ПРОЧНОСТЬ И ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 629.7.018 DOI: 10.34759/vst-2019-4-42-50

О ПРИМЕНЕНИИ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕТОДОВ К РЕШЕНИЮ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ПРОЧНОСТИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Валитова Н.Л., Костин В.А.*

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева — КАИ, КНИТУ-КАИ, ул. К. Маркса, 10, Казань, 420111, Россия

* *e-mail: VAKostin@kai.ru*

Статья поступила в редакцию 01.08.2019

Рассматриваются задачи восстановления характеристик упругости конструкции и внешней нагрузки по отклику — результатам измерения деформаций или перемещений в процессе эксперимента. Исходные данные таких задач – случайные величины. На базе использования вероятностных моделей в линейной и нелинейной постановке рассмотрены теоретические основы функциональных преобразований случайных явлений в детерминированных и стохастических системах. Приведены примеры получения решений с использованием аналитических выражений, вытекающих из известных математических моделей, полученных ранее в детерминистической постановке, а также примеры нелинейных задач, для решения которых используются смешанные вероятностные модели.

Ключевые слова: случайные величины, смешивание случайных явлений, жесткостные свойства.

Введение

Расчетно-экспериментальные исследования прочности конструкций летательных аппаратов (ЛА) часто связаны с необходимостью решения обратных задач, когда характеристики упругости ЛА и их агрегатов определяются по заданному комплексу измерений. Однако в опубликованных работах [1—5] и многих других рассмотрены методы получения устойчивых алгоритмов решения обратных задач прочности в чисто детерминистической постановке. Это относится и к работам, выполненным на базе проведенных экспериментов [6—8].

На самом деле на эксперимент оказывает влияние огромное число случайных факторов, что приводит к разбросу в регистрируемых параметрах, то есть природа экспериментальных данных стохастическая. Необходимо отметить, что теоретической базой для решения обратных задач в вероятностной постановке являются классические работы, связанные с решением прямой задачи. Это работы А.Ф. Селихова, В.М. Чижова [9], В.В. Болотина [10,11], В.А. Светлицкого [12,13], Е.С. Вентцель, Л.А. Овчарова [14] и др. Из современных авторов следует выделить работу А.А. Крылова, В.А. Москаева [15].

В настоящей статье рассматриваются только квазистатические нагрузки, которые определяют статическую прочность основной части конструкции.

При определении внешних нагрузок, действующих на ЛА или его агрегаты, обратная задача ставится так: зная параметры статического распределения деформаций или перемещений, найти соответствующие параметры распределения нагрузок как случайных величин. Именно эти значения и входят обычно в правые (нагрузочные) части уравнений равновесия, например в [16].

Решение обратных задач в вероятностной постановке очевидно актуально и в области прочности конструкционных материалов. В настоящее время в авиационных конструкциях используются различные композиционные материалы (КМ), которые имеют высокую удельную прочность и высокие модули упругости. Характеристики таких материалов существенно отличаются друг от друга и от свойств традиционных алюминиевых сплавов. Проведенный в [9] анализ прочности элементов конструкции из КМ позволяет сделать важное заключение о том, что относительные разбросы прочности (коэффициенты вариации) конструкций заметно больше разбросов прочности образцов из КМ. Это может быть объяснено влиянием допускаемых отклонений технологии изготовления различных экземпляров конструкции, в результате чего возникают неконтролируемые микродефекты, а также это связано с возможными разбросами размеров элементов конструкции в пределах существующих допусков.

Для уточнения механических характеристик КМ и, вообще, идентификации параметров упругости конструкций обратная задача ставится следующим образом: зная характеристики входного воздействия и характеристики реакции системы (выход), определить оператор системы, т.е. найти различные ее параметры как случайные величины.

Случайность параметров системы может быть обусловлена, например, технологическими допусками производства, негодностью материалов деталей, а также их старением и износом. Приближенные методы определения плотности вероятности выходного процесса (деформаций) нелинейной системы (например, с трещинами или расслоениями) базируются, как правило, на нормализации негауссовских случайных процессов. Однако, как показано в работах М. Бассервиля, Ф.М. Гольцмана, В. Феллера, Н.З. Сафиуллина по радиофизике и теории вероятностей [17—20], даже в линейной системе может происходить денормализация выходного сигнала. Для систем с нелинейным поведением денормализация должна учитываться. В противном случае упрощенные методы анализа, основанные на подгоне к хорошо исследованному нормальному распределению, могут привести к грубым или ошибочным результатам. Об этом же говорится и в монографии [21], посвященной вероятностным моделям накопления повреждений: «После того как модель выбрана, ее параметры надо оценивать только пригодными для этого случая статистическими способами, а не решать задачу «в лоб», ибо эмпирическая функция распределения в случае накопления повреждений может существенно отличаться от известной интегральной функции распределения».

