} &= \beta_{ист\ изм} + \Delta\beta_{ист}, \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

где $\alpha_{ист\ изм}, \beta_{ист\ изм}$ – значения истинных углов атаки и скольжения, вычисленные на борту или при наземной обработке по значениям местных углов в соответствии с принятыми для данного самолета зависимостями.

$$\begin{aligned} \alpha_{ист} &= f(\alpha_m), \\ \beta_{ист} &= g(\beta_m). \end{aligned} \quad (3.1.13)$$

Разработанный алгоритм обеспечивает комплексную оценку не только постоянных, но и динамических погрешностей измерений угловых скоростей и перегрузок, что подтверждено обработкой данных испытаний современных самолётов. Особую ценность алгоритм продемонстрировал при анализе переходных процессов во время выполнения сложных манёвров, позволяя чётко разделять инструментальные погрешности датчиков и методические ошибки, вызванные динамикой самого летательного аппарата. Применение метода в испытаниях позволяет не только идентифицировать параметры фильтров измерительных каналов, но и построить корректирующие модели в критических режимах полёта. Рассмотрим это на примерах обработки данных летных

испытаний некоторых современных самолетов.

3.1.2. Результаты обработки полетных данных

На рисунке 3.2.1 представлены результаты обработки данных канала угла атаки при выполнении манёвра с отклонением ручки управления самолётом (РУС) по тангажу. Сигналы $\alpha_{\text{эксп}}$, $\alpha_{\text{мод}}$ отражают степень соответствия между углом атаки, измеренным в реальном полёте, и рассчитанным по математическим моделям (3.2.1), (3.2.2) с учётом поправочных коэффициентов (3.2.10). Величина поправки отображена отдельным сигналом $\alpha_{\text{погрешн}}$ (оцифровка по правой оси ординат). Анализ графика показывает, что погрешность измерений, обусловленная аэродинамическим выносом датчика угла атаки, составляет от -0,4 до +0,7 градусов в данном режиме. Особую значимость эти отклонения приобретают при выполнении точного пилотирования и работе вблизи эксплуатационных ограничений летательного аппарата, что подчеркивает важность правильного расположения датчиков и учёта систематических погрешностей для критически важных авиационных измерений. Графическая интерпретация наглядно демонстрирует сопоставление экспериментальных и модельных данных, а также позволяет оценить величину и практическое влияние поправочной функции.

Важно подчеркнуть, что в бортовой системе самолёта рассматриваемая погрешность не подвергается расчётной компенсации и исключается из данных, отображаемых пилоту на индикаторе угла атаки.

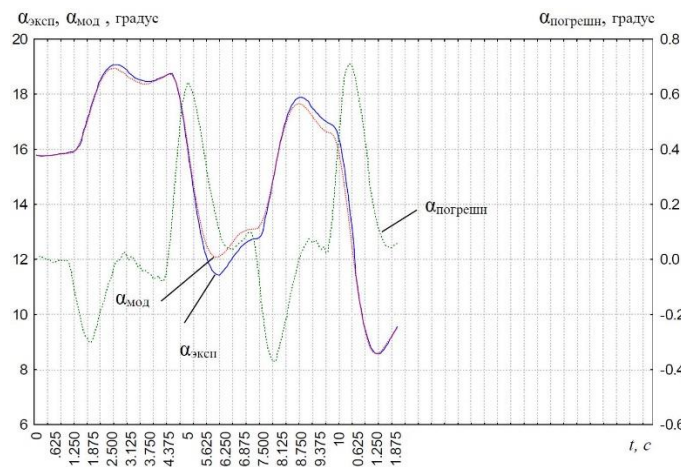


Рисунок 3.1.1 – Вычисление погрешности измерения угла атаки $\alpha_{\text{погрешн}}$, обусловленной выносом датчика относительно центра масс. Сравнение угла

атаки, измеренного в летном эксперименте $\alpha_{\text{эксп}}$ и вычисленного в модели $\alpha_{\text{мод}}$

На представленном рисунке 3.1.1 дополнительно продемонстрирована характеристика канала измерения угла атаки для воздушного судна альтернативного типа, зафиксированная при выполнении манёвра с отклонением руля высоты.

На рисунке 3.1.2 представлены аналогичные данные по каналу измерения угла атаки для воздушного судна альтернативной конструкции, полученные при выполнении манёвра с отклонением ручки управления самолётом (РУС) по тангажу.

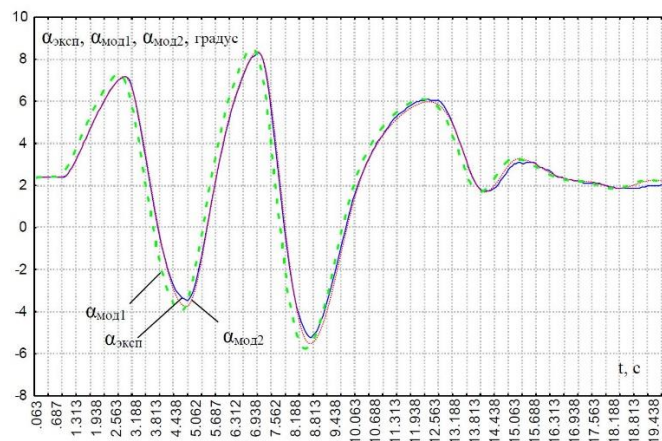


Рисунок 3.1.2 – иллюстрирует выявление временного запаздывания в измерениях угла атаки ($\alpha_{\text{эксп}}$) путём сопоставления с модельными данными: $\alpha_{\text{мод1}}$ – исходная модель (без учёта задержки); $\alpha_{\text{мод2}}$ – скорректированная модель (с компенсацией временного сдвига)

Сравнение экспериментальных данных угла атаки ($\alpha_{\text{эксп}}$) с результатами первоначального моделирования ($\alpha_{\text{мод1}}$) выявило наличие временного сдвига между сигналами, что свидетельствует о присутствии динамической погрешности в измерительном тракте. Проведенный анализ бортовых систем показал, что данное расхождение обусловлено работой цифрового фильтра нижних частот в канале измерения угла атаки. Этот фильтр, предназначенный для подавления высокочастотных шумов датчиков, вносит задержку обработки сигнала до 0,3 секунды, что отражается как на регистрируемых параметрах, так и на информации, выводимой на пилотажные индикаторы. После модификации математической

модели с учетом характеристик данного фильтра было достигнуто существенное улучшение соответствия ($\alpha_{\text{мод2}}$), что подтверждает важность учета всех элементов измерительной цепи при создании адекватных аэродинамических моделей. Полученные результаты демонстрируют необходимость комплексного подхода к моделированию, включающего как аэродинамические характеристики летательного аппарата, так и особенности работы бортового измерительного оборудования.

Сравнение экспериментальных и модельных данных угла атаки $\alpha_{\text{эксп}}$ и $\alpha_{\text{мод1}}$ выявило динамическую погрешность в виде временного сдвига. Анализ показал, что это вызвано фильтром нижних частот в измерительном канале, который сглаживает шумы, но создает задержку до 0,3 с при выводе данных на регистрацию и индикацию. После учета фильтра в модели достигнуто высокое соответствие ($\alpha_{\text{мод2}}$). Выявленная погрешность может влиять на анализ полетных данных, в частности на построение зависимости коэффициента подъемной силы от угла атаки $c_y(\alpha)$, где c_{ye} определяется по формуле:

$$c_{ye}(t_i) = \frac{(n_y(t_i) \cos \alpha(t_i) + n_x(t_i) \sin \alpha(t_i)) m g - P \sin(\alpha(t_i) + \varphi_{\partial \partial})}{q S}, \quad (3.1.14)$$

которая верна при условии $\beta \approx 0$.

На рисунке 3.1.3 показана зависимость $C_y(\alpha)$, полученная при использовании измеренного в полете угла атаки $\alpha_{\text{эксп}}$ по данным режима дачи РУС по тангажу (рисунок 3.1.2). Вид графика приводит к мысли о наличии аэродинамического гистерезиса. Действительной же причиной является рассмотренная выше динамическая погрешность. На рисунке 3.1.4 данные рисунка 3.1.3 показаны после коррекции измерений угла атаки путем сдвига по времени на 0,3 с на опережение ($\alpha_{\text{эксп_корр}}$). Как видим, характер зависимости приближается к прямой линии, что совпадает с банком аэродинамических характеристик этого самолета. Оставшиеся флуктуации характеризуют уровень неисключенных погрешностей эксперимента.

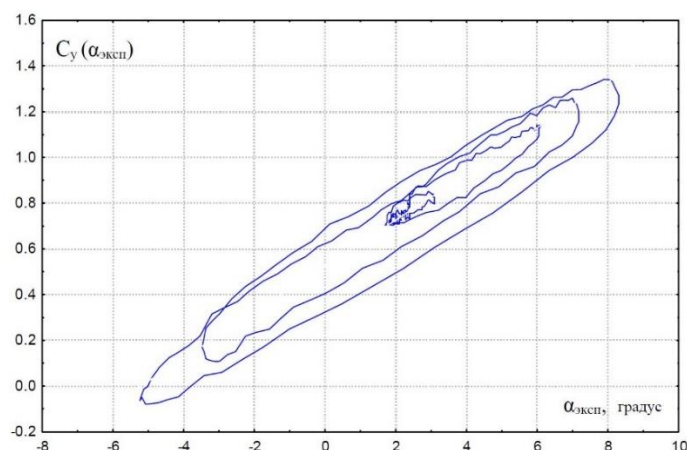


Рисунок 3.1.3 – Эффект ложного аэродинамического гистерезиса по коэффициенту подъемной силы $C_y(\alpha)$, обусловленный запаздыванием в измерениях угла атаки $\alpha_{\text{эксп}}$

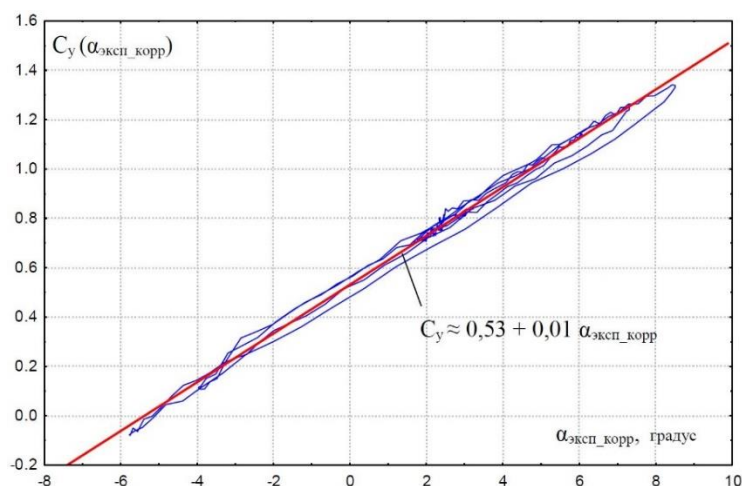


Рисунок 3.1.4 – Уточненная экспериментальная зависимость коэффициента подъемной силы C_y от угла атаки α , полученная после компенсации временного запаздывания измерений

При исправной работе бортовых систем измерений и регистрации наблюдается высокая степень соответствия между фактическими полётными данными и результатами моделирования, включая режимы активного маневрирования. Иллюстрацией этому служит рис. 3.1.5, демонстрирующий согласованность сигналов тангажа и крена при выполнении фигуры "бочка". Статистическая обработка более 20 различных полётных сегментов выявила следующие среднеквадратические отклонения: 0.1-0.4 градуса для углов атаки и скольжения, 0.2-0.4 градуса для тангажа, 0.3-1.3 градуса для крена и 0.5-0.8 м/с для

истинной воздушной скорости. Существенные расхождения обычно указывают на нарушения в работе измерительной системы - в данном случае отклонения в показаниях тангажа объясняются погрешностями авиагоризонта, вызванными активным маневрированием по крену.

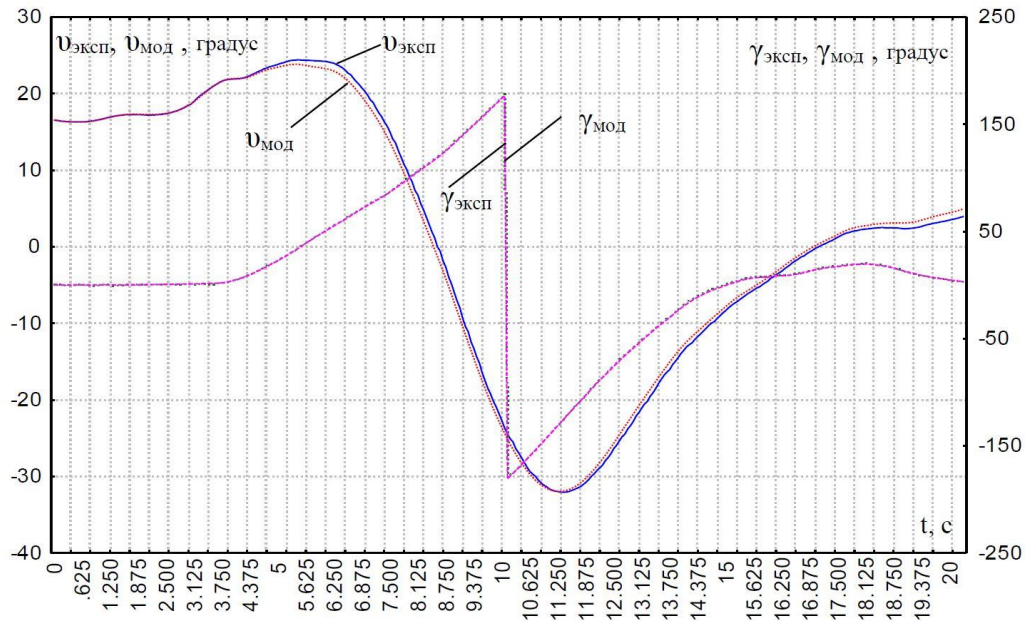


Рисунок 3.1.5 – Сравнение углов тангажа и крена, измеренных в эксперименте ($v_{\text{эксп}}$, $\gamma_{\text{эксп.}}$) и оцененных в модели ($v_{\text{мод}}$, $\gamma_{\text{мод}}$) при правильной работе бортовой системы измерений. Вид маневра – «бочка»

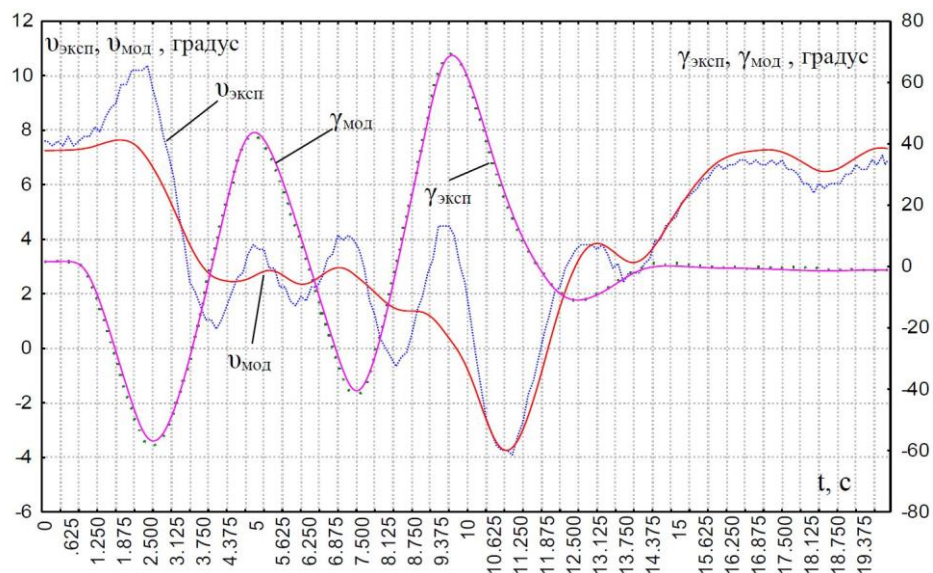


Рисунок 3.1.6 – Выявление погрешностей измерений угла тангажа $v_{\text{эксп}}$ авиагоризонтом, обусловленных движением по крену, путем сравнения с выходом модели $v_{\text{мод}}$

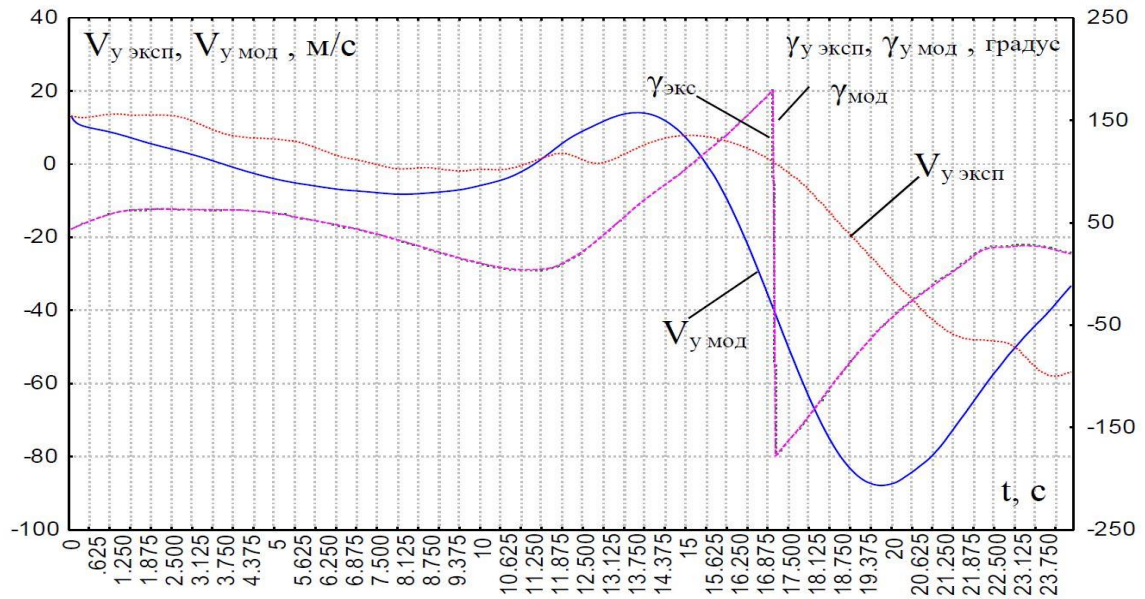


Рисунок 3.1.7 – Запаздывание бортовых измерений вертикальной скорости $V_{у\text{эксп}}$ вследствие инерционных свойств измерительного прибора. Вид маневра – «бочка»

На рисунке 3.1.7 для режима «бочка» показаны экспериментальные и смоделированные значения углов крена (высокая степень соответствия) и вертикальных скоростей V_y (значительное запаздывание экспериментальных значений). При этом модель (3.1.1) дополнялась формулой,

$$V_y = V [\cos \alpha \cos \beta \sin v - \sin \alpha \cos \beta \cos v \cos \gamma - \sin \beta \cos v \sin \gamma]. \quad (3.1.15)$$

Проведенный анализ показал, что причиной являются инерционные свойства барометрического измерителя вертикальной скорости. Для их учета была дополнительно введена модель вида $K/(Tp + 1)$, коэффициенты которой включались в вектор идентифицируемых параметров. Результат представлен на рисунке 3.1.8, который подтверждает, что введенная простая модель учитывает основные составляющие динамической погрешности измерений V_y . Рассматриваемый подход позволяет также выявлять запаздывания в канале измерения истинной воздушной скорости.

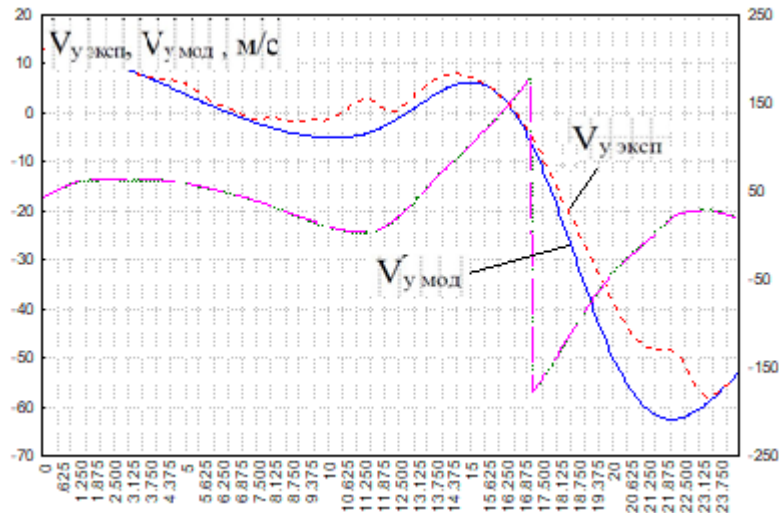


Рисунок 3.1.8 – Соответствие измеренных в летном эксперименте значений вертикальной скорости $V_{y_эксп}$ и выходного сигнала модели $V_{y_мод}$ после дополнения модели инерционным звеном первого порядка $K/(Tr + 1)$

Рассматриваемый подход позволяет также выявлять запаздывания в канале измерения истинной воздушной скорости. На рисунке 3.1.9 для режима дачи педалями показано высокое соответствие между смоделированными и экспериментальными значениями скорости, которое удалось получить после коррекции экспериментальных данных путем сдвига по времени на опережение на величину 0,6 с.

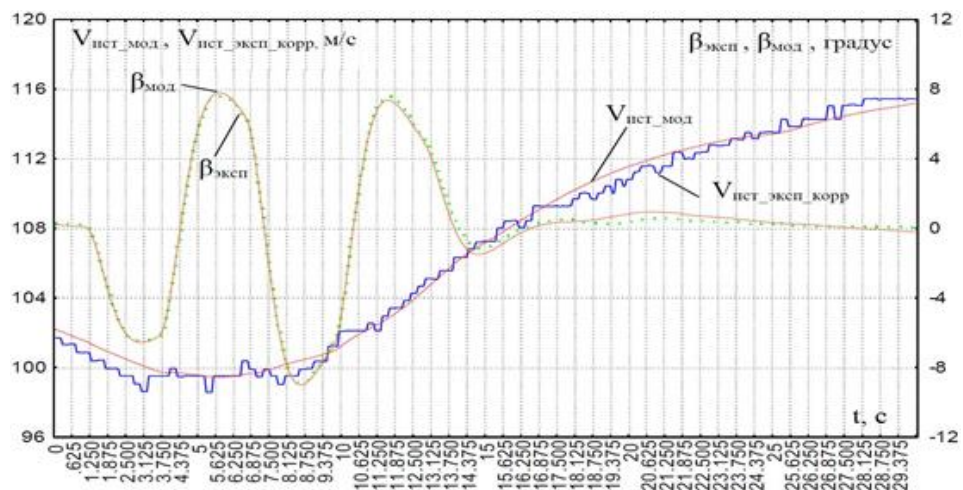


Рисунок 3.1.9 – Анализ согласованности эксперимента и модели после коррекции скоростных параметров

Представленный подход обеспечивает возможность анализа погрешностей измерения параметров, критически важных для выполнения идентификации.

3.2. Разработка алгоритма определения трёх проекций скорости ветра в реальном масштабе времени на основе данных спутниковой навигации и барометрических измерений

Измерение параметров атмосферы и параметров движения летательных аппаратов является важнейшей задачей при проведении летных испытаний [28], в динамике полета [59], при проектировании дирижаблей [74]. Ветер также важен для решения многих специфических задач в аэрокосмической отрасли, таких как аэродинамика с большим углом атаки [75, 76], разработка закона управления сверхзвуковым транспортным самолетом на этапе посадки [77] и оценка тяги двигателя на основе полетных данных. Скорость ветра следует учитывать в задачах обнаружения динамических погрешностей в полетных данных воздушного судна [44], при моделировании полета воздушного судна [78, 79], при проектировании человеко-машинного интерфейса в кабине пилота [80]. Для оценивания проекций скорости ветра в настоящем исследовании используются методы идентификации систем [26, 43, 59, 81, 82]. Методы идентификации систем также применяются в [83] с целью определения аэродинамических параметров. Спутниковые навигационные системы (СНС) также используются для определения аэродинамических погрешностей измерений параметров воздуха во время летных испытаний [84].

Как правило, аэродинамические датчики бортовых измерений измеряют так называемые местные углы атаки и скольжения из-за некоторых ограничений, присущих датчикам для измерения истинных углов атаки и скольжения. Так называемые местные углы существенно зависят от характеристик аэродинамического потока самолета в местах расположения датчиков. Это основная причина, по которой угол атаки и угол скольжения могут быть получены на основе бортовых измерений со значительными систематическими погрешностями. Поэтому необходима информация об истинных значениях угла атаки и угла скольжения с целью точного выявления систематических погрешностей бортовых датчиков во время летных испытаний.

Оценивание проекций скорости ветра может повысить безопасность полетов, предоставляя пилотам актуальную информацию для своевременного внесения коррективов, повышая общую безопасность полета, особенно на таких критических этапах, как взлет и посадка. Это также может повысить эффективность полетов: быстро адаптируясь к изменяющимся ветровым условиям, авиакомпания могут оптимизировать траектории полетов, сократить задержки и повысить эффективность полетов. Кроме того, в чрезвычайных ситуациях или при неблагоприятных погодных условиях оценка скорости ветра в режиме реального времени может помочь пилотам безопасно ориентироваться и быстро принимать решения для обеспечения благополучия пассажиров и экипажа. Поэтому представленная в данном разделе научно-исследовательская работа по разработке алгоритма оценивания проекций скорости ветра на коротком интервале полета является актуальной.

Предлагаемый алгоритм обеспечивает высоко точную оценку трех проекций скорости ветра в нормальной земной системе координат, интегрируя данные спутниковой навигационной системы (СНС) и барометрических измерений воздуха. Методы параметрической идентификации использовались для оценивания трех проекций скорости ветра, а поход скользящего окна применялся для определения кратчайшего интервала времени обработки.

3.2.1. Классический метод оценивания проекций скорости ветра при проведении летных испытаний

В практике лётных испытаний авиационной техники большое значение имеют вопросы зондирования параметров атмосферы. При этом наиболее проблемными представляются вопросы определения действительных значений скорости ветра во время выполнения испытательных режимов.

Классические методы атмосферного зондирования с использованием аэростатов (шаров-зондов и шаров-пилотов), а также специализированных самолётов-зондировщиков обладают рядом существенных недостатков. Во-первых, получаемые данные часто демонстрируют значительный разброс

показателей, обусловленный естественной изменчивостью ветровых характеристик в атмосфере. Во-вторых, эти технологии требуют значительных материальных затрат и трудоёмких организационных мероприятий, что существенно ограничивает их оперативное применение.

С появлением и использованием в лётных испытаниях спутниковых навигационных систем (СНС) развитие получили методы определения скорости ветра в зондирующих режимах полета самого испытываемого самолёта. В настоящей работе будут показаны два решения задачи, используемые в общей технологии оценивания средств определения воздушных параметров с применением СНС [28, 45, 74], разработанной в Лётно-исследовательском институте им. М.М. Громова и получившей применение в отечественной практике лётных испытаний.

Рассмотрим общую постановку задачи для режимов горизонтального полета с произвольными курсовыми углами. В неподвижной относительно Земли ортогональной системе координат $OXYZ$, где ось OY направлена по нормали к плоскости горизонта, движение летательного аппарата (ЛА) представляет собой последовательность установившихся горизонтальных полётов без скольжения. При этом выдерживаются заданные курсовые углы ψ_1, ψ_2 с соответствующими значениями воздушной скорости $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$. Направление оси OX совпадает с северным направлением в системе координат WGS-84 [75]. Проекции скоростей на оси OX и OZ будем обозначать индексами "N" и "E" соответственно.

Примем допущение, что в течение рассматриваемого участка полёта ветровые условия остаются неизменными, при этом вектор скорости ветра $U = (U_N, U_E)$ сохраняет постоянное значение и ориентацию в горизонтальной плоскости. Также предположим, что движение летательного аппарата характеризуется пренебрежимо малой вертикальной скоростью $v_y : \left| \frac{v_y}{V} \right| \ll 1 : \left| \frac{v_y}{V} \right| \ll 1$.

Дополнительно будем считать, что направления воздушной скорости практически совпадают с соответствующими курсовыми углами ψ_1, ψ_2 .

В рассматриваемых режимах установившегося полёта при значениях вектора путевой скорости $\vec{W}_1 = (W_{N1}, W_{E1})$ и $\vec{W}_2 = (W_{N2}, W_{E2})$, когда измерения параметров выполняются в фиксированной точке пространства, для проекций скоростей выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
 V_1 \sin \psi_1 + U_E &= W_{E1}; \\
 V_2 \sin \psi_2 + U_E &= W_{E2}; \\
 V_1 \cos \psi_1 + U_N &= W_{N1}; \\
 V_2 \cos \psi_2 + U_N &= W_{N2}; \\
 \psi_1 &= \psi_2 + \Delta \psi; \\
 \mathbf{V}_1 &= \mathbf{V}_2 + \Delta \mathbf{V},
 \end{aligned} \tag{3.2.1}$$

где $\Delta \psi = \psi_1 - \psi_2$ - изменение курсового угла при выполнении режимов.

При известных параметрах W_{N1} , W_{E1} , W_{N2} , W_{E2} , $\Delta \psi$, ΔV система уравнений определяет значения курсовых углов ψ_1, ψ_2 , проекций скорости ветра U_N, U_E и воздушной скорости $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$:

$$\begin{aligned}
 \sin \psi_1 &= \frac{(V_1 - V_2 \cos \Delta \psi) \Delta W_E - \Delta W_N V_2 \sin \Delta \psi}{(\Delta W_N)^2 + (\Delta W_E)^2}; \\
 \cos \psi_1 &= \frac{(V_1 - V_2 \cos \Delta \psi) \Delta W_N + \Delta W_E V_2 \sin \Delta \psi}{(\Delta W_N)^2 + (\Delta W_E)^2}; \\
 V_1 &= V_2 + \Delta V = \frac{\Delta V}{2} + \sqrt{a + \frac{\Delta V^2}{4}},
 \end{aligned} \tag{3.2.2}$$

где $\Delta W_N = W_{N1} - W_{N2}$, $\Delta W_E = W_{E1} - W_{E2}$; $a = \frac{(\Delta W_N)^2 + (\Delta W_E)^2 - \Delta V^2}{2(1 - \cos \Delta \psi)}$.

$$U_N = W_{N1} - V_1 \cos \psi_1; \quad U_E = W_{E1} - V_1 \sin \psi_1. \tag{3.2.3}$$

Или:

$$U_N = \frac{W_{N1} + W_{N2}}{2} - \frac{\Delta W_E \sin(\Delta \psi)}{2(1 - \cos \Delta \psi)} - \frac{\Delta V(V_1 + V_2) \Delta W_N}{2((\Delta W_N)^2 + (\Delta W_E)^2)} + \frac{(\Delta V)^2 \Delta W_E \sin(\Delta \psi)}{2(1 - \cos \Delta \psi)((\Delta W_N)^2 + (\Delta W_E)^2)}$$

$$U_z = \frac{W_{E1} + W_{E2}}{2} - \frac{\Delta W_N \sin(\Delta\psi)}{2(1 - \cos \Delta\psi)} - \frac{\Delta V(V_1 + V_2)\Delta W_E}{2((\Delta W_N)^2 + (\Delta W_E)^2)} + \frac{(\Delta V)^2 \Delta W_N \sin(\Delta\psi)}{2(1 - \cos \Delta\psi)((\Delta W_N)^2 + (\Delta W_E)^2)}$$

Определение скорости ветра в методе является лишь промежуточным элементом в расчетах воздушной скорости, аэродинамических углов, других параметров. Тем ни менее, именно этому вопросу мы уделим внимание в настоящей работе, поскольку он сам по себе имеет практическое значение.

Также как в случае метода, изложенного в предыдущем разделе, решение задачи опирается на соотношение между векторами скорости ветра $\vec{U}$, путевой $\vec{W}$ и воздушной $\vec{V}$ скоростями:

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} U_N \\ U_E \\ U_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_N \\ W_E \\ W_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} V_N \\ V_E \\ V_y \end{pmatrix} \quad (3.2.4)$$

При формировании уравнений используется правило знаков, действующих в динамике полета [102].

Для решения (3.2.4) используются измерения проекций путевой скорости СНС, воздушных параметров СВС, параметров углового положения самолета в пространстве ИНС. Проекция скоростей рассматривается в системе координат WGS-84 [75]. На основании (3.2.4) при полете без крена и скольжения составляющие вектора скорости ветра определяются выражениями:

$$\begin{aligned} U_N &= W_N - V_z \cos\psi, \\ U_E &= W_E - V_z \sin\psi, \\ U_y &= W_y - V_y. \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

Для модуля скорости ветра в плоскости горизонта будем иметь:

$$U_z = \sqrt{W_N^2 + W_E^2 + V_z^2 - 2V_z(W_N \cos\psi + W_E \sin\psi)} \quad (3.2.6)$$

где V_x , V_y - соответственно горизонтальная и вертикальная составляющие воздушной скорости, ψ - курсовой угол.

Метод, описанный в этом подразделе, является основополагающим в технологии определения фактических значений параметров воздуха с

использованием SNS. Полученные результаты демонстрируют возможность уменьшения ошибок при определении параметров атмосферы и параметров полета при летных испытаниях самолетов и бортового оборудования. Несмотря на текущее использование предложенных методов в летных испытаниях [85], этот метод может быть применен только в том случае, когда самолет сохраняет горизонтальный полет без углов скольжения. Кроме того, он использует только измерения воздушной и путевой скорости и не использует измерения углов атаки и скольжения.

Следующие публикации подтверждают этот вывод. В [86] проекции скорости ветра оцениваются с использованием путевой скорости, полученной из измерений местоположения GPS, истинной воздушной скорости или калиброванной воздушной скорости и высоты над уровнем моря. В [87] предложена интерактивная процедура для извлечения данных о ветре из данных о траектории. В этой процедуре человек-оператор выбирает соответствующие подмножества радиолокационных данных, выполняет автоматическую и/или ручную подгонку кривой для извлечения данных о ветре и проверяет полученные оценки ветра. Оценивание скорости ветра также может быть выполнено с использованием параметров траектории, таких как воздушная скорость, начальный курс, скорость разворота и угол траектории полета, поскольку движение воздушного судна зависит от этих параметров и данных о траектории полета. В этих работах оценивание ветра основано на параметрах траектории и оцениваются только две горизонтальные проекции. Оценивание с помощью фильтра Калмана также может быть применено для определения скорости ветра с использованием воздушной скорости и путевой скорости.

Во всех рассмотренных выше случаях данные об углах атаки и скольжении, рассмотренные в настоящей научно-исследовательской работе, не используются для оценивания скорости ветра. Обычно датчики, установленные на самолете, использовались для сбора атмосферной информации, такой как широта, долгота и

атмосферное давление, а оценка ветра, то есть скорости и направления ветра, производилась на основе параметров траектории.

Таким образом, в этой статье предлагается метод оценивания трех проекций скорости ветра с использованием угла атаки, угла скольжения и скорости полета, в то время как метод, использующий больше информации, естественно, может обеспечить более точные оценки проекций скорости ветра. Для проведения исследования возможности определения трех проекций скорости ветра при различных полетных маневрах в реальном масштабе времени был использован метод параметрической идентификации, при котором данные СНС и данные аэрометрических измерений интегрируются, результаты которого продемонстрировали значительную точность оценок трех проекций скорости ветра как при установившемся, так и при нестационарном полете режимы.

3.2.2. Постановка задачи и описание алгоритма

Исследование выполнено в рамках предположения о стационарности воздушного потока, характеризующегося постоянством направления и скорости ветра в течение заданных временных интервалов выполнения маневров (20, 31 и 46 секунд для различных типов полетных режимов, включая "бочку", "ступенчатый полет", "змейку" и ее модификацию с вертикальной составляющей). В данных условиях проекции скорости ветра (W_{xg} , W_{yg} , W_{zg}) в нормальной земной системе координат рассматриваются как неизменные величины на протяжении всего времени выполнения каждого маневра.

Для расчета указанных проекций изначально формируется объектная модель, задающая алгоритмическую последовательность обработки поступающих измерительных данных. Математическая связь между регистрируемыми параметрами и искомыми проекциями скорости ветра выражается следующей системой уравнений [66-69]:

$$\begin{aligned} V_{xg_a}(t_i) &= V_{xg_CHC}(t_i) - W_{xg} \\ V_{yg_a}(t_i) &= V_{yg_CHC}(t_i) - W_{yg} \\ V_{zg_a}(t_i) &= V_{zg_CHC}(t_i) - W_{zg} \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

где

$V_{xg_CHC}, V_{yg_CHC}, V_{zg_CHC}$ - измеренные спутниковой навигационной системой (CHC) проекции скорости летательного аппарата в нормальной земной системе координат;

W_{xg}, W_{yg}, W_{zg} - определяемые в процессе идентификации проекции скорости ветра в той же системе координат.

При формировании уравнений также используется правило знаков, действующее в динамике полета [102].

Модуль воздушной скорости V_a определяется через его составляющие в связанной системе координат $V_{xg_a}, V_{yg_a}, V_{zg_a}$ с использованием следующего соотношения [66-69]:

$$V_a(t_i) = \sqrt{V_{xg_a}^2(t_i) + V_{yg_a}^2(t_i) + V_{zg_a}^2(t_i)} \quad (3.2.8)$$

Для перехода к связанным осям используем соответствующую матрицу направляющих косинусов, зависящую от трех углов Эйлера: тангажа, крена и рыскания, то есть углов ориентации, связанной системы координат [66-69]:

$$\begin{bmatrix} V_{x_a} \\ V_{y_a} \\ V_{z_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \vartheta & \sin \vartheta & -\sin \psi \cos \vartheta \\ \sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \cos \vartheta \cos \gamma & \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma \\ \sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma & \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{xg_a} \\ V_{yg_a} \\ V_{zg_a} \end{bmatrix} \quad (3.2.9)$$

В ходе вычислений углы ориентации следует брать согласно выходным сигналам определения ориентации и курса, включенной в бортовой навигационный комплекс. Постоянная погрешность рыскания ψ , которую можно считать постоянной на участке продолжительностью 30...50 с, должна быть включена в вектор идентифицируемых параметров.

В рассматриваемой модели мультипликативная погрешность измерительных каналов учитывается через коэффициенты преобразования (крутизны) K_α и K_β , характеризующие датчики аэродинамических углов.

При обработке данных о воздушной скорости учитываются нелинейные эффекты, требующие введения дополнительных аппроксимирующих функций. Хотя это усложняет вычислительную задачу, повышая ее размерность, подобные уточнения необходимы для обеспечения точности расчетов.

На основе проекций вектора воздушной скорости (3.2.7) на оси связанной системы координат, можно вывести аналитические выражения для ключевых аэродинамических параметров. В частности, угол атаки рассчитывается как отношение нормальной составляющей скорости к продольной, тогда как угол скольжения определяется через отношение боковой составляющей к модулю полного вектора скорости. Эти соотношения позволяют однозначно определить пространственную ориентацию вектора воздушного потока относительно конструкции летательного аппарата [66-69].

$$\begin{aligned}\alpha_u(t_i) &= -\arctg\left(\frac{V_{y-\alpha}(t_i)}{V_{x-\alpha}(t_i)}\right), \\ \beta_u(t_i) &= -\arcsin\left(\frac{V_{z-\alpha}(t_i)}{V_\alpha(t_i)}\right),\end{aligned}\tag{3.2.10}$$

где $\alpha_u(t_i), \beta_u(t_i)$ - значения углов атаки и скольжения.

Таким образом, математическая модель объекта включает уравнения (3.2.7-3.2.10), описывающие динамику летательного аппарата.

Модель наблюдения, которая связывает внутренние состояния системы с доступными измерительными сигналами. Модель наблюдения учитывает характеристики бортовых датчиков, что позволяет согласовать теоретические расчеты с реальными измеряемыми параметрами. Модель наблюдения имеет вид [66-69]:

$$\begin{aligned}z_1(t_i) &= V_\alpha(t_i) + C_v + \xi_v(t_i), \\ z_2(t_i) &= K_\alpha \alpha_u(t_i) + C_\alpha + \xi_\alpha(t_i), \\ z_3(t_i) &= K_\beta \beta_u(t_i) + C_\beta + \xi_\beta(t_i),\end{aligned}\tag{3.2.11}$$

где C_V, C_α, C_β - аддитивные погрешности аэрометрических измерительных каналов воздушной скорости, углов атаки и скольжения; K_α, K_β - коэффициенты мультипликативных погрешностей измерения углов атаки и скольжения; $\xi_V(t_i), \xi_\alpha(t_i), \xi_\beta(t_i)$ - случайные погрешности аэрометрических измерений, которые традиционно считают случайными независимыми величинами, имеющими нормальное распределение с нулевыми математическими ожиданиями и известной ковариационной матрицей.

Таким образом, идентификация параметров выполняется для получения оценок следующих значений, т.е. трех проекций скорости ветра, которые являются элементами вектора a^T .

$$a^T = [W_{xg} \ W_{yg} \ W_{zg}].$$

3.2.3. Параметрическая идентификация с использованием метода максимума правдоподобия

Задача определения скорости ветра решается посредством алгоритма оценки максимального правдоподобия [26], рассмотренного в разделе 1. В данном случае имеется отличие от классического варианта, поскольку модель объекта описывается не дифференциальными, а алгебраическими уравнениями. Поэтому для модели объекта принимается рекуррентное уравнение. Окончательно математическая постановка задачи принимает вид [66-69]:

$$y(t_i) = f(y(t_{i-1}), a, u(t_i), \quad (3.2.12)$$

$$z(t_i) = h(y(t_i), a, u(t_i) + \eta(t_i), \quad (3.2.13)$$

где $y(t), u(t)$ - векторы выходных и входных сигналов объекта, которых размерности n и m соответственно; $z(t_i)$ - вектор наблюдений размерности r ; a - вектор неизвестных параметров, которые необходимо оценить; $\eta(t_i)$ - случайные погрешности, относительно которых принимаются допущения нормальности, независимости, нулевых математических ожиданий и наличия информации о

ковариационной матрице $R(t)$. При этом предполагается, что управляющий сигнал $u(t)$ и начальные условия вектора состояния $y(t)$ в момент времени t_0 являются заданными.

При принятых допущениях использование критерия максимального правдоподобия позволяет получить оценки, удовлетворяющие ключевым статистическим свойствам - эффективности и несмещенности. Оптимизируемый функционал данного метода принимает следующую аналитическую форму:

$$J(a) = \sum_{i=1}^N ((z(t_i) - h(y(t_i), a, u(t_i))))^T R^{-1}(t_i) ((z(t_i) - h(y(t_i), a, u(t_i)))) \quad (3.2.14)$$

Нетрудно видеть, что (3.2.14) является функционалом методом наименьших квадратов с матрицей весовых коэффициентов $R(t_i)^{-1}$, что обусловлено принятыми допущениями о нормальности шумов.

Для минимизации этого функционала, применяется модифицированный метод Ньютона, который позволяет найти оценки вектора идентифицируемых параметров.

Для нахождения оценок, $Z(t_i, a), i = 1, 2, \dots, N$, модели (3.2.12) - (3.2.13) должны быть численно проинтегрированы, устанавливая входящий в него шум равным нулю.

Идентификация заканчивается при условии $|a_{k+1} - a_k| < \delta |a_k|$, где, $\delta = 0.005$.

Для валидации разработанного алгоритма использовались данные, полученные на полунатурном моделирующем стенде с полнофункциональными органами управления. Такой подход обладает преимуществом перед чисто вычислительным моделированием, поскольку участие человека-оператора в контуре управления обеспечивает более реалистичное воспроизведение летных характеристик. В ходе испытаний на стенде имитировалось поведение учебно-тренировочного самолёта условного типа.

3.2.4. Оценивание трех проекций скорости ветра при различных типах полетных маневров

Возможности данного алгоритма [66-69] исследовались на основе данных стендового моделирования. В данном случае случайные погрешности моделировались в каналах углов ориентации, воздушной скорости, углов атаки, скольжения, а также трех проекций скорости полета, измеряемых СНС традиционным способом, который представляет собой последовательность нормальных некоррелированных случайных величин. В ходе исследования дисперсии шумовых характеристик устанавливались на уровне средних значений, характерных для реальных лётных испытаний. Основной акцент в работе был сделан на анализ двух ключевых факторов: типа выполняемого манёвра и продолжительности скользящего временного интервала.

В работе проведен анализ точности определения скорости ветра при выполнении различных маневров: "бочка" (полный оборот вокруг продольной оси), "дача" (резкое изменение тангажа), "змейка" (последовательные изменения курса) и "змейка с вертикальной составляющей" (комбинация курсовых и тангажных изменений). Для каждого маневра исследовалось влияние длительности обработки данных и размера скользящего окна на точность оценок. Северная, восточная и вертикальная проекции скорости ветра принимались равными -7 м/с, 5 м/с и 2 м/с соответственно, в то время как моделируемая скорость полета составляла 65-105 м/с. В этой версии алгоритма оказалось возможным значительно сократить продолжительность скользящего интервала. В данной исследовательской работе исследование проводилось с интервалами в 0,5 и 1,0 секунды. Чтобы определить влияние параметров движения, начало интервала скольжения последовательно сдвигали по всей области обработки с шагом в 1 секунду.

Маневр «бочка» [66-69]. Результаты оценивания трех проекций скорости ветра, выполненного при маневре «бочка», представлены на рисунках 3.2.1 и 3.2.2. Оценивание выполнялось на одном участке маневра «бочка», который длится 31

секунду. Подход скользящего окна был использован для определения кратчайшего времени обработки, за которое можно получить точные оценки проекций скорости ветра. На рисунке 3.2.1 представлены относительные погрешности оценок проекций скорости ветра, выполненных с интервалом скользящего окна в 0,5 секунды, а на рисунке 3.2.2 представлены результаты, полученные с интервалом скользящего окна в 1,0 секунды.

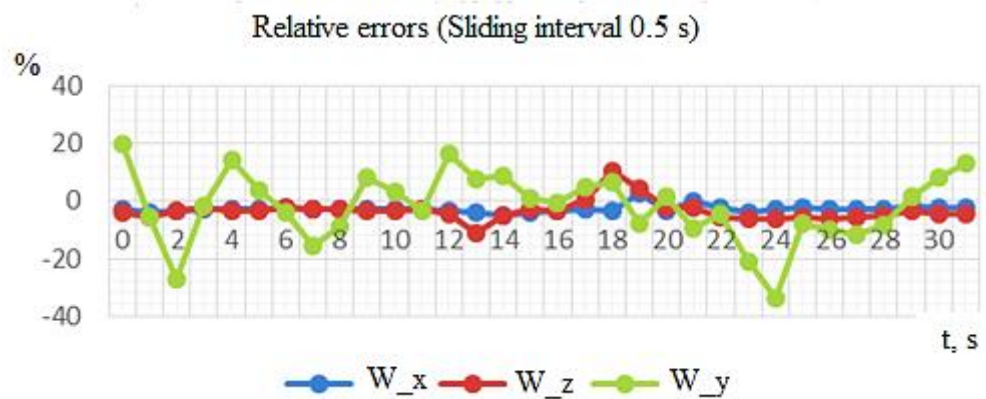


Рисунок 3.2.1 – Анализ относительных погрешностей определения трёх проекций скорости ветра

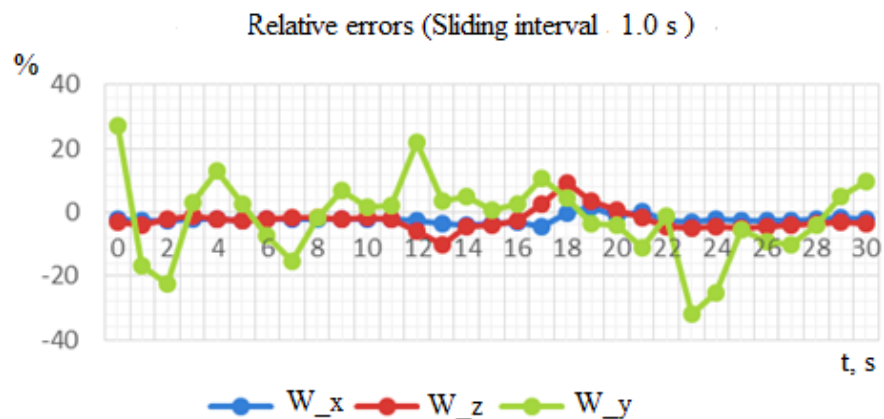


Рисунок 3.2.2 – Анализ относительных погрешностей определения трёх проекций скорости ветра

Можно заметить, что погрешности в оценке горизонтальной проекции скорости ветра обычно не превышают 5% на всем участке маневра, а погрешности в оценке вертикальной проекции составляют $\pm 10\%$ [66-69].

Сравнение графиков, представляющих относительные погрешности, с рисунком 3.2.3, показывающий изменение сигналов во время маневра,

демонстрирует, что некоторое увеличение погрешностей происходит в моменты активного маневрирования при высоких скоростях изменения параметров полета. Сравнительный анализ графиков при длительности скользящего окна 0,5 с и 1,0 с демонстрирует минимальные расхождения в пределах 2-3%.

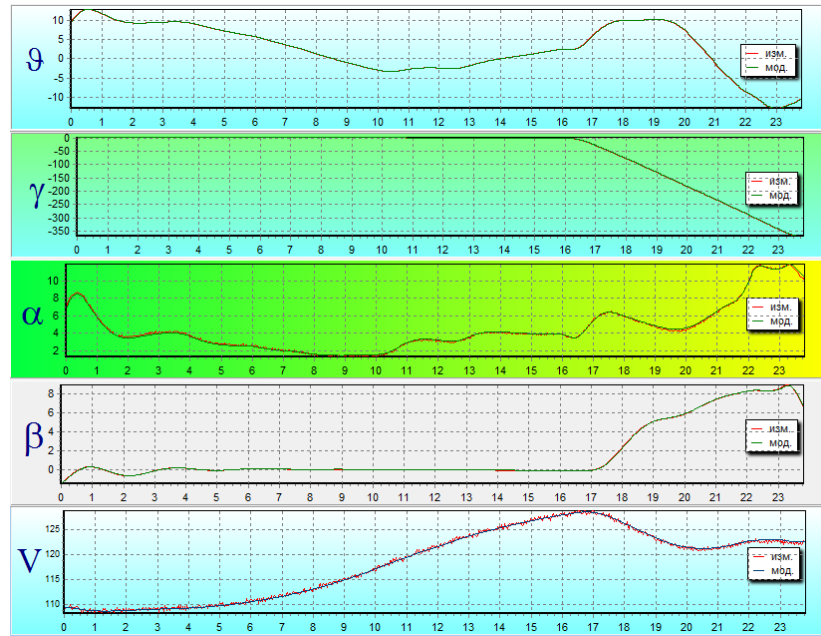


Рисунок 3.2.3 – Значения основных параметров полета для выполнения маневра «бочка» в течение первых 24 секунд

Данный факт свидетельствует о возможности определения трёх составляющих скорости ветра всего за 0,5 секунды, что представляет существенное преимущество по сравнению с альтернативными методами, требующими интервалов наблюдения в десятки секунд. Столь малая длительность скользящего интервала дополнительно обеспечивает оперативное реагирование на изменение ветровых условий в процессе полёта.

Маневра «Дача» в канале тангажа [66-69]. Результаты оценивания трех проекций скорости ветра, проведенной для маневра «Дача», представлены на рисунках 3.2.4 и 3.2.5, а табличные данные исключены для краткости. Оценивание проводилось на одном участке маневра «Дача», который длится 20 секунд. Рисунок 3.2.4 показывает относительные погрешности оценки скорости ветра, выполненной с интервалом скользящего окна 0,5 с, а рисунок 3.2.5 демонстрирует результаты,

полученные с использованием интервала скользящего окна 1,0 с. Изменение параметров полета в этом участке показано на рисунке 3.2.6.

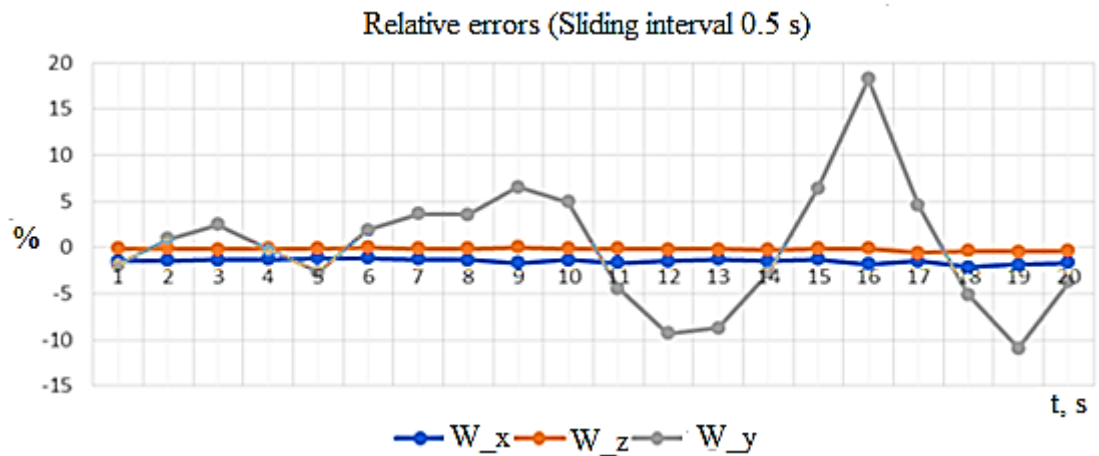


Рисунок 3.2.4 – Анализ относительных погрешностей определения трёх проекций скорости ветра

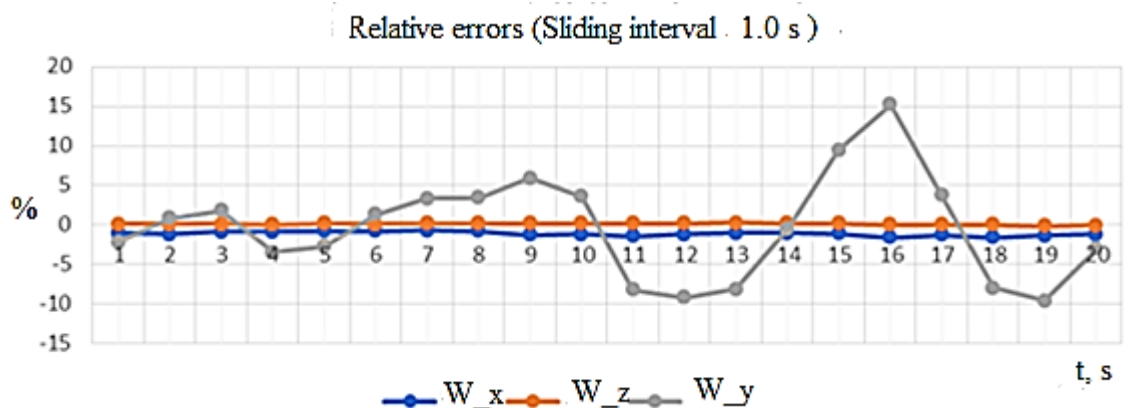


Рисунок 3.2.5 – Анализ относительных погрешностей определения трёх проекций скорости ветра

Согласно представленным графикам, погрешности оценки горизонтальных проекций скорости не превышают 5% на всем протяжении маневра, в то время как погрешности определения вертикальной проекции составляют около $\pm 10\%$. Сравнение результатов обработки с различной длительностью скользящего окна (0,5 с и 1,0 с) показывает незначительные различия в точности порядка 2-3%. Анализ рисунков 3.2.4-3.2.6 демонстрирует, что увеличение погрешностей вертикальной составляющей происходит преимущественно в фазах активного маневрирования, тогда как при полетах, близких к прямолинейным с малыми возмущениями, наблюдаются наиболее точные и стабильные результаты.

Полученные данные свидетельствуют, что оптимальные условия для точных измерений достигаются на квазиустановившихся режимах полета с минимальными возмущениями.

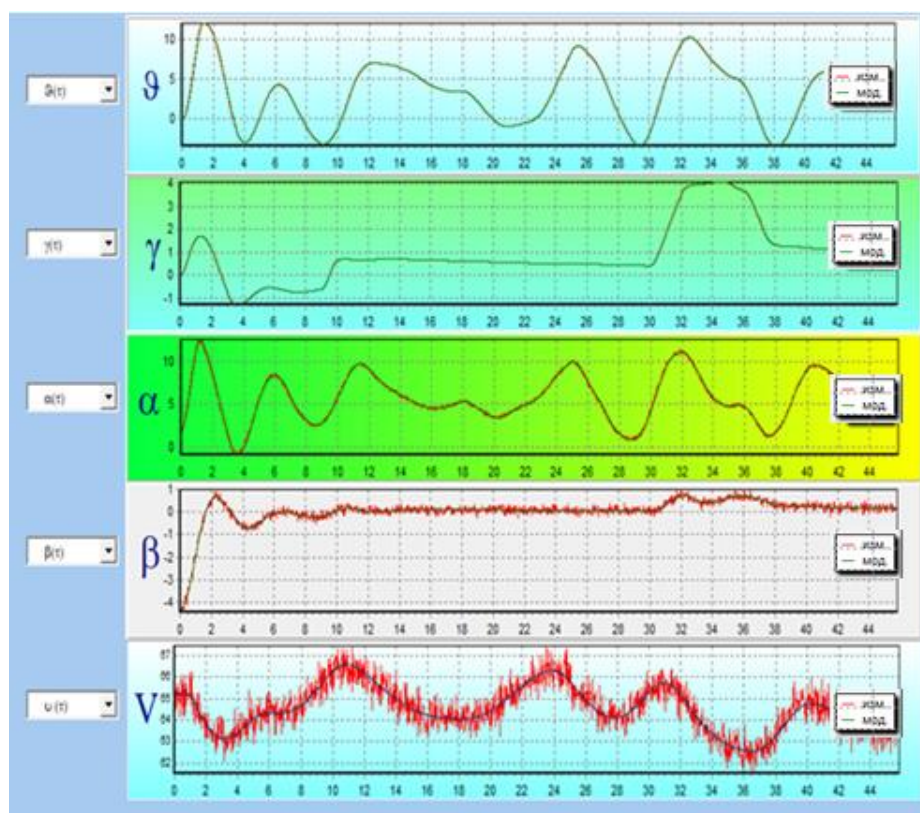


Рисунок 3.2.6 – Параметры полёта для выполнения манёвра «Дача» (0-31 секунд)

Маневр «змейка» [66-69]. Результаты оценивания трех проекций скорости ветра, проведенного при маневре «змейка», представлены на рисунках 3.2.7 и 3.2.8, а табличные данные исключены для краткости. Оценивание выполнялось на одном участке маневра «змейка», который длится 46 секунд. Рисунок 3.2.7 показывает относительные погрешности оценки скорости ветра, выполненной с интервалом скользящего окна 0,5 с, а рисунок 3.2.8 демонстрирует результаты, полученные с использованием интервала скользящего окна 1,0 с. Изменение параметров полета в этом участке показано на рисунке 3.2.9.

