## МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи

Ruchke

Кишко Дмитрий Владимирович

# Повышение точности определения навигационных параметров вертолета при посадке на корабль

Специальность: 05.12.14 - «Радиолокация и радионавигация»

**ДИССЕРТАЦИЯ** 

на соискание учёной степени кандидата технических наук

Научный руководитель: кандидат технических наук, профессор, А.И. Фомин

# Оглавление

Введение
Глава 1. Методы и средства посадки вертолета на палубу корабля 18
1.1 Требования к морским системам посадки летательного аппарата 18
1.2 Классификация навигационных систем посадки вертолета 22
1.2.1 Автономные навигационные системы
1.2.2 Визуальные (оптические) системы24
1.2.3 Радиосистемы ближней и дальней навигации 24
1.2.4 Системы инструментальной посадки летательного аппарата 25
1.2.5 Спутниковые радионавигационные системы
1.2.6 Локальные радионавигационные системы посадки
1.2.7 Радиолокационные системы посадки 29
1.3 Помехозащищенность глобальных навигационных спутниковых систем 30
1.4 Средства учета качки корабля и ориентации вертолета при посадке 37
1.5 Постановка задачи исследования 41
1.5 Выводы по главе 1 43
Глава 2. Принципы построения локальных радионавигационных систем посадки
вертолета на палубу корабля 44
2.1 Обобщенная структурная схема локальной радионавигационной системы
посадки
2.2 Формирование и обработка радиосигналов локальных радионавигационных
корабельных систем посадки 45
2.3 Влияние многолучевого распространения сигналов
2.4 Математические модели измерений параметров радиосигналов локальных
радионавигационных систем 60
2.5 Методы синхронизации передающих устройств корабельного сегмента 65

2.5.1 Двухсторонний метод синхронизации приемо-передающих модулей 68
2.5.2 Односторонние методы синхронизации с передающими и одним
приемным модулями
2.5.3 Сравнение методов синхронизации передающих устройств
радионавигационных модулей85
2.6 Выводы по главе 2
Глава 3. Анализ алгоритмов определения навигационных параметров вертолета в
локальных радионавигационных системах посадки на палубу корабля
3.1 Классификация алгоритмов определения навигационных параметров
вертолета
3.2 Линеаризация математических моделей измерений и представление их в
матричном виде
3.3 Анализ алгоритмов определения навигационных параметров вертолета при
обработке псевдофазовых измерений 99
3.4 Модифицированный алгоритм многомодальной фильтрации 104
3.4.1 Анализ эффективности применения модификаций алгоритма
многомодальной фильтрации113
3.5 Выводы по главе 3123
Глава 4. Исследование характеристик работы локальных радионавигационных
систем посадки вертолета на палубу корабля 125
4.1 Оптимизация размещения навигационных модулей на корабле 125
4.2 Методика исследования точности определения навигационных параметров
вертолета
4.3 Анализ точности определения координат и скоростей вертолета 134
4.3.1 Сравнительный анализ точности алгоритмов определения координат и
скоростей без разрешения целочисленной неолнозначности

4.	3.2	Анализ	характеристик	точности	модифи	цированного	алгоритма
MI	ного	модальн	ой фильтрации		••••••	•••••	
4.	3.4	Анализ	влияния смещен	ия фазовых	центров	антенн на в	погрешность
ОГ	пред	еления к	оординат		••••••	•••••	144
4.4 I	Зыво	оды по гл	таве 4				146
Заключ	чени	ıe					
Списо	к сон	кращени	й и условных обо	значений	••••••		
Списо	к ли	гературь	I		••••••		
Прило	жені	ие А					

### Введение

#### Актуальность темы диссертации

обеспечения захода и посадки вертолета на палубу корабля Для используются различные системы, которые позволяют летчику в короткий промежуток времени принять решение и выработать набор действий для осуществления безопасной посадки. Для уменьшения влияния человеческого фактора процедуры захода и посадки вертолетов на палубу корабля автоматизируют путем определения навигационных параметров вертолета (координат, скоростей, ориентации) относительно корабля на основе информации от измерительных систем. В настоящее время перспективным для обеспечения автоматизированной посадки считается использование навигационных приемников сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), работающих в дифференциальном режиме. Следует отметить, что радиолинии информации измерения И передачи космическими аппаратами (KA) В потребителей низкой навигационные приемники (HII) ГНСС обладают помехоустойчивостью при воздействии организованных помех. Этот недостаток объясняется малым отношением сигнал/шум на входе НП ввиду большой дальности между КА и НП и является существенным при использовании ГНСС не только в военных, но и в гражданских системах. В связи с этим в последнее время альтернативные подходы обеспечению безопасной развиваются К автоматизированной посадки.

Одним ИЗ перспективных направлений для обеспечения автоматизированной посадки вертолета на палубу корабля является использование локальных радионавигационных систем (ЛРНС), обладающих большей энергетикой по сравнению с ГНСС и позволяющих обеспечить помехозащиту и автономность работы радиосистемы в условиях воздействия помех. В ГНСС высокая точность определения навигационных параметров достигается за счет использования информационной избыточности измерений и обеспечения низкого коэффициента геометрии К<sub>г</sub>, который связывает дисперсию

ошибки измерений с дисперсией определения навигационных параметров потребителя. Коэффициент геометрии, зависит от взаимного положения НП и КА, измерения которых участвуют в процессе обработки. В первом приближении можно полагать, что расстояние между соседними КА сопоставимо с расстоянием между КА и НП и в типовой ситуации коэффициент геометрии равен  $K_{r,\GammaHCC} \approx 2$ . В ЛРНС расстояние между передающими устройствами, при ограниченных размерах площади размещения на палубе, значительно меньше расстояния до вертолета, заходящего на посадку, вследствие чего коэффициент геометрии значительно больше, чем в ГНСС  $K_{r,ЛPHC} \gg K_{r,\GammaHCC}$ . Поэтому одним из существенных недостатков ЛРНС является значительное увеличение ошибки определения навигационных параметров вертолета при его удалении от корабля. Ввиду этого, разработка новых методов, обеспечивающих повышение точности определения навигационных параметров вертолета, является актуальной задачей.

ЛРНС могут быть использованы при развертывании мобильных автономных систем автоматизированной посадки пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов вертолётного типа на необорудованных площадках наземного базирования. Данная проблематика особенно актуальна в настоящее время в связи с высокими темпами развития и применения беспилотных летательных аппаратов.

На текущий момент основные усилия в области исследования и разработки локальных радионавигационных систем направлены на развитие наземных вариантов исполнения данных системы [1, 2, 3]. Несмотря на кажущиеся сходства морских и наземных локальных радионавигационных систем, существуют некоторые различия. Так, например, в морском варианте исполнения необходимо учитывать качку корабля при заходе и посадке вертолета. Использование традиционных подходов, применяемых в наземном варианте, в локальных радионавигационных системах корабельного базирования требует дополнительных исследований.

Принципы функционирования, основные параметры и тактико-технические характеристики существующих коммерческих систем автоматизированной

посадки вертолета на палубу корабля, например, таких как DeckFinder, в известной автору литературе [4, 5] раскрываются не полно.

## Объект и предмет диссертационного исследования

Объектом исследования является локальная радионавигационная корабельная система посадки вертолета.

Предметом исследования являются повышения методы точности определения навигационных параметров (координат и скоростей) вертолета морской выполнении посалки палубу авиации при захода И на В корабельной локальной автоматизированном режиме использованием С радионавигационной системы.

#### Цель и задачи работы

Целью диссертационной работы является повышение точности определения навигационных параметров вертолета в результате разработки и исследования алгоритмов вторичной обработки измерений параметров радиосигналов локальной радионавигационной системы корабельной посадки.

В соответствии с поставленной целью в диссертационной работе были решены следующие задачи:

- 1) Обоснована структура локальных радионавигационных систем, обеспечивающих автоматизированную посадку вертолета на палубу корабля;
- 2) Проведено сравнение помехозащиты аппаратуры ГНСС и ЛРНС.
- 3) Разработаны методы синхронизации передающих устройств корабельных радионавигационных модулей ЛРНС, обеспечивающие когерентное излучение без применения процедур калибровки приемо-передающих трактов в процессе работы системы. Показано, что среднеквадратическая погрешность синхронизации в разработанных методах не превышает значения 10 пс при значении несущей частоты f<sub>0</sub>=10ГГц.
- 4) Показано, что при ограниченном количестве корабельных радионавигационных модулей и большом коэффициенте геометрии,

реализуемым, как правило, в системах с малыми базами, известные алгоритмы вторичной обработки измерений псевдодальности, псевдодоплера и псевдофазы, основанные на рекуррентных алгоритмах оценивания, являются при определенных условиях расходящимися, либо обладают погрешностью оценки параметров, неудовлетворяющей требованиям автоматизированной посадки.

- 5) Разработан алгоритм многомодальной фильтрации на основе адаптации теории линейного рекуррентного оценивания псевдофазовых измерений на класс нелинейных задач с применением процедуры разрешения целочисленной неоднозначности, позволяющий увеличить точность определения навигационных параметров за счет обработки псевдофазовых измерений и применения процедуры разрешения целочисленной неоднозначности при ограниченном числе модулей и плохом геометрическом факторе К<sub>г</sub> ≫ 2.
- 6) Проведен сравнительный анализ разработанного алгоритма, в результате которого получены среднеквадратические погрешности оценки координат и скоростей вертолета относительно корабля при посадке не хуже σ<sub>c</sub> ≤ 0.2м и σ<sub>v</sub> ≤ 0.7 м/с соответственно.
- 7) Разработана с использованием среды Matlab модель алгоритмов вторичной обработки сигналов и проведено моделирование, результаты которого включают оценки точности и сходимости алгоритма, подтверждающие его адекватную работу.
- Решена задача параметрической оптимизации размещения антенн корабельных навигационных модулей ЛРНС на палубе с учетом возможных положений вертолета и конструктивных особенностей корабля;
- 9) Проведен анализ влияния смещения фазовых центров антенн корабельных навигационных модулей на погрешность определения координат вертолета и приведены рекомендации для уменьшения данного влияния.

## Научная новизна работы

- 1) Разработаны методы синхронизации радионавигационных модулей ЛРНС, позволяющие обеспечить когерентность излучения передающих устройств модулей со среднеквадратической погрешностью не хуже 0,6 рад, что соответствует задержке по времени фазы несущего колебания равной 10 пс при  $f_0 = 10\Gamma\Gamma$ ц. Предложенный обеспечивает несущей частоте подход синхронизацию по полезному сигналу в фоновом режиме при одновременном целевой функции системы И не требует выполнении применения процедур калибровки, использования дополнительных дополнительной аппаратуры и имеет погрешность сравнимую с погрешностью дорогостоящих процедур синхронизации.
- 2) Разработан алгоритм многомодальной фильтрации на основе адаптации теории линейного рекуррентного оценивания псевдофазовых измерений на класс нелинейных задач с применением процедуры разрешения целочисленной неоднозначности. Анализ показал, что предлагаемый алгоритм позволяет снизить вероятность появления аномальной ошибки разрешения целочисленной неоднозначности примерно в 20 раз и тем самым уменьшить среднеквадратическую погрешность определения координат вертолета более чем в 10 раз по сравнению с линейным подходом.
- 3) Разработана имитационная модель определения навигационных параметров вертолета с использованием измерений параметров радиосигналов локальной радионавигационной корабельной системы посадки, позволившая провести сравнительный анализ разработанного алгоритма с известными аналогами, решить задачу параметрической оптимизации размещения навигационных модулей на корабле и определить допустимые смещения фазовых центров антенн навигационных модулей.

### Практическая и теоретическая значимость работы

- Рассмотренные принципы построения и функционирования локальных радионавигационных корабельных систем посадки вертолета на палубу могут быть использованы при проектировании радионавигационных систем захода и автоматизированной посадки пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов на вертолетные площадки морских буровых платформ, стационарные аэродромы и наземные неподготовленные площадки.
- Разработанные методы синхронизации могут применяться в многопозиционных радиолокационных системах с малыми базами для обеспечения когерентного излучения распределенных передающих устройств;
- 3) На основе теории линейного рекуррентного оценивания с использованием неоднозначных псевдофазовых измерений разработана ранее не встречающаяся в теории модификация алгоритма многомодальной фильтрации, позволяющая снизить вероятность появления аномальной ошибки в 20 раз по сравнению с линейным алгоритмом.
- 4) Разработанный алгоритм многомодальной фильтрации может применяться при обработке фазовых измерений в наземных и авиационных когерентноимпульсных радиолокационных станциях, многобазовых пеленгаторах и при определении навигационных параметров объекта по сигналам ГНСС.
- 5) Результаты анализа влияния смещений фазовых центров антенн радионавигационных модулей корабельного сегмента и параметрической оптимизации размещения модулей на корабле могут быть использованы на этапах проектирования и развертывания корабельных ЛРНС.

## Методы исследования

В диссертационном исследовании были использованы методы теории вероятности и математической статистики, численные методы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, статистической теории радиотехнических систем, теории оптимальной фильтрации случайных процессов, программирование. В процессе исследования применялись программы компьютерного моделирования, учитывались рекомендации и нормативные документы ИКАО и МСЭ, а также материалы периодической печати.