Все изложенное подтверждает **актуальность** темы, связанной с преобразованием случайных функций, характеризующих работу конструкции и ее нагружение. Из современных работ, учитывающих стохастический характер систем, следует отметить работу [22], посвященную проблеме управления газотурбинными двигателями.

Именно поэтому в статье анализируются общие методы анализа стохастических систем, начиная с линейных преобразований случайных величин и заканчивая смесями вероятностных распределений (нелинейные случаи). Этот подход применительно к прочностному анализу конструкций является новым и раскрывается ниже на конкретных примерах.

Решение задач прочности в вероятностной постановке в общем виде. Определение закона распределения линейной функции случайного аргумента

Представим исследуемую конструкцию как некоторую систему, находящуюся во взаимодействии с внешней средой. Будем характеризовать внешнее воздействие (нагрузки) элементами q из пространства Q и назовем их «входом», а поведение системы (перемещения, деформации) – элементами v из пространства V и назовем их «выходом» системы. По математической природе элементы обоих этих пространств могут быть числами, векторами, тензорами, функциями одной или нескольких переменных.

Особенности конструкции характеризуются оператором L, с помощью которого каждой реализации внешнего воздействия $q \in Q$ приводится в соответствие реализация параметра поведения $v \in V$. Таким образом, запишем:

$$Lv = q, \tag{1}$$

т.е. операторное соотношение (1) устанавливает связь между элементами q пространства входных параметров Q и элементами v пространства выходных параметров V.

Пусть входной параметр q является стохастическим и каждому элементу $q \in Q$ приводится в соответствие некоторая известная вероятностная мера.

Сама конструкция также может быть в общем случае стохастической системой, т.е. ее параметры $(r_1, r_2, ..., r_n)$, определяющие оператор L системы, могут быть стохастическими с известной вероятностной мерой.

При стохастичности внешнего воздействия q и (или) оператора L системы элементы, характеризующие поведение системы $v \in V$, также будут случайными. Вероятностная мера их будет зависеть от величины и вероятностной меры внешнего воздействия q, а также от параметров, характеризующих оператор системы L, и вида оператора.

Рассмотрим задачи, в которых случайные факторы описываются при помощи конечного числа случайных величин. При этом между «входом» и «выходом» системы (из решения (1)) известна однозначная детерминистическая зависимость в общем случае:

$$v_i = \varphi_i(q, r). \tag{2}$$

Полагая, что вектор случайных параметров $r = 0$, т.е. рассматриваемая система детерминирована, зависимость выход-вход получаем в виде формул:

$$v = Kq, \tag{3}$$

где K – некоторый известный коэффициент, определяемый решением детерминистической задачи.

Если закон распределения входных параметров $f(q)$ известен, то, пользуясь правилами нахождения закона распределения функций случайного аргумента [13], можно найти закон распределения параметров выхода конструкции:

$$f(v) = \frac{1}{K} f\left(\frac{1}{K}\right). \tag{4}$$

Например, если закон распределения параметров входных воздействий является нормальным законом распределения с известными параметрами математического ожидания и среднеквадратичного отклонения m_q и σ_q, т.е.:

$$f(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_q}} \exp\left[-\frac{\left(q - m_q\right)^2}{2\sigma_q^2}\right],$$

то согласно (4) получим

$$f(v) = \frac{1}{K} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_q}} \exp\left[-\frac{\left(\frac{v}{K} - m_q\right)^2}{2\sigma_q^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_q}} \exp\left[-\frac{\left(v - Km_q\right)^2}{2\left(K\sigma_q\right)^2}\right].$$

То есть опять получили нормальный закон распределения с новыми параметрами

$$m_v = Km_q, \ \ \sigma_v = K\sigma_q.$$

Следовательно, линейные преобразования случайных величин вида (3) не меняют закона распределения, изменяются лишь его параметры.

Примеры линейных преобразований случайных величин

Рассмотрим несколько примеров определения вероятностных характеристик восстановления нагрузки и идентификации конструкций для двух моделей — обычной балки и тонкостенной конструкции Ю.Г. Одинокова.

