

Научная статья
УДК 531.36+629.78
URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=186681>
EDN: <https://www.elibrary.ru/GDREIF>



Исследование траекторного движения и оптимизация режимов управления при уводе космических объектов с орбиты

Владимир Михайлович Кульков^{1✉}, Юрий Григорьевич Егоров², Сергей Олегович Фирсюк³

^{1, 2, 3} Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Российская Федерация

¹ vmk_1@mail.ru✉

² yuyeg@mail.ru

³ iskramai@yandex.ru

Аннотация. Статья посвящена актуальной проблеме обеспечения безопасности космической деятельности ввиду засорения околоземного космического пространства космическим мусором (КМ). Представлены методические подходы, а также некоторые результаты исследований в области траекторного движения при использовании различных систем активного удаления КМ. Подробно рассмотрены бесконтактные способы увода КМ с орбиты воздействием ионного пучка как перспективное направление создания безопасных и надежных систем удаления КМ.

Рассмотрены методические основы расчета перелетов космического аппарата (КА) с использованием двигателей малой тяги, включая методики оптимизации траектории движения и режимов управления вектором тяги электроракетного двигателя (ЭРД) при уводе КА с орбиты. Представлен сравнительный анализ и показаны области применения как контактных, так и бесконтактных средств увода космического мусора с орбиты.

Ключевые слова: космический мусор, контактные и бесконтактные способы, воздействие ионного пучка, увод с орбиты, оптимизация траектории движения, время транспортировки, расход рабочего тела, режимы управления

Финансирование: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-79-30009, <https://rscf.ru/project/25-79-30009/> в МАИ

Для цитирования: Кульков В.М., Егоров Ю.Г., Фирсюк С.О. Исследование траекторного движения и оптимизация режимов управления при уводе космических объектов с орбиты // Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 4. С. 201–210. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=186681>

Original article

Trajectory Motion Study and Control Mode Optimization for the Space Objects Deorbiting

Vladimir M. Kulkov^{1✉}, Yuri G. Egorov², Sergey O. Firsyuk³

^{1, 2, 3} Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation

¹ vmk_1@mail.ru✉

² yuyeg@mail.ru

³ iskramai@yandex.ru

© Кульков В.М., Егоров Ю.Г., Фирсюк С.О., 2025

Abstract

This article addresses the pressing issue of the safety ensuring of space activities due to the near-Earth space littering with space debris (SD).

To rectify the problem of the SD disposal, it is necessary to elaborate safe and effective methods for closing-in with the SD, its capturing, and orbital transportation. The task of the SD orbital transportation after its capturing is a new challenge, which solution will require development of new models and algorithms for the space objects (SO) motion control and methods for computing their trajectory.

The article examines the trajectory motion plotting and control mode selection for a space tug with an electric propulsion thruster (EPT) while a SO deorbiting. It presents as well the methodological principles for computing the spacecraft overfly with the low-thrust engines application, including the techniques for the EPT trajectory and thrust vector control modes optimizing while deorbiting.

Contactless methods for deorbiting space objects using an ion beam are examined in detail as a promising approach to developing safe and reliable space debris removal systems.

Application of this method for the space debris deorbiting is being limited by the extra requirement to an ion beam source with a reserve of working medium. Besides, the operational range is limited by several tens of meters due to the plasma beam divergence.

The purpose of this work consists in the efficiency improving of the contactless transportation method for space debris by accounting for the specifics of its motion under the effect of an ion beam, forming control laws for the active spacecraft thrust vector, and plotting its trajectory.

The article theoretically justifies the modes of the space objects deorbiting, and presents analytical solutions for deorbiting time and working medium consumption. The authors obtained scientific results on determining basic characteristics of the SO transportation while deorbiting from low near-Earth orbits.

This approach will allow evaluating effectiveness and identify areas of rational application of various methods for cleaning near-Earth space from space debris.

Keywords: space debris, contact and non-contact methods, ion beam effects, deorbiting, trajectory optimization, transportation time, working medium consumption, control modes

Funding: The research was financed by the Russian Science Foundation, Grant No. 25-79-30009, <https://rscf.ru/project/25-79-30009/>

For citation: Kulkov V.M., Egorov Yu.G., Firsyuk S.O. Trajectory Motion Study and Control Mode Optimization for the Space Objects Deorbiting. *Aerospace MAI Journal*. 2025;32(4):201-210. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=186681>

List of Figures

Fig. 1. A spacecraft deorbiting methods

Fig. 2. Stages the spacecraft deorbiting

Fig. 3. A spacecraft deorbiting scheme by the contact towing

Fig. 4. A spacecraft deorbiting scheme by the contactless towing

Fig. 5. A space object transportation time

Fig. 6. A space object ballistic lifetime

Fig. 7. The working fluid mass while a space object contact transportation

Fig. 8. The working fluid mass while a space object contactless transportation

Fig. 9. Optimal trajectory of a spacecraft deorbiting

List of Tables

Table. Effectiveness evaluation of the deorbiting methods

Введение

Для обеспечения безопасности космической деятельности ввиду засорения околоземного космического пространства (ОКП) объектами космического мусора (ОКМ) необходима разработка средств и способов увода космических объектов (КО) с орбиты по завершении срока их активного существования [1].

Согласно Руководству Inter-Agency Space Debris Coordination Committee (IADC), в околоземном

космическом пространстве большое практическое значение имеет охраняемая область низких околоземных орбит (НОО), имеющая форму сферы, радиус которой на 2000 км больше среднего радиуса Земли $R_0 = 8371$ км [2]. При этом самое большое скопление ОКМ наблюдается в области НОО с высотами 600–1200 км и наклонениями 80–100°.