#### Основные положения, выносимые на защиту

- 1) Предложены принципы построения и функционирования корабельных радионавигационных локальных систем, преимуществом которых ПО сравнению с действующими спутниковыми радионавигационными системами является способность В условиях воздействия организованных помех определять навигационные параметры вертолета с погрешностью, требуемой для посадки на палубу корабля в автоматизированном режиме, за счет повышения энергетики радиосистемы, обеспечения когерентности излучаемых применения фильтрационных обработки сигналов И алгоритмов псевдофазовых измерений с разрешением целочисленной неоднозначности.
- 2) Разработаны методы синхронизации пространственно-разнесенных модулей корабельного сегмента в процессе его работы по целевому радиосигналу, не требующие проведения калибровки приемо-передающих трактов модулей и обеспечивающие когерентное излучение среднеквадратической co погрешностью не хуже 0,6 рад, благодаря совместной обработке измерений параметров излучаемых радиосигналов И использовании ланных 0 пространственном положении фазовых центров антенн.
- 3) Разработанный алгоритм многомодальной фильтрации псевдофазовых измерений, основанный на развитии теории линейного рекуррентного оценивания на класс нелинейных задач, позволяет увеличить объем области сходимости до 70 %, что снижает вероятность появления аномальной ошибки в 20 раз по сравнению с линейным подходом за счет уменьшения влияния ошибки линеаризации, изменении правила выбора наиболее правдоподобной моды на шаге коррекции и нормировки функции правдоподобия.
- Имитационная модель корабельной радионавигационной системы захода и посадки вертолета на палубу корабля, позволяет провести исследование различных алгоритмов вторичной обработки, результаты сравнительного

анализа которого показывают, что в условиях плохого геометрического фактора  $K_r \gg 2$  разработанный алгоритм многомодальной фильтрации обеспечивает уменьшение среднеквадратической погрешности определения координат в 10 и более раз, что подтверждает преимущество разработанного алгоритма по сравнению с известными аналогами.

#### Достоверность полученных результатов

Достоверность полученных результатов обуславливается использованием адекватного статистического и математического аппарата, представленной методикой проведения вычислительных экспериментов и многократной повторяемостью результатов, а также подтверждается соответствием полученных результатов с результатами исследований, приведенных в общедоступной литературе.

## Внедрение результатов работы

Основные результаты диссертационной работы внедрены в ОАО «Радиотехнический институт им. академика А.Л. Минца» при разработке технических предложений по реализации дополнительного канала в изделии «БРИЗ», требуемого для обеспечения посадки вертолета на палубу корабля. Акт о внедрении приведен в приложении к диссертации.

## Апробация результатов работы

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на всероссийских и региональных конференциях и вошли в сборники тезисов докладов:

 Шевченко Р.А., Прядкин С.П., Кишко Д.В., Ялин А.К. Решение задач ближней навигации и посадки вертолетов при использовании сигналов широкополосных радиолиний связи. «Перспективы развития РЛС дальнего обнаружения и интегрированных систем и комплексов информационного обеспечения Воздушно-космической обороны (РТИ Системы ВКО-2013)». Всероссийская научно-техническая конференцию: Сборник материалов. – М.: Вега-Инфо, 2013. – 328 с.

- 2) Прядкин С.П., Кишко Д.В., Шевченко Р.А. Комплексный способ определения координат, вектора путевой скорости и дальности авиационно-космических объектов на основе разностно-дальномерного метода. «Перспективы развития РЛС дальнего обнаружения и интегрированных систем и комплексов информационного обеспечения Воздушно-космической обороны (РТИ Системы ВКО-2014)»: II Всероссийская научно-техн. конф.: Сборник материалов. М.: Радиотехника, 2014, 368 с.: ил.
- Шевченко Р.А., Кишко Д.В. Средства и методы посадки летательного аппарата на палубу корабля. Московская молодежная научно-практическая конференция «Инновации в авиации и космонавтике - 2015». 21-23 апреля 2015 года. Москва. Сборник тезисов докладов.

## Публикации

Основные результаты диссертационного исследования изложены в 5 печатных работах, среди которых 4 статьи опубликованы в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых журналов ВАК, рекомендованных для публикации основных научных результатов диссертации на соискание ученой степени кандидата наук, и 1 патент на изобретение:

- Кишко Д.В. Влияние смещения фазовых центров антенн на точность определения координат летательных аппаратов в радионавигационных корабельных системах посадки. // «Наукоемкие технологии», М.: Радиотехника. 2015, № 8 стр. 31-35.
- Кишко Д.В. Определение координат объекта на основе многомодовой фильтрации неоднозначных фазовых измерений // Электронный журнал «Труды МАИ», Москва, 2015, № 82.
- Кишко Д.В. Синхронизация передающих устройств распределенных радиотехнических систем навигации и посадки летательного аппарата // Электронный журнал «Труды МАИ», Москва, 2015, № 82.

- Кишко Д.В. Анализ точности определения собственных координат при использовании радионавигационной системы с малыми базами между передатчиками. // Электронный журнал «Труды МАИ», Москва, 2014, № 78.
- 5) Урличич Ю.М., Жодзишский А.И., Большаков В.О., Нестеров О.В., Кишко Д.В. Способ определения местоположения объекта при использовании глобальных навигационных спутниковых систем и система для его реализации. – Патент на изобретение RU № 2492499 С1 от 01.03.2012

## Личный вклад автора

Результаты исследований и теоретических расчетов, представленные в диссертационной работе, получены лично автором или при его непосредственном участии. Рассматриваемые в диссертации алгоритмы вторичной обработки результатов измерений параметров радиосигналов были реализованы в виде моделей и программ лично автором.

## Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений, списка литературы и приложения А. Работа изложена на 160 страницах машинописного текста, содержит 37 рисунков, 5 таблиц и 164 формулы, список литературы включает 69 наименований.

Во введении рассмотрены актуальность темы исследования и степень ее разработанности. Определяются объект и предмет работы, формируются цели и задачи исследования. Конкретизируется научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы. Формулируются положения, выносимые на защиту, приводится степень апробации результатов работы.

В первой главе приведены требования к морским навигационным системам автоматизированной посадки вертолета, которые помимо стандартных требований, например, таких как климатическое исполнение дополнительно включают требования к площади размещения и габаритам аппаратуры на корабле, массе бортового оборудования вертолета, точности определения навигационных

параметров вертолета относительно корабля, способности работать в условиях воздействия помех. На основе рассмотренных требований проведен анализ современных средств и методов, обеспечивающих посадку вертолета на палубу Из наиболее полно обеспечения корабля. анализа следует, что ЛЛЯ автоматизированной посадки удовлетворяют требованиям предъявленным локальные радионавигационные системы.

Исследована помехозащищенность аппаратуры локальной радионавигационной системы в сравнении с аппаратурой ГНСС.

Рассмотрены основные методы учета качки корабля, необходимые для обеспечения автоматизированной посадки вертолета на палубу.

Представлены основные принципы увеличения точности определения навигационных параметров вертолета в локальных радионавигационных системах.

Во второй главе рассмотрены принципы построения и функционирования локальных радионавигационных систем посадки вертолета на палубу корабля и используемые сигнально-кодовые конструкции. Приведены методы формирования измерений параметров радиосигналов, на основе которых решается задача определения навигационных параметров вертолета, а также представлены математические модели формируемых измерений. Рассмотрены методы компенсации систематических смещений, присутствующих В математических моделях измерений параметров радиосигналов локальных радионавигационных корабельных систем.

Разработаны методы синхронизации передающих устройств модулей корабельного радионавигационных сегмента, позволяющие компенсировать расхождение шкал времени модулей при различных структурах построения системы. В результате анализа показано, что предложенные методы синхронизации радионавигационных модулей ЛРНС исключают калибровку приемо-передающих трактов и позволяют обеспечить когерентное излучение передающих устройств со среднеквадратическую погрешностью не хуже 0,6 рад, соответствующей временной задержке, вычисляемой по фазе несущего колебания

с частотой  $f_0=10\Gamma\Gamma\mu$  порядка 10 пс, при использовании кварцевых генераторов с относительной нестабильность  $10^{-9} \dots 10^{-6}$ .

В третьей главе проведен анализ существующих подходов по определению навигационных параметров вертолета при использовании локальной радионавигационной корабельной системы посадки. Показано, что для получения высокой точности определения навигационных параметров при ограниченном навигационных модулей необходимо производить количестве совместную обработку измерений псевдодальности, псевдодоплера псевдофазы И радиосигналов с использованием фильтрационных алгоритмов.

Разработан алгоритм многомодальной фильтрации, позволяющий производить оценивание навигационных параметров вертолета (координат и использующий скоростей), процедуру разрешения целочисленной неоднозначности и не требующий включения в вектор оцениваемых параметров неоднозначности. Рассмотрены его особенности И вектора приведены рекомендации для уменьшения затрат вычислительных ресурсов. Показано, что предложенный алгоритм позволяет увеличить объем области сходимости от 5 % до 70 % в зависимости от количества используемых передатчиков и мод, используемых при обработке, что приводит к уменьшению вероятности появления аномальной ошибки.

В четвертой главе проведен анализ функционирования локальных радионавигационных систем корабельной посадки. Решена задача параметрической оптимизации размещения радионавигационных модулей на корабле с учетом возможных положений вертолета и конструктивных особенностей.

Рассмотрена методика исследования алгоритмов определения координат и скоростей, в соответствии с которой проведен анализ точности работы разработанного алгоритма и сравнение его с существующими аналогами. Продемонстрировано, что разработанный алгоритм снижает вероятность аномальной ошибки примерно в 20 раз и уменьшает среднеквадратическую

погрешность определения координат вертолета в 10 и более раз по сравнению с линейным подходом.

В рамках проведенных исследований показано, что алгоритмы, требующие параметров вектора включения В вектор оцениваемых неоднозначности позволяют получить точность определения координат и скоростей сравнимую с разработанным уменьшенной алгоритмом лишь при дисперсии ошибки измерений. Продемонстрировано, что разработанный алгоритм производит оценку координат и скоростей со среднеквадратической погрешностью в 10 и более раз меньшую по сравнению с алгоритмами, в вектор оцениваемых параметров которых включается вектор неоднозначности.

Проведен анализ влияния смещений фазовых центров антенн на погрешность определения координат вертолета и даны рекомендации для уменьшения данных ошибок.

В заключении представлены основные результаты диссертационного исследования. Для обеспечения автоматизированной посадки вертолета на палубу корабля и получения высокой точности определения навигационных параметров вертолета при ограниченном наборе навигационных модулей и малой площади (малыми базами между модулями) необходимо обеспечить размещения синхронизацию передающих устройств модулей, осуществлять фильтрационную обработку измерений псевдодальности, псевдофазы, псевдодоплера И компенсировать качку корабля. Предлагаемые автором методы синхронизации и алгоритм определения координат и скоростей полностью удовлетворяют требованиям, предъявляемым к автоматическим системам посадки.

**Приложение А** содержит математические выкладки, описывающие преобразования произведения многомодальной функции плотности вероятности вектора оцениваемых параметров на функцию плотности вероятности его грубой оценки.

## Глава 1. Методы и средства посадки вертолета на палубу корабля

## 1.1 Требования к морским системам посадки летательного аппарата

Полет летательного аппарата (ЛА) морской авиации, согласно [1], удобней всего рассматривать в динамической системе «корабль - внешняя среда летательный аппарат». При таком подходе учитываются большинство факторов, ЛA, влияющих на процесс полета начиная ОТ качки корабля И гидрометеорологической обстановки и заканчивая психологическим состоянием летчика. Исходя из этих факторов, устанавливают требования к бортовым и корабельным навигационным системам, обеспечивающим полет ЛА, который, как правило, состоит из нескольких общих этапов: взлет, выполнение поставленного задания, заход, включающий снижение и выравнивание, а также непосредственно саму посадку на палубу корабля. Наиболее жесткие требования предъявляются к навигационным системам на заключительных этапах захода и посадки ЛА, при которых вероятность возникновения аварийной ситуации резко возрастает.

Согласно [6, 7], процесс захода и посадка ЛА на палубу корабля представляет собой набор действий летчика, который определяется на основе данных от навигационных систем, визуального наблюдения летчиком обстановки, ЛА руководителя полетов, a от режима команд также посадка (автоматизированного, директорного или ручного). В автоматизированном режиме летчик производит контроль безопасного совершения маневров, а в критической ситуации берет управление ЛА на себя. В директорном режиме пилотирование осуществляется ПО маркерам на командно-пилотажном индикаторе, при ЭТОМ команды формируются автоматически бортовым вычислителем, а исполнение - ручное. В ручном режиме кроме всего вышенаписанного на летчика возлагаются дополнительные функции, связанные с управлением ЛА на всех этапах полета. Достоинством автоматического режима является уменьшение влияния на процесс пилотирования ЛА человеческого фактора, который является в более чем 50% случаях основным фактором возникновения аварийной ситуации [6].

Для ЛА морской авиации вертолетного типа этап захода обеспечивает вывод его в точку висения (принятия решения), располагающуюся на высоте нескольких метров над вертолетной площадкой корабля. Наиболее безопасной траекторией захода считается полет по схеме двух разворотов и снижение по глиссаде. В этом случае обеспечивается обслуживание нескольких ЛА, заходящих на посадку, уход на второй круг и безопасное управление воздушным движением вблизи корабля. Траектория захода определяется для каждого типа кораблей и типа ЛА по-разному. На рисунке 1.1 представлена одна из возможных траекторий полета вертолета на этапах захода и посадки. Пилот вертолета осуществляет заход с дистанции  $R_1 = 5.5$  км до корабля и высоты  $H_1 = 150$  м над уровнем моря. Далее осуществляется снижение по глиссаде под углом  $\alpha = 2^\circ$  до высоты  $H_2 = 90$ м, и производится полет в горизонтальной плоскости до рубежа визуальной видимости, расположенного на дистанции  $R_3 = 900$  м до корабля. На заключительный этап захода производится снижение по глиссаде под углом  $\alpha = 5-7^\circ$  [7].