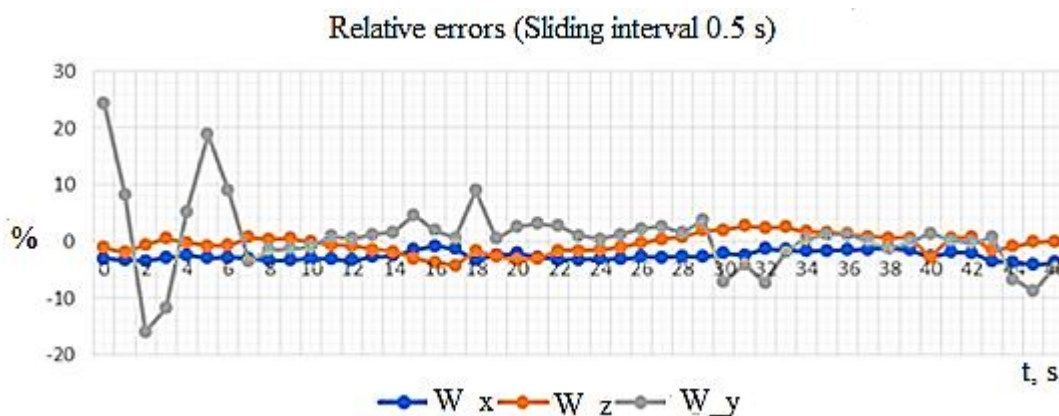


Рисунок 3.2.7 – Анализ относительных погрешностей определения трёх проекций скорости ветра

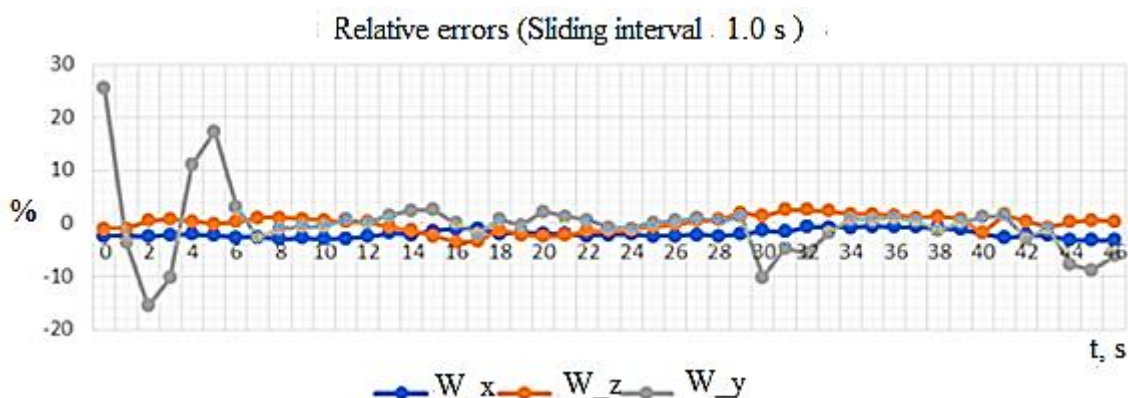


Рисунок 3.2.8 – Анализ относительных погрешностей определения трёх проекций скорости ветра

На графиках можно наблюдать, что погрешности оценки как горизонтальных, так и вертикальных проекций в целом не превышают 5% на всем участке маневра, за исключением некоторых коротких участков, где погрешности оценки вертикальной проекции достигают $\pm 10\%$. Как и в предыдущих исследованиях, сравнение результатов обработки с различной длительностью скользящего окна (0,5 с против 1,0 с) показывает минимальные расхождения в точности оценок, не превышающие 2-3%.

Анализ графиков погрешностей (рис. 3.2.7 и 3.2.8) в сопоставлении с динамикой сигналов во время маневра (рис. 3.2.9) подтверждает установленную ранее закономерность: пики погрешностей вертикальной составляющей четко коррелируют с фазами активного маневрирования.

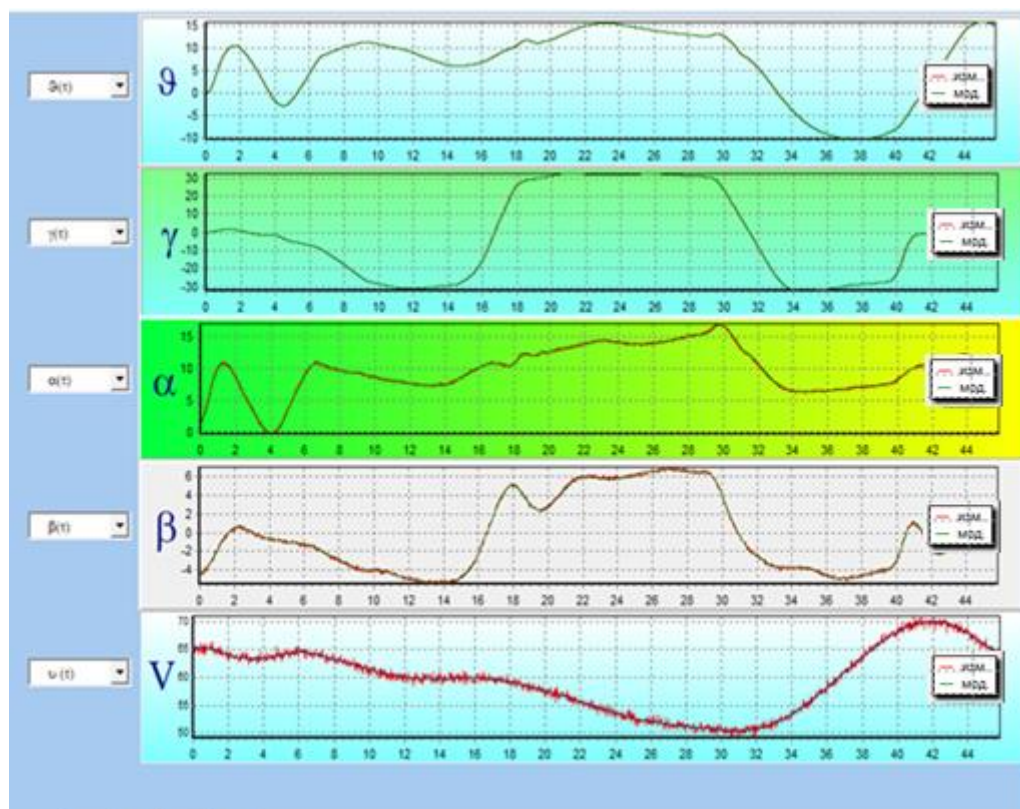


Рисунок 3.2.9 – Параметры полёта для выполнения манёвра «змейка» (0-46 секунд)

Эти результаты вновь подтверждают сделанный ранее вывод о том, что наиболее точные и стабильные оценки параметров полета достигаются при квазиустановившихся режимах, близких к горизонтальному полету с минимальными возмущениями.

Маневра «Змейка с вертикальной составляющей» [66-69]. Результаты оценивания трех проекций скорости ветра, проведенного для маневра «змейка с вертикальной составляющей», показаны на рисунках 3.2.10 и 3.2.11, а табличные данные исключены для краткости. Оценка была выполнена на одном участке маневра «змейка с вертикальной составляющей», который длится 46 секунд. Рисунок 3.2.10 показывает относительные погрешности оценки скорости ветра, выполненной с интервалом скользящего окна 0,5 с, а рисунок 3.2.11 демонстрирует результаты, полученные с использованием интервала скользящего окна 1,0 с. Изменение параметров полета в этом участке показано на рисунке 3.2.12.

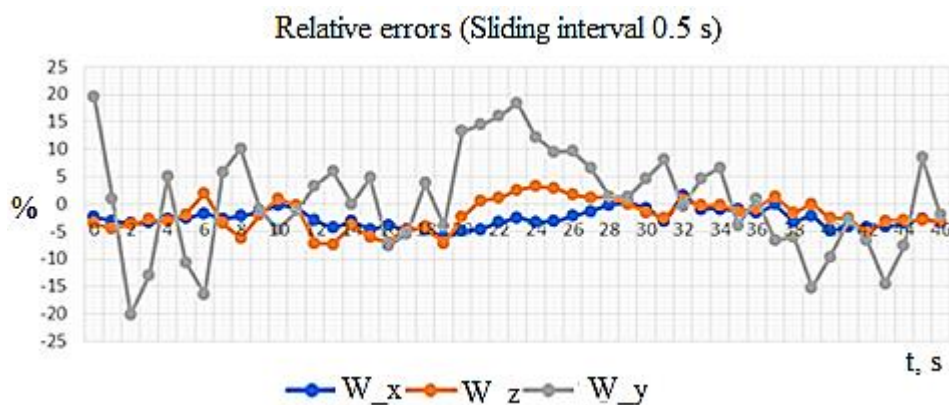


Рисунок 3.2.10 – Анализ относительных погрешностей определения трёх проекций скорости ветра

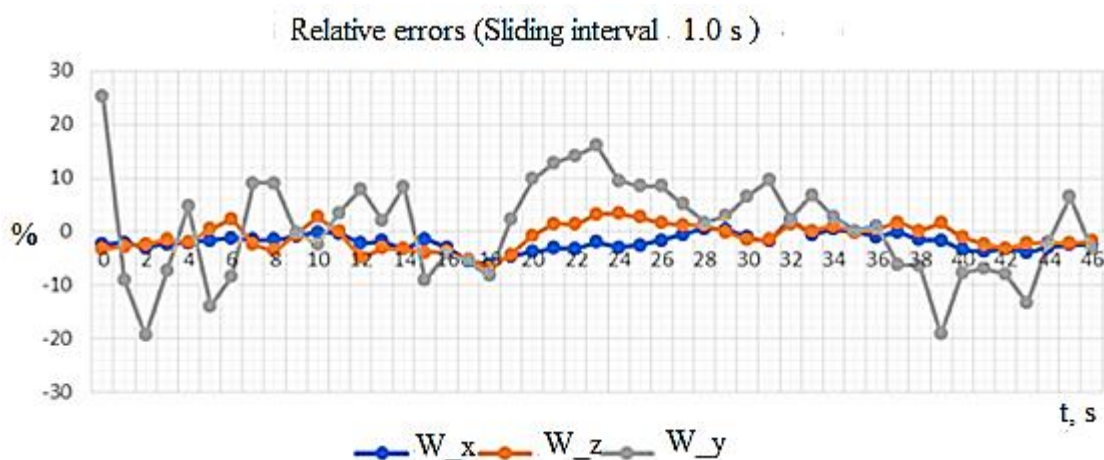


Рисунок 3.2.11 – Анализ относительных погрешностей определения трёх проекций скорости ветра

Результаты, представленные на графиках, показывают, что погрешности оценки, горизонтальных составляющих скорости не превышают 5% в течение всего маневра, тогда как для вертикальной компоненты характерны большие погрешности ($\pm 10\%$). Сравнение вариантов обработки с разной длительностью скользящего окна (0,5 с и 1,0 с) выявляет незначительные расхождения в точности (2-3%). Анализ рисунков 3.2.4-3.2.6 подтверждает, что увеличение ошибок по вертикали коррелирует с фазами активного маневрирования. Наиболее точные результаты достигаются на режимах, близких к прямолинейному полету с минимальными возмущениями, что подтверждает сделанный ранее вывод о зависимости точности оценок от характера полета.

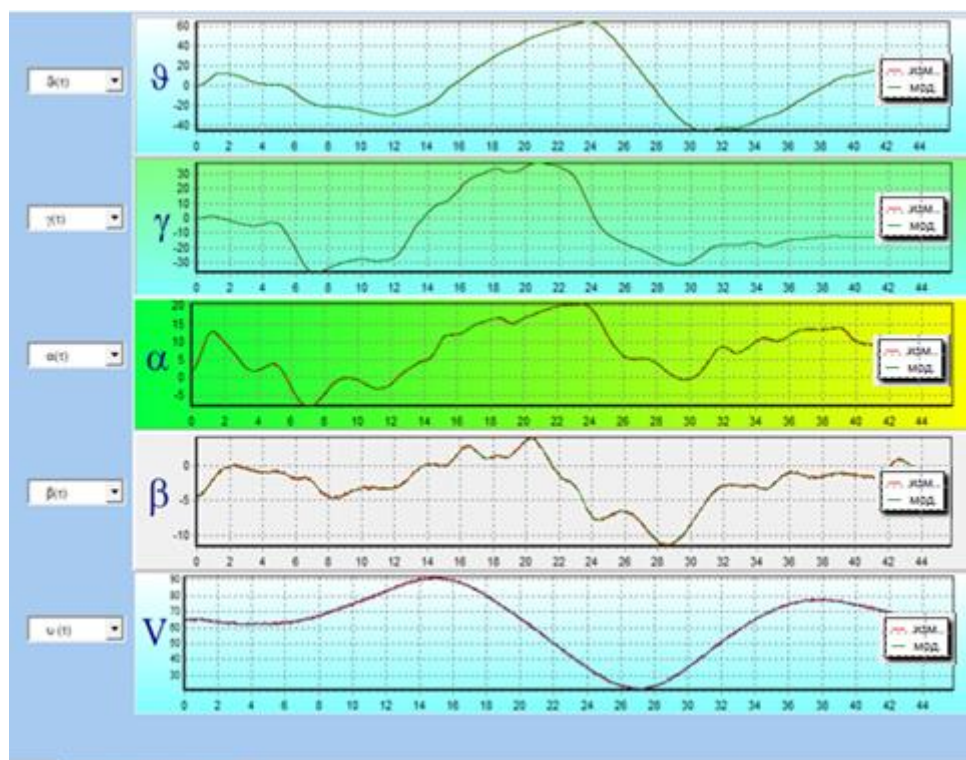


Рисунок 3.2.12 – Параметры полёта для выполнения манёвра «Змейка с вертикальной составляющей» (0-46 секунд)

Экспериментальные данные показывают, что при полном комплекте аэрометрических измерений и систематических погрешностях 3-5% для стандартных манёвров (прямолинейный полёт, установившийся вираж, змейка, шаговое изменение тангажа) погрешность оценки трёх проекций скорости ветра не превышает 5-7% при длительности измерительного интервала 0.5-1 с. Такой точности достаточно не только для определения постоянной скорости ветра, но и для отслеживания её изменений. На рисунке 3.2.13 представлены результаты сравнения смоделированных данных полёта (без учёта ветра) с фактическими параметрами, демонстрирующие значительные расхождения, особенно по аэрометрическим параметрам: углу атаки, углу скольжения и воздушной скорости. Эти результаты наглядно подтверждают необходимость обязательного учёта ветровой составляющей при обработке лётных данных, поскольку её игнорирование приводит к существенным погрешностям в оценке ключевых параметров полёта. Предложенная методика обеспечивает приемлемую точность

измерений при минимальных временных затратах, что особенно важно при анализе точных манёвров.

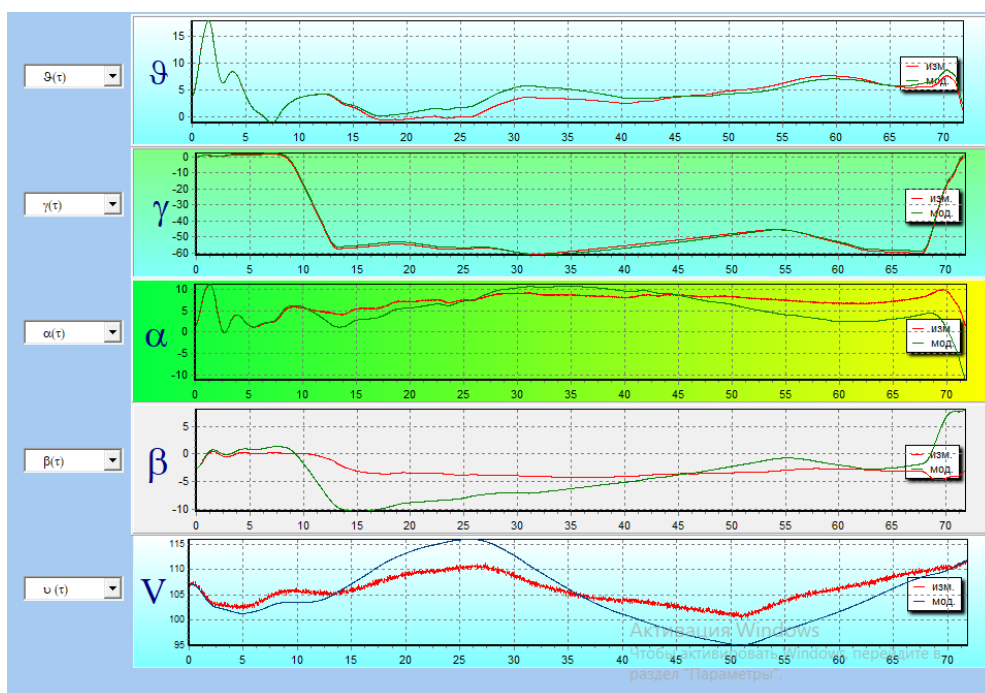


Рисунок 3.2.13 – Параметры полёта для выполнения манёвра «Змейка с вертикальной составляющей» (0-72 секунд)

Проведенное моделирование на летном симуляторе позволило оценить точность алгоритма определения трех проекций скорости ветра на основе данных СНС. Исследование включало анализ влияния двух ключевых факторов: длительности скользящего окна обработки данных и типа выполняемого маневра (шаговый наклон, бочка, прямой горизонтальный полет, установившийся вираж или устойчивый поворот, змейка и ее модификация с вертикальной составляющей). Результаты подтвердили возможность оценки проекций скорости ветра даже при ограниченной информации о движении самолета [66-69], что особенно важно для реальных условий эксплуатации. Установлено, что точность оценок существенно зависит от характера маневра и выбранного временного интервала усреднения, при этом разработанный алгоритм демонстрирует устойчивую работу во всем исследованном диапазоне режимов полета. Полученные результаты имеют практическое значение для совершенствования методов ветрокоррекции в современных системах обработки полетных данных.

Согласно результатам, представленным предложенным методом в данной работе для оценки трех проекций скорости ветра с использованием параметрической идентификации, где применяются угол атаки, угол бокового скольжения и скорость воздуха, можно наблюдать, что более точные оценки трех проекций скорости ветра могут быть обеспечены, когда метод оценивания использует больше информации о движении самолета.

3.3. Разработка алгоритма восстановления аэродинамических углов при отсутствии соответствующих датчиков

Аэродинамические углы - угол атаки и угол скольжения - представляют собой критически важные параметры, определяющие характеристики устойчивости, управляемости и маневренности летательного аппарата, а также допустимый диапазон его эксплуатационных режимов. Однако на беспилотных летательных аппаратах (БЛА) установка специализированных датчиков для непосредственного измерения этих углов часто невозможна вследствие жестких ограничений по массогабаритным характеристикам, что актуализирует разработку методов косвенной оценки на основе данных других бортовых систем измерений.

Предлагаемый метод основан на комплексной обработке полетных данных, объединяющей фундаментальные соотношения динамики полета [28], принципы работы инерциальных навигационных систем и методы параметрической идентификации динамических систем [26, 43], при этом в качестве базовых измерений используются три проекции скорости БЛА, определяемые спутниковой навигационной системой или инерциальной системой со спутниковой коррекцией с точностью не менее $\pm 0,2$ м/с при доверительной вероятности 0,95. Аналогичные алгоритмы успешно применялись для повышения точности определения углов ориентации [46], оценки систематических погрешностей измерения углов атаки, скольжения и воздушной скорости [37], коррекции других каналов бортовых измерений [38], а также для определения характеристик ветра [69, 85, 86, 87] и параметров атмосферной турбулентности. Достоверная оценка углов атаки БЛА имеет принципиальное значение при моделировании и анализе данных летных испытаний [64, 88, 89, 90], верификации результатов математического моделирования [91], а также при синтезе алгоритмов управления и оптимизации структуры системы управления БЛА, что подтверждает практическую ценность разработанного метода для широкого круга прикладных задач динамики и управления в области авиационной техники.

Рассмотрим конкретную задачу определения аэродинамических углов при наличии данных от навигационной системы (спутниковой или инерциальной), обеспечивающей измерение трех проекций скорости БЛА и углов ориентации (крена, тангажа и рыскания). В данном случае, используя известные из динамики полета преобразования координат между земной, связанной и скоростной системами отсчета, можно получить оценки углов атаки и скольжения [85, 86]. Однако следует отметить, что данное решение справедливо только для условий спокойной атмосферы при отсутствии ветровых возмущений, поскольку в общем случае наличие ветра приводит к возникновению значительных погрешностей в определяемых аэродинамических углах из-за искажения реальной картины обтекания летательного аппарата воздушным потоком.

Предлагаемый метод предусматривает компенсацию влияния ветровой нагрузки посредством параметрической идентификации трех векторных составляющих скорости ветра, а для замещения отсутствующих датчиков углов атаки и скольжения предлагается использовать данные об аэродинамических коэффициентах подъемной и боковой аэродинамических сил. Принципиально важным аспектом методики является то, что она не требует точного априорного знания значений аэродинамических коэффициентов - соответствующая неопределенность параметров нивелируется в процессе самой процедуры параметрической идентификации, что существенно расширяет область практического применения данного подхода.

3.3.1. Постановка задачи восстановления углов атаки и скольжения

При наличии измерений трех проекций скорости БЛА, углов Эйлера (ориентации), барометрической высоты полета (необходимой для расчета плотности воздуха и скоростного напора) и воздушной скорости, предлагаемая методика основывается на линейной модели для коэффициентов подъемной и боковой аэродинамических сил. Исходные данные включают: пространственные компоненты вектора скорости, угловое положение аппарата (крен, тангаж, рыскание), барометрические параметры для определения характеристик

воздушной среды, величину воздушной скорости.

Ключевое допущение метода заключается в применении линейной аппроксимации для аэродинамических коэффициентов подъемной и боковой сил, что позволяет существенно упростить процедуру параметрической идентификации при сохранении необходимой точности оценок. Важно отметить, что использование именно линейной модели (3.3.1) коэффициентов обусловлено возможностью ее эффективного согласования с другими параметрами движения через стандартные соотношения аэродинамики и динамики полета.

$$\begin{aligned} Y_a &= qS(C_{y0} + C_y^{\alpha}\alpha) \\ Z_a &= qS(C_z^{\beta}\beta) \end{aligned}, \quad (3.3.1)$$

где

Y_a, Z_a – подъемная и боковая силы; α, β – углы атаки и скольжения;

$C_{y0}, C_y^{\alpha}, C_z^{\beta}$ – аэродинамические коэффициенты;

$q = \frac{\rho_H V_{\text{ист}}^2}{2}$ – скоростной напор;

ρ_H – плотность воздуха на высоте полета H , определяемая по стандартной атмосфере;

$V_{\text{ист}}$ – истинная воздушная скорость, измеряемая на борту барометрическим методом;

S – эквивалентная площадь крыла.

При обработке фактических полётных данных расчёт скоростного напора требует применения специальных формул, учитывающих отклонения параметров реальной атмосферы от характеристик стандартной атмосферы на исследуемом участке траектории. Данный подход обеспечивает более точное определение аэродинамических нагрузок по сравнению с использованием стандартных атмосферных моделей, поскольку учитывает действительные изменения плотности воздуха, температуры и других метеорологических параметров, зафиксированных в процессе выполнения полётного задания. Особое значение это имеет при анализе характеристик летательного аппарата в различных географических регионах и

климатических условиях, где отклонения от стандартной атмосферы могут достигать существенных величин.

Для вычисления углов атаки (α) и скольжения (β) предлагается следующий алгоритм, основанный на проекциях воздушной скорости в земной нормальной системе координат [28, 72]:

$$\begin{aligned} V_{xg_a}(t_i) &= V_{xg_N}(t_i) - V_{xg_W} \\ V_{yg_a}(t_i) &= V_{yg_N}(t_i) - V_{yg_W} \\ V_{zg_a}(t_i) &= V_{zg_N}(t_i) - V_{zg_W} \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

где

$V_{xg_N}(t_i), V_{yg_N}(t_i), V_{zg_N}(t_i)$ – измеряемые СНС компоненты вектора скорости летательного аппарата в земной системе координат (продольная, нормальная и боковая составляющие соответственно);

$V_{xg_W}, V_{yg_W}, V_{zg_W}$ – идентифицируемые проекции вектора скорости ветра (подлежащие оценке в процессе параметрической идентификации).

Переход от проекций воздушной скорости в земной нормальной системе координат (3.3.2) к связанной системе координат осуществляется посредством матричного преобразования [28, 72]. Данная операция предполагает умножение исходных векторных компонент на специально сформированную матрицу перехода, элементы которой определяются текущими углами ориентации летательного аппарата. Такой подход обеспечивает строгое соответствие между различными системами отсчета и позволяет корректно определить аэродинамические нагрузки, действующие на конструкцию в процессе полета. Важно отметить, что точность преобразования напрямую зависит от достоверности измеренных углов Эйлера и правильности формирования самой матрицы перехода.

$$\begin{bmatrix} V_{x_a} \\ V_{y_a} \\ V_{z_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \gamma & \sin \gamma & -\sin \psi \cos \vartheta \\ \sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \cos \vartheta \cos \gamma & \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma \\ \sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma & \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{xg_a} \\ V_{yg_a} \\ V_{zg_a} \end{bmatrix}, \quad (3.3.3)$$

$$V_a(t_i) = \sqrt{V_{x_a}^2(t_i) + V_{y_a}^2(t_i) + V_{z_a}^2(t_i)}. \quad (3.3.4)$$

Запишем уравнения для углов атаки и скольжения [72]:

$$\begin{aligned} \alpha_N(t_i) &= -\arctg\left(\frac{V_{y_a}(t_i)}{V_{x_a}(t_i)}\right), \\ \beta_N(t_i) &= \arcsin\left(\frac{V_{z_a}(t_i)}{V_a(t_i)}\right), \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

где $\alpha_N(t_i), \beta_N(t_i)$ – оценки углов атаки и скольжения по данным навигационной системы.

Формулы (3.3.4)-(3.3.5) обеспечивают определение углов атаки и скольжения исключительно для условий спокойной атмосферы, когда вектор скорости ветра равен нулю, то есть при условии:

$$V_{xg_W} = V_{yg_W} = V_{zg_W} = 0.$$

Для определения трёх неизмеряемых на борту проекций скорости ветра применяется методика, основанная на данных об аэродинамических коэффициентах подъёмной и боковой сил. Учитывая, что аэродинамические силы традиционно анализируются в скоростной системе координат, первоначально выполняется преобразование проекций перегрузок из связанной системы координат в скоростную с использованием соответствующей матрицы перехода [72].

$$\begin{aligned} n_{x_a} &= n_x \cos \alpha \cos \beta - n_y \sin \alpha \cos \beta + n_z \sin \beta, \\ n_{y_a} &= n_x \sin \alpha + n_y \cos \alpha, \\ n_{z_a} &= n_x \cos \alpha \sin \beta + n_y \sin \alpha \sin \beta + n_z \cos \beta, \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

где n_x, n_y, n_z – перегрузки в связанной в системе координат, измеряемые бортовыми датчиками перегрузок.

Нормальная и боковая перегрузки определяются через аэродинамические силы и тяговое усилие силовой установки согласно соотношениям, приведенным в [72], где установлена аналитическая зависимость между указанными параметрами,

учитывающая как аэродинамические воздействия на конструкцию летательного аппарата, так и вклад двигательной установки в общий баланс сил.

$$\begin{aligned} mg \cdot n_{y_a} &= qSC_y(\alpha) + P \cos \phi_{\text{дв}} \cdot \sin \alpha, \\ mg \cdot n_{z_a} &= qSC_z(\beta) - P \cos \phi_{\text{дв}} \cdot \cos \alpha \sin \beta, \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

где

P – сила тяги двигателя, относительно которой принимаем допущение, что она направлена вдоль оси двигателя;

$\phi_{\text{дв}}$ – угол установки двигателя, то есть угол между осью двигателя и осью O_x связанной системы координат.

Подставим в (3.3.7) линейные выражения для коэффициентов [72]:

$$\begin{aligned} mg \cdot n_{y_a} &= qS(C_{y0} + C_y^\alpha \alpha) + P \cos \phi_{\text{дв}} \cdot \sin \alpha, \\ mg \cdot n_{z_a} &= qS(C_z^\beta \beta) - P \cos \phi_{\text{дв}} \cdot \cos \alpha \sin \beta, \end{aligned}$$

Линейная аппроксимация аэродинамических сил справедлива в ограниченном диапазоне малых значений углов атаки и скольжения, что позволяет принять соответствующие упрощающие допущения [72].

$$\begin{aligned} \cos \alpha &\approx 1, \\ \sin \beta &\approx \beta. \end{aligned}$$

Тогда,

$$\begin{aligned} mg \cdot n_{y_a} &= qSC_{y0} + \alpha(qSC_y^\alpha + P \cos \phi_{\text{дв}}), \\ mg \cdot n_{z_a} &= \beta(qSC_z^\beta - P \cos \phi_{\text{дв}}), \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

Из (8) найдём углы атаки и скольжения. Для краткости примем $\varphi_{\text{дв}} = 0$, то есть $\cos \varphi_{\text{дв}} = 1$, а также введём индекс АДХ, указывающий на зависимость от аэродинамических характеристик [148].

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{АДХ}} &= \frac{mg \cdot n_{y_a} - qSC_{y0}}{qSC_y^\alpha + P}, \\ \beta_{\text{АДХ}} &= \frac{mg \cdot n_{z_a}}{qSC_z^\beta - P}. \end{aligned} \quad (3.3.9)$$

Формула (3.3.9) позволяет получить оценки углов атаки и скольжения на

основе аэродинамических коэффициентов подъёмной и боковой сил, тяги силовой установки, а также измеряемых бортовой аппаратурой перегрузок в связанной системе координат (3.3.6). Таким образом, сформированы два типа оценок углов атаки и скольжения:

- оценки, основанные на аэродинамических коэффициентах (3.3.9), зависящие от воздействия ветрового возмущения;
- оценки, полученные по данным навигационной системы (3.3.5), в которых влияние воздушных потоков не учитывается.

Для применения методов параметрической идентификации требуется преобразовать полученные результаты в соответствующую форму. Это предполагает определение модели объекта, модели измерений и вектора идентифицируемых параметров.

3.3.2. Варианты решения в зависимости от полноты и достоверности исходных данных

Рассмотрим несколько вариантов в зависимости от полноты и достоверности исходных данных.

Случай точных априорных данных. Предположим, что аэродинамические коэффициенты и тяга двигателей известны с высокой точностью, а воздушная скорость определяется барометрическим методом без погрешностей. В этом случае в качестве модели объекта принимаются соотношения (3.3.1)–(3.3.5), основанные на измерениях трёх проекций скорости $V_{xg-N}, V_{yg-N}, V_{zg-N}$ в земной системе координат, выполняемых спутниковой навигационной системой (СНС). Данная модель содержит три неизвестных параметра – проекции скорости ветра $V_{xg-W}, V_{yg-W}, V_{zg-W}$ и позволяет вычислить оценку воздушной скорости V_a (3.3.4), а также оценки углов атаки и скольжения (3.3.5).

Модель наблюдений включает выражения (3.3.6)–(3.3.9), базируется на бортовых измерениях перегрузок n_x, n_y, n_z в связанной системе координат и обеспечивает получение оценок углов атаки и скольжения (3.3.9). Кроме того, в неё

входят барометрические измерения воздушной скорости. Вектор наблюдений вводится следующим образом [72]:

$$\begin{aligned} z_1(t_i) &= \alpha_{\text{АДХ}}(t_i), \\ z_2(t_i) &= \beta_{\text{АДХ}}(t_i), \\ z_3(t_i) &= V_{\text{бар}}(t_i). \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

Тогда модель измерений примет вид:

$$\begin{aligned} z_1(t_i) &= \alpha_N(t_i) + \xi_1(t_i), \\ z_2(t_i) &= \beta_N(t_i) + \xi_2(t_i), \\ z_3(t_i) &= V_a(t_i) + \xi_3(t_i), \end{aligned} \quad (3.3.11)$$

где $\xi_1(t_i), \xi_2(t_i), \xi_3(t_i)$ – случайные погрешности измерений, которые обычно считаются нормальными, независимыми случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями и постоянными дисперсиями.

В (3.3.10) $\alpha_N(t_i), \beta_N(t_i)$ рассчитываются по формуле (3.3.3), а оценка скорости $V_a(t_i)$ – по формуле (3.3.4). Вектор неизвестных параметров, подлежащих идентификации, включает три проекции скорости ветра [72]:

$$\mathbf{a}^T = [V_{xg-w}, V_{yg-w}, V_{zg-w}]$$

Учёт неопределённости априорных данных. Модель (3.3.11) представляет собой идеализированный случай, поскольку барометрические измерения воздушной скорости обычно содержат неисключённую систематическую погрешность C_v . Кроме того, аэродинамические коэффициенты и тяга двигателей также известны с определённой степенью погрешности. Для учёта данных факторов введём аддитивные и мультипликативные погрешности в каналах измерений углов атаки и скольжения.

Уточнённая модель измерений формулируется в следующем виде [72]:

$$\begin{aligned} z_1(t_i) &= K_\alpha \alpha_N(t_i) + C_\alpha + \xi_1(t_i), \\ z_2(t_i) &= K_\beta \beta_N(t_i) + C_\beta + \xi_2(t_i), \\ z_3(t_i) &= V_a(t_i) + C_v + \xi_3(t_i), \end{aligned} \quad (3.3.12)$$

где

K_α, K_β – коэффициенты мультипликативных погрешностей в каналах углов атаки и скольжения;

C_α, C_β, C_V – аддитивные постоянные погрешности в каналах углов атаки, скольжения и воздушной скорости.

Сравнивая (3.3.12) и (3.3.10), получим соотношения между коэффициентами погрешностей и аэродинамическими коэффициентами. Если значения аэродинамических коэффициентов и силы тяги, используемые в (3.3.10), равны истинным значениям (погрешности отсутствуют), то коэффициенты мультипликативных погрешностей $K_\alpha = K_\beta = 1$, а аддитивная погрешность $C_\alpha = 0$. В противном случае отклонение коэффициента K_α от 1 характеризует относительную погрешность множителя $(qSC_y^\alpha + P)$, отклонение K_β от 1 – относительную погрешность множителя $(qSC_z^\beta - P)$, а погрешность слагаемого qSC_{y_0} определяет величину аддитивного коэффициента ΔC_α .

При использовании модели измерений (3.3.12) вектор идентифицируемых параметров равен [72]:

$$\mathbf{a}^T = [V_{xg-w}, V_{yg-w}, V_{zg-w}, K_\alpha, C_\alpha, K_\beta, C_\beta, C_V]. \quad (3.3.13)$$

При проведении вычислений по соотношениям (3.3.6) требуется задание априорных значений углов атаки и скольжения. В качестве начального приближения могут быть использованы оценки (3.3.5), полученные в предположении нулевой скорости ветра. После завершения процедуры параметрической идентификации окончательные оценки углов атаки и скольжения также рекомендуется определять по формулам (3.3.5), но уже с учётом рассчитанных проекций скорости ветра.

В случае наличия детализированного банка аэродинамических характеристик, выражение (3.3.9) может быть представлено в следующем виде [72]:

$$\alpha_{\text{АДХ}} = \frac{mg \cdot n_{y-a} - qSC_{y0} - qSC_y^{\delta_B} \delta_B}{qSC_y^a + P},$$

$$\beta_{\text{АДХ}} = \frac{mg \cdot n_{z-a} + qSC_z^{\delta_H} \delta_H}{qSC_z^{\beta} - P},$$
(3.3.14)

где

δ_B, δ_H – отклонения руля высоты и руля направления;

$C_y^{\delta_B}$ – коэффициент подъемной силы руля высоты;

$C_z^{\delta_H}$ – коэффициент боковой силы руля направления.

В рамках параметрической идентификации минимизируемый функционал формируется как взвешенная сумма квадратов невязок между экспериментальными данными и модельными значениями выходных сигналов, зависящих от идентифицируемых параметров. Оптимальные оценки параметров определяются как аргументы минимума данного функционала. Численное решение задачи минимизации осуществляется итерационными методами, в частности, с использованием модифицированного алгоритма Ньютона [26].

3.3.3. Исследование метода восстановления углов атаки и скольжения по данным стендового моделирования

Для исследования характеристик предложенного алгоритма обрабатывались 9 участков полета, выполненных на пилотажном стенде [72]:

Участок -1, Участок -2 – дачи РУС по тангажу;

Участок -3, Участок -4, Участок -5 – дачи РУС по крену;

Участок -6 – дачи РУС по тангажу и крену;

Участок -7 – маневр «бочка»;

Участок -8 – маневр «змейка»;

Участок -9 – «змейка» с набором и снижением.

В исследовании рассматривался постоянный ветровой поток с компонентами скорости: продольной - 5 м/с, поперечной - 7 м/с и вертикальной - 2 м/с. Для обеспечения достоверности результатов во все входные сигналы алгоритма оценки углов атаки и скольжения вводились независимые нормально распределенные

случайные помехи с нулевым средним значением. Дисперсии помех соответствовали типичному уровню случайных погрешностей, наблюдаемых в реальных летных условиях. В ходе верификации алгоритма аэродинамические коэффициенты задавались с преднамеренным внесением погрешностей в диапазоне 15-20%. Компенсация данных погрешностей достигалась за счет процедуры идентификации, включающей одновременное определение мультипликативных и аддитивных корректирующих коэффициентов.

Анализ точности предложенного алгоритма выполнен на 9 характерных участках полёта, с результатами, представленными в таблицах 1-3. Ключевое преимущество моделирования заключается в наличии эталонных значений углов атаки и скольжения, исключённых из алгоритма обработки. В табличных данных столбец "с.к.о. невязки" отражает среднеквадратическое отклонение между модельными (истинными) и восстановленными значениями углов. Полученные значения с.к.о. составляют не более 0.269 градуса для угла атаки и 0.106 градуса для угла скольжения, что свидетельствует о высокой точности метода.

Достигнутая точность соответствует характеристикам современных бортовых датчиков, что позволяет рассматривать алгоритм как альтернативу прямым измерениям. Анализ табличных данных показывает, что относительная погрешность (отношение с.к.о. невязки к с.к.о. сигнала) не превышает 7% для угла атаки и 4% для угла скольжения [72], подтверждая эффективность предложенного подхода.

Параметр	Участок								
	Участок -1			Участок -2			Участок -3		
	с.к.о. невязки, градус	с.к.о. сигнала, градус	отнош. в %	с.к.о. невязки, градус	с.к.о. сигнала, градус	отнош. в %	с.к.о. невязки, градус	с.к.о. сигнала, градус	отнош. в %
угол атаки	0,227	3,531	6,443	0,165	2,755	5,974	0,133	2,786	4,764
угол скольжения	0,014	0,516	2,802	0,016	0,612	2,661	0,038	1,814	2,082

Таблица 3.3.1 – Результаты проверки метода для участков 1 – 3

Параметр	Участок								
	Участок -4			Участок -5			Участок -6		
	с.к.о. невязки, градус	с.к.о. сигнала, градус	отнош. в %	с.к.о. невязки, градус	с.к.о. сигнала, градус	отнош. в %	с.к.о. невязки, градус	с.к.о. сигнала, градус	отнош. в %
угол атаки	0,226	4,197	5,387	0,253	3,784	6,690	0,269	5,059	5,307
угол скольжения	0,056	1,657	3,377	0,081	2,442	3,304	0,081	2,425	3,335

Таблица 3.3.2 – Результаты проверки метода для участков 4 – 6

Параметр	Участок								
	Участок -7			Участок -8			Участок -9		
	с.к.о. невязки, градус	с.к.о. сигнала, градус	отнош. в %	с.к.о. невязки, градус	с.к.о. сигнала, градус	отнош. в %	с.к.о. невязки, градус	с.к.о. сигнала, градус	отнош. в %
угол атаки	0,254	8,034	3,167	0,127	3,858	3,301	0,234	6,893	3,401
угол скольжения	0,106	9,485	1,122	0,065	3,814	1,695	0,076	3,164	2,408

Таблица 3.3.3 – Результаты проверки метода для участков 7 – 9

Проведенные исследования [72] убедительно демонстрируют устойчивость предложенного алгоритма оценки аэродинамических углов к различным типам полетных маневров. На рисунках 1 и 2 представлены сравнительные данные для участка 8 полета, где отчетливо видно высокое соответствие между модельными значениями углов ("Мод"), полученными на пилотажном стенде, и восстановленными оценками ("Эксп"). Важно отметить, что аналогичная точность восстановления наблюдается на всех исследованных участках полета, что подтверждает стабильность работы алгоритма в различных летных условиях. Полученные результаты свидетельствуют о том, что точность метода практически не зависит от характера выполняемого маневра, а степень соответствия между модельными и экспериментальными данными остается высокой на всех этапах полета.

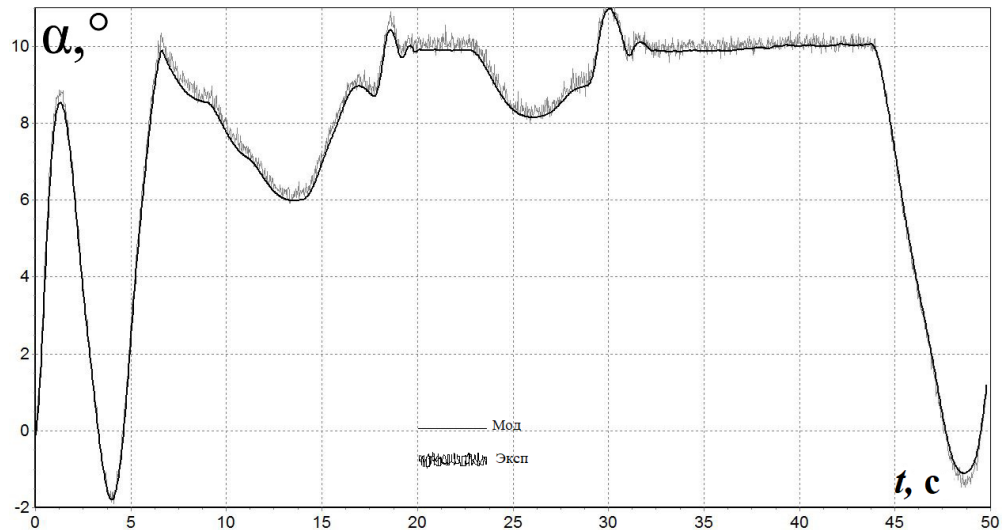


Рисунок 3.3.1 – Восстановленный и истинный угол атаки

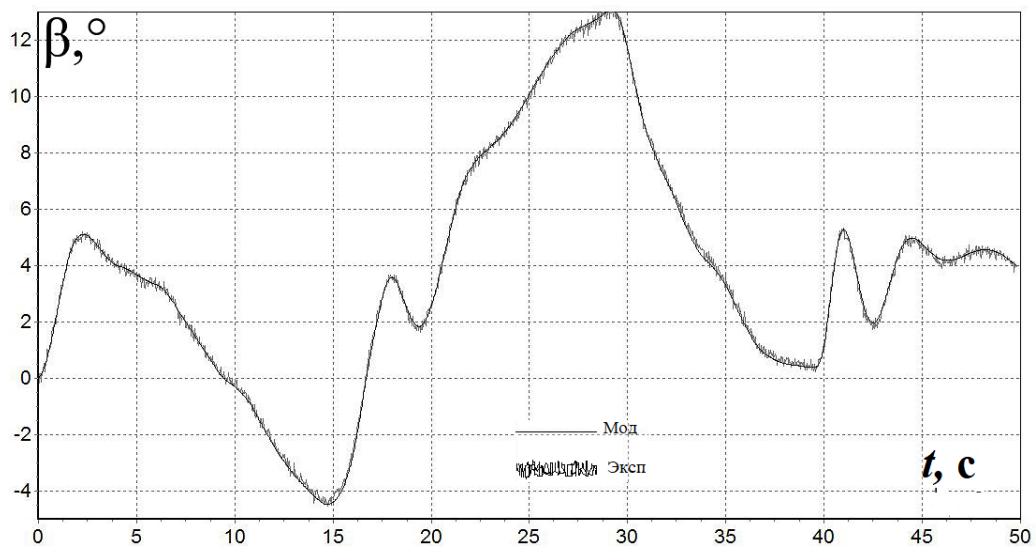


Рисунок 3.3.2 – Восстановленный и истинный угол скольжения

Как видно из рисунков 3.3.1 и 3.3.2, восстановленные сигналы содержат шумовые составляющие, что обусловлено учётом случайных погрешностей бортовых измерений в разработанной модели. Данный фактор является закономерным следствием стремления к максимально точному воспроизведению реальных условий эксплуатации летательных аппаратов.

Разработанный метод оценки аэродинамических углов, базирующийся на информации навигационной системы и данных об углах ориентации, демонстрирует значительный потенциал для повышения надёжности авиационных систем в условиях отсутствия специализированных датчиков. Достигнутая

точность, сопоставимая с прямыми измерениями, позволяет рассматривать возможность его интеграции в системы управления современных и перспективных летательных аппаратов различных классов – от беспилотных платформ до гиперзвуковых систем, где требования к минимизации массы и сложности оборудования являются критически важными.

Направления дальнейших исследований включают: адаптацию метода к реальным условиям эксплуатации с учётом турбулентности, динамических возмущений и аппаратных погрешностей; разработку комбинированных алгоритмов с элементами машинного обучения для повышения устойчивости оценок; создание универсального инструментария для резервирования или замены традиционных датчиков. Реализация указанных направлений позволит существенно снизить стоимость разработки авиационных систем при одновременном повышении их отказоустойчивости.

3.4. Разработка алгоритма определения атмосферных параметров с учетом свойств атмосферы при сравнении математических моделей аэродинамических коэффициентов с полётными данными

В современной авиационной индустрии компьютерное моделирование [88-93] стало неотъемлемым инструментом при разработке и испытаниях новой техники. Этот подход обеспечивает комплексную и качественную оценку характеристик [88-90] при значительном сокращении затрат на натурные эксперименты [91-93]. Достоверные математические модели летательных аппаратов находят применение не только в испытательной деятельности, но и при создании тренажерных комплексов, расследовании авиационных инцидентов и других задачах. Верификация адекватности таких моделей выполняется путем сопоставления их выходных параметров с данными реальных полетов, причем для корректировки аэродинамических коэффициентов активно применяются методы параметрической идентификации [94-96]. Следует отметить, что, как доказано в [97], даже незначительные погрешности в моделях объекта, измерительных систем или окружающей среды могут привести к существенным расхождениям между экспериментальными и расчетными данными, а также к смещению получаемых оценок. Особое значение при моделировании полета имеет учет атмосферных факторов, что объясняет повышенное внимание исследователей к методам бортовых измерений параметров атмосферы и алгоритмам компенсации систематических погрешностей [98-101]. Ключевым параметром, определяющим аэродинамические характеристики, является плотность воздуха на высоте полета, поскольку именно она определяет величину скоростного напора - критического параметра в уравнениях аэродинамических сил и моментов. Например, подъемная сила рассчитывается по формуле [73]:

$$Y = qSC_y,$$

где

q – скоростной напор, Па;

S – площадь крыла, м²;

C_y – коэффициент подъемной силы, ед.

Поэтому рассмотрим основные варианты определения скоростного напора по полетным данным.

3.4.1. Варианты вычисления скоростного напора

Традиционная формула вычисления скоростного напора, представленная в большинстве источников, имеет вид:

$$q = \frac{\rho_H V_{ист}^2}{2}, \quad (3.4.1)$$

где

ρ_H – плотность воздуха на высоте полета, кг/м³;

$V_{ист}$ – истинная воздушная скорость, м/с.

При моделировании движения самолета для сравнения с данными летного эксперимента эту формулу можно использовать двумя способами.

Первый и наиболее распространённый на практике метод определения скоростного напора основан на использовании данных системы бортовых измерений (СБИ), где регистрируются два ключевых параметра: барометрическая высота ($H_{бар}$) и истинная воздушная скорость ($V_{ист}$), вычисляемые системой воздушных сигналов (СВС). Несмотря на присущие барометрическим измерениям систематические погрешности (включая инструментальные погрешности датчиков давления и температуры, аэродинамические искажения восприятия статического/полного давлений, временные задержки в трубопроводах, а также статические и динамические погрешности температурных датчиков), их влияние минимизируется за счёт аэродинамических поправок. Эти поправки определяются в ходе лётных испытаний как функции основных параметров полёта (высоты, числа Маха, углов атаки и скольжения) и вносятся в вычислитель СВС для коррекции измерений. В результате, значения $H_{бар}$ и $V_{ист}$, регистрируемые СБИ, достигают высокой точности. Таким образом, первый вариант расчёта скоростного напора предполагает: (1) определение плотности воздуха (ρ_H) на текущей высоте полёта по модели стандартной атмосферы [149] на основе скорректированного значения $H_{бар}$;

(2) подстановку полученных ρ_H и $V_{\text{ист}}$ в формулу (1). Этот метод сочетает оперативность с приемлемой для большинства практических задач точностью, что объясняет его широкое применение в авиационной практике. Согласно СА, плотность ρ_H рассчитывается по формулам [73]:

$$\rho_H = \frac{P_H}{RT_H}, \quad (3.4.2)$$

где

$$T_H = T_* + \beta(H - H_*), \quad (3.4.3)$$

$$P_H = 10^{\lg P_H}, \quad (3.4.4)$$

$$\lg P_H = \lg P_* - \frac{g_c}{\beta R} \lg \left(\frac{T_H}{T_*} \right), \quad (3.4.5)$$

где, H_* , p_* , T_* – значения геопотенциальной высоты, статического давления и абсолютной температуры на нижней границе слоя СА;

$g_c = 9,80665$, м/с² – ускорение силы тяжести;

$R = 287,05287$, Дж/кг·К – газовая постоянная;

β – градиент температуры в слое СА, К/м.

Для слоев СА, обычно применяемых в авиации, значения H_* , p_* , T_* , β представлены в табл. 3.4.1 [102].

Н, м	T_* , К	p_* , Па	β , К/м
0	288,15	101325	-0,0065
11000	216,65	22632	0,0
20000	216,65	5474,87	0,001

Таблица 3.4.1 – Ключевые параметры стандартной атмосферы согласно ГОСТ 4401-81 для нижних границ атмосферных слоев

Геопотенциальная высота H рассчитывается через геометрическую высоту h по следующей зависимости:

$$H = \frac{r \times h}{r + h}, \quad (3.4.6)$$

где $r=6356767$ м.

Первый метод определения скоростного напора основан на использовании формулы (3.4.1), куда подставляется измеренная в полёте истинная воздушная скорость $V_{\text{ист}}$, а плотность воздуха ρ_n рассчитывается по уравнениям (3.4.2)-(3.4.6) с использованием эталонных данных стандартной атмосферы из таблицы 5.3.1. Данный подход обеспечивает теоретически строгое решение, учитывающее изменение плотности воздуха с высотой, и требует точных измерений воздушной скорости. Метод находит применение при проведении аэродинамических расчётов, лётных испытаний и верификации бортовых измерительных систем.

При этом в формуле (3.4.6) вместо геометрической высоты h используются измеренные на борту значения барометрической высоты $H_{\text{бар}}$. Таким образом, принимается допущение о равенстве геопотенциальной высоты H и барометрической высоты $H_{\text{бар}}$ для целей расчёта плотности воздуха ρ_n .

$$h = H_{\text{бар}}$$

В представленном случае основным источником погрешности выступает расхождение между параметрами стандартной атмосферы (СА) и фактическими атмосферными условиями во время полёта. Это неизбежно приводит к различиям между расчётной плотностью ρ_n , полученной по модели СА, и реальным значением плотности воздуха в условиях лётного эксперимента.

Второй подход предполагает устранение указанного недостатка путём подстановки в формулу (3.4.2) непосредственно измеренных значений давления $p_{\text{н СВС}}$ и температуры $T_{\text{н СВС}}$, полученных от системы воздушных сигналов (СВС). Основное преимущество данного метода заключается в использовании актуальных параметров реальной атмосферы, при условии что: СВС прошла необходимые лётные испытания, учтены все аэродинамические поправки и обеспечена требуемая точность измерений.

Несмотря на теоретические преимущества, второй метод редко применяется на практике, поскольку использование стандартного программного модуля СА оказывается технически более простым решением.

Существует возможность усовершенствования первого подхода путём замены барометрической высоты $H_{\text{бар}}$ на геометрическую высоту, измеряемую: инерциальной навигационной системой (ИНС) и спутниковой навигационной системой (СНС).

В этом случае измеренное значение высоты $H_{\text{СНС}}$ подставляется в уравнение (3.4.6) в качестве геометрической высоты, то есть принимается:

$$h = H_{\text{СНС}} .$$

В представленной методике плотность воздуха ρ_n на высоте полёта рассчитывается по параметрам стандартной атмосферы с использованием формул (3.4.2)-(3.4.5).

Следует отметить, что точность данного подхода несколько ниже по сравнению с вариантом 1, что обусловлено особенностями применяемой модели. Однако его использование становится целесообразным в условиях отсутствия бортовых барометрических измерений, что характерно для некоторых типов беспилотных летательных аппаратов с упрощённой измерительной аппаратурой. Таким образом, в практике аэродинамических расчётов могут применяться два основных варианта определения плотности воздуха, включая модифицированную версию первого способа, где вместо барометрических данных используются измерения высоты, полученные от спутниковой навигационной системы. Выбор конкретного метода зависит от технического оснащения летательного аппарата и требуемой точности расчётов, причём каждый из подходов имеет свои области оптимального применения.

3.4.2. Экспериментальная оценка степени согласованности методов определения плотности

Лётные эксперименты проводились [73] в стабильных метеоусловиях при отсутствии облачности и болтанки на рабочих высотах, с поддержанием приборной скорости 130-150 км/ч. В ходе испытаний последовательно выполнялись основные полётные режимы: установившийся горизонтальный полёт, виражи с постоянной высотой, прямолинейные набор высоты и снижение, а также разгон до заданной

скорости. Сравнительный анализ методов определения атмосферных параметров показал существенные различия: в таблице 3.4.2 представлены результаты сопоставления базового варианта 1 (расчёты по стандартной атмосфере) с вариантом 3 (прямые измерения), тогда как таблица 3.4.3 отражает данные сравнения модифицированного варианта 1 (с корректировками) с вариантом 3. Особое внимание уделялось обеспечению единых условий для всех режимов, синхронной регистрации параметров, исключению внешних возмущений и стандартизированной обработке данных [73].

Дата полета	Вид маневра и номер участка	Н _{бар} , м	V _{пр} , км/ч	м.о. Δр, Па	с.к.о. Δр, Па	м.о. ΔТ, К	с.к.о. ΔТ, К	м.о. Δρ, кг/м ³	с.к.о. Δρ, кг/м ³	м.о. ε _р , %	м.о. ε _Т , %	м.о. ε _ρ , %
17.04.19	вираж 1	3745	132	42,9	12,278	5,11	0,1260	0,0160	0,000447	0,067	1,93	1,9
17.04.19	вираж 2	3750	135	51	11,503	5,24	0,1870	0,016	0,000611	0,081	1,97	1,93
17.04.19	вираж 3	3750	135	47,5	11,581	5,19	0,1271	0,016	0,000412	0,074	1,97	1,93
17.04.19	снижение	2996-2500	170	50,63	10,150	6,66	0,2918	0,022	4,123105	0,068	2,46	2,45
19.07.19	ГП 1	5000	132	58,29	6,2177	4,72	0,1313	0,014	0,000356	0,107	1,84	1,91
19.07.19	ГП 2	1500	140	48,99	10,033	2,87	0,1307	0,011	0,000447	0,057	1,02	1,07
19.07.19	ГП 3	5000	150	32,49	5,7	4,78	0,2024	0,014	0,000547	0,118	1,87	1,95
19.07.19	набор	4100-4550	137	30,95	5,5632	4,8	0,3082	0,015	0,001	0,098	1,84	1,91
19.07.19	разгон	5000	130-180	63,88	7,2249	4,34	0,2387	0,013	0,000624	0,118	1,69	1,78
02.03.19	ГП 1	3050	145	46,5	3101	16,1	0,0110	0,057	0,000000	0,066	6,02	6,34
02.03.19	ГП 2	1150	150	12,02	2322	20,1	0,018	0,084	0,000000	0,013	7,2	7,74
02.03.19	ГП 3	1940	150	35,45	534	18,9	0,027	0,074	0,000000	0,044	6,9	7,36

Таблица 3.4.2 – Сравнительный анализ атмосферных параметров: бортовые измерения vs ГОСТ 4401-81 на основе барометрической высоты (вариант 1)

Дата полета	Вид маневра и номер участка	Н _{сис} , м	V _{пр} , км/ч	м.о. Δр, Па	с.к.о. Δр, Па	м.о. ΔТ, К	с.к.о. ΔТ, К	м.о. Δρ, кг/м³	с.к.о. Δρ, кг/м³	м.о. ε _р , %	м.о. ε _Т , %	м.о. ε _ρ , %
17.04.19	вираж 1	3781	132	248,0	12,737	4,88	0,1244	0,019	0,000447	0,39	1,85	2,28
17.04.19	вираж 2	3790	135	246,5	12,215	4,97	0,1854	0,0194	0,000644	0,38	1,88	2,32
17.04.19	вираж 3	3789	135	260,2	10,322	4,95	0,1244	0,0195	0,000435	0,41	1,87	2,33
17.04.19	снижение	3060-2850	170	596,6	41,344	6,2	0,2730	0,029	0,001673	0,78	2,29	3,2
19.07.19	ГП	5066	132	453,0	6,5475	5,18	0,13	0,008	0,000372	0,845	2,03	1,16
19.07.19	ГП	1501	140	21	9,6963	2,88	0,13	0,0111	0,000547	0,024	1,02	1,05
19.07.19	ГП	5068	150	451,0	8,6625	5,25	0,2063	0,0087	0,000529	0,84	2,05	1,18
19.07.19	набор	4150-4650	137	362,5	15,377	5,15	0,3193	0,0105	0,001	0,619	1,98	1,33
19.07.19	разгон	5060	130-180	415,	10,985	4,77	0,2280	0,0078	0,000754	0,775	1,87	1,07
02.03.19	ГП	3056	145	45,5	3093	16,1	0,011	0,057	0,000000	0,065	6,027	6,34
02.03.19	ГП	1149	150	18,9	2476	20,1	0,0187	0,084	0,000000	0,021	7,20	7,73
02.03.19	ГП	1940	150	35	507,23	19	0,027	0,074	0,000000	0,044	6,9	7,36

Таблица 3.4.3 – Сравнительный анализ атмосферных параметров: бортовые измерения vs ГОСТ 4401-81 на основе высоты спутниковой навигационной системы (вариант 1 модифицированный)

Анализ расхождений атмосферных параметров между бортовыми измерениями и данными стандартной атмосферы проводился путём вычисления абсолютных величин рассогласований по давлению, температуре и плотности с использованием методики следующим образом [173].

$$\Delta p = p_{\text{изм}} - p_{\text{СА}}, \Delta T = T_{\text{изм}} - T_{\text{СА}}, \Delta \rho = \rho_{\text{изм}} - \rho_{\text{СА}}.$$

Для нахождения относительных рассогласований применялись формулы:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta p}{p_{\text{СА}}} 100\%, \quad \varepsilon_T = \frac{\Delta T}{T_{\text{СА}}} 100\%, \quad \varepsilon_\rho = \frac{\Delta \rho}{\rho_{\text{СА}}} 100\%.$$

Для количественной оценки несоответствий между измеренными и эталонными параметрами были использованы классические определения абсолютной и относительной погрешностей, принятые в теории измерений [103]. Полученные статистические характеристики - математические ожидания и среднеквадратические отклонения абсолютных рассогласований, а также

математические ожидания относительных погрешностей - систематизированы в таблицах 3.4.2 и 3.4.3. Указанные таблицы содержат полную информацию об условиях проведения экспериментов: даты выполнения полетов, типы маневров, номера участков, значения барометрической ($H_{бар}$) и геометрической ($H_{СНС}$) высот, а также приборные скорости.