В статье рассматриваются аспекты построения траекторий и управления движением крупных

ОКМ при удалении их с НОО. Подробно рассмотрены бесконтактные методы увода ОКМ как перспективное направление создания безопасных и надежных систем удаления ОКМ, к каковым относится бесконтактный метод с использованием ионного пучка (ИП) для силового воздействия на ОКМ. Одним из вариантов очистки НОО от крупногабаритных ОКМ является разрабатываемый в МАИ метод бесконтактной транспортировки ОКМ с использованием электроракетного двигателя в качестве источника ионного пучка [3–6]. Для гарантированного захвата ОКМ атмосферой на заключительном этапе могут использоваться аэродинамические тормозные устройства (АТУ) [7].

Анализируются подходы, учитывающие результаты важнейших научных исследований траекторного движения ОКМ при использовании бесконтактных систем удаления космического мусора.

1. Способы и схемы увода объектов космического мусора с орбиты

Для решения задачи утилизации космического мусора в ОКП необходимо разработать безопасные и эффективные способы сближения с космическим мусором, его захвата и орбитальной транспортировки.

Существующие методы увода космического мусора можно разделить на две большие группы: пассивные и активные, которые, в свою очередь, делятся на контактные и бесконтактные способы увода космических объектов с орбиты [2].

На рис. 1 приведены типичные способы увода ОКМ с орбиты с использованием контактных (а) и бесконтактных (б) средств буксировки КО.

На этапе транспортировки может применяться двигательная установка активного космического аппарата. Пассивные методы предполагают использование внешней среды и физических полей в ОКП для торможения космического мусора и увода его с орбиты. Аэродинамическое торможение с помощью АТУ позволяет использовать атмосферу на заключительном этапе перелета [7].

Контактные методы предполагают захват объекта космического мусора с непосредственным

механическим взаимодействием при помощи стыковочного устройства, сети или гарпуна и увод с орбиты с использованием троса.

Бесконтактные методы не предполагают прямого механического контакта между активным КА и объектом космического мусора, не требуют предварительной стабилизации уводимых объектов, делая процесс буксировки наиболее безопасным для буксира, что является основным преимуществом по сравнению с контактными методами. С другой стороны, дистанционное воздействие осуществляется небольшими по величине силами, и процесс увода может быть продолжительным в сравнении со способами, предполагающими непосредственное механическое взаимодействие между буксиром и космическим объектом.

На рис. 2 приведены схемы увода ОКМ с орбиты. Процесс увода КО с орбиты сервисным активным КА включает этапы: сближение и захват КО, увод КО с орбиты, буксировка КО (рис. 2, а).

Транспортировка ОКМ осуществляется до высоты орбиты, обеспечивающей захват ОКМ атмосферой. Сближение выполняется с помощью ЭРД. Буксировка также обеспечивается с помощью этого двигателя, управление вектором тяги которого позволяет увести КО с орбиты по спиральной траектории. Процесс многократного увода ОКМ с орбиты (рис. 2, б) включает этапы: захват ОКМ (1), спуск с орбиты (2), отделение ОКМ (3), возвращение на орбиту (4), сближение с ОКМ (5).

На рис. 3 показана схема увода КО с орбиты контактной буксировкой, включающая этапы захвата и буксировки КО (рис. 3, а) и отделения КО (рис. 3, б). На рис. 4 показана схема увода КО с орбиты бесконтактной буксировкой, включающая этапы захвата и буксировки КО (рис. 4, а) и ухода от КО (рис. 4, б).

При контактной транспортировке на КА действуют сила тяги двигателя F_d и сила натяжения троса F_t , на КО — сила натяжения троса F_t . При бесконтактной транспортировке с помощью плазменного пучка движение сервисного КА осуществляется силой тяги двигателя КА F_d с учетом реакции источника ионного пучка (ИИП) $F_{и}$, а движение пассивного КО — воздействием пучка $F_{п}$.