Рисунок 1.1- Траектория захода и посадки вертолета на палубу корабля

Как правило, непосредственно сама посадка ЛА вертолетного типа в условиях качки корабля и ограниченной площади вертолетной площадки на палубе осуществляется из режима висения. При посадке из режима висения, летчик уравнивает скорости корабля и вертолета, выводя вертолет в точку, расположенною на высоте  $H_3 = 4$  м над палубой корабля. Для безопасной

посадки необходимо производить снижение вертолета, таким образом, чтобы импульс вертолета и корабля в момент касания шасси о палубу был минимален.

Для обеспечения безопасного автоматизированного управления ЛА на этапах захода и посадки необходимо четко выдерживать заданную траекторию посадочной кривой (глиссаду), учитывать условия посадки: качку, волнение, взаимную ориентацию ЛА и корабля, направление движения и скорость корабля, метеоусловия. Для этих целей на корабле и ЛА предусмотрены различные навигационные системы, которые позволяют определять наиболее значимые навигационные параметры: собственные координаты, положение и отклонение от линии глиссады, высоту полета, скорость, углы ориентации, направление и скорость ветра.

Требования к морским навигационным системам посадки можно разделить на три основные группы: требования к массогабаритным показателям и площади размещения аппаратуры на корабле, требования к точности навигационного обеспечения и требования к работе в сложной гидрометеорологической и помеховой обстановке.

Требования к массогабаритным показателям аппаратуры определяются с учетом ограниченной площади размещения на корабле. Массогабаритные требования традиционно считаются одними из основных при построении авиационных систем, так как именно они влияют на летно-технические характеристик ЛА. Для удовлетворения данным требованиям авиационные радиосистемы проектируют с учетом тенденций, связанных с переходом к работе в более высоких диапазонах частот, что позволяет уменьшить габариты антенных систем, развитием элементной базы в сторону уменьшения габаритов и энергопотребления.

Требования по площади размещения аппаратуры на корабле продиктованы его конечными размерами. Так, например, размеры противолодочного корабля проекта 11551-1 «Адмирал Чабаненко», составляют в длину и ширину 164 м и 19 м соответственно [8], что не позволяет использовать аэродромные курсоглиссадной системы (КГС) посадки, так как курсовой и глиссадный радиомаяки этой системы рекомендуется устанавливать за пределами ВПП на расстоянии около 800 и 150 м соответственно. Кроме того, для обеспечения более высокой точности формирования глиссады антенные системы радиомаяков КГС имеют достаточно большие габариты. На рисунке 1.2 изображен глиссадный радиомаяк КГС третей категории, из которого видно, что габариты антенной системы сравнимые с малоэтажным зданием.



Рисунок 1.2 - Курсовой радиомаяк курсоглиссадной системы посадки ILS-2700 [9]

Для обеспечения захода и посадки ЛА в автоматизированном режиме на его борту должны быть известны собственные координаты и скорости относительно корабля, а также учтена их взаимная ориентация. Согласно [10] навигационные системы аэродрома (вертодрома) и ЛА для автоматизированной посадки должны обладать характеристиками, которые третьей соответствуют категории требований международной организации гражданской авиации (ИКАО). Так, например, для курсоглиссадной системы посадки (КГС) третьей категории допустимое отклонение глиссады, формируемой курсовым радиомаяком, от оси взлетно-посадочной полосы (ВПП) в горизонтальной плоскости должно составлять не более 3 метров. Допустимое отклонение глиссады, формируемой глиссадным радиомаяком в вертикальной плоскости, должно быть не более 0.04°. Кроме того на погрешность определения местоположения также влияет ошибка бортовой аппаратуры. Согласно [11] среднеквадратичная погрешность о (СКП) бортовой аппаратуры КГС по каналам курса и глиссады составляет  $\sigma_{\text{КРМ}} =$  $\sigma_{\Gamma PM} \leq 0.09^{\circ}$ . При пересчете в прямоугольную систему координат общая СКП  $\sigma_{\Sigma}$ 

определения координат в вертикальной плоскости в точке посадки (на расстоянии 500 м от наземных радиомаяков) не должна превышать значения  $\sigma_{\Sigma} = 0,9$ м, при гипотезе о независимости ошибок в бортовой и наземной (корабельной) частях системы. На практике удается добиться более точных определений собственных координат. Так согласно радионавигационному плану Российской Федерации, утвержденному Минпромторга России от 31.09.2011 № 1177, в радиотехнической системе ближней навигации СП-75, для обеспечения автоматизированной посадки на наземный аэродром, СКП определения координат составляет  $\sigma_{\Gamma} = 0,2$ м и  $\sigma_{R} = 0,2$ м в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно.

Взаимная ориентация и скорость сближения ЛА с ВПП или вертолетной площадкой корабля на заключительном этапе посадки должны быть учтены таким образом, чтобы при касании палубы корабля шасси вертолета не подвергалось воздействию ударных нагрузок, приводящих к разрушению ЛА и палубы корабля.

Одним из основных требования является надежность работы в сложной гидрометеорологической и помеховой обстановке в любое время дня и ночи. Морские системы подвержены влиянию самых разнообразных природных и техногенных факторов, к которым, прежде всего, относят высокую влажность, изменения температуры, электромагнитную совместимость с другими корабельными, а также способность работать при воздействии естественных и преднамеренных помех. Как к наземным, так и к морским системам предъявляются требования, ограничивающие время обнаружения сбоя (отказа) системы. Согласно [10] время обнаружения отказа курсоглиссадной системы для автоматизированной посадки ЛА равно 2с.

На основе представленных требований можно производить сравнение морских систем посадки ЛА, в частности, вертолета, на палубу корабля и оценивать их характеристики.

## 1.2 Классификация навигационных систем посадки вертолета

На рисунке 1.3 приведена классификация существующих морских и наземных навигационных систем, обеспечивающих посадку вертолета на

вертолетную площадку аэродрома или палубу корабля. Пунктиром на рисунке выделена группа систем, которые потенциально могут обеспечить посадку вертолета на палубу корабля.



Рисунок 1.3 - Классификация навигационных систем захода и посадки вертолета

## 1.2.1 Автономные навигационные системы

К автономным относят навигационные системы, позволяющие определять один или несколько параметров ЛА при использовании только бортовой К системам относят: аппаратуры. таким систему воздушных сигналов (барометрические измерители высоты, приемники воздушного давления). инерциальные навигационные системы (ИНС) и другие. Техника и методы синтеза таких систем хорошо изучены и широко применяются на практике [11].

Используя измерения, полученные с помощью автономных навигационных систем, можно производить оценку собственных координат, скоростей и ориентации ЛА. Так, например, производя двойное интегрирование результатов оценки ускорений, полученных с помощью ИНС, определяют приращение собственных координаты ЛА. Однако, оценка координат, полученная таким образом, включает себя систематическую ошибку В интегрирования, Эта особенность увеличивающуюся временем полета. co затрудняет использования систем ИНС при посадке ЛА. Одним из распространенных способов преодоления этой проблемы является комплексирование автономных навигационных систем, например, со спутниковыми навигационными системами [12].

Одним из недостатков автономных систем является частичное, а иногда и полное отсутствие навигационной информации о корабле. Таким образом, задача определения местоположения ЛА относительно корабля не может быть решена с использованием только автономных средств навигации.

## 1.2.2 Визуальные (оптические) системы

В морской авиации применяются оптические системы захода на посадку. Конструктивно такие системы представляются собой гиростабилизированную корабельную платформу, на которой установлены светосигнальные огни, формирующие в пространстве узкие световые лучи разных цветов, направленные вдоль линии глиссады. К таким системам можно отнести отечественную систему Резистор-4К [8] и ее модификации, одна из которых установлена на авианесущем крейсере «Адмирал Кузнецов». Летчик, при заходе на посадку, визуально наблюдает в каком луче он находится и управляет ЛА таким образом, чтобы быть в центральном луче глиссады.

Посадка вертолета на палубу корабля с использованием оптических системы посадки осуществляется лишь в ручном (директорном) режиме и только в простых метеоусловиях.

## 1.2.3 Радиосистемы ближней и дальней навигации

К радиосистемам ближней навигации (РСБН) относят азимутальнодальномерные и угломерные радиосистемы, рабочая зона которых находится в пределах прямой радиовидимости (РСБН-4Н, VOR/DME, TACAN, радиокомпасы и т.д.). Как правило, наземное (корабельное) оборудование таких систем состоит из однопозиционных радиомаяков, на основе обработки сигналов которых производится оценка собственного местоположения ЛА. Недостатком таких систем является низкая точность определения навигационных параметров ЛА. Например, погрешность определения наклонной дальности в системе РСБН-4Н может достигать 100 м, а погрешность определения азимута 0.25° [11]. РСБН активно применяются в морских навигационно-посадочных комплексах, для обеспечения захода на посадку и посадки ЛА в ручном режиме [7].

Радиосистемы дальней навигации (РСДН) позволяют определять навигационные параметры ЛА за пределами прямой радиовидимости. К ним относят радионавигационные системы «Маршрут», «Чайка», «Тропик», «Loran-C», «Отеga» и.т.д. Однако СКП определения координат в таких системах достигает значения от 100 до 1000 м [11].

РСДН и РСБН позволяют оценить собственные координаты ЛА с точностью достаточной только для грубого определения местоположения, и их применение для задач высокоточной навигации, обеспечивающей автоматическую посадку ЛА на палубу корабля, не представляется возможным.

#### 1.2.4 Системы инструментальной посадки летательного аппарата

К данному типу систем относят системы посадки метрового (Курсоглиссадная Система посадки (КГС) и сантиметрового (Микроволновая Система Посадки (МСП) диапазонов. В настоящее время эти системы способны обеспечить заход и посадку ЛА на наземные аэродромы в автоматическом режиме. Для определения местоположения ЛА на глиссаде в КГС используются наземные курсовой (КРМ) и глиссадный (ГРМ) радиомаяки, а также несколько маркерных и приводных радиомаяков. Вывод ЛА на глиссаду осуществляется с помощью радиокомпаса по приводным радиомаякам. Далее с помощью бортового оборудования КГС производится полет вдоль линии глиссады, которую формируют КРМ и ГРМ, и одновременно контролируется высота полета в точках пролета маркерных радиомаяков. Существенно влияние на формирование линии глиссады оказывает отраженные от земной поверхности сигналы КРМ и ГРМ, поэтому диаграммы направленности этих маяков стараются сделать узкими [11]. Для КГС, которая работает В метровом диапазоне волн, разработать малогабаритные антенные системы С достаточно узкими диаграммами направленности (порядка 6°) является сложной задачей.

Для устранения этих недостатков была разработана МСП, которая работает в сантиметровом диапазоне частот. Для обеспечения посадки ЛА на аэродром в состав минимального наземного оборудования МСП входят: азимутальный, угломестный и дальномерный радиомаяки. Азимутальный и угломестные радиомаяки МСП позволяют измерить на борту ЛА собственные азимут и угол места. В качестве дальномерного радиомаяка используется дальномерное оборудование РСБН (DME).

Несмотря на все преимущества использования КГС и МСП для автоматизированной посадки на корабль сопряжено с дополнительными трудностям. Во-первых, радиомаяки, должны находится за пределами ВПП, а некоторые даже на значительном удалении (например, курсовой радиомаяк курсоглиссадной системы располагается вдоль оси ВПП аэродрома на расстоянии от створа ВПП 200-1200 м [11]), что становится невозможным ввиду ограниченности палубы корабля. Во-вторых, необходимо учитывать качку корабля, при которой будут возникать смещение лучей глиссады в КГС и ошибки в определении угла места и азимута в МСП. Например, при отклонении линии глиссады на 1° на расстоянии 1000 м от корабля вызывает смещение приблизительно равное 17 м, компенсация которого является нетривиальной задачей для КГС и МСП.

## 1.2.5 Спутниковые радионавигационные системы

Современный навигационный приемник (НП) спутниковых радионавигационных систем (ГНСС) позволяет определять трехмерные векторы координат и скорости, а также ориентацию потребителя в пространстве [12, 13, 14].

Например, при использовании НП в режиме широкозонной дифференциальной коррекции с использованием систем WAAS (Wide Area Agumentation System) [12], EGNOS (European Geostationary Navigation Overlay Service) [12] или отечественной системы дифференциальной коррекции и мониторинга (СДКМ) [15] удается получить СКП определения собственных

координат порядка  $\sigma_c \approx 0.5$  м, что согласно требования ИКАО, приведенным в параграфе 1.1 данной работы, является допустимым для обеспечения автоматизированной посадки ЛА.

Существуют режимы, в которых обеспечивается сравнимая и более высокая точность. Так, например, если два НП работают в режиме относительной навигации с использованием псевдофазовых измерений [13], то при совместной обработке результатов измерений, выполненными этими приемниками, СКП определения координат одного приемника относительно другого достигает порядка  $\sigma_c \approx 1$  см. Если в процессе совместной обработки не используются псевдофазовые измерения (например, при работе в локальных дифференциальных системах), то удается обеспечить точность, сравнимую с точностью работы в режиме широкозонной дифференциально коррекции, и погрешность определения координат в данном случае составляет около полуметра [12, 14]. Для реализации координат режима определения относительных (как при обработке псевдофазовых измерений, так и без обработки) необходимо обеспечивать передачу в реальном времени навигационных данных (результатов измерений по каждому спутнику) с одного НП другому. Примером реализации локальной дифференциальной системы для обеспечения посадки ЛА на палубу корабля может служить система JPALS (Joint Precision Approach and Landing System) или отечественная система спутниковой посадки ОАО «МКБ Компас». В данных вариантах реализации системы один навигационный приемник располагается на корабле, а другой на ЛА.