Пример 1. Крыло самолета. Механическая система типа крыла среднего или большого удлинения может быть представлена моделью обычной балки, параметры (жесткости) конструкции детерминированы. На основании формул, связывающих неизвестную распределенную нагрузку $q(x)$ и известные из эксперимента изгибающие моменты $M(x)$, а также свойств линейного преобразования случайных величин [13], можем записать:

$$m_q(x) = \frac{d^2 m_M(x)}{dx^2}, \ \ D_q(x) = \frac{d^4 D_M(x)}{dx^4}, \tag{5}$$

где $m_q(x)$ – математическое ожидание распределенной нагрузки $q(x)$; $m_M(x)$ – математическое ожидание изгибающего момента $M(x)$; $D_q(x)$ – дисперсия распределенной нагрузки $q(x)$; $D_M(x)$ – дисперсия изгибающего момента $M(x)$.

То есть, если известные из эксперимента значения изгибающих моментов хорошо согласуются с нормальным законом распределения с известными параметрами $m_M(x)$ и $D_M(x)$, то полученные значения $m_q(x)$ и $D_q(x)$ распределенной нагрузки также будут являться параметрами нормального распределения.

Пример 2. Балочная модель. В случае идентификации жесткостных характеристик систем, моделируемых балкой, на основании формул, известных из сопротивления материалов и [13], можно записать:

$$m_{EJ}(x) = \frac{M(x)}{m_{y''}(x)}; \tag{6}$$

$$D_{EJ}(x) = \frac{M^2(x)}{D_{y''}(x)}, \tag{7}$$

где $m_{EJ}(x)$ – математическое ожидание значений жесткости балки $EJ(x)$; $m_{y''}(x)$ – математическое ожидание значений известных из эксперимента функций второй производной от прогибов балки $y''(x)$, т.е. ее кривизна; $D_{EJ}(x)$ – дисперсия жесткостей балки; $D_{y''}(x)$ – дисперсия ее кривизны.

В данном случае изгибающий момент $M(x)$ считаем детерминированной величиной.

Пример 3. Тонкостенная балка модели Ю.Г. Одинокова [16] постоянного поперечного сечения типа кессона, загруженная скручивающим моментом M_z (рис. 1):

$$\delta_1 = \delta_3, \ \ \delta_2 = \delta_4,$$

$$S_1 = S_3, S_2 = S_4, \ F_i = \text{const}, \ E_i = \text{const}, G_i = \text{const},$$

$$Q_x = Q_y = 0, \ \ M_z = \text{const}.$$

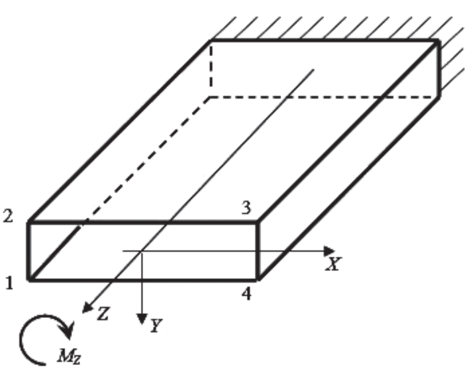

Рис. 1. Четырехпоясной кессон, нагруженный скручивающим моментом M_z

Считаем, что нам известен закон распределения деформаций ребер конструкции за счет депланации в виде плотности вероятности, а следовательно, известен закон распределения усилий в ребрах. Пусть усилия в ребре *1* имеют нормальный закон распределения с известными параметрами, а характеристики конструкции (жесткости ребер, модули упругости, сдвига, толщины обшивки) являются детерминированными величинами. Тогда получим характеристика момента:

$$m_{M_z}(z) = \frac{m_{P_1}}{K(z)}; \tag{8}$$

$$D_{M_z}(z) = \frac{D_{P_1}(z)}{K^2(z)}, \tag{9}$$

где $m_{P1}, D_{P1}, m_{Mz}, D_{Mz}$ – математическое ожидание и дисперсия усилия в первом ребре конструкции, математическое ожидание и дисперсия скручивающего момента;

Коэффициент $K(z)$ дает решение уравнения Ю.Г. Одинокова [3] для кессона:

$$K(z) = \frac{\left(S_1\delta_2 - S_2\delta_1\right)}{2S_1S_2}\sqrt{\frac{EF}{2G\delta_1\delta_2\left(\delta_2 S_1\right)}}\frac{shk\left(l-z\right)}{chkl}, \tag{10}$$

где k – безразмерная жесткость панели.

Преобразование смешанных случайных процессов в стохастических системах с квазидетерминированными операторами (нелинейные задачи)

Ранее, рассматривая линейные функции случайного аргумента, мы изучали преобразование числовых характеристик – математического ожидания и дисперсии.

Преобразование законов распределения гауссовских случайных процессов при их прохождении через линейные системы свелось к определению первых двух моментных функций. Для систем с нелинейным поведением, а это, например, элемент конструкции с расслоениями, денормализация или ее степень должны учитываться. В противном случае упрощенные методы анализа, основанные на подгонке к хорошо исследованному нормальному распределению, могут, как уже выше говорилось, привести к грубым и принципиально ошибочным результатам.