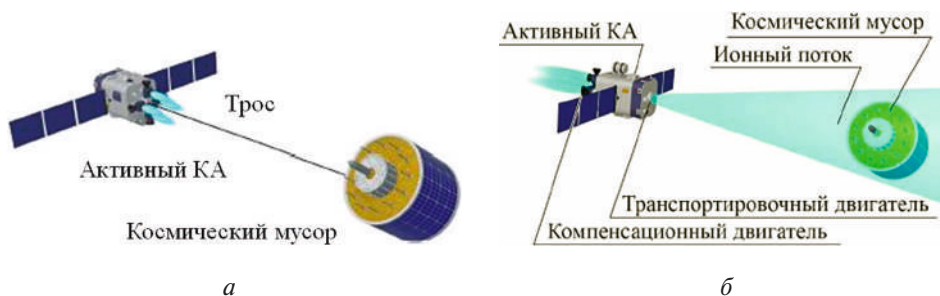


Рис. 1. Способы увода КО с орбиты

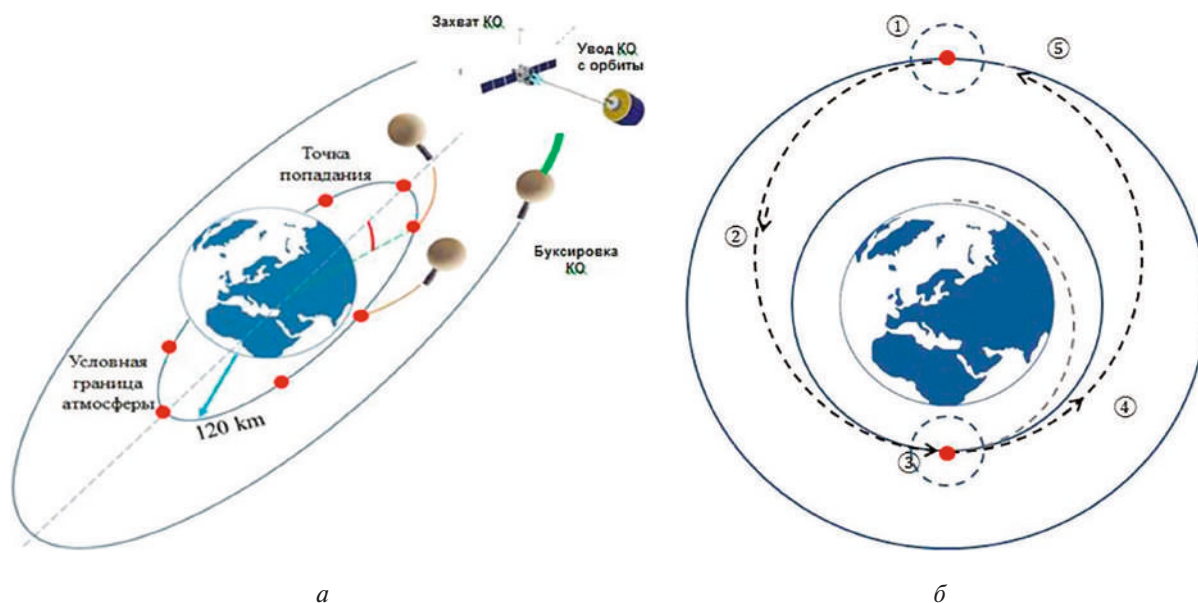


Рис. 2 Этапы увода КО с орбиты

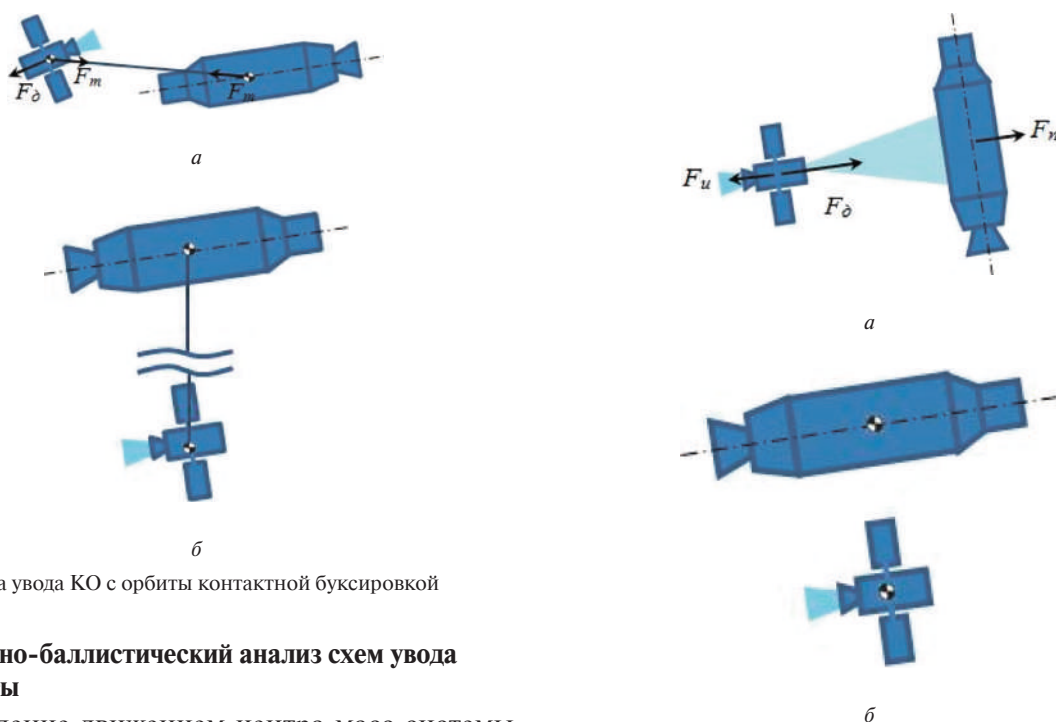


Рис. 3. Схема увода КО с орбиты контактной буксировкой

2. Проектно-баллистический анализ схем увода с орбиты

Управление движением центра масс системы «сервисный КА—КО» обеспечивается за счет управления направлением вектора $P_{\text{кд}} - P_{\text{иип}}$ (здесь $P_{\text{кд}}$ — тяга компенсирующего ЭРД, $P_{\text{иип}}$ — тяга ИИП). Для обеспечения равенства реактивного ускорения сервисного КА с массой $m_{\text{КА}}$ и КО с массой $m_{\text{КО}}$, тяга компенсирующего ЭРД $P_{\text{кд}}$ и тяга ИИП $P_{\text{иип}}$ удовлетворяют соотношению [8]:

$$P_{\text{кд}} = \left(1 + \eta \frac{m_{\text{КА}}}{m_{\text{КО}}}\right) P_{\text{иип}},$$

где $\eta = F_{\text{п}}/P_{\text{иип}} = F_{\text{п}}/(\dot{m}_{\text{иип}} I_{\text{уд}}^{\text{иип}})$ — коэффициент использования ионного пучка (здесь $\dot{m}_{\text{иип}}$, $I_{\text{уд}}^{\text{иип}}$ —

Рис. 4. Схема увода КО с орбиты бесконтактной буксировкой

массовый расход и удельный импульс источника ионного пучка).

Суммарный массовый расход рабочего тела ИИП и компенсирующего ЭРД:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{\text{рт}} &= P_{\text{кд}} / I_{\text{уд}}^{\text{кд}} + P_{\text{иип}} / I_{\text{уд}}^{\text{иип}} = \\ &= \frac{P_{\text{кд}}}{I_{\text{уд}}^{\text{кд}}} \left(1 + \frac{P_{\text{иип}} I_{\text{уд}}^{\text{кд}}}{P_{\text{кд}} I_{\text{уд}}^{\text{иип}}}\right), \end{aligned}$$

где $I_{\text{уд}}^{\text{кд}}$ — удельный импульс компенсирующего двигателя.

Суммарные затраты рабочего тела на транспортировку КО составляют

$$m_{\text{рт}} = \frac{P_{\text{кд}} t_{\text{п}}}{I_{\text{уд}}} \left(1 + \frac{P_{\text{иип}} I_{\text{уд}}^{\text{кд}}}{P_{\text{кд}} I_{\text{уд}}^{\text{иип}}} \right) =$$

$$= \frac{P_{\text{кд}} t_{\text{п}}}{I_{\text{уд}}} \left[1 + \frac{I_{\text{уд}}^{\text{кд}}}{I_{\text{уд}}^{\text{иип}}} \left(\frac{1}{1 + \eta \left(\frac{m_{\text{КА}}}{m_{\text{КО}}} \right)} \right) \right],$$

где $t_{\text{п}}$ — время полета связки «КА—КО».