В настоящий момент бурно развивается направление высокоточного местоопределения в абсолютном режиме (Precise Point Positioning) [15, 16, 17]. При этом точность определения собственных координат НП сравнима с режимом определений с использованием псевдофазовых измерений. относительных Преимуществом данного режима является использование одного навигационного работы ΗП PPP приемника. Для В режиме необходимо использовать дополнительную уточненную эфемеридно-временную информацию, которая получается в результате работы сети наземных станций, а также производить

оценку ряда систематических смещений в измерениях (например, влажную составляющую тропосферной задержки) [16, 17]. Доступ к такой информации может быть осуществлен по спутниковым или иным каналам связи. В настоящий момент получить оценку координат НП удается лишь при достаточно длительной обработке измерений параметров радиосигналов ГНСС. Время до выдачи оценки координат с сантиметровой точностью достигает минимального значения около 10 минут [16], вследствие чего режим РРР в большинстве случаев применяется для оценки координат статичных объектов.

## 1.2.6 Локальные радионавигационные системы посадки

Одним из недостатков использования ГНСС является сложность обеспечения помехозащиты НП, вызванная малой мощностью полезного сигнала на его входе по сравнению с мощностью организованных помех. Одним из вариантов преодоления данной проблемы является использование сигналов локальных радионавигационных систем (ЛРНС), передающие устройства которых расположенных на удалении от ЛА значительно меньшем, чем расстояние от НП до спутников ГНСС, например, на палубе корабля. Ввиду

В начале развития ЛРНС предполагалось использование наземных передатчиков (псевдоспутников), работающих в том же диапазоне частот, что и ГНСС, и излучающих аналогичный сигнал. Это позволяло потребителю использовать для работы с псевдоспутникам штатный НП. Однако данный диапазон частот является лицензированным и его использование в иных целях вызывает ряд административных и инженерных трудностей. Поэтому в последние десятилетия в разрабатываемых локальных радионавигационных системах используется отличный от ГНСС диапазон частот и видоизмененная сигнальнонеобходимости кодовая конструкция, что приводит К применения специализированного приемника.

Представителями данного класса систем являются ЛРНС наземного базирования Locata [1, 2, 3] и морская система посадки вертолета на палубу корабля DeckFinder [4, 5].

При использовании ЛРНС удается в реальном времени осуществлять определение координат динамического объекта с погрешностью не более  $\sigma_c \leq 10$  см [1].

Как отмечалось, одним из главных преимуществ использования локальных радионавигационных систем является высокая помехоустойчивость радиосистемы. Это достигается за счет близкого расположения навигационных модулей относительно ЛА: максимальное удаление ЛА от корабля может достигать 100 км, что значительно меньше расстояния между ЛА и космическим аппаратом (высоты орбит навигационных спутников достигают значений около 20000 км).

К недостаткам псевдоспутниковых систем можно отнести ограниченную зону обслуживания, что в основном диктуется работой в зоне прямой радиовидимости системы и наличием плохого геометрического фактора.

## 1.2.7 Радиолокационные системы посадки

Радиолокационные системы решают задачи обнаружения, распознавания и определения навигационных параметров объектов. Различают системы первичной и вторичной радиолокации. Первые осуществляют измерение задержки между сигналом, излученным в направлении на цель, и сигналом, отраженным от нее. В методах вторичной радиолокации производится оценка задержки между излученным сигналом и сигналом, ретранслированным объектом.

К радиолокационным системам относят доплеровские измерители скорости (ДИС), радиовысотомеры и радиолокационные станции, которые позволяют оценивать трехмерные координаты ЛА.

Радиолокационные станции являются неотъемлемой частью морских навигационно-посадочных комплексов [8]. Точность определения координат при использовании вторичных посадочных радиолокаторов достигает нескольких метров. Например, вторичный посадочный радиолокатор «КРОНА-М обеспечивает СКП определения трехмерных координат порядка 50 м [18].

Имеется несколько способов повышения точности в радиолокационных системах определения координат. Во-первых, это применение широкополосных сигналов, например, импульсов с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), позволяющих производить измерение дальности на расстоянии 500 м с сантиметровой точностью в условиях многолучевого распространения сигнала [19]. Во-вторых, это применение многопозиционных систем и совместной обработки результатов измерений. Например, в [5] для посадки ЛА на палубу корабля предлагается использовать радиолокационную систему, состоящую из N ретрансляторов, разнесенных в пространстве и расположенных на палубе корабля и одного запросчика, размещенного на ЛА. При этом заявленная максимальная ошибка определения собственных трехмерных координат достигает сантиметрового уровня в точке посадки, а на удалении 100 м возрастает до σ<sub>c</sub>=1 м, данные точности получены при максимальном разнесении в пространстве ретрансляторов порядка десяти метров.

Недостатком многопозиционных радиолокационных систем при использовании запросчика и ретрансляторов является сложность реализации аппаратуры при обслуживании более чем двух пользователей, так как появляется проблемы разделения сигналов от разных пользователей.

## 1.3 Помехозащищенность глобальных навигационных спутниковых систем

Как отмечается в различных источниках [12, 20], основным недостатком использования ГНСС является низкая помехозащищенность радиосистемы. В радиотехнических системах помехозащищенность характеризует способность радиосистемы выполнять свою целевую функцию с требуемым качеством при воздействии естественных и организованных помех. Помехозащищенность объединяет два свойства: скрытность работы eë системы И помехоустойчивость [21].

Под скрытностью работы системы подразумевают способность осуществлять целевую функцию системы с требуемым качеством и заданной вероятностью обнаружения факта работы радиосистемы противником. Так как

ГНСС являются глобальными радионавигационными системами, зона работы которых охватывает практически весь земной шар, с априорно известной сигнально-кодовой конструкцией, то анализ скрытности работы таких систем теряет смысл.

Помехоустойчивость радиосистемы характеризуется пороговым отношением мощности сигнала к мощности помехи на входе приемника, при котором работа радиосистемы с требуемым качеством прекращается.

Работа навигационного приемника начинается с режима поиска и захвата сигналов космических аппаратов (КА). После захвата сигнала от КА производится слежение за его параметрами, а также прием навигационной информации от КА. На основе результатов оценки параметров радиосигналов от КА и навигационной информации, переданной от КА, осуществляется решение навигационной задачи. Нарушение работы НП вследствие воздействия помехи на любом из перечисленных выше этапов приводит к невозможности выполнять его целевую функцию.

Среди большого числа различных организованных помех, формируемых современными системами радиоэлектронной борьбы (РЭБ), можно выделить три основных типа помех, широко применяемых на практике:

- узкополосная прицельная помеха, близкая по своей структуре и свойствам к синусоидальному сигналу, применение которой объясняется, с одной стороны, простой аппаратурной реализацией и высокой эффективностью с другой стороны;
- 2) шумовая заградительная помеха, спектр которой перекрывает диапазон частот радиолинии КА-НП;
- имитационная помеха, совпадающая по структуре с сигналом, излучаемым КА.

Рассмотрим воздействие заградительной помехи на работу НП в различных режимах, начиная с режима поиска и захвата сигналов от КА. В ГНСС применяются фазоманипулированные широкополосные сигналы, структура модулирующего сигнала которых является суммой по модулю два навигационного сообщения, дальномерного кода псевдошумового сигнала (ПШС) и вспомогательных сигналов необходимых для обеспечения синхронизации [12, 14]. В результате процедуры поиска и захвата сигнала осуществляется обнаружение и грубое измерение частот несущего колебания и задержки ПШС. Оптимальный обнаружитель сигналов, как правило, состоят из дискриминатора и порогового устройства [12, 22, 23, 24, 25]. Для описания качества обнаружения сигнала задают вероятность пропуска сигнала  $P_{np}$  и вероятность ложного обнаружения  $P_{no}$ . При заданных  $P_{np}$  и  $P_{no}$  для обнаружения сигнала в оптимальном обеспечить на входе приемника минимальное значение отношения энергии сигнала  $E_0 = P_0 \tau$  (где  $P_0$ - мощность сигнала,  $\tau$ - длительность сигнала) к спектральной плотности мощности собственных шумов  $N_0$ , которое при  $P_{np} \ge 10^{-3}$  и  $P_{no} \le 10^{-2}$  можно аппроксимировать согласно [26] следующим выражением

$$h_{\pi}^{2} = \frac{E_{0}}{N_{0}} = \left(\sqrt{\ln\frac{1}{P_{\pi 0}}} + \sqrt{\ln\frac{1}{P_{\pi p}} - 1.4}\right)^{2}$$
(1.1)

Согласно (1.1) для относительно небольшой вероятности ложной тревоги  $P_{no} = 10^{-2}$  и вероятности правильного обнаружения  $P_{np} = 10^{-2}$ , требуется  $h_n^2 \ge 13$  дБ.

Задачу грубого измерения параметров сигнала, например, задержки ПШС, можно свести к традиционной задаче обнаружения и распознавания одного u(t) сигнала из m ортогональных сигналов [26]. В случае оптимального параллельного обнаружения сигнала u(t) из ансамбля m ортогональных сигналов, согласно [26] требуемое отношение сигнал/шум  $h_{n1}^2$  для сигналов со случайной начальной фазой определяется

$$h_{\pi 1}^{2} = \frac{E_{0}}{N_{0}} = \left(\sqrt{\ln(m) + \ln\frac{1}{P_{\pi 0}}} + \sqrt{\ln\frac{1}{P_{\pi p}} - 1,4}\right)^{2}$$
(1.2)

Согласно (1.2) при вероятности ложной тревоги  $P_{no} = 10^{-2}$  и вероятности правильного обнаружения  $P_{np} = 10^{-2}$ , требуется  $h_n^2 \ge 13$  дБ и для  $m = 10^6$  ячеек

поиска (каналов приема) по частоте и задержке  $h_{n1}^2 \ge 15.6 \text{ дБ}$ 

Одной из функций навигационного приемника является прием навигационной информации от КА. Вероятность ошибочного когерентного приема двоичных символов, передаваемых путем фазовой манипуляции несущего колебания (ФМ-4, ФМ-2) при отсутствии помехоустойчивого кодирования определяется известным выражением

$$p = 1 - \Phi(\sqrt{2h_{\pi}^2}), \tag{1.3}$$

где

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp(-\frac{z^2}{2}) dz$$
(1.4)

- интеграл вероятности.

В радиосистемах передачи информации требуемое значение вероятности ошибки при отсутствии организованных помех составляет  $p = 10^{-6}$ , для достижения которого согласно (1.3) требуется обеспечить на входе приемника величину  $h_{\pi}^2 \ge 11.3$  дБ. При воздействии организованных помех к радиосистемам передачи информации предъявляю более низкие требования к вероятности ошибки  $p = 10^{-2}$ , что уменьшает требуемое отношение сигнал/(шум+помеха) до значения  $h_{\pi}^2 \ge 2.7$  дБ.

При воздействии заградительной аддитивной помехи в виде белого гауссовского шума выражения для отношения сигнал/шум можно представить в виде

$$h_{\vartheta}^{2} = \frac{E_{0}}{N_{0} + N_{\pi}} = \frac{P_{c}\tau}{N_{0} + N_{\pi}},$$
(1.5)

где  $N_{\rm n} = P_{\rm n}/\Delta f$ - спектральная плотность мощности помехи на входе приемника;  $P_{\rm n}$ - мощность помехи в полосе частот  $\Delta f$  на входе приемника;  $P_{\rm c}$ - мощность сигнала на входе приемника;  $\tau$ - длительность интервала времени накопления сигнала в дискриминаторе, как правило, выбирается равной длительности информационного символа.

34

Выражение (1.5) можно преобразовать к виду

$$h_{\vartheta}^{2} = \frac{E_{0}}{N_{0} + N_{\pi}} = \frac{\frac{P_{c}\tau}{N_{0}}}{1 + \frac{P_{\pi}\tau}{N_{0}B}} = \frac{h^{2}}{1 + h_{\pi}^{2}/B'}$$
(1.6)

где B =  $\Delta f \cdot \tau$  – база сигнала, например, в ГЛОНАСС B = 5110 для одного канала приема при  $\Delta f$  = 511КГц и  $\tau$  = 10мс (информационный символ передается десятью периодами псевдошумового сигнала);  $h_{\pi}^2 = \frac{P_{\pi}\tau}{N_0}$ - отношение мощности помехи  $P_{\pi}$  к спектральной плотности мощности шума на бит информации на входе приемника.

В наиболее интересном случае при воздействии мешающих помех при  $h_{\pi}^2/B \gg 1$  (1.6) преобразуется к виду

$$h_{\vartheta}^2 \approx \frac{h^2 B}{h_{\pi}^2} = \frac{P_c}{P_{\pi}} B.$$
(1.7)

Мощность полезного сигнала P<sub>c</sub> и мощность помехи P<sub>n</sub> на входе приемника определяется следующими выражением [22, 27]

$$P_{c} = \frac{P_{\kappa a} G_{\kappa a} G_{H\Pi} \lambda^{2}}{(4\pi R_{\kappa a})^{2} Q_{1}},$$
(1.8)

$$P_{\pi} = \frac{P_{\pi\pi} G_{\pi\pi} G'_{\mu\pi} \lambda^2}{(4\pi R_{\pi\pi})^2 Q_2},$$
(1.9)

где Р<sub>ка</sub>, Р<sub>пп</sub> – мощности передатчиков КА и постановщика помех (ПП) соответственно;

G<sub>ка</sub>, G<sub>пп</sub>- коэффициенты усиления передающих антенн КА и ПП;

G<sub>нп</sub>, G'<sub>нп</sub>- коэффициент усиления приемной антенны НП в направлении на КА и ПП соответственно;

λ- длина волны;

R<sub>ка</sub>, R<sub>пп</sub>- дальности в радиолиниях КА- НП и ПП-НП;

Q<sub>1</sub>, Q<sub>2</sub>- потери мощности сигнала в радиолиниях КА- НП и ПП-НП.