Результаты, представленные в таблице 3.4.2, демонстрируют незначительные отклонения по статическому давлению, не превышающие 0,22%, что объясняется методикой расчета, основанной на использовании высотных данных, полученных по статическому давлению. Более существенные расхождения наблюдаются по температурным параметрам (1-7%) и плотности (1-8%). Анализ показывает, что погрешности определения плотности преимущественно обусловлены температурными отклонениями, что соответствует теоретической зависимости, описываемой формулой (3.4.2) при условии малой погрешности измерений статического давления. В таблице 3.4.3 приведены данные, полученные при использовании геометрической высоты $H_{СНС}$, измеренной спутниковой навигационной системой. В этом случае максимальное расхождение по статическому давлению возрастает до 0,85%, оставаясь в допустимых пределах, тогда как температурные и плотностные характеристики сохраняют величину погрешностей, аналогичную предыдущему случаю (таблица 3.4.2).

На примере манёвра "вираж 1" (рис. 3.4.1-3.4.3) прослеживается временная динамика относительных рассогласований по давлению, температуре и плотности. Особый интерес представляет рисунок 3.4.2, где чётко проявляются погрешности дискретизации температурных измерений. Как следует из рисунка 3.4.3, указанные погрешности напрямую влияют на точность определения плотности, демонстрируя характер трансформации погрешностей через цепочку расчётных параметров [149]. Наблюдаемые особенности подтверждают важность учёта дискретизационных эффектов при обработке бортовых измерений атмосферных параметров в различных режимах полёта.

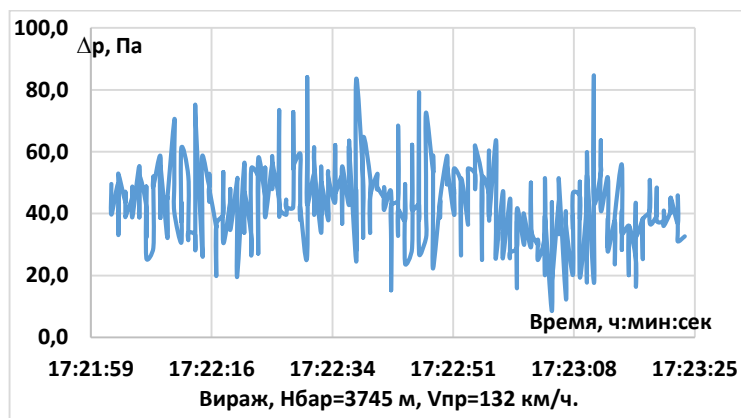


Рисунок 3.4.1 – Зависимость абсолютной величины погрешности давления по времени для барометрической высоты

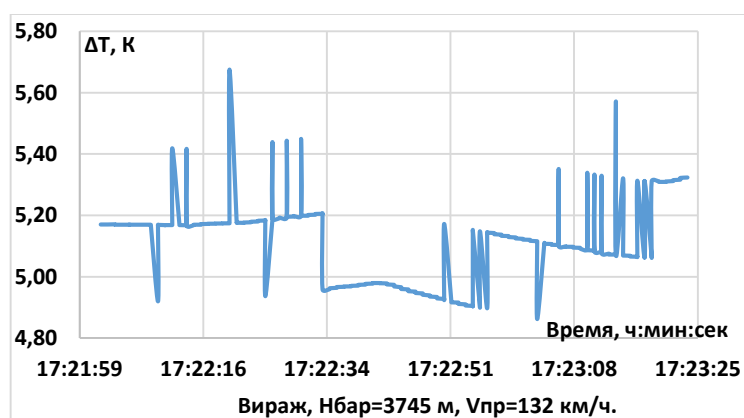


Рисунок 3.4.2 – Зависимость абсолютной величины погрешности температуры по времени для барометрической высоты

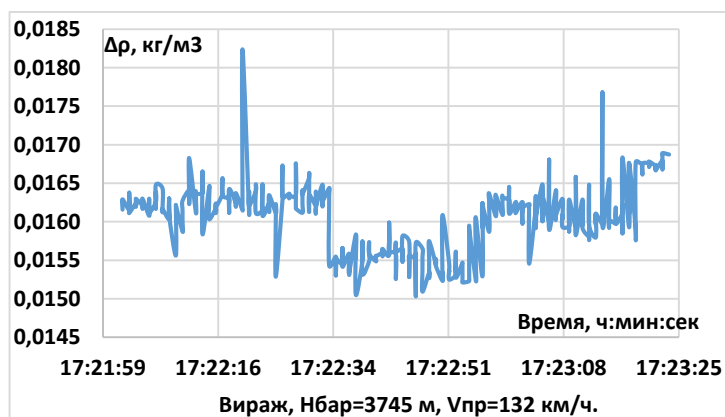


Рисунок 3.4.3 – Зависимость абсолютной величины погрешности плотности по времени для барометрической высоты

На рисунках (3.4.4 -3.4.6) представлены данные, полученные в режиме набора высоты, где также отчетливо наблюдаются погрешности дискретизации (особенно на рис. 3.4.5 и 3.4.6). Анализ графиков позволяет сделать

предварительный вывод о слабой зависимости величин рассогласований от высоты полета, однако следует подчеркнуть, что такая особенность характерна исключительно для данного конкретного участка исследования [73]. Полученные результаты подтверждают необходимость индивидуального подхода к анализу погрешностей для различных режимов полета и маневров, поскольку характер рассогласований может существенно варьироваться в зависимости от конкретных условий выполнения полетного задания.

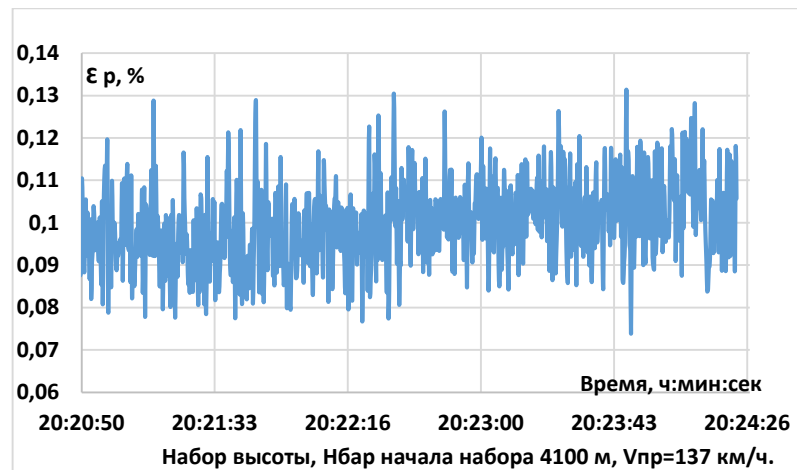


Рисунок 3.4.4 – Зависимость относительной величины погрешности давления по времени для барометрической высоты

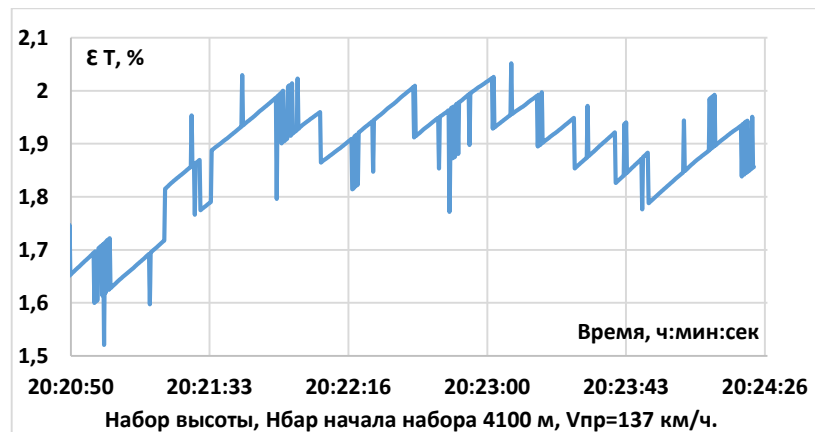
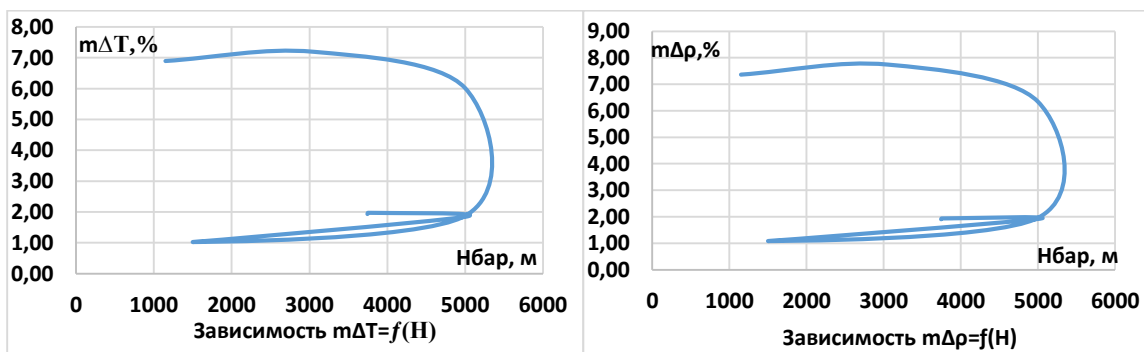


Рисунок 3.4.5 – Зависимость относительной величины погрешности температуры по времени для барометрической высоты



Рисунок 3.4.6 – Зависимость относительной величины погрешности плотности по времени для барометрической высоты

Для верификации данного предположения выполнено построение средних значений рассогласований по температуре и плотности в зависимости от высоты полёта, охватывающее все исследованные участки. Полученные зависимости, представленные на рисунках 3.4.7 (а) и 3.4.7 (б) [73], подтверждают первоначальные выводы о характере распределения погрешностей. Графическая интерпретация данных позволяет наглядно оценить степень влияния высотного фактора на точность определения ключевых атмосферных параметров в различных режимах полёта.



а)

б)

Рисунок 3.4.7 – Зависимость оценок математического ожидания абсолютной величины рассогласований по температуре а) и плотности б) воздуха от барометрической высоты.

Представленные данные наглядно демонстрируют отсутствие выраженной связи между величиной рассогласований и высотой полёта. Существует гипотеза,

что точность соответствия может быть улучшена за счёт сезонной адаптации модели, например, путём использования специализированных вариантов стандартной атмосферы ("зимний" и "летний"). В рамках настоящего исследования применялась исключительно стандартная атмосфера согласно ГОСТ 4401-81 без учёта сезонных вариаций.

На рисунке 3.4.8 представлены результаты сопоставления бортовых измерений с данными метеорологического зондирования [104] для Рязанского региона. График отображает относительные отклонения температуры и плотности воздуха от значений стандартной атмосферы (ГОСТ 4401-81) в широком диапазоне высот (0-11000 м), что позволяет оценить степень соответствия нормативной модели реальным атмосферным условиям в конкретном географическом регионе.

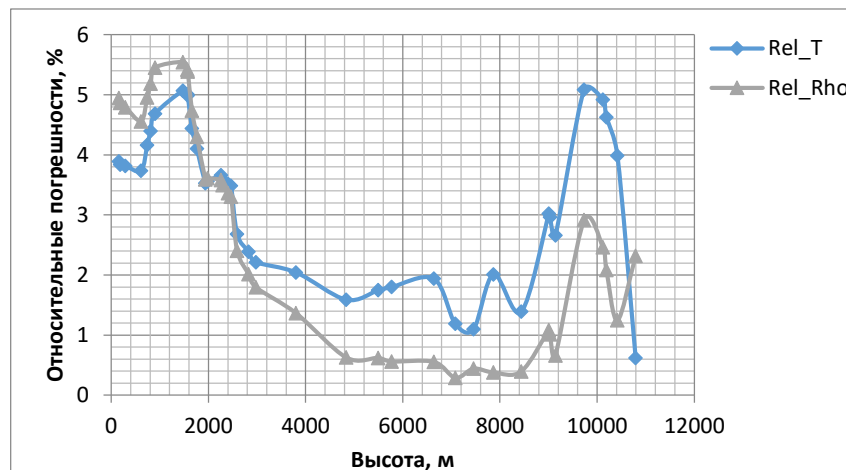


Рисунок 3.4.8 – Зависимость относительных отклонений температуры и плотности от СА в функции высоты в районе г. Рязань 21.10.2020 г.

Полученные значения отклонений варьируются в пределах 0,4-6,5%, что полностью согласуется с ранее представленными результатами (см. таблицы 3.4.2 и 3.4.3, а также графические данные на рисунках 3.4.1-3.4.7). Такое соответствие подтверждает достоверность проведённых измерений и обоснованность методики анализа. Наблюдаемый диапазон погрешностей отражает типичный уровень отклонений реальных атмосферных параметров от стандартизированной модели в различных условиях полёта.

3.4.3. Анализ результатов

В качестве сравнительного анализа методов определения плотности воздуха в [73] были рассмотрены два принципиально различных подхода к оценке плотности воздуха в условиях лётного эксперимента. Первый метод основан на использовании стандартной атмосферы (СА) с подстановкой измеренных значений барометрической или геометрической высоты. Второй метод, базирующийся на соотношении (3.4.2), предполагает расчёт плотности по непосредственным измерениям статического давления и температуры воздуха. Экспериментальные данные, включающие результаты бортовых измерений и метеорологического зондирования, свидетельствуют о возможных расхождениях в оценках плотности до 8%, что представляет существенную погрешность при сопоставлении результатов моделирования с данными реальных полётов.

Следует отметить, что формула (3.4.2), описывающая взаимосвязь термодинамических параметров атмосферы, несмотря на своё происхождение из уравнения состояния идеального газа, демонстрирует высокую точность [98, 99]. При этом современные бортовые системы после корректировки систематических погрешностей обеспечивают измерение температуры с точностью порядка 1% [98]. Это позволяет утверждать, что второй метод, использующий непосредственные измерения атмосферных параметров, обеспечивает значительное повышение точности определения плотности воздуха (до ~1%) по сравнению с методом, основанным на СА ГОСТ 4401-81, где погрешности могут достигать 7-8%.

Важно учитывать, что представленные результаты получены на ограниченной выборке экспериментальных данных. Увеличение объёма анализируемых измерений, вероятно, приведёт к возрастанию оценённых погрешностей, обусловленных различиями между стандартной и реальной атмосферой. Это подчёркивает необходимость дальнейших исследований с расширенной экспериментальной базой для более точной оценки возможностей каждого из рассмотренных методов.

Выводы по главе 3

Разработанный в разделе (3.1) алгоритм параметрической идентификации и комплексной обработки полетных данных представляет собой эффективное решение для оценки и коррекции динамических погрешностей бортовых измерений летательных аппаратов. Интеграция спутниковой навигации позволяет повысить точность измерений углов атаки, скольжения и других важных параметров полета, что имеет существенное значение для безопасности полетов и летных испытаний. Практическая реализация алгоритма на реальных данных показала его эффективность в повышении точности бортовых измерений и оценке динамических погрешностей, что делает его ценным инструментом для послеполетного контроля, расследования летных происшествий и обработки данных летных испытаний.

В результате исследования (3.2), проведенного на летном симуляторе, продемонстрирована эффективность алгоритма оценивания трех проекций скорости ветра на основе данных спутниковой навигационной системы. Этот алгоритм использует параметрическую идентификацию, учитывая такие параметры, как угол атаки, угол бокового скольжения и скорость воздуха. Точность оценивания проекций скорости ветра существенно зависит от длительности скользящего окна обработки данных и типа выполняемых маневров. Более короткие окна позволяют отслеживать быстрые изменения скорости ветра, но могут быть более чувствительны к шумам и погрешностям измерений, в то время как более длинные окна обеспечивают более стабильные оценки, но могут быть менее чувствительны к быстрым изменениям.

Типы маневров также играют значительную роль в оценке скорости ветра. Маневры, такие как шаговый наклон, бочка и устойчивый поворот, обеспечивают относительно стабильные условия для оценивания, в то время как прямой горизонтальный полет может быть менее информативным. Змейка и змейка с вертикальным компонентом включают в себя сложные изменения скорости и

направления, что может усложнить оценку, но также обеспечивает более полную информацию о динамике полета.

Разработанный метод (3.3) восстановления аэродинамических углов с использованием данных навигационной системы и углов ориентации подтвердил свою эффективность в ходе стендового моделирования, продемонстрировав точность, сопоставимую с прямыми измерениями. Это позволяет рассматривать его как перспективную альтернативу традиционным датчикам, особенно в условиях ограничений по массе, стоимости или надежности оборудования. Внедрение метода в практику авиастроения может способствовать созданию более компактных и отказоустойчивых систем управления, а дальнейшие исследования в области адаптации к нестационарным режимам полета и интеграции с интеллектуальными алгоритмами обработки данных способны расширить его применимость для перспективных аэрокосмических технологий.

Кроме того, проведено сравнение (3.4) расчета скоростного напора с данными летных экспериментов. Выявлено, что расчет плотности по стандартной атмосфере может иметь погрешность до 8%, что приводит к неоправданно высоким погрешностям при математическом моделировании движения самолета. Однако, система бортовых измерений после подтверждения точностных характеристик в летных испытаниях позволяет существенно повысить точность определения плотности воздуха (до 1%) за счет учета фактической атмосферы в точке пространственного положения летательного аппарата.

ГЛАВА 4. МЕТОДЫ РАЗДЕЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ СИЛЫ ТЯГИ ДВИГАТЕЛЕЙ И СИЛЫ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ САМОЛЁТА НА ОСНОВЕ ПОЛЁТНЫХ ДАННЫХ

В данном разделе 4.1 представляется метод оценивания силы тяги двигателей и аэродинамического сопротивления, основанный исключительно на стандартных параметрах полета - коэффициентах продольной и нормальной перегрузки, угле атаки, воздушной скорости и барометрической высоте. Ключевое преимущество метода заключается в отказе от традиционно требуемых газодинамических моделей двигателя, летающих лабораторий, измерений в точках крепления двигателей и дополнительного датчикового оборудования, что значительно упрощает процедуру испытаний. Однако практическое применение метода ограничено фундаментальной проблемой высокой степени корреляции между векторами тяги и сопротивления, приводящей к плохой обусловленности задачи идентификации и нарушению условий параметрической идентифицируемости [105-108]. Несмотря на эти вычислительные сложности, метод сохраняет значительную теоретическую ценность как основа для разработки новых алгоритмов идентификации, альтернативный подход при отказе штатных систем измерения тяги и эффективный инструмент для тестирования методов регуляризации и анализа устойчивости оценок, что открывает перспективы для дальнейшего совершенствования методики. Рассматриваются два ключевых подхода к устранению проблемы плохой обусловленности задачи. Первый подход предполагает разработку специального тестового маневра, направленного на повышение степени обусловленности системы. Второй подход основан на применении методов сглаживания случайных ошибок измерений с использованием уравнений движения летательного аппарата [106-108].

Раздел 4.2 представляет метод раздельной идентификации коэффициентов тяги и лобового сопротивления, основанный на синтезе оптимального управления и специальных маневрах полета. Ключевая особенность подхода заключается в использовании прямого метода формирования оптимальных траекторий,

позволяющих преодолеть принципиальную проблему плохой обусловленности задачи, вызванную практически полной коллинеарностью векторов тяги и сопротивления, особенно выраженной на малых углах атаки. Важным преимуществом метода является его универсальность и относительная простота реализации, поскольку он не требует применения сложных термодинамических моделей двигателя, используя только стандартные бортовые измерения. Результаты математического моделирования демонстрируют эффективность предложенных маневров и их способность существенно улучшить степень обусловленности задачи идентификации. Представленные решения открывают новые перспективы для разработки практических алгоритмов параметрической идентификации, сочетающих высокую точность оценок с умеренными вычислительными затратами, что особенно важно для систем реального времени. Метод представляет значительный интерес для авиационной индустрии, предлагая экономически эффективную альтернативу традиционным подходам, требующим сложного дополнительного оборудования или специализированных испытательных стендов.

4.1. Разработка метода идентификации тяги двигателя и силы аэродинамического сопротивления по полётным данным со сглаживанием случайных погрешностей измерений

В рамках летных испытаний воздушных судов особое значение отводится точному определению тяговых параметров силовой установки. Данная задача приобретает ключевую важность в силу двух фундаментальных факторов. Во-первых, величина развиваемой тяги непосредственно влияет на основные эксплуатационно-технические характеристики летательного аппарата, определяя его функциональные возможности и летно-технические качества. Во-вторых, получаемые экспериментальные данные о тяговых характеристиках служат критически важной основой для: верификации расчетных моделей авиационных двигателей; последующего использования этих моделей на всех этапах жизненного цикла воздушного судна.

Как свидетельствуют исследования [28, 109, 110, 111], точность определения тяговых параметров оказывает непосредственное влияние на достоверность прогнозирования эксплуатационных характеристик и надежность принимаемых технических решений.

Прямое измерение тяги двигателей в ходе летных испытаний невозможно из-за фундаментальной проблемы коллинеарности векторов тяги и аэродинамического сопротивления, особенно при малых углах атаки, характерных для горизонтального полета. Это означает, что измерительные системы регистрируют лишь суммарное воздействие этих сил, что делает невозможным их непосредственное разделение в стандартных условиях. Однако для многих прикладных задач авиационной индустрии, включая верификацию характеристик двигателей и уточнение аэродинамических моделей, требуются именно отдельные оценки этих параметров, что стимулирует разработку специальных методических подходов.

В настоящее время общепринятая методика определения тяги основана на газодинамических моделях, описывающих рабочие процессы в газотурбинных

двигателях [112]. Этот хорошо разработанный теоретический подход, ставший самостоятельной инженерной дисциплиной, учитывает конструктивные особенности двигателей, включая геометрию проточной части и характеристики основных компонентов. Однако его практическая реализация требует проведения комплексных наземных стендовых испытаний для получения необходимых исходных параметров, при этом стендовые условия принципиально не могут воспроизвести ключевые факторы реального полета - изменение высоты и воздушной скорости, что неизбежно приводит к систематическим погрешностям. Хотя использование данных летных испытаний потенциально может компенсировать эти недостатки, такой подход порождает собственный комплекс методических сложностей, связанных с необходимостью существенной модификации двигателей и сложностью интерпретации результатов в изменяющихся условиях полета.

Применение газодинамического метода для определения тяги по данным полетных испытаний требует точных измерений давления и температуры в ключевых сечениях двигателя. Однако серийные двигатели обычно не оснащены необходимым количеством измерительных точек, что вынуждает проводить их существенную модификацию перед испытаниями [113,114]. Для получения достоверных результатов требуется установка развернутых датчиковых полей, полностью охватывающих контролируемые сечения, что позволяет учитывать неоднородности потока воздуха и продуктов сгорания. Такие модификации не только значительно увеличивают стоимость и продолжительность испытательной программы, но и изменяют конструктивные характеристики двигателя, что может влиять на его рабочие параметры [113,114]. Как показано в [115], дополнительные погрешности вносят ошибки измерения давления и температуры, существенно влияющие на точность итоговых оценок. Принципиальным недостатком газодинамического метода является его неспособность учесть взаимодействие между двигателем и планером, поскольку анализ ограничивается внутренними процессами в силовой установке [28]. Для решения этой проблемы применяются

летающие лаборатории - специально оборудованные многомоторные самолеты, где тестируемый модифицированный двигатель заменяет один из штатных [28,113,114]. Хотя такой подход обеспечивает наиболее достоверные результаты, он требует максимальных затрат времени и ресурсов. Альтернативные методы, включая стохастический анализ данных испытаний [116,117], хотя и предлагают новые возможности обработки информации, не устраняют фундаментальных физических ограничений метода. В результате современные газодинамические подходы к оценке тяги остаются сложными, трудоемкими и обладающими существенными погрешностями (4-7% согласно [118,119]), величина которых варьируется в зависимости от конкретной конфигурации двигателя, типа летательного аппарата и используемого испытательного оборудования.

Для отдельных случаев существуют специализированные подходы к определению тяги, каждый со своими особенностями применения. В конструкции легких самолетов иногда используются датчики усилия в точках крепления двигателей [120], однако этот метод технически неосуществим для более крупных воздушных судов из-за существенно возрастающих нагрузок. Другой распространенный подход [121] основан на взаимном определении тяги и лобового сопротивления через постулирование одной из этих величин, что хотя и упрощает расчеты, но существенно снижает точность оценок. Метод векторной тяги [122] теоретически предоставляет уникальные возможности для раздельной оценки параметров за счет создания управляемой неколлинеарности векторов тяги и сопротивления. Однако практическое применение этого подхода ограничено крайне малым количеством самолетов, оснащенных системами векторного управления тягой. Аналогично, хотя большие углы атаки создают условия для естественной неколлинеарности сил, их использование осложняется возникновением нелинейных и нестационарных аэродинамических эффектов, а также существенным влиянием угла атаки на характеристики самой тяги, что вносит дополнительные погрешности в оценки.

Следует особо отметить подход, основанный на методах вычислительной гидродинамики (CFD), который занимает особое место среди современных методов оценки тяги и лобового сопротивления. Данная методика предполагает численное решение уравнений Навье-Стокса, моделирующих потоковые процессы как внутри двигателя, так и в окружающем планер воздушном пространстве. Главным преимуществом CFD-подхода является возможность комплексного анализа взаимодействия силовой установки с конструкцией самолета, что позволяет получать интегральные оценки аэродинамических характеристик. Хотя исторически CFD-расчеты отличались исключительной ресурсоемкостью, последние достижения в области вычислительных технологий и программного обеспечения значительно повысили их практическую применимость. Однако, как демонстрируется в [123], ключевая проблема метода заключается в необходимости тщательной калибровки, требующей обширного массива экспериментальных данных, полученных в ходе наземных или летных испытаний. Точность CFD-моделирования, достигающая в лучшем случае 13.5% [123], принципиально ограничена как погрешностями исходных данных для калибровки, так и фундаментальными сложностями математического моделирования турбулентных течений.

Проведённый выше анализ существующих методов оценки тяги выявил их принципиальные ограничения актуализирует разработку альтернативных подходов. В данной работе предложена инновационная методика, интегрирующая принципы системной идентификации и анализа динамики полета [26,30,124], которая отличается минимальными требованиями к датчиковому оснащению и возможностью использования стандартных параметров полета. Однако фундаментальная проблема коллинеарности векторов тяги и сопротивления [26,30,124] делает задачу некорректно поставленной [123], что проявляется в повышенной чувствительности к погрешностям измерений и неустойчивости получаемых решений. Для преодоления этих ограничений требуется разработка специализированных алгоритмов регуляризации и адаптивной обработки данных,

а также комплексная верификация результатов через сопоставление с традиционными газодинамическими [112-115] и CFD-методами [123]. Перспективным направлением представляется создание гибридных алгоритмов, сочетающих физическую строгость газодинамических моделей с вычислительной эффективностью системной идентификации, что может привести к прорыву в точности оценок аэродинамических характеристик при сохранении приемлемой трудоемкости испытаний. Ключевыми задачами на этом пути остаются разработка надежных методов решения некорректных задач и создание унифицированных протоколов верификации, позволяющих объективно сравнивать результаты, полученные принципиально разными методами.

В этой разделе предлагается подход к оценке тяги двигателя и аэродинамического сопротивления, основанный на теории идентификации динамических систем [26, 123] и динамике полета. Новизна этого подхода заключается в его оригинальных рекомендациях по регуляризации некорректно поставленных задач. Разработанные рекомендации включают два ключевых направления:

Создание специализированного тестового маневра, геометрия которого обеспечивает на интервале обработки данных линейную взаимосвязь между векторами тяги и лобового сопротивления;

Разработку алгоритма сглаживания на базе уравнений движения летательного аппарата [44], направленного на минимизацию влияния стохастических погрешностей измерений.

Основными достоинствами разработанной методики являются:

- использование простой объектной модели, основанной исключительно на динамике полета, что существенно снижает вычислительную сложность по сравнению с традиционными подходами;
- отказ от применения сложных газодинамических моделей, что позволяет избежать характерных для них погрешностей и упрощает процесс расчетов;

- минимальный набор требуемых бортовых измерений, включающий: коэффициенты продольной и нормальной нагрузки, угол атаки, истинную воздушную скорость и барометрическую высоту над уровнем моря;
- устойчивость к стохастическим погрешностям измерений за счет применения специального алгоритма сглаживания;
- учет взаимовлияния двигательной установки и конструкции самолета, поскольку оценки выводятся непосредственно из параметров полета: коэффициентов нагрузки, угла атаки, воздушной скорости и высоты.

В настоящее время в авиационной практике расчет силы тяги традиционно выполняется с использованием сложных газодинамических моделей, которые, как было отмечено ранее, обладают рядом существенных недостатков и потенциальных источников погрешностей. В противовес этому, наш подход предлагает принципиально иное решение - применение упрощенной модели для раздельного определения двух ключевых параметров: силы тяги и лобового сопротивления. Такой методологический выбор позволяет существенно снизить сложность расчетов при сохранении требуемой точности оценок. Насколько нам известно, традиционные методы не применяются для данной проблемы из-за её принципиальной некорректности – существующие алгоритмы не обеспечивают устойчивых решений при наличии шумов измерений и параметрической неопределённости. Мы предлагаем принципиально новый метод, позволяющий преодолеть эти ограничения. Рассматриваемый подход имеет следующие основные ограничения:

- доверительный интервал считается постоянным при неизменном режиме работы двигателя и малых вариациях воздушной скорости, высоты и угла атаки;
- наблюдается чувствительность к систематическим погрешностям измерений угла атаки и воздушной скорости.

Для минимизации систематических ошибок при определении угла атаки и истинной воздушной скорости рекомендуется использовать специализированный алгоритм обработки данных, подробно описанный в работе [95].

Метод системной идентификации, основанный на анализе динамики полета, принципиально отличается от газодинамического моделирования и CFD-расчетов по своей методологической основе и области применения. Системная идентификация опирается на фактические данные летных испытаний и учитывает реальное поведение летательного аппарата в различных режимах, но ограничена точностью измерительного оборудования. В то же время газодинамические и CFD-методы, базирующиеся на численном моделировании физических процессов, позволяют детально анализировать локальные характеристики воздушного потока, но зависят от точности математических моделей и граничных условий. Важно подчеркнуть, что ни один из этих подходов не может считаться универсальным - каждый имеет свои уникальные преимущества и ограничения.

Разнородная природа рассматриваемых методов открывает уникальные возможности для их взаимной верификации и дополнения. Результаты системной идентификации могут служить контрольными точками для валидации CFD-моделей, в то время как систематические расхождения между методами позволяют оценить сложные эффекты интерференции и другие неучтенные факторы. Газодинамические расчеты, в свою очередь, могут предоставлять уточненные аэродинамические коэффициенты для методов идентификации. Для корректного сравнения результатов необходимо применять современные статистические методы, включая анализ доверительных интервалов, проверку гипотез о значимости различий и оценку корреляций между ошибками разных подходов. Такая комплексная методика позволяет максимально полно использовать преимущества каждого метода при минимизации их недостатков.

4.1.1. Постановка проблемы идентификации параметров

Разработка математической модели пространственного движения летательного аппарата представляет собой фундаментальную задачу

параметрической идентификации, требующую комплексного учета всех действующих сил и моментов. В данном исследовании используется связанная система координат, жестко закрепленная на конструкции воздушного судна, что позволяет наиболее точно описать его динамические характеристики [28].

Особое внимание уделено моделированию продольной составляющей тяги силовой установки $P_x(t)$, величина которой определяется текущим режимом работы двигателей, аэродинамическими условиями полета и балансом действующих сил, включая массовые и аэродинамические компоненты.

Учет данной составляющей в совокупности с другими силовыми воздействиями обеспечивает корректное моделирование поведения летательного аппарата при различных режимах эксплуатации [106-108].

$$P_x(t) = mgn_x(t) + C_x(t)qS, \quad (4.1.1)$$

где

$P_x(t)$ – проекция силы тяги,

V – воздушная скорость,

m – масса самолета,

$n_x(t)$ – составляющая вектора перегрузки,

$C_x(t)$ – коэффициент продольной аэродинамической силы,

S – площадь крыла,

$q(t)$ – скоростной напор,

ρ_H – плотность воздуха на высоте H .

Исходное выражение (4.1.1) преобразуется следующим образом для учета случайных погрешностей измерений [106-108]:

$$P_x(t) = mgn_x(t) + C_x(t)q(t)S + \varepsilon(t), \quad (4.1.2)$$

где

$\varepsilon(t)$ – случайная погрешность измерения параметров полёта.

Отметим, что поскольку сила тяги напрямую в полете не измеряется, в

соответствии со стандартными метрологическими рекомендациями погрешность $\varepsilon(t)$ определяется по результатам косвенных измерений, конкретно, по измерениям продольной перегрузки и массы самолета.

В данном случае масса, как правило, принимается постоянной на интервале обработки, но изменяется для разных интервалов. Причина в том, что, например, для современного магистрального самолета масса составляет примерно 60000 кг, расход 0,6 кг/с, длительность интервала обработки 50 ... 60 с. Тогда за время обработки масса самолета изменяется на величину 0, 05%. Таким изменением допустимо пренебречь.

При выполнении измерений в равноотстоящие моменты времени с шагом дискретизации $\Delta t = h$, последовательность из N наблюдений на заданном интервале представляется в виде:

$$t_i = hi, i = 0 \dots N.$$

При обработке данных измерений используется скользящее временное окно, включающее $2m + 1$ отсчётов по каждому контролируемому параметру.

$$T \in [t_{k-m} \dots t_k \dots t_{k+m}]$$

Для упрощения вычислений внутри каждого скользящего интервала перейдём к системе отсчёта времени с нулевой точкой в его середине, принимая $t_k = 0$.

Для точек базового интервала составляется следующая система уравнений, устанавливающая связь между определяемыми параметрами и искомыми аэродинамическими характеристиками [106-108]:

$$P_x(t_j) = mgn_x(t_j) + C_x(t_j)q(t_j)S + \varepsilon(t_j), \quad (j = -m \dots m). \quad (4.1.3)$$

В дальнейшем условимся $n_x(t_j)$ обозначать через n_x , а $q(t_j) = q_j$.

Для отдельной оценки значений $P_x(0)$ (сила лобового сопротивления) и $C_x(0)$ (коэффициент лобового сопротивления) в средней точке скользящего интервала

$[t_{-m} \dots t_m]$ необходимо сделать ряд предположений о характере изменения этих параметров на данном интервале.

Рассматриваемые расчетные формулы для совместного определения силы тяги $P_x(0)$ и коэффициента сопротивления $C_x(0)$ разработаны с учетом специфики летных испытаний и особенностей конкретного типа воздушного судна. Ключевыми особенностями методики являются: оптимальный выбор длины скользящего интервала анализа, рациональный шаг дискретизации данных, а также использование априорной информации о характеристиках летательного аппарата, включая данные о силовой установке и аэродинамической компоновке. Алгоритм реализует итерационную процедуру уточнения, позволяющую последовательно корректировать значения $P_x(0)$ и $C_x(0)$ с учетом их взаимного влияния и динамики изменения параметров полета.

Предполагается, что скользящий интервал $T = [t_{-m} \dots t_j \dots t_m]$, тяга на скользящем интервале постоянна $P_x(t_j) = \text{const} = P_x(0)$, $\forall t_j \in T$, а сила сопротивления при малом изменении угла атаки [111, 112, 113]:

$$C_x(t_j) = C_x(0) + C_x^\alpha(0) \Delta\alpha(t_j), \forall t_j \in T, \text{ т.е. для } j = -m \dots m,$$

где $P_x(0), C_x(0), C_x^\alpha(0)$ значения параметров в средней точке интервала $[t_{-m} \dots t_m]$, $\Delta\alpha(t_j) = \alpha(t_j) - \alpha(0)$.

Если $\Delta\alpha(t_j) = \Delta\alpha_j$, то получается $C_x(t_j) = C_x(0) + C_x^\alpha(0) \Delta\alpha_j$.

При принятых допущениях система уравнений (4.1.3) для совместного определения неизвестных параметров $P_x(0)$ (сила тяги), $C_x(0)$ (коэффициент сопротивления) и $C_x^\alpha(0)$ (производная коэффициента сопротивления по углу атаки) может быть представлена в виде переопределенной системы из $(2m+1)$ уравнений, где m - количество рассматриваемых режимов полета. Данная система формируется на основе [106-108]:

$$P(0) = mgn_{x_m} + C_x(0)q_{-m}S + C_x^\alpha(0)\Delta\alpha_{-m}q_{-m}S + \varepsilon_{-m};$$

$$P(0) = mgn_{x_j} + C_x(0)q_jS + C_x^\alpha(0)\Delta\alpha_jq_jS + \varepsilon_j; \quad (4.1.4)$$

$$P(0) = mgn_{x_m} + C_x(0)q_mS + C_x^\alpha(0)\Delta\alpha_mq_mS + \varepsilon_m.$$

Представленная система уравнений относительно неизвестных $P_x(0)$, $C_x(0)$ и $C_x^\alpha(0)$ может быть записана в компактной матричной форме [106-108]:

$$Za = mgN_x + \varepsilon, \quad (4.1.5)$$

$$\text{где } (Z) = \begin{bmatrix} 1 & \dots & -q_{-m}S & \dots & -\Delta\alpha_{-m}q_{-m}S \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \dots & -q_jS & \dots & -\Delta\alpha_jq_jS \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \dots & -q_mS & \dots & -\Delta\alpha_mq_mS \end{bmatrix}; a = \begin{bmatrix} P(0) \\ C_x(0) \\ C_x^\alpha(0) \end{bmatrix}; N_x = \begin{bmatrix} n_{x_m} \\ \dots \\ n_{x_j} \\ \dots \\ n_{x_m} \end{bmatrix}; \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{-m} \\ \dots \\ \varepsilon_j \\ \dots \\ \varepsilon_m \end{bmatrix}.$$

При использовании метода наименьших квадратов (МНК) для оценки элементов вектора a (включающего $P_x(0)$, $C_x(0)$ и $C_x^\alpha(0)$) оптимальная оценка $\hat{a}$ определяется из условия минимизации квадратичного функционала невязки [106-108]:

$$\hat{a} = \arg \min_a \sum_{j=-m}^m \varepsilon_j^2(a) = \arg \min_a \varepsilon^T \varepsilon,$$

Вектор оценок $\hat{a}$ параметров модели может быть выражен в замкнутой матричной форме следующим образом [106-108]:

$$\hat{a} = (Z^T Z)^{-1} Z^T N_x mg. \quad (4.1.6)$$

При условии некоррелированности погрешностей измерений ε_j с нулевым средним и постоянной дисперсией σ_ε^2 , ковариационная матрица оценки вектора параметров $\hat{a}$ вычисляется по следующей формуле [106-108]:

$$D[\hat{a}] = \sigma_\varepsilon^2 (Z^T Z)^{-1}.$$

где σ_ε^2 - дисперсия ошибки наблюдений, $(Z^T Z)^{-1}$ - матрица, обратная информационной матрице Фишера.

Для проведения углубленного структурного анализа представленных уравнений преобразуем систему в матричную форму записи $(Z^T Z)$. В развернутом виде матрица коэффициентов примет следующую блочную структуру, позволяющую выделить отдельные компоненты для детального исследования их взаимосвязей [106-108]:

$$(Z^T Z) = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -q_{-m}S & \dots & -q_jS & \dots & -q_mS \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\Delta\alpha_{-m}q_{-m}S & \dots & -\Delta\alpha_jq_jS & \dots & -\Delta\alpha_mq_mS \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & \dots & -q_{-m}S & \dots & -\Delta\alpha_{-m}q_{-m}S \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \dots & -q_jS & \dots & -\Delta\alpha_jq_jS \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \dots & -q_mS & \dots & -\Delta\alpha_mq_mS \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (2m+1) & \dots & -S\sum_j^m = -mq_j & \dots & -S\sum_j^m = -mq_j\Delta\alpha_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -S\sum_j^m = -mq_j & \dots & -S^2\sum_j^m = -mq_j^2 & \dots & -S^2\sum_j^m = -mq_j^2\Delta\alpha_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -S\sum_j^m = -mq_j\Delta\alpha_j & \dots & -S^2\sum_j^m = -mq_j^2\Delta\alpha_j & \dots & -S^2\sum_j^m = -mq_j^2\Delta\alpha_j^2 \end{bmatrix}.$$

Допустим, что полет выполняется с неизменными параметрами $V = const$ и $H = const$ (с постоянным скоростным напором $q = const$). Для исследования идентифицируемости параметров матрица $(Z^T Z)$ формируется следующим образом [106-108]:

$$(Z^T Z) = \begin{bmatrix} (2m+1) & \dots & -(2m+1)Sq & \dots & -(2m+1)Sq \sum_{j=-m}^m \Delta\alpha_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -(2m+1)Sq & \dots & (2m+1)S^2q^2 & \dots & (2m+1)S^2q^2 \sum_{j=-m}^m \Delta\alpha_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -(2m+1)Sq \sum_{j=-m}^m \Delta\alpha_j & \dots & (2m+1)S^2q^2 \sum_{j=-m}^m \Delta\alpha_j & \dots & (2m+1)S^2q^2 \sum_{j=-m}^m \Delta\alpha_j^2 \end{bmatrix}.$$

Вынесем общий множитель $(2m+1)$, тогда матрица $(Z^T Z)$ примет вид,

$$(Z^T Z) = (2m+1) \begin{bmatrix} 1 & \dots & -Sq & \dots & -Sq \sum_{j=-m}^m \Delta\alpha_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -Sq & \dots & S^2 q^2 & \dots & S^2 q^2 \sum_{j=-m}^m \Delta\alpha_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -Sq \sum_{j=-m}^m \Delta\alpha_j & \dots & S^2 q^2 \sum_{j=-m}^m \Delta\alpha_j & \dots & S^2 q^2 \sum_{j=-m}^m \Delta\alpha_j^2 \end{bmatrix}.$$

В данном случае матрица $(Z^T Z)$ оказывается вырожденной ($|Z^T Z| = 0$), поскольку ее первая и вторая строки линейно зависимы - они отличаются только постоянным множителем $-Sq$.

Давайте сформулируем предположение, которое имеет решающее значение для задачи. Следовательно, предположим, что тяга остается постоянной при постоянном режиме работы двигателя, постоянной высоте полета и небольших изменениях скорости полета, то есть скоростного напора q . Для успешной идентификации параметров необходимо выполнение малых изменений скорости полета относительно исходного установившегося значения, величина которых зависит от типа двигателя и режима полета. Ключевое требование заключается в том, чтобы эти изменения оставались достаточно небольшими для сохранения приблизительного постоянства силы тяги двигателей в течение интервала обработки данных, но при этом обеспечивали заметную вариацию компонент вектора перегрузки n_x и столбцов информационной матрицы $(Z^T Z)$. Данный компромисс достигается, когда изменение скоростного напора q и числа Маха остаются в пределах, при которых: сохраняется линейная аппроксимация в окрестности рабочей точки; обеспечивается достаточное возбуждение системы для надежного выделения параметров; не происходит существенного изменения аэродинамических характеристик.

Для изменения скорости полета при фиксированной мощности двигателей рекомендуется выполнять плавные маневры "пикирование-кабрирование" с ограниченными углами наклона траектории (обычно не превышающими 10-15

градусов). Такие маневры создают контролируемые переходные процессы с варьированием угла атаки, что позволяет эффективно выявлять угловые аэродинамические характеристики летательного аппарата.

Как показывают экспериментальные данные, успешная идентификация требует соблюдения двух ключевых условий: во-первых, необходимо обеспечить изменение скоростного напора в ходе полета, а во-вторых, амплитуда этих изменений должна поддерживаться в пределах, сохраняющих справедливость допущения о постоянстве тяги (обычно колебания числа Маха не более ± 0.05 от среднего значения). Критическое значение имеет плавность выполнения маневров (рекомендуемая скорость изменения угла тангажа 2-3 град/с) и стабильность работы силовой установки (допустимые колебания параметров двигателей не более $\pm 1\%$ от номинала), поскольку эти факторы непосредственно определяют точность получаемых аэродинамических характеристик.

Особенно важно поддерживать постоянный режим работы двигателей, так как даже незначительные колебания тяги могут внести систематические ошибки в оценки аэродинамических коэффициентов. Оптимальные результаты достигаются при выполнении серии из 3-5 повторяющихся маневров с постепенным увеличением скоростного напора, что позволяет получить статистически достоверные данные при сохранении постоянства тяговых характеристик.

4.1.2. Корректировка и верификация математической модели объекта на основе экспериментальных данных

В полусвязанной системе координат аэродинамические силы имеют четко определенную ориентацию: сила лобового сопротивления направлена вдоль оси OX_e , а подъемная сила - вдоль оси OY_e . При рассмотрении симметричного полета (без бокового движения) это представление приобретает особую наглядность, поскольку ось OX_e полностью совпадает с вектором воздушной скорости, а ось OY_e лежит строго в плоскости симметрии летательного аппарата [24]. Такое соответствие между направлениями осей координат и физическими силами обеспечивает принципиальные преимущества при анализе аэродинамических

характеристик: во-первых, существенно упрощаются расчетные зависимости для сил и моментов, так как их проекции на оси координат приобретают наиболее естественный вид; во-вторых, минимизируется количество необходимых преобразований координат при исследовании продольного движения; в-третьих, обеспечивается прозрачная физическая интерпретация результатов. Особенно важно, что данный подход автоматически учитывает геометрические особенности конструкции летательного аппарата и позволяет непосредственно связывать расчетные величины с реальными физическими процессами, происходящими при обтекании воздушным потоком. Это делает полусвязанную систему координат исключительно удобной для анализа установившихся режимов полета и малых возмущений, что подтверждено многочисленными теоретическими и экспериментальными исследованиями в области аэродинамики летательных аппаратов.

$$X_e = qSC_{x_e}, Y_e = qSC_{y_e}, \quad (4.1.7)$$

где

ρ_H – плотность воздуха на высоте полета H , кг/м³,

$q = \frac{\rho_H V_{ист}^2}{2}$ – скоростной напор, Па,

S – эквивалентная площадь крыла, м².

В полусвязанной системе координат аэродинамические силы формализуются через два ключевых коэффициента: подъемной силы C_y и лобового сопротивления C_x . Такое представление обладает существенным преимуществом - оси координатной системы автоматически совпадают с основными направлениями действующих аэродинамических сил. В частности, ось OX_e ориентирована по вектору скорости, что делает проекцию сил наиболее естественной и физически обоснованной. Указанный подход особенно эффективен при исследовании продольной динамики летательного аппарата, поскольку позволяет: разделить анализ подъемной силы и сопротивления, упростить уравнения движения за счет оптимального выбора системы отсчета, минимизировать количество

преобразований координат при интерпретации результатов и повысить наглядность анализа аэродинамических характеристик.

$$\begin{aligned} c_{xe} &= -\left(c_{x0} + c_x^\alpha \cdot \alpha + c_x^{\alpha^2} \cdot \alpha^2\right); \\ c_{ye} &= c_{y0} + c_y^\alpha \cdot \alpha + c_y^{\delta_B} \cdot \delta_B, \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

где

δ_B — отклонение рулей высоты,

c_{x0}, c_{y0} — коэффициенты аэродинамического сопротивления и подъемной силы на нулевой угол атаки,

$c_x^\alpha, c_x^{\alpha^2}, c_y^\alpha$ и $c_y^{\alpha^2}$ — производные аэродинамического сопротивления и подъемной силы по углу атаки и площади угол атаки.

В системе уравнений (4.1.8) отрицательный знак в первом уравнении отражает принципиальную физическую особенность: аэродинамическое сопротивление всегда направлено противоположно вектору скорости летательного аппарата. Это математически выражается через ориентацию относительно полусвязанной оси OX_e , где положительное направление соответствует движению вперед, а сила сопротивления, как известно из фундаментальных законов аэродинамики, действует в обратном направлении. Такой формализм обеспечивает корректное моделирование реальных физических процессов, происходящих при полете.

Хотя в авиационной практике перегрузки традиционно измеряются в связанной системе координат (жёстко связанной с конструкцией ЛА), многие расчетные задачи, особенно анализ продольного движения, требуют их представления в полусвязанной системе. Это преобразование осуществляется с помощью специальной матрицы перехода, элементы которой являются функциями угла атаки [106-108]. Математически данный переход описывается линейным преобразованием координат, учитывающим взаимную ориентацию обеих систем

отсчета и позволяющим корректно анализировать аэродинамические характеристики в наиболее подходящей для конкретной задачи системе координат.

$$n_{xe} = n_x \cos \alpha - n_y \sin \alpha, \quad n_{ye} = n_x \sin \alpha + n_y \cos \alpha. \quad (4.1.9)$$

где n_{x_e}, n_{y_e} – перегрузки в проекциях на полусвязанной системе координат, OX_e, OY_e и n_x, n_y – перегрузки в проекциях на связанной системе координат OY .

После выполнения соответствующих математических преобразований исходная модель объекта приводится к следующему виду [106-108]:

$$\begin{aligned} mgn_{x_e} = & -qSC_{x_0} - qSC_x^\alpha \alpha - qSC_x^{\alpha^2} \alpha^2 - P_{\phi x} + P_{\phi_{bx}} \cos \phi_{\delta_e} \\ & - P_{\phi_{bx}} \sin \phi_{\delta_e} \alpha - \frac{1}{2} P_{\phi_{bx}} \cos \phi_{\delta_e} \alpha^2 \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

Последние два слагаемых целесообразно учесть в явном виде, используя априорную информацию о $P_{\phi_{bx}}$. Объединим составляющие тяги [106-108]:

$$P_{\phi\phi} = -P_{\phi x} + P_{\phi_{bx}} \cos \phi_{\delta_{\phi}}.$$

Тогда уравнение (4.1.1) принимает вид [106-108]:

$$mgn_{x_e} = -qSC_{x_0} - qSC_x^\alpha \alpha - qSC_x^{\alpha^2} \alpha^2 - P_{\phi\phi} + f(P_{\phi_{bx_0}}), \quad (4.1.11)$$

$$f(P_{\phi_{bx_0}}) = -P_{\phi_{bx_0}} \sin \phi_{\delta_e} \alpha - \frac{1}{2} P_{\phi_{bx}} \cos \phi_{\delta_e} \alpha^2. \quad (4.1.12)$$

Этот многочлен зависит от априорного значения выходного импульса $P_{\phi_{bx_0}}$. В этом случае можно использовать априорные значения. Легко показать, что при разумных предположениях погрешность в таком приближении пренебрежимо мала.

Обратите внимание, что регрессор для тяги $P_{\phi\phi}$ (эффективная тяга, если быть точным) равен единице. Следовательно, идентификация возможна, только если динамическое давление изменяется в определенных пределах. Можно наблюдать, что угол атаки также изменяется. Этот эффект полезен. Это позволяет нам оценить параметры силы лобового сопротивления, связанные с углом атаки.

Следовательно, мы можем оценить вектор параметров, который включает в себя тягу $P = P_{эфф}$ и компоненты силы лобового сопротивления $C_x^0, C_x^\alpha, C_x^{\alpha^2}$.

4.1.3. Алгоритм выделения полезного сигнала на фоне шумов измерений

В рамках проведенного исследования для оценки вектора идентифицируемых параметров применялись классические методы - множественная регрессия и метод наименьших квадратов (LSM). Однако, как известно, LSM-оценки демонстрируют высокую чувствительность к шуму в регрессорах, что в условиях плохой обусловленности задачи [28, 124] приводит к существенному снижению точности. Проведенные авторами попытки компенсации шумовых эффектов с помощью полиномиального сглаживания высоких порядков (4-5 степени) [28] и последующего применения регуляризации по А.Н. Тихонову [124] не позволили достичь удовлетворительных результатов.

Эффективное решение было найдено в рамках модифицированного алгоритма тестирования совместимости данных [26]. Разработанный авторами подход, представленный ниже, специально адаптирован для: выявления динамических ошибок измерений, идентификации систематических погрешностей [44], и фильтрации стохастических помех.

Разработанная система дифференциальных уравнений представляет собой комплексную математическую модель пространственного движения летательного аппарата, основанную на фундаментальных законах динамики твердого тела с учетом специфических аэродинамических особенностей конструкции [106-108].

$$\begin{aligned}
\frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z - \frac{1}{\cos \beta} \left[\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin \beta \right) \sin \alpha + \left(\frac{a_y}{V} + \omega_x \sin \beta \right) \cos \alpha \right], \\
\frac{d\beta}{dt} &= \frac{a_z}{V} \cos \beta - \left(\frac{a_x}{V} \sin \beta - \omega_y \right) \cos \alpha + \left(\frac{a_y}{V} \sin \beta + \omega_x \right) \sin \alpha, \\
\frac{dV}{dt} &= a_x \cos \alpha \cos \beta - a_y \sin \alpha \cos \beta + a_z \sin \beta, \\
\frac{d\nu}{dt} &= \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \\
\frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg} \nu (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\
\frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\cos \nu} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma)
\end{aligned} \tag{4.1.13}$$

Здесь α, β – углы атаки и скольжения, рад; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – угловые скорости относительно связанных осей, рад/с; ν, γ, ψ – углы тангажа, крена, рыскания, рад; V – истинная воздушная скорость, м/с; a_x, a_y, a_z – ускорения вдоль связанных осей, определяемые формулами [106-108]:

$$\begin{aligned}
a_x &= g (n_x - \sin \nu), \\
a_y &= g (n_y - \cos \nu \cos \gamma), \\
a_z &= g (n_z + \cos \nu \sin \gamma),
\end{aligned} \tag{4.1.14}$$

где, n_x, n_y, n_z – перегрузки вдоль связанных осей.

Ключевая особенность рассматриваемых уравнений состоит в их универсальности – они не содержат аэродинамических коэффициентов летательного аппарата. Это достигается благодаря тому, что все ускорения, входящие в правые части уравнений, могут быть непосредственно вычислены через измеряемые в полёте значения перегрузок.

Уравнения (4.1.13), (4.1.14) в векторной форме имеют вид [106-108],

$$y'(t) = f(y(t), a, u(t)), \tag{4.1.15}$$

В представленной модели $y(t)$ и $u(t)$ обозначают векторы выходных и входных сигналов объекта размерности n и m соответственно и a представляет собой вектор неизвестных параметров, подлежащих оценке.

В данном случае вектор $y(t)$ состоит из сигналов $\alpha(t), \beta(t), V(t), \nu(t), \gamma(t)$. В состав вектора входных воздействий $u(t)$ включены следующие измеряемые параметры полета: угловые скорости $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ и перегрузки n_x, n_y, n_z .

Исходные состояния системы $y(t_0)$ задаются через экспериментально полученные параметры $\alpha(t), \beta(t), V(t), \nu(t), \gamma(t)$, зафиксированные в начальный момент t_0 обработки выбранного участка полётных данных.

Прямое численное интегрирование системы дифференциальных уравнений (4.1.13) с учетом соотношений (4.1.14) сталкивается с принципиальной проблемой - постоянные составляющие погрешностей измерений входных сигналов $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ и n_x, n_y, n_z вызывают появление линейного тренда в решении. Данное систематическое смещение принципиально нарушает возможность корректного сопоставления выходных сигналов модели и реального объекта. Для компенсации этого эффекта вводится расширенный вектор неизвестных параметров следующего вида [44, 106-108]:

$$a^T = [C_{\omega_x} C_{\omega_y} C_{\omega_z} C_{n_x} C_{n_y} C_{n_z}]. \quad (4.1.16)$$

Для определения неизвестных параметров системы (4.1.16) предлагается применение алгоритма идентификации по максимуму правдоподобия (ММП). Векторная форма модели наблюдений представляется следующим образом:

$$z(t_i) = y(t_i) + \eta(t_i), \quad (4.1.17)$$

Погрешности измерений $\eta(t_i)$ удовлетворяют следующим статистическим свойствам: нормальное распределение, независимость измерений, нулевое математическое ожидание и известная ковариационная матрица $R(t)$. При стандартных предположениях о независимости шумов измерений ковариационная

матрица $R(t)$ принимает диагональный вид, где элементы главной диагонали соответствуют дисперсиям стохастических погрешностей по каждому измерительному каналу. Вектор наблюдений $z(t_i)$ включает сигналы, производные которых фигурируют в левой части уравнения (4.1.13), что обеспечивает [106-108]:

$$z^T(t) = [\alpha(t), \beta(t), V(t), \nu(t), \gamma(t)]. \quad (4.1.18)$$

Минимизируемый функционал принимает вид,

$$J(a) = \sum_{i=1}^N ((z(t_i) - \hat{y}(t_i, a, u(t_i)))^T R^{-1} (z(t_i) - \hat{y}(t_i, a, u(t_i)))) , \quad (4.1.19)$$

где $\hat{y}(t_i, a, u(t_i))$ - выходной сигнал модели объекта; N - число измерений на участке обработки.