Суммарная мощность ИИП и компенсирующего ЭРД составляет

$$N_{\Sigma} = \frac{P_{\text{кд}} I_{\text{уд}}^{\text{кд}}}{2\eta_{\text{T}}} + \frac{P_{\text{иип}} I_{\text{уд}}^{\text{иип}}}{2\eta_{\text{T}}} =$$

$$= \frac{P_{\text{кд}} I_{\text{уд}}^{\text{кд}}}{2\eta_{\text{T}}} \left[1 + \frac{I_{\text{уд}}^{\text{иип}} \eta_{\text{T}}^{\text{кд}}}{I_{\text{уд}}^{\text{кд}} \eta_{\text{T}}^{\text{иип}}} \left(\frac{1}{1 + \eta \left(\frac{m_{\text{КА}}}{m_{\text{КО}}} \right)} \right) \right],$$

где $\eta_{\text{T}}^{\text{кд}}$, $\eta_{\text{T}}^{\text{иип}}$ — тяговый КПД компенсирующего двигателя и ИИП.

Время транспортировки КО оценивается на основе аналитических зависимостей для межорбитальных перелетов с малой тягой [8, 16].

Для бесконтактной транспортировки время перелета составляет

$$t_i = \frac{(m_{\text{КА}} + m_{\text{КО}}) I_{\text{уд}}^{\text{кд}}}{P_{\text{кд}} \left(1 + \frac{P_{\text{иип}} I_{\text{уд}}^{\text{кд}}}{P_{\text{кд}} I_{\text{уд}}^{\text{иип}}} \right)} \left[1 - \exp \left(- \frac{\sqrt{\frac{\mu}{r_{\text{к}}}} - \sqrt{\frac{\mu}{r_0}}}{I_{\text{уд}}^{\text{кд}} / \left(1 + \frac{P_{\text{иип}} I_{\text{уд}}^{\text{кд}}}{P_{\text{кд}} I_{\text{уд}}^{\text{иип}}} \right)} \right) \right],$$

где μ — гравитационный параметр Земли;

r_0 , $r_{\text{к}}$ — радиус начальной и конечной орбиты.

Время перелета на атмосферном участке полета до захвата КО атмосферой может быть определено с помощью функций высоты $F(h)$ [17]:

$$t_{\text{п}} = \frac{F(h)}{\sigma_x} = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{\mu}} \int_0^h \frac{dh}{\rho_{\text{м}}(h) r^{\frac{1}{2}}},$$

где $\sigma_x = (c_x S_m) / (2m_{\text{КО}})$ — баллистический параметр (c_x — коэффициент аэродинамического сопротивления, S_m — площадь мишени КО, $m_{\text{КО}}$ — масса КО);

$\rho_{\text{м}}(h)$ — зависимость модельной плотности атмосферы от высоты h ;

μ — гравитационный параметр Земли;

r — радиус орбиты.

Для произвольного значения баллистического

параметра σ_x время перехода с орбиты высотой h_1 на орбиту высотой h составляет

$$t_{\text{п}} = \frac{F(h_1) - F(h)}{\sigma_x}.$$

На рис. 5 приведена зависимость времени транспортировки КО $t_{\text{п}}$ от высоты орбиты h при значениях реактивного ускорения $a_x = 10^{-4} - 4 \cdot 10^{-4}$ м/с².

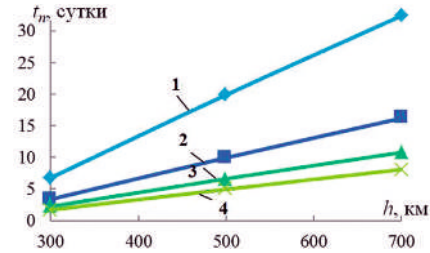


Рис. 5. Время транспортировки КО:

1 — $a_x = 10^{-4}$ м/с²; 2 — $a_x = 2 \cdot 10^{-4}$ м/с²;
3 — $a_x = 3 \cdot 10^{-4}$ м/с²; 4 — $a_x = 4 \cdot 10^{-4}$ м/с²;

На рис. 6 приведена зависимость продолжительности спуска с орбиты до захвата атмосферой (времени баллистического существования) $t_{\text{п}}$ от высоты орбиты h при значениях баллистического коэффициента $\sigma_x = 0,1$ м²/кг и $\sigma_x = 1$ м²/кг и индекса солнечной активности $F_0 = 65 \cdot 10^{-22}$ Вт/(м²·Гц) и $F_0 = 275 \cdot 10^{-22}$ Вт/(м²·Гц).

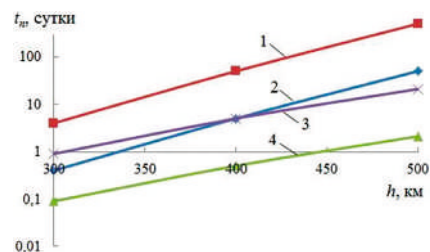


Рис. 6. Время баллистического существования КО:

1 — $\sigma_x = 0,1$ м²/кг, $F_0 = 65 \cdot 10^{-22}$ Вт/(м²·Гц);
2 — $\sigma_x = 1$ м²/кг, $F_0 = 65 \cdot 10^{-22}$ Вт/(м²·Гц);
3 — $\sigma_x = 0,1$ м²/кг, $F_0 = 275 \cdot 10^{-22}$ Вт/(м²·Гц);
4 — $\sigma_x = 1$ м²/кг, $F_0 = 275 \cdot 10^{-22}$ Вт/(м²·Гц)

Приведена зависимость массы рабочего тела $m_{\text{рт}}$ от высоты орбиты h при различных значениях массы связки «КА—КО» $m_{\text{КА}} + m_{\text{КО}}$ при контактной (рис. 7) и бесконтактной (рис. 8) транспортировке КО.

3. Оптимизация траекторий КА при уводе космических объектов с орбиты

Исследования динамики движения и моделирование законов управления КА при транспортировке КО строятся на базе математических моделей, описывающих движение центра масс

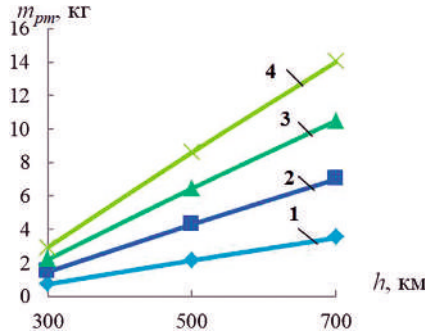


Рис. 7. Масса рабочего тела при контактной транспортировке КО:

1 — $m_{КА} + m_{КО} = 200$ кг; 2 — $m_{КА} + m_{КО} = 400$ кг;
3 — $m_{КА} + m_{КО} = 600$ кг; 4 — $m_{КА} + m_{КО} = 800$ кг;

системы «активный КА—пассивный КО» в режиме малой тяги.

Рассматривается оптимальный по быстродействию многовитковый перелет КА с ЭРДУ между околокруговыми орбитами в центральном ньютоновском гравитационном поле. Принимается случай нерегулируемой малой тяги, то есть реактивное ускорение полагается малым по сравнению с гравитационным ускорением, а тяга и удельный импульс предполагаются постоянными при включенной ЭРДУ. Направление вектора тяги ЭРДУ неограниченно и выбирается из условий оптимальности.

Для оптимизации многовитковых траекторий КА с малой тягой используются дифференциальные уравнения возмущенного движения КА в модифицированных равноденственных орбитальных элементах [18]:

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= \frac{h^2}{q} a_t; \\ \frac{de_x}{dt} &= \frac{h}{q} [q \sin L \cdot a_r + [(q+1) \cos L + e_x] a_t - e_y \xi a_n]; \\ \frac{de_y}{dt} &= \frac{h}{q} [-q \cos L \cdot a_r + [(q+1) \sin L + e_y] a_t + e_x \xi a_n]; \\ \frac{di_x}{dt} &= h \frac{s}{2q} \cos L \cdot a_n; \quad \frac{di_y}{dt} = h \frac{s}{2q} \sin L \cdot a_n; \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{q^2}{\mu h^3} + h \frac{\xi}{q} a_n; \quad \frac{dm}{dt} = -\delta \frac{P}{W}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $h = \sqrt{p/\mu}$; $e_x = e \cos(\omega + \Omega)$; $e_y = e \sin(\omega + \Omega)$; $i_x = \operatorname{tg}(i/2) \cos \Omega$; $i_y = \operatorname{tg}(i/2) \sin \Omega$; $L = \nu + \omega + \Omega$; $s = 1 + i_x^2 + i_y^2$; $q = 1 + e_x \cos L + e_y \sin L$; $\xi = i_x \sin L - i_y \cos L$; $p, e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$; $\omega, i = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{i_x^2 + i_y^2}$, Ω — кеплеровские орбитальные элементы; ν — гравитационный параметр центрального небесного тела; μ — истинная аномалия; m — масса КА; P — тяга; W — скорость истечения; δ — релейная функция тяги

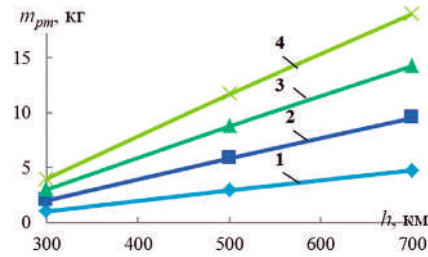


Рис. 8. Масса рабочего тела при бесконтактной транспортировке КО:

1 — $m_{КА} + m_{КО} = 200$ кг; 2 — $m_{КА} + m_{КО} = 400$ кг;
3 — $m_{КА} + m_{КО} = 600$ кг; 4 — $m_{КА} + m_{КО} = 800$ кг;

($\delta = 1$ при включенной ЭРДУ и $\delta = 0$ при выключенной ЭРДУ); a_t, a_r, a_n — тангенциальная, радиальная и бинормальная составляющие вектора ускорения соответственно, которые определяются следующими соотношениями:

$$a_t = \delta \frac{P}{m} \cos \vartheta \cos \psi; \quad a_r = \delta \frac{P}{m} \sin \vartheta \cos \psi; \quad a_n = \delta \frac{P}{m} \sin \psi,$$

где ϑ — угол тангажа, ψ — угол рыскания.

Требуется перевести КА начальной массы m_0 с начальной орбиты $p = p_0, e_x = e_{x0}, e_y = e_{y0}, i_x = i_{x0}, i_y = i_{y0}$ на конечную $p = p_k, e_x = e_{xk}, e_y = e_{yk}, i_x = i_{xk}, i_y = i_{yk}$ за минимальное время T , то есть рассматривается задача минимизации функционала:

$$J = \int_0^T dt \rightarrow \min.$$

Гамильтониан задачи оптимального управления записывается в виде

$$H = -1 + H_L + H_p, \quad (2)$$

где

$$H_L = \frac{q^2}{\mu h^3} p_L;$$

$$H_p = \delta \frac{P h}{m q} \{ A_t \cos \vartheta \cos \psi + A_r \sin \vartheta \cos \psi + A_n \sin \psi \};$$

$$A_t = h p_h + [(q+1) \cos L + e_x] p_{ex} + [(q+1) \sin L + e_y] p_{ey};$$

$$A_r = q (p_{ex} \sin L - p_{ey} \cos L);$$

$$A_n = \xi (-e_y p_{ex} + e_x p_{ey}) + \frac{1}{2} s (p_{ix} \cos L + p_{iy} \sin L) + \xi p_L;$$

$p_h, p_{ex}, p_{ey}, p_{ix}, p_{iy}, p_L$ — переменные, сопряженные к фазовым координатам h, e_x, e_y, i_x, i_y и L соответственно.