Тогда выражение (1.7) с учетом (1.8) и (1.9) приобретает вид

$$h_{\vartheta}^{2} = \frac{P_{\kappa a} G_{\kappa a}}{P_{\Pi \Pi} G_{\Pi \Pi}} \frac{G_{\Pi \Pi}}{G'_{H \Pi}} \left(\frac{R_{\Pi \Pi}}{R_{\kappa a}}\right)^{2} \frac{Q_{2}}{Q_{1}} B.$$
(1.10)

Согласно [12], КА ГЛОНАСС имеет следующие характеристики:

- 1) мощность на выходе передатчика КА  $P_{\kappa a} = 18$ дБВт  $\approx 63$ Вт;
- коэффициент усиления передающей антенны КА в максимуме диаграммы направленности G<sub>ка</sub> = 10 дБ;
- коэффициент усиления приемной антенны НП в направлении на КА G<sub>нп</sub>= 5 дБ, в направлении на ПП G'<sub>нп</sub>= 0 дБ
- 4) наклонная дальность между КА и НП варьируется от взаимного положения расположения, примем для расчетов R<sub>ка</sub>=24000 км.

Согласно [28], авиационная система РЭБ ALQ-176, разработанная в США в 1983 г, предназначена для обнаружения РЛС и создания шумовых помех в диапазоне частот 1-15 ГГц с мощностью излучения 150 – 400 Вт. Для простоты анализы выберем коэффициент направленности антенны постановщика помех  $G_{nn} = 10$ . Учтем, что в радиолинии ПП-НП наблюдаются замирания (так как угол места авиационного ПП относительно НП составляет  $\beta = 5^{\circ}$ ) то можно предположить  $\frac{Q_2}{Q_1} = 10$ .

На рисунке 1.4 представлены зависимости отношения сигнал/(шум+помеха) от расстояния до НП в ГНСС и ЛРНС. Для расчета помехозащиты ЛРНС был



Рисунок 1.4 – Зависимость отношения сигнал/(шум+помеха) от расстояния между навигационным приемником и постановщиком помех для ГНСС и ЛРНС

Согласно результатам, приведенным на рисунке 1.4, при нахождении ПП со средством РЭБ ALQ-176 на расстоянии до НП менее R<sub>пп</sub> ≤150 км работа НП ГНСС будет подавлена. В приведенных расчётах не учитывались внутрисистемные помехи в системах ГНСС связанные с разделением каналов.

Также на рисунке 1.4 два верхних графика показывают зависимости отношения сигнал/(шум+помеха) для локальной радионавигационной системы (ЛРНС), при удалении вертолета от корабля на расстоянии 10 км и мощности с выхода передатчика  $P_{c,ЛРНC} = 5$  дБВт, для B=4095 и B=16383. Как следует из приведенного примера, требуемое качество приема при воздействии организованных помех в ЛРНС обеспечивается при отношении сигнал/шум на 40-50 дБ меньшем по сравнению с отношением сигнал/шум при приеме сигналов ГНСС.

Существуют несколько способов борьбы с помехами [12]: пространственная селекция полезного сигнала и помехи путем формирования нулей диаграммы направленности антенны НП в направлении на помеху, использование
обеляющих фильтров, использование компенсаторов помех, а также интеграция с инерциальной навигационной системой и другие. Синтез и анализ помехоустойчивых навигационных приемников является сложной задачей, а исследование влияния помех на такие навигационные приемники достойно отдельного внимания и в данной работе не рассматривается.

### 1.4 Средства учета качки корабля и ориентации вертолета при посадке

Процесс изменения пространственного положения и ориентации корабля под воздействием внешней среды в динамической системе «корабль – внешняя среда – летательный аппарат» принято характеризовать качкой корабля.

Для определения характеристик качки и ориентации корабля обычно задают три прямоугольные системы координат [29, 30, 31]: вращающуюся земную геоцентрическую систему координат (ЗГС)  $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ , нормальную земную систему координат (НЗС) ОЕNH и корабельную систему координат (КСК) ОХҮΖ.

На рисунке 1.5 центр ЗГС располагается в центре масс Земли, плоскость  $O_0X_0Y_0$  лежит в плоскости экватора Земли, ось  $O_0Z_0$  совпадает с осью вращения и направлена в сторону северного полюса, ось  $O_0X_0$  проходит через нулевой меридиан, ось  $O_0Y_0$  дополняет систему до правой.



Рисунок 1.5 – Вращающаяся земная геоцентрическая (0<sub>0</sub>X<sub>0</sub>Y<sub>0</sub>Z<sub>0</sub>) и нормальная земная (OENH) системы координат

Начало систем НЗС и КСК совпадает и располагается в центре масс корабля. В НЗС ось ОN направлена по местному меридиану на север, ось ОН направлена по местной вертикали вверх, ось ОЕ дополняет систему до правой и направлена на восток.

Оси КСК жестко связаны со строительными осями корабля. Ось ОХ называется осью крена и направлена вдоль строительной оси корабля по ходу его движения. Ось ОҮ КСК называется осью курса (рыскания) и направлена вертикально вверх. Ось ОZ КСК называется осью дифферента и дополняет систему до правой. Рисунок 1.6 иллюстрирует связь КСК с конструктивными особенностями корабля и демонстрирует различные виды качки корабля.



Рисунок 1.6 - Корабельная система координат и ее связь с конструктивными особенностями корабля

Согласно [29] движущееся в возмущенной среде судно можно рассматривать в КСК, как абсолютно твердое тело с шестью степенями свободы, каждая степень свободы характеризуется отдельным видом качки корабля:

1) продольная кочка – горизонтальные перемещения вдоль оси ОХ КСК;

- 2) поперечная качка горизонтальные перемещения вдоль оси ОZ КСК;
- 3) вертикальная качка вертикальные перемещения вдоль оси ОУ КСК;

- 4) бортовая качка вращение корабля вокруг оси ОХ КСК;
- 5) килевая качка вращение корабля вокруг оси ОZ КСК;
- 6) рыскание вращение корабля вокруг оси ОҮ КСК.

Продольную, поперечную И вертикальную качки удобнее всего математически описывать смещениями координат центра масс корабля в ЗГС. Бортовую, килевую качки и рыскание чаще всего описывают углами ориентации корабля. Ha изображены рисунке 1.7 углы ориентации (формализм Эйлера-Крылова), определенные в соответствии с ГОСТ 20058-80. Переход из НЗС в КСК [30, 31] осуществляется путем трех последовательных поворотов:

- 1) вокруг оси OH на угол рыскания (курса)  $\psi$ ;
- 2) вокруг оси ОZ' на угол дифферента η;
- 3) вокруг оси ОХ на угол крена ү.



Рисунок 1.7 - Переход из нормальной земной системы координат в корабельную систему координат

Линейные перемещения корабля вдоль осей КСК компенсируются за счет удержания скорости сближения корабля и вертолета в области нулевого значения и контроля координат вертолета относительно корабля. Сложнее, с точки зрения инженерного подхода, провести учет вращательных перемещений корабля. Это требует введения в комплекс бортового оборудования (КБО) вертолета процедур обработки измерений углов рыскания (курса), крена и дифферента корабля. Данные об ориентации могут поступать в КБО вертолета как извне, так и путем непосредственной оценки на борту ЛА. В первом случае, данные об ориентации корабля поступают от информационно управляющей системы корабля и передаются по служебному каналу связи в КБО вертолета. Во втором случае, углы относительной ориентации определяются непосредственно С использованием специализированной системы. Данный подход, например, реализован в локальной радионавигационной системе DeckFinder [4, 5], описанной в параграфе 1.2.6. Для этой цели применяют совместную обработку измерений радиосигналов, принятых от двух и более жестко закрепленных на вертолете антенн. Применение измерений, выполняемых дополнительным приемником, позволяет производить оценку ориентации вертолета относительно корабля.

Предельные значения качки корабля, при которых осуществляется посадка вертолета на палубу, устанавливается для каждого типа ЛА и корабля индивидуально. Как правило, для приобретения навыков и улучшения мастерства посадки вертолета морской авиации на палубу корабля с летным и техническим персоналом проводится обучение на тренажерах. В подавляющем большинстве случаев тренажеры обеспечивают моделирование ситуации, при которых предельные значения качка корабля характеризуются следующими величинами [32]

- 1) бортовая качка в диапазоне угол крена  $\Delta \gamma = \pm 15^\circ$  с периодом 5-12 с;
- килевая качка в диапазоне углов дифферента Δη = ±6° с периодом 5-12 с;
- 3) вертикальная качка в диапазоне  $h = \pm 4$  м.

При качке корабля в результатах оценки координат вертолета появляются периодические составляющие, коррелированные с параметрами качки корабля. Для безопасной посадки вертолета на палубу корабля необходимо организовать в КБО вертолета прогноз качки и производить автоматизированную посадку в «окне безопасной посадки» [6]. Понятие «окна безопасной посадки» позволяет выявить интервал времени, при котором импульс вертолета и корабля в момент касания палубы корабля не превысит допустимого значения для безопасной посадки. Прогноз качки и определение «окна безопасной посадки» является самостоятельной задачей, требующей отдельного рассмотрения и анализа, поэтому в данной работе рассматривается кратко для общего понимания функционирования системы. Наиболее интересные результаты в данной области представлены в работах [6, 33], которые посвящены созданию информационных систем искусственного интеллекта и принятия решений.

### 1.5 Постановка задачи исследования

Из приведенного анализа навигационных систем захода и посадки вертолета на палубу корабля следует, что перспективным с точки зрения обеспечения требований, предъявляемых к морским системам посадки (параграф 1.1) является использование локальных радионавигационных систем, которые по сравнению с другими навигационными системами посадки вертолета на палубу корабля обладают следующими основными достоинствами:

- высокая точность определения координат вертолета на этапах захода и посадки на палубу корабля;
- малые массогабаритные показатели корабельной и бортовой аппаратуры;
- возможность одновременного обслуживания большого числа вертолетов;
- обеспечение помехозащиты корабельной и бортовой аппаратуры в условиях воздействия помех.

Несмотря на перечисленные преимущества, одним из основных недостатков использования локальных радионавигационных корабельных систем, является увеличение ошибки определения навигационных параметров вертолета при удалении его от корабля [34]. Данное обстоятельство вызвано различными обстоятельствами: плохим геометрическим фактором, недостаточным

количеством радионавигационных модулей, высокой погрешностью формирования измерений параметров радиосигналов, невыполнение условий когерентности радиосигналов (рассинхронизация модулей), смещение фазовых центров антенн и другими. Основные методы повышения точности определения навигационных параметров приведены на рисунке 1.8



Рисунок 1.8- Методы повышения точности определения навигационных параметров в ЛРНС

Математически задача уменьшения погрешности определения навигационных параметров вертолета сводится к оптимизации по критерию минимума дисперсии ошибки определения навигационных параметров вертолета

$$J^* = \min_{\Omega} D_{\Theta}(\Theta_{a}, N_{a}, \mathbf{Z} \cdots), \qquad (1.11)$$

где  $D_{\Theta}()$  - дисперсия вектора оцениваемых параметров системы, зависящая от различных факторов, перечисленных в скобках;  $\Theta_a$  – вектор координат фазовых центров антенн; **Z** – вектор измерений;  $\Omega$  - область допустимых значение параметров.

Будем считать, что параметры влияют на критерий (1.11) независимо. Это позволяет по отдельности анализировать влияние каждого из параметров для минимизации дисперсии. Так, например, использование фильтрационных алгоритмов позволяет получить более точную оценку навигационных параметров

вертолета по сравнению с одномоментными алгоритмами, использующие измерения только на текущий момент.

#### 1.5 Выводы по главе 1

 Выполнен сравнительный анализ перспективных и действующих навигационных систем, обеспечивающих посадку вертолета на палубу корабля.
 Рассмотрены их основные недостатки и преимущества.

2) Определены требования к системам автоматизированной посадки вертолета на палубу корабля.

3) Для обеспечения автоматизированной посадки вертолета на палубу корабля следует применять локальные радионавигационные системы, позволяющие выполнять посадку в условиях воздействия организованных помех.

4) Даны краткие характеристики качки корабля и указаны основные методы ее учета при осуществлении автоматизированной посадки.

5) Произведена постановка задачи исследования, заключающаяся в минимизации дисперсии ошибки оцениваемых величин, и выработаны пути ее решения.

# Глава 2. Принципы построения локальных радионавигационных систем посадки вертолета на палубу корабля

## 2.1 Обобщенная структурная схема локальной радионавигационной системы посадки

На рисунке 2.1 представлена обобщенная структурная схема локальной радионавигационной корабельной системы посадки, которая состоит из двух сегментов: корабельного и пользовательского.