Именно поэтому далее применяются обобщенные методы анализа стохастических систем на основе использования смесей вероятностных распределений [19, 20, 23, 24].

Системы со случайными параметрами

Систему со случайным параметром будем характеризовать квазидетерминированным оператором $H(t,r,\alpha)$ (рис. 2), где $\alpha = f(v)$ – функция внешнего и внутреннего воздействия среды; $W(x)$ и $W(v)$ – плотности вероятности входного сигнала $x(t,r)$ рандомизирующего (возмущающего) воздействия $v(t,r)$, являющиеся в общем случае пространственно-временными полями; $W(y)$ – плотность вероятности реакции системы $y(t,r)$; t – время; r – вектор пространственных координат.

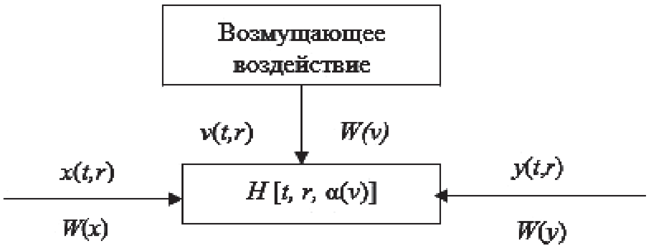

Рис. 2. Система со стохастическим поведением

Стохастическая система каждой конкретной реализации входного сигнала ставит в соответствие своим характеристикам некоторый выходной сигнал, обусловленный уже самой системой. Поэтому плотности вероятности выходных процессов являются условными. Для того чтобы получить безусловные законы распределения выходных процессов систем со случайными параметрами, необходимо условные законы распределения усреднять по всем реализациям системы, т.е. интегрировать условную плотность вероятности выходного процесса, умножая ее на плотность распределения случайного параметра [19].

Во многих практически важных ситуациях внешние воздействия (нагрузки в нашем случае) и параметры являются негауссовскими. Для решения задачи анализа преобразования законов распределения выходных процессов систем со случайными параметрами или систем, работающих под влиянием внешних воздействий, плотности вероятности представляем смесями стандартных распределений:

$$W(v) = \sum_{n=1}^{N} q_n W\left(v, m_n^v, R_n^{(v)}\right); \quad \sum_{n=1}^{N} q_n = 1, \tag{11}$$

где q_n — параметр компоненты (веса); N — число гауссовских компонент; R_n — коэффициент корреляции; M_n — вектор математического ожидания.

Входной сигнал и внешнее воздействие задаются совместной плотностью вероятности

$$W(x,v) = W\left(x/v\right)W(v) = \sum_{n=1}^{N(x)} q_n(x)W_n\left(x/v\right)\sum_{n=1}^{N(v)} q_i(v)W_i(v), \tag{12}$$

где W_n – условная плотность вероятности n-й компоненты смеси сигнала при реализации i-й компоненты плотности вероятности $W_i(v)$ рандомизирующего воздействия среды.

Если входной сигнал и воздействие среды взаимно независимы, то справедливо следующее соотношение:

$$W(x,v) = W\left(x/v\right)W(v) = \sum_{n=1}^{N(x)}\sum_{n=1}^{N(v)} q_n(x)q_i(v)W_i(v). \tag{13}$$

Стохастические системы могут быть как статическими, так и динамическими. Статическая квазидетерминированная система со стохастическим поведением, находящаяся под стохастическим воздействием, описывается соотношением

$$y(t) = f_{v(t)}[x(t)]. \tag{14}$$

В дальнейшем для упрощения записи аргумент t в формулах будем опускать. Внутреннюю случайную величину v можно иногда интерпретировать как дополнительное случайное воздействие на входе детерминированной системы [19]. Тогда (14) можно переписать в виде (рис. 3)

$$y = f(x,v). \tag{15}$$

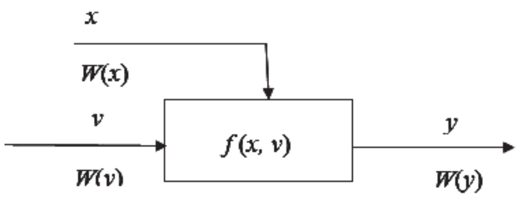

Рис. 3. Детерминированная система со стохастическими входами

При этом v оказывает рандомизирующее воздействие на параметры статической системы. Это приводит к естественному смешению случайных, выходных процессов при их преобразовании в системе, т.е. к эффекту естественного образования смесей распределений.