Оптимальное управление $\delta(t), \vartheta(t), \psi(t)$ определяется из условия максимума зависящего от управления слагаемого гамильтониана H_p :

$$\cos \vartheta = \frac{A}{\sqrt{A_t^2 + A_r^2}}; \sin \vartheta = \frac{A}{\sqrt{A_t^2 + A_r^2}}; \quad (3)$$

$$\cos \psi = \frac{\sqrt{A_t^2 + A_r^2}}{\sqrt{A_t^2 + A_r^2 + A_n^2}}; \sin \psi = \frac{A_n}{\sqrt{A_t^2 + A_r^2 + A_n^2}}; \quad (4)$$

$$\delta \equiv 1. \quad (5)$$

Из условия (5) следует, что двигательная установка на оптимальной траектории постоянно включена. Дифференциальные уравнения для переменных m и p_m можно исключить из рассмотрения, массу КА можно рассматривать как функцию времени: $m = m_0 - (P/W) \cdot t$.

Подстановка выражений для оптимального управления (3)–(5) в (2) приводит к выражению для оптимального гамильтониана:

$$H = -1 + \frac{P}{m} \frac{h}{q} (A_t^2 + A_r^2 + A_n^2)^{1/2} + \frac{q^2}{\mu h^3} p_L = -1 + kPA + H_L, \quad (6)$$

где

$$k = \frac{1}{m} \frac{h}{q}; A = (A_t^2 + A_r^2 + A_n^2); H_L = \frac{q^2}{\mu h^3} p_L.$$

Уравнения оптимального движения при этом примут вид:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = P \left[k \left(A_t \frac{\partial A_t}{\partial \mathbf{p}} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial \mathbf{p}} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial \mathbf{p}} \right) A^{-1} \right]; \\ \frac{dL}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_L} = P \left[k \left(A_t \frac{\partial A_t}{\partial p_L} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial p_L} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial p_L} \right) A^{-1} \right] + \frac{\partial H_L}{\partial p_L}; \\ \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -P \left[\frac{\partial k}{\partial \mathbf{x}} A + k \left(A_t \frac{\partial A_t}{\partial \mathbf{x}} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial \mathbf{x}} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial \mathbf{x}} \right) A^{-1} \right] - \frac{\partial H_L}{\partial \mathbf{x}}; \\ \frac{dp_L}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial L} = -P \left[\frac{\partial k}{\partial L} A + k \left(A_t \frac{\partial A_t}{\partial L} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial L} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial L} \right) A^{-1} \right] - \frac{\partial H_L}{\partial L}, \end{cases} \quad (7)$$

где $\mathbf{x} = (p, e_x, e_y, i_x, i_y)^T$; $\mathbf{p} = (p_p, p_{ex}, p_{ey}, p_{ix}, p_{iy})^T$.

Оптимальный гамильтониан после осреднения по истинной долготе не зависит от L , поэтому

$$\frac{dp_L}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial L} = 0.$$

Рассматривается межорбитальный перелет со свободной истинной долготой L на конечной орбите, поэтому $p_L(t_k) = 0$. Следовательно, на осредненном решении $p_L \equiv 0$. Оптимальный гамильтониан, с учетом осреднения, принимает вид $H = -1 + kPA$.

Уравнения движения при этом можно переписать в виде:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = \delta P \left[k \left(A_t \frac{\partial A_t}{\partial \mathbf{p}} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial \mathbf{p}} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial \mathbf{p}} \right) A^{-1} \right]; \\ \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -\delta P \left[\frac{\partial k}{\partial \mathbf{x}} A + k \left(A_t \frac{\partial A_t}{\partial \mathbf{x}} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial \mathbf{x}} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial \mathbf{x}} \right) A^{-1} \right]. \end{cases} \quad (8)$$

В результате интегрирования уравнений (8) с применением схемы осреднения и метода продолжения по параметру [18–21], вычисляются значения фазового вектора $\mathbf{x}$ и вектора сопряженных переменных $\mathbf{p}$, определяющие оптимальную траекторию движения КА, а также оптимальное управление вектором тяги $\vartheta(t)$, $\psi(t)$.

На рис. 9 показана типовая оптимальная траектория увода КО с НОО.

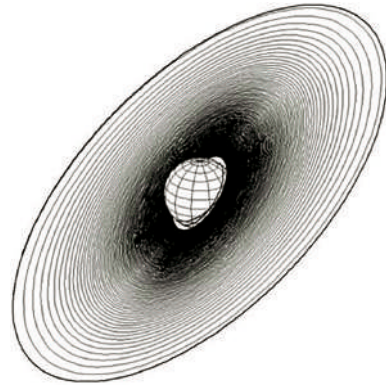


Рис. 9. Оптимальная траектория увода КО с орбиты

В качестве численного примера рассматривается увод с орбиты буксиром массой $m_{КА} = 200$ кг КО массой $m_{КО} = 500$ кг с помощью ЭРД тягой 0,4 Н, удельным импульсом 1700 с и мощностью 5 кВт и бесконтактной транспортировкой воздействием ионного пучка, что обеспечивается ИПП тягой 0,3 Н, удельным импульсом 3700 с и мощностью около 7 кВт и компенсирующим двигателем ЭРД тягой 0,4 Н, удельным импульсом 1700 с и мощностью 5 кВт.

В таблице приведена сравнительная оценка эффективности использования контактных и бесконтактных способов увода с орбиты связки «буксир–КО» массой 700 кг на орбиту высотой 200 км в зависимости от высоты начальной орбиты.

Таким образом, применение ЭРД для увода с НОО позволяет быстро уводить с орбиты ОКМ при небольшом расходе рабочего тела. Бесконтактный способ, сопряженный с несколько большими, чем при контактном способе, затратами рабочего тела на транспортировку КО, позволяет безопасно уводить крупногабаритные КО, не требуя их механического захвата.