Х<sub>j</sub>,Y<sub>j</sub>,Z<sub>j</sub>- Координаты ППМ Х,Y,Z- Координаты вертолета

Пользовательский сегмент

Рисунок 2.1- Обобщенная структурная схема локальной радионавигационной корабельной системы посадки вертолета с приемо-передающими модулями

Корабельный сегмент служит для формирования навигационного поля и его контроля в зоне обслуживания системы. Как правило, он включает в себя набор из N<sub>a</sub> размещенных на корабле радионавигационных модулей и подсистемы управления и мониторинга (ПУМ). В зависимости от вариантов построения каждый модуль может быть приемо-передающим (ППМ) или только передающим (ПрдМ). Подсистема управления и мониторинга обеспечивает синхронизацию передающих устройств модулей и осуществляет контроль работоспособности аппаратуры корабельного сегмента. Связь ПУМ с каждым модулем

осуществляется по служебным каналам связи, например, в соответствии со стандартами Ethernet.

Расстояние между двумя фазовыми центрами антенн радионавигационных модулей принято называть базой или базовой линией  $B_{i,j}$ , где  $i, j = \overline{1, N_a}, i \neq j$  - номер модуля. С учетом ограничений площади размещения корабельного сегмента можно считать, что локальные радионавигационные корабельные системы являются системами с малыми базами. Длина базовой линии не превышает геометрические размеры корабля. Как правило, навигационные модули размещаются по периметру вертолетной площадки на корабле, как это реализуется для системы DeckFinder [4]. В таком случае максимальное значение длины базовой линии составляет  $B_{i,j} \approx 20$  м.

Пользовательский сегмент состоит из навигационной аппаратуры потребителя (НАП), являющейся N<sub>a</sub> канальным приемником, в каждом канале которого производится поиск, захват и слежение за параметрами радиосигналов от передающих устройств навигационных модулей корабельного сегмента. В процессе слежения за параметрами сигнала производится их оценка и на ее основе расчет вектора собственных координат и скоростей ЛА.

Важной особенностью локальных радионавигационных систем является то, что координаты фазовых центры антенн передающих устройств модулей заданы в корабельной системе координат и определяются в процессе развертывания системы.

# 2.2 Формирование и обработка радиосигналов локальных радионавигационных корабельных систем посадки

При выборе сигнально-кодовых конструкций, применяемых в локальных радионавигационных системах, необходимо учитывать следующие требования и особенности:

 разделение радиосигналов от передающих устройств радионавигационных модулей в бортовом навигационном приемнике должно осуществляться с минимальными межканальными помехами;

- измерение параметров радиосигналов (частоты несущего колебания, задержки по модулирующему сигналу, фазы несущего колебания) должно осуществляться с минимальной погрешностью, необходимой для высокоточного определения координат вертолета;
- с учетом возможного воздействия организованных помех должна быть обеспечена помехозащита радиосистемы;
- необходимо обеспечить когерентное излучение передающих устройств навигационных модулей корабельного сегмента, что требует применения специальных алгоритмов и методов синхронизации.

Отметим, что в последнее время идет интенсивное развитие ГНСС, которое сопровождается, в частности, введением новых видов радиосигналов от космических аппаратов. Накопленный опыт и работы, посвященные новым видам навигационных сигналов [35, 36, 37], подтверждают, что наиболее перспективным для беззапросных радионавигационных систем является применение фазоманипулированных широкополосных псевдошумовых сигналов (ПШС) с базой  $B_{\Pi\Pi C} \gg 1$ , обеспечивающих высокоточное измерение параметров радиосигналов и кодовое разделение каналов. По определению база ПШС  $B_{\Pi IIIC} = \Delta F_c T_c$ , где  $T_c$ - длительность периода ПШС в виде последовательности из п элементарных импульсов длительностью  $\tau_0 = T_c/n$ ,  $\Delta F_c = 1/\tau_0$  - ширина полосы ПШС. При таком выборе сигнально-кодовой конструкции, фаза несущего колебания каждого передатчика модулируется двоичной последовательностью, образованной суммированием по модулю два псевдошумового сигнала (ПШС<sub>i</sub>) дальномерного кода с периодом T<sub>c</sub> и импульсов цифрового двоичного сигнала навигационной информации длительностью  $\tau$ , которая, как правило, удовлетворяет условию  $\tau = m \cdot T_c$ , где m – натуральное число. Сигналы различных радиопередатчиков отличаются структуройПШС<sub>і</sub>, которая выбирается из условия взаимной ортогональности любой пары ПШС<sub>і.і</sub>. Использование ПШС с обеспечить базой  $B_{\Pi\Pi II} \gg 1$ позволяет высокую помехозащищенность радионавигационной системы [21].

Выбор базы ПШС является компромиссной задачей. С одной стороны для большей помехозащиты необходимо увеличивать базу, с другой стороны увеличение базы при фиксированной полосе сигнала приводит к уменьшению скорости передачи данных, так как сопровождается увеличением длительности информационного символа τ. В том случае, если важна оперативность передачи служебных данных, существует нижний предел на допустимую скорость передачи Увеличение базы ПШС увеличивает время данных. поиска сигнала в навигационном приемнике И усложняет его архитектуру. Например, перспективные сигнально-кодовые конструкции в ГНСС ГЛОНАСС [35] имеют частоту следования импульсов ПШС равную  $f_T = 10.23$  МГц и период  $T_c = 1$  мс и если принять  $\Delta F_c = f_T$ , то база ПШС  $B_{\Pi ШC} = 10230$ .

При ограниченной мощности излучаемых радиосигналов для получения высокой достоверности навигационной информации, передаваемой каждым навигационным модулем, используются помехоустойчивое кодирование информационных символов.

Структура кадра навигационного сообщения каждого навигационного модуля должна содержать информацию о пространственном положении модуля, параметрах качки корабля, если её учет производится по схеме совместной обработки данных с корабля и вертолета, метеорологическую информацию, а также служебные данные, необходимые для обеспечения синхронизации передающих устройств радионавигационных модулей и устранения неоднозначности измерений псевдодальности.

Общая структурная схема навигационного приемника (НП) сигналов локальных радионавигационных систем представлена на рисунке 2.2 [13, 23, 38].



Рисунок 2.2 - Общая структурная схема навигационного приемника

Навигационный приемник производит цифровую обработку радиосигналов, передаваемых от навигационных модулей, в результате которой формируются параметров (собственных оценки навигационных координат, скоростей), передаваемые через интерфейс взаимодействия В комплекс бортового оборудования (КБО) вертолета. Цифровая обработка производится в два этапа, условно называемых первичная обработка и вторичная обработка. Необходимость двухэтапной обработки сигналов вызвана тем, что реализация некоторых процедур, например, таких как алгоритмы вычисления координат, требует значительных затрат аппаратных и программных ресурсов и с меньшими затратами реализуются в виде программы, написанной на языке высокого уровня и работающей в операционной системе реального времени (Real Time Operation System) при вторичной обработке на спецвычислителе (CB).

На этапе первичной обработки сигнал с выхода антенны проходит преобразование частоты, усиление в усилителе промежуточной частоты (УПЧ) и фильтрацию фильтре нижних частот (ФНЧ) и оцифровывается в аналогоцифровом преобразователе (АЦП). Цифровые отсчеты входного сигнала поступают в модуль цифровой обработки (МЦО), в котором записанное программное обеспечение реализует в параллельной форме N<sub>a</sub> канальный приемник радиосигналов локальной радионавигационной системы. В результате первичной обработки формируются оценки параметров радиосигналов, к которым относят измерения псевдодальности, псевдофазы и псевдодоплера. Приставка «псевдо» в названии измерений имеет смысл аналогичный смыслу, введенному для измерений ГНСС, и указывает на то, что при формировании измерений появляются дополнительные смещения, которые необходимо учитывать в процессе их обработки.

Обобщенная схема алгоритма цифровой обработки и формирования оценок параметров сигналов в каждом из N<sub>a</sub> каналов приема приведена на рисунке 2.3. Согласно статистической теории оценивания параметров оценки для радиосигнала с ПШС необходимо использовать оптимальные следящие которых ΗП используется фазовой измерители. В качестве В система автоподстройки частоты (ФАП) и система слежения за задержкой сигнала (ССЗ). Синтезу и анализу таких систем посвящены работы [23, 24, 25], а особенности проектирования и реализации для радионавигационных систем рассмотрены в [11, 12, 13, 14, 38].



Рисунок 2.3 - Блок схема алгоритма цифровой обработки сигналов в одном канале приема

В процессе своей работы цифровые следящие системы ФАП и ССЗ производят поиск, захват и слежение за параметрами радиосигналов,

формируемыми и излучаемыми навигационными модулями корабельного сегмента. Система ФАП формирует оценку мгновенной полной фазы входного гармонического сигнала промежуточной частоты в j-ом канале приема  $\phi_{\kappa}^{J}$  и значения гармонических сигналов  $sin(\varphi_{\kappa}^{j})$  и  $cos(\varphi_{\kappa}^{j})$ , необходимые для демодуляции и декодирования передаваемой информации, а также для работы системы ССЗ. Строго говоря, оценка мгновенной полной фазы в ј-ом канале приема  $\phi_{\kappa}^{j}$  содержит ряд систематических смещений, вызванных тропосферными неопределенной начальной фазой искажениями. опорного генератора передающего модуля, аппаратурными смещениями, а также включает в себя неопределенное целое число длин волн N<sup>j</sup><sub>\u03c0</sub>, вследствие цикличности фазы гармонического сигнала [12, 13, 14]. Далее будем полагать что, при вхождении в синхронизм следящей системы ФАП неопределенное целое N<sub>0</sub><sup>j</sup> выбирается произвольно и в процессе слежения  $N^j_{\omega}$  не меняется, а ФАП производит формирование полной фазы путем контроля перехода фазы через ее граничные значения 0 и 2π.

Из рисунка 2.3 следует, что формирование оценки псевдофазы в j-ом канале приема осуществляется путем вычитания из значения мгновенной полной фазы в j-ом канале приема  $\phi_{\kappa}^{j}$ , полученного с помощью системы ФАП, значения полной фазы собственного опорного генератора (ОГ) приемника. Согласно терминологии, введенной в [13], ОГ формирует шкалу времени приемника, а следящая система ФАП в каждом канале свою канальную шкалу времени. Таким образом, оценка псевдофазы в j-ом канале приема есть разница показаний часов канальной и собственной шкал времени.

Дисперсия шумовой ошибки слежения за фазой входного сигнала системой ФАП определяется известным выражением [23, 24]

$$\sigma_{\varphi}^2 = 1/2h^2 \tag{2.1}$$

где  $h^2 = P_c/N_0\Delta f$  – отношение сигнал/шум;  $P_c$  - мощность сигнала на входе приемника;  $N_0$  - спектральная плотность мощности шума на входе приемника;  $\Delta f$ -эквивалентная полоса ФАП.

Выражение (2.1) получено при идеальных условиях, и как можно заметить, при увеличении h<sup>2</sup> дисперсия шумовой ошибки должная стремиться к нулю, однако в реальных условиях приходится учитывать собственные шумы опорных генераторов приемника и передатчика, которые определяют нижнюю границу дисперсии фазовых шумов, а также динамическую ошибку ФАП.

Согласно [39], дисперсия фазовых шумов опорного генератора определяется соотношением

$$\sigma_{\varphi,0\Gamma}^2 = 2 \int_{f_H}^{f_B} S_{\varphi 0}(f) df,$$
 (2.2)

где  $S_{\phi 0}(f)$ - спектральная плотность мощности собственных шумов опорного генератора;  $f_{\rm H}$  и  $f_{\rm B}$ - верхняя и нижняя границы полосы частот фазового шума.

Как правило, при рабочих значениях отношений сигнал/шум  $h^2 \ge 10$ величиной дисперсии фазовых шумов опорного генератора можно пренебречь. Величина (2.2) зависит от типа опорного генератора и его характеристик. Например. для термостатированного кварцевого генератора M32008 (производство ОАО «ОНИИП») с номинальной частотой 10 МГц значение спектральной плотности мощности фазового шума на частоте f<sub>н1</sub>=10 Гц равно  $S_{\phi 1}$  =-120 дБГц, на частоте  $f_{{}_{H2}}$  =100 Гц  $S_{\phi 2}$  =-145 дБГц, на частоте  $f_{{}_{H3}}$ =1 КГц S<sub>φ3</sub> =-155 дБГц. При переносе частоты с промежуточной на несущую частоту и обратно происходит увеличение дисперсии фазовых шумов, так например, при умножении частоты на два с использованием квадратичного преобразования дисперсия фазовых шумов увеличивается в четыре раза. В предположении, что фазовые шумы опорного генератора приемника и передатчика независимы, и при переносе частоты происходит трех уровневое преобразование то суммарная дисперсия при учете переносов частоты увеличить в  $K = 2 \cdot (4)^3 = 128$  раз. Используя методику расчета для выражения (2.2), приведенную в [39], можно показать, что при эквивалентной полосе  $\Phi A \Pi \Delta f = 1 \ K \Gamma \mu$  дисперсия фазовых

шумов определяется формулой  $\sigma_{\phi,0\Gamma}^2 = K(f_{H1}S_{\phi 1} + f_{H2}S_{\phi 2}) \approx 10^{-8} \text{ рад}^2$ . Что сравнимо с шумовой ошибкой (2.1) при  $h^2 = 80$  дБ, поэтому до  $h^2 < 80$  дБ собственными шумами можно пренебречь.

Динамическая ошибка характеризует инерционность следящих систем ФАП и определяется структурой и эквивалентной полосой ФАП. Влияние динамической ошибки может быть снижено путем усложнения структуры ФАП и в первом приближении, для определения потенциальной точности оценки, может не учитываться.