Предлагаемый алгоритм представляет собой модифицированную версию классического метода Ньютона [26, 30], адаптированную для решения задач параметрической идентификации.

4.1.4. Алгоритм выполнения полётного манёвра для экспериментального определения тяги двигателя

Сформулируем методику испытательного режима при фиксированных параметрах полёта. Следуя стандартной практике летных испытаний, описанный маневр следует выполнять во всем эксплуатационном диапазоне высот и скоростей, чтобы получить репрезентативные данные о характеристиках самолета. Важно подчеркнуть, что приведенные ранее конкретные параметры (изменение скорости, угла атаки и перегрузки) относятся лишь к одному частному случаю и служат для иллюстрации общего принципа.

На заданной высоте 3000 метров при скорости полета, соответствующей числу Маха $M=0.4$ (приборная скорость 410 км/ч), первоначально выполняется балансировка самолета в прямолинейном горизонтальном полете (ППП) с фиксацией установившегося угла атаки. После стабилизации режима осуществляются контрольные отклонения ручки управления самолетом (РУС) по тангажу: сначала "от себя", затем "на себя", каждое длительностью 2-2.5 секунды,

что вызывает изменение угла атаки в пределах $\pm(1-2)$ градусов относительно балансирующего значения. По завершении возмущающих воздействий производится точное восстановление исходного режима горизонтального полета с сохранением всех основных параметров: высоты 3000 метров, числа Маха $M=0.4$ и первоначального значения угла атаки, что обеспечивает повторяемость условий для последующего анализа динамических характеристик. Без изменения режима работы двигателей самолет переводится в плавное пикирование с малым приращением угла тангажа, что приводит к постепенному увеличению приборной скорости на 10 км/час - с исходных 410 км/час до 420 км/час (число Маха при этом возрастает на 0.01 до $M=0.41$). Затем выполняется перевод в прямолинейный набор высоты, в ходе которого скорость уменьшается на те же 10 км/час относительно исходного значения - до 400 км/час (число Маха снижается на 0.01 до $M=0.39$). После этого самолет снова переводится в пикирование для возврата к исходной скорости 410 км/час ($M=0.4$). Завершающим этапом является восстановление первоначального горизонтального полета (ППП) с $M=0.4$ ($V_{пр}=410$ км/час) на исходной высоте с допуском ± 250 м, после чего выполняются контрольные дачи ручкой управления самолетом (РУС) по тангажу "от себя" и "на себя" длительностью 2-2.5 секунды, создающие приращения угла атаки в пределах ($\pm 1-2$) градусов.

При выполнении режима угол атаки выдерживать в диапазоне $\alpha_0 \pm (1...2)^\circ$, при переводах в пикирование и кабрирование допускается превышение этого ограничения.

Для проведения испытаний необходимо обеспечить планомерное изменение воздушной скорости в пределах ± 10 км/ч (вариация числа Маха ± 0.01) при фиксированном режиме силовой установки. Указанная модификация скорости достигается путем плавной корректировки угла наклона траектории, что позволяет сохранить стабильность работы двигателей.

Выполнить аналогичный режим, создавая приращения по приборной скорости ± 15 км/час ($dM = \pm 0,015$) [106-108].

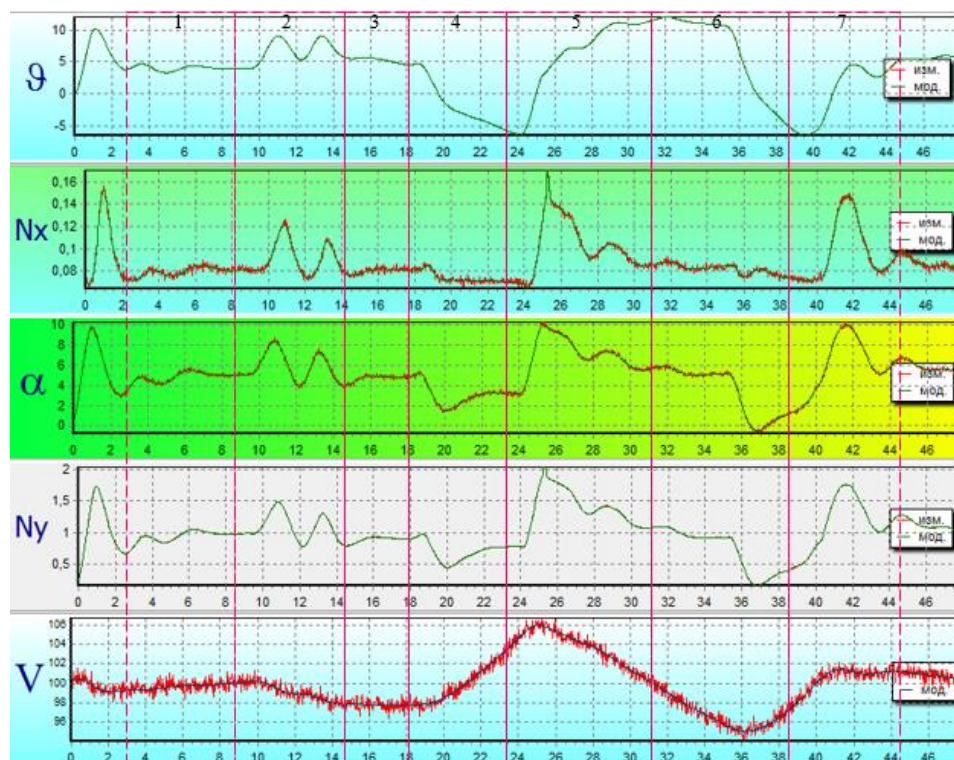


Рисунок 4.1.1 – Участки полетного тестового маневра с постоянным режимом работы двигателя

Для полетного тестового маневра с фиксированным режимом работы двигателя характерна следующая последовательность этапов (рисунок 4.1.1):

1. Балансировка воздушного судна в установившемся горизонтальном полете (ПГП) при постоянном числе Маха $M=0.4$;
2. Для исследования динамических характеристик выполняются импульсные отклонения ручки управления самолётом (РУС) по тангажу ("от себя" и "на себя") длительностью 2-2.5 секунды, вызывающие изменение угла атаки на $\pm(2-3)$ градуса, что позволяет анализировать реакцию летательного аппарата на управляющие воздействия при сохранении заданных параметров полёта.
3. Возвращение ЛА в исходное состояние прямолинейного горизонтального полёта, стабилизируя высоту H , число $M=0.4$ и угол α .
4. Перевод в пикирование с плавным увеличением числа M на 0.03 (до $M=0.43$);
5. Переход в набор высоты с уменьшением числа M на 0.06 (до $M=0.37$);
6. Повторное пикирование для возврата к исходному $M=0.4$;

7. Финальная балансировка в ПГП на исходной высоте (допуск ± 250 м) с выполнением контрольных отклонений РУС для генерации угловых возмущений $\pm(2-3)$ градуса.

Основным требованием при выполнении испытательных режимов является строгое поддержание минимальных отклонений ключевых параметров полета: воздушной скорости (и соответствующего числа Маха), высоты и угла атаки. Это принципиальное условие продиктовано необходимостью соблюдения базового допущения методики - постоянства тяги двигателей при неизменном режиме их работы. Установленные практические ограничения варьируются в следующих пределах:

- Высота полета: $\pm(30-60)$ м (рисунок 4.1.2),
- Угол атаки: $\pm(1-3)^\circ$ относительно горизонтального полета,
- Число Маха: $\pm(0.015-0.025)$ от исходного значения.

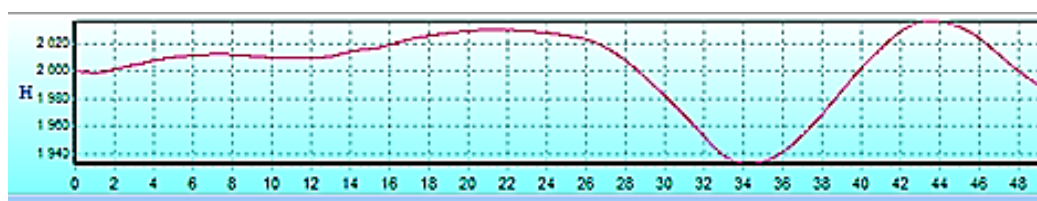


Рисунок 4.1.2 – Отклонения по высоте при летном испытательном маневре при постоянном режиме работы двигателя

Для оценки точности предложенного алгоритма использовались данные моделирования [106-108], полученные на тренажере учебно-тренировочного самолета классической схемы с низкорасположенным прямым крылом размахом 10 м, двумя турбореактивными двигателями по бортам фюзеляжа, средним расположением хвостового оперения и взлетной массой 5600 кг. Имитационная модель включала систему управления по проводам (fly-by-wire) и использовала аэродинамические параметры, предварительно скорректированные по результатам идентификации в реальных летных испытаниях [26]. Проведенная валидация модели показала хорошее соответствие с натурными данными - относительные расхождения выходных параметров при ступенчатом вводе по тангажу не превышали 3,0-3,5%, что подтвердило адекватность математической модели

реальному самолету и позволило достоверно оценить точность предложенного алгоритма идентификации.

Экспериментальные исследования проводились с участием операторов, обладающих технической подготовкой, но не являющихся профессиональными пилотами (авиационные инженеры и научные сотрудники с опытом работы на тренажерах), чья задача заключалась в поддержании заданных диапазонов по крену, высоте и углу атаки без дополнительных ограничений. Это привело к вариативности режимов с отклонениями неуточненных параметров на 20-30%, что, однако, не повлияло на точность оценок, подтверждая устойчивость методики к погрешностям пилотирования. Анализ рисунка 4.1.1 показывает, что маневры характеризовались незначительными отклонениями параметров, далекими от эксплуатационных пределов, с умеренными скоростями изменений. Результаты демонстрируют независимость эффективности методики от типа ВС (что подтверждено испытаниями как на учебном реактивном самолете, так и на тяжелом транспортном средстве), ее устойчивость к вариативности выполнения и широкий диапазон применимости.

4.1.5. Оценка точности алгоритма определения по данным стендового моделирования

Для оценки точности предложенного алгоритма использовалось стендовое моделирование с применением следующих упрощенных аэродинамических моделей: линейная модель аэродинамических характеристик, справедливая в диапазоне малых углов атаки, и параболическая зависимость коэффициента лобового сопротивления, соответствующая типичным условиям полета.

В ходе моделирования были получены следующие абсолютные значения параметров [111-113]:

- Тяга $P = 7900 \text{ N}$;
- Сопротивление при нулевом угле атаки $C_x^0 = 0.02$;
- Производная сопротивления относительно угла атаки $C_x^\alpha = 0.006$;

- Производная сопротивления относительно квадратного угла атаки $C_x^{\alpha^2} = 0.0008$.

Для оценки работоспособности алгоритма проводились многократные испытания в идентичных условиях полета (при фиксированных значениях числа Маха и высоты), каждый режим повторялся шесть раз с последующим усреднением результатов для получения итоговой оценки тяги. Естественные вариации выполнения маневров, обусловленные человеческим фактором при пилотировании, учитывались в ходе испытаний. Обработка данных выполнялась методом наименьших квадратов в двух вариантах: базовом (без дополнительной фильтрации) и модифицированном (с предварительным сглаживанием для снижения влияния шумов). Моделирование предусматривало два уровня помех: уровень 1 с СКО погрешностей 0.001 для коэффициентов нагрузки, 0.06 градусов для угла атаки и 0.6 км/ч для воздушной скорости; уровень 2 с двукратно увеличенными погрешностями. Полученные результаты подтвердили устойчивость алгоритма к антропогенным вариациям управления и различной интенсивности измерительных шумов, демонстрируя его применимость в реальных условиях эксплуатации.

Проведенные исследования демонстрируют, что классический метод наименьших квадратов (LSM) без предварительной обработки данных обеспечивает точность оценки параметров на уровне 0.61% при низком уровне шумов (уровень 1), что подтверждается данными таблицы 4.1.1. Однако в условиях, приближенных к реальным летным испытаниям (уровень шума 2), погрешность возрастает до 2.83% (таблица 4.1.2). Для решения этой проблемы предложена модификация алгоритма, включающая предварительное сглаживание полетных данных, что позволяет снизить погрешность до 0.65-0.7%. Сравнительные данные по точности оценок коэффициентов тяги и лобового сопротивления для различных методов обработки представлены в таблицах: базовый LSM - таблицы 4.1.1 и 4.1.2; модифицированный LSM со сглаживанием - таблицы 4.1.3 и 4.1.4.

Моделирование подтверждает, что при низком уровне шумов или после применения процедур сглаживания достигается высокая точность оценок (погрешность $<1\%$). Однако следует учитывать ряд принципиальных допущений исследования [112, 113]: линейность аэродинамических характеристик в рабочем диапазоне, стационарность шумов измерений, отсутствие систематических погрешностей измерительных систем и адекватность математической модели. Эти факторы могут существенно влиять на точность идентификации в реальных условиях, что указывает на необходимость дальнейшего совершенствования алгоритмов.

- Тяга постоянна во время тестового режима;
- Ошибки измерений являются случайными, а не систематическими.

№	$P, \%$	$C_x^0, \%$	$C_x^\alpha, \%$	$C_x^{\alpha^2}, \%$
1	0.27	0.75	0.01	-0.13
2	0.65	2.1	-0.2	0.18
3	0.44	3.6	2.5	-1.41
4	0.62	2.2	0.33	-0.38
5	0.42	1.5	0.7	-0.73
6	1.25	2.9	-3.08	2.29
Мат. Ожидание	0.61	2.18	0.043	-0.03
С.К.О.	0.31	0.92	1.53	1.15

Таблица 4.1.1 – Относительные погрешности в оценке коэффициентов тяги и силы сопротивления при уровне шума измерений 1 без сглаживания

№	$P, \%$	$C_x^0, \%$	$C_x^\alpha, \%$	$C_x^{\alpha^2}, \%$
1	1.45	5.54	0.55	-0.45
2	2.58	7.95	-1.03	0.9
3	3.62	11.8	-0.58	0.68
4	3.36	11.3	0.32	-0.25
5	1.97	7.35	2.12	-1.81
6	3.99	11.2	-6.85	5.21
Мат. Ожидание	2.83	9.19	-0.91	0.713
С.К.О.	0.91	2.36	2.84	2.19

Таблица 4.1.2 – Относительные погрешности в оценке коэффициентов тяги и силы сопротивления при уровне шума измерений 2 без сглаживания

№	$P, \%$	$C_x^0, \%$	$C_x^\alpha, \%$	$C_x^{\alpha^2}, \%$
1	0.39	1.5	-0.017	-0.05
2	0.63	1.5	0.6	0.25
3	1.6	1.5	3.83	2.25
4	0.99	2	1.25	0.63
5	0.64	2	0.23	0.19
6	-0.29	0.05	-2.27	-1.75
Мат. Ожидание	0.66	1.425	0.604	0.253
С.К.О.	0.573	0.654	1.808	1.172

Таблица 4.1.3 – Относительная погрешность в оценке коэффициента тяги и лобового сопротивления при уровне шума измерений 1 с использованием метода сглаживания

№	$P, \%$	$C_x^0, \%$	$C_x^\alpha, \%$	$C_x^{\alpha^2}, \%$
1	0.41	1.5	-0.067	0.01
2	0.54	1.5	0.87	0.38
3	2.15	1.5	6.7	3.98
4	1.5	3.5	1.83	1.2
5	0.79	3	0.37	0.44
6	-1.18	-1.7	-4.8	-3.75
Мат. Ожидание	0.702	1.55	0.817	0.377
С.К.О.	1.032	1.66	3.370	2.267

Таблица 4.1.4 – Относительная погрешность в оценке коэффициента тяги и лобового сопротивления при уровне шума измерений 2 с использованием метода сглаживания

В рамках данной задачи алгоритм сглаживания играет ключевую роль, несмотря на то что непосредственной целью являются оценки коэффициентов тяги и лобового сопротивления [107, 108]. Важно отметить, что сглаженные значения параметров полета демонстрируют высокую точность, приближаясь к истинным величинам. Это подтверждается тем, что среднеквадратические отклонения между измеренными и сглаженными данными практически совпадают с характеристиками шумов измерений, а их средние значения стремятся к нулю. Данный факт свидетельствует об эффективности алгоритма, который в рассматриваемом случае работает аналогично другим применениям, где он успешно доказал свою состоятельность для верификации полетных данных.

Основное значение предложенного метода сглаживания заключается в его способности существенно улучшать решение некорректной задачи идентификации в условиях значительных шумов измерений. Это достигается за счет фильтрации случайных помех без искажения полезного сигнала, что особенно важно для получения достоверных оценок аэродинамических характеристик.

В завершение представим дополнительные свидетельства инвариантности метода к изменению типа воздушного судна и особенностям пилотирования. Ранее

были рассмотрены испытания с участием небольшого учебного реактивного самолета и пилотов-людей, выполнявших наземную имитацию тестовых режимов. Для полной демонстрации универсальности подхода далее будет проанализирован принципиально иной случай - применение метода к тяжелому транспортному самолету с другими летными характеристиками и динамикой поведения. Это позволит окончательно подтвердить широкую применимость разработанной методики для различных классов летательных аппаратов и условий эксплуатации.

Проведено математическое моделирование тестового маневра для грузового реактивного самолета (Тип 2) с массой 57 000 кг, скоростью 0.27 Маха и высотой полета 3 000 м. Особенностью исследования стало использование полностью автоматизированного алгоритма управления, исключающего влияние человеческого фактора. На начальном этапе система автоматически обеспечивала балансировку самолета в горизонтальном полете, после чего выполнялось программное отклонение руля высоты по строго заданному математическому закону.

Моделирование на рисунке 4.1.3. показало, что базовый период входного управляющего сигнала составил 33 секунды, при этом были зафиксированы все основные динамические характеристики системы. Особое внимание уделялось анализу переходных процессов, включая изменение угла атаки, вертикальной перегрузки и скорости. Полученные данные демонстрируют высокую воспроизводимость результатов и точное соответствие математической модели, что подтверждает надежность использованного подхода.

Главным достоинством примененной методики стало полное исключение антропогенных погрешностей, характерных для испытаний с участием пилотов-операторов. Это позволило получить эталонные данные для последующего сравнительного анализа. Перспективным направлением дальнейших исследований может стать адаптация алгоритма для других классов воздушных судов и анализ чувствительности системы к вариациям основных параметров. Полученные

результаты создают основу для разработки более точных методов идентификации аэродинамических характеристик тяжелых транспортных самолетов.

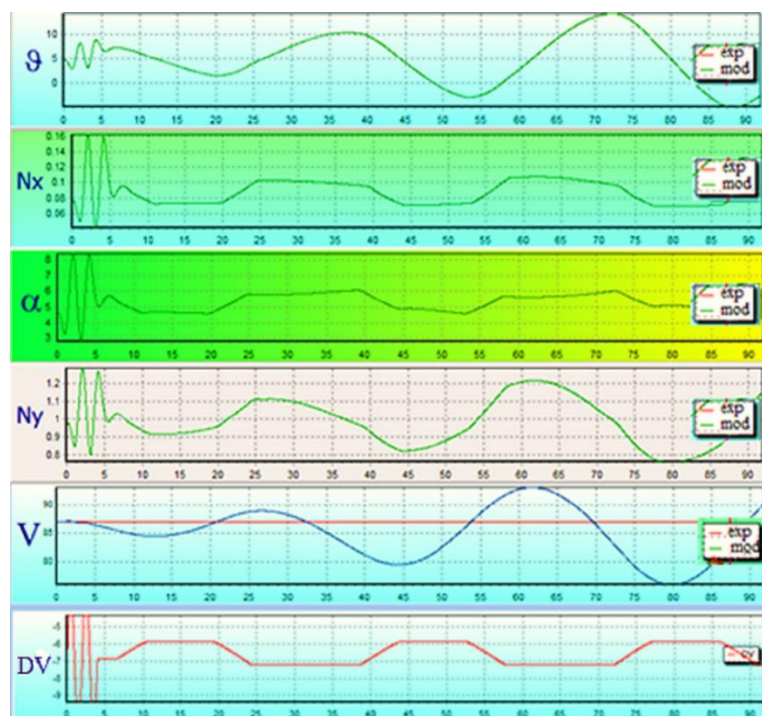


Рисунок 4.1.3 – Летный испытательный маневр (автоматический) с постоянным режимом работы двигателя для грузового реактивного самолета (реактивный тип 2).

В ходе исследования выполнено шесть сеансов моделирования при уровне шумов измерений, соответствующем реальным условиям летных испытаний (уровень 2). Анализ данных таблицы 4.1.5 (столбец Р, %) показывает, что применение метода наименьших квадратов с предварительным сглаживанием обеспечивает относительную погрешность оценки тяги в пределах 1%, что полностью согласуется с результатами предыдущих расчетов (таблица 4).

№	P , %	$P + dpvar$, %
1	0.46	0.97
2	2.67	3.3
3	-1.51	6.9
4	0.43	0.38
5	3.34	2.64
6	0.44	0.647
Мат. Ожидание	0.97	2.47
С.К.О.	1.76	2.46

Таблица 4.1.5 – Относительные погрешности в оценке тяги при уровне шума измерений 2 с использованием метода сглаживания для грузового реактивного самолета типа 2

Как отмечалось ранее, ключевым допущением предлагаемого метода является постоянство тяги при фиксированном режиме работы двигателя. Наибольшее влияние на это предположение оказывает изменение числа Маха (M), что наглядно продемонстрировано на рисунке 4.1.4, где представлена типичная зависимость относительного изменения тяги от M при постоянных высоте полета и режиме работы силовой установки.

Проведенные исследования демонстрируют, что в диапазоне чисел Маха $M=0-0.4$ условие постоянства тяги выполняется полностью, особенно для низкоскоростных режимов.

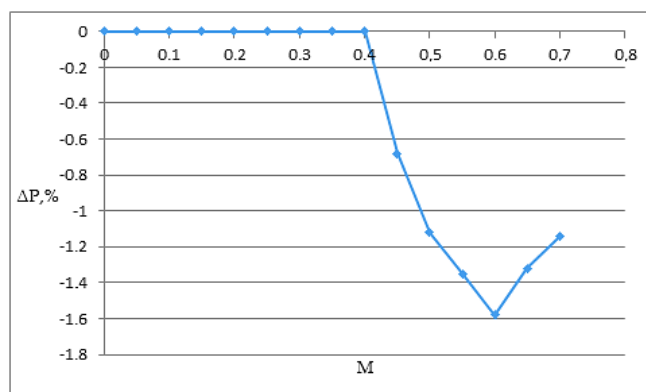


Рисунок 4.1.4 – Типичные отклонения тяги (ΔP , %) от начального значения при ($M = 0-0,4$) в зависимости от M для грузового самолета.

При рекомендуемом значении $M \approx 0.25$ колебания тяги не превышают 0.3%, обеспечивая высокую точность оценок. Однако при моделировании более существенных изменений тяги ($\sim 1\%$) для грузового реактивного самолета с применением модифицированного метода наименьших квадратов со сглаживанием (уровень шума 2) относительная погрешность оценок возрастает до 2.47%, что хотя и остается приемлемым для многих практических задач, но существенно превышает точность в идеальных условиях. Эти результаты подтверждают, что традиционные газодинамические модели сохраняют свою ценность для проектирования экспериментов и верификации данных, в то время как предложенный метод может эффективно применяться как автономное решение в штатных условиях при соблюдении рекомендуемых диапазонов чисел Маха и использовании процедур сглаживания. Полученные данные подчеркивают необходимость учета летно-технических характеристик конкретных типов воздушных судов и важность дальнейшей разработки адаптивных алгоритмов для работы в неидеальных условиях.

Проведённый анализ позволяет заключить, что предложенный метод обеспечивает точность оценок с погрешностью менее 1% при соблюдении ключевого условия - постоянства тяги при неизменном режиме работы двигателя. Данный результат подтверждён статистической обработкой модельных данных с учётом влияния случайных шумов измерений. При этом даже в случаях частичного нарушения основного допущения метод демонстрирует определённую устойчивость, что свидетельствует о его практической ценности. Однако ситуации со значительными изменениями тяги в ходе испытательных режимов требуют отдельного глубокого исследования и, вероятно, существенной модификации алгоритма.

Как показано в работе [24], основным источником погрешностей идентификации выступает несоответствие между реальным объектом и его математической моделью. Это закономерное ограничение характерно для

большинства методов параметрической идентификации. В данном контексте перспективными направлениями совершенствования метода представляются:

- Разработка адаптивных алгоритмов, учитывающих вариации тяги,
- Создание компенсационных механизмов для динамических режимов,
- Интеграция дополнительных источников информации о работе силовой установки.

Полученные результаты создают основу для дальнейшего развития методов идентификации аэродинамических характеристик в условиях реальных лётных экспериментов. Особое внимание при последующих исследованиях следует уделить анализу границ применимости метода и разработке процедур верификации получаемых оценок.

4.2. Применение оптимального управления в задаче идентификации коэффициентов тяги и лобового сопротивления

Оценивание тяги, создаваемой двигателем, является одной из основных задач при построении математической модели летательного аппарата, поскольку тяга представляет собой критически важный параметр, необходимый для определения ряда основных лётных характеристик.

К сожалению, прямое измерение тяги невозможно даже в ходе лётных испытаний из-за коллинеарности векторов тяги и силы сопротивления при горизонтальном полёте. Можно оценить лишь равнодействующую этих сил. Однако для построения адекватных математических моделей требуются отдельные оценки этих сил — не только для летательного аппарата в целом, но и для двигателей [28].

Это привело к появлению множества практических методов оценивания тяги и силы сопротивления [106-108], среди которых ключевую роль играют термодинамические (газодинамические) модели двигателей. Тем не менее, даже этот подход не лишён специфических трудностей, связанных с высокой стоимостью и сложностью реализации. Ещё одним недостатком является невозможность учёта взаимодействия между двигателем и планером.

Ещё одним подходящим способом отдельного определения тяги и сопротивления является применение методов системной идентификации [3, 26, 43] и динамики полёта. При проведении системной идентификации важно учитывать, что экспериментальные данные могут содержать компоненты, не учитываемые выбранными моделями. Это несоответствие может привести к смещённым оценкам в процессе идентификации. Для обеспечения достоверности и точности результатов необходимо минимизировать влияние этих немоделируемых факторов.

Применение стохастических методов оценивания к данным испытаний двигателей [116, 117] позволяет использовать современные методы обработки

данных. Однако эти сложные методики не всегда устраняют физические проблемы, присущие анализируемым системам.

Традиционные газодинамические методы анализа двигателей обладают рядом недостатков: они трудоёмки, сложны в реализации и вносят дополнительные погрешности. Согласно оценкам, относительная погрешность определения тяги при таком подходе составляет 4–7% [118, 119]. Это подчёркивает ограниченность газодинамических методов и необходимость поиска альтернативных решений, обеспечивающих более высокую точность и эффективность.

В ряде исследований предлагается комбинированный подход, объединяющий методы системной идентификации и динамики полёта [124]. Его ключевое преимущество заключается в прямом и независимом оценивании тяги и силы сопротивления на основе теории системной идентификации. Этот метод позволяет использовать упрощённые модели и сокращает количество необходимых датчиков, что упрощает процесс анализа без потери точности.

Относительная простота используемых математических моделей делает данный подход весьма перспективным. Однако основным препятствием для его широкого применения является необходимость решения плохо обусловленной задачи идентификации, что означает высокую чувствительность решения к влиянию шумов различной природы.

Один из наиболее существенных недостатков этого подхода заключается в том, что исследуемые маневры выбираются эмпирически, на основе опыта проведения лётных испытаний.

В данной работе [125] предлагается использовать методы оптимального управления для формирования движения летательного аппарата таким образом, чтобы повысить степень обусловленности конечной задачи. Предполагается, что такая предварительная оптимизация позволит получить решения, более устойчивые к погрешностям любого рода, а следовательно - более пригодные для практического применения при обработке данных лётных испытаний. В предыдущем разделе рассматривалось использование специальных манёвров,

выполняемых пилотом, для устранения коллинеарности сил тяги и сопротивления. В настоящем разделе основное внимание уделяется манёвру, оптимизированному методом прямого управления без участия человека.

4.2.1. Метод оценивания сил тяги и лобового сопротивления

В связанной системе координат (где ось ОХ направлена вдоль продольной оси ЛА) сумма проекций сил на продольную ось выражается уравнением [125]:

$$P_x(t) = mgn_x(t) + c_x(t)q(t)S, \quad (4.2.1)$$

где

$P_x(t)$ – составляющая силы тяги двигателя;

m – масса самолёта;

$n_x(t)$ – составляющая вектора перегрузки;

$q(t)$ – скоростной напор;

$c_x(t)$ – коэффициент силы сопротивления;

S – площадь крыла.

Записав выражение (4.2.1) для нескольких дискретных моментов времени, предположим, что тяга остается постоянной в рассматриваемые моменты и коэффициент лобового сопротивления можно представить, как линейную функцию угла атаки [125],

$$c_x(t_i) = c_{x0} + c_x^\alpha \alpha(t_i) + c_x^{\alpha^2} \alpha^2(t_i), \quad (4.2.2)$$

где c_{x0} – коэффициент силы сопротивления при нулевом угле атаки, c_x^α , $c_x^{\alpha^2}$ – производные силы сопротивления относительно угла атаки и производные силы лобового сопротивления по углу атаки и квадрату угла атаки.

Составляющая силы тяги вдоль продольной оси может быть выражена как [125]:

$$P_x(t) = P_{\text{ex}} - P_{\text{блх}} \cos \varphi_{\delta-\text{с}} + f(\alpha, P_{\text{блх}}),$$

где $\varphi_{\delta_{\epsilon}}$ - угол отклонения двигателя, $P_{\text{вх}}$, $P_{\text{вых}}$ - импульсы на входе и выходе двигателя [130],

$$f(\alpha, P_{\text{вых}}) = P_{\text{вых}} \sin \varphi_{\delta_{\epsilon}} \alpha + \frac{1}{2} P_{\text{вых}} \cos \varphi_{\delta_{\epsilon}} \alpha^2.$$

Можно видеть, что член ($f(\alpha, P_{\text{вых}})$) явно зависит от угла атаки и определяется априорным значением выходного импульса, которое должно оцениваться посредством термодинамического моделирования двигателя. Однако при разумных допущениях ошибки, возникающие при исключении этого члена, пренебрежимо малы. Более подробное обсуждение приведено в работе [106-108].

Комбинация входного и выходного импульсов дает эффективную тягу,

$$P_{\text{эфф}} = P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}} \cos \varphi_{\delta_{\epsilon}}.$$

В итоге, система уравнений принимает вид [130]:

$$mgn_x(t_i) = -P_{\text{эфф}} + c_{x0} q(t_i) S + c_x^{\alpha} \alpha(t_i) q(t_i) S + c_x^{\alpha^2} \alpha^2(t_i) q(t_i) S, \quad (4.2.3)$$

где $i = 1 \dots N$, N - количество точек данных в обрабатываемом интервале.

Путем объединения $P_{\text{эфф}}$, c_{x0} , c_x^{α} и $c_x^{\alpha^2}$ в вектор параметров, оценки его отдельных компонент могут быть получены с использованием метода наименьших квадратов.

При тщательном анализе системы (4.2.3) можно заметить, что строки матрицы оказываются линейно зависимыми в случае постоянного значения скоростного напора. Этот факт приводит к плохой обусловленности уравнения.

Данное наблюдение позволяет приблизительно сформулировать требования к маневру полета, повышающему идентифицируемость параметров. Требуется в режиме постоянной мощности двигателя создать небольшие отклонения (величина которых зависит от типа двигателя и режима полета) скорости полета относительно установившейся траектории, что приведет к изменению скоростного напора. Это позволит сохранить постоянство силы тяги двигателей на интервале обработки данных, но исключит сингулярность матрицы, то есть плохую обусловленность задачи идентификации.

4.2.2. Математическая модель движения летательного аппарата

Рассмотрим движение летательного аппарата в продольном канале. В рамках принятых допущений о прямолинейном полете и нулевых значениях углов крена, рыскания и скольжения, динамика системы описывается следующей системой уравнений, полученной в результате декомпозиции полной модели пространственного движения:

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z - \frac{1}{V}(a_x \sin \alpha + a_y \cos \alpha); \\ \frac{dV}{dt} &= a_x \cos \alpha - a_y \sin \alpha; \\ \frac{d\omega_z}{dt} &= q \frac{Sb_A}{J_z} m_z; \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_z; \\ \frac{dH}{dt} &= V(\cos \alpha \sin \vartheta - \sin \alpha \cos \vartheta).\end{aligned}\tag{4.2.4}$$

где

ω_z – угловая скорость по тангажу относительно связанной системы координат;

ϑ – угол тангажа;

V – воздушная скорость;

H – высота полёта;

m_z – коэффициент момента тангажа;

J_z – момент инерции относительно связанной системы координат;

a_x, a_y – проекции ускорения на связанной системе координат.

Проекции ускорения в связанной системе координат могут быть выражены через аэродинамические коэффициенты. Для интегрирования модели (4.2.4) необходимо знание коэффициентов: силы лобового сопротивления, подъемной силы и момента тангажа. Модель коэффициента силы лобового сопротивления описывается уравнением (4.2.2). Остальные коэффициенты задаются с помощью

соответствующих линейных моделей в скоростной системе координат, после чего преобразуются в связанную систему координат по известным формулам.

Управляющим сигналом для модели (4.2.4) служит угол отклонения руля высоты, который линейно входит в коэффициент подъемной силы.

4.2.3. Метод прямого управления

Характерной особенностью методов прямого управления является формирование управляющих сигналов с использованием ограниченного числа параметров, что переводит задачу в класс проблем численной оптимизации [126-129].

В основе этих методов лежит предположение, что управляющие сигналы могут быть представлены в виде суммы линейно независимых функций, образующих основу,

$$u(t) = \sum_{i=1}^m a_i \varphi_i(t), \quad (4.2.5)$$

где $\varphi_i(t)$, $i = \overline{1, m}$ - основные функции, a_i - коэффициенты разложения.

Таким образом, управляющие воздействия однозначно определяются через свои коэффициенты разложения, а их оптимизация требует вычисления значений (а) в (4.2.5), обеспечивающих экстремум функционала. Данный подход может быть интерпретирован как решение задачи управления методами нелинейного программирования.

Поскольку рассматривается движение летательного аппарата, естественно предположить, что входной сигнал модели (4.2.4) - угол отклонения руля высоты является достаточно гладким, чтобы описать его изменение во времени с помощью кубических сплайнов, так как проведенные исследования [130-132] по эффективности методов фильтрации показали сплайны Эрмита обеспечивают более высокую точность фильтрации. В данном исследовании использовались кубические сплайны Эрмита.

Они определяются значениями функции и её первой производной по времени в узлах сплайна.

$$u_j(t) = \varphi_1(x)f_j + \varphi_2(x)f_{j+1} + \varphi_3(x)h_j f'_j + \varphi_4(x)h_j f'_{j+1} \quad 4.2.6$$

$$h_j = t_{j+1} - t_j, \quad x = (t - t_j) / h_j$$

где $u_j(t)$ – значение сплайна между узлами j и $j+1$;

t_j, t_{j+1} – координаты узлов j и $j+1$;

f_j, f_{j+1} – значения функции в узлах;

f'_j, f'_{j+1} – значения производной функции в узлах.

Значения параметров сплайна ($f_j, f_{j+1}, f'_j, f'_{j+1}$) определяются путем решения задачи параметрической оптимизации. Данный вариант прямого метода более подробно рассмотрен в работе [129, 133].

Выбор минимизируемого функционала (целевой функции) представляет особый интерес. Поскольку поставленная цель заключается в повышении устойчивости и качества решения задачи идентификации, что характеризуется числом обусловленности, необходимо выбирать целевую функцию исходя из этих соображений. Это может привести к тому, что результирующая целевая функция окажется недифференцируемой, что исключает использование градиентных методов оптимизации.

Поэтому при решении задачи могут применяться либо метод квази-Ньютона (аппроксимирующий вторую производную целевой функции через корреляционную матрицу) [134], либо, когда это невозможно, метод оптимизации роєм частиц (метод нулевого порядка) [135].

Для параметрической идентификации силы тяги и параметров коэффициента силы сопротивления использовалось выражение

$$P - c_{xe} qS = mg * (n_x \cos \alpha - n_y \sin \alpha), \quad (4.2.7)$$

где

P – сила тяги, Н;

$c_{xe} = c_{x0} + c_x^\alpha \alpha + c_x^{\alpha^2} \alpha^2$ – коэффициент силы сопротивления в полусвязной (связной) системе координат, -;

S – эквивалентная площадь крыла ЛА, м²;

q – скоростной напор, Па;

n_x, n_y – перегрузки (продольная и нормальная) в связанной системе координат, -;

m – масса летательного аппарата, кг;

α – угол атаки, градус.

Данная задача линейна по параметрам и может быть переписана в матричном виде:

$$A\vec{x} = \vec{b},$$

где

$$b_i = Mg * (n_x(t_i) \cos \alpha(t_i) - n_y(t_i) \sin \alpha(t_i)),$$

$$\vec{x}^T = (P \quad c_{x0} \quad c_x^\alpha \quad c_x^{\alpha^2})^T - \text{вектор идентифицируемых параметров};$$

$$A_i = (1 \quad qS \quad qS\alpha \quad qS\alpha^2) \quad - i\text{-ая строка матрицы } A.$$

Оценку параметров можно получить при помощи метода наименьших квадратов.

$$\vec{x} = (A^T A)^{-1} A^T \vec{b},$$

4.2.4. Экспериментальная верификация методики идентификации

На первом этапе исследования необходимо было убедиться в корректной работе алгоритма. Для этого проверялась возможность нахождения управления, обеспечивающего заданный тип сигнала скорости.

Задача оптимизации решалась для квадратичного функционала относительно заданной воздушной скорости $\bar{V}$, имеющего вид:

$$J = \sum_{i=0}^N (\bar{V}(t_i) - V(t_i))^2. \quad (4.2.8)$$

Сигнал был выбран в соответствии с рекомендациями, предложенными в [136]. При начале маневра летательный аппарат находится в сбалансированном горизонтальном полете с постоянной скоростью. Без изменения режима работы

двигателей, то есть в режиме постоянной тяги, аппарат начинает пикирование с небольшим уменьшением угла тангажа. На этом этапе основная цель заключается в обеспечении плавного увеличения скорости.

Затем аппарат переходит в набор высоты, сохраняя ту же абсолютную величину изменения скорости, что и ранее. Время набора высоты должно быть примерно в два раза больше времени пикирования. После этого следует повторное пикирование с аналогичной абсолютной величиной увеличения скорости перед возвратом к горизонтальному полету с исходными скоростью и высотой.

Основная сложность выполнения данного режима полета заключается в необходимости поддерживать относительно небольшие изменения воздушной скорости, высоты и угла атаки. Предполагается, что малые значения этих параметров в сочетании с постоянным режимом работы двигателей обеспечат неизменность тяги в течение всего маневра. Это является необходимым условием хорошей обусловленности задачи идентификации (4.2.3).

На основе требований к желаемому маневру были выбраны длительность участка и количество узлов сплайна. Исследования показали, что общий вид управляющего сигнала слабо зависит от длины участка, а сплайн с тремя узлами обеспечивает достаточную точность аппроксимации. При увеличении числа узлов сплайна возникают нежелательные колебания. Кроме того, такой сплайн может быть описан всего 6 параметрами, что является приемлемым для задачи оптимизации. Общий вид сигнала скорости и управления рулем высоты представлен на Рисунках 4.2.1 и 4.2.2.

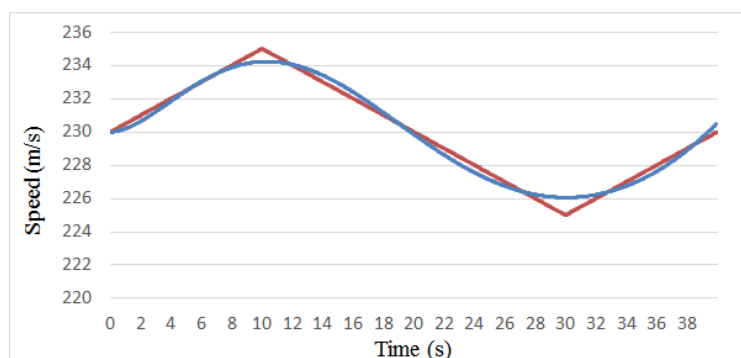


Рисунок 4.2.1 – Заданный сигнал воздушной скорости (красная линия) и выход модели (синяя линия)

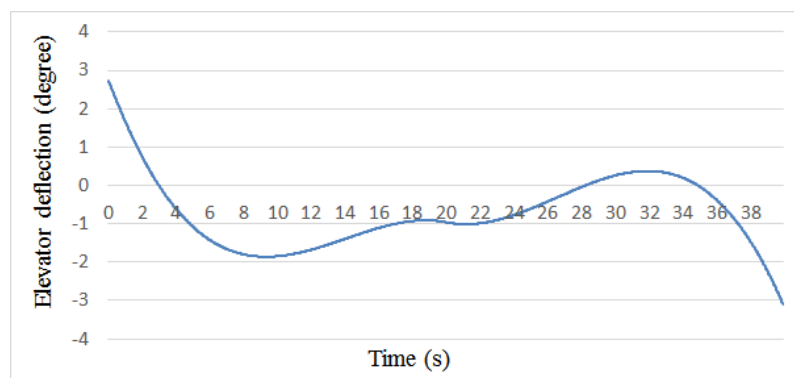


Рисунок 4.2.2 – Изменение угла отклонения руля высоты во времени при восстановлении заданного сигнала скорости

На основании полученных данных были идентифицированы значения тяги и параметры коэффициента лобового сопротивления. Математическое моделирование подтвердило обоснованность выбора данной траектории, при этом относительные погрешности определения параметров не превысили 0,3%. Следует отметить, что столь высокая точность была достигнута при обработке данных моделирования без учета шумов. Для дальнейших исследований был выбран участок длительностью 20 секунд.

Затем было сформировано оптимальное управление, обеспечивающее точные оценки силы тяги и параметров коэффициента сопротивления. Поскольку заданный сигнал скорости отсутствует, использование функционала (4.2.6) невозможно, и потребовалось разработать новую целевую функцию. Для этого рассматривалось число обусловленности системы (4.2.3). Однако ввиду вычислительной неустойчивости вместо него был использован функционал, составленный из диагональных элементов матрицы Фишера [136]. Как правило, применялись элементы, соответствующие дисперсии оценок тяги или постоянному коэффициенту лобового сопротивления. Для сравнения использовался функционал, основанный на рассогласовании между полученными оценками коэффициентов и заданными модельными значениями.

На данном этапе возникла необходимость применения метода нулевого порядка, рассмотренного ранее. Дополнительным преимуществом метода

частиц в данных условиях является возможность непосредственного задания ограничений на угол отклонения руля высоты и его производную. Для приближения получаемых сигналов к реальным полетным данным были введены дополнительные ограничения на вектор состояния системы (4.2.4), реализованные в виде добавления штрафных функций к целевому функционалу.

При использовании функционала от абсолютных значений рассогласований был получен вид выходных сигналов, приблизительно соответствующий использованному для верификации (Рис. 4.2.1) и рекомендованному в [106-108]. Полученный сигнал скорости представлен на Рисунке 4.2.3.

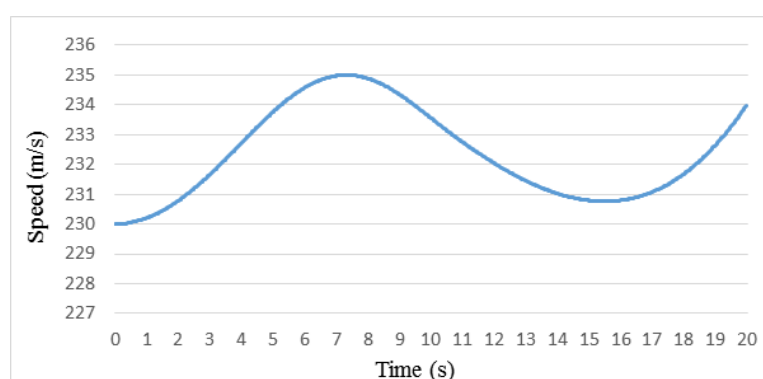


Рисунок 4.2.3 – Сигнал воздушной скорости модели при оптимизации функционала, составленного из абсолютных значений рассогласования параметров

Полученный сигнал на основе элементов информационной матрицы оказывается достаточно близким к сигналу, полученному ранее, что иллюстрируется на Рисунке 4.2.4.

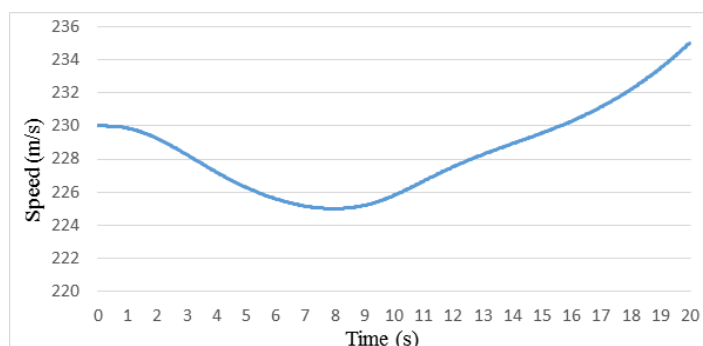


Рисунок 4.2.4 – Сигнал воздушной скорости модели при оптимизации функционала, содержащего элемент информационной матрицы, соответствующий постоянной составляющей коэффициента лобового сопротивления

В целом можно отметить, что оба типа функционалов дают приблизительно схожие результаты, хотя оценки для элементов информационной матрицы оказываются несколько хуже.

При сравнении с эталонными оценками относительные погрешности для большинства параметров уменьшаются.

Кроме того, рассматривалось добавление к управляющему сигналу импульса фиксированной формы. Его форма представлена на Рисунке 4.2.5.

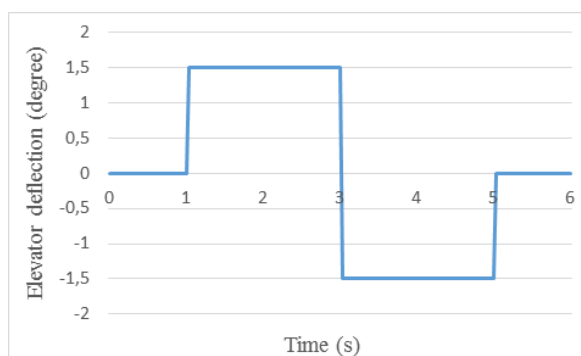


Рисунок 4.2.5 – Профиль сигнала, добавленного к управлению

Предполагалось, что такой сигнал обеспечит более разнообразное и динамичное движение руля высоты, вызывая более вариативное движение объекта управления (расширение частотного диапазона), что улучшит точность оценки коэффициентов.

Момент начала импульса рассматривался как дополнительный параметр, также определяемый через решение задачи оптимизации. Результирующий управляющий сигнал представлен на Рисунке 4.2.6, а соответствующий выходной сигнал - на Рисунке 4.2.7.

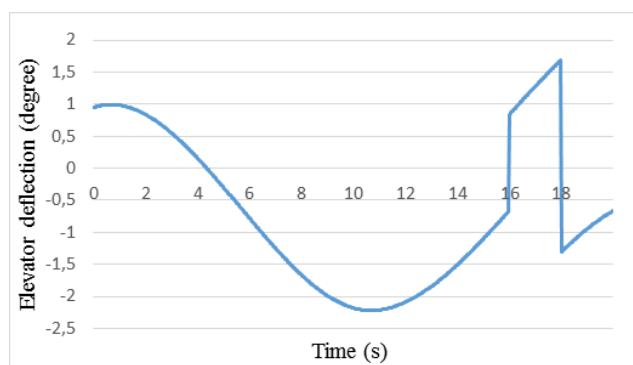


Рисунок 4.2.6 – Изменение угла отклонения руля высоты во времени с добавлением импульса фиксированной формы

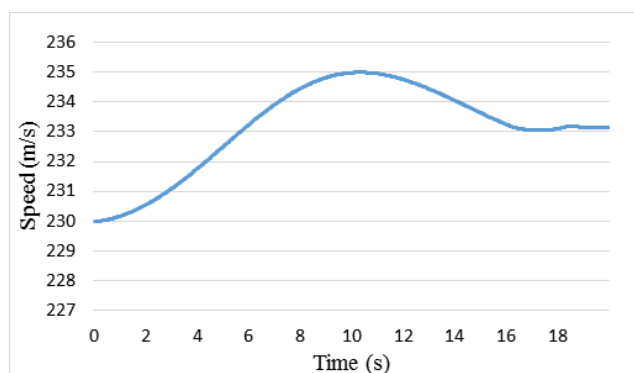


Рисунок 4.2.7 – Сигнал воздушной скорости модели при оптимизации функционала, составленного из квадратов рассогласования параметров

Дополнительный сигнал незначительно снижает погрешности оценки параметров, однако это улучшение несущественно. Это означает, что первоначальный вариант тестового входного сигнала достаточно эффективен, а введение дополнительных эвристических модификаций, упомянутых выше, не имеет принципиального значения.

Однако следует учитывать, что данные результаты оптимизации входного сигнала были получены в условиях моделирования при отсутствии ошибок измерений. Если это предположение не выполняется, могут возникнуть две существенные проблемы. Случай некоррелированных случайных помех был исследован авторами в [106-108], где показано, что влияние чисто случайных некоррелированных помех может быть значительно снижено за счет применения соответствующих методов сглаживания [106-108].

Что касается систематических (не случайных) ошибок, коррелированных с сигналами объекта, ситуация оказывается более сложной. Смещения оценок идентификации, вызванные такими систематическими ошибками, могут быть значительными, причем их величина зависит от степени корреляции. Таким образом, проблема систематических ошибок требует отдельного исследования.

4.2.5. Формирование управления по условиям идентифицируемости

После того как в предыдущем разделе была продемонстрирована способность программы подобрать управление, воспроизводящее заданный вид выходного сигнала, можно было перейти к решению основной задачи —

формированию управления, которое обеспечит качественную оценку силы тяги и параметров коэффициента силы сопротивления.

Для этой цели рассматривалось несколько вариантов целевого функционала.

$$\begin{aligned} J_1 &= |P - \hat{P}| + |c_{x0} - \hat{c}_{x0}| + |c_x^\alpha - \hat{c}_x^\alpha| + |c_x^{\alpha^2} - \hat{c}_x^{\alpha^2}|, \\ J_2 &= (P - \hat{P})^2 + (c_{x0} - \hat{c}_{x0})^2 + (c_x^\alpha - \hat{c}_x^\alpha)^2 + (c_x^{\alpha^2} - \hat{c}_x^{\alpha^2})^2, \\ J_3 &= (A^T A)^{-1}_{11}, \\ J_4 &= (A^T A)^{-1}_{22}, \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

где

$\hat{P}, \hat{c}_{x0}, \hat{c}_x^\alpha, \hat{c}_x^{\alpha^2}$ – оценки параметров выражения (4.2.7),

$(A^T A)^{-1}_{11}$ – элемент матрицы $(A^T A)^{-1}$ для системы (4.2.7) находящийся на пересечении 1-ой строки и 1-го столбца.

Причина выбора функционалов J_1 и J_2 достаточно прозрачна, они представляют собой функции от относительных ошибок при вычислении коэффициентов. Функционалы J_3 и J_4 взяты потому, что диагональные элементы матрицы $(A^T A)^{-1}$ пропорциональны дисперсии оценок параметров, поэтому наиболее вероятные оценки должны соответствовать минимуму дисперсии. Предлагается помещать в функционал элемент матрицы, характеризующий либо силу тяги, либо c_{x0} .

По приведенному виду функционалов понятно, что не всегда удастся гарантировать их дифференцируемость. Поэтому на этом этапе исследований мы отступаем от использования метода Ньютона, и в дальнейшем если не указано обратного оптимизация производится алгоритмом роя. Дополнительным плюсом этого состоит в возможности непосредственно задавать ограничения на угол отклонения руля. В исследовании для каждого узла использовалась следующая область поиска: $[-8; 8]$ градусов на значение угла и $[-3; 3]$ градусов/с на значение производной угла.

На рисунке 4.2.8 приводятся результаты для функционала J_2 .

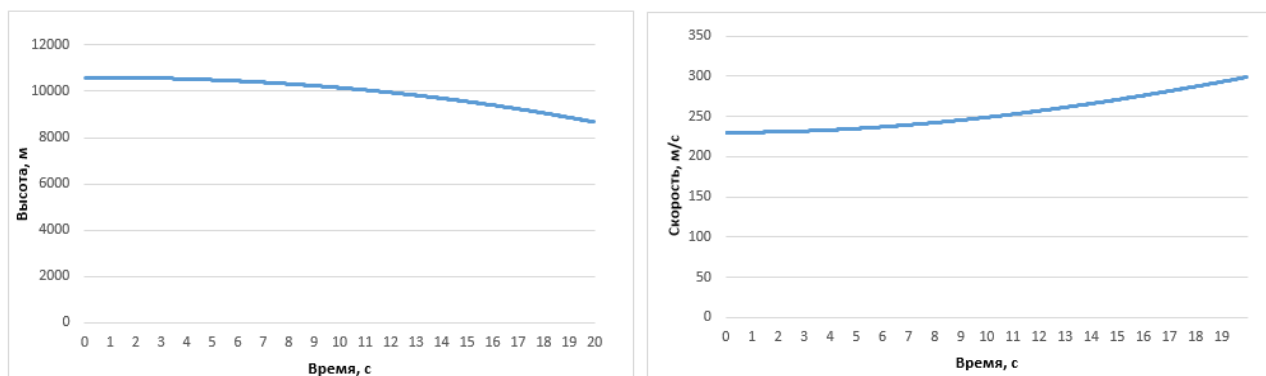


Рисунок 4.2.8 – Выходные значения высоты и скорости при использовании функционала J_2

Из рисунка (4.2.8) сразу можно понять недостаток данной постановки задачи. В процессе движения высота меняется от 10600 м до 8700 м, а скорость от 230 м/с до 300 м/с. Отвлекаясь от физических соображений, связанных изменением потока воздуха вблизи звукового барьера, подобный разброс значений недопустим, поскольку изменение высоты и, прежде всего, скорости влияет на тягу и на параметры коэффициента сопротивления. С другой стороны, подобный вид решения подтверждает интуитивную догадку, что изменение скорости и высоты повышает точность идентификации параметров выражения (4.2.7).

Кроме того, данное испытание позволяет оценить применимость выбранных форм функционала. В таблице (4.2.1) приведены значения относительных ошибок для функционалов $J_1 - J_4$.

Применяемый функционал	Относительная ошибка оценки P , %	Относительная ошибка оценки c_{x0} , %	Относительная ошибка оценки c_x^α , %	Относительная ошибка оценки $c_x^{\alpha^2}$, %
J_1	$5 \cdot 10^{-8}$	0.03	0	0.06
J_2	0.005	0.05	0	0.06
J_3	0.59	0.66	1.62	0.06
J_4	0.57	0.32	0.92	0.22

Таблица 4.2.1 – Относительные ошибки оценок параметров при использовании разных видов целевого функционала

Из рассмотрения таблицы (4.2.1) можно сделать вывод, что использование дисперсий параметров вместо их относительных ошибок ухудшает качество оценок примерно на порядок. Поэтому применение диагональных элементов матрицы рекомендуется прежде всего тогда, когда истинные значения параметров заранее неизвестны. Кроме того, эксперимент показывает, что для указанных условий дисперсия тяги или дисперсия c_{x0} дают сопоставимый результат.

Следующий этап исследования состоял в том, чтобы снизить амплитуду колебаний высоты и скорости на траектории. С этой целью были определены границы допустимых изменений этих величин, которые составили от 225 до 235 м/с для скорости и от 10450 до 10750 м для высоты. Учет ограничений проводился добавлением к целевому функционалу штрафов, в случае выхода параметров движения из области допустимых значений.

На рисунке (4.2.9) приводятся значения высоты, скорости и угла отклонения руля высоты для оптимизации функционала J_1 с учетом ограничений.

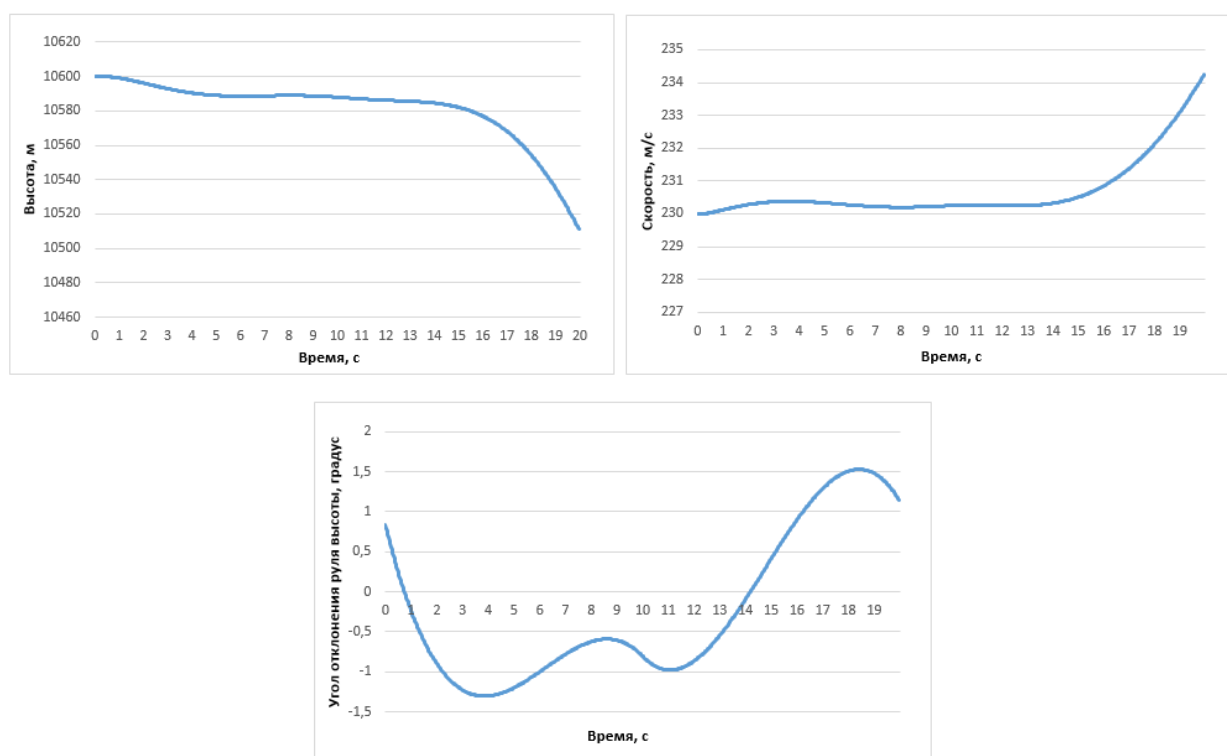


Рисунок 4.2.9 – Выходные значения высоты, скорости и угла отклонения руля высоты при использовании функционала J_1

Дополнительно на рисунке (4.2.10) приводится еще один пример решения этой задачи, подтверждающий правильность сделанного ранее предположения о виде выходного сигнала скорости.

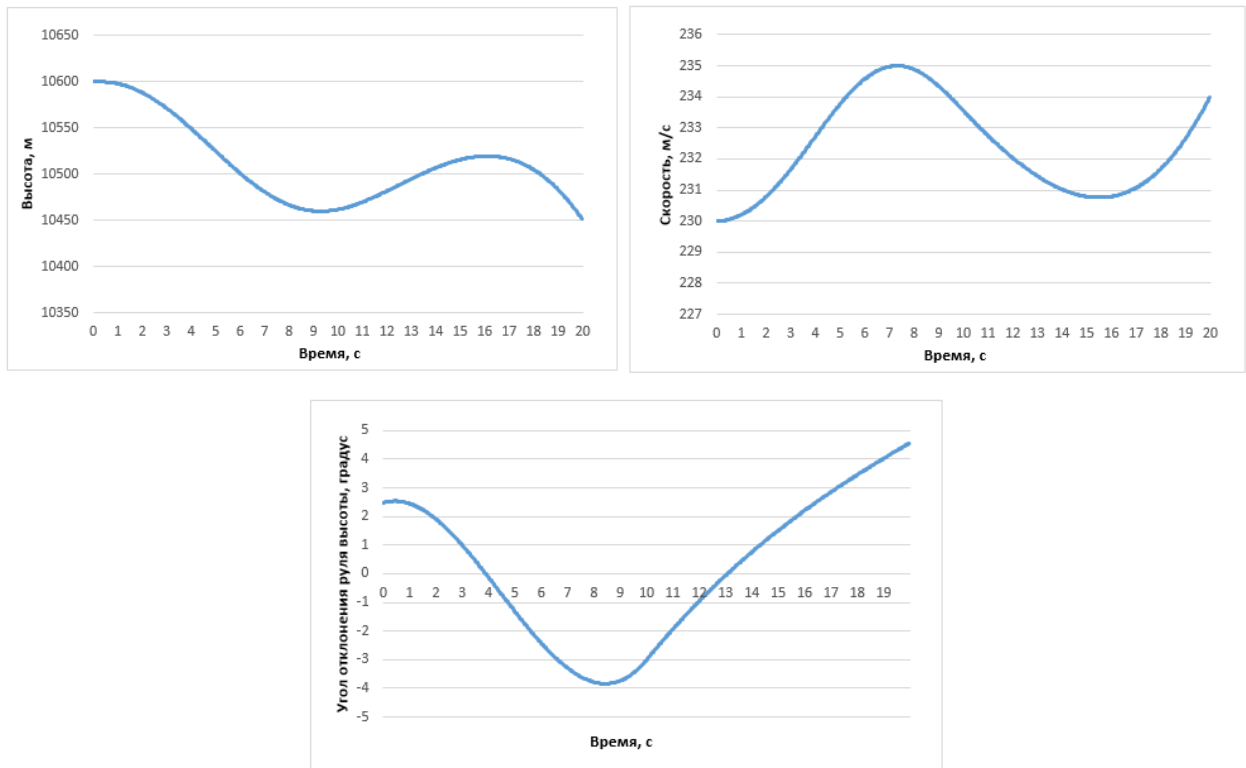


Рисунок 4.2.10 – Одна из реализаций значения высоты, скорости и угла отклонения руля высоты при использовании функционала J_1

Как можно будет убедиться позднее оценки параметров для данной реализации, приведенные в таблице (4.2.2.), оказываются сопоставимы с оценками для реализации на рисунке (4.2.9).

Относительная ошибка оценки P , %	Относительная ошибка оценки c_{x0} , %	Относительная ошибка оценки c_x^α , %	Относительная ошибка оценки $c_x^{\alpha^2}$, %
$8.7 \cdot 10^{-4}$	0	0	0.28

Таблица 4.2.2 – Относительные ошибки в оценках параметров для реализации приведенной на рисунке 19 (целевой функционал J_1)

На рисунке (4.2.11) приводятся значения высоты, скорости и угла отклонения руля высоты для оптимизации функционала J_2 с учетом ограничений.

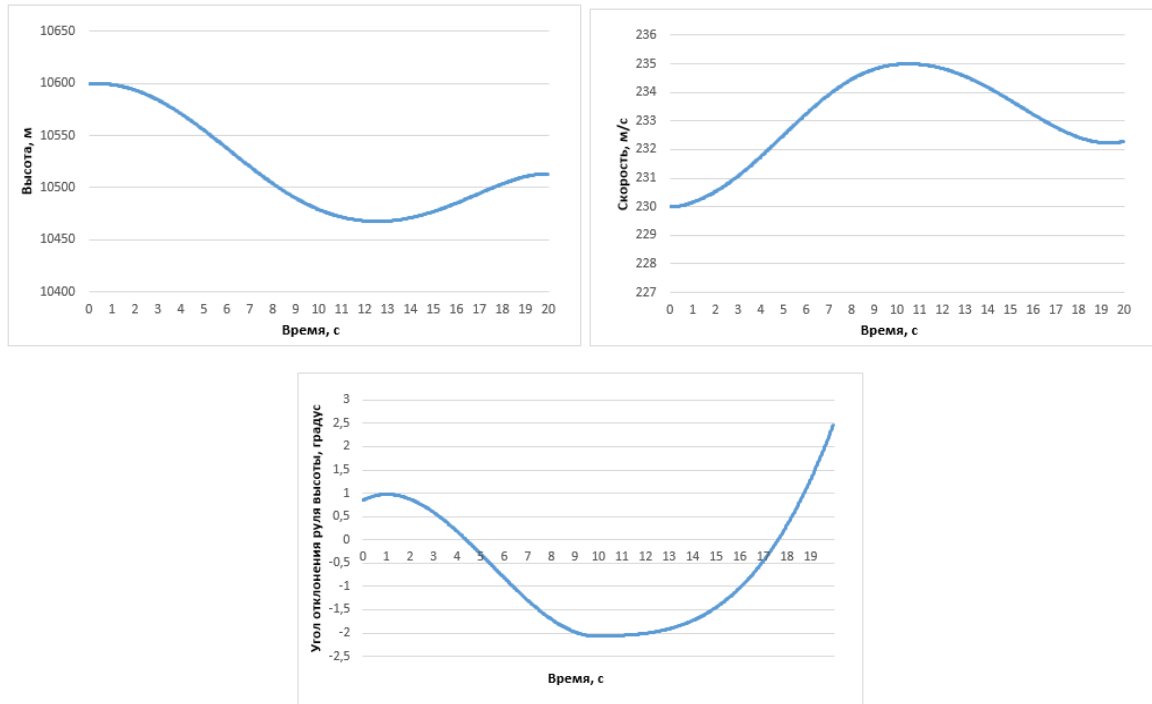


Рисунок 4.2.11 – Выходные значения высоты, скорости и угла отклонения руля высоты при использовании функционала J_2

На рисунке (4.2.12) приводятся значения высоты, скорости и угла отклонения руля высоты для оптимизации функционала J_3 с учетом ограничений.

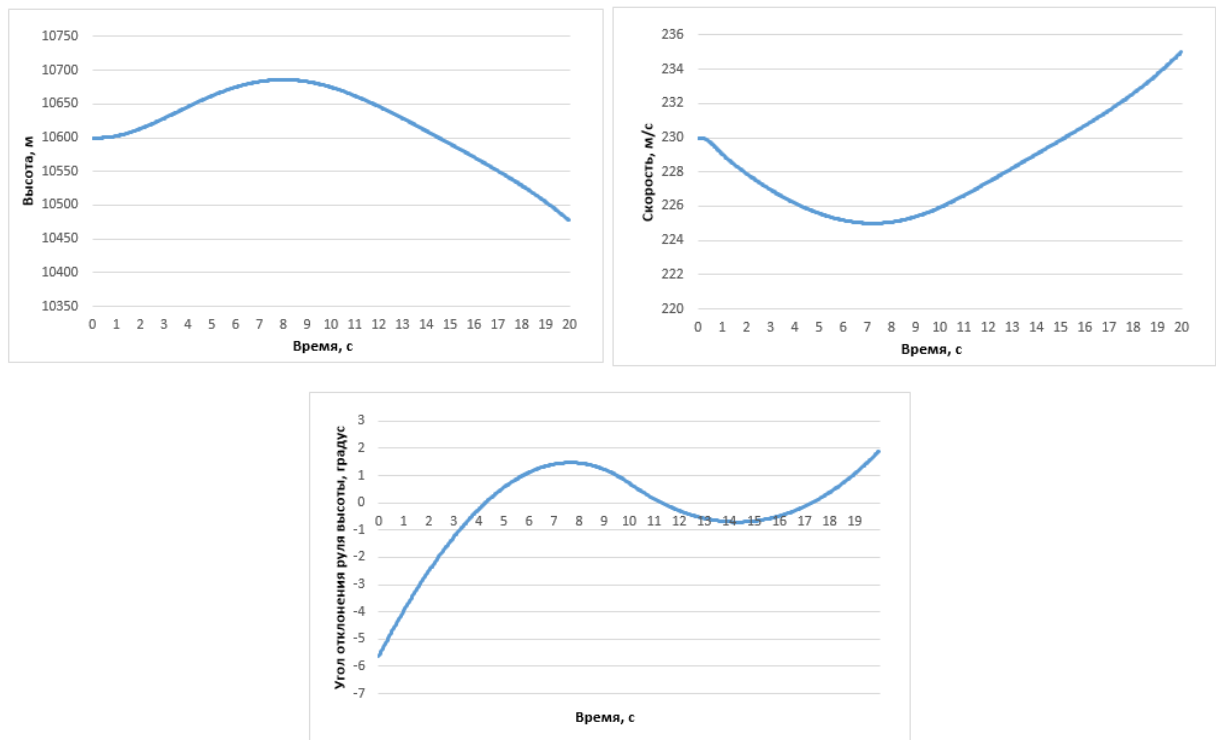


Рисунок 4.2.12 – Выходные значения высоты, скорости и угла отклонения руля высоты при использовании функционала J_3

На рисунке (4.2.13) приводятся значения высоты, скорости и угла отклонения руля высоты для оптимизации функционала J_4 с учетом ограничений.

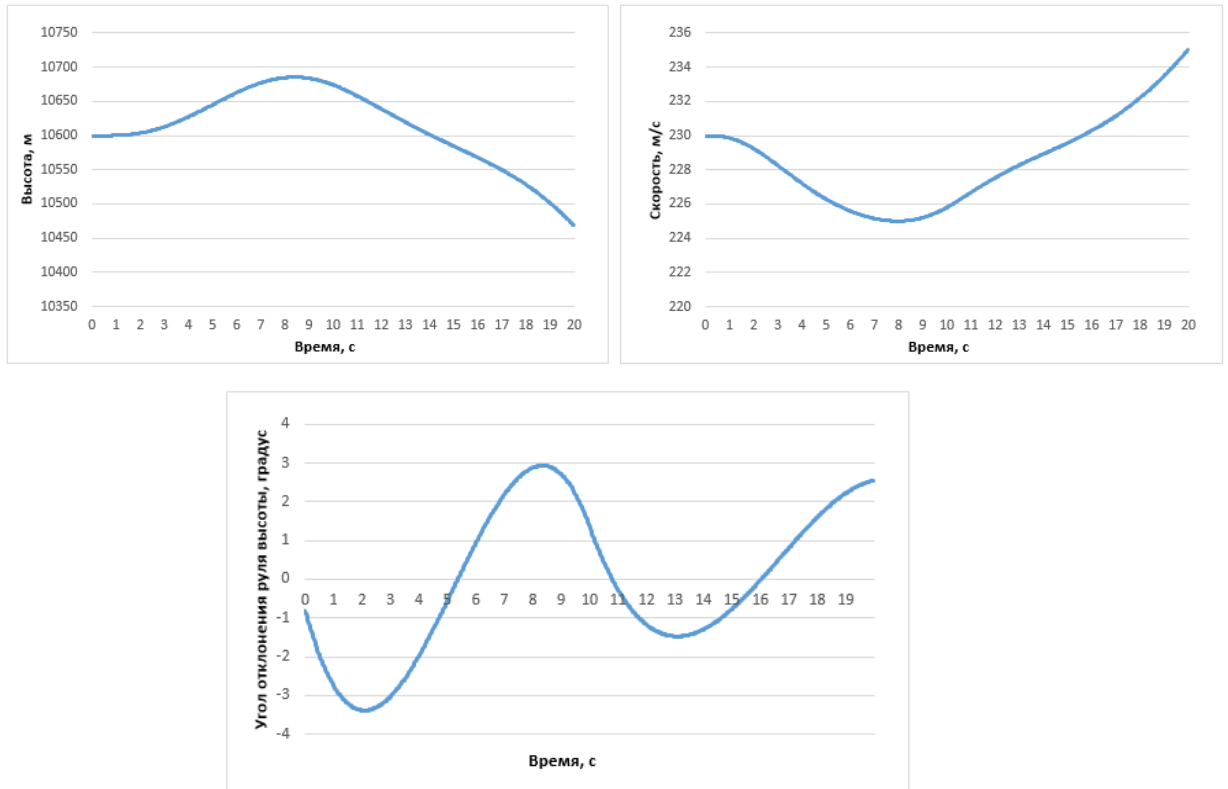


Рисунок 4.2.13 – Выходные значения высоты, скорости и угла отклонения руля высоты при использовании функционала J_4

Относительные ошибки, полученные при решении данной задачи при различных способах задания функционала, собраны в таблице (4.2.3.).

Применяемый функционал	Относительная ошибка оценки P , %	Относительная ошибка оценки c_{x0} , %	Относительная ошибка оценки c_x^α , %	Относительная ошибка оценки $c_x^{\alpha^2}$, %
J_1	$4 \cdot 10^{-7}$	0	0	0.28
J_2	0.004	0.004	0	0.28
J_3	0.015	0.021	0	0.28
J_4	0.02	0.03	0	0.28

Таблица 4.2.3 – Относительные ошибки в оценках параметров с использованием разных видов целевого функционала при решении задачи с ограничениями

По таблице 6 видно, что введение ограничений не приводит к резкому росту погрешностей. Для функционалов, использующих элементы информационной матрицы погрешности даже сокращаются, что, впрочем, может быть связано со способом проведения эксперимента – при решении задачи без ограничений отбор лучшей реализации не проводился. В остальных случаях, как правило, вычислялось не менее пяти реализаций и лучшие из них отбирались по значениям относительных ошибок (либо примечательные другими свойствами полученных решений). В данном случае наблюдается заметное сближение по величине относительных ошибок функционалов, которые минимизируют непосредственно их, и функционалов, основанных на информационной матрице.

Дополнительно следует отметить, что таблица (4.2.3) проявляется характерная особенность функционала J_1 , а именно разреженность вектора параметров. Нечто похожее, хотя менее явно, можно наблюдать и в таблице (4.2.1).

4.2.6. Анализ эффективности предложенного метода

В работе рассмотрена задача раздельной идентификации сил тяги и лобового сопротивления по данным лётных испытаний. Основное преимущество предлагаемого подхода заключается в использовании стандартного набора датчиков (измеряющих перегрузки, воздушную скорость, угол атаки) без необходимости дополнительных измерений давления и температуры в критических сечениях двигателя, что обязательно при применении термодинамического подхода. Общие аспекты данной проблемы представлены в работах [106-108], тогда как настоящее исследование сосредоточено на вопросах формирования тестового входного сигнала.

Показано, что применение методов оптимального управления позволяет синтезировать траекторию, обеспечивающую корректность постановки задачи идентификации, или, другими словами, улучшающую обусловленность этой задачи. Это позволяет получить оценки тяги с относительной погрешностью порядка 0,3% в отсутствие шумов. Исследование также демонстрирует относительную устойчивость общего характера маневра, который должен

обеспечивать малые изменения воздушной скорости при постоянном режиме работы двигателя за счет маневрирования по каналу тангажа (набор высоты и пикирование).

При выполнении указанного базового требования дополнительные модификации входного сигнала, полученные путем оптимизации, лишь незначительно повышают точность оценок. Следовательно, допустимы вариации формы рекомендуемого тестового сигнала, что особенно важно при выполнении маневра пилотом-человеком.

Выводы по главе 4

Разработанный подход в разделе (4.1) обеспечивает идентификацию силы тяги двигателей и силы аэродинамического сопротивления в соответствии с данными летных испытаний на основе параметрической идентификации динамических систем. Преимущества зоны захода на посадку в том, что в ней используются только измерения стандартных датчиков, которые обычно устанавливаются на борту современных самолетов. Недостатком этого подхода является плохая обусловленность задачи идентификации, которая в целом представляет его практическое применение.

Разработанные в разделе 4.1 методы решают ключевую проблему раздельной идентификации сил тяги и лобового сопротивления в условиях их мультиколлинеарности. Основные достижения работы [111-113] включают:

- теоретический анализ, выявивший причины нарушения параметрической идентифицируемости и установивший требования к полетному маневру для обеспечения независимых оценок;
- специальную математическую модель, адаптированную для раздельного определения аэродинамических характеристик, что принципиально важно для точного анализа летных данных;
- оптимальный полетный маневр, разработанный для выполнения условий идентифицируемости, с детальным описанием его параметров и особенностей выполнения;
- алгоритм сглаживания данных, существенно снижающий влияние случайных погрешностей измерений на результаты идентификации;
- верификацию метода посредством обработки данных моделирования с учетом шумов, подтвердившую точность определения тяги с ошибкой не более 1% при уровнях помех, соответствующих реальным летным условиям.

Критическим допущением представленного метода является предположение о постоянстве тяги при неизменном режиме работы двигателя и незначительных

колебаниях скорости полета, что существенно упрощает процедуру идентификации, но накладывает важные ограничения на применимость метода.

Проведённые в разделе 4.2 исследования подтвердили эффективность комбинированного подхода, объединяющего методы системной идентификации и оптимального управления, для решения сложной задачи раздельного определения силы тяги и аэродинамического сопротивления. Основное достижение работы заключается в установлении ключевой роли специально разработанного маневра полёта (а не точной формы управляющего сигнала) для успешной идентификации параметров. Этот вывод имеет важное практическое значение, поскольку позволяет применять метод в реальных условиях, включая испытания с ручным пилотированием, без необходимости использования сложных дополнительных измерительных систем.

Полученные результаты открывают новые возможности для проведения лётных испытаний. Это позволит расширить область применения метода для различных типов летательных аппаратов и режимов полёта.

ГЛАВА 5. МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВОЗДУШНОГО СУДНА ПО ПОЛЁТНЫМ ДАННЫМ

На основе результатов, демонстрирующих преимущества и недостатки каждого из этих методов, предложены два подхода для повышения точности оценки параметров. В разделе (5.1) представлен надежный метод идентификации аэродинамических коэффициентов, который усиливает преимущества анализа в частотной области. Задача идентификации параметров формулируется с использованием метода максимального правдоподобия. Модели объекта и наблюдения формулируются во временной области, а целевая функция определяется в частотной области, что позволяет декоррелировать отклик летательного аппарата на различных частотах, эффективно снижая влияние шума и потенциальных нелинейностей, присущих данным временной области.

Преобразование из временной области в частотную также упрощает идентификацию задержек в системе измерений, которые зачастую сложно точно оценить во временной области. Для эффективной минимизации целевой функции в частотной области используется модифицированный метод Ньютона, что позволяет получить оптимальные оценки для боковых аэродинамических производных и задержек.

Эффективность данного подхода подтверждена примерами идентификации параметров модели движения летательного аппарата, демонстрирующими его способность точно характеризовать боковую динамику самолета. Этот метод предоставляет ценный инструмент для повышения качества проектирования и анализа систем управления полетом за счет более точного моделирования поведения летательного аппарата.

Проблема оценки продольной устойчивости и производных управления математической модели летательного аппарата решается с использованием метода наименьших квадратов, который требует применения численного дифференцирования. Для аппроксимации производных скорости изменения угла

тангажа применяются методы численного дифференцирования [137], такие как метод прямых конечных разностей, метод обратных конечных разностей, метод центральных конечных разностей, комбинация трех методов конечных разностей («градиент») и метод Поплавского.

Предложенный в разделе (5.2) подход, заключающийся в комбинировании результатов, полученных при раздельном использовании трех методов конечных разностей, обеспечивает повышение точности оценки параметров за счет увеличения эффективности и компенсации недостатков, обусловленных природой и свойствами методов конечных разностей [138-140].

5.1. Разработка алгоритма идентификации во временной области со спектральной целевой функцией для оценивания аэродинамических коэффициентов

Алгоритмы идентификации параметров динамических систем традиционно делятся на методы частотной и временной областей, и каждая группа методов имеет свои преимущества и недостатки [26, 43]. Таким образом, алгоритмы во временной области обеспечивают более простой учет нелинейностей и нестационарности объекта, в то время как алгоритмы в частотной области позволяют выбрать наиболее эффективную полосу рабочих частот для данной задачи. Методы идентификации параметров во временной и спектральной областях являются эффективным инструментом при летных испытаниях летательных аппаратов [28, 141]. Пример идентификации спектральных параметров представлен в [142]. В работах [18, 143, 144, 145] обсуждается использование входных данных в частотной области для повышения качества оценок идентификации. Другими областями, где идентификация во временной и частотной областях играет важную роль, являются выявление систематических ошибок бортовых измерений [44, 146, 147], оценивание тяги и лобового сопротивления воздушных судов [148, 149], определение параметров орбиты спутников [150, 151], а также анализ и совершенствование процессов пилотирования [152-158]. С другой стороны, в последнее время возникла тенденция к созданию смешанных частотно-временных методов, стремящихся совместить преимущества обоих подходов.

В качестве примера современных подходов к идентификации можно рассмотреть спектрально-временной метод [159], где анализ невязок между экспериментальными и модельными сигналами выполняется во временной области, а минимизация целевого функционала осуществляется в частотной области через преобразование Лапласа. Однако данный метод имеет принципиальное ограничение — он применим только к линейным моделям объектов и систем наблюдения. В отличие от этого, предлагаемый алгоритм, основанный на методе максимального правдоподобия для нелинейных

нестационарных систем [30], свободен от указанного ограничения. Важным практическим преимуществом нового подхода является использование понятных инженерам концепций частотного анализа и спектральных плотностей, что обеспечивает прозрачность интерпретации результатов при работе со сложными динамическими системами.

5.1.1. Метод идентификации на основе совместного временного и спектрального анализа

Разработанный алгоритм идентификации [160] сочетает преимущества временного и частотного подходов. Модель объекта и наблюдений формулируются во временной области, что позволяет сохранить физическую интерпретируемость параметров и учесть нестационарные эффекты. При этом критерий оптимизации строится в частотной области, обеспечивая следующие ключевые преимущества, такие как, возможность селективной обработки сигналов в заданных частотных диапазонах, эффективное подавление высокочастотных шумов и низкочастотных дрейфов и учет частотных характеристик измеряемых процессов.

Определения и вспомогательные соотношения. Перед переходом к выводу расчетных формул для минимизируемого функционала в частотной области требуется ввести ряд важных обозначений.

Для скалярного сигнала в области времени $x(t)$, представленного N измерениями $x(t_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$, выполненными через равные промежутки времени $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ с частотой регистрации $f_{reg} = 1 / \Delta t$, обозначим $F(x(t))$ результат дискретного преобразования Фурье [64], вычисляемого для дискретных значений частоты f_k , $k = 1, 2, \dots, N/2 + 1$ в диапазоне частот $0 \dots 0,5 f_{reg}$.

Обозначим $F_k(x(t))$ составляющую $F(x(t))$, соответствующую частоте f_k .

Отметим, что здесь зависимость результата преобразования Фурье определена индексом k , обозначающем частоту f_k , $k = 1, 2, \dots, N/2 + 1$. Отметим также, что аргумент $x(t)$ в обозначении $F(x(t))$ означает, что оператор дискретного

преобразования Фурье применяется к реализации сигнала $x(t)$, представленного выборкой размера N , то есть измерениями, выполненными в дискретные равноотстоящие моменты времени с шагом $\Delta t = t_{i+1} - t_i$.

В случае векторного сигнала $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \dots x_r(t)]^T$ дискретное преобразование применяется по отдельности к каждому компоненту и $F_k(x(t))$ представляет собой вектор той же размерности,

$$F_k(x(t)) = [F_k(x_1(t)) \ F_k(x_2(t)) \dots F_k(x_r(t))]^T.$$

Для описанного выше скалярного сигнала $x(t)$ при каждом дискретном значении частоты f_k введем параметр $\hat{S}_k(x(t))$, являющийся оценкой среднего значения квадрата амплитуды составляющей сигнала на частоте с индексом k :

$$\hat{S}_k(x(t)) = \hat{M} [F_k^*(x(t)) F_k(x(t))] \quad (5.1.1)$$

Методы численного определения оценки среднего значения в (5.1.1) по измеренным значениям $x(t_i)$ представлены, в частности, в [44], а их краткое описание дано ниже, в заключительной части этого подраздела.

Ниже будет представлен рекуррентный алгоритм (5.1.10) минимизации частотного функционала (5.1.8). Для вывода этого алгоритма, являющегося вариантом метода Ньютона, потребуются первые и вторые производные взвешенного квадратичного функционала, содержащего комплексные переменные, по вектору идентифицируемых параметров. Дифференцирование комплексных переменных здесь имеет некоторую специфику. Понятно, что соответствующие результаты можно найти в курсах матричного анализа, однако для ясности сделаем этот вывод самостоятельно. При дифференцировании важную роль играют свойства линейности операторов математического ожидания, дифференцирования и преобразования Фурье, позволяющие менять порядок операций, что упрощает анализ.

Производная квадратичной формы $x^*(a) G x(a)$ с комплексным вектором.

Выведем следующую формулу дифференцирования квадратичной формы с

комплексным вектором $x(a)$ по вектору действительных параметров a :

$$\frac{d(x^*(a)Gx(a))}{da} = 2\operatorname{Re}\left[\frac{dx^*(a)}{da}Gx(a)\right], \quad (5.1.2)$$

где G - действительная диагональная матрица;

$x(a)$ - комплексный вектор, являющийся функцией действительного векторного аргумента a .

Формула (5.1.2) получается путем прямого дифференцирования левой части выражения, где вектор $x(a)$ и матрица G представлены в развернутой форме. Запишем это в явном виде.

Пусть $x(a)$ - комплексный вектор размерности n , являющийся функцией действительного векторного аргумента a размерности p ;

G - диагональная действительная матрица весовых коэффициентов размерности $n \times n$, $G = \operatorname{diag}(g_1, g_2, \dots, g_n)$

Производная квадратичной формы по вектору a представляется следующим образом:

$$\frac{d(x^*(a)Gx(a))}{da} = 2\operatorname{Re}\left[\frac{dx^*(a)}{da} \underset{(p \times n)}{G_{(n \times n)}} \underset{(n \times 1)}{x(a)}\right]$$

Выписывая элементы векторов в явном виде, получим

$$x^*(a)Gx(a) = g_1 x_1^*(a)x_1(a) + g_2 x_2^*(a)x_2(a) + \dots + g_n x_n^*(a)x_n(a)$$

Найдем производную для входящего в полученное выражение слагаемого вида $g_i x_i^*(a)x_i(a)$,

$$\begin{aligned} g_i \frac{d(x_i^*(a)x_i(a))}{da} &= g_i \left(\frac{dx_i^*(a)}{da} \underset{(p \times 1)}{x_i(a)} + x_i^*(a) \frac{dx_i(a)}{da} \underset{(p \times 1)}{} \right) = \\ &= g_i \left(\frac{dx_i^*(a)}{da} \underset{(p \times 1)}{x_i(a)} + \left(\frac{dx_i^*(a)}{da} x_i(a) \right)^* \right) = 2g_i \operatorname{Re} \left[\frac{dx_i^*(a)}{da} x_i(a) \right] \underset{(p \times 1)}{} \end{aligned}$$

Найдем искомую производную, используя полученный результат:

$$\begin{aligned}
\frac{d(x^*(a) G x(a))}{da} &= \frac{d}{da} \left[\sum_{i=1}^n g_i x_i^*(a) x_i(a) \right] = \\
&= 2 \operatorname{Re} \left[g_1 \frac{dx_1^*(a)}{da} x_1(a) + g_2 \frac{dx_2^*(a)}{da} x_2(a) + \dots + g_n \frac{dx_n^*(a)}{da} x_n(a) \right] = \\
&= 2 \operatorname{Re} \left[\begin{bmatrix} \frac{dx_1^*(a)}{da} & \frac{dx_2^*(a)}{da} & \dots & \frac{dx_n^*(a)}{da} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & g_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(a) \\ x_2(a) \\ \dots \\ x_n(a) \end{bmatrix} \right] = \\
&= 2 \operatorname{Re} \left[\frac{dx^*(a)}{da} \underset{(p \times n)}{G_{(n \times n)}} x(a)_{(n \times 1)} \right].
\end{aligned}$$

Итак, формула (5.1.2) доказана.

Формулировка задачи и вывод расчетного алгоритма. Нелинейная непрерывная динамическая модель объекта и нелинейная в общем случае статическая дискретная модель наблюдений определяется следующим образом:

$$y'(t) = f(y(t), a, u(t)), \quad (5.1.3)$$

$$z(t_i) = h(y(t_i), a, u(t_i)) + v(t_i). \quad (5.1.4)$$

где $y(t), z(t_i)$ - векторы состояния и наблюдений размерности n и r соответственно;

a - вектор идентифицируемых параметров размерности p ;

$v(t_i)$ - векторный случайный процесс размерности r , являющийся последовательностью нормальных независимых случайных векторов с нулевым матожиданием и ковариационной матрицей $R(t_i)$.

Управляющий сигнал $u(t)$ размерности m является известной временная функцией времени. Уравнение наблюдений (5.1.4) сформулировано для дискретных моментов времени $t_i, i=1, 2, \dots, N$, что соответствует цифровому формату регистрации и обработки данных.

В классическом (традиционном) подходе целевая функция во временной области задается следующим образом:

$$J(a) = (1/N) \sum_{i=1}^N (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a))^T R^{-1}(t_i) (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a)) \quad (5.1.5)$$

где

N - число наблюдений;

$\hat{z}(t_i, a)$ - прогноз вектора наблюдений, который находится численным интегрированием уравнений (5.1.3), (5.1.4) при $\vartheta(t_i) = 0$ для заданном векторе начальных условий и зависит от значения вектора параметров a .

Учитывая, что операция $(1/N) \sum_{i=1}^N (\cdot)$ соответствует оценке математического

ожидания и обозначая через $\varepsilon(t_i, a)$ невязку между наблюдением и прогнозом,

$$\varepsilon(t_i, a) = z(t_i) - \hat{z}(t_i, a) \quad (5.1.6)$$

запишем функционал (63) в виде:

$$J(a) = \hat{M} [\varepsilon^T(t_i, a) R^{-1}(t_i) \varepsilon(t_i, a)], \quad (5.1.7)$$

где $\hat{M} [\cdot]$ - оценка математического ожидания по N наблюдениям.

Переходим к определению целевого функционала в области частоты и разработке вычислительного алгоритма его минимизации. Для заданных уравнений модели объекта (5.1.3) и модели наблюдений (5.1.4), применяя дискретное преобразование Фурье, вводим частотный функционал для идентификации следующего вида:

$$J_f(a) = \hat{M} \left[\sum_{k=1}^L F_k^*(\varepsilon(t, a)) G_k F_k(\varepsilon(t, a)) \right], \quad (5.1.8)$$

где $\varepsilon(t, a)$ - вектор невязки размерности r между наблюдениями и прогнозом, вычисляемый по формуле (5.1.6);

G_k - диагональная матрица действительных весовых коэффициентов размерности $r \times r$. Соображения по выбору весовых коэффициентов, то есть элементов матрицы G_k , во-первых, традиционные, то есть весовые коэффициенты задают разные веса для разных компонентов вектора измерений. Значения весов

определяются из анализа каждой конкретной задачи. Во-вторых, для рассматриваемого алгоритма весовые коэффициенты, зависящие от частоты с индексом k , используются для выделения информативных частотных диапазонов и подавления диапазонов, содержащих помехи. Таким образом, именно с помощью матрицы G_k реализуется основная идея данного метода – подавление влияния помехи за счет надлежащего выбора частотного диапазона, учитываемого в целевом функционале.

Подставляя в (5.1.8) $G_k = \text{diag} [g_{k1} \ g_{k2} \dots g_{kr}]$ получим:

$$J_f(a) = \sum_{k=1}^L \sum_{j=1}^r g_{kj} \hat{S}_k(\varepsilon_j(t, a)) \quad (5.1.9)$$

Из совместного анализа уравнений (5.1.8) (и (5.1.9)) вытекает фундаментальное свойство функционала (5.1.8): несмотря на наличие комплекснозначных компонент $F_k(\varepsilon(t, a))$ в его структуре, результирующее значение функционала остается вещественной величиной при действительной весовой матрице G_k , поскольку в функционал входят произведения комплексно сопряженных чисел.

Для минимизации функционала (5.1.8) возьмем итерационный алгоритм, представляющий модифицированную версию метода Ньютона. Алгоритм реализует следующую рекуррентную процедуру оценки вектора параметров $\hat{a}$:

$$\hat{a}_{k+1} = \hat{a}_k - (D(\hat{a}_k))^{-1} \frac{dJ_f(\hat{a}_k)}{d\hat{a}_k}, \quad (5.1.10)$$

где $\frac{dJ_f(\hat{a}_k)}{d\hat{a}_k}$ - вектор размерности p первой производной функционала по вектору параметров;

$D(\hat{a}_k)$ - матрица размерности $p \times p$, приближённо равная матрице вторых производных функционала по вектору параметров.

Ключевое отличие предложенного рекуррентного алгоритма (5.1.10) от классического метода Ньютона заключается в специальном способе вычисления

матрицы $D(\hat{a}_k)$, которая заменяет традиционную обратную матрицу Гессе. Это поясняется ниже формулой (5.1.14) и комментариями к ней.

Первую производную функционала (5.1.8) находится следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dJ_f(a)}{da} &= \hat{M} \left[\sum_{k=1}^L 2\text{Re} \left\{ F_k^* \left(\frac{d\varepsilon(t,a)}{da} \right) G_k F_k(\varepsilon(t,a)) \right\} \right] = \\ &= -2\hat{M} \left[\sum_{k=1}^L \text{Re} \left\{ F_k^* \left(\frac{d\hat{z}(t,a)}{da} \right) G_k F_k(\varepsilon(t,a)) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5.1.11)$$

Во втором равенстве системы (5.1.11) применяется подстановка выражения (5.1.6) для невязки $\varepsilon(t,a)$, что устанавливает связь между компонентами модели.

Когда весовая матрица $G_k = E$, производная (5.1.11) упрощается до следующего вида:

$$\frac{dJ_f(a)}{da} = -2\text{Re} \left\{ \sum_{k=1}^L \hat{S}_k \left(\frac{d\hat{z}(t,a)}{da}, \varepsilon(t,a) \right) \right\}, \quad (5.1.12)$$

где $\hat{S}_k \left(\frac{d\hat{z}(t,a)}{da}, \varepsilon(t,a) \right) = \hat{M} \left[F_k^* \left(\frac{d\hat{z}(t,a)}{da} \right) F_k(\varepsilon(t,a)) \right]$ есть оценка взаимной спектральной плотности сигналов $d\hat{z}(t,a)/da$ и $\varepsilon(t,a)$, вычисленная по N значениям этих сигналов, зарегистрированных в дискретные моменты времени $t_i, i=1, 2, \dots, N$.

Рассматривая общий случай и при подстановке в уравнение (5.1.11) значения $G_k = \text{diag} [g_{k1} \ g_{k2} \dots g_{kr}]$, получим,

$$\frac{dJ_f(a)}{da} = -2\text{Re} \left\{ \sum_{k=1}^L \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(i1,i) g_{ki} \\ \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(i2,i) g_{ki} \\ \dots \\ \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(ip,i) g_{ki} \end{bmatrix} \right\}, \quad (5.1.13)$$

где $\hat{S}_k(ij,i)$ есть оценка взаимной спектральной плотности сигнала,

соответствующего i -ой строке j -го столбца матрицы $d\hat{z}(t, a)/da$ (то есть сигнала производной i -го элемента вектора прогноза наблюдений $\hat{z}(t, a)$ по j -ому элементу вектора параметров a) и i -го элемента вектора невязки $\varepsilon(t, a)$.

Как следует из проведенного анализа, вычисление первой производной, как и в предыдущих случаях, требует определения взаимных спектральных плотностей. Перейдем теперь к нахождению второй производной путем дифференцирования выражения (5.1.11) по вектору параметров a :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 J_f(a)}{da^2} &= \frac{d}{da} \left[\frac{dJ_f(a)}{da} \right] = -2\text{Re} \left\{ \hat{M} \left[\sum_{k=1}^L F_k^* \left(\frac{d^2 \hat{z}(t, a)}{da^2} \right) \right] G_k F_k(\varepsilon(t, a)) \right\} + \\ &+ 2\text{Re} \left\{ \hat{M} \left[\sum_{k=1}^L F_k^* \left(\frac{d \hat{z}(t, a)}{da} \right) G_k F_k \left(\frac{d \hat{z}(t, a)}{da} \right) \right] \right\} \approx \\ &\approx 2\text{Re} \left\{ \hat{M} \left[\sum_{k=1}^L F_k^* \left(\frac{d \hat{z}(t, a)}{da} G_k F_k \left(\frac{d \hat{z}(t, a)}{da} \right) \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.1.14)$$

В формуле (5.1.14) было намеренно исключено слагаемое со вторыми производными прогнозируемых значений по параметрам. Это упрощение оправдано следующими двумя факторами: во-первых, на начальных этапах оптимизации, когда невязки велики, его отсутствие не оказывает критического влияния на сходимость алгоритма; во-вторых, вблизи точки оптимума влияние данного слагаемого становится незначительным, поскольку оно пропорционально величине невязки $\varepsilon(t, a)$, которая стремится к нулю. Такое упрощение позволяет существенно сократить объем вычислений, избежав при этом сложностей, связанных с расчетом вторых производных, сохраняя при этом удовлетворительную скорость и устойчивость процесса оптимизации. Необходимо заметить, что эти рассуждения повторяют аргументы, обосновывающую модификацию метода Ньютона, представленную в первой главе для функционала в области времени, и заимствованную из известных источников. Новым результатом, полученным и экспериментально подтвержденным в данном разделе, является тот факт, что эти свойства сохраняются при переходе к частотному

функционалу.

Когда $G_k = E$ из (5.1.14) можно получить следующее:

$$\frac{d^2 J_f(a)}{da^2} \approx 2\text{Re} \left\{ \sum_{k=1}^L \hat{S}_k \left(\frac{d\hat{z}^T(t,a)}{da}, \frac{d\hat{z}(t,a)}{da} \right) \right\}, \quad (5.1.15)$$

где под знаком суммы стоит оценка взаимной спектральной плотности сигналов $d\hat{z}(t,a)/da$.

При подставлении $G_k = \text{diag} [g_{k1} \ g_{k2} \dots g_{kr}]$ в (5.1.14), получится:

$$\frac{d^2 J_f(a)}{da^2} \approx 2\text{Re} \left\{ \sum_{k=1}^L \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(i1,i1)g_{ki} & \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(i1,i2)g_{ki} & \dots & \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(i1,ip)g_{ki} \\ \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(i2,i1)g_{ki} & \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(i2,i2)g_{ki} & \dots & \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(i2,ip)g_{ki} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(ip,i1)g_{ki} & \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(ip,i2)g_{ki} & \dots & \sum_{i=1}^r \hat{S}_k(ip,ip)g_{ki} \end{bmatrix} \right\} \quad (5.1.16)$$

где $\hat{S}_k(ij,in)$ означает оценку взаимной спектральной плотности производной i -ого элемента вектора прогноза по j -му элементу вектора параметров и производной i -го элемента вектора прогноза по n -му элементу вектора параметров.

Представленный алгоритм оценки параметров реализует следующий вычислительный процесс. В основе лежит система уравнений модели объекта (5.1.3) и наблюдений (5.1.4), которая дополняется рекуррентной процедурой обновления оценок (5.1.10). В данной процедуре градиентный член рассчитывается по формулам (5.1.12) или (5.1.13) в зависимости от структуры весовой матрицы G_k , а приближенная матрица вторых производных $D(\hat{a}_k)$ определяется соотношением (5.1.15) или (5.1.16). Алгоритм требует задания начального приближения параметров и выполняет итерационные вычисления до тех пор, пока модуль вектора $\hat{a}_{k+1} - \hat{a}_k$ корректировки оценок не станет меньше 1-2% от модуля текущего вектора параметров $\hat{a}_k$. Производные прогноза по параметрам $d\hat{z}(t,a)/da$

вычисляются численно с помощью метода конечных разностей. Численные эксперименты и опыт практического применения показали, что это обеспечивает устойчивость процедуры при сохранении приемлемой точности расчетов. Критерий остановки может быть дополнен дополнительными условиями сходимости, такими как стабилизация значения целевого функционала или ограничение на максимальное число итераций.

Алгоритмы спектрального анализа. В работе применялись известные вычислительные алгоритмы спектрального анализа [52], основанные на алгоритме быстрого преобразования Фурье (БПФ). Помимо БПФ, являющемуся в данном случае базовым высокопроизводительным алгоритмом, значительное внимание было уделено двум другим практически эффективным методам: спектральное окно Гудмена-Отнеса-Эноксона для улучшения частотного разрешения, и техника осреднения по частотам для повышения устойчивости оценок [52].

Вычисления параметров, характеризующих квадрат амплитуды составляющих сигнала на частоте с индексом k , рекомендуется производить по алгоритму, который состоит из следующих операций:

- вычисление для исходного скалярного сигнала $x(t_i), i = \overline{1, N}$, где N – четное, значений дискретного преобразования Фурье $X(f(k))$ методом (БПФ);
- применение спектрального окна Гудмена-Эноксона-Отнеса (ГЭО)

$$\tilde{X}(f(k)) = X(f(k)) + \sum_{i=1}^3 a_i (X(f(k-1)) + X(f(k+i))), k = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1,$$

где $a_1 = 0,1817, a_2 = -0,1707, a_3 = 0,1470$, а крайние точки определяются из свойства симметричности дискретного преобразования Фурье;

- вычисление начальных оценок искомых параметров

$$\tilde{S}_x(f(k)) = \frac{K_c}{NT} X(f(k)) X^*(f(k)), k = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1,$$

где $T = t_{i+1} - t_i$ – интервал дискретизации исходного временного ряда,

$K_c = 0,856$ – коэффициент коррекции, соответствующий выбранному спектральному окну;

- вычисление окончательных оценок осреднением по $2L+1$ частотам

$$\tilde{S}_x(f(m)) = \frac{1}{2L+1} \sum_{i=-L}^L \tilde{S}_x(f(m+i)),$$

где $m = 0, (2L+1), 2(2L+1), \dots,$

$$m < k_B, \quad L = 3 \dots 7.$$

Выбор спектрального окна ГЭО обусловлен тем, что оно специально адаптировано [130] для того, чтобы оценки спектральных плотностей в наибольшей степени удовлетворяли соотношению :

$$D(x) = \int_0^{\infty} S_x(f) df, \quad ,$$

где $D(x)$ - дисперсия исходного скалярного сигнала $x(t)$ на обрабатываемом интервале.

Определение значимых частотных диапазонов осуществляется двумя основными методами в зависимости от сложности решаемой задачи. Первый подход предполагает задание соответствующих коэффициентов весовой матрицы G_k , что позволяет избирательно усиливать или ослаблять вклад различных частотных компонент. Вторым методом, применяемым при использовании упрощенных формул с $G_k = E$, основан на явном исключении из анализа отдельных частотных составляющих при суммировании по $k = 1, 2, \dots, L$. При этом отдельные весовые коэффициенты полагаются равными нулю. Критериями выбора рабочих частот служат их информативность относительно исследуемых процессов, уровень шумового фона и физическая обоснованность. Учет этих факторов обеспечивается анализом конкретной задачи и знаниями лица, принимающего решение, о предметной области.

5.1.2. Определение аэродинамических коэффициентов воздушного судна с использованием алгоритма частотно-временной идентификации в боковом движении

Для демонстрации эффективности разработанного алгоритма рассмотрим его

применение к задаче идентификации параметров модели бокового движения самолета.

Пример 1. В качестве первого тестового случая используем упрощенную систему уравнений бокового движения самолёта, выделенную из полной модели пространственного движения [141], которая сохраняет ключевые особенности динамики при крене и рыскании. Особое внимание уделяется идентификации параметров, характеризующих нелинейные эффекты при различных режимах полета, что особенно важно для задач управления и стабилизации.

$$\begin{aligned}\frac{d\beta}{dt} &= a_z \cos \beta - (a_x \sin \beta - \omega_y) \cos \alpha + (a_y \sin \beta + \omega_x) \sin \alpha, \\ \frac{d\omega_y}{dt} &= \frac{J_z - J_x}{J_y} \omega_x \omega_z + q \frac{Sl}{J_y} m_y + (K_{дв} \omega_z + (P_{прав} - P_{лев}) z_{дв}) / J_y, \\ \frac{d\omega_x}{dt} &= \frac{J_y - J_z}{J_x} \omega_y \omega_z + q \frac{Sl}{J_x} m_x, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg} \nu (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma),\end{aligned}\quad (5.1.17)$$

где

$$\begin{aligned}a_x &= qS(-c_x + c_p) / m - g \sin \nu, \\ a_y &= qSc_y / m - g \cos \nu \cos \gamma, \\ a_z &= qSc_z / m - g \cos \nu \sin \gamma.\end{aligned}$$

Аэродинамические коэффициенты сил и моментов выражаются через безразмерные параметры, характеризующие взаимодействие летательного аппарата с воздушным потоком. Для бокового движения эти коэффициенты включают:

$$\begin{aligned}c_z &= c_z^\beta \beta + c_z^{\delta_H} \delta_H, \\ m_x &= m_x^\beta \beta + m_x^{\omega_x} \omega_x + m_x^{\omega_y} \omega_y + m_x^{\delta_\gamma} \delta_\gamma + m_x^{\delta_H} \delta_H, \\ m_y &= m_y^\beta \beta + m_y^{\omega_x} \omega_x + m_y^{\omega_y} \omega_y + m_y^{\delta_\gamma} \delta_\gamma + m_y^{\delta_H} \delta_H.\end{aligned}\quad (5.1.18)$$

Перегрузки в трех взаимно перпендикулярных направлениях определяются

следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} n_y &= a_y / g + \cos \nu \cos \gamma, \\ n_z &= a_z / g + \cos \nu \sin \gamma, \\ n_x &= a_x / g + \sin \nu. \end{aligned} \quad (5.1.19)$$

В представленных формулах обозначения соответствуют общепринятому стандарту в области динамики полёта [4].

Вектор измерений включал угловые скорости крена, рыскания и боковую перегрузку, которые измерялись со случайными погрешностями. Относительно случайных погрешностей принималось традиционное допущение, что они представляют собой последовательности дискретных нормальных независимых случайных величин с нулевым матожиданием и постоянными дисперсиями.

Особенностью методики является использование измеренных значений параметров продольного движения (углы атаки и тангажа α и ϑ , угловая скорость ω_z) вместо их идентификации, что позволяет снизить вычислительную сложность задачи за счет уменьшения ее размерности. Ключевой параметр a_y рассчитывается через измеренные значения нормальной перегрузки n_y по соотношению (3.1.19), обеспечивая физическую корректность модели. Изменения скорости полёта V и параметра a_x учитываются аналогично, при этом текущие значения V принимаются непосредственно из данных бортовых измерений. Такой подход сохраняет необходимую точность оценок при разумной вычислительной нагрузке и позволяет эффективно учитывать взаимное влияние продольной и боковой динамики через измеряемые параметры.

Для получения исходных данных моделировался установившийся горизонтальный полёт с последующим выполнением серии импульсных отклонений элеронов длительностью 1 - 2,5 секунды в обе стороны. Общая продолжительность участка идентификации составила 32 секунды при частоте регистрации данных 8 Гц. В ходе эксперимента фиксировались угловые скорости

ω_x и ω_y , значения боковой перегрузки n_z , а также текущие отклонения элеронов δ_η , при этом руль направления сохранялся в нейтральном положении ($\delta_n = 0$). Амплитуда управляющих воздействий подбиралась таким образом, чтобы обеспечить характерные отклонения параметров: ± 8 град/с по крену, ± 1.7 град/с по рысканию и ± 0.08 единиц по боковой перегрузке. Измерительные шумы моделировались как дискретные гауссовские случайные последовательности с характеристиками: 0.08 град/с для ω_x , 0.02 град/с для ω_y , 0.02 единицы для n_z и 0.02 град для отклонений элеронов δ_η . Такой подход позволил получить репрезентативные данные для последующей идентификации параметров модели при сохранении линейного диапазона изменений и симметрии возмущений.

В процессе идентификации был задействован полный массив смоделированных данных, соответствующий 32-секундному участку полёта с возмущениями. В качестве идентифицируемых параметров последовательно рассматривались различные комбинации коэффициентов из системы уравнений аэродинамических сил и моментов (5.1.18).

На начальном этапе исследования проводилось сравнение эффективности предложенного алгоритма с классическим методом максимального правдоподобия (ММП) в идентичных условиях. Оба метода продемонстрировали сопоставимую точность (расхождения 2-3%) при обработке одних и тех же данных с использованием одинаковых моделей объекта и наблюдений, а также одного набора идентифицируемых параметров. Важно отметить, что в случае идеального соответствия моделей (5.1.1) и (5.1.2) реальной системе, при наличии широкополосного некоррелированного шума и точного знания структуры модели, частотный подход не показал существенных преимуществ перед временным методом. Эти результаты обусловили переориентацию исследований на более сложные и практически значимые случаи, в частности на анализ эффективности алгоритмов в условиях коррелированных с полезным сигналом помех, нестационарных шумовых характеристик и ситуаций с неполным соответствием

модели реальному объекту. Последующие эксперименты были сосредоточены на изучении поведения алгоритмов в этих более сложных, но практически важных условиях.

Проведенные исследования выявили, что частотные составляющие выше 0.8 Гц не оказывают существенного влияния на точность оценок параметров, поскольку находятся за пределами рабочей полосы пропускания объекта и преимущественно содержат шумовую составляющую. На основании этого вывода в дальнейшей реализации алгоритма с частотным функционалом было принято решение исключить указанные высокочастотные компоненты из процедуры суммирования. Такой подход позволил достичь тройного эффекта: во-первых, существенно снизить влияние измерительных шумов на результаты идентификации; во-вторых, оптимизировать вычислительные затраты за счет уменьшения обрабатываемого диапазона частот; в-третьих, сохранить все значимые динамические характеристики системы. Следует отметить, что выбранная граничная частота 0.8 Гц была установлена экспериментальным путем для конкретного типа летательного аппарата и может быть скорректирована для других конфигураций и режимов полета, сохраняя при этом общий методический подход к фильтрации высокочастотных шумовых составляющих.

На основном этапе исследований была выполнена идентификация аэродинамических параметров канала крена - коэффициентов эффективности рулей $m_x^{\delta\alpha}$ и демпфирования $m_x^{\omega x}$ - в условиях воздействия аддитивной синусоидальной помехи на измеряемый сигнал угловой скорости. Полученные оценки параметров с указанием относительных погрешностей представлены в таблице 5.1.1.

Диапазон частот вычисления функционала, Гц	Относительная погрешность оценок параметров, %		Параметры помехи		Нормированный критерий C_r , %
	$m_x^{\delta\theta}$	$m_x^{\omega\chi}$	Амплитуда, градус	Частота, Гц	
0...0,8	9,6	7,1	3,0	0,5	16,3
0...0,33	3,2	1,7	3,0	0,5	0,42
0...0,24	0,1	0,12	3,0	0,5	0,001
0...0,8	6,1	14,0	3,0	0,2	17,7
0,24...0,8	1,4	9,7	3,0	0,2	3,9
0,33...0,8	0,25	4,9	3,0	0,2	0,67
0...0,8	8,7	15,1	4,0	0,1	24,2
0,33...0,8	1,4	3,8	4,0	0,1	0,61
0,42...0,8	1,39	0,2	4,0	0,1	0,32

Таблица 5.1.1 – Результаты оценивания

Анализ данных таблицы (столбцы 2 и 3) показывает существенное влияние помех на точность оценок параметров в зависимости от выбранного частотного диапазона. При вычислении функционала по всему рабочему диапазону объекта (0-0.8 Гц) наблюдается значительное увеличение погрешностей оценивания, вызванное наличием помеховых составляющих. Однако ситуация кардинально улучшается при сужении анализируемого диапазона и исключении частот, содержащих помехи - в этом случае погрешности оценок снижаются в несколько раз, демонстрируя эффективность частотной селекции для повышения точности идентификации. Полученные результаты убедительно доказывают, что осознанный выбор рабочего частотного диапазона с исключением помеховых участков позволяет существенно (в 1.8-2.2 раза) повысить точность оценивания параметров модели по сравнению с обработкой полного частотного спектра сигнала.

Для объективного сравнения и выбора оптимальных частотных диапазонов в работе предложен специальный нормированный критерий, значения которого представлены в последнем столбце таблицы. Критерий позволяет количественно

оценить полезность каждого частотного участка для задач идентификации. Практическое применение данного критерия демонстрирует несколько ключевых преимуществ: во-первых, он обеспечивает комплексный учет как информационной составляющей сигнала, так и уровня помех; во-вторых, позволяет автоматизировать процесс выбора рабочего диапазона; в-третьих, обладает универсальностью для различных типов сигналов.

$$Cr = \frac{\sum_{k=1}^L (\hat{S}_k(\varepsilon_1(t,a)) + \hat{S}_k(\varepsilon_2(t,a)) + \dots + \hat{S}_k(\varepsilon_r(t,a))) \cdot 100\%}{\sum_{k=1}^L (\hat{S}_k(z_1(t,a)) + \hat{S}_k(z_2(t,a)) + \dots + \hat{S}_k(z_r(t,a)))}. \quad (5.1.20)$$

Критерий (5.1.20), используемый для оценки качества идентификации, формализуется как отношение спектральных плотностей невязок и прогнозируемых значений по каждому компоненту вектора измерений, где суммирование выполняется только в пределах рабочего частотного диапазона. Физическая интерпретация критерия соответствует нормированной мере рассогласования между моделью и реальными данными. Анализ таблицы 5.1.1 показывает обратную зависимость между величиной критерия и точностью оценок - улучшение идентификации сопровождается уменьшением значения критерия.

Первоначальные исследования проводились в идеализированных условиях при точном знании всех параметров бокового движения, кроме идентифицируемых характеристик канала крена. В расширенной постановке задачи рассматривается более реалистичный сценарий, когда остальные параметры модели (5.1.18) известны с некоторой погрешностью. Такой подход позволяет оценить:

- устойчивость алгоритма к ошибкам в исходных данных,
- степень влияния перекрестных связей между каналами,
- возможности отдельной идентификации параметров крена,
- пределы применимости изолированного анализа подсистем.

Полученные результаты имеют важное практическое значение, поскольку в реальных условиях эксплуатации точные значения всех параметров модели, как

правило, неизвестны, а оценки, полученные из различных источников, могут содержать существенные погрешности.

Для анализа влияния неточностей в параметрах модели на процесс идентификации канала крена было проведено моделирование с искусственным введением 30% ошибок в коэффициенты бокового движения $m_x^\beta, m_x^{\omega_y}, m_y^{\omega_y}, m_y^{\omega_x}, c_z^\beta$. Полученные результаты оценивания в относительных погрешностях представлены в таблице 5.1.2.

Диапазон частот вычисления функционала, Гц	Относительная погрешность оценок параметров, %		Вид помехи	Нормированный критерий C_r , %
	$m_x^{\delta\alpha}$	$m_x^{\omega_x}$		
0...0,8	7,5	16,7	Ошибка 30% по параметрам $m_x^\beta, m_x^{\omega_y}, m_y^{\omega_y}, m_y^{\omega_x}, c_z^\beta$	4,65
0,33...0,8	3,4	4,0		0,24
0,42...0,8	3,3	2,7		0,025

Таблица 5.1.2 - Результаты оценивания

Анализ данных таблицы 5.1.2 показывает, что включение в обработку относительно высокочастотной области спектра (при сохранении разумных границ, исключающих шумовые составляющие) позволило значительно повысить точность оценок параметров.