Оценка эффективности способов увода с орбиты

Высота орбиты, км	Время увода, сутки		Расход рабочего тела, кг	
	Буксир с ЭРД и тросовой системой	Буксир с ЭРД и ИИП	Буксир с ЭРД и тросовой системой	Буксир с ЭРД и ИИП
300	1,18	1,18	2,45	3,25
400	2,32	2,32	4,81	6,39
500	3,46	3,46	7,17	9,53
600	4,57	4,57	9,47	12,58
700	5,62	5,62	11,65	15,48

Выводы

Одним из перспективных направлений, способствующих решению проблемы очистки околоземного космического пространства от космического мусора, является создание безопасных и надежных средств увода КО с орбиты, среди которых можно выделить способ тросовой буксировки и бесконтактной транспортировки КО воздействием источника ионного пучка.

Проведен предварительный проектно-баллистический анализ перелета с НОО КА с маршевой ЭРДУ при использовании электроракетного двигателя в качестве источника ионного пучка. Представлены аналитические решения для оценки характеристик средств увода КО с орбиты, позволяющие получить наглядные и легко обозримые результаты.

Разработаны математические модели, описывающие движение объекта космического мусора под действием ИП. Предложена методика оптимизации траектории увода с орбиты и построения режимов управления вектором тяги ЭРД, что дает возможность обеспечить наиболее эффективный по продолжительности перелета и рациональный по расходу рабочего тела увод КО на орбиту захвата атмосферой. Проведено численное моделирование спуска объекта космического мусора с орбиты, и дана оценка затрат рабочего тела, необходимых для осуществления этой транспортной операции.

На основе модельного примера показана эффективность различных методов удаления космического мусора, приведен сравнительный анализ вариантов увода КО с орбиты. Это позволяет определить области рационального применения альтернативных способов очистки околоземного космического пространства от космического мусора.

Список источников

1. Пикалов Р.С., Юдинцев В.В. Обзор и выбор средств увода крупногабаритного космического мусора // Труды МАИ. 2018. № 100. DOI: 10.34759/trd-2019-109-1

2. Ledkov A.S., Aslanov V. Review of contact and contactless active space debris removal approaches // Progress in Aerospace Sciences. 2022. Vol. 134: 100858. DOI: 10.1016/j.paerosci.2022.100858
3. Obukhov V.A., Kirillov V.A., Petukhov V.G., et al. Problematic Issues of Spacecraft Development for Contactless Removal of Space Debris by Ion Beam // Acta Astronautica. 2021. Vol. 181. No. 3, pp. 569-578. DOI: 10.1016/j.actaastro.2021.01.043
4. Obukhov V.A., Kirillov V.A., Petukhov V.G., et al. Control of a Service Satellite During Its Mission on Space Debris Removal from Orbits with High Inclination by Implementation of an Ion Beam Method // Acta Astronautica. 2022. Vol. 194, pp. 390–400. DOI: 10.1016/j.actaastro.2021.09.041
5. Kulkov V.M., Markin N.N., Egorov Yu.G. Issues of controlling the motion of a space object by the impact of the ion beam // IOP Conference Series Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 927. No. 1: 012051. DOI: 10.1088/1757-899X/927/1/012051
6. Марахтанов М.К., Пильников А.В. О возможности применения солнечной электрореактивной двигательной установки на низкоорбитальных малых космических аппаратах // Вестник Московского авиационного института. 2017. Т. 24. № 4. С. 26-39.
7. Кульков В.М., Юн С.У., Фирсюк С.О. Метод управления движением малых космических аппаратов с использованием надувных тормозных устройств для торможения при орбитальном полете до входа в атмосферу // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 3. С. 23-36. DOI: 10.34759/vst-2020-3-23-36
8. Bombardelli C., Pelaez J. Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal // Journal of Guidance, Control and Dynamics. 2011. Vol. 34. No. 3, pp. 916–920. DOI: 10.2514/1.51832
9. Bombardelli C., Urrutxua H., Merino M., et al. Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite // Advances in the Astronautical Sciences. 2012. Vol. 143, pp. 2145-2158.
10. Khoroshylov S.V. Relative control of an ion beam shepherd satellite in eccentric orbits // Acta Astronautica. 2020. Vol. 176, pp. 89–98. DOI: 10.1016/j.actaastro.2020.06.027
11. Рязанов В.В. Управление движением космического аппарата при бесконтактном уводе космического мусора

- // Труды МАИ. 2019. № 107. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=107837>
12. Кульков В.М., Фирсюк С.О., Егоров Ю.Г. и др. Исследование динамики движения и моделирование режимов управления при бесконтактной транспортировке космического объекта под действием ионного пучка // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021; 4–13 сентября 2021; Алушта). М.: Изд-во МАИ, 2021. С. 616–618.
 13. Alpatov A., Khoroshylov S., Bombardelli C. Relative control of an ion beam shepherd satellite using the impulse compensation thruster // *Acta Astronautica*. 2018. Vol. 151, pp. 543–554. DOI: 10.1016/j.actaastro.2018.06.056
 14. Cichocki F., Merino M., Ahedo E. Spacecraft-plasma-debris interaction in an ion beam shepherd mission // *Acta Astronautica*. 2018. Vol. 146, pp. 216–227. DOI: 10.1016/j.actaastro.2018.02.030
 15. Kulkov V.M., Egorov Yu.G., Firsyuk S.O. Study of the Force Impact on the Surface of a Space Debris Object during Its Noncontact Removal from Orbit // *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2025. Vol. 19. No. 2, pp. 390–398. DOI: 10.1134/S1027451025700570
 16. Константинов М.С., Каменков Е.Ф., Перелыгин Б.П. и др. Механика космического полета / Под ред. В.П. Мишина. М.: Машиностроение, 1989. 408 с.
 17. ГОСТ Р 25645.166-2004. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для проектных баллистических расчетов искусственных спутников Земли. М.: Изд-во стандартов, 2004. 28 с.
 18. Петухов В.Г. Оптимизация многовитковых перелетов между некомпланарными эллиптическими орбитами // *Космические исследования*. 2004. Т. 42. № 3. С. 260–279.
 19. Петухов В.Г. Оптимизация межпланетных траекторий космических аппаратов с идеально-регулируемым двигателем методом продолжения // *Космические исследования*. 2008. Т. 46. № 3. С. 224–237.
 20. Petukhov V.G. Homotopic Approach to Low-Thrust Trajectory Optimization: Numerical Technique and Tools // 4th International Conference on Astrodynamics Tools and Techniques (3–6 May 2010; Madrid, Spain).
 21. Попов Г.А., Кульков В.М., Петухов В.Г. и др. Космическая платформа с электроракетной двигательной установкой в сочетании с ракетой-носителем воздушного старта // *Результаты фундаментальных исследований в прикладных задачах авиастроения: Сборник статей*. М.: Наука, 2016. С. 175–186.