Для пересчёта шумовой ошибки ФАП, выраженной в радианах, в эквивалентную ей задержку по времени сигнала на несущей частоте можно воспользоваться известным соотношением  $\varphi = 2\pi f_0 \tau_{\varphi}$ , где  $f_0$ - частота несущего колебания,  $\tau_{\varphi}$  – задержка по времени на несущей частоте. Таким образом, дисперсия оценки задержки по времени фазы несущего колебания может быть определена из (2.1) согласно [12, 24, 25] следующим образом

$$\sigma_{\tau_{e0}}^2 = 1/(2\pi f_0)^2 2h^2$$
(2.3)

Как правило, среднеквадратическая погрешность определения задержки по времени фазы несущего колебания составляет несколько сотых от периода несущего колебания [12, 13, 24]. Это позволяет считать измерения псевдофазы высокоточными, однако с другой стороны неоднозначность псевдофазовых измерений, порождаемая неопределенным целым N<sup>j</sup><sub>\omega</sub>, усложняет их обработку.

Из рисунка 2.3 следует, что формирование оценки псевдодоплера производится путем дифференцирования фазы в j-ом канале приема  $\phi_{\kappa}^{j}$  и вычитания номинального значения опорной частоты. Для уменьшения затрат вычислительных ресурсов дифференцирование заменяется отношением конечных приращений  $\phi_{\kappa}^{j}$  к интервалу времени формирования этих приращений. Дисперсия шумовой ошибки формирования оценки псевдодоплера определяется согласно выражению [23, 24]

$$\sigma_{\rm F}^2 = 1/(2h^2\alpha^2), \tag{2.4}$$

где  $\alpha = \left( \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi t)^2 S(t)^2 dt / \int_{-\infty}^{\infty} S(t)^2 dt \right)^{-1/2}$ - среднеквадратическая длительность сигнала; При непрерывном сигнале среднеквадратическую длительность можно принять равной  $\alpha = 1/\Delta f_0$ , где  $\Delta f$  –эквивалентная полоса ФАП.

Современные цифровые системы  $\Phi A\Pi$  являются узкополосными системами, позволяющие уменьшить полосу  $\Delta f_0$  до значения близких к диапазону собственных шумов опорного генератора. Например, СКП шумовой ошибки формирования измерений пседодоплера в ГНСС не превышает значения 0.5 Гц [12, 13].

Формирование оценки псевдодальности в j-ом канале приема, согласно рисунку 2.3, производится аналогично формированию оценок псевдофазы, однако неоднозначность псевдодальности устраняется путем подсчета меток времени заложенных в навигационное сообщение. Если длина базовой линии мала по сравнению с эквивалентным расстоянием равным  $R = T_c c$ , где c - скорость света, то обработку псевдодальномерных измерений можно упростить. При этом полагается, что измерения псевдодальности разных каналов отстают друг от друга не больше чем на период ПШС, а значит, имеют одинаковый целочисленный вектор неоднозначности, который может быть скомпенсирован алгоритмами вторичной обработки. Дисперсия шумовой ошибки измерения псевдодальности определяется формулой Вудворда и в соответствии с [23, 24] может быть записана следующим образом

$$\sigma_{\rho}^2 = 1/(2h^2 \cdot \beta^2) \tag{2.5}$$

где  $\beta = \left(\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |S(j\omega)|^2 d\omega / \int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 d\omega\right)^{-1/2}$  – нормированный второй момент энергетического спектра сигнала, характеризующий ширину спектра сигнала.

На этапе вторичной обработки, результаты измерений параметров радиосигналов со всех каналов приема обрабатываются в спец вычислителе (СВ) совместно с информацией, передаваемой от радионавигационных модулей, и далее производится оценка собственных координат и скоростей вертолета.

### 2.3 Влияние многолучевого распространения сигналов

Эффект многолучевого распространения сигналов возникает в результате отражения радиосигналов от объектов, расположенных вдоль трассы распространения [40, 41]. Например, в случае корабельных радиотехнических систем, отражения могут возникать от водной поверхности и конструкции корабля, как показано на рисунке 2.4. В условиях многолучевого распространения сигнал на входе приемной антенны ЛА формируется в результате интерференции прямого луча, пришедшего на вход без отражений, и множества сигналов, отраженных от различных поверхностей.



Рисунок 2.4- Отражение сигнала от палубы корабля и морской поверхности

Отраженный сигнал включает в себя две составляющие: зеркальную и диффузную. Преобладание той или иной компоненты зависит от свойств отражающей поверхности, от взаимного расположения приемника и передатчика, а также от длины волны несущего колебания и поляризации сигнала. В соответствии с критерием Рэлея [41] если сдвиг фаз отраженных сигналов от верхней и нижней границ неровностей не превышает значения  $\Delta \phi < \pi/2$ , то в отраженном сигнале преобладает зеркальная компонента, в ином случае диффузная. Сдвиг фаз  $\Delta \phi$  от верхней и нижней границы неровностей определяется выражением

$$\Delta \phi = \frac{4\pi \Delta h \sin \gamma}{\lambda},\tag{2.6}$$

где Δh- среднеквадратическое значение высоты неровности в области формирования отраженного луча;

λ- длина волны несущего колебания;

ү- угол скольжения, рассчитываемый в соответствии с формулой

$$\gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{\mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2}{\mathbf{r}}\right),\tag{2.7}$$

h<sub>1</sub>, h<sub>2</sub>- высоты подъема передающей и приемной антенн над отражающей поверхностью;

r- длина проекции вектора, соединяющего фазовые центра антенн передатчика и приемника, на отражающую поверхность.

Согласно рекомендациям Международного союза электросвязи (МСЭ) [42], коэффициент зеркального отражения R<sub>0</sub> от плоской поверхности рассчитывается с использованием формул Френеля

$$R_0 = \frac{\sin \gamma - \sqrt{C}}{\sin \gamma + \sqrt{C}},$$
(2.8)

где С – параметр, определяемый при горизонтальной поляризации в соответствии с выражением

$$C_{\rm r} = \eta - \cos^2 \gamma, \tag{2.9}$$

и для вертикальной поляризации согласно выражению

$$C_{\rm B} = \frac{\eta - \cos^2 \gamma}{\eta^2},\tag{2.10}$$

при

$$\eta = \varepsilon(f) - j60\lambda\sigma(f), \qquad (2.11)$$

где  $\epsilon(f)$ - относительная диэлектрическая проницаемость отражаемой поверхности на частоте f;  $\lambda$ - длина волны [м];  $\sigma(f)$ - удельная проводимость поверхности отражения [См/м].

На рисунке 2.5 представлены зависимости коэффициента  $R_0$  для морской воды при  $\varepsilon = 80$  и  $\sigma = 4$  [41] в случае горизонтальной и вертикальной поляризации для электромагнитной волны с частотой 10ГГц.



Рисунок 2.5- Коэффициент отражения от морской воды в зависимости от угла скольжения для электромагнитной волны с горизонтальной поляризацией (1) и вертикальной поляризацией (2)

При вертикальной поляризации падающей электромагнитной волны коэффициент отражения имеет локальный минимум, который находится под углом скольжения равным углу Брюстера  $\gamma = \gamma_6$ . В случае отражения электромагнитной волны с частотой 10ГГц от морской воды угол Брюстера согласно рисунку 2.4 равен  $\gamma_6 \approx 7^\circ$ .

В реальных условиях распространения и отражения электромагнитной волны необходимо учитывать кривизну Земли, а также шероховатость поверхности, участвующей в формировании отраженного сигнала. В большинстве случаев в условиях близкого расположения передатчика и приемника радиосигналов r ≤ 1500 м, кривизной поверхности Земли можно пренебречь и не учитывать в расчетах.

Согласно рекомендациям МСЭ, коэффициент отражения зеркальной составляющей R<sub>3</sub> с учетом шероховатой поверхности может быть записан в виде [42]

$$R_3 = \rho_3 |R_0|, (2.12)$$

где  $\rho_3$  – доля зеркальной компоненты в отраженном сигнале, вычисляемая в соответствии с формулой

$$\rho_3 = \frac{1}{\sqrt{3.2x - 2 + \sqrt{(3.2x)^2 - 7x + 9}}}$$
(2.13)

где х определяется с учетом (2.6) следующим образом

$$x = \frac{1}{2}\Delta\phi^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4\pi\Delta h}{\lambda}\sin\gamma\right)^2$$
(2.14)

Диффузную компоненту в отраженном сигнале можно также характеризовать коэффициентом отражения R<sub>д</sub>, который определяется аналогично (2.12)

$$\mathbf{R}_{\mathbf{\pi}} = \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{\pi}} |\mathbf{R}_{\mathbf{0}}|, \tag{2.15}$$

где  $\rho_{\tt d}$  – доля диффузной компоненты в отраженном сигнале.

Ввиду сложности описания доли диффузной компоненты  $\rho_{d}$  МСЭ рекомендует использовать данные натурных экспериментов. На рисунке 2.6 представлено аналитическое выражение для параметра  $\rho_{3}$  (2.13) и экспериментальные значения для параметра  $\rho_{d}$  (2.15) [42].



Рисунок 2.6- Зеркальная и диффузная компоненты при отражение от шероховатой поверхности [42]

Из рисунка 2.6 следует, что коэффициент диффузного отражения  $R_{d}$  имеет максимальное значение  $\rho_{d} \approx 0.4$ , что соответствует уменьшению мощности

отраженного сигнала на L = -8 дБ. При увеличении шероховатости поверхности уменьшается до значения  $\rho_{d} \approx 0.2$  (L = -14 дБ по мощности). Так, например, при отражении от морской поверхности мощность диффузной компоненты уменьшается с увеличением скорости ветра и соответственным увеличением высоты волн. Согласно [43], при увеличении скорости ветра с 1 м/с до 8 м/с мощность диффузной компоненты уменьшается на 10 дБ при длине волны  $\lambda = 3$ см и  $\gamma = 2 \dots 5^{\circ}$ .

Если высота палубы над уровнем моря находится на высоте  $h_1 = 10$  м и заход осуществляется с дистанции г  $\approx 1000$ м по глиссаде под углом  $\alpha \approx 7^\circ$ , то  $h_2=130$  м, и угол скольжения, в соответствии с выражением (2.7), равен  $\gamma \approx 8^\circ$ . Степень волнения моря характеризуется средней высотой волн  $H_0$ , определяемой как четыре среднеквадратических значения высоты волн [43]

$$H_0 = 4\Delta h \tag{2.16}$$

В таблице 2.1 приведены соответствия средней высоты волны и скорости ветра по шкале Бофорта.

Таблица 2.1 – Характеристики волнения моря по шкале Бофорта

Баллы по шкале Бофорта	0	1	2	3	4	5	6
Средняя высота волн H <sub>0</sub> , м	<0.1	0.1	0.3	0.6	1.2	2	3
Скорость ветра, м/с	<0.1	0.3	1.6	3.4	5.5	8	10.8

Согласно таблице 2.1 и выражению (2.16), при двух балльном волнения моря среднеквадратическое значение высоты волн равно  $h_m \approx 0.08$  м. Тогда доля зеркальной компоненты в отраженном сигнале  $\rho_3$  при  $\gamma \approx 8^\circ$  и длине волны  $\lambda = 3$  см в соответствии с (2.13) равна  $\rho_3 \approx 0.13$ , что соответствует ослаблению зеркальной компоненты по мощности сигнала равному  $L_2 = -17$ дБ. Аналогичные

рассуждения позволяют получить ослабление мощности зеркальной компоненты при четырех балльном волнении моря равное  $L_4 = -30$ дБ. Таким образом, уже при слабом волнении моря, зеркальная компоненты отраженного сигнала будет подавлена более чем на 15 дБ, что позволяет считать её незначительной по сравнению с мощность сигнала, пришедшего на вход приемника без отражения.

Используя рассмотренные особенности отражения электромагнитной волны от морской поверхности, удается снизить мощность отраженных сигналов от поверхности моря более чем на 15 дБ. Такой эффект достигается за счет использования сигналов с вертикальной поляризацией, уменьшения длины волны несущего колебания и увеличения угла скольжения  $\gamma$  путем увеличения высоты полета вертолета. При выполнении этих условий в отраженном сигнале преобладает диффузный характер отражений. Дополнительное снижение мощности отраженного сигнала также может быть осуществлено при организации захода вертолета под углами равными углу Брюстера для данного типа отражающей поверхности  $\alpha = \gamma_6$ . В случае отражения от поверхности морской воды угол Брюстера равен  $\gamma_6 \approx 7^\circ$ , что соответствует заходу вертолета по глиссаде.

Если считать палубу корабля идеально проводящей гладкой поверхностью, то в этом случае она является экраном для антенны расположенной над ней и ее влияние учитывается в изменении диаграммы направленности антенны и учете данных характеристик при обработке.

Ввиду сложной геометрии конструкции корабля, отражения сигнала от надстроек над палубой будет иметь диффузный характер отражений, что можно учитывать аналогично диффузному отражению от взволнованной поверхности моря.

При движении вертолета и корабля характер отражений от различных объектов изменяется, помимо этого прямой и отраженный лучи приходят на вход приемника с разным доплеровским сдвигом. При этом возникает эффект так называемой рандомизации многолучевости, который можно характеризовать увеличением спектральной плотности мощности ошибки формирования

59

измерений. В этом случае влияние многолучевости частично компенсируется в узкополосных следящих системах ФАП и ССЗ приемника [44].