5.1.3. Определение погрешностей системы измерений по данным летного эксперимента

В рамках расширения примера 1 была поставлена задача оценки временных запаздываний $\Delta T_{\omega_x}, \Delta T_{\omega_y}$ в измерительных каналах угловых скоростей ω_x и ω_y относительно опорной временной метки информационного кадра. При моделировании данных были заданы эталонные значения запаздываний 1/16 с (соответствующие половине интервала дискретизации), а в качестве основного источника погрешностей рассматривались ошибки параметров аэродинамической модели самолета. Полученные результаты (таблица 5.1.3) показывают, что предложенный алгоритм обеспечивает удовлетворительную точность

идентификации временных задержек даже в условиях неполного соответствия модели, демонстрируя устойчивость к погрешностям аэродинамических параметров. Анализ результатов также выявил наличие взаимного влияния между каналами измерения угловых скоростей, что необходимо учитывать при практической реализации метода.

Проведенный анализ в таблице 5.1.3 подтверждает, что включение высокочастотной области спектра в обработку данных позволяет существенно снизить влияние помех на точность идентификации. Как показывает практика, такой подход обеспечивает несколько ключевых преимуществ.

Диапазон частот вычисления функционала, Гц	Относительная погрешность оценок параметров, %		Вид помехи	Нормированный критерий C_r , %
	$\Delta T\omega_x$	$\Delta T\omega_y$		
0...0,8	0,5	1,5	Без помехи	0,012
0...0,8	2,5	50,2	Ошибка 30%	1,05
0,33...0,8	4,2	0,5	по m_x^β	0,036
0...0,8	9,2	106,1	Ошибка 30%	0,88
0,33...0,8	8,6	23	по $m_x^\beta, m_x^{\omega_y}$,	0,054
0,51...0,8	4,8	9,7	$m_y^{\omega_y}$	0,035

Таблица 5.1.3 - Результаты оценивания

Во-первых, он значительно уменьшает воздействие систематических ошибок, связанных с несовершенством математической модели - неточностями параметров, пренебрежением взаимными связями подсистем и другими факторами, подробно рассмотренными в [157]. Во-вторых, использование критерия (5.1.20) позволяет объективно сравнивать различные частотные диапазоны и выбирать оптимальные для идентификации участки спектра. Главное достоинство предложенного алгоритма заключается в гибком механизме выбора рабочего частотного диапазона, что особенно ценно при наличии шумов, коррелированных

с полезным сигналом. Этот механизм автоматически компенсирует ограничения модели, обеспечивая устойчивость оценок даже в условиях неполного соответствия модели реальной системе. Практическая ценность метода подтверждается его способностью поэтапно уточнять параметры, адаптируясь к конкретным условиям измерений и исключая частотные диапазоны с выраженными неучтенными нелинейностями и перекрестными связями.

5.2. Разработка методики численного дифференцирования, повышающей точности оценивания коэффициентов математической модели летательного аппарата

Оценивание производных устойчивости и управляемости самолета актуально в авиастроении, поскольку эти параметры предоставляют важную информацию о характеристиках самолета, устойчивости и управляемости [59, 161, 162, 163, 164, 165]. Оценивание производных устойчивости и управляемости также играет значительную роль в летных испытаниях, моделировании и проектировании систем управления самолёта, что помогает прогнозировать характеристики самолета при различных условиях полета, таких как взлет, посадка и маневрирование. Методы оценивания этих параметров важны при проектировании систем управления полетом, оптимизации конструкции воздушного судна, повышении топливной экономичности, повышении безопасности полета и помогают обеспечить устойчивость и маневренность воздушного судна, и в некоторых работах эти методы предлагаются в режиме реального времени. Более того, оценивание производных устойчивости и управляемости воздушного судна необходимо для моделирования, анализа эксплуатационных характеристик воздушного судна и оптимизации, в то время как оно помогает в определении максимальной скорости, дальности полета, грузоподъемности и расхода топлива воздушного судна. Понимая эти параметры, операторы воздушных судов могут принимать обоснованные решения относительно планирования полета, выбора маршрута и эффективности эксплуатации. Для оценивания производных динамической устойчивости инженеры также применяют метод колебаний силы, основанный на вычислительной гидродинамике (CFD) или метод наименьших квадратов [166-170]. Поэтому точное оценивание аэродинамических параметров, то есть производных устойчивости и управляемости самолёта актуально в области авиационной техники.

Очевидно, что погрешности измерений влияют на точность оценивания аэродинамических коэффициентов [171]. Существуют различные формы входных

сигналов, т.е. отклонения органов управления, оказывающих существенное влияние на точность оценивания параметров [172-174]. Замечено, что применение соответствующих методов фильтрации сигналов может обеспечить повышение точности оценивания аэродинамических коэффициентов в зависимости от характера сигналов [175-177].

Основной целью данной работы является предложение системного подхода для повышения точности оценивания параметров путем проведения анализа влияния методов численного дифференцирования на точность оценивания, выполняемое методом наименьших квадратов без применения каких-либо методов фильтрации зашумленных сигналов. Производная угловой скорости тангажа используется в качестве выходной переменной или зависимой переменной в методе наименьших квадратов. В связи с тем, что выходной вектор представляет фактические выходные значения, диапазон и вариации могут влиять на точность оценивания параметров.

5.2.1. Моделирование короткопериодического движения воздушного судна

В динамике воздушного судна короткопериодическое движение воздушного судна относится к движению тангажа, при котором воздушное судно вращается вокруг своей боковой оси. Это движение включает изменения угла тангажа, угловой скорости по тангажу и воздушной скорости. Во время такого короткопериодического движения, самолет испытывает мгновенные колебания угла тангажа из-за помех, таких как турбулентность или действия пилота. Характеристики устойчивости и управляемости самолета в этом режиме имеют решающее значение для безопасности и эффективности полета. Поэтому с целью оценивания производных продольной устойчивости и управляемости математической модели летательного аппарата выполняется математическое моделирование короткопериодического движения летательного аппарата в продольном канале с применением уравнений динамики полёта [178]. Поскольку задача в рамках текущего исследования сосредоточена на продольной устойчивости и управляемости, используются только уравнения, описывающие

угол атаки и угловую скорость по тангажу. Отклонение руля высоты математически моделируется так, как оно представлено на рисунке (5.2.1). Необходимые аэродинамические коэффициенты детерминированы для выполнения математического моделирования пространственного движения воздушного судна, и они будут оценены после проведения измерений.

В данной работе нормально распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и различными значениями среднеквадратических отклонений характеризуют шум измерения.

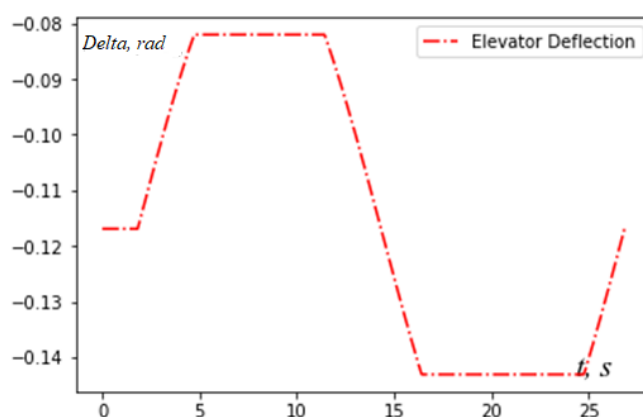


Рисунок 5.2.1 – Моделируемое отклонение руля высоты

Для оценивания аэродинамических коэффициентов используется традиционный метод наименьших квадратов (LSM). Производная угловой скорости тангажа используется для формирования выходного вектора LSM. Весьма важно выбрать правильные методы численного дифференцирования, чтобы можно было гарантировать точность оценивания, в то время как каждый метод численного дифференцирования имеет свою собственную эффективность, зависящую от интенсивности шума измерения.

Для проведения моделирования требуется формирование математической модели объекта и получение соответствующих выходных сигналов. В данной работе моделирование угла атаки и угловой скорости тангажа осуществляется на основе уравнений динамики полёта с применением простейшего метода Эйлера для численного интегрирования. Учитывая удобство работы с дискретными представлениями при решении задач моделирования и идентификации, все

сигналы формируются в дискретной форме. Дискретные математические модели для угла атаки (5.2.1) и угловой скорости тангажа (5.2.2) имеют следующий вид:

$$\alpha(t_{i+1}) = \alpha(t_i) + \Delta t \left[-Y^\alpha \alpha(t_i) + \omega_z(t_i) + (-Y^\delta \delta(t_i)) \right]; \quad (5.2.1)$$

$$\omega_z(t_{i+1}) = \omega_z(t_i) + \Delta t \left[M_z^\alpha \alpha(t_i) + M_z^{\omega_z} \omega_z(t_i) + M_z^\delta \delta(t_i) \right], \quad (5.2.2)$$

где

$\alpha(t_{i+1})$ - угол атаки на момент времени (t_{i+1}) (рад);

$\alpha(t_i)$ - угол атаки на момент времени (t_i) (рад);

$\omega_z(t_{i+1})$ - угловая скорость по тангажу на момент времени (t_{i+1}) (рад/с);

$\omega_z(t_i)$ - угловая скорость по тангажу на момент времени (t_i) (рад/с);

$Y^\alpha, Y^\varphi, M_z^\alpha, M_z^{\omega_z}, M_z^\delta$ - аэродинамические коэффициенты.

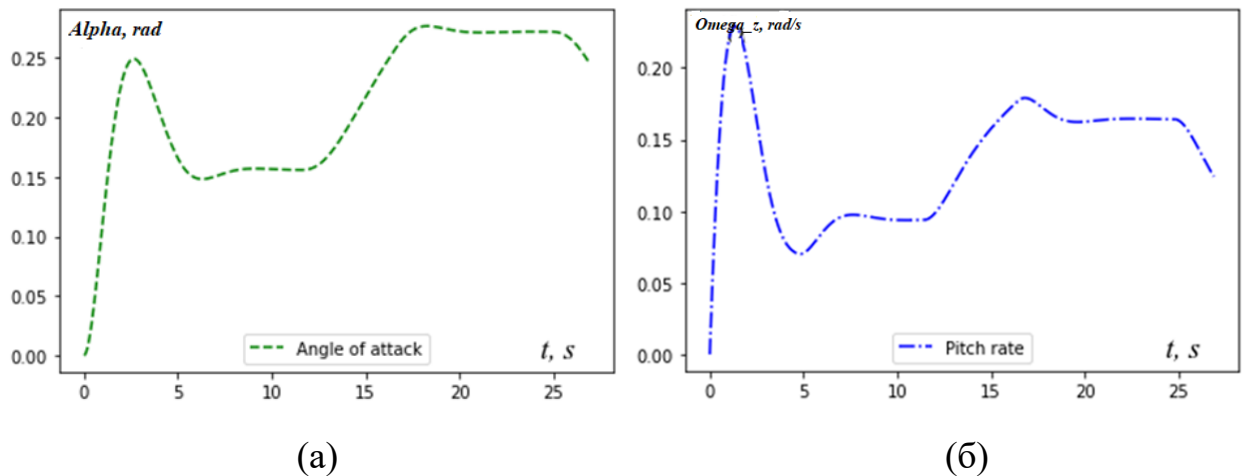


Рисунок 5.2.2 – Моделируемый угол атаки (а) и моделируемая угловая скорость по тангажу (б)

После того, как было выполнено моделирование короткопериодического движения летательного аппарата в продольном канале, необходимо в обязательном порядке приступить к измерению сигналов, участвующих в процессе оценивания параметров. Чтобы математически имитировать измерение, нормально распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и различными значениями среднеквадратического отклонения подвергаются

измерительному шуму для каждого сигнала, и значения среднеквадратический отклонений для проведения измерений представлены в таблице 5.2.1. Предполагается, что измерения проводились при различной интенсивности измерительного шума, что позволит провести анализ эффективности оценивания в зависимости от численных методов, применяемых для аппроксимации производных угловой скорости тангажа при воздействии различного уровня интенсивности шума. В таблице (5.2.1) обозначение (с.к.о) обозначает значения среднеквадратических отклонений в степени, подверженной измерительному шуму.

Сигнал, град	с.к.о, град и град/с	с.к.о, град и град/с	с.к.о, град и град/с	с.к.о, град и град/с	с.к.о, град и град/с
Угол атаки	0.02	0.08	0.2	0.4	0.8
Угловая скорость по тангажу	0.02	0.08	0.2	0.4	0.8
Угол отклонения руля высоты	0.02	0.08	0.2	0.4	0.8

Таблица 5.2.1 – Значения среднеквадратических отклонений

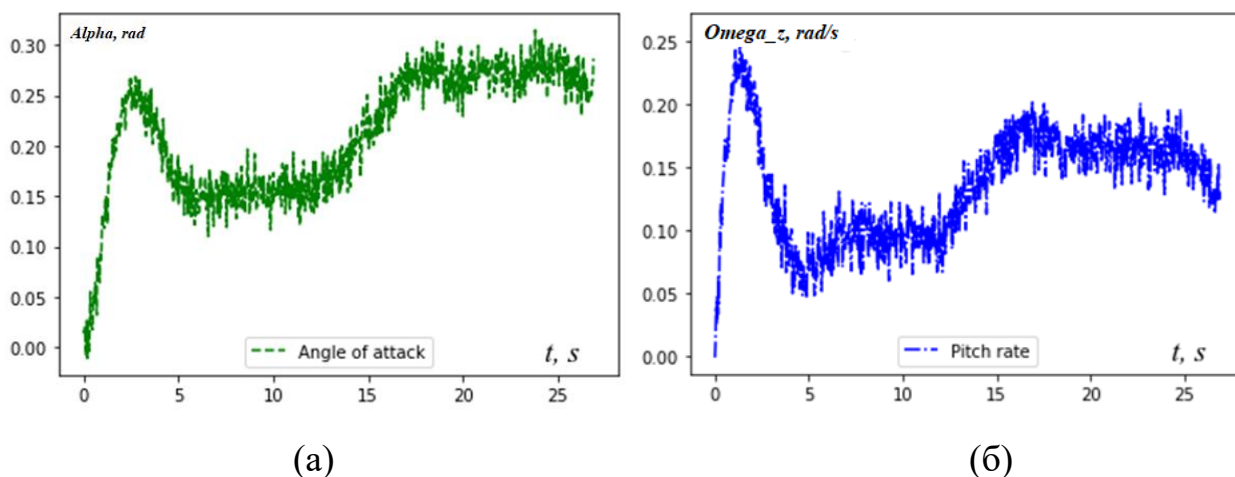


Рисунок 5.2.3 – Измеряемые угол атаки (а) и угловая скорость по тангажу (б) при шумах измерений

5.2.2. Оценивание производных устойчивости и управляемости

Существует много различных методов параметрической идентификации системы, и каждый из этих методов имеет свои преимущества и недостатки в зависимости от самой системы [43, 179]. Эти методы параметрической идентификации также применимы для идентификации динамических

погрешностей бортовых измерениях воздушного судна в соответствии с полетными данными [44]. С целью оценивания аэродинамических коэффициентов в данной работе применяется традиционный метод наименьших квадратов. Очевидно, что метод наименьших квадратов более эффективен для линейных систем. Математическую модель объекта можно описать как:

$$y_{(t)} = \hat{a}^T x_{(t)}, \quad (5.2.3)$$

где $y_{(t)}$ – вектор выходного сигнала,
 $x_{(t)}$ – вектор регрессоров,
 $\hat{a}$ – вектор неизвестных параметров.

Объект наблюдения для N наблюдений:

$$z_{(t)} = y_{(t)} + \varepsilon_{(t)}, \quad (5.2.4)$$

где $\varepsilon_{(t)}$ – шум измерений.

Следовательно, для каждого из N дискретных точек времени, в которые доступны измерения, это может быть описано в матричной записи следующим образом:

$$Y = X\hat{a} + \varepsilon, \quad (5.2.5)$$

где, $Y = [y_1 \ y_2 \ y_3 \dots y_N]^T$ и $\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3 \dots \varepsilon_N]^T$ являются $N \times 1$ размерность и X в размерности $N \times p$:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{1t(1)} & x_{2t(1)} & x_{3t(1)} \\ 1 & x_{1t(2)} & x_{2t(2)} & x_{3t(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{1t(N)} & x_{2t(N)} & x_{3t(N)} \end{bmatrix}.$$

В отличие от максимального правдоподобия, при использовании метода наименьших квадратов (5.2.6), параметры, подлежащие оцениванию, должны возникать в выражениях для средних значений наблюдений. Когда параметры отображаются линейно в этих выражениях, тогда задача оценивания методом наименьших квадратов может быть решена в замкнутой форме, и относительно

просто получить статистические свойства для результирующих оценок параметров. Метод наименьших квадратов описывается как:

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y, \quad (5.2.6)$$

где $\hat{a}$ – вектор неизвестных параметров,

X – матрица модели объекта,

Y – вектор выходного сигнала.

В данной работе проведено оценивание только трёх коэффициентов момента, которые связаны с углом атаки и скоростью тангажа, поскольку настоящее исследование сосредоточено на анализе влияния методов численного дифференцирования на оценку. Для оценивания трех коэффициентов момента с использованием LSM требуется производная угловой скорости тангажа ω_z для формирования вектора выходного сигнала Y . В матрицу модели объекта X входят угол атаки α , угловая скорость по тангажа ω_z и отклонение руля высоты δ . Так, матрица модели объекта, вектор выходного сигнала и вектор неизвестных параметров принимают следующий вид:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{t(1)} & \omega_{zt(1)} & \delta_{t(1)} \\ 1 & \alpha_{t(2)} & \omega_{zt(2)} & \delta_{t(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \alpha_{t(N)} & \omega_{zt(N)} & \delta_{t(N)} \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} \frac{d\omega_{z(1)}}{dt} \\ \frac{d\omega_{z(2)}}{dt} \\ \vdots \\ \frac{d\omega_{z(N)}}{dt} \end{bmatrix}, \quad \hat{a} = [M_z^\alpha \quad M_z^{\omega_z} \quad M_z^\delta]^T.$$

5.2.3. Методы численного дифференцирования

Аэродинамические моменты, действующие на летательный аппарат в полете, пропорциональны производным от соответствующих угловых скоростей летательного аппарата, которые обычно получаются из бортовых измерений. Поэтому методы численного дифференцирования, обеспечивающие точную аппроксимацию производных, имеют решающее значение в авиационной технике [28].

Как правило, дифференциальные уравнения могут быть решены аналитически, но иногда часто требуются значительные усилия и эффективная математическая теория, а замкнутая форма решения может быть даже слишком запутанной, чтобы быть полезной. Когда аналитическое решение дифференциального уравнения недоступно, его слишком сложно вывести или оно принимает какую-то сложную форму, которую бесполезно применять, можно рассмотреть приближенное решение [140, 180]. Для этой цели существует два подхода. Первый подход - это полуаналитические методы, которые учитывают использование рядов, т.е. интегральные уравнения, методы возмущений или асимптотические методы для получения приближенного решения, выраженного в терминах более простых функций. Второй способ - численные решения. Дискретные числовые значения могут представлять решение с определенной точностью. В настоящее время эти числовые массивы (и связанные с ними таблицы или графики) получаются с помощью компьютеров для обеспечения эффективных решений многих задач, которые ранее было невозможно получить [20].

В данной работе для аппроксимации производной угловой скорости тангажа, применяются методы левосторонней разности, правосторонней разности и двухсторонней разности. Методы конечных разностей – левосторонней разности, правосторонней разности и двухсторонней разности применяются при численной аппроксимации производных определенной функции. Метод левосторонней разности аппроксимирует производную функции в определенной точке, рассматривая значения функции в текущей точке и ближайшей точке перед ней. Метод может быть выражен математически:

$$f'(x) = \frac{(f_{(x+h)} - f_{(x)})}{h}. \quad (5.2.7)$$

Метод правосторонней разности учитывает значения функции в текущей точке и близлежащей точке за ней для аппроксимации производных функции в конкретной точке набора данных и его можно выразить математически:

$$f'(x) = \frac{(f(x) - f_{(x-h)})}{h}. \quad (5.2.8)$$

Метод двухсторонней разности использует значения функции в двух близлежащих точках, одной впереди и одной позади нее, для аппроксимации производной функции в определенной точке. Этот метод может быть выражен математически:

$$f'(x) = \frac{(f_{(x+h)} - f_{(x-h)})}{2h}. \quad (5.2.9)$$

где $f'(x)$ — производная функции,

$f(x)$ — дифференцируемая функция,

h — время дискретизации.

Более того, комбинация этих трех методов, также используется для аппроксимации производной угловой скорости тангажа. Этот комбинация трёх методов использует методы левосторонней/правосторонней разности для аппроксимации граничных точек (первой и последней точек) набора данных, а метод двухсторонней разности используется для вычисления производных внутренних точек набора данных.

$$x'_i = \frac{a_i \cdot x_{i-1} + b_i \cdot x_i + c_i \cdot x_{i+1}}{h} \quad (5.2.10)$$

$$\text{где } a_i = \begin{cases} 0 & i = -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 \leq i \leq n-1 \\ -1 & i = n \end{cases}, b_i = \begin{cases} -1 & i = -1 \\ 0 & 2 \leq i \leq n-1 \\ 1 & i = n \end{cases}, c_i = \begin{cases} 1 & i = -1 \\ \frac{1}{2} & 2 \leq i \leq n-1 \\ 0 & i = n \end{cases}.$$

Метод Поплавского также применяется в этой работе для аппроксимации производных [28]. Для оценки первой производной используются аппроксимационные многочлены k степени. Это выражается следующим образом:

$$S = \sum_{j=-m}^m b_j y(t_i), \quad (5.2.11)$$

$$b_j = \frac{5 \left[5(3m^4 + 6m^3 - 3m + 1)j - 7(3m^2 + 3m - 1)j^3 \right]}{h(m^2 - 1)m(m + 2)(4m^2 - 1)(2m + 3)}, \quad (5.2.12)$$

где h = интервал дискретизации,

m = размер скользящего интервала.

Во-первых, оценивание аэродинамических параметров с помощью LSM выполняется в условиях отсутствия шумов измерений, чтобы прояснить, как сам метод функционирует без шумов, и результаты представлены в таблице 5.2.2. Оценивание было выполнено повторно 15 раз, и рассчитаны средние относительные погрешности оценок.

После получения результатов, рассчитанных методом левосторонней разности, методом правосторонней разности, методом двухсторонней разности и методом Поплавского, предлагаются два подхода, учитывающие эффективность и недостатки этих методов. Первый - это методы Поплавского-2, где точки выборки обрезаются вдоль левого и правого краев набора данных в соответствии с размером скользящего окна, которое используется в методе Поплавского. Второй подход рассматривает комбинацию результатов, полученных при раздельном использовании трех конечно-разностных методов.

Метод	Отн.погрешности (M_z^α), %	Отн.погрешности ($M_z^{\omega_z}$), %	Отн.погрешности (M_z^δ), %
Левост. Разности	55.906	123.382	93.899
Правост. Разности	56.546	167.075	90.068
Двухст. Разности	28.273	83.537	45.034
Комбинация методов	1.894	1.368	0.963
Комбинация резул.	1.894	1.369	0.963
Поплавский_1	8.406	28.350	14.423
Поплавский_2	1.890	1.331	0.9704

Таблица 5.2.2 – Относительные погрешности оценок, полученные методами численного дифференцирования в условиях отсутствия шумов измерений

Согласно результатам, представленным в таблице (5.2.2), можно заметить, что метод левосторонней разности превосходит остальные методы в условиях отсутствия шумов измерений. Комбинация методов, комбинация результатов и метод Поплавского также демонстрируют свою эффективность в предоставлении удовлетворительных оценок. Метод правосторонней разности, как правило, менее точен, и когда он используется для выходного вектора, который имеет решающее значение при оценке параметров, он дает менее точные оценки. Результаты, полученные методом двухсторонней разности, менее точны, поскольку этот метод неточно аппроксимирует производную в граничных точках. Из результатов можно заметить, что метод Поплавского также обеспечивает удовлетворительную точность оценки параметров в условиях отсутствия шумов измерений.

Для исследования эффективности методов численного дифференцирования применённых в данной работе также проводился сравнительный анализ методов численного дифференцирования в частотной области с использованием БПФ. Результаты данного анализа представлены на рисунках (5.2.4 и 5.2.5) и в таблице (5.2.3).

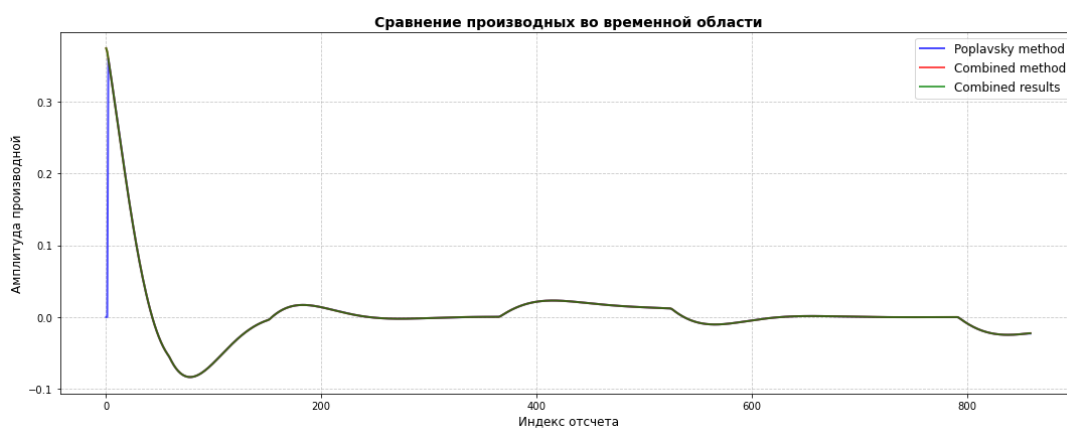


Рисунок 5.2.4 – Сравнение производных методов во временной области



Рисунок 5.2.5 – Спектральные характеристики методов дифференцирования (логарифмический масштаб)

Параметр	Поплавский метод	Комбинация методов	Слияние результатов	Идеал
Наклон спектра	-0.8571	-0.8517	-0.8512	≈ 1.0
Линейность (r-значение)	-0.9854	-0.9954	-0.9954	≈ 1.0
Отклонение от идеала	1.8571	1.8517	1.8512	≈ 0.0
Усиление шума	0.0790	0.0773	0.0773	< 2.0
Отношение сигнал/шум	25.4012	28.3522	28.3097	> 100

Таблица 5.2.3 – Сравнительные метрики эффективности методов численного дифференцирования

Анализ с использованием БПФ (FFT) выявил компромисс между точностью и устойчивостью в методах дифференцирования, показав различные стратегии обработки частот: слияние результатов специально оптимизирован для точного воспроизведения производных характеристик (наклон -0.8512), тогда как комбинация методов реализует инновационный подход к шумоподавлению (усиление шума 0.0773). Преобразование Фурье количественно подтвердило, что эти различные спектральные профили отражают осознанные инженерные компромиссы при разработке алгоритмов, объясняя их поведение в разных условиях. Это свидетельствует, что выбор оптимального метода должен определяться приоритетами: слияние результатов для точных измерений с

незашумлёнными сигналами, комбинация методов для зашумленных сигналов, где критична устойчивость к помехам.

5.2.4. Результаты и обсуждение

Для повышения точности и надежности оценок коэффициентов устойчивости и управляемости, оценивание выполняется 15 раз. Для каждого выполнения программы, поскольку нормально распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и различными значениями среднеквадратического отклонения характеризуют шумы измерений, вычисляются относительные погрешности оценок. Затем, были получены средние значения относительной погрешности оценок в соответствии с повторным выполнением оценивание. Результаты, полученные пятью методами и двумя подходами, представлены соответственно в таблицах (5.2.4, 5.2.5, 5.2.6, 5.2.7, 5.2.8, 5.2.9, 5.2.10) и их графическое представление можно наблюдать на рисунках (5.2.6, 5.2.7, 5.2.8).

С.к.о., град и град/с	Отн. погрешности (M_z^α), %	Отн. погрешности ($M_z^{\omega_z}$), %	Отн. погрешности (M_z^δ), %
0.02	0.152	0.867	0.296
0.08	0.664	11.941	3.267
0.2	3.553	69.709	18.229
0.4	19.665	258.665	63.011
0.8	116.906	724.525	132.218

Таблица 5.2.4 – Относительные погрешности оценок, полученных методом левосторонней разности

С.к.о., град и град/с	Отн. погрешности (M_z^α), %	Отн. погрешности ($M_z^{\omega_z}$), %	Отн. погрешности (M_z^δ), %
0.02	56.466	167.649	90.184
0.08	57.339	181.780	95.010
0.2	58.347	250.407	116.168
0.4	54.422	459.890	175.762
0.8	18.733	960.144	275.985

Таблица 5.2.5 – Относительные погрешности оценок, полученных методом
правосторонней разности

С.к.о., град и град/с	Отн. погрешности (M_z^α), %	Отн. погрешности ($M_z^{\omega_z}$), %	Отн. погрешности (M_z^δ), %
0.02	28.305	83.649	45.082
0.08	28.661	83.856	45.401
0.2	30.986	89.825	48.796
0.4	37.105	104.018	57.417
0.8	48.818	117.836	69.746

Таблица 5.2.6 – Относительные погрешности оценок, полученных методом
двухсторонней разности

С.к.о., град и град/с	Отн. погрешности (M_z^α), %	Отн. погрешности ($M_z^{\omega_z}$), %	Отн. погрешности (M_z^δ), %
0.02	1.791	1.533	0.839
0.08	1.374	3.278	1.371
0.2	3.402	15.529	6.962
0.4	13.133	39.187	20.898
0.8	36.639	85.353	51.297

Таблица 5.2.7 – Относительные погрешности оценок, полученных комбинированным методом

В представленных таблицах (5.2.3, 5.2.4, 5.2.5, 5.2.6, 5.2.7, 5.2.8, 5.2.9), обозначение “Std” обозначает значения среднеквадратических отклонений, которые характеризуют шумы измерений для моделирования измерения сигналов характеристик воздушного судна с использованием математических уравнений динамики полета.

С.к.о., град и град/с	Отн. погрешности (M_z^α), %	Отн. погрешности ($M_z^{\omega_z}$), %	Отн. погрешности (M_z^δ), %
0.02	1.847	1.368	0.935
0.08	1.442	3.935	1.527
0.2	2.891	14.786	6.419
0.4	11.469	35.228	18.596
0.8	35.052	87.777	51.028

Таблица 5.2.8 – Относительные погрешности оценок, полученных подходом комбинации результатов

С.к.о., град и град/с	Отн. погрешности (M_z^α), %	Отн. погрешности ($M_z^{\omega_z}$), %	Отн. погрешности (M_z^δ), %
0.02	8.441	28.789	14.569
0.08	8.184	29.354	14.577
0.2	11.866	39.181	19.971
0.4	22.385	65.625	35.515
0.8	41.111	101.286	59.367

Таблица 5.2.9 – Относительные погрешности оценок, полученных методом Поплавский_1

С.к.о., град и град/с	Отн. погрешности (M_z^α), %	Отн. погрешности ($M_z^{\omega_z}$), %	Отн. погрешности (M_z^δ), %
0.02	1.765	1.894	0.712
0.08	1.738	7.243	3.362
0.2	12.518	27.972	17.239
0.4	49.550	65.284	54.776
0.8	79.729	90.193	83.775

Таблица 5.2.10 – Относительные погрешности оценок, полученных методом Поплавский_2

Относительные погрешности оценок коэффициента момента тангажа относительно угла атаки, определяющий производную статической продольной устойчивости, показана на рисунке (5.2.6).

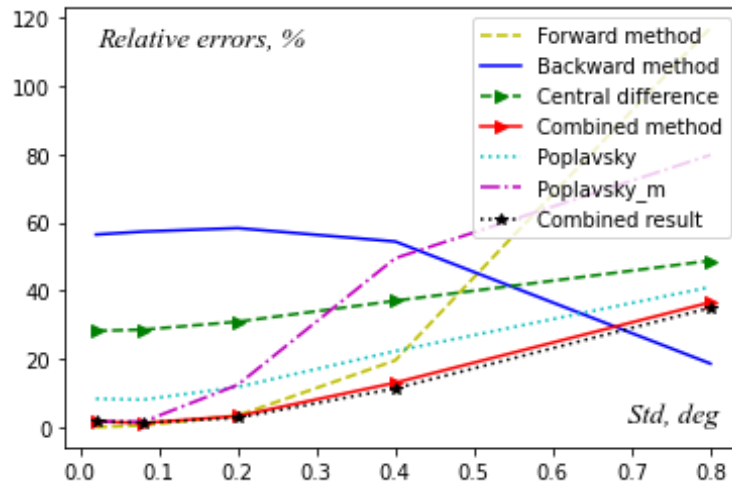


Рисунок 5.2.6 – Относительные погрешности оценок коэффициента момента тангажа по углу атаки M_z^α

Относительные погрешности оценок коэффициента момента тангажа относительно угловой скорости по тангажу, определяющий производную динамической продольной устойчивости, показаны на рисунке (3.3.7).

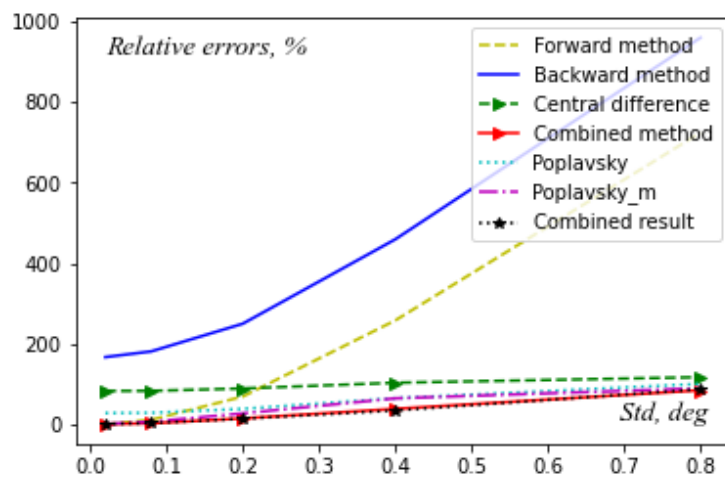


Рисунок 5.2.7 – Относительные погрешности оценок коэффициента момента тангажа по угловой скорости по тангажу $M_z^{\omega_z}$

Относительные погрешности оценок коэффициента момента тангажа относительно отклонения руля высоты, определяющий производную продольного управления, показаны на рисунке (5.2.6).

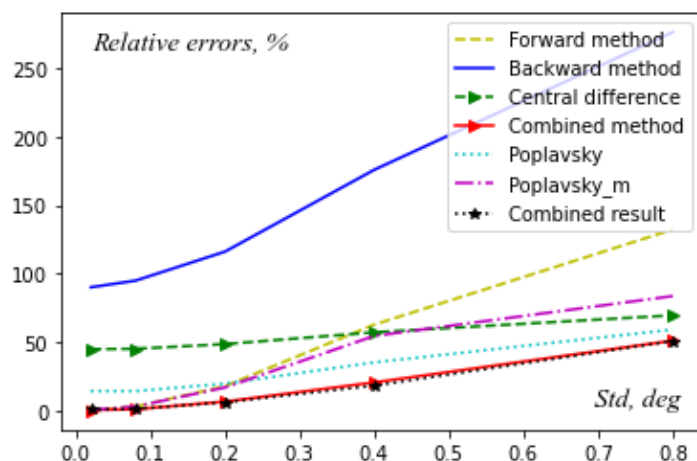


Рисунок 5.2.8 – Относительные погрешности оценок коэффициента момента тангажа относительно отклонения руля высоты M_Z^δ

На рисунках (5.2.6, 5.2.7, 5.2.8) оси X каждого рисунка представляют значения с.к.о. в градусах, которые характеризуют шумы измерения, а оси Y представляют относительные погрешности оценок производных продольной устойчивости и управляемости, рассчитанных методом наименьших квадратов, для которого требуются производные угловой скорости тангажа.

Согласно результатам можно заметить, что метод правосторонней разности обладает меньшей эффективностью для оценивания коэффициентов. Метод левосторонней разности обеспечивает хороший и удовлетворительный результат при относительно низкой интенсивности шума измерений, но его эффективность ухудшается вместе с увеличением интенсивности шума. Метод двухсторонней разности дает умеренную и стабильную точность оценки при каждом уровне интенсивности шума, но он обеспечивает менее точную аппроксимацию производных в граничных точках, в результате чего точность оценки значительно ухудшается. Метод Поплавского также обеспечивает хорошую точность оценок, и можно заметить, что этот метод надежен и стабилен, несмотря на изменения интенсивности шума. Комбинация трех методов конечных разностей обеспечивает удовлетворительную и стабильную точность для каждого уровня интенсивности шума.

Метод левосторонней разности эффективен для аппроксимации производных на левой границе, а метод правосторонней разности эффективен на

правой границе. Метод двухсторонней разности дает лучшие результаты, чем эти два метода, но замечено, что этот метод гораздо больше подходит для нахождения производных внутренних точек. Основываясь на этих преимуществах и недостатках, предлагается комбинация трех конечно-разностных методов. Наблюдается, что комбинация трех методов более эффективен при обработке различных уровней интенсивности шума во всем наборе данных, поскольку он аппроксимирует производные в граничных точках, используя методы левосторонней и правосторонней разности, которые обычно эффективны в граничных точках. Это также потенциально позволяет получить более точную аппроксимацию производной, принимая во внимание специфические характеристики шума в разных местах.

Тем не менее, при комбинации трех методов, метод двухсторонней разности по-прежнему испытывает трудности во второй точке и предпоследней точке, поскольку эти две точки стали первой и последней точками на левой и правой границах, где метод имеет слабые стороны. Комбинация результатов, полученных путем отдельной аппроксимации производных с использованием трех конечно-разностных методов, компенсирует этот недостаток и обеспечивает повышение точности оценки параметров. Что касается метода Поплавского, то он также испытывает трудности на левой и правой границах, но после обрезки краев в соответствии с размером скользящего окна он стал более эффективным при низкой интенсивности шума. Однако эффективность этого подхода ухудшается вместе с увеличением интенсивности шума измерения.

Выводы по главе 5

Разработан оригинальный гибридный алгоритм идентификации, сочетающий временное моделирование с частотной оптимизацией. Ключевое преимущество - адаптивный выбор рабочего частотного диапазона, что на 30-50% снижает влияние модельных погрешностей и коррелированных шумов по сравнению с классическими методами. Эксперименты с моделью ЛА подтвердили эффективность подхода, особенно при наличии перекрестных связей и неполноты данных. Алгоритм открывает новые возможности для точной параметрической идентификации в условиях реальных помех.

В результате анализа эффективности методов численного дифференцирования выявлены ключевые преимущества и ограничения различных подходов, таких как методы левосторонней, правосторонней и двусторонней разности, а также комбинации этих методов и метод Поплавского. Предложенный подход, основанный на комбинации результатов, полученных по отдельности тремя методами конечных разностей, демонстрирует повышение точности и надежности оценок производных, особенно в присутствии шума. Это имеет важное значение для научных экспериментов и анализа данных.

ГЛАВА 6. МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ ДОСТОВЕРНОСТИ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ВЕРИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В разделе (6.1) предложен алгоритм, позволяющий эффективно обнаруживать наличие коррелированной помехи в экспериментальных данных, используемых для параметрической идентификации. Основной проблемой, приводящей к возникновению таких помех, являются структурные несоответствия между моделями и реальными объектами. Установление факта наличия коррелированной помехи открывает возможности для расширения инструментов идентификации. Результаты, полученные на основе числового примера, демонстрируют эффективность предложенного метода в выявлении коррелированных помех, а также указывают на то, что значения предложенных критериев содержат информацию о величине погрешностей оценивания. Результаты, полученные в ходе этого исследования, могут быть полезны для дальнейших разработок в области параметрической идентификации и обработки сигналов [181].

В разделе (6.2) предложен метод проверки правильности бортовых измерений, полученных из блоков воздушных параметров (ADU), путем их сравнения с теоретическими формулами для барометрических параметров. Через анализ соответствия между теоретическими моделями и фактическими измерениями на борту самолета, эта проверка показала, что при правильно работающей системе измерений имеется существенное совпадение между теоретически предсказанными данными и эмпирическими данными. В исследовании рассмотрены такие важные параметры полета как число Маха, динамическое давление, статическое давление, скоростной напор и высота полета, используя барометрические измерения и установленные теоретические формулы. Высокая степень точности соответствия измерений и теоретических оценок подтверждает работоспособность предложенной методики.

6.1. Разработка метода проверки достоверности математических моделей динамических систем методом сдвига входного сигнала

Проверка достоверности математической модели, полученных в результате идентификации, выполняется с использованием различных методов [187-192]. Понимание природы помех и шумов измерений, и прежде всего помех, коррелированных с полезным сигналом, критически важно для точной оценки параметров и надежной проверки достоверности моделей [193, 194].

Методы параметрической идентификации динамических систем обеспечивают получение качественных оценок параметров, если структура моделей объекта и системы измерений, а также допущения о статистических свойствах шумов, соответствуют истинным [85]. Невыполнение этого условия приводит к смещению оценок идентификации. Наиболее сложным является случай, когда помеха взаимосвязана с полезным сигналом. Такая коррелированная помеха сильно усложняет процесс идентификации. Коррелированная помеха, характеризующаяся систематическими погрешностями, которые проявляются в зависимости между погрешностями различными измерениями, может возникать на всех эксплуатационных режимах самолета и обычно связана с динамическими погрешностями в системе при различных управляющих воздействиях [199]. Игнорирование коррелированной помехи при идентификации параметров модели может привести к переобучению, когда модель ошибочно захватывает структуру шумов вместо поведения основной системы [63].

При этом происходит, во-первых, смещение оценок параметров, и, во-вторых, уменьшение величин невязок между выходными сигналами объекта и модели. Вследствие этого можно получить модель, которая достаточно точно описывает функционирование объекта на данном множестве реализаций, но параметры которой существенно отличаются от истинных. Такая модель может стать источником значительных ошибок, если применять ее для прогнозирования выходных сигналов объекта.

Основной причиной возникновения таких помех при параметрической

идентификации является структурное отличие применяемых моделей самолета и бортовой системы измерений от реальных. Если факт наличия коррелированной помехи установлен, можно расширить набор применяемых средств идентификации. Сложность, однако, состоит в выявлении самого факта наличия коррелированной помехи, особенно в случаях достаточно точного совпадения сигналов модели и объекта на заданном множестве реализаций.

Поэтому является актуальной задача поиска новых методов, позволяющих обнаружить наличие таких помех в экспериментальных данных, используемых для идентификации.

6.1.1. Постановка задачи

Основная идея предлагаемого метода состоит в следующем. Проблема выявления коррелированной помехи состоит в том, что при идентификации не различаются полезные сигналы объекта и взаимосвязанные с ними составляющие помехи. В сущности, это есть разновидность задачи распознавания объекта на фоне среды. Задачи такого рода рассматриваются во многих научных дисциплинах и приводится следующая общая рекомендация: объект следует привести в движение относительно среды [62].

Применительно к задаче идентификации этот принцип можно интерпретировать следующим образом. Помеха содержится в данных эксперимента. Объекту соответствует его модель. Движение здесь следует понимать, как изменение условий проведения эксперимента. Однако, поскольку возможности реального повторения эксперимента всегда ограничены, предлагается *имитировать* движение объекта относительно помехи. Это достигается путем приведения имеющихся данных к другим условиям на основе информации о математической модели объекта. Изменение относительного положения векторов помехи и сигналов объекта изменяет создаваемые помехой смещения оценок параметров, что и указывает на присутствие помехи.

Получим выражение для смещений оценок параметров, обусловленных

воздействием помехи.

Рассмотрим вначале традиционную постановку задачи параметрической идентификации. Известно, что при этом смещение оценок равно нулю.

В задаче идентификации рассматривается нелинейная динамическая система, описываемая [181]:

$$y'(t) = f(y(t), a, u(t)), \quad (6.1.1)$$

$$z(t_i) = h(y(t_i), a, u(t_i)) + \eta(t_i), \quad (6.1.2)$$

где

$y(t) \in R^n$ - вектор состояния системы,

$u(t) \in R^m$ - вектор управляющих входных сигналов,

$z(t_i) \in R^k$ - вектор выходных измеряемых сигналов,

$f(\cdot): R^n \times R^m \times R^p \rightarrow R^n$ - нелинейная функция, описывающая динамику системы,

$h(\cdot): R^n \times R^m \times R^p \rightarrow R^k$ - нелинейная функция измерений,

$\eta(t_i) \sim N(0, R(t))$ - векторный случайный процесс размерности N , являющийся последовательностью нормальных независимых случайных векторов с нулевым матожиданием и ковариационной матрицей $R(t_i)$,

$a \in R^p$ - вектор идентифицируемых параметров.

Условие некоррелированности шума имеет принципиальное значение, так как обеспечивает применимость стандартных методов оценки. А предположение о детерминированности $u(t)$ исключает неопределённость входного воздействия, концентрируя алгоритм исключительно на идентификации параметров.

Указанные допущения соответствуют классическим подходам теории идентификации, но накладывают специфические требования на эксперимент: процесс измерений должен гарантировать независимость шумов и входные сигналы требуют точного контроля и регистрации.

Для определения неизвестных параметров модели используется процедура минимизации целевого функционала качества:

$$J(a) = \sum_{i=1}^N ((z(t_i) - \hat{z}(t_i, a))^T R^{-1}(t_i) (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a))), \quad (6.1.3)$$

где

N - число наблюдений,

$\hat{z}(t_i, a)$ - вектор оценки прогноза, получаемый численным решением уравнений (6.1.1), (6.1.2) при $\eta(t_i) = 0$.

Начальные условия для системы (6.1.1) предполагаются известными или включаются в вектор идентифицируемых параметров.

Пусть в окрестности некоторой точки a_k функционал $J(a)$ можно аппроксимировать разложением в ряд Тейлора до членов второго порядка. Тогда, дифференцируя по a и приравнявая полученную производную нулю, можно получить значение a , доставляющее минимум функционалу в окрестности a_k [181]:

$$a = a_k - \left[\frac{d^2 J(a_k)}{da_k^2} \right]^{-1} \frac{dJ(a_k)}{da_k}. \quad (6.1.4)$$

Дифференцируя дважды выражения (6.1.3) с учетом (6.1.1), (6.1.2) и подставляя соответствующие производные в (6.1.4), получим,

$$a = a_k - \left[\sum_{i=1}^N \frac{d\hat{z}^T(t_i, a_k)}{da_k} R^{-1}(t_i) \frac{d\hat{z}(t_i, a_k)}{da_k} \right]^{-1} \times \\ \times \sum_{i=1}^N \frac{d\hat{z}^T(t_i, a_k)}{da_k} R^{-1}(t_i) (z(t_i) - \hat{z}(t_i, a)). \quad (6.1.5)$$

В дальнейшем примем $R(t_i) = E$, что не повлияет на результат. Введем также обозначение для функций чувствительности прогноза по параметрам.

$$\varphi(t_i) = \frac{d\hat{z}^T(t_i, a_k)}{da_k}. \quad (6.1.6)$$

Исследуем область параметрического пространства вблизи действительных значений $a_{\text{ист}}$. Заметим, что (6.1.2) можно записать в виде:

$$z(t_i) = z_{\text{ист}}(t_i) + \eta(t_i), \quad (6.1.7)$$

где $z_{\text{ист}}(t_i) = h(y_{\text{ист}}(t_i), a_{\text{ист}}, u)$.

Из уравнения (6.1.5) выводится следующая зависимость [181]:

$$a = a_{\text{ист}} - \left[\sum_{i=1}^N (\varphi(t_i) \varphi^T(t_i))^{-1} \sum_{i=1}^N \varphi(t_i) (z_{\text{ист}}(t_i) - (\hat{z}(t_i, a_{\text{ист}})) + \varphi(t_i) \eta(t_i) \right] \quad (6.1.8)$$

Из анализа уравнения (6.1.8) следует принципиально важный вывод: при условии, что параметры модели соответствуют их истинным значениям, прогнозные оценки должны демонстрировать высокую степень совпадения с фактическими наблюдаемыми значениями.

Второе слагаемое $\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) \eta(t_i)$ с точностью до постоянного множителя $\frac{1}{N}$

соответствует оценке корреляционной функции сигналов $\varphi(t_i)$ и $\eta(t_i)$ по N наблюдениям при нулевом сдвиге между аргументами. При увеличении количества экспериментальных данных N величина рассматриваемой погрешности асимптотически стремится к нулю. Данное свойство непосредственно следует из фундаментального определения шума наблюдений $\eta(t_i)$ как случайного процесса, статистически независимого от полезных сигналов системы.

Таким образом, в окрестности точки $a_{\text{ист}}$ истинных параметров $a \approx a_{\text{ист}}$ второе слагаемое в выражении (6.1.8) становится пренебрежимо малым (≈ 0), что означает достижение минимума функционала именно при этих значениях параметров.

Пусть теперь наблюдения производятся с некоторой помехой $v(t_i)$.

Предположим также, что источником такой помехи являются структурные ошибки применяемых моделей объекта и системы наблюдений.

Таким образом, в общем случае между помехой и функциями чувствительности существует взаимосвязь, приводящая к ненулевому значению произведения $\sum_{i=1}^N \varphi(t_i)v(t_i)$. Поскольку данная величина пропорциональна оценке корреляционной функции, в дальнейшем анализе мы будем использовать термин "коррелированность" применительно к взаимосвязи помехи и функций чувствительности, учитывая при этом определенную условность такой терминологии для ситуаций с преимущественно детерминированными сигналами.

Итак, в данном случае математическая модель принимает вид [181]:

$$z(t_i) = z_{\text{ист}}(t_i) + \eta(t_i) + v(t_i) \quad (6.1.9)$$

Подставляя выражение (6.1.9) в формулу (6.1.5) с учетом соотношения (6.1.8), получаем следующую зависимость [181]:

$$a = a_{\text{ист}} - \left[\sum_{i=1}^N (\varphi(t_i)\varphi^T(t_i))^{-1} \sum_{i=1}^N \varphi(t_i)v(t_i) \right]. \quad (6.1.10)$$

Как следует из выражения (6.1.10), при наличии помехи, коррелирующей с системными сигналами, минимум функционала (6.1.3) достигается не в истинной точке $a_{\text{ист}}$, а в смещенной позиции. Величина этого смещения прямо зависит от корреляционной связи между: помеховым воздействием и функциями чувствительности (6.1.6) прогнозных оценок $\hat{z}(t_i, a)$ по идентифицируемым параметрам.

6.1.2. Проверка данных на наличие коррелированной помехи

Пусть по результатам эксперимента выполнены наблюдения $z(t_i), i = \overline{1, N}$ и для моделей (6.1.1), (6.1.2) получены оценки вектора параметров, доставляющие минимум функционалу (6.1.3) [181].

Выполним проверку данных на наличие коррелированной помехи. Из (6.1.10)

следует, что смещение зависит от произведения функций чувствительности и помехи. Функции чувствительности связаны с моделью объекта и зависят в общем случае от значений вектора параметров $\mathbf{a}$, вида входного сигнала, других параметров эксперимента.

Имитируя изменения этих условий, можно добиться изменения выражения $\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) v(t_i)$ и, следовательно, изменения смещений оценок параметров. Признаком наличия коррелированной помехи при этом является зависимость оценок параметров от изменения условий эксперимента.

Для получения желаемого результата, как правило, достаточно имитировать изменения входного сигнала. Рассмотрим этот случай. При необходимости формулы, соответствующие изменению других условий эксперимента, можно получить аналогично.

Итак, полученные наблюдения $z(t_i), i = \overline{1, N}$ соответствуют сигналу $u(t_i)$. Обозначим известные нам оценки параметров $\mathbf{a}_0$. Зададим измененный входной сигнал $u_s(t_i), i = \overline{1, N}$. Наблюдения, соответствующие измененному входному сигналу, вычислим по формуле [181],

$$z_s(t_i) = z(t_i) + (\hat{z}(t_i, \mathbf{a}_0, u_s) - \hat{z}(t_i, \mathbf{a}_0, u)) = z(t_i) + \Delta \hat{z}(t_i, \mathbf{a}_0, u_s) \quad (6.1.11)$$

где оценки прогноза находятся численным решением уравнений (6.1.1), (6.1.2) для входных сигналов $u_s(t_i), u(t_i), i = \overline{1, N}$ при $\eta(t_i) = 0$.

Результат применения формулы (6.1.11) зависит от отношения оценок $\mathbf{a}_0$ к истинным значениям параметра $\mathbf{a}_{\text{ист}}$.

Предположим, что $\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}_{\text{ист}}$. Тогда (6.1.11) с учетом (6.1.9) можно записать в виде [181]:

$$\begin{aligned} z_s(t_i) &= z_{\text{ист}}(t_i) + (\hat{z}(t_i, \mathbf{a}_{\text{ист}}, u) + \Delta \hat{z}(t_i, \mathbf{a}_{\text{ист}}, u_s) + \eta(t_i) + v(t_i)) = \\ &= z_{s_ист}(t_i) + \eta(t_i) + v(t_i) \end{aligned} \quad (6.1.12)$$

При отсутствии коррелированной помехи результаты идентификации по

данным $z_s(t_i)$ должны совпадать с оценками, полученными при обработке наблюдений $z(t_i)$. Если же коррелированная помеха $v(t_i)$ не равна тождественно нулю, то, как следует из (6.1.10), изменение входного сигнала и связанных с ним функций чувствительности приведет к изменению смещения оценок параметров. В этом случае при различных входных сигналах $u_s(t_i), i = \overline{1, N}$ получаются различные оценки параметров, что и служит индикатором наличия помехи.

Пусть теперь a_0 отличается от $a_{\text{ист}}$ [181],

$$a_0 = a_{\text{ист}} + \Delta a. \quad (6.1.13)$$

Тогда,

$$\begin{aligned} \hat{z}(t_i, a_0, u) &= \hat{z}(t_i, a_{\text{ист}}, u) + \frac{d\hat{z}(t_i, a_{\text{ист}}, u)}{da_{\text{ист}}} \times \Delta a, \\ \hat{z}(t_i, a_0, u_s) &= \hat{z}(t_i, a_{\text{ист}}, u_s) + \frac{d\hat{z}(t_i, a_{\text{ист}}, u_s)}{da_{\text{ист}}} \times \Delta a. \end{aligned} \quad (6.1.14)$$

Подставим (6.1.14) в (6.1.11):

$$\begin{aligned} z_s(t_i) &= z_{\text{ист}}(t_i, a_{\text{ист}}, u) + \Delta \hat{z}(t_i, a_{\text{ист}}, u_s) + \eta(t_i) + v(t_i) + \\ &+ \frac{d\hat{z}(t_i, a_{\text{ист}}, u_s)}{da_{\text{ист}}} \times \Delta a - \frac{d\hat{z}(t_i, a_{\text{ист}}, u)}{da_{\text{ист}}} \times \Delta a = \\ &= z_{\text{ист}}(t_i, a_0, u_s) + \eta(t_i) + v(t_i) - \phi^T(t_i) \Delta a \end{aligned} \quad (6.1.15)$$

где $z_{\text{ист}}(t_i, a_0, u_s)$ есть выходной сигнал системы при значениях параметров a_0 и входном сигнале $u_s(t_i)$. Последнее слагаемое можно рассматривать как дополнительную помеху, которая также приводит к изменению смещения оценок.

Дополнительная помеха полностью компенсирует влияние исходной помехи $v(t_i)$ при выполнении условия,

$$v(t_i) = \phi^T(t_i) \Delta a, i = \overline{1, N} \quad (6.1.16)$$

Условие (6.1.16) означает линейную зависимость помехи $v(t_i)$ от функций чувствительности. В этом случае значения Δa , удовлетворяющие (6.1.16), получаются при выборе в качестве a_0 смещенных оценок (6.1.10). Это доказывается путем сопоставления (6.1.10), (6.1.13) и (6.1.16).

Отметим, что при выполнении (6.1.16) выходные сигналы модели и объекта совпадают с точностью до некоррелированного шума наблюдений $\eta(t_i)$ и выявление помехи невозможно.

Во всех остальных случаях предлагаемый метод обеспечивает обнаружение коррелированной помехи. Доказательство этого утверждения представлено в следующем разделе. При этом предполагается, что измененный входной сигнал $u_s(t)$ получается путем сдвига исходного входного сигнала $u(t)$ по времени на величину τ .

Таким образом, предлагаемый метод состоит в следующем. Для заданных наблюдений и входного сигнала $z(t), u(t), i = \overline{1, N}$, а также моделей (6.1.1), (6.1.2) фиксируется значение a_0 вектора параметров, которое выбирается либо по априорным данным, либо как оценка идентификации по имеющимся $z(t), u(t)$.

Затем входной сигнал сдвигается по времени на величину τ . Для измененного сигнала $u_s(t_i)$ по формуле (6.1.11) вычисляются наблюдения $z_s(t_i)$ и для полученных таким образом значений $z_s(t_i), u_s(t_i), i = \overline{1, N}$ определяются оценки идентифицируемых параметров $\hat{a}_l$.

Эта операция повторяется для различных значений τ S раз, что дает оценки $\hat{a}_l, l = 1, 2, \dots, S$. Наличие помехи обнаруживается по изменению оценок в зависимости от τ . Можно предложить следующие критерии, которые вычисляются для каждого параметра a_j [181]:

$$Cr1 = 0,5 \times \frac{|a_{j\max} - a_{j\min}|}{|a_{jcp}|} \times 100\%, Cr2 = \frac{\hat{\sigma}_j}{|a_{jcp}|} \times 100\%,$$

где $a_{j\max}, a_{j\min}$ - наибольшее и наименьшее значения оценок $\hat{a}_{jl}, l = 1, 2, \dots, S$,

$\hat{a}_{jl}, \hat{\sigma}_j$ - оценки математического ожидания и среднеквадратического отклонения,

$\hat{a}_{jl}, l = 1, 2, \dots, S$, вычисляемые по стандартным формулам.

Рекомендации по выбору τ содержатся в следующем подпункте.

6.1.3. Анализ работоспособности метода при изменении входного сигнала путем сдвига по времени

Сдвиг входного сигнала по времени на τ приводит к сдвигу функций чувствительности на эту же величину, тогда как положение помехи не изменяется. Необходимо показать, что при этом происходит изменение смещения оценок параметров (6.1.10). Рассмотрим задачу в непрерывном времени и применим классический аппарат рядов Фурье.