Рассмотрим примеры.

Пример 1. Предположим, что распределение внешних воздействий представлено в виде взвешенной суммы гауссовских распределений. С учетом свойства условных плотностей вероятности выходных процессов можно записать:

$$W\left(\frac{y}{x}\right)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta\left[y-f(x,v)\right]w(v)\,dv.$$

Если существует однозначная обратная функция $v=\varphi(x,y)$, то условная плотность запишется в виде

$$W\left(\frac{y}{x}\right)=\sum_{n=1}^{N}q_n^{(v)}W_n^{(v)}\left[\varphi(x,y),\lambda_n^{(v)}\right]\left|\frac{d\varphi(x,y)}{dy}\right|,$$

где $\lambda_n^{(v)}$ — параметр плотности вероятности n-й компоненты смеси внешнего воздействия.

Тогда совместная плотность вероятности входного и выходного процессов примет вид

$$W(x,v)=\sum_{n=1}^{N_x}q_n^{(x)}\sum_{i=1}^{N_y}q_i^{(v)}W_n^{(x)}(x,\lambda_n^{(x)})W_i^{(v)}\times$$
$$\times\left[\varphi(x,y),\lambda_i^{(v)}\right]\left|\frac{d\varphi(x,y)}{dy}\right|,$$

где $\lambda_n^{(x)}$ – параметр n-й компоненты плотности вероятности входного процесса X.

Полученное выражение совместных плотностей входа-выхода системы позволяет найти плотность вероятности процесса

$$W(y)=\sum_{n=1}^{N_x}\sum_{i=1}^{N_y}q_n^{(x)}q_i^{(v)}\int_{-\infty}^{\infty}W_n^{(x)}(x,\lambda_n^{(x)})W_i^{(v)}\times$$
$$\times\left[\varphi(x,y),\lambda_i^{(v)}\right]\left|\frac{d\varphi(x,y)}{dy}\right|dx.$$

Пользуясь этой формулой, определим плотность вероятности рассеивания потенциальной энергии деформации линейного упругого материала при случайных температурных воздействиях.

Известно, что потенциальная энергия деформации стержня u связана с модулем упругости и деформацией соотношением

$$u=\frac{1}{2}E\varepsilon^2.$$

Допустим, что модуль упругости E является функцией температуры:

$$E=E_0\left[1-\alpha_T(T-T_0)\right],$$

где E_0 — модуль упругости при $T_0=25\ ^\circ\mathrm{C}$;

α_T — коэффициент пропорциональности.

Считаем, что плотность вероятностей температуры является смесью гауссовских плотностей вероятности:

$$W^{(T)}(T)=\sum_{n=1}^{N_T}q_i^{(T)}W\left(T,m_i^{(T)},\sigma_i^{(T)}\right),$$

где q_i, m_i, σ_i — параметры гауссовских компонент случайного температурного воздействия.

Аналогично плотность вероятности случайной деформации имеет вид

$$W^{(\varepsilon)}(\varepsilon)=\sum_{n=1}^{N_\varepsilon}q_n^{(\varepsilon)}W\left(\varepsilon,m_n^{(\varepsilon)},\sigma_n^{(\varepsilon)}\right),$$

где $m_n^{(\varepsilon)}$ и $\sigma_n^{(\varepsilon)}$ — математические ожидания и среднеквадратические отклонения деформации ε.

В этих условиях плотность распределения потенциальной энергии определяется как

$$W(y)=\sum_{n=1}^{N_\varepsilon}\sum_{i=1}^{N_T}q_n^{(\varepsilon)}q_i^{(T)}\int_{-\infty}^{\infty}W(\varepsilon,m_n^{(\varepsilon)},\sigma_n^{\varepsilon})W\times$$
$$\times\left[\alpha_T^{-1}\left(1-2u\varepsilon^{-2}+\alpha_T T_0\right)m_i^{(T)},\sigma_i^{(T)}\right]-\left|2\alpha_T^{-1}\varepsilon^{-2}\right|d\varepsilon,$$

где обратная функция $T=\varphi(\varepsilon,u)$ и якобиан преобразования, соответственно,

$$T=\alpha_T^{-1}\left(1-2u\varepsilon^{-2}+\alpha_T T_0\right);\quad \frac{d\varphi}{du}=-2\alpha_T^{-1}\varepsilon^{-2}.$$

Пример 2. Пусть между поперечной нагрузкой, действующей на балку, и ее деформацией существует стохастическая связь, обусловленная, например, наличием внутреннего дефекта, если для исследуемого сечения известны функции плотности изгибающего момента и изгибной жесткости.