Существуют альтернативные подходы к компенсации многолучевого наиболее распространенными ИЗ которых распространения, являются: применение Rake-приемников [21, 271. эквалайзеров [27]. применение сигналов [21], широкополосных сужение апертуры дискриминационной характеристики и сглаживание оценок псевдодальности оценками псевдофазы [12, 44].

Предложенные методы позволяют уменьшить влияния многолучевого распространения сигналов на ошибку формирования измерений, что позволяет далее считать её малой по сравнению с шумовой ошибкой формирования измерений и не учитывать.

## 2.4 Математические модели измерений параметров радиосигналов локальных радионавигационных систем

На этапе первичной обработки сигналов радионавигационных модулей в каждом канале приема производится формирование измерений псевдодальности, псевдофазы и псевдодоплеровского смещения частоты. Согласно [12, 13, 45] математические модели измерений параметров радиосигналов локальных радионавигационных можно представить в виде

$$\rho^{j} = R^{j} + c \cdot \left(\Delta T_{rx} - \Delta T_{tx}^{j} + \Delta \tau_{trop}^{j} + \Delta \tau_{hard} - \Delta \tau_{hard}^{j}\right) + \Delta R_{apc}^{j} + d_{mult}^{j} + \xi_{\rho}^{j}$$

$$(2.17)$$

$$\varphi^{j} = \frac{R^{j}}{\lambda} + f_{0} \cdot \left(\Delta T_{rx} - \Delta T_{tx}^{j} + \Delta \tau_{trop}^{j}\right) + \Delta \varphi_{hard} - \Delta \varphi_{hard}^{j} + \frac{\Delta R_{apc}^{j}}{\lambda} + \varphi_{mult}^{j} + \frac{\Delta R_{apc}^{j}}{\lambda} + \frac{\Delta$$

$$+\phi_0 - \phi_0^{j} + k_{\phi}^{j} + \xi_{\phi}^{j}$$
(2.18)

$$F^{j} = -\frac{\dot{R}^{j}}{\lambda} - \Delta f + \xi_{F}^{j}$$
(2.19)

$$R^{j} = \sqrt{(x - x^{j})^{2} + (y - y^{j})^{2} + (z - z^{j})^{2}}$$
(2.20)

$$\dot{R}^{j} = \frac{(x - x^{j})(\dot{x} - \dot{x}^{j}) + (y - y^{j})(\dot{y} - \dot{y}^{j}) + (z - z^{j})(\dot{z} - \dot{z}^{j})}{R^{j}}$$
(2.21)

где  $\rho^{j}$  - измерения псевдодальности для j-го навигационного модуля [м];

φ<sup>j</sup> – измерения псевдофазы для j-го навигационного модуля [циклы];

F<sup>j</sup> - измерения псевдодоплеровского смещения j-го навигационного модуля [Гц];

R<sup>j</sup> - расстояние между точкой, которую занимал ЛА в момент измерения, и точкой расположения j-ого навигационного модуля на момент предшествия [м];

x<sup>j</sup>, y<sup>j</sup>, z<sup>j</sup> – координаты фазового центра антенн j-ого навигационного модуля в корабельной системе координат [м];

х, y, z – координаты фазового центра приемной антенны вертолета в корабельной системе координат [м];

 $\dot{x}^{j}, \dot{y}^{j}, \dot{z}^{j}$  — скорости перемещения фазового центра антенн j-ого навигационного модуля в корабельной системе координат [м/с];

ż, ż, ż – скорость перемещения фазового центра приемной антенны вертолета в корабельной системе [м/с];

ΔT<sub>rx</sub> - смещение показаний часов приемника относительно показаний часов системы [c];

ΔT<sup>j</sup><sub>tx</sub> - смещение показаний часов j-го навигационного модуля относительно показаний часов системы[с];

 $\Delta \tau_{hard}$  – задержка сигнала в приемном тракте приемника [c];

 $\Delta \tau_{hard}^{j}$  - задержка сигнала в передающем тракте j-го навигационного модуля [c];

Δτ<sup>j</sup><sub>trop</sub> – задержка сигнала, вызванная распространением сигнала в тропосфере [c];

ΔR<sup>j</sup><sub>apc</sub> – смещение в измерениях псевдодальности и псевдофазы, связанное со смещением фазового центра антенны от истинного значения [м];

d<sup>i,j</sup><sub>mult</sub> – смещение в измерениях псевдодальности, вызванные многолучевым распространением сигнала от j-го навигационного модуля [м];

 $\Delta \phi_{hard}$  – смещение фазы радиосигналов в приемном тракте [циклы];

Δφ<sup>l</sup><sub>hard</sub> - смещение фазы радиосигнала j-го навигационного модуля, вызванное его распространением в передающем тракте [циклы];

φ<sup>j</sup><sub>mult</sub> - смещение в измерениях псевдофазы, вызванное многолучевым распространением сигнала от j-го навигационного модуля [циклы];

φ<sub>0</sub> – начальная фаза колебаний опорного генератора навигационного приемника [циклы];

φ<sup>j</sup><sub>0</sub> – начальная фаза колебаний на несущей частоте сигнала с выхода антенны j-го навигационного модуля [циклы];

k<sup>j</sup><sub>φ</sub> – неопределенное целое число, характеризующее неоднозначность псевдофазовых измерений по j-му навигационному модулю [-];

R<sup>j</sup> – радиальная скорость движения приемника относительно j-го навигационного модуля [м/с];

Δf – смещение частоты опорного генератора приемника, относительно его номинального значения [Гц];

f<sub>0</sub> – номинальная частота излучения навигационных модулей[Гц];

λ – длина волны несущего колебания навигационных модулей[м].

ξ<sup>j</sup> – шумовая ошибка формирования псевдодальности по j-му навигационному модулю [м].

ξ<sup>j</sup><sub>φ</sub> – шумовая ошибка формирования псевдофазы по j-му навигационному модулю [циклы].

ξ<sup>j</sup><sub>F</sub> – шумовая ошибка формирования псевдодоплера по j-му навигационному модулю [Гц].

В отличие от математических моделей измерений параметров сигналов ГНСС в (2.17) - (2.19) отсутствуют задержки и смещения связанные с релятивистскими эффектами, распространением сигнала в ионосфере, а также с различными приливными эффектами [12, 13, 14]. Данные величины не учитываются в измерениях параметров сигналов локальных радионавигационных корабельных систем в силу следующих причин:

- релятивистскими эффектами пренебрегают, так как скорости корабля и вертолета значительно меньше по сравнению со скоростью света;
- 2) ввиду того, что максимальная высота полета вертолета составляет примерно Н<sub>п</sub> =4000-5000 м над уровнем моря, то фактически при задаче посадки вертолета на палубу корабля рассматривают распространение радиосигналов навигационных модулей только в тропосфере. Таким образом, ошибки, характеризующие смещение в результате распространения в ионосфере, не учитываются;
- при определении координат в локальной зоне работы системы приливные эффекты нивелируются за счет одинакового воздействия, как на корабельный, так и на пользовательский сегмент.

Согласно (2.18) в математической модели псевдофазовых измерений входит неопределенный целочисленный параметр  $k_{\phi}^{j}$ , характеризующий неоднозначность фазовых измерений. В процессе слежения за фазой сигнала могут происходить срывы слежения, при которых происходит скачкообразное изменение целочисленного параметра  $k_{\phi}^{j}$  [12, 13]. Перечисленные обстоятельства усложняют обработку псевдофазовых измерений и требуют применения специальных алгоритмов разрешения целочисленной неоднозначности.

Задержка сигнала  $\Delta \tau^{j}_{trop}$ , вызванная прохождением сигнала в тропосфере, обусловлена непостоянством коэффициента преломления тропосферы вдоль трассы распространения. Коэффициент преломления зависит от состояния тропосферы, а именно от температуры, давления и влажности [40, 41]. При расположении навигационных модулей корабельного сегмента на палубе, над которой состояние тропосферы можно считать одинаковым, при средней длине базы  $B_{i,j} \approx 20$  тропосферные искажения вдоль трассы распространения радиосигналов от модулей до ЛА также будут одинаковыми, а соответственно ошибки, вызванные этим эффектом сильно коррелированными. С учетом данного допущения справедливо равенство

$$\Delta \tau_{\rm trop}^{\rm J} = \Delta \tau_{\rm trop}, j = \overline{1, \rm N}, \qquad (2.22)$$

Смещения показаний часов каждого передающего модуля  $\Delta T_{tx}^{j}$ , аппаратурные задержки каждого j-го передатчика  $\Delta \tau_{hard}^{j}$ ,  $\Delta \phi_{hard}^{j}$ , а также начальная фаза несущего колебания j-го передатчика  $\phi_{0}^{j}$  компенсируются за счет применения специальных алгоритмов синхронизации [34, 46, 67].

В выражениях (2.17) - (2.18) присутствуют слагаемые, характеризующие задержки и смещения в измерениях псевдодальности и псевдофазы, вызванные многолучевым распространением сигналов. В параграфе 2.3 рассмотрены основные подходы к компенсации многолучевого распространения. Выбор оптимального метода компенсации многолучевости В локальных корабельных требует фундаментальных радионавигационных системах исследований, поэтому в данной работе представлены основные принципы снижения данного фактора. Далее будем полагать, что ошибка многолучевости незначительно влияет формирование измерений на при определении навигационных параметров вертолета и ей можно пренебречь.

Влияние смещения фазовых центров антенн может быть снижено путем более точного определения координат фазовых центров антенн при развертывании системы. Далее будем полагать, что положение фазовых центров антенн известно априорно точно и ошибками определения фазовых центров антенн можно пренебречь.

Если в навигационном приемнике осуществляется учет вышеописанных факторов, то математические модели измерений (2.17) – (2.18) можно записать в более простой форме

$$\rho^{j} = R^{j} + c\Delta T_{\rho} + \xi^{j}_{\rho}, \qquad (2.23)$$

$$\varphi^{j} = \frac{R^{j}}{\lambda} + f_{0}\Delta T_{\varphi} + k_{\varphi}^{j} + \xi_{\varphi}^{j}, \qquad (2.24)$$

где

 $\Delta T_{\rho} = \Delta T_{rx} + \Delta \tau_{trop}^{j} + \Delta \tau_{hard}$  – суммарная задержка радиосигналов в измерениях псевдодальности, включающая смещение шкалы времени приемника, аппаратурные и тропосферные задержки;

64

 $\Delta T_{\phi} = \Delta T_{rx} - \Delta \tau_{trop}^{j} + \frac{\Delta \phi_{hard} + \phi_{0}}{f_{0}}$  – суммарное смещение в измерениях псевдофазы сигнала, включающее смещение шкалы времени приемника, аппаратурные и тропосферные задержки, а также начальную фазу опорного генератора приемника.

Заметим, что аналогично (2.23) и (2.24) в ГНСС введены математические модели измерений, в которых смещение шкалы времени приемника ( $\Delta T_{rx}$ ) для измерений псевдодальности и псевдофазы отличаются друг от друга. Данные модели называют моделями с разделенными часами, а их использование при совместной обработке псевдодальностей и псевдофаз улучшает характеристики сходимости алгоритмов [16].

### 2.5 Методы синхронизации передающих устройств корабельного сегмента

Навигационный приемник ЛА локальной радионавигационной корабельной системы посадки определяет собственное положение на основе обработки измерений радиосигналов, пространственнопараметров излучаемых корабельного Для обеспечения разнесенными модулями сегмента. функционирования таких систем радиосигналы, излучаемые модулями, должны быть когерентны и соответственно начальные фазы излучаемых модулями радиосигналов должны быть функционально взаимосвязаны. Если условия когерентности не выполняется, то в математические модели измерений параметров радиосигналов (2.23) и (2.24) необходимо включать слагаемые  $\Delta T_{tx}^{j}$  $\Delta \tau^{j}_{hard}, \, \Delta \psi^{j}_{hard}, \, \psi^{j}_{0},$  что значительно усложняет обработку измерений и требует перехода к сингулярной системе уравнений, в которой количество неизвестных превышает количество измерений. Согласно [13], если рассматривать пространственно-разнесенные модули, как набор собственных и канальных часов, то задача обеспечения когерентности сводится к сведению шкал времени собственных часов модулей к единой системной шкале времени с учетом задержек, возникающих при распространении сигнала в приемо-передающих трактах.

Задача обеспечения когерентного излучения в ЛРНС очень схожа с аналогичной задачей в когерентных многопозиционных радиолокационных станциях (МПРЛС), и часто обозначается как задача фазовой привязки [48] или синхронизации пространственно-разнесенных радиопередающих устройств [46]. Для этих целей в МПРЛС сначала производят синхронизацию опорных генераторов, а затем проводят калибровку приемо-передающих трактов. В МПРЛС с большими базами используются высокостабильные опорные генераторы, например водородные стандарты времени и частоты, и периодически применяются процедуры калибровки приемо-передающих трактов каждой станции, например, с использованием точечного отражателя [48]. В МПРЛС, составные части, которых расположены в зоне прямой радиовидимости, для обеспечения синхронизации ПО радиоканалу могут быть использованы сигналы [49], при обеспечивается узкополосные пилот ЭТОМ только синхронизация опорных генераторов, задержки в приемо-передающих трактах нивелируются путем аналогичных калибровок. Калибровка приемо-передающих трактов в МПРЛС производятся периодический, при этом целевая работа системы прекращается.

В общем случае, для синхронизации пространственно-разнесенных часов используют различные методы передачи сигнала синхронизации, которые делятся на односторонние и двухсторонние. Сигнал синхронизации представляет собой радиосигнал, параметры (к примеру, фаза несущего колебания) которого жестко связаны с системной шкалой времени. В односторонних методах сигнