

---

УДК 621.3.019.3

## **Оценка надежности обслуживаемых устройств орбитальной космической станции**

В.В. Бородин

### **Аннотация**

В статье представлена математическая модель для оценки коэффициента готовности обслуживаемых устройств орбитальной космической станции. Модель учитывает надежность самого устройства и затраты времени на проведение восстановления и профилактических работ. Приводится модель для определения функции распределения периода профилактики в условиях случайной загрузки устройства.

### **Ключевые слова**

орбитальные станции; надежность; коэффициент готовности; восстановление; профилактика.

### **Введение и постановка задачи**

Электронные и электромеханические устройства орбитальных космических станций относятся с точки зрения теории надежности, к восстанавливаемым системам. Восстановление состоит либо в замене отказавшего устройства на работоспособное или в проведении ремонтных работ. В качестве показателя надежности используется коэффициент готовности [1,2], определяющий долю времени, в течение которого система работоспособна. Обычное определение коэффициента готовности учитывает только факт восстановления системы без учета затраты времени на проведение профилактики. Однако необходимо отметить, что, в общем случае возможны достаточно частые отключения системы именно на проведение профилактических работ. Для учета таких работ мы введем в качестве показателя надежности коэффициент технической готовности, который будет учитывать как затраты времени на восстановление, так и затраты времени на профилактику. В предельном случае, когда затраты времени на профилактику равны нулю, коэффициент технической готовности совпадает по значению с коэффициентом готовности системы.

### Определение коэффициента готовности

Определим следующие состояния. Состояние С1 – состояние работоспособности системы, С2 – состояние ремонта системы после отказа, С3 – состояние проведения профилактических работ. Граф переходов между состояниями системы приведен на рисунке.

Переход из состояния С1 в состояние С2 происходит после отказа системы. Как было показано выше, время до отказа имеет экспоненциальное распределение с интенсивностью  $\Lambda$ . В состоянии С2 система находится в течение случайного времени (время ремонта), имеющее функцию распределения  $V(t)$ . Переход из состояния С1 в состояние профилактики С3 происходит через случайное время  $\chi$ , имеющее распределение  $G(t)$ . Профилактика выполняется в течение случайного времени, имеющего функцию распределения  $W(t)$ . Пусть среднее время ремонта есть  $\theta_r$ , среднее время профилактики –  $\theta_p$ . Среднее время между профилактиками обозначим как и ранее через  $\tau$ .

Процесс переходов между состояниями является полумарковским [1,3]. Искомой характеристикой этого процесса является стационарная вероятность нахождения процесса в состоянии работоспособности С1. Эта вероятность и есть искомый коэффициент технической готовности  $K_t$ .

Обозначим через  $T_n$  среднее время нахождения в состоянии  $C_n$ , а через  $Q_{ij}$  переходные вероятности этого процесса.

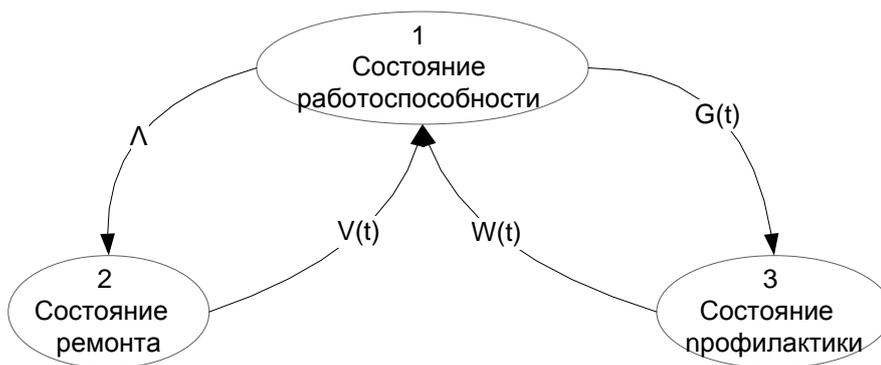


Рис 1. Граф переходов

С учетом введенных определений для средних значений получим:

$$T_1 = \int_0^{\infty} e^{-\Lambda t} * (1 - G(t)) dt = \frac{1 - G^*(\Lambda)}{\Lambda}$$

$$T_2 = \theta_p \tag{1}$$

$$T_3 = \theta_n$$

Ненулевые переходные вероятности равны:

$$Q_{12} = 1 - \int_0^{\infty} e^{-\Lambda t} * dG(t) = G^*(\Lambda)$$

$$Q_{13} = 1 - Q_{12} \tag{2}$$

$$Q_{21} = Q_{31} = 1$$

Как известно, стационарная вероятность  $P_i$  нахождения полумарковского процесса в состоянии  $C_i$  равна:

$$P = \frac{Q_i * T_i}{\sum_j Q_j * T_j} \tag{3}$$

где  $Q_i$  – стационарные вероятности нахождения в состоянии  $C_i$  соответствующей вложенной цепи Маркова.

Вероятности  $Q_i$  являются решением следующей системы уравнений:

$$Q_i = \sum_j Q_j * Q_{ji}$$

$$\sum_i Q_i = 1$$

После соответствующих преобразований, получим выражение для искомого коэффициента технической готовности:

$$K_{тр} = \frac{T_1}{T_1 + Q_{12} * T_2 + Q_{13} * T_3}$$

С учетом (1) и (2) получим:

$$K_{тр} = \frac{1}{1 + \Lambda * \theta_p + \frac{\Lambda * G^*(\Lambda)}{1 - G^*(\Lambda)} * \theta_n} \tag{4}$$

Раскладывая функцию  $G^*(\Lambda)$  в ряд по степеням  $\Lambda$ , и учитывая, что  $\Lambda\tau \ll 1$  получим:

$$K_{тр} = \frac{1}{1 + \Lambda * \theta_p + \theta_n / \tau} \tag{5}$$

Отметим, что из (4) следует также, что с уменьшением дисперсии интервала между профилактиками, коэффициент готовности увеличивается. Этот результат указывает на то, что регулярные интервалы профилактики эффективнее случайных.

Полученное выражение для коэффициента технической готовности зависит от периода проведения профилактических работ и соотношения между средними временами ремонта и профилактики. Ясно, что с уменьшением периода профилактических работ растет среднее время до отказа  $1/\Lambda$ , но с другой стороны увеличиваются потери времени, связанные с проведением самой профилактики.

### **Определение периода профилактики**

Период профилактики может устанавливаться с учетом различных обстоятельств. Как было показано выше, надежность элемента принимает максимальное значение при условии, что профилактика проводится регулярно через фиксированные интервалы времени. Однако в этом случае велика вероятность, что проведение профилактики совпадет с полной занятостью элемента выполнением целевой задачи. В результате коэффициент готовности системы в целом снизится. Другой сценарий планирования профилактики основан на учете изменения загрузки системы решением целевых задач. Как следствие, если профилактику проводить в те интервалы времени, в которые система незагружена, то готовность системы не пострадает и в целом надежность повысится.

Ниже определяется распределение периода профилактики системы при условии, что ее загрузка изменяется во времени.

Модель функционирования системы состоит в следующем.

На вход системы поступает поток задач, решение каждой задачи требует определенного времени. В процессе решения задачи на вход системы может поступить новая задача, решение которой откладывается до момента решения предыдущей. Если поступившая задача имеет высокий приоритет, то предыдущая задача может быть отложена до момента решения новой приоритетной задачи, а затем продолжено. В любом случае, для решения каждой задачи выделяется определенный ресурс, величина которого зависит от многих факторов. Для нас важно, что объем выделенного ресурса изменяется во времени. Таким образом, в процессе функционирования системы возникают интервалы времени, в течение которых загрузка системы не превышает некоторый предельный уровень и на этом интервале времени возможно проведение профилактики.