References

1. Pikalov RS, Yudinsev VV. Bulky space debris removal means review and selection. *Trudy MAI*. 2018(100). (In Russ.). DOI: 10.34759/trd-2019-109-1
2. Ledkov AS, Aslanov V. Review of contact and contactless active space debris removal approaches. *Progress in Aerospace Sciences*. 2022;134:100858. DOI: 10.1016/j.paerosci.2022.100858
3. Obukhov VA, Kirillov VA, Petukhov VG., et al. Problematic Issues of Spacecraft Development for Contactless Removal of Space Debris by Ion Beam. *Acta Astronautica*. 2021;181(3):569–578. DOI: 10.1016/j.actaastro.2021.01.043
4. Obukhov VA, Kirillov VA, Petukhov VG., et al. Control of a Service Satellite During Its Mission on Space Debris Removal from Orbits with High Inclination by Implementation of an Ion Beam Method. *Acta Astronautica*. 2022;194:390–400. DOI: 10.1016/j.actaastro.2021.09.041
5. Kulkov VM, Markin NN, Egorov YuG. Issues of controlling the motion of a space object by the impact of the ion beam. *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*. 2020;927(1):012051. DOI: 10.1088/1757-899X/927/1/012051
6. Marakhtanov MK, Pil'nikov AV. On solar electric propulsion system application possibility for low-orbit small spacecraft. *Aerospace MAI Journal*. 2017;24(4):26–39. (In Russ.).
7. Kul'kov VM, Yoon SW, Firsyuk SO. A small spacecraft motion control method employing inflatable braking units for deceleration while orbital flight prior to the atmospheric entry. *Aerospace MAI Journal*. 2020;27(3):23–36. (In Russ.). DOI: 10.34759/vst-2020-3-23-36
8. Bombardelli C, Pelaez J. Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 2011;34(3):916–920. DOI: 10.2514/1.51832
9. Bombardelli C, Urrutxua H, Merino M, et al. Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite. *Advances in the Astronautical Sciences*. 2012;143:2145–2158.
10. Khoroshylov SV. Relative control of an ion beam shepherd satellite in eccentric orbits. *Acta Astronautica*. 2020;176:89–98. DOI: 10.1016/j.actaastro.2020.06.027
11. Ryazanov VV. Spacecraft motion control while contactless space debris removal. *Trudy MAI*. 2019(107). (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=107837>
12. Kul'kov VM, Firsyuk SO, Egorov YuG, et al. Issledovanie dinamiki dvizheniya i modelirovanie rezhimov upravleniya pri beskontaktnoi transportirovke kosmicheskogo ob'ekta pod deistviem ionnogo puchka. *Materialy XXII Mezhdunarodnoi konferentsii po vychislitel'noi mekhanike i sovremennym prikladnym programmnyim sistemam (VMSPPS'2021; September 4-13, 2021; Alushta)*. Moscow: MAI; 2021. p. 616–618. (In Russ.).
13. Alpatov A, Khoroshylov S, Bombardelli C. Relative control of an ion beam shepherd satellite using the impulse compensation thruster. *Acta Astronautica*. 2018;151:543–554. DOI: 10.1016/j.actaastro.2018.06.056

14. Cichocki F, Merino M, Ahedo E. Spacecraft-plasma-debris interaction in an ion beam shepherd mission. *Acta Astronautica*. 2018;146:216–227. DOI: 10.1016/j.actaastro.2018.02.030
15. Kulkov VM, Egorov YuG, Firsyuk SO. Study of the Force Impact on the Surface of a Space Debris Object during Its Noncontact Removal from Orbit. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2025;19(2):390–398. DOI: 10.1134/S1027451025700570
16. Konstantinov MS, Kamenkov EF, Perelygin BP, et al. *Mechanics of space flight*. Moscow: Mashinostroenie; 1989. 408 p. (In Russ.).
17. *Earth upper atmosphere. Density model for ballistic support of flights of artificial earth satellites. State Standard R 25645.166-2004*. Moscow: Izdatel'stvo standartov; 2004. 28 p. (In Russ.).
18. Petukhov VG. Optimization of multi-orbit transfers between noncoplanar elliptic orbits. *Cosmic Research*. 2004;42(3):250–268. (In Russ.).
19. Petukhov VG. Optimization of interplanetary trajectories for spacecraft with ideally regulated engines using the continuation method. *Cosmic Research*. 2008;46(3):219–232. (In Russ.).
20. Petukhov VG. Homotopic Approach to Low-Thrust Trajectory Optimization: Numerical Technique and Tools. *4th International Conference on Astrodynamics Tools and Techniques (May 3–6, 2010; Madrid, Spain)*.
21. Popov GA, Kul'kov VM, Petukhov VG, et al. A space platform with an electric rocket propulsion system in combination with an air launch vehicle. In: *Rezultaty fundamental'nykh issledovaniy v prikladnykh zadachakh aviastroeniya: Sbornik statei*. Moscow: Nauka; 2016. p. 175–186. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию / Received 12.11.2025
Одобрена после рецензирования / Revised 25.11.2025
Принята к публикации / Accepted 26.11.2025