Полагаем, что жесткость балки имеет плотность вероятности W_{EJ}, а нагрузка — W_M.

В соответствии с приведенной выше схемой (см. рис. 3) внутреннюю случайную величину можно рассматривать как дополнительное случайное воздействие (рис. 4).

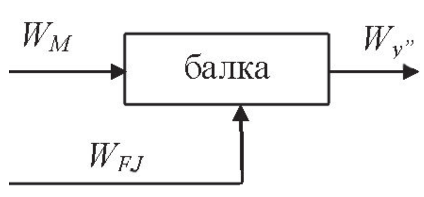

Рис. 4. Пример стохастической системы

Считая нагрузку и жесткость независимыми, имеем

$$W(y") = \int_{-\infty}^{\infty} W_{вх}(M, EJ)\left|\frac{dM}{dy"}\right| d(EJ) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} W_M(y", EJ) W_{EJ}(EJ) \left|(EJ) d(EJ)\right|. \qquad (16)$$

Здесь $W_{вх}(M, EJ)$ — совместная плотность вероятности:

$$W_{вх}(M, EJ) = W_{вх}(M) \cdot W_{вх}(EJ).$$

Очевидно, что формула (16) дает нелинейную функцию плотности смеси, а не какого-либо стандартного распределения. На практике жесткость при определенном уровне разрушения конструкции начинает явно зависеть от нагрузки, и потому совместную плотность вероятности $W_{вх}(M, EJ)$ надо определять с учетом этого обстоятельства.

Выводы

Нелинейное поведение элемента конструкции, вызванное, например, расслоением или трещиной, может существенно изменить закон распределения исходного случайного процесса и в общем случае не описывается нормальным распределением. Предложенный подход к построению моделей может быть полезен при идентификации систем, описываемых эволюционными уравнениями.

Изложенный материал может быть использован при прочностном анализе конструкций, когда параметры нагрузки изделия и его деформации являются случайными функциями.

Библиографический список

1. *Алифанов О.М., Иванов Н.А., Колесников В.А., Меднов А.Г.* Определение температурных зависимостей теплофизических характеристик анизотропных материалов из решения обратной задачи // Вестник Московского авиационного института. 2009. Т. 16. № 5. С. 247-254.
2. *Пархомовский Я.М.* О двух задачах идентификации, встречающихся при расчетах на прочность // Труды ЦАГИ. Выпуск 1999. М.: Издательский отдел ЦАГИ, 1979. 16 с.
3. *Одиноков Ю.Г. Одиноков А.Ю.* К определению нагрузок на тонкостенную конструкцию по параметрам ее напряженно-деформированного состояния // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 1984. № 4. С. 53-58.
4. *Редько В.Ф., Ушкалов В.Ф., Яковлев В.П.* Идентификация механических систем. — Киев: Наукова думка, 1985. – 216 с.
5. *Костин В.А., Торопов М.Ю., Снегуренко А.П.* Обратные задачи прочности летательных аппаратов. – Казань: Изд-во Казанского государственного технического университета, 2002. – 284 с.
6. *Быков А.В., Парафесь С.Г., Смыслов В.И.* Программно-аппаратный комплекс для проведения расчетно-экспериментальных исследований аэроупругой устойчивости летательных аппаратов // Вестник Московского авиационного института. 2009. Т. 16. № 5. С. 56-63.
7. *Небелов Е.В., Потоцкий М.В., Родионов А.В., Горский А.Н.* Механизм развития повреждений лопастей воздушного винта из композиционных материалов при воздействии поражающих элементов // Вестник Московского авиационного института. 2016. Т. 23. № 1. С. 26-31.
8. *Максимов Н.А., Малюта Е.В., Шаронов А.В.* Система автоматизированного учета повреждений воздушного судна, зафиксированных при предполетном осмотре // Вестник Московского авиационного института. 2015. Т. 22. № 4. С. 85-90.
9. *Селихов А.Ф., Чижов В.М.* Вероятностные методы в расчетах прочности самолета. — М.: Машиностроение, 1987. — 240 с.
10. *Болотин В.В.* Статистические методы в строительной механике. — М.: Стройиздат, 1961. — 202 с.
11. *Болотин В.В.* Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. — М.: Стройиздат, 1971. — 225 с.
12. *Гусев А.С., Светлицкий В.А.* Расчет конструкций при случайных воздействиях. — М.: Машиностроение, 1984. — 240 с.
13. *Светлицкий В.А.* Случайные колебания механических систем. — М.: Машиностроение, 1991. — 316 с.
14. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. — М.: Высшая школа, 2000. — 383 с.
15. *Крылов А.А., Москаев В.А.* Методика проведения рентгеноскопического контроля и анализа технического состояния элементов конструкции воздушного судна с сотовым заполнителем // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 2. С. 139-146.
16. *Одиноков Ю.Г.* Расчет тонкостенных конструкций типа крыла, фюзеляжа и оперения самолетов // Труды КАИ. 1946. Вып. 18. С. 39–106.
17. *Бассервиль М., Вилски А., Банвенист А.* и др. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем. — М.: Мир, 1989. — 278 с.
18. *Гольцман Ф.М.* Физический эксперимент и статистические выводы: Учеб. пособие. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1982. — 192 с.
19. *Сафиуллин Н.З.* Анализ стохастических систем и его приложения. – Казань: Изд-во Нац. гос. технич. университета, 1998. — 168 с.
20. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения: В 2-х томах. — М.: Мир, 1967. — (498+752) с.