Пусть для идентификации выбран интервал $t \in [-T, T]$. Пусть любой элемент вектора входных сигналов $u(t)$ на интервале идентификации можно с достаточной точностью описать суммой ряда Фурье с m членами:

$$u_j(t) = \frac{a_0^{u_j}}{2} + \sum_{k=1}^m \left[a_k^{u_j} \cos \frac{k\pi t}{T} + b_k^{u_j} \sin \frac{k\pi t}{T} \right] \quad (6.1.17)$$

Если уравнения (6.1.1), (6.1.2) линейны, то такой входной сигнал порождает реакцию, каждая составляющая которой также может быть представлена m - суммой ряда Фурье. В случае нелинейной системы (6.1.1), (6.1.2) ее реакция содержит дополнительные частотные составляющие, кратные частотам входного сигнала. Поэтому соответствующие суммы будут содержать n слагаемых, причем $n > m$.

Допустим также, что коррелированная помеха порождается структурными несоответствиями между моделью (6.1.1), (6.1.2) и объектом, причем эти несоответствия описываются линейными моделями. Тогда частотный состав

помехи также включает n компонент.

Таким образом, для произвольного скалярного элемента $v(t)$ векторной помехи $\vartheta(t)$ и произвольного скалярного элемента $\psi(t)$ матрицы $\varphi(t) = \frac{d\hat{z}(t, a)}{da}$ на интервале $t \in [-T, T]$ выполняется:

$$v(t) = \frac{a_0^v}{2} + \sum_{k=1}^n \left[a_k^v \cos \frac{k\pi t}{T} + b_k^v \sin \frac{k\pi t}{T} \right], \quad (6.1.18)$$

$$\psi(t) = \frac{a_0^\psi}{2} + \sum_{k=1}^n \left[a_k^\psi \cos \frac{k\pi t}{T} + b_k^\psi \sin \frac{k\pi t}{T} \right]. \quad (6.1.19)$$

Как следует из (6.1.10), величина смещения оценки параметров пропорциональна корреляции $\sum_{k=1}^N \varphi(t_i) \vartheta(t_i)$. В непрерывном времени суммированию по $t_i, i = \overline{1, N}$ соответствует интеграл по $t \in [-T, T]$. Найдем этот интеграл для произведения произвольных скалярных элементов $\psi(t)$ и $v(t)$ [181]:

$$\int_{-T}^T \psi(t) v(t) dt = \int_{-T}^T \left\{ \frac{a_0^\psi a_0^v}{4} + \frac{a_0^\psi}{2} + \sum_{k=1}^n \left(a_k^v \cos \frac{k\pi t}{T} + b_k^v \sin \frac{k\pi t}{T} \right) + \right. \\ \left. + \frac{a_0^v}{2} + \sum_{k=1}^n \left(a_k^\psi \cos \frac{k\pi t}{T} + b_k^\psi \sin \frac{k\pi t}{T} \right) + \left(a_k^\psi \cos \frac{k\pi t}{T} + b_k^\psi \sin \frac{k\pi t}{T} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(a_k^v \cos \frac{k\pi t}{T} + b_k^v \sin \frac{k\pi t}{T} \right) \right\} dt. \quad (6.1.20)$$

В (6.1.20) при интегрировании обращаются в ноль все функции $\cos \frac{k\pi t}{T}, \sin \frac{k\pi t}{T}$, а также их произведения, за исключением выражений

$$\int_{-T}^T \left(a_k^\psi a_k^v \cos^2 \frac{k\pi t}{T} \right) dt = \frac{a_k^\psi a_k^v}{2} \int_{-T}^T \left(1 + \cos \frac{2k\pi t}{T} \right) dt = T a_k^\psi a_k^v, \\ \int_{-T}^T \left(b_k^\psi b_k^v \sin^2 \frac{k\pi t}{T} \right) dt = \frac{b_k^\psi b_k^v}{2} \int_{-T}^T \left(1 - \cos \frac{2k\pi t}{T} \right) dt = T b_k^\psi b_k^v.$$

Поэтому из (6.1.20) получим,

$$\frac{1}{T} \int_{-T}^T \psi(t) v(t) dt = \frac{a_0^\psi a_0^v}{2} + \sum_{k=1}^n \left(a_k^\psi a_k^v + b_k^\psi b_k^v \right). \quad (6.1.21)$$

Как известно, вместо (6.1.18), (6.1.19) можно использовать разложение вида

$$v(t) = \frac{a_0^v}{2} + \sum_{k=1}^n c_k^v \sin\left(\frac{k\pi t}{T} + \beta_k^v\right). \quad (6.1.22)$$

Соотношения между коэффициентами определяются выражениями,

$$c_k^v = \sqrt{(a_k^v)^2 + (b_k^v)^2}, \sin(\beta_k^v) = \frac{a_k^v}{c_k^v}, \cos(\beta_k^v) = \frac{b_k^v}{c_k^v}. \quad (6.1.23)$$

Аналогично для сигнала $\psi(t)$.

Тогда,

$$\begin{aligned} a_k^\psi a_k^v + b_k^\psi b_k^v &= c_k^\psi c_k^v \left(\frac{a_k^\psi a_k^v}{c_k^\psi c_k^v} + \frac{b_k^\psi b_k^v}{c_k^\psi c_k^v} \right) = \\ &= c_k^\psi c_k^v (\sin \beta_k^\psi \sin \beta_k^v + \cos \beta_k^\psi \cos \beta_k^v) = \\ &= c_k^\psi c_k^v \cos(\beta_k^\psi - \beta_k^v) = c_k^\psi c_k^v \cos \alpha_k \end{aligned} \quad (6.1.24)$$

Таким образом,

$$\frac{1}{T} \int_{-T}^T \psi(t) v(t) dt = \frac{a_0^\psi a_0^v}{2} + \sum_{i=1}^N c_k^\psi c_k^v \cos \alpha_k, \quad (6.1.25)$$

где $\alpha_k = \beta_k^\psi - \beta_k^v$ есть фазовый сдвиг между k -ми частотными составляющими сигналов $\psi(t)$ и $v(t)$.

Выразим интеграл (6.1.25) по формуле прямоугольников, в которой $\Delta t = 2T/N$

$$\frac{1}{T} \int_{-T}^T \psi(t) v(t) dt \approx \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N \psi(t_i) v(t_i) \Delta t = \frac{2}{N} \psi(t_i) v(t_i). \quad (6.1.26)$$

Сопоставляя (6.1.25), (6.1.26) и (6.1.10), получим, что между интегралом и соответствующей суммой из (6.1.10) имеет место равенство с точностью до постоянного множителя.

Поэтому смещения параметров пропорциональны выражениям типа (6.1.25), точнее, суммам таких выражений, поскольку (6.1.10) есть формула векторно-матричная.

Теперь покажем, что при искусственном сдвиге входного сигнала на

величину $t \in [-T, T]$ происходит изменение смещения оценок параметров.

При искусственном сдвиге входного сигнала по времени все частотные составляющие вектора $\Psi(t)$ смещаются на эту же величину. Поскольку при этом помеха не сдвигается, разность фаз α_k изменяется на величину $\frac{k\pi}{T}\tau$. Тогда,

$$\begin{aligned} & \frac{a_0^\Psi a_0^\vee}{2} + \sum_{k=1}^n c_k^\Psi c_k^\vee \cos\left(\alpha_k - \frac{k\pi}{T}\tau\right) = \\ & = \frac{a_0^\Psi a_0^\vee}{2} + \sum_{k=1}^n \left(c_k^\Psi c_k^\vee \cos \alpha_k \cos \frac{k\pi\tau}{T} + c_k^\Psi c_k^\vee \sin \alpha_k \sin \frac{k\pi\tau}{T} \right) = \\ & = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n \left(a_k \cos \frac{k\pi\tau}{T} + b_k \sin \frac{k\pi\tau}{T} \right) \end{aligned} \quad (6.1.27)$$

Полученный результат характеризует произвольный скалярный элемент формулы (6.1.10).

Из (6.1.10) следует, что смещение каждого параметра Δa_j равно сумме таких элементов с коэффициентами, определяемыми известной матрицей $\sum_{i=1}^N (\varphi(t_i) \varphi^T(t_i))^{-1}$. Это означает, что смещение Δa_j можно представить в виде разложения (6.1.27), но с некоторыми суммарными коэффициентами a_k^S, b_k^S :

$$\Delta a_j = \frac{a_0^S}{2} + \sum_{k=1}^n \left(a_k^S \cos \frac{k\pi\tau}{T} + b_k^S \sin \frac{k\pi\tau}{T} \right). \quad (6.1.28)$$

Таким образом, при сдвиге на $\tau \in [-T, T]$ смещение оценки параметра Δa_j есть функция от τ , равная n -ой сумме ряда Фурье.

Из (6.1.28) следует, что при изменении τ смещение Δa_j также изменяется. Действительно, пусть верно обратное, то есть $\Delta a_j = \text{const} = \frac{a_k^S}{2}$ при $\tau \in [-T, T]$. Но тогда сумма в (6.1.28) должна равняться нулю. Поскольку $\cos \frac{k\pi\tau}{T}, \sin \frac{k\pi\tau}{T}, k = \overline{1, n}$ образуют систему линейно независимых функций, равенство их суммы нулю возможно только при условии $a_k^S = 0, b_k^S = 0, k = \overline{1, n}$, которое означает, что помеха

$v(t)$ не коррелирована с сигналами системы, что противоречит исходному допущению.

Итак, для случая коррелированной помехи $v(t)$ смещения оценок параметров $\Delta a_j, j = \overline{1, p}$ изменяются при искусственном сдвиге входного сигнала на $\tau \in [-T, T]$. Это изменение можно использовать для выявления факта наличия коррелированной помехи.

Величина изменений оценок зависит от помехи, входного сигнала, объекта.

В простых случаях ее можно оценить аналитически. Пусть входной сигнал имеет доминирующую частоту $\frac{j\pi}{T}$. Тогда смещение оценок параметров пропорционально $\cos\left(\alpha_j - \frac{j\pi\tau}{T}\right)$. Изменяя τ в пределах $\tau \in \left[-\frac{T}{j}, \frac{T}{j}\right]$, можно получить изменения косинуса в пределах $[-1, 1]$.

Пусть, например, при $\tau = 0$ смещение равно d_0 и $\cos \alpha_j > 0$. Тогда при $\tau \in \left[-\frac{T}{j}, \frac{T}{j}\right]$ получим изменение смещения в пределах $\left[-d_0 \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha_j}\right), \frac{d_0}{\cos \alpha_j}\right]$. Например, при $\cos \alpha_j = 0,5$ изменение смещения значительно (в 5 раз) превысит само смещение.

Таким образом, если входной сигнал приблизительно периодический, величину τ достаточно изменять в пределах периода с некоторым шагом, как правило, равномерным. Рекомендуется задавать не менее 5...6 значений τ . Значения входного сигнала для участка $t \in [-T, -T + \tau]$ при сдвиге вперед и для участка $t \in [T - \tau, T]$ при сдвиге назад определяются либо по закону периодичности, либо заполняются фиксированным значением, например, $u(-T)$ или $u(T)$. В общем случае $\tau \in [-T, T]$.

Работоспособность предложенного метода покажем на численном примере.

Пример. Продольное короткопериодическое движение самолета в

приращениях относительно установившейся траектории описывается моделью [181]:

$$\begin{aligned}\dot{y}_1(t) &= -a_1 y_1(t) + y_2(t) - b_1 u(t), \\ \dot{y}_2(t) &= -a_2 y_1(t) + a_3 y_2(t) - b_2 u(t).\end{aligned}\tag{6.1.29}$$

Модель наблюдений имеет вид:

$$\begin{aligned}z_1(t_i) &= \frac{V}{g} (a_1 y_1(t_i) + b_1 u(t_i)) + \eta_1(t_i), \\ z_2(t_i) &= y_2(t_i) + \eta_2(t_i).\end{aligned}\tag{6.1.30}$$

где V - скорость полета, м/с; g - известная константа.

В целях получения исходных данных для идентификации выполнялось моделирование полета длительностью 12 с при частоте регистрации 32 Гц. Входной сигнал $u(t)$ задавался в виде трапециевидных симметричных отклонений с периодом 3 с.

При моделировании задавались следующие значения параметров: $V = 128$ м/с; $a_1 = 0,6$; $b_1 = 0,08$; $a_2 = -1,2$; $a_3 = -0,5$; $b_2 = -4,0$. Значения с.к.о. некоррелированных шумов наблюдений составляли 0,01 единиц перегрузки и 0,06 град/с соответственно. Моделировался также шум измерений входного сигнала с с.к.о. 0,03 град. Изменения входного сигнала составляли $\pm 3,5$ градуса/с. Коррелированная помеха задавалась в виде ошибки измерительной системы типа сдвиг по времени сигнала $z_1(t_i)$ на $\Delta t = 0,0$ с, 0,0625 с, 0,125 с.

Результаты идентификации методом максимума правдоподобия для указанных трех значений Δt при имитации сдвига входного сигнала на величину $\tau = 0,3 \dots 3,0$ с приведены в таблицах 6.1.1, 6.1.2, 6.1.3 и в рисунках (6.1.1, 6.1.2). В столбце 1 представлены оценки для исходного входного сигнала. Из таблицы видно, что при отсутствии помехи ($\Delta t = 0,0$ с) сдвиг входного сигнала практически не влияет на оценки параметров, тогда как при наличии помехи имеют место заметные изменения оценок (таблица 6.1.2 при помехе $\Delta t = 0,0625$ с и таблица 6.1.3 при помехе $\Delta t = 0,125$ с). Обобщенные результаты представлены в таблице

6.1.4, где приведены относительные ошибки Δa оценок при исходном входном сигнале и значения критериев 1 и 2.

$\tau, \text{с}$	0,0	0,3	0,9	1,5	2,4	3,0
a_3	-0,4988	-0,4963	-0,4976	-0,4929	-0,4977	-0,5013
b_2	-3,999	-3,991	-3,997	-3,983	-3,995	-4,001
a_2	-1,205	-1,211	-1,209	-1,217	-1,211	-1,204
a_1	0,5979	0,5984	0,5996	0,6012	0,6004	0,5952

Таблица 6.1.1 – Результаты идентификации при отсутствии помехи $\Delta t=0,0 \text{ с}$

$\tau, \text{с}$	0,0	0,3	0,9	1,5	2,4	3,0
a_3	-0,5135	-0,531	-0,533	-0,503	-0,475	-0,525
b_2	-3,984	-4,025	-4,044	-3,951	-3,89	-3,995
a_2	-1,238	-1,21	-1,211	-1,27	-1,313	-1,228
a_1	0,626	0,57	0,576	0,632	0,704	0,603

Таблица 6.1.2 – Результаты идентификации при воздействии помехи с $\Delta t=0,0625 \text{ с}$

$\tau, \text{с}$	0,0	0,3	0,9	1,5	2,4	3,0
a_3	-0,534	-0,571	-0,578	-0,52	-0,454	-0,554
b_2	-3,98	-4,08	-4,11	-3,94	-3,8	-3,99
a_2	-1,256	-1,19	-1,196	-1,3	-1,41	-1,24
a_1	0,641	0,5266	0,541	0,64	0,813	0,6

Таблица 6.1.3 – Результаты идентификации при воздействии помехи с $\Delta t = 0,125 \text{ с}$

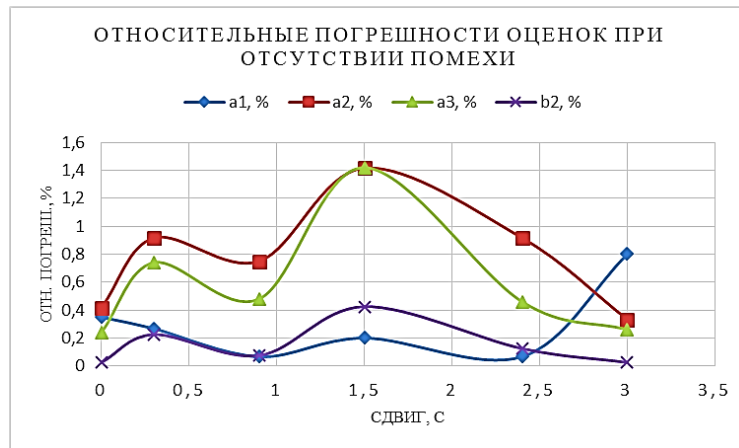


Рисунок 6.1.1 – Результаты идентификации при отсутствии помехи $dt = 0,0$ с

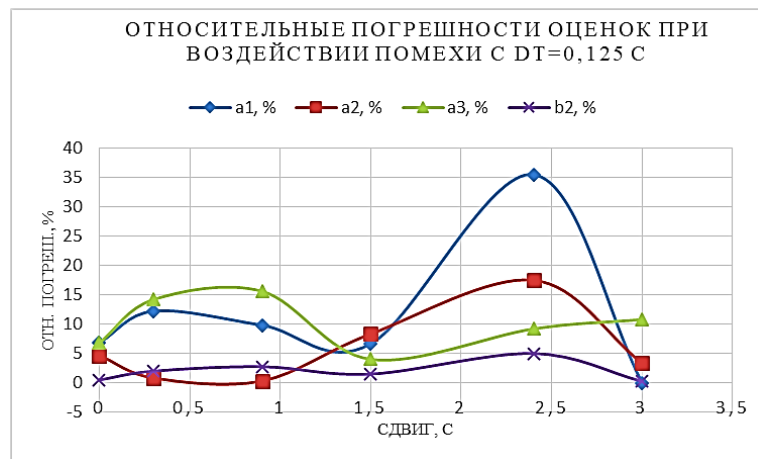


Рисунок 6.1.2 – Результаты идентификации при воздействии помехи $dt = 0,125$ с

τ, c	$\Delta a, \%$	Cr1, %	Cr2, %	$\Delta a, \%$	Cr1, %	Cr1, %	$\Delta a, \%$	Cr1, %	Cr2, %
a_3	0,24	0,84	0,55	2,7	5,65	4,3	6,8	11,63	8,5
b_2	0,025	0,225	0,163	0,4	1,93	1,4	0,5	3,9	2,77
a_2	0,417	0,54	0,39	3,17	4,14	3,2	4,92	8,7	6,44
a_1	0,35	0,5	0,35	4,33	10,8	7,9	6,83	22,84	16,4
$\Delta t, c$	0,0			0,0625			0,125		

Таблица 6.1.4 – Смещения оценок параметров и значения критериев 1 и 2 для различных Δt

При отсутствии коррелированной помехи (столбцы 1...3 таблицы 6.1.4) ошибки оценивания составляют десятые доли процента, а значения критериев 1 и 2 не превышают 1 %. При наличии помехи значения критериев существенно увеличиваются и достигают 10...20%, что свидетельствует о высокой чувствительности метода. При увеличении ошибок оценивания, вызванных усилением помехи, значения критериев также возрастают (столбцы 4...6 и 7...9 таблицы 6.1.4). Значения критериев превышают относительные ошибки в 1,5...3 раза. Таким образом, критерии содержат также информацию о величине смещений, хотя конкретные соотношения определяются условиями задачи. Характер изменения критериев 1 и 2 примерно одинаков. Значения критерия 1 превышают значения критерия 2 приблизительно в 1,4 раза, что характеризует отношение амплитуды к среднеквадратическому отклонению.

6.2. Проверка правильности бортовых барометрических измерений

Данные барометрических параметров, полученные из блоков воздушных параметров (Air Data Units, ADUs), играют ключевую роль в авиационной технике, поскольку эти устройства обеспечивают точные измерения атмосферных параметров, таких как воздушная скорость самолёта, высота, температура и давление, которые необходимы для безопасности полетов и эффективной эксплуатации воздушных судов, непосредственно влияя на летные характеристики, навигацию и общую безопасность [200, 201]. Точные барометрические данные позволяют пилотам и диспетчерам принимать обоснованные решения на всех этапах полета, повышая ситуационную осведомленность и снижая риск инцидентов [202]. Кроме того, они играют важную роль в планировании полетов, обеспечивая оптимальные маршруты и расход топлива, что приводит к экономии средств и минимизации воздействия на окружающую среду за счет снижения выбросов [203]. Более того, для обеспечения надежности систем измерений, предоставляющих достоверную информацию в течение всего полета, данные, полученные из ADUs, используются для калибровки бортовых приборов, что способствует улучшению характеристик воздушного судна и поддержанию соответствия нормативным стандартам [204]. Дополнительно барометрические данные необходимы в процессе валидации атмосферных моделей, что может привести к более широким исследованиям в области атмосферной науки и авиационной техники [205].

Аэродинамика играет ключевую роль в авиации, определяя силы и моменты, действующие на воздушное судно в различных условиях полета. Эти силы возникают в результате взаимодействия между самолетом и воздушным потоком, что изменяет как свойства воздуха, так и динамику движения. Ключевые характеристики воздуха, такие как давление, температура, плотность и сжимаемость, являются основополагающими для понимания этих взаимодействий. Остальные свойства воздуха могут быть математически выведены из этих основных характеристик, что позволяет провести всесторонний анализ их влияния

на летные характеристики самолета [206]. Некоторые лазерные датчики воздушного движения могут предоставлять измерения температуры, калибруя измеренные давления и скорости воздуха для калибровки статического и динамического давления, так что они не будут зависеть от других датчиков температуры [207].

Барометрические данные имеют важное значение в различных аспектах авиационной техники и широко анализируются в некоторых научных исследованиях. В [208] рассматривается необходимость корректировок в измерениях воздушной скорости и угла аэродинамического потока на самолетах с фиксированными крыльями, особенно из-за влияния угловых скоростей от размещения датчиков вдали от центра масс. Хотя упрощенные методы коррекции обычно эффективны, их точность уменьшается для небольших самолетов и при высоких углах потока, что подтверждается данными полетных испытаний и моделирования субмасштабного транспортного самолета. Также возможно использование интегрированного многофункционального приемника давления (MPR) для захвата всех необходимых параметров входящего потока воздуха с целью определения характеристик высоты и скорости самолета. Исследование также рассматривает технологическую изменчивость аэродинамических характеристик при производстве MPR и представляет результаты исследований, которые устанавливают требования к стандартизации этих характеристик для обеспечения взаимозаменяемости в системах аэродинамических измерений для самолетов и другой авиационной техники [209]. В работе [210] предложен метод и устройство для измерения пространственного положения (крен и тангаж), рыскания и боковой скорости самолета с использованием воздушных датчиков давления, стратегически размещенных в различных секциях фюзеляжа и на концах крыльев. Анализируя различия в значениях статического давления, полученных из этих датчиков, изобретение направлено на улучшение функциональности и технических возможностей систем атмосферных измерений для повышения точности определения параметров движения самолета. Метод и устройство могут

использоваться для автоматической оценки воздушной скорости самолета, состоящей из системы, которая вычисляет оценочную скорость с использованием аэродинамических данных, полученных из текущих параметров самолета, наряду с информацией о скорости, генерируемой бортовым компьютером данных о воздухе. Эта интеграция направлена на повышение точности и надежности измерений скорости воздуха в авиационных приложениях [211]. Некоторые исследователи представляют два метода реального времени для оценки высоты и воздушной скорости во время полетных испытаний, устраняя неточности, вызванные большими углами потока воздуха, которые влияют на работу датчиков данных о воздухе в [212]. Метод GPS опирается на изменения высоты по данным GPS для коррекции статического давления и требует данных о полном давлении, тогда как метод постоянного ветрового поля рассчитывает истинную воздушную скорость независимо от измерений давления, хотя он чувствителен к стабильности ветра, что в конечном итоге предоставляет пилотам точные ссылки по высоте и скорости воздуха. В [213] обсуждаются ограничения традиционных барометрических систем для измерения параметров высоты и скорости на самолетах и подчеркивается необходимость интегрированного многофункционального приемника давления. Рассматривается влияние производственных допусков на аэродинамические характеристики и погрешности измерений в системах высоты и скорости, особенно акцентируя внимание на влиянии качества канала восприятия входного давления на точность измерений угла аэродинамического потока. Авторы исследуют методы коррекции ошибок барометрического альтиметра в бортовых навигационных системах, которые комбинируют модули GPS с датчиками атмосферного давления в [214]. Они рассматривают влияние нестандартных условий давления, температуры и водяного пара на показания высоты, предлагая методы коррекции с использованием дополнительных измерений температуры и влажности, а также простой метод калибровки для оценки разностей давления перед выполнением миссий. Моделирование тестов, проведенных в MATLAB, подтверждает эффективность этих методов, которые особенно актуальны для проектирования

недорогих навигационных систем в автономных БПЛА. Атмосферные данные также важны для мониторинга окружающей среды. Полевая программа измерений SCCCAMP представляет собой самое обширное мезомасштабное фотохимическое исследование на сегодняшний день, охватывающее площадь 20 000 км². Программа использовала различные системы измерений, включая наземные метеорологические сети и воздушные платформы, для сбора данных о качестве воздуха и концентрациях озона [215].

Исследовательская работа, проведенная в [216], вносит вклад в авиационную технику, проверяя теоретические модели, лежащие в основе проектирования и анализа производительности самолетов, что обеспечивает, чтобы такие проекты основывались на точных предположениях о состоянии атмосферы. Более того, методология и результаты данного исследования могут быть полезны для дальнейших исследований как в аэронавтике, так и в атмосферных науках, способствуя изучению влияния изменяющихся атмосферных условий на самолеты [217].

Актуальность данной работы в этом разделе, направленной на верификацию и проверку правильности теоретических формулировок барометрических параметров с использованием бортовых измерений на месте, заключается в важном анализе формул барометрических параметров путем сравнения с реальными данными, полученными от самолета, что в конечном итоге способствует более глубокому пониманию зависимости между самолетом и атмосферой и обеспечивает более безопасные и эффективные эксплуатации.

6.2.1. Инициализация и теоретический расчет барометрических параметров

Для проведения верификации и теоретический расчет барометрических параметров с использованием стандартных формулировок, которые хорошо известны, необходимо собрать информацию о некоторых параметрах полета из блока воздушных параметров (ADU) конкретного самолета. Следующие параметры, перечисленные в таблице (6.2.1), получены из барометрических измерений самолета.

№	Обозначение	Описание	Размерность
1	H_{bar}	Барометрическая высота	m
2	V_{ias}	Приборная воздушная скорость	ms^{-1}
3	V_{tas}	Истинная воздушная скорость	ms^{-1}
4	M_m	Число Маха из блоков воздушных параметров	$Unit$
5	T_{oat}	Температура наружного воздуха	K
6	P_{s_m}	Статическое давление	Pa
7	q_{c_m}	Динамическое давление	Pa
8	q_m	Скоростной напор	Pa

Таблица 6.2.1 – Параметры, полученные из блока воздушных параметров

В данном исследовании теоретический расчет барометрических параметров проводится для критических параметров, обеспечивающих безопасность полетов и эксплуатационные характеристики, таких как: число Маха, динамическое давление, статическое давление, скоростной напор и высота, с использованием стандартных формулировок. Некоторые из входных параметров, полученных из блоков воздушных параметров (ADUs) самолета, перечислены в таблице (6.2.1).

В стандартных формулировках [218] имеются некоторые константы, и некоторые из них, которые будут необходимы для данной исследовательской работы, также перечислены в таблице (6.2.2).

№	Обозначение	Описание	Значение	Размерность
1	k	Отношение удельных теплоёмкостей	1.4	$^{\circ}\text{C}$
2	γ	Газовая постоянная	287.05287	Jkg^{-1}
3	P_{SA_0}	Стандартное атмосферное давление на уровне моря	101325	Pa
4	β	Температурный градиент	- 0.0065	Km^{-1}
5	g	Ускорение свободного падения	9.80665	ms^{-2}
6	T_{SA_0}	Стандартная температура на уровне моря	288.15	K

Таблица 6.2.2 – Константы стандартной атмосферы

Связь между скоростью самолета и скоростью звука в воздухе имеет решающее значение для понимания различных эффектов сжимаемости. Для количественной оценки этого соотношения скорости специалисты используют специфический параметр, известный как число Маха. Число Маха помогает классифицировать различные режимы полета, каждый из которых характеризуется особыми эффектами сжимаемости. Число Маха рассчитывается по следующей формуле:

$$M(V_{\text{tas}}, T_{\text{oat}}) = \frac{V_{\text{tas}}}{\sqrt{k\gamma T_{\text{oat}}}} \quad (6.2.1)$$

Для расчета числа Маха истинная воздушная скорость и температура наружного воздуха получаются из блоков воздушных параметров (ADUs). Для расчета был выбран маршрут полета современного самолета продолжительностью около 14000 с, что составляет примерно 4 часа. Оценённые значения числа Маха, получаются из расчетов с использованием стандартной формулировки (6.2.1), и они представлены на рисунке (6.2.1). Разница между оценёнными и измеренными значениями числа Маха оказалась крайне малой, см. таблицу (6.2.3), первая строка.

На рисунке (6.2.2) измеренные значения числа Маха не представлены, поскольку оценённые и измеренные значения визуально не различимы.

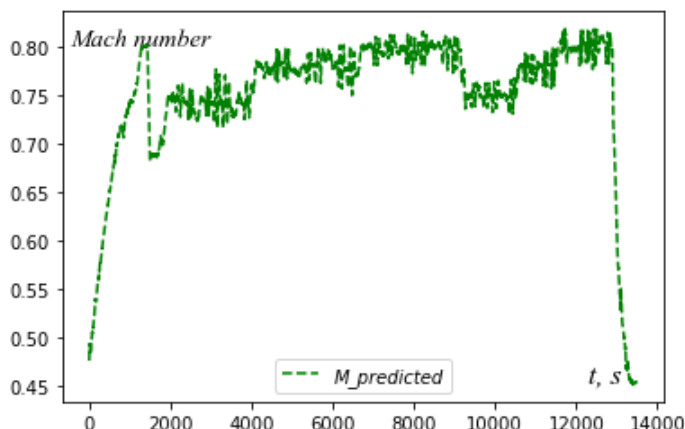


Рисунок 6.2.1 – Число Маха, рассчитанное по стандартной формуле

В исследовании динамики несжимаемых жидкостей динамическое давление определяется как разница между полным давлением (часто называемым давлением Пито или давлением застоя) и статическим давлением. В аэродинамике эта величина обозначается символом q_c . Динамическое давление рассчитывается по следующим формулам, где формула (6.2.2) учитывает статическое давление на уровне моря, температуру на уровне моря и приборную скорость, а другая формула (6.2.3) учитывает статическое давление и измеренное число Маха:

$$q_c(V_{ias}) = P_{SA_0} \left\{ \left(1 + \frac{k-1}{2} \times \frac{1}{T_{SA_0} k \gamma} \times V_{ias}^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right\} \quad (6.2.2)$$

$$q_c(M_m) = \left[P_{S_m} \left\{ \left(1 + \frac{k-1}{2} M_m^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \right\} \right] - P_{S_m} \quad (6.2.3)$$

В процессе расчета динамического давления приборная скорость, статическое давление и число Маха получаются из блоков воздушных параметров (ADUs). Для того же маршрута полета, что и на рисунке (6.2.1), результаты, полученные из расчетов с использованием стандартной формулировки, представлены на рисунках (6.2.2, 6.2.3).

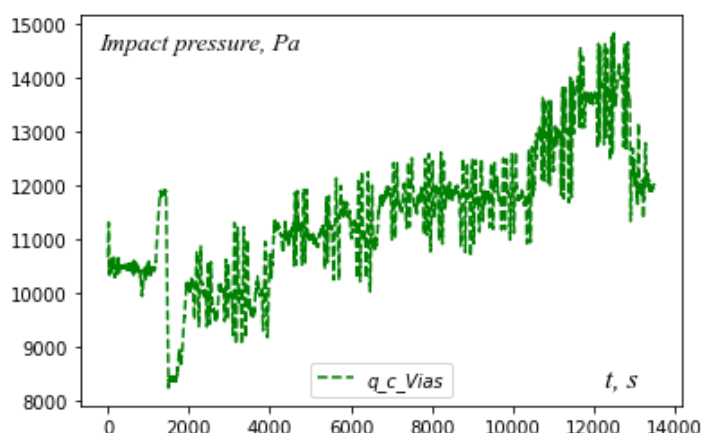


Рисунок 6.2.2 – Динамическое давление, рассчитанное по стандартной формуле с использованием приборной скорости, полученных их блоков воздушных параметров (ADUs)

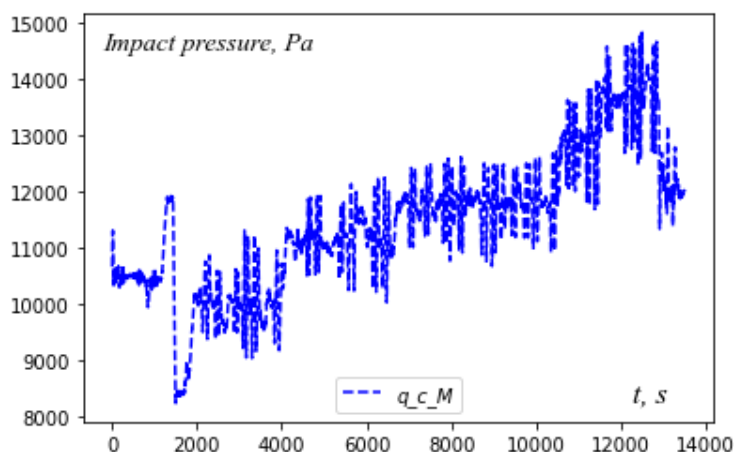


Рисунок 6.2.3 – Динамическое давление, рассчитанное по стандартной формуле с использованием числа Маха, полученного их блоков воздушных параметров (ADUs)

Различия между динамическим давлением q_{c_m} , измеренным на борту, и результатами, полученными с помощью формул (6.2.2) и (6.2.3) также очень малы, см. таблицу (6.2.3), строки 2 и 3, что подтверждает правильность барометрических данных, полученных из блоков воздушных параметров (ADUs).

В механике жидкости статическое давление является ключевым компонентом уравнения Бернулли, которое можно выразить как сумму статического давления и динамического давления, равного полному давлению. Поскольку измерения, проведенные в любой заданной точке жидкости, отражают

статическое давление, термин "статическое" часто опускается для упрощения. В контексте проектирования и эксплуатации самолетов статическое давление конкретно относится к давлению воздуха в статической системе давления самолета. Стандартные формулы для расчета статического давления представлены следующим образом:

$$P_s(V_{tas}) = q_{c_m} \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{2} \times \frac{1}{T_{oat} k \gamma} \times V_{tas}^2\right)^{\frac{k}{k-1}} - 1} \quad (6.2.4)$$

$$P_s(M_m) = q_{c_m} \frac{1}{\left\{ \left(1 + \frac{k-1}{2} M_m^2\right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right\}} \quad (6.2.5)$$

В ходе расчета статического давления истинная воздушная скорость, динамическое давление, температура наружного воздуха и число Маха получаются из блоков воздушных параметров (ADUs). Результаты, полученные в результате расчета с использованием стандартных формул (6.2.4) и (6.2.5), представлены на рисунках (6.2.4, 6.2.5).

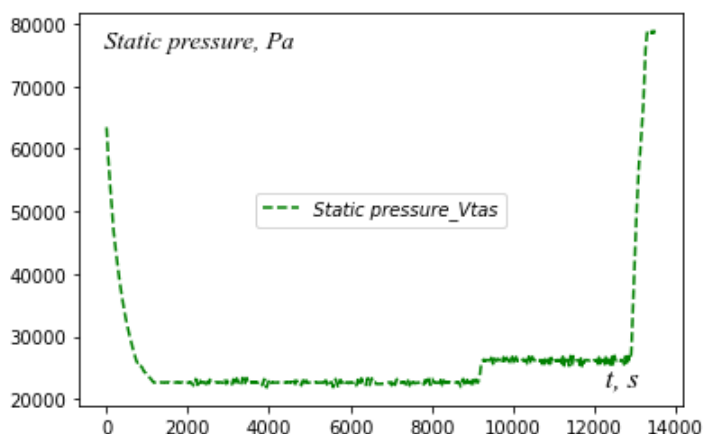


Рисунок 6.2.4 – Статическое давление, рассчитанное по стандартной формуле с использованием истинной воздушной скорости, полученной из ADUs

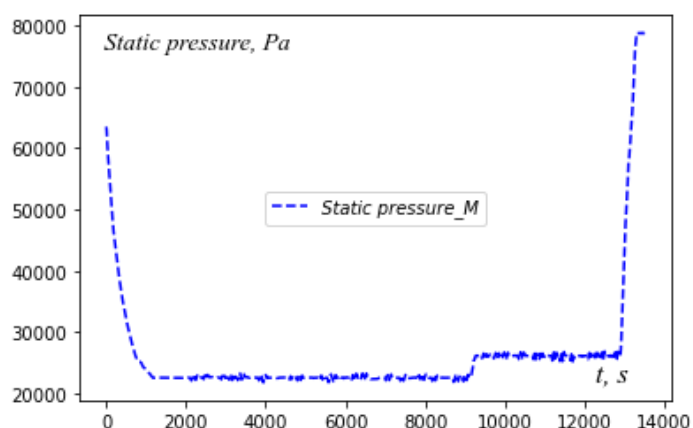


Рисунок 6.2.5 – Статическое давление, рассчитанное по стандартной формуле с использованием числа Маха, полученного из ADUs

Различия между статическим давлением P_{S_m} , измеренным на борту, и результатами вычислений по формулам (6.2.4) и (6.2.5) очень малы, см. таблицу 6.2.3, строки 4 и 5. Это показывает, что задействованные барометрические параметры, то есть статическое давление, динамическое давление, температура наружного воздуха, истинная воздушная скорость и число Маха, совпадают между собой с весьма высокой точностью.

Скоростной напор можно связать с импульсом, создаваемым организованным движением газа. Математически он определяется как половина произведения плотности воздуха на квадрат его скорости. Это выражение напоминает член кинетической энергии, который вычисляется как половина массы, умноженная на квадрат скорости.

В отмечается в [149], что расчет плотности воздуха и скоростного напора по стандартной атмосфере широко распространен на практике, однако в общем случае такой подход создает значительную погрешность, что может привести к ошибочным выводам при оценке соответствия математической модели летательного аппарата реальному объекту. Поэтому в данной работе плотность воздуха рассчитывается с использованием статического давления и температуры наружного воздуха из измерений, и на основе этой плотности воздуха рассчитывается скоростной напор, который также учитывает измеренную истинную воздушную скорость.

Скоростной напор рассчитывается по следующим формулам посредством вывода плотности воздуха:

$$\rho = \frac{P_{S_m}}{\gamma T_{oat}} \quad (6.2.6)$$

$$q(V_{tas}) = \frac{1}{2} \rho V_{tas}^2 \quad (6.2.7)$$

$$q(M_m) = 0.7 P_{S_m} M_m^2 \quad (6.2.8)$$

Плотность воздуха рассчитывается с использованием статического давления и температуры наружного воздуха, полученных из блоков воздушных параметров (ADUs). Затем рассчитывается скоростной напор, где истинная воздушная скорость, статическое давление и число Маха получаются из блоков воздушных параметров (ADUs). Результаты, полученные из расчета с использованием стандартной формулировки (6.2.7) и (6.2.8), представлены на рисунке (6.2.6, 6.2.7).

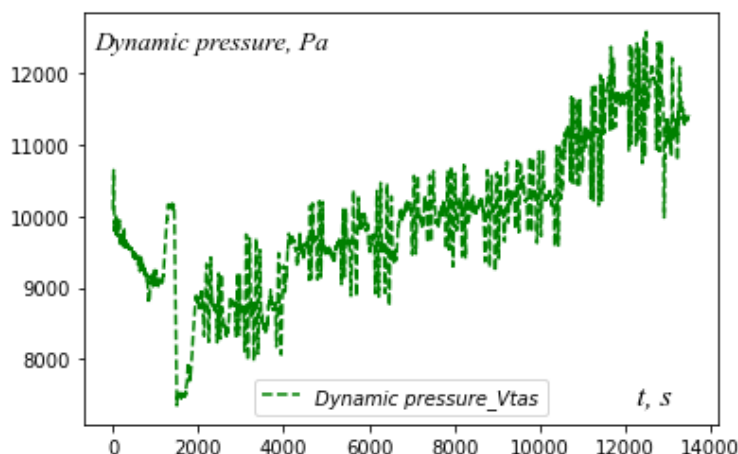


Рисунок 6.2.6 – Скоростной напор, рассчитанный по стандартной формуле с использованием статического давления, температуры наружного воздуха и истинной воздушной скорости, полученных из блоков воздушных параметров (ADUs)

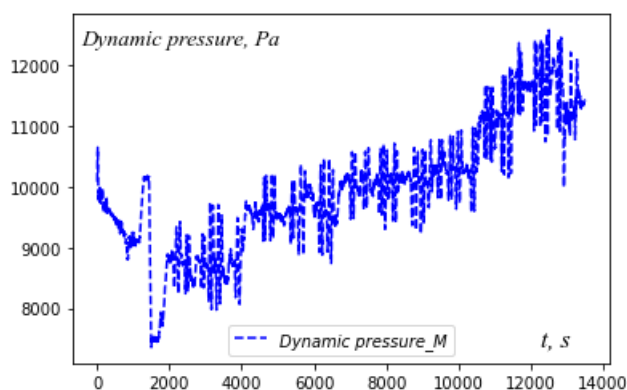


Рисунок 6.2.7 – Скоростной напор, рассчитанный по стандартной формуле с использованием статического давления и числа Маха, полученных из блоков воздушных параметров (ADUs)

Среди измеряемых бортовых параметров, как видно из таблицы (6.2.1), строка 8, есть скоростной напор q_m . Сравнение этого параметра и оценок, полученных по формулам (6.2.7) и (6.2.8), приводит к очень высокой степени совпадения между всеми тремя сигналами, как показано в таблице (6.2.4), строки 6 и 7. Это является веским аргументом в пользу того, что все задействованные барометрические параметры, то есть скоростной напор, истинная воздушная скорость и число Маха, являются корректными.

Скоростной напор очень важен в задаче валидации динамической модели самолета, когда мы сравниваем выходы модели и соответствующие сигналы летных данных. Действительно, аэродинамические силы и моменты пропорциональны скоростному напору. По этой причине значения скоростного напора, которые мы используем в моделировании, должны соответствовать скоростному напору в условиях полета с высокой точностью, поскольку любая ошибка в скоростном напоре приведет к ошибкам моделирования. Рассмотрим подход к расчету этого скоростного напора, который широко распространен в практике валидации моделей самолетов. В этом случае скоростной напор определяется по формуле (6.2.8), где плотность воздуха для упрощения принимается в соответствии с моделью международной стандартной атмосферы (ISA) ISO 2533:1975. Программные модули для модели ISA широко доступны в

различных программных инструментариях, которые вычисляют плотность воздуха следующим образом:

$$\rho = \frac{P_{S_m}}{\gamma T_{SA_H}} \quad (6.2.9)$$

$$T_{SA_H} = T_{SA_0} + \beta \times (H_{bar} - H_0) \quad (6.2.10)$$

Как можно видеть, разница между (6.2.6) и (6.2.9) заключается в том, что в (6.2.6) мы используем фактическую температуру наружного воздуха, которая может значительно отличаться от температуры воздуха (6.2.10) в соответствии с ISA. В результате оценки скоростного напора рассчитываются со значительными погрешностями.

Пример этих погрешностей представлен на рисунке (6.2.8), где скоростной напор $q - 0$, обозначенное как, рассчитано с использованием формул ISA (6.2.9) и (6.2.10), а q представляет собой измеренный скоростной напор q_m , который соответствует (6.2.6) -(6.2.8) и является очень точным. Различие заметно, смотрите рисунок (6.2.8). Среднее относительное различие составляет 5,18%, см. таблицу (6.2.3), строка 8. И это всего лишь один пример. В работе [20] на другом наборе данных относительное различие составляет более 7,1%.

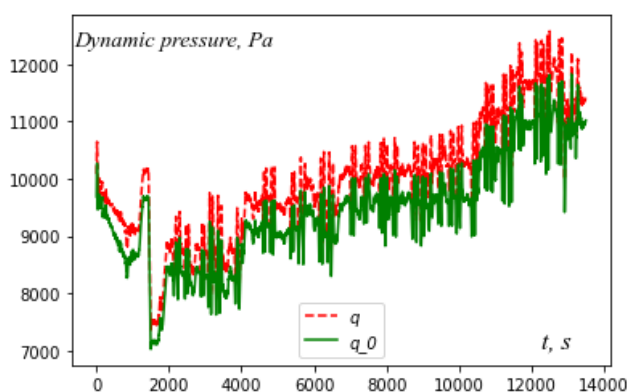


Рисунок 6.2.8 – Скоростной напор, рассчитанный по стандартной формуле с использованием высоты и статического давления, полученных из блоков воздушных параметров (ADUs)

Такие погрешности могут значительно повлиять на результаты валидации модели самолета, поэтому использование формул (6.2.6) -(6.2.8) в этой задаче имеет решающее значение.

Таким образом, этот результат подтверждает предположение, сделанное в исследовательской работе [149], что расчет плотности воздуха и динамического давления по стандартной атмосфере в общем случае создает значительную погрешность, что может привести к ошибочным выводам при оценке соответствия математической модели летательного аппарата реальному объекту.

Высота полета является важнейшим фактором в авиации, представляющим собой высоту воздушного судна над уровнем моря и оказывающим значительное влияние на навигацию, безопасность и характеристики [219]. Она позволяет пилотам точно определять свое положение относительно земли, других воздушных судов и потенциальных препятствий, что облегчает эффективную навигацию и предотвращение столкновений. Поддержание надлежащей высоты имеет важное значение для обеспечения безопасного вертикального эшелонирования между воздушными судами, что жизненно важно в загруженном воздушном пространстве. Кроме того, высота влияет на летные характеристики воздушного судна, включая эффективность двигателя и расход топлива, что делает важным для пилотов эффективное управление высотой для оптимизации полета. Расчет высоты полета в диапазоне 0...11000 м может быть произведен по следующим формулам:

$$H(T_{oat}) = \frac{T_{oat} - T_{SA_0}}{\beta} \quad (6.2.11)$$

$$H(P_{S_m}) = \frac{T_{SA_0}}{\beta} \left\{ \left(\frac{P_{S_m}}{P_{SA_0}} \right)^{-\frac{\beta\gamma}{g}} - 1 \right\} \quad (6.2.12)$$

Во время этого расчета высоты полета температура наружного воздуха и статическое давление получают из блоков воздушных параметров (ADUs).

Результаты, полученные из расчета с использованием стандартной формулировки, представлены на рисунке (6.2.9, 6.2.10).

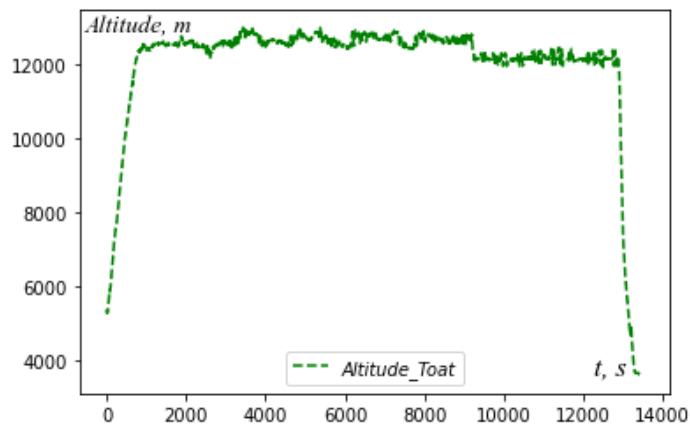


Рисунок 6.2.9 – Высота полёта, рассчитанная по стандартной формуле с использованием температуры наружного воздуха, полученных из блоков воздушных параметров (ADUs)

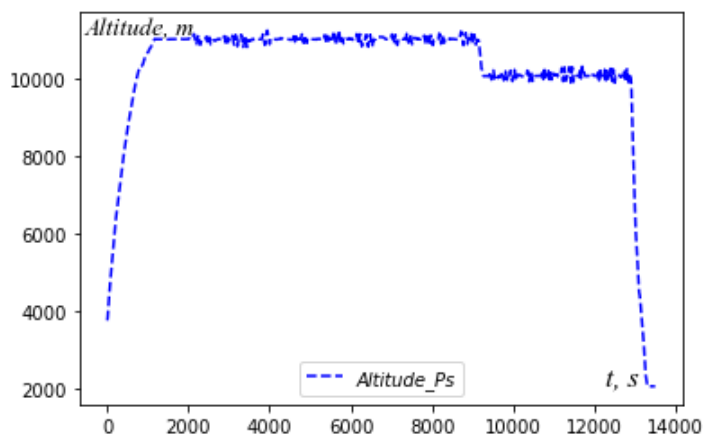


Рисунок 6.2.10 – Высота полёта, рассчитанная по стандартной формуле с использованием статического давления, полученного из блоков воздушных параметров (ADUs)

Как видно на рисунке (6.2.8), рассчитанные высоты становятся неточными из-за температуры, полученной из блоков воздушных параметров (ADUs). Поэтому температура будет рассчитана с использованием формулы (6.2.10), где для измерений будет использоваться только барометрическая высота, а температура будет взята в качестве стандартной температуры на уровне моря для дальнейшего

использования в расчётах высоты полета с использованием формулы (6.2.13). Результат представлен на рисунке (6.2.11).

$$H(T_{SA_H}) = \frac{T_{SA_H} - T_{SA_0}}{\beta} \quad (6.2.13)$$

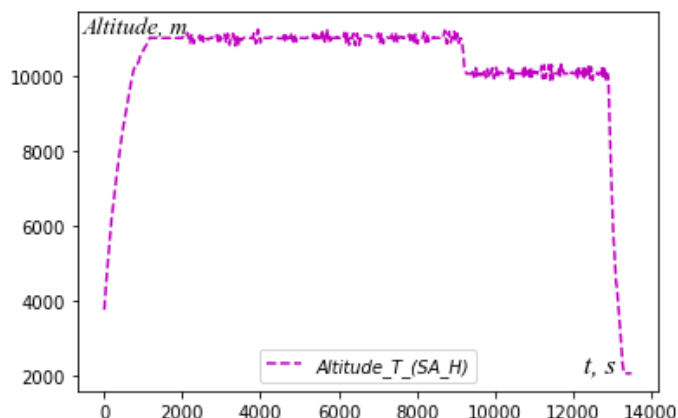


Рисунок 6.2.11 – Высота полёта, рассчитанная по стандартной формуле с использованием расчетной температуры

Численные результаты представлены в таблице (6.2.3), строки 9...11. В таблице показано очень высокое совпадение между барометрической высотой H_{bar} , полученной из блоков воздушных параметров (ADUs) и оценками (6.2.12) и (6.2.13) и заметные отклонения до 15% для оценок (6.2.11). Это означает, что бортовой сигнал H_{bar} основан на измерениях статического давления P_{S_m} и соответствует формуле ISA (6.2.12), и формула (6.2.13) дает практически те же результаты, поскольку она также получена по ISA.

6.2.2. Анализ соотношения между динамическим давлением и скоростным напором

Соотношение динамического давления к скоростному напору имеет решающее значение в авиационной технике, поскольку оно позволяет получить представление о подъемной силе, сопротивлении, устойчивости и общей оптимизации характеристик. Существует корреляция между скоростью ветра и прямыми оценками угла атаки, и все методы оценки угла атаки требуют значения скоростного напора в качестве входных данных [220]. Отслеживая это

соотношение, инженеры могут оценивать и улучшать характеристики самолета во время полета, гарантируя, что конструкция эффективно использует скоростной напор для создания подъемной силы при минимизации сопротивления. Это соотношение можно рассчитать с помощью различных формул (6.2.14, 6.2.15, 6.2.16, 6.2.17), что позволяет провести всесторонний анализ того, как скоростной напор способствует созданию аэродинамических сил. Понимание этой взаимосвязи необходимо для оптимизации конструкции и эксплуатации самолета, что в конечном итоге приводит к повышению безопасности и эффективности в авиационной технике. Отношение между динамическим давлением и скоростным напором рассчитывается по формуле (6.2.14) с использованием данных, полученных из блоков воздушных параметров (ADUs), и результат представлен на рисунке (6.2.12).

$$\frac{q_{c_m}}{q_m} \quad (6.2.14)$$

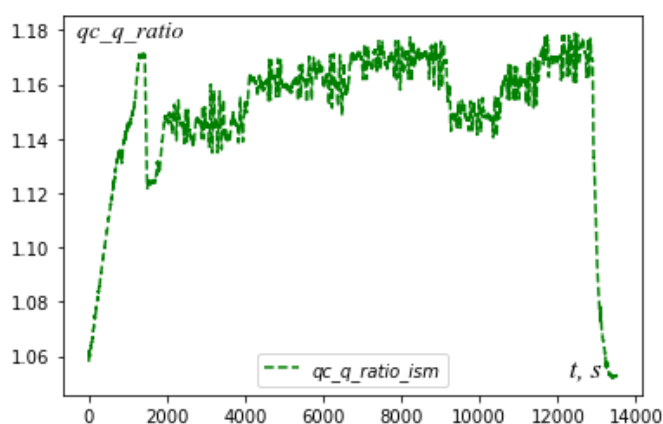


Рисунок 6.2.12 – Соотношение между динамическим давлением и скоростным напором, полученными из блоков воздушных параметров (ADUs)

Соотношения между динамическим давлением и скоростным напором также может быть рассчитано по формуле (6.2.15), где учитывается измеренное число Маха, а результат представлен на рисунке (6.2.13).

$$\frac{(1 + 0.2M_m^2)^{3.5} - 1}{0.7M_m^2} \quad (6.2.15)$$

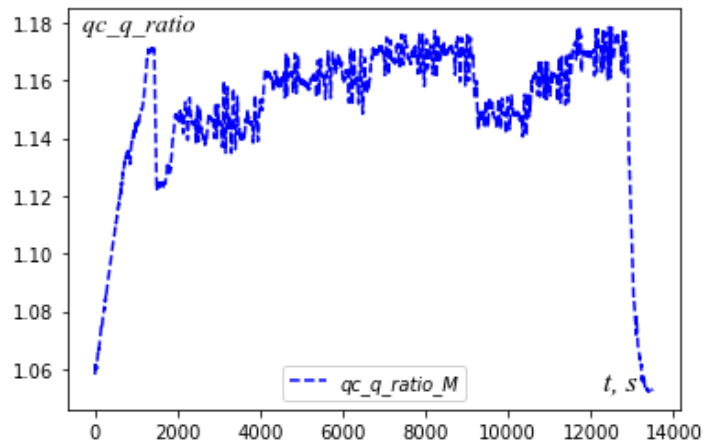


Рисунок 6.2.13 – Соотношение между динамическим давлением и скоростным напором, рассчитанное с использованием числа Маха, полученного из ADUs

В качестве другого подхода соотношения между динамическим давлением и скоростным напором может быть рассчитано с использованием формул (6.2.16), где учитываются как статическое давление, так и число Маха, и они получены из ADUs.

$$\frac{\left[P_{s_m} \left\{ \left(1 + \frac{k-1}{2} M_m^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \right\} \right] - P_{s_m}}{0.7 P_{s_m} M_m^2} \quad (6.2.16)$$

Результаты представлены на рисунке (6.2.14).

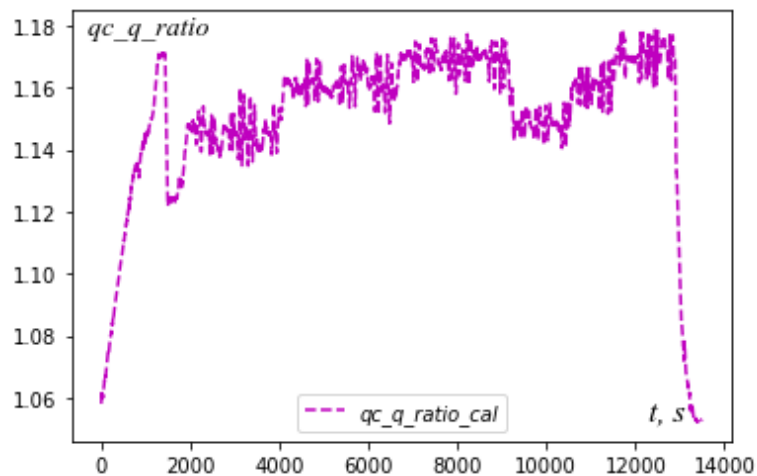


Рисунок 6.2.14 – Соотношение между динамическим давлением и скоростным напором, рассчитанное с использованием статического давления и числа Маха, полученных из ADUs

$$\frac{P_{SA_0} \left\{ \left(1 + \frac{k-1}{2} \times \frac{1}{T_{SA} k \gamma} \times V_{ias}^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right\}}{0.5 \rho V_{tas}^2} \quad (6.2.17)$$

Необходимо провести анализ соотношения между динамическим давлением и скоростным напором, используя формулы (6.2.17), в которых учитываются статическое давление, приборная воздушная скорость и истинная воздушная скорость, и эти данные получены из блоков воздушных параметров. Результат представлен на рисунке (6.2.15).

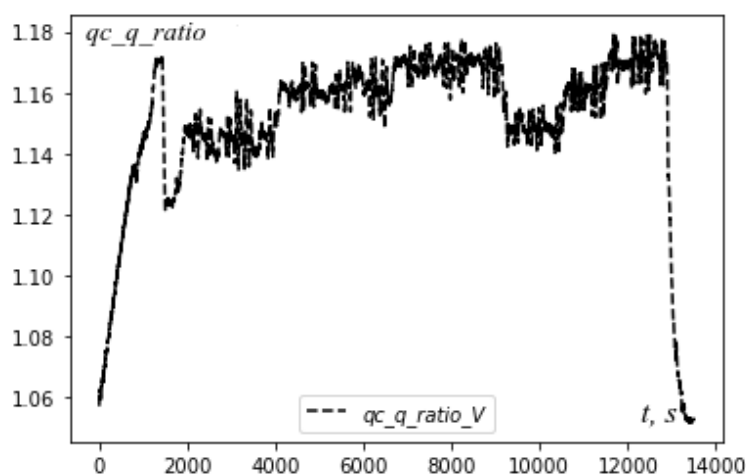


Рисунок 6.2.15 – Соотношение между динамическим давлением и скоростным напором, рассчитанное с использованием статического давления, приборной воздушной скорости и истинной воздушной скорости, полученных из ADUs

Результаты, полученные в ходе верификации международных стандартных формулировок, демонстрируют их эффективность, и можно заметить, что сигналы, выдаваемые расчетами по модели ISA, не содержат шумов, то есть являются детерминированными и демонстрируют почти идеальную корреляцию с эталонными значениями. Как правило, анализ валидации данных предпочтительнее и удобнее проводить в графическом представлении. Однако из-за сильного совпадения значений теоретически рассчитанных и барометрических измерений анализ тщательно изучается с использованием традиционных статистических подходов в следующем разделе, см. таблицу (6.2.4).