Для дальнейшего введем следующие определения. Период времени, на котором загрузка системы меньше предельного уровня будем называть периодом простоя системы. Период времени, на котором загрузка системы выше предельного уровня будем называть периодом занятости системы.

Обозначим через  $A(t)$  – функцию периода простоя системы, и пусть  $M_a$ - среднее время простоя. Будем считать, что система является загруженной случайное время с функцией распределения  $V(t)$  и средним значением  $M_v$ .

Далее обозначим через  $W(t)$  функцию распределения времени профилактики.

Пусть  $\xi = \max(0, \zeta - \eta)$  – случайная величина, равная разности между временем проведением профилактики и периодом простоя. Распределение  $U(t)$  случайной величины  $\xi$  равно:

$$U(t) = 1 - \int_0^{\infty} A(t+x) dW(x) = 1 - \int_0^{\infty} (1 - e^{-v(t+x)}) dW(x) = e^{-vt} W^*(v) \quad (6)$$

Вероятность  $q$  того, что профилактика закончится ранее, чем закончится период простоя системы, равна:

$$q = U(0) = W^*(v) \quad (7)$$

где, как и обычно,  $W^*(v)$  – преобразование Лапласа функции  $W(t)$ .

Таким образом, с вероятностью  $q$  на периоде простоя профилактика будет проведена без снижения качества решения целевой задачи.

В частности, если длительность профилактики постоянна и равна  $\theta_p$ , то вероятность  $q = \exp(-v * \theta_p)$ .

Однако, с вероятностью  $1-q$  профилактика на данном периоде простоя не будет проведена. В этом случае необходимо дождаться следующего периода простоя и провести профилактику на новом периоде. Таким образом, число циклов занятости, через которое будет проведена профилактика, также является случайной величиной.

Обозначим через  $P_n$  – вероятность того, что профилактика будет проведена через  $n$  циклов. Тогда, поскольку циклы независимы, имеем:

$$P_n = q(1-q)^n \quad (8)$$

Следовательно, распределение числа циклов имеет геометрическое распределение.

Можно показать [1], что при условии  $q \ll 1$ , распределение периода профилактики  $\chi_1$  стремится к экспоненциальному:

$$G_1(t) = 1 - \exp(-t * q/M) \quad (9)$$

где  $M = M_v + M_a$

Ясно, что профилактика в общем случае может проводиться через периоды времени, кратные периоду  $\chi_1$ . Таким образом, окончательно, распределение периода профилактики есть  $n$ -кратная свертка распределения (9), т.е. функция Эрланга порядка  $n$ :

$$G(t) = 1 - e^{-t^*q/M} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(t^*q/M)^k}{k!} \quad (10)$$

Таким образом, для устройств, нагрузка которых меняется со временем, период профилактики описывается законом Эрланга.

### **Краткие выводы**

Коэффициент технической готовности в общем случае учитывает следующие составляющие: время до отказа и время на восстановления устройства, а также период и продолжительность профилактики. Влияние длительности профилактики на коэффициент технической готовности может быть снижено, если устройство работает в условии переменной нагрузки. При этом могут существовать интервалы времени (интервал простоя), в которые могут быть проведены необходимые регламентные и профилактические работы. В статье показано, что для достаточно широкого класса систем, период профилактики описывается законом Эрланга.

### **Библиографический список**

1. Барзилович Е.Ю., Беляев Ю.К., Каштанов В.А. и др. Вопросы математической теории надежности /Под ред. Б.В. Гнеденко. - М.: Радио и связь, 1983. - 376с.
2. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. - М.: Сов. радио, 1969. - 488с.
3. Байхельт Ф., Франкен П. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход.- М.: Радио и связь, 1988. - 434с.

### **Сведения об авторах**

БОРОДИН Вячеслав Васильевич, доцент Московского авиационного института

(национального исследовательского университета), к.т.н.

МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел.: (499) 158-41-02; e-mail:[doc\\_bor1@mai.ru](mailto:doc_bor1@mai.ru)