21. *Bogdanoff J.L., Kozin F.* Probabilistic Models of Cumulative Damage. — New York: John Wiley & Sons, 1985. — 341 p. DOI: 10.1137/1028146
22. *Новикова С.В., Снегуренко А.П.* Решение обратной задачи для динамической стохастической системы на примере управления газотурбинным авиационным двигателем // Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании: Сборник трудов XIII Международной научной конференции (12–16 июля 2017, Саранск). Саранск: Изд-во Средневолжского математического общества, 2017. С. 119-130.
23. *Арсланов А.М.* Вероятностные подходы к силовому проектированию элементов конструкций. — Казань: КАИ, 1992. – 92 с.
24. *Костин В.А.* О роли смесей распределений случайной величины в диагностике состояния конструкций // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2013. № 4(72). С.13-15.

ON PROBABILISTIC METHODS APPLICATION TO SOLVING AIRCRAFT STRENGTH INVERSE COEFFICIENT PROBLEMS

Valitova N.L., Kostin V.A.*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, KNRTU-KAI, 10, K. Marx str., Kazan, Tatarstan, 420111, Russia
** e-mail: VAKostin@kai.ru*

Abstract

Solving problems of static strength, fatigue resistance, and aeroelasticity can be performed in both deterministic and probabilistic formulation. Deterministic approach for aircraft strength computing is adopted as the basic one both in this country and abroad. Aircraft safety requirements increasing leads to the necessity of considering probabilistic safety criteria and development of normative standards for them.

The article deals with solving the inverse strength problems in a probabilistic setting in a general form. In the most general case, the elements of the “output”, as well as parameters of the structure under study, characterized by a certain operator, are stochastic. It is assumed that the probabilistic measure of the “output” is known and can be defined in the form of theoretical distribution law. In this case, the inverse strength problem in probabilistic setting is reduced to either determining the probabilistic measure of parameters of the “input” (at the determined parameters of the “object”), or to determining the probabilistic measure of the “object” parameters. It is assumed initially, that the problems under consideration are quasi-static, and unique deterministic dependence between the “input” and the “output” is known.

Examples of linear transformations for random variables are given when determining probability characteristics of load restoration and identification of structures for the two models, namely a beam and a thin-walled Odinokov’s structure.

Further, the article presents methods for analyzing static systems with random parameters. The real structural elements parameters randomness is being caused by the external environment disturbing effects, unavoidable technological production errors etc. It manifests in the form of cracks, starved spots, initial irregularities and other factors, which may affect the structure behavior in various ways. In particular, destruction may be associated with a large number of dislocations and stresses redistributions. This allows expecting non-linear manifestations in the structure material behavior in the form of hysteresis loops, leading in general case to non-Gaussian distribution of random values.

When considering static systems hereafter, an internal random value (e.g. crack) is being interpreted as an additional random impact at the deterministic system input. This affects the system behavior and leads to natural mixing of random output processes while their transformation in the system, i.e. the effect of natural formation of mixture of distributions.

The examples of determining the probability density for the potential energy dissipation of the rod deformation at random thermal effects, as well as functions of the mixture density in the presence of the internal defect in the beam were considered.

The obtained material can be recommended for developing a base of standards on mixtures’ references necessary for the purposes of structures diagnostics.

Keywords: random values, random phenomena mixing, stiffness properties.