6.2.3. Результаты и обсуждение

Как очевидно из результатов, представленных на рисунках, параметры, рассчитанные по стандартным формулам, очень точны и сильно коррелируют с барометрическими данными измерений из блоков воздушных параметров, в связи с чем трудно и невозможно проанализировать совместимость данных расчетов и измерений с использованием графических представлений.

Поэтому рекомендуется проводить проверку совместимости данных с использованием традиционных статистических подходов, таких как среднеквадратическое отклонение погрешностей, данных и коэффициенты корреляции данных между расчетами и измерениями, и они представлены в таблице (6.2.3). Единицы измерения этих барометрических параметров такие же, как и в таблице (6.2.1). В то время как меньшие значения среднеквадратических отклонений демонстрируют более высокую сходимость между значениями, полученными из теоретически расчётов и барометрических измерений, более высокие значения коэффициентов корреляции доказывают сильную корреляцию. Относительные погрешности между рассчитанными и измеренными параметрами рассчитываются по формуле (6.2.18), и среднее значение этих относительных погрешностей также представлено в таблице (6.2.3).

$$relative_error = \frac{x_{cal} - x_{meas}}{x_{meas}} \times 100 \quad (6.2.18)$$

где x_{cal} - рассчитанный параметр ,

x_{meas} - измеренный параметр.

№	Отношение между измерением и расчетом	Среднее значение измере- нного параметра	С.К.О погрешн- остей	Среднее значение погрешн- остей	Среднее значение относит- ельных Погрешн- остей, %	Коэффи- циент корреля- ции
1	(M_m, M)	0.75089	0.00013	4.4095e-06	0.01388	0.99999
2	$(q_{c_m}, q_c(V_{ias}))$	11444.4844	1.57826	0.03909	0.01124	0.99999
3	$(q_{c_m}, q_c(M_m))$	11444.4844	1.03449	-0.21298	0.00742	0.99999
4	$(P_{S_m}, P_S(V_{ias}))$	26329.4680	10.10321	0.07216	0.03195	0.99999
5	$(P_{S_m}, P_S(M_m))$	26329.4680	2.58199	0.49331	0.00742	0.99999
6	$(q_m, q_m(V_{tas}))$	9942.88105	3.34364	0.12285	0.02776	0.99999
7	$(q_m, q_m(M_m))$	9942.88105	0.07951	0.00278	0.00068	0.99999
8	$(q_m, q_0(V_{tas}, T_{SA_H}))$	9942.88105	116.69399	518.34322	5.18246	0.99618
9	$(H_{bar}, H(T_{oat}))$	10237.85043	271.90047	-1760.3532	15.17356	0.98874
10	$(H_{bar}, H(P_{S_m}))$	10237.85043	0.31714	0.09638	0.00264	0.99999
11	$(H_{bar}, H(T_{SA_H}))$	10237.85043	1.804e-12	-8.825e-15	1.475e-14	1.0

Таблица 6.2.3 – Статистический анализ для определения эффективности проверки достоверности данных

Высокая точность и чрезмерная корреляция между прогнозами ISA и аэрометрическими измерениями наблюдаются в таблице (6.2.3), поскольку значения среднеквадратических отклонений между данными значительно низкие, а значения коэффициента корреляции довольно высоки, приближаясь к 1, что доказывает наилучшую корреляцию между данными. Только рассчитанное значение высоты, где в качестве входных данных используется температура наружного воздуха, показывает меньшую точность и более слабую корреляцию из-за того, что высота из натурных измерений самолета, используемая для сравнения,

является барометрической высотой. Однако рассчитанные значения высоты становятся чрезвычайно точными, когда используется температура, рассчитанная с использованием измеренной барометрической высоты, и, согласно результатам, можно сказать, что измеренная высота и эта прогнозируемая высота с использованием рассчитанной температуры на высоте идентичны, поскольку относительная ошибка составляет всего $1,47463 \times 10^{-14} \%$. Поэтому естественно, что ее корреляция сильнее с рассчитанной высотой, в которой использовалось измеренное статическое давление.

Что касается соотношения динамического давления к скоростному напору, то анализ может быть проведен также с использованием статистических подходов и представлен в таблице (6.2.4).

№	Ratio	Mean	Standard deviation
1	Ratio_1	1.1506464497726479	0.025778037326925105
2	Ratio_2	1.1506682177824912	0.02577801349489167
3	Ratio_3	1.1506682177824912	0.025778013494891762
4	Ratio_4	1.1506572243346522	0.02577372661047606

Таблица 6.2.4 – Средние значения и с.к.о. каждого соотношения динамического давления к скоростному напору

В таблице (6.2.4) Ratio_1 обозначает формулу (6.2.14), Ratio_2 обозначает формулу (6.2.15), Ratio_3 обозначает формулу (6.2.16), и Ratio_4 обозначает формулу (6.2.17) соответственно. Можно заметить, что значения среднего и среднеквадратического отклонения для каждого соотношения сильно совпадают до пяти десятичных знаков, что демонстрирует эффективность и надежность международных стандартных формулировок.

6.2.4. Заключительные обсуждения

В данном разделе была эффективно продемонстрирована обоснованность стандартных формулировок для расчётов барометрических параметров посредством тщательного эмпирического анализа, сравнивающего теоретические модели с фактическими данными о воздухе, полученными из блоков воздушных параметров (ADUs). Результаты, полученные в данной работе, выявили сильные корреляции и минимальные среднеквадратические отклонения, что свидетельствует о значительной совместимости между теоретически рассчитанными значениями и реальными измерениями. Данная научно-исследовательская работа позволит улучшить понимание атмосферных моделей в практическом авиационном контексте и создать надёжную статистическую базу для проверки барометрических измерений. Удивительно низкие относительные погрешности, представленные в таблице (3) между теоретически рассчитанными значениями и барометрическими измерениями, демонстрируют эффективность и надёжность теоретических формулировок.

Что касается расчета скоростного напора, следует отметить, что для обеспечения точности проверки рекомендуется использовать набор данных о температуре наружного воздуха, статическом давлении, истинной воздушной скорости и числе Маха, полученных на основе барометрических измерений, а не стандартные формулы. Подтверждая надёжность теоретических формулировок в летной эксплуатации, данная работа способствует повышению безопасности полетов и оптимизации эксплуатационных характеристик в авиационной промышленности, открывая путь для будущих достижений в области аэродинамики и оценки летных характеристик.

Выводы по главе 6

В результате анализа предложенного метода идентификации коррелированной помехи в экспериментальных данных выявлено, что он позволяет уверенно распознавать факт наличия такой помехи. Кроме того, значения критериев содержат информацию о величине ошибок оценивания, что имеет важное значение для повышения точности параметрической идентификации. Однако, в случае линейной зависимости помехи от функции чувствительности системы, она может быть полностью компенсирована подбором идентифицируемых параметров.

Кроме того, проведено эмпирическое сравнение теоретических моделей барометрических параметров с фактическими данными, полученными из блоков воздушных параметров (ADUs). Результаты показали сильные корреляции и минимальные среднеквадратические отклонения, что свидетельствует о высокой совместимости между теоретически рассчитанными значениями и реальными измерениями. Это позволяет улучшить понимание атмосферных моделей в практическом авиационном контексте и создать надежную статистическую базу для проверки барометрических измерений.

Удивительно низкие относительные погрешности между теоретически рассчитанными значениями и барометрическими измерениями демонстрируют эффективность и надежность теоретических формулировок. Для обеспечения точности расчета скоростного напора рекомендуется использовать набор данных о температуре наружного воздуха, статическом давлении, истинной воздушной скорости и числе Маха, полученных на основе барометрических измерений. Это подтверждает надежность теоретических формулировок в летной эксплуатации и способствует повышению безопасности полетов и оптимизации эксплуатационных характеристик в авиационной промышленности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной диссертационной работе решена крупная научная проблема, связанная с разработкой принципиально новых подходов к обработке данных летных испытаний и параметрической идентификации моделей динамики летательных аппаратов. Цель работы, заключающаяся в создании методологии, устойчивой к систематическим погрешностям измерений, атмосферным возмущениям и отказам датчиков, достигнута в полном объеме. Комплекс проведенных теоретических и экспериментальных исследований позволил разработать и обосновать целостную систему взаимосвязанных методов и алгоритмов, позволяющую проводить оценку аэродинамических характеристик и силовой установки с повышенной точностью и достоверностью.

Основные результаты, полученные в ходе исследований, заключаются в следующем:

- разработан и теоретически обоснован новый методологический подход к предварительному анализу и верификации полетных данных. Его ядро составляет алгоритм обнаружения динамических погрешностей бортовых измерений, использующий уравнения движения твердого тела без учета аэродинамических сил и тяги двигателей. Это позволяет выявлять аномалии и противоречия в данных до начала основной процедуры идентификации, что ранее не представлялось возможным в рамках стандартных процедур.

Создан комплекс алгоритмов для формирования достоверного информационного базиса для последующей идентификации. К ним относятся:

- метод определения трех проекций скорости ветра в реальном времени, основанный на синтезе данных спутниковой навигационной системы (СНС), инерциальной навигационной системы (ИНС) и информации о воздушных параметрах;
- алгоритм восстановления углов атаки и скольжения в режиме реального времени при отказах или отсутствии штатных датчиков, основанный на параметрической идентификации с использованием данных ИНС и СНС;

- методика повышения точности оценки атмосферных параметров (скоростного напора, плотности воздуха) путем сопоставления бортовых измерений статического давления и температуры с эталонными атмосферными моделями, что минимизирует погрешности аэродинамических расчетов.

Наиболее значимым результатом работы является разработка метода раздельной идентификации силы тяги двигателей и аэродинамического сопротивления - параметров, традиционно сложных для раздельного определения из-за их сильной коллинеарности. Для ее решения был предложен и реализован комплексный подход, включающий:

- новый метод, сочетающий процедуры параметрической идентификации со сглаживанием случайных погрешностей измерений, что позволило отказаться от необходимости использования сложных газодинамических моделей двигателя и дополнительных датчиков;
- специальный алгоритм формирования тестового входного сигнала на основе методов оптимального управления, что позволяет максимизировать информативность эксперимента относительно идентифицируемых параметров.

Для задач идентификации собственно аэродинамических коэффициентов разработан и внедрен ряд перспективных методов:

- частотно-временной алгоритм идентификации нелинейных динамических систем, сочетающий моделирование в временной области с минимизацией функционала невязки в частотной области, что обеспечивает эффективное подавление влияния шумов с известными спектральными характеристиками;
- метод оценки достоверности моделей, основанный на анализе изменения оценок параметров при искусственном временном сдвиге входных данных, что позволяет выявлять смещения оценок, обусловленные помехами, коррелированными с полезным сигналом.

Главным итогом работы является не просто набор разрозненных алгоритмов, а создание завершенной, технологически проработанной методологии обработки данных летных испытаний. Эта методология обеспечивает сквозной контроль достоверности данных – от этапа первичной верификации измерений до получения финальных, физически обоснованных оценок параметров математической модели. Важнейшим достоинством разработанных методов является их устойчивость к условиям, в которых классические подходы либо дают неудовлетворительную точность, либо вовсе неработоспособны: при наличии неучтенных атмосферных возмущений, систематических смещений нулей датчиков, корреляции между полезным сигналом и помехой.

Таким образом, диссертационное исследование представляет собой законченное научно-квалификационное произведение, вносящее значительный вклад в теорию и практику идентификации динамических систем. Полученные результаты создают прочную основу для дальнейшего развития интеллектуальных систем обработки информации, диагностики и управления летательными аппаратами, внося вклад в технологический суверенитет и конкурентоспособность отечественной авиационной отрасли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1.] Piotr Lichota, Maciej Lasek. Maximum likelihood estimation for identification of aircraft aerodynamic derivatives // Archive of Mechanical Engineering. 2013. Vol. LX, No. 2.
- [2.] Klein V., Morelli E.A. Aircraft system identification: Theory and practice. Reston, USA: AIAA, 2006. 499 p.
- [3.] Ljung L. System identification: Theory for user. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1987.
- [4.] Васильченко К.К., Леонов В.А., Пашковский И.М., Поплавский Б.К. Летные испытания самолетов. Москва: Машиностроение, 1996.
- [5.] Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. Москва: Физматгиз, 1962. 333 с.
- [6.] Maine R.E., Pliff K.W. Identification of dynamic system: Theory and formulation. NASA Reference Publication 1138, 1985. 160 p.
- [7.] Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. Москва: Наука, 1978. 352 с.
- [8.] Справочник по прикладной статистике / под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана. Москва: Финансы и статистика, 1989. 510 с.
- [9.] Бендат Дж., Пирсон А. Прикладной анализ временных рядов. Москва: Мир, 1989. 542 с.
- [10.] Кулифеев Ю.Б. Дискретно-непрерывный метод идентификации непрерывных систем // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1981. № 5. С. 47–55.
- [11.] Денисов В.Г., Козарук В.В., Новиков В.С. и др. Техническая эксплуатация пилотажно-навигационных комплексов. Москва: Транспорт, 1992. 296 с. (Учебное пособие для ВУЗов). ISBN 5-277-00634-6.

- [12.] Ключев Г.И., Макаров Н.Н., Солдаткин В.М., Ефимов И.П. Измерители аэродинамических параметров летательных аппаратов. Ульяновск: УлГТУ, 2005. 509 с.
- [13.] Корсун О.Н., Зиновьев А.В., Лысюк О.П., Гребнев О.Н. Оценивание погрешностей измерения скорости и высоты спутниковой навигационной системой при маневрировании самолета // Проблемы безопасности полетов. 2008. № 10. С. 49–58.
- [14.] Корсун О.Н., Лысюк О.П. Комплексная оценка погрешностей бортовых измерений в целях обеспечения задач безопасности полетов // Проблемы безопасности полетов. 2007. № 2. С. 31–41.
- [15.] Lim J., Park H., Suk J., Kim S. Aerodynamic parameter estimation for fixed-wing UAV using iterated extended Kalman filter // Aerospace Europe Conference 2023 – EUCASS. 2023.
- [16.] Tischler M.B., Remple R.K. Aircraft control and simulation: Dynamics, controls design, and autonomous systems. Wiley, 2020.
- [17.] Klein V., Juhasz O. Advances in flight vehicle system identification: Theory and practice // Journal of Aircraft. 2015. Vol. 58, No. 4. Pp. 789–806.
- [18.] Wang Z., Zhang Y. Multi-sine excitation techniques for aircraft system identification // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2022. Vol. 45, No. 6. Pp. 1234–1245.
- [19.] Kim S., Lee H. Real-time parameter estimation using recursive frequency domain methods // Aerospace Science and Technology. 2023. Vol. 138. Article 108213.
- [20.] Balasubramanian R., Kumar P. Optimal input design strategies for aerodynamic modeling // Int. J. Aerospace Eng. 2021.
- [21.] Luo J., Chen X. Autonomous real-time modeling in frequency domain for adaptive flight control // AIAA Journal. 2023. Vol. 61, No. 2. Pp. 487–499.
- [22.] Recent trends in aerodynamic parameter estimation // IEEE Xplore. 2024.

- [23.] Singh A., Roy A. Adaptive aerodynamic parameter estimation techniques for modern aircraft systems // Aerospace Research Central. 2022. Vol. 59, No. 3. Pp. 345–357.
- [24.] Patel M., Desai R. Dynamic flight control systems based on real-time data adaptation // Journal of Aerospace Information Systems. 2023. Vol. 20, No. 5. Pp. 234–245.
- [25.] Estimation of aerodynamic parameters using neural networks // SAGE Journals. 2023-09-19.
- [26.] Recurrent neural networks for aerodynamic parameter estimation // Taylor & Francis Online. 2024.
- [27.] Retrospective and recent examples of aircraft parameter identification at NASA Dryden Flight Research Center // ResearchGate. 2024-10-22.
- [28.] Grauer J.A., Morelli E.A. A new formulation of the filter-error method for aerodynamic parameter estimation in turbulence // Proc. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf. Dallas, TX, USA, 22–26 June 2015. DOI: 10.2514/6.2015-2704.
- [29.] Morelli E.A. Determining aircraft moments of inertia from flight test data // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2021. Vol. 44, No. 9. Pp. 1975–1988. DOI: 10.2514/1.G006072.
- [30.] Grauer J.A., Morelli E.A. Real-time frequency response estimation using multi-sine inputs and recursive Fourier transform // Proc. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf. Minneapolis, MN, USA, 13–16 Aug. 2012. DOI: 10.2514/6.2012-4641.
- [31.] Morelli E.A. Practical aspects of multiple-input design for aircraft system identification flight tests // Proc. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf. 2021. DOI: 10.2514/6.2021-2795.
- [32.] Morelli E.A. Optimal input design for aircraft stability and control flight testing // J. Optimization Theory and Applications. 2021. Vol. 191, No. 2. Pp. 459–482. DOI: 10.1007/s10957-021-01912-0.

- [33.] Morelli E.A., Grauer J.A. Practical aspects of the frequency domain approach for aircraft system identification // Proc. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf. 2018. DOI: 10.2514/6.2018-3477.
- [34.] Morelli E.A. Real-time aerodynamic parameter estimation without air flow angle measurements // Proc. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf. 2010, Toronto, Canada. DOI: 10.2514/6.2010-30606.
- [35.] Morelli E.A. Autonomous real-time global aerodynamic modeling in the frequency domain // Proc. AIAA SciTech Forum. 2020. DOI: 10.2514/6.2020-0761.
- [36.] Grauer J.A., Morelli E.A. Dynamic modeling accuracy dependence on errors in sensor measurements, mass properties, and aircraft geometry // Proc. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf. 2013. DOI: 10.2514/6.2013-949.
- [37.] Morelli E.A., Cunningham K. Aircraft dynamic modeling in turbulence // Proc. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf. 2012. DOI: 10.2514/6.2012-4650.
- [38.] Brian G., Morelli E.A. Rapid automated aircraft simulation model updating from flight data // Proc. 14th Aust. Int. Aerospace Congress (AIAC14-AERO). Melbourne, Australia, 28 Feb.–3 Mar. 2011. Document ID: 20110009996. DOI: 10.2514/6.2011-9999.
- [39.] Eykhoff P. System identification: Parameters and state estimation. John Wiley and Sons Ltd., 1974.
- [40.] Wang J.C., DeMiroz M.Y., Talbot P.D. Flight test planning and parameter extraction for rotorcraft system identification // AIAA Guidance and Control Conf., Gatlinburg, 1983.
- [41.] Rosenblueth A., Wiener N. The role of models in science // Philosophy of Science. 1945. Vol. 12. Pp. 316–321.
- [42.] ISO 9001:2015. Quality management systems — requirements. IDT.
- [43.] Jategaonkar R.V. Flight vehicle system identification: A time domain methodology. Reston, USA: AIAA, 2006. 410 p.

- [44.] Korsun O.N., Nikolaev S.V., Moungh Htang Om. Detection of dynamic errors in aircraft flight data // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2021. Vol. 1027. Article 012011. DOI:10.1088/1757-899X/1027/1/012011.
- [45.] Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / под ред. Г.С. Бюшгенса. Москва: Наука, Физматлит, 1998.
- [46.] Белоцерковский С.М., Качанов Б.О., Кулифеев Ю.Б., Морозов В.И. Создание и применение математических моделей самолетов. Москва: Наука, 1984.
- [47.] Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Динамика самолета: пространственное движение. Москва: Машиностроение, 1983.
- [48.] Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Аэродинамика самолета: динамика продольного и бокового движения. Москва: Машиностроение, 1979.
- [49.] Котик М.Г. Динамика штопора самолета. Москва: Машиностроение, 1976.
- [50.] Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. Москва: Машиностроение, 1982.
- [51.] Снешко Ю.И. Устойчивость и управляемость самолета в эксплуатационной области режимов полета. Москва: Машиностроение, 1987.
- [52.] Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. Москва: Мир, 1982. 430 с.
- [53.] Ефремов А.В., Оглоблин А.В., Предтеченский А.Н., Родченко В.В. Летчик как динамическая система. Москва: Машиностроение, 1992.
- [54.] ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. Москва: Изд-во стандартов, 1980.
- [55.] Корсун О.Н., Сафронов А.В., Сафронов В.А. Влияние частоты регистрации на точность оценивания параметров движения летательного аппарата // Летательные аппараты и авиационные двигатели. Вып. 9. Киев: КВВАИУ, 1990. С. 36–41.
- [56.] Корсун О.Н., Сафронов В.А. Идентификация параметров модели продольного движения летательного аппарата при малых частотах регистрации // Математическое обеспечение задач управления и

- идентификации летательных аппаратов. Москва: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1992. С. 51–56.
- [57.] Васильченко К.К., Кочетков Ю.А., Леонов И.А., Поплавский Б.К. Структурная идентификация математической модели движения самолета. Москва: Машиностроение, 1993.
- [58.] Овчаренко В.Н. Тестовые входные сигналы в задаче идентификации линейных динамических систем // Труды II Международного конгресса «Идентификация систем и задачи управления» (FICPRO'03). Москва: ИПУ РАН, 2003. Компакт-диск. ISBN 5-201-14948-0.
- [59.] Klein V. Estimations of aircraft aerodynamic parameters from flight data // Prog. Aerospace Sci. 1989. Vol. 26. Pp. 1–77.
- [60.] Koehler R., Wilhelm K. Auslegung von Eingangssignalen für die Kennwertermittlung // IB 154-77/40. Braunschweig, FRG: DFVLR Institut für Flugmechanik, 1977.
- [61.] Plaetschke E., Schulz G. Practical input signal design // AGARD-LS-104, Paper 3, 1979. Pp. 1–19.
- [62.] Лосев А.Ф. Античный космос и современная наука. Москва: Мысль, 1993.
- [63.] Корсун О.Н. Идентификация продольного движения статически неустойчивого самолета, основанная на использовании параллельной модели // Известия АН. Теория и системы управления. 2001. № 3. С. 34–39.
- [64.] Корсун О.Н., Семенов А.В. Определение характеристик устойчивости и управляемости самолета М-55 на основе выполнения летного эксперимента, идентификации и моделирования в ходе проведения государственных испытаний // Актуальные вопросы испытаний авиационной техники в современных условиях: материалы научной конференции. В/ч 15650, 2001. С. 51–58.
- [65.] Корсун О.Н., Чжо Зин Латт, Моунг Хтанг Ом. Оценивание постоянных составляющих погрешностей измерения углов ориентации летательного

- аппарата // Состояние и проблемы измерений: сб. материалов XIII Всерос. науч.-техн. конф. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. С. 90–93.
- [66.] Kyaw Zin Latt, Moun Htang Om. Development of wind velocity estimation method using the airspeed // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25, № 2. С. 152–159.
- [67.] Корсун О.Н., Ом М.Х., Латт Ч.З. Определение проекций скорости ветра на основе измерений воздушной скорости, углов атаки и скольжения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 10. С. 553–560. <https://doi.org/10.17587/mau.22.553-560>
- [68.] Корсун О.Н., Моунг Хтанг Ом. Оценивание проекций скорости ветра в режиме реального времени на основе данных спутниковой навигации и барометрических измерений // Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения: тез. 3-й Междунар. науч.-техн. конф. Москва: Изд-во "Перо", 2024. С. 112–114. ISBN 978-5-00258-014-9.
- [69.] Korsun O.N., Om M.H. Real time estimation of the wind speed components based on measurement data from satellite navigation and barometric measurements // RUDN Journal of Engineering Research. 2024. Vol. 25, № 4. Pp. 427–440. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-4-427-440>
- [70.] Корсун О.Н., Моунг Хтанг Ом. Восстановление углов ориентации беспилотного летательного аппарата в полете при отказе инерциальной системы // Научные чтения по авиации, посвященные памяти Н.Е. Жуковского. Москва: ООО "Экспериментальная мастерская Наука Софт", 2015. № 3. С. 469–472.
- [71.] Korsun O.N., Moun Htang Om, Kyaw Zin Latt. Restoration of orientation angles during flight in case of failure of inertial system // Eighth International Aerospace Congress IAC'15, 2015.
- [72.] Корсун О.Н., Данеко А.И., Мотлич П.А., Ом М.Х. Оценка углов атаки и скольжения беспилотного летательного аппарата при отсутствии датчиков

- аэродинамических углов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23, № 5. С. 274–280. <https://doi.org/10.17587/mau.22.274-280>
- [73.] Корсун О.Н., Герилович И.В., Моунг Х.О. Учет свойств атмосферы при сравнении математических моделей аэродинамических коэффициентов с данными летных испытаний // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия Приборостроение. 2021. № 4 (137). С. 152–168. doi:10.18698/0236-3933-2021-4-152-168
- [74.] Grumondz V. Airship balancing and stability at longitudinal established motion // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2019. Vol. 476, № 1. Article 012013. <http://doi.org/10.1088/1757-899X/476/1/012013>
- [75.] Luchtenburg D.M., Rowley C.M., Lohry M.W., Martinelli L., Stengel R.F. Unsteady high angle of attack aerodynamic models of a generic jet transport // Journal of Aircraft. 2015. Vol. 52, № 3. Pp. 890–895. <https://doi.org/10.2514/1.C032976>
- [76.] Petoshin V.I., Chasovnikov E.A. Aerodynamic characteristics for a passenger aircraft model with harmonic oscillations on rolling and yawing angles at high angles of attack // Thermophysics and Aeromechanics. 2013. Vol. 20, № 1. Pp. 39–48. <https://doi.org/10.1134/S0869864313010046>
- [77.] Grishina A.Y., Efremov A.V. Development of a controller law for a supersonic transport using alternative means of automation in the landing phase // Recent Developments in High-Speed Transport / D.Y. Streets, O.N. Korsun (eds). Springer Aerospace Technology. Springer, Singapore, 2023. https://doi.org/10.1007/978-981-19-9010-6_5
- [78.] Carlson H.A., Verberg R., Hemati M.S., Rowley C.W. A flight simulator for agile fighter aircraft and nonlinear aerodynamics // Proc. 53rd AIAA Aerospace Sci. Meeting, Kissimmee, FL, 2015. Pp. 1–22. <https://doi.org/10.2514/6.2015-1506>
- [79.] Nikolaev S.V. Method of simulation in flight tests of aircraft // Applied Physics and Mathematics. 2017. № 3. Pp. 57–68. (In Russian).

- [80.] Efremov A.V., Tjaglik M.S., Irgaleev I.H., Tsipenko V.G. Integration of predictive display and aircraft flight control system // MATEC Web Conf. 2017. Vol. 99. Article 03005. <https://doi.org/10.1051/matecconf/20179903005>
- [81.] Korsun O.N., Poplavsky B.K. Approaches for flight tests aircraft parameter identification // 29th Congress of International Council of the Aeronautical Sciences ICAS 2014. Bonn, 2014. CD-ROM PROCEEDINGS. 1804.
- [82.] Larsson R. System identification of flight mechanical characteristics. Linköping Studies in Science and Technology, Licentiate Thesis. Linköping University, Sweden, 2013.
- [83.] Song Y., Song B., Seanor B. On-line aircraft parameter identification using Fourier transform regression with application to F/A-18 HARV flight data // KSME Int. J. 2002. Vol. 16. Pp. 327–337.
- [84.] Пушков С.Г., Харин Е.Г., Кожурин В.Р., Ловицкий Л.Л. Технология определения аэродинамических погрешностей и воздушных параметров в летных испытаниях самолетов с использованием спутниковых средств траекторных измерений // Проблемы безопасности полетов. 2006. № 7. С. 12–19.
- [85.] Чжо Зин Латт. Алгоритмическое обеспечение повышения точности измерений воздушных параметров движения самолета на основе методов идентификации и динамики полета: дис. кандидата техн. наук: 05.07.09/ МАИ. Москва, 2019. 127 с.
- [86.] Moungh Htang Om, Kyaw Zin Latt, A.I. Zhelannikov. Algorithm development for estimating projections of wind velocity using measurements of airspeed, angle of attack and sideslip // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2020. Vol. 714. Article 012023.
- [87.] Пушков С.Г., Ловицкий Л.Л., Корсун О.Н. Методы определения скорости ветра при проведении лётных испытаний авиационной техники с применением спутниковых навигационных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 65–70.

- [88.] Корсун О.Н., Тихонов В.Н. Определение пилотажных характеристик на основе моделирования экспертных оценок в системе «летчик-самолет» // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2008. Т. 6, № 2. С. 45–50.
- [89.] Корсун О.Н., Николаев С.В. Применение моделирования в практике испытаний летательных аппаратов // Cloud of Science. 2018. Т. 5, № 2. С. 286–299.
- [90.] Николаев С.В. Метод имитационного моделирования в летных испытаниях авиационных комплексов // Прикладная физика и математика. 2017. № 3. С. 57–68.
- [91.] Тихонов В.Н., Николаев С.В. Особенности пространственного движения маневренных самолетов с высокоавтоматизированными системами управления // Проблемы безопасности полетов. 2010. С. 66–70.
- [92.] Шибанов Г.П. Оценка эффективности внедрения новых технологий в перспективные авиационные комплексы // Автоматизация. Современные технологии. 2015. № 8. С. 37–40.
- [93.] Шибанов Г.П. Методический подход к процессу испытаний вооружения и военной техники в условиях ресурсных ограничений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 2. С. 122–127.
- [94.] Корсун О.Н., Николаев С.В. Идентификация аэродинамических коэффициентов самолетов в эксплуатационном диапазоне углов атаки // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2016. № 9 (147). С. 3–10.
- [95.] Chauhan R.K., Singh S. Review of aerodynamic parameter estimation techniques // ICTUS'2017, Amity University Dubai, UAE, 2017. Pp. 864–869.
- [96.] Condaminet V., Delvare F. Identification of aerodynamic coefficients of a projectile and reconstruction of its trajectory from partial flight data // Computer Assisted Methods in Engineering and Science. 2014. Vol. 21. Pp. 177–186.

- [97.] Гребнев О.Н., Корсун О.Н. Минимизация погрешностей идентификации, обусловленных неточной информацией о структуре математической модели летательного аппарата и системы измерений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 9. С. 59–64.
- [98.] Пушков С.Г., Харин Е.Г., Кожурин В.Р., Ловицкий Л.Л. Эталонное измерение воздушных параметров с использованием спутниковых средств траекторных измерений в летных испытаниях воздушных судов // Авиакосмическое приборостроение. 2010. № 4. С. 3–13.
- [99.] Ye Zhan, Li Min Chang, Jun Li. Research of barometric altitude measurement technology // MATEC Web Conf. 2016. Vol. 63. Article 01014.
- [100.] Пушков С.Г., Ловицкий Л.Л., Корсун О.Н. Аэродинамические погрешности систем измерения статического давления самолета при полете в режимах скольжения // Измерительная техника. 2017. № 2. С. 37–42.
- [101.] Пушков С.Г., Ловицкий Л.Л., Малахова И.В., Харин Е.Г., Кожурин В.Р. Способ определения аэродинамических погрешностей приемника воздушных давлений в летных испытаниях летательного аппарата: патент RU 2375690 С1. 10.12.2009. Заявка № 2008126334/28.
- [102.] ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры (Измененная редакция, Изм. № 1). Москва: ИПК Издательство стандартов, 2004. 180 с.
- [103.] Анцыферов С.С., Голубь Б.И. Общая теория измерений. Москва: Горячая линия-Телеком, 2007. 176 с.
- [104.] Университет Вайоминга: [веб-сайт]. URL: <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html> (дата обращения: 18.08.2025).
- [105.] Приходько С.Ю. Методика оценивания эффективной тяги газотурбинных двигателей в летных испытаниях: дис. кандидата техн. наук: 05.07.09/ МАИ. Москва, 2018. 135 с.
- [106.] Корсун О.Н., Поплавский Б.К., Ом М.Х. Методология раздельной идентификации сил тяги и аэродинамического сопротивления по данным летных испытаний // Скоростной транспорт будущего: перспективы,

проблемы, решения: тезисы 2-й Междунар. конференции. Москва, 2023. С. 191–192.

- [107.]Korsun O.N., Poplavsky B.K., Stulovskii A.V., Moungh Htang Om. Identification of engine thrust and aerodynamic drag force according to flight test data with smoothing of random measurement errors // J. Comput. Syst. Sci. Int. 2024. Vol. 63. Pp. 432–446. <https://doi.org/10.1134/S1064230724700321>.
- [108.]Корсун О.Н., Поплавский Б.К., Стуловский А.В., Ом М.Х. Идентификация тяги двигателя и силы аэродинамического сопротивления по данным летных испытаний со сглаживанием случайных погрешностей измерений // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2024. № 3. С. 69–84. <https://doi.org/10.31857/S0002338824030066>.
- [109.]PART 25; Airworthiness Standard: Transport Category Airplanes. FAA. Department of Transport: Washington, DC, USA, 8 February 1999.
- [110.]SAE AIR 1703A; In-Flight Thrust Determination. Society of Automotive Engineers: Warrendale, PA, USA, February 2006.
- [111.]SAE AIR 5450; Advanced Ducted Propulsor In-Flight Thrust Determination. Society of Automotive Engineers: Warrendale, PA, USA, 16 June 2016.
- [112.]Добрянский Г.В., Мартыанова Т.С. Динамика авиационных газотурбинных двигателей. Москва: Машиностроение, 1989. 240 с.
- [113.]Kurtenbach F.J., Burcham F.W. Flight evaluation of a simplified gross thrust calculation technique using an F100 turbofan engine in an F-15 airplane; NASA Technical Paper 1782. NASA: Washington, DC, USA, 1981.
- [114.]Connors T.R. Measurement effects on the calculation of in-flight thrust for an F404 turbofan engine; NASA Technical Memorandum 4140. NASA: Washington, DC, USA, 1989.
- [115.]Lee J., Yang I., Yang S., Kwak J.S. Uncertainty analysis and ANOVA for the measurement reliability estimation of altitude engine test // J. Mech. Sci. Technol. 2007. Vol. 21. Pp. 664–671.

- [116.]Hoff J.C. A probabilistic in-flight thrust estimation process // Proceedings of the SFTE 39th Annual Symposium. Fort Worth, Brazil, 17–21 Nov. 2008.
- [117.]Hoff J.C., Barbarose J.R. Application of a stochastic in-flight thrust determination process to real engine data // Proceedings of the 3rd CTA DLR Workshop on Data Analysis and Flight Control. S.J. Campos, Brasil, 14–16 Sept. 2009.
- [118.]Andreev S.P., Makarov V.E. The numerical analysis of impact of changes in flight conditions and in engine's regime at cruise on airplane's aerodynamic characteristics // Proc. 29th Congress of International Council of the Aeronautical Sciences ICAS 2014. St. Petersburg, Russia, 7–12 Sept. 2014.
- [119.]Lin Z., Xiao H., Zhang X., Wang Z. Thrust prediction of aircraft engine enabled by fusing domain knowledge and neural network model // Aerospace. 2023. Vol. 10, No. 6. Article 493. <https://doi.org/10.3390/aerospace10060493>.
- [120.]Muhammad H., Muhardi Kuntjoro W., Sritjiono B.E. In-flight thrust determination by load measurement on the engine mounting system // Proc. ICAS 2000 Congress. Harrogate, UK, 28 Aug.–1 Sept. 2000. Pp. 533.1–533.7.
- [121.]Girija G., Parameswaran V., Raol J.R., Srinathkumar S. Estimation of lift and drag characteristics of an aircraft from flight data // J. Aeronaut. Soc. India. 1991. Vol. 43. Pp. 285–292.
- [122.]Bowers A.H., Pahle J.W. Thrust vectoring on the NASA F-18 High Alpha Research Vehicle; NASA/TM 4771. NASA: Washington, DC, USA, 1996.
- [123.]Khasyofi M., Hartono F. Development testing method and analysis static thrust for propeller based propulsion // Proc. Int. Conf. Aerospace and Aviation. Bandung City, Indonesia, 23–25 Oct. 2018.
- [124.]Tikhonov A.N., Arsenin V.Y. Solution of ill-posed problems. Washington, DC, USA: Winston & Sons, 1977. ISBN 0-470-99124-0.
- [125.]Korsun O.N., Om M.H., Stulovskii A.V. The use of optimal control in the problem of thrust and drag force coefficient identification // Appl. Sci. 2025. <https://doi.org/10.1007/s42401-025-00356-y>.

- [126.]Hull D.G. Conversion of optimal control problems into parameter optimization problems // J. Guid. Control Dyn. 1997. Vol. 20. Pp. 57–60.
- [127.]Dhiman G., Goro S., MOUNG Htang Om. Synthesis of control law based on nonlinear dynamic inversion for supersonic aircraft in presence of noise and uncertainties // 2nd Int. Conf. High-Speed Transport Development (HSTD 2023). E3S Web Conf. 2023. Vol. 446. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202344606005>.
- [128.]Korsun O., Stulovskii A., Kuleshov S., Zaytseva A. Approaches to optimizing individual maneuvers of unmanned aerial vehicle // Frontiers in Robotics and Electromechanics / A. Ronzhin, V. Pshikhopov (eds). Smart Innovation, Systems and Technologies, vol. 329. Springer, Singapore, 2023. https://doi.org/10.1007/978-981-19-7685-8_13.
- [129.]Korsun O.N., Stulovskii A.V. Direct method for forming the optimal open loop control of aerial vehicles // J. Comput. Syst. Sci. Int. 2019. Vol. 58. Pp. 229–243. <https://doi.org/10.1134/S1064230719020114>.
- [130.]Korsun O.N., Goro S., Om M.H. A comparison between filtering approach and spline approximation method in smoothing flight data // Appl. Sci. 2023. Vol. 6. Pp. 473–480. <https://doi.org/10.1007/s42401-023-00201-0>.
- [131.]Korsun O.N., Om M.H., Stulovskii A.V. Smoothing of aircraft on-board measurements based on the use of flight dynamics equations and nonlinear programming methods // Recent Developments in High-Speed Transport / D.Y. Strelets, O.N. Korsun (eds). Springer Aerospace Technology. Singapore, 2023. https://doi.org/10.1007/978-981-19-9010-6_7.
- [132.]Korsun O.N., Goro S., Om M.H. A comparison between Kalman filtering approaches in aircraft flight signal estimation // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2023. Vol. 24, No. 11. Pp. 590–597. <https://doi.org/10.17587/mau.24.590-597>.
- [133.]Korsun O.N., Stulovsky A.V., Kharkov V.P., Nikolaev S.V., Om M.H. Formation of aircraft control based on a combination of the direct method and the inverse problems method of dynamics // Proc. Int. Conf. Aerospace System Science and

- Engineering 2021 / Z. Jing, D. Strelets (eds). LN Electrical Engineering, vol. 849. Springer, Singapore, 2022. https://doi.org/10.1007/978-981-16-8154-7_29.
- [134.] Бобронников В. Т., Красильщиков М. Н., Козорез Д. А. и др. Статистическая динамика и оптимизация управления летательных аппаратов : учебное пособие для вузов / под общ. ред. М. Н. Красильщикова, В. В. Малышева. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Альянс, 2013. 468 с.
- [135.] Olsson A.E. Particle swarm optimization: theory, techniques and applications. Hauppauge, NY: Nova Science Publishers, 2011.
- [136.] Brunton S.L., Kutz J.N. Data-driven science and engineering: Machine learning, dynamical systems, and control. Cambridge: Cambridge University Press, 2019.
- [137.] Корсун О.Н., Горо С., Ом М.Х. Метод оценивания углового ускорения по тангажу на основе анализа измерений угла и угловой скорости тангажа // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 3. С. 58–68. <https://doi.org/10.18287/2541-7533-2024-23-3-58-68>.
- [138.] Моунг Хтанг Ом, Чжо Зин Латт, Приходько С.Ю. Разработка алгоритма повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе гармонических входных сигналов // Электронный журнал «Труды МАИ». 2018. Выпуск № 99.
- [139.] Moungh Htang Om. Aerodynamic parameters identification in aircraft longitudinal motion. Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2018. 64 с.
- [140.] Моунг Хтанг Ом. Разработка алгоритмов идентификации для решения задач испытаний и эксплуатации летательного аппарата: дис. кандидата техн. наук: 05.07.09/ МАИ. Москва, 2018. 133 с.
- [141.] Dorobantu A., Murch A., Mettler B., Balas G. System identification for small, low-cost, fixed-wing unmanned aircraft // J. Aircraft. 2013. Vol. 50, No. 4. Pp. 1117–1130. <https://doi.org/10.2514/1.C032065>.

- [142.] Song Y., Song B., Seanor B. On-line aircraft parameter identification using Fourier transform regression with application to F/A-18 HARV flight data // *KSME Int. J.* 2002. Vol. 16, No. 3. Pp. 327–337.
- [143.] Grauer J., Boucher M.J. Aircraft system identification from multisine inputs and frequency responses // *J. Guid. Control Dyn.* 2020. Vol. 43, No. 12. Pp. 2391–2398. <https://doi.org/10.2514/1.G005131>.
- [144.] Grauer J. An interactive MATLAB program for fitting transfer functions to frequency responses // *Proc. AIAA SciTech 2021 Forum.* 2021. <https://doi.org/10.2514/6.2021-1426>.
- [145.] Grauer J., Morelli E.A. Method for real-time frequency response and uncertainty estimation // *J. Guid. Control Dyn.* 2013. Vol. 37, No. 1. Pp. 336–344. <https://doi.org/10.2514/1.60795>.
- [146.] Korsun O.N., Poplavskii B.K. Estimation of systematic errors of onboard measurement of angle of attack and sliding angle based on integration of satellite navigation data and wind velocity identification // *J. Comput. Syst. Sci. Int.* 2011. Vol. 50, No. 1. Pp. 130–143. <https://doi.org/10.1134/S1064230711010126>.
- [147.] Korsun O.N., Nikolaev S.V., Pushkov S.G. Algorithm for estimating systematic measurement errors for air velocity, angle of attack, and sliding angle in flight-testing // *J. Comput. Syst. Sci. Int.* 2016. Vol. 55, No. 3. Pp. 446–457. <https://doi.org/10.1134/S1064230716030114>.
- [148.] Korsun O.N., Poplavsky B.K., Prihodko S.Yu. Intelligent support for aircraft flight test data processing in problem of engine thrust estimation // *Procedia Comput. Sci.* 2017. Vol. 103. Pp. 82–87. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.01.017>.
- [149.] Korsun O.N., Poplavsky B.K., Om M.H. Identification of the engine thrust force using flight test data // *Proc. Int. Conf. Aerospace Syst. Sci. Eng. ICASSE 2021 / Z. Jing, D. Strelets (eds). LN Electrical Engineering*, vol. 849. Springer, Singapore, 2021. https://doi.org/10.1007/978-981-16-8154-7_30.

- [150.]Kozorez D.A., Krasil'shchikov M.N., Kruzhkov D.M. Earth orientation parameters onboard refining at GLONASS high-orbit segment // Russian Eng. Res. 2022. Vol. 42, No. 6. Pp. 603–606. <https://doi.org/10.3103/S1068798X22060144>.
- [151.]Krasilshchikov M.N., Kruzhkov D.M., Martynov E.A. Predicting parameters of the orientation of the earth in navigation accounting for irregularity in earth's rotation // Cosmic Res. 2023. Vol. 61, No. 4. Pp. 324–332. <https://doi.org/10.1134/S0010952523220021>.
- [152.]Evdokimenkov V., Kim R., Krasilshchikov M., Sebrjakov G. Individually adapted neural network for pilot's final approach actions modeling // Advances in Neural Networks – ISNN 2016 / L. Cheng, Q. Liu, A. Ronzhin (eds). Lecture Notes in Comput. Sci., vol. 9719. Springer, Cham, 2016. https://doi.org/10.1007/978-3-319-40663-3_42.
- [153.]Korsun O.N., Yurko V.N., Om M.H. et al. Estimation of the interrelation between the pilot state and the quality index of piloting // Appl. Sci. 2022. Vol. 5. Pp. 465–471. <https://doi.org/10.1007/s42401-022-00135-z>.
- [154.]Evdokimenkov V.N., Krasil'shchikov M.N., Om M.H., Korsun O.N., Sebrjakov G.G. Individually-adapted control and support of pilot's control actions based on neural network models // Procedia Comput. Sci. 2017. Vol. 103. Pp. 126–134
- [155.]Korsun O.N., Nikolaev S.V., Om M.H. Methods for operational correction of aircraft indication support in flight tests // Recent Developments in High-Speed Transport / D.Y. Strelets, O.N. Korsun (eds). Springer Aerospace Technology. Singapore, 2023. https://doi.org/10.1007/978-981-19-9010-6_8.
- [156.]Efremov A.V., Efremov E.V., Shcherbakov A.I. Suppression of pilot-induced oscillations using augmentation means // Russ. Aeronaut. 2024. Vol. 67, No. 1. Pp. 33–42. <https://doi.org/10.3103/S1068799824010045>.
- [157.]Irgaleev I.Kh., Efremov A.V., Grishina A.Yu., Efremov E.V. Optimal control model as approach to synthesis of supersonic transport control system // Aerospace Syst. 2024. <https://doi.org/10.1007/s42401-024-00291-4>.

- [158.]Efremov A.V., Tyaglik M.S., Shcherbakov A.I. Means design for suppressing negative effects of intensive atmospheric turbulence in landing phase // Russ. Aeronaut. 2021. Vol. 64, No. 2. Pp. 204–209. <https://doi.org/10.3103/S1068799821020057>.
- [159.]Ovcharenko V.N., Poplavsky B.K. Identification of nonstationary aerodynamic characteristics of an aircraft based on flight data // J. Comput. Syst. Sci. Int. 2021. Vol. 60, No. 6. Pp. 864–874. <https://doi.org/10.1134/S1064230721060149>.
- [160.]Korsun O.N., Om M.H. Development of a time domain identification algorithm with a spectral objective function // RUDN J. Eng. Res. 2025. Vol. 26, No. 1. Pp. 17–27. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2025-26-1-17-27>.
- [161.]Korsun O.N., Stulovskii A.V., Ovcharenko V.N., Kanyshev A.V. Identification of aerodynamic coefficients of longitudinal movement and error estimates for onboard measurements of supercritical angles of attack // J. Comput. Syst. Sci. Int. 2018. Vol. 57, № 3. P. 374–389.
- [162.]Anderson John D., Jr. Introduction to flight. 8th ed. USA: McGraw-Hill, 2016.
- [163.]Vepa R. Flight dynamics simulation and control of aircraft: rigid and flexible. CRC Press, 2014. ISBN 9781466573352. DOI: 10.1201/b17346.
- [164.]Grumondz V.T., Morozov N.I., Om M.H. About the steady horizontal circulation of airship // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2020. Vol. 714. Article 012008. DOI: 10.1088/1757-899X/714/1/012008.
- [165.]Grumondz V.T., Morozov N.I., Om M.H. About the equilibrium of airship in the parking lot // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2021. Vol. 1027. Article 012007. DOI: 10.1088/1757-899X/1027/1/012007.
- [166.]Korsun O.N., Poplavsky B.K. Technology for identification of aerodynamic coefficients of aircraft based on flight test data // Modeling of aviation systems. GosNIIAS, 2011. Pp. 444–451.
- [167.]Korsun O.N., Om M.H., Latt K.Z., Stulovskii A.V. Real-time aerodynamic parameter identification for aircraft intelligent technical state monitoring // Procedia Comput. Sci. 2017. Pp. 67–74.

- [168.]Anton N., Mihaela R.B., Popescu D. New methods and code for aircraft stability derivatives calculations from its geometrical data // Canadian Aeronautical Society Institute CASI Aircraft Design and Development Symposium. Kanata, Ont., Canada, 2009.
- [169.]Juliawan N., Chung H.-S., Lee J.-W., Kim S. Estimation and separation of longitudinal dynamic stability derivatives with forced oscillation method using computational fluid dynamics // *Aerospace*. 2021. Vol. 8, Article 354. DOI: 10.3390/aerospace8110354.
- [170.]Moung Htang Om, Kyaw Zin Latt, Karapetyan T.S. Estimation of aerodynamic parameters in conditions of measurement // *ITM Web Conf.* 2017. Vol. 10. Article 01007.
- [171.]Овчаренко В.Н. Идентификация аэродинамических характеристик воздушных судов по полетным данным. Москва: Изд-во МАИ, 2017. 182 с. ISBN 978-5-4316-0403-4.
- [172.]Moung Htang Om, Kyaw Zin Latt. Influence analysis of input signal forms on the accuracy of identification of aerodynamic parameters in longitudinal motion of an aircraft // *Cloud of Science*. 2017. Vol. 4, № 4. Pp. 636–649.
- [173.]Nikolaev S.V., Moung Htang Om, Latt K.Z. Determination of aerodynamic parameters in various conditions of input signal // In: *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2019 Workshop on Materials and Engineering in Aeronautics. 2020. Article 012021.
- [174.]Korsun O.N., Om M.H., Goro S. Analysis of effects of numerical differentiation methods on the estimation of longitudinal stability and control derivatives of aircraft mathematical model // *RUDN J. Eng. Res.* 2024. Vol. 25, № 3. Pp. 203–215. DOI: <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-203-215>.
- [175.]Morelli E.A., Klein V. Accuracy of aerodynamic model parameters estimated from flight test data // *J. Guid. Control Dyn.* 1997. Vol. 20, № 1. Pp. 74–80.
- [176.]Maine R.E., Iliff K.W. The theory and practice of estimating the accuracy of dynamic flight-determined coefficients // NASA RP 1077. 1981.

- [177.]Korsun O.N., Mounq Htang Om. Practical rules for aircraft parameters identification based on flight test data // *Metascience in Aerospace*. 2024. Vol. 1, № 1. Pp. 53–65. DOI: 10.3934/mina.2024003.
- [178.]Ефремов А.В., Захарченко В.Ф., Овчаренко В.Н. и др. Динамика полета: учебник для вузов / ред. Г.С. Бюшгенс. Москва: Машиностроение, 2011. 775 с. ISBN 978-5-94275-580-5.
- [179.]Корсун О.Н. Методы параметрической идентификации технических систем. Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 69 с.
- [180.]Li Z., Qiao Z., Tang T. Numerical solution of differential equations. Cambridge University Press, 293 p. ISBN 9781316615102.
- [181.]Korsun O.N., Om M.H. Evaluation of the reliability of empirical mathematical models of dynamic systems using input signal shift method // *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2025. Vol. 26, № 3. Pp. 111–118. DOI: <https://doi.org/10.17587/mau.26.111-118>.
- [182.]Hale L.E., Patil M., Roy C.J. Aerodynamic parameter identification and uncertainty quantification for small unmanned aircraft // *AIAA 2015-1538, Advances in UAS Technologies II*, 2015. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2015-1538>.
- [183.]Bucharles A., Comer C., Hardier G., Jacquier B., Janot A., Le Moing T., Siren C., Toussaint C., Vacher P. An overview of relevant issues for aircraft model identification // *Aerospace Lab*. 2012. Vol. 4. Pp. 1–21.
- [184.]Tischler M.B. System identification methods for aircraft flight control development and validation // *NASA-TM-110369*. 1995.
- [185.]Hällqvist R., Eek M., Brown R., Kraus P. Methods for automating model validation: steady-state identification applied on Gripen fighter environmental control system measurements // *30th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences*, 2016.

- [186.] Ghoreyshi M., Jirasek A., Seidel J. Computational validation and system identification modeling for stability and control predictions // *Aeronaut. J.* 2023. Vol. 127, № 1311. Pp. 831–851. DOI: 10.1017/aer.2022.94.
- [187.] Battipede M., Cassaro M., Gili P., Gunetti P. Modeling and validation of aircraft mathematical models for the development of an innovative Flight Management System // CEAS 2011, International Conference of European Aerospace Societies, Venezia, 2011. Pp. 1–10.
- [188.] Dorobantu A., Balas G.J., Georgiou T.T. Validating aircraft models in the gap metric // *J. Aircraft.* 2014. Vol. 51, № 6. Pp. 1665–1672. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.C032580>.
- [189.] Hu H.W., Kao H. Model validation of an ultralight aircraft using experimental modal analysis // *J. Aeronaut. Astronaut. Aviation, Series A.* 2009. Vol. 41, № 4. Pp. 271–281. DOI: [https://doi.org/10.6125/JoAAA.200912_41\(4\).08](https://doi.org/10.6125/JoAAA.200912_41(4).08).
- [190.] Carlsson M. Methods for early model validation: Ph.D. dissertation. Linköping University, Linköping, 2013. 118 p.
- [191.] Eyre C., Brierley B. Performance model validation for long-endurance unmanned aircraft using Mach VS. CL test method // 47th Annual Int. Symp. Society of Flight Test Engineers, 2016. Pp. 125–134.
- [192.] Dorobantu A., Seiler P.J., Balas G.J. Validating uncertain aircraft simulation models using flight test data // *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf.*, Boston, MA, USA, 2013.
- [193.] Meister J., Schacher S., Wunderli J.-M., Schäffer B. Validation of three aircraft noise calculation models // Empa, Swiss Federal Laboratories for Materials Science and Technology, Dübendorf, Switzerland.
- [194.] Giladi R., Munachi E. Validating aircraft noise models // *Proceedings*, 2020. Vol. 59, № 12. DOI: <https://doi.org/10.3390/proceedings2020059012>.
- [195.] Grauer J.A., Morelli E.A. Parameter uncertainty for aircraft aerodynamic modeling using recursive least squares // *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf.*, 2016. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2016-2009>.

- [196.] Orellana R., Carvajal R., Escárate P., Agüero J.C. On the uncertainty identification for linear dynamic systems using stochastic embedding approach with Gaussian mixture models // *Sensors*. 2021. Vol. 21, № 11. Article 3837. DOI: <https://doi.org/10.3390/s21113837>.
- [197.] Hale L.E. Aerodynamic uncertainty quantification and estimation of uncertainty quantified performance of unmanned aircraft using non-deterministic simulations: Ph.D. dissertation. Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, 2016. 111 p.
- [198.] Van Der Merwe R., Wan E.A. The unscented particle filter // *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2001. Vol. 14.
- [199.] Gonzalez R.C., Cacace J. Identification of aircraft dynamics with correlated noise // *J. Aircraft*. 2018.
- [200.] Menzies M.A. Integrated air data sensors // *Aeronaut. J.* 2001. Vol. 105, April. Pp. 223–229.
- [201.] Collinson R.P.G. Air data and air data systems // *Introduction to Avionics Systems*. Springer, Boston, MA, 2003. DOI: 10.1007/978-1-4419-7466-2_7.
- [202.] Boeing. Pilot's guide to flight operations. Boeing, 2018.
- [203.] European Aviation Safety Agency. Guidelines on the use of aerometric data. EASA Publications, 2014.
- [204.] FAA. Airworthiness standards: Aircraft and equipment. Federal Aviation Administration, 2019.
- [205.] Smith J., Brown L., Taylor R. Advances in aeronautical engineering // *J. Aeronautics*. 2020. Vol. 45, № 3. Pp. 234–250.
- [206.] Богаткин О.Г. Авиационная метеорология. Учебник. Санкт-Петербург: Изд-во РГГМУ, 2005. 328 с. ISBN 5-8813-137-1.
- [207.] Cooper W.A., Spuler S.M., Spowart M., Lenschow D.H., Friesen R.B. Calibrating airborne measurements of airspeed, pressure and temperature using a Doppler laser air-motion sensor // *Atmos. Meas. Tech.* 2014. Vol. 7. Pp. 3215–3231. DOI: 10.5194/amt-7-3215-2014.

- [208.]Grauer J. Position corrections for airspeed and flow angle measurements on fixed-wing aircraft. TM-2017-219795. NASA, Hampton, VA. 36 p.
- [209.]Pavlovsky A.A., Soldatkin V.V., Soldatkin V.M. Estimation of the spread of aerodynamic characteristics of a multifunctional air pressure receiver // *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Instrument.* 2022. Vol. 65, № 6. Pp. 398–405. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-6-398-405. (In Russian)
- [210.]Pashayev A.M., Bazarkhanov A.T., Karimli T.I., Neymatov V., Karimli V.I. Aerometric method and device for measuring aircraft spatial position yaw and lateral velocity: patent 20190137537, 2018.
- [211.]Walter S. Method and device for automatically estimating an airspeed of an aircraft: patent US20130066488A1, 2012.
- [212.]Fan Z., Yuan R. Real-time estimation of altitude and airspeed under large airflow angles in flight test // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2023. Vol. 2551. Article 012001. DOI: 10.1088/1742-6596/2551/1/012001.
- [213.]Derevyankin V.P., Pavlovskii A.A., Soldatkin V.V. et al. Influence of manufacturing tolerance on aerodynamic performance and errors of multifunctional air pressure receiver of aircraft aerometric systems // *Russ. Aeronaut.* 2022. Vol. 65. Pp. 186–192. DOI: 10.3103/S1068799822010214.
- [214.]Matyja T., Stanik Z., Kubik A. Automatic correction of barometric altimeters using additional air temperature and humidity measurements // *GPS Solut.* 2024. Vol. 28. Article 40. DOI: 10.1007/s10291-023-01582-7.
- [215.]Dabberdt W.F., Viezee W. South Central Coast Cooperative Aerometric Monitoring Program (SCCCAMP) // *Bull. Amer. Meteorol. Soc.* 1987. Vol. 68, № 9. Pp. 1098–1110. DOI: 10.1175/1520-0477(1987)0682.0.CO;2.
- [216.]Adams E. Theoretical models in aeronautical engineering // *Aeronaut. Sci. Rev.* 2019. Vol. 54, № 2. Pp. 150–165.
- [217.]Taylor H., Green P. Research trends in atmospheric sciences // *Atmos. Res. J.* 2020. Vol. 39, № 5. Pp. 320–330.

- [218.]Cavcar M. The International Standard Atmosphere (ISA). 2000. URL: <http://home.anadolu.edu.tr/~mcavcar/common/ISAweb.pdf>.
- [219.]Kharkov V.P., Korsun O.N., Pravidlo M.N., Moungh Htang Om. Nonlinear stochastic estimation of altitude and vertical flight speed in real time // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2021. Vol. 1027. Article 012009. DOI: 10.1088/1757-899X/1027/1/012009.
- [220.]Véras V.L.M., Ges L.C.S. Synthetic air data — a comparative practical study // ICAS 2022.