References

1. Alifanov O.M., Ivanov N.A., Kolesnikov V.A., Mednov A.G. A technique to evaluate temperature dependences of thermal and physical characteristics for anisotropic

materials basing on an inverse problem solution. *Aerospace MAI Journal*, 2009, vol. 16, no. 5, pp. 247-254.
2. Parkhomovskii Ya.M. *Trudy TsAGI*. Issue 1999. Moscow, Izdatel'skii otdel TsAGI, 1979, 16 p.
3. Odinokov Yu.G. Odinokov A.Yu. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaya tekhnika*, 1984, no. 4, pp. 53-58.
4. Red'ko V.F., Ushkalov V.F., Yakovlev V.P. *Identifikatsiya mekhanicheskikh system* (Identification of mechanical systems), Kiev, Naukova dumka, 1985, 216 p.
5. Kostin V.A., Toropov M.Yu., Snegurenko A.P. *Obratnye zadachi prochnosti letatel'nykh apparatov* (Inverse strength problems of aircraft), Kazan, Kazanskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet, 2002, 284 p.
6. Bykov A.V., Parafes S.G., Smyslov V.I. Hardware and software tools for computational and experimental investigations of aircraft aeroelastic stability. *Aerospace MAI Journal,* 2009, vol. 16, no. 5, pp. 56-63.
7. Nebelov E.V., Pototskii M.V., Rodionov A.V., Gorskii A.N. Mechanism of damage propagation to the propeller blades of composite materials with exposed damaging elements. *Aerospace MAI Journal*, 2016, vol. 23, no. 1, pp. 26-31.
8. Maximov N.A., Maluta E.V., Sharonov A.V. Automated system for aircraft failures recorded during preflight inspection recordkeeping. *Aerospace MAI Journal,* 2015, vol. 22, no. 4, pp. 85-90.
9. Selikhov A.F., Chizhov V.M. *Veroyatnostnye metody v raschetakh prochnosti samoletu* (Probabilistic methods in calculating the aircraft strength), Moscow, Mashinostroenie, 1987, 240 p.
10. Bolotin V.V. *Statisticheskie metody v stroitel'noi mekhanike* (Statistical methods in structural mechanics), Moscow, Stroiizdat, 1961, 202 p.
11. Bolotin V.V. *Primenenie metodov teorii veroyatnostei i teorii nadezhnosti v raschetakh sooruzhenii* (Application of probability and reliability theory methods in calculations of structures), Moscow, Stroiizdat, 1971, 225 p.
12. Gusev A.S., *Svetlitskii V.A. Raschet konstruktsii pri sluchainykh vozdeistviyakh* (Calculation of structures at random impacts), Moscow, Mashinostroenie, 1984, 240 p.
13. Svetlitskii V.A. *Sluchainye kolebaniya mekhanicheskikh system* (Random oscillations of mechanical systems), Moscow, Mashinostroenie, 1991, 316 p.
14. Venttsel' E.S., Ovcharov L.A. *Teoriya sluchainykh protsessov i ee inzhenernye prilozheniya* (Theory of stochastic processes and its engineering applications), Moscow, Vysshaya shkola, 2000, 383 p.
15. Krylov A.A., Moskaev V.A. A technique for fluoroscopic control and analysis of technical condition of aircraft structural elements with honeycomb filler. *Aerospace MAI Journal,* 2019, vol. 26, no. 2, pp. 139-146.
16. Odinokov Yu.G. *Trudy KAI,* 1946, issue 18, pp. 39–106.
17. Basseville M., Benveniste A. (eds.) *Detection of Abrupt Changes in Signals and Dynamical Systems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1986, 375 p. DOI: 10.1007/BFb0006385
18. Gol'tsman F.M. *Fizicheskii eksperiment i statisticheskie vyvody* (Physical experiment and statistical inferences), Leningrad, LGU, 1982, 192 p.
19. Safiullin N.Z. *Analiz stokhasticheskikh sistem i ego prilozheniya* (Analysis of stochastic systems and its applications), Kazan, Natsional'nyi gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet, 1998, 168 p.
20. Feller W. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*. In 2 vols. 3rd edition. Wiley, 1968 & 1971, 528 & 704 p.
21. Bogdanoff J.L., Kozin F. *Probabilistic Models of Cumulative Damage*. New York, John Wiley & Sons, 1985, 341 p. DOI: 10.1137/1028146
22. Novikova S.V., Snegurenko A.P. *Materialy XIII Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii (12–16 July 2017, Saransk) "Differentsial'nye uravneniya i ikh prilozheniya v matematicheskom modelirovanii"*. Saransk, Izdatel'stvo Sredne-volzhskogo matematicheskogo obshchestva, 2017, pp. 119-130.
23. Arslanov A.M. *Veroyatnostnye podkhody k silovomu proektirovaniyu elementov konstruktsii* (Probabilistic approaches to the power design of structural elements), Kazan, KAI, 1992, 92 p.
24. Kostin V.A. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. A.N. Tupoleva*, 2013, no. 4(72), pp. 13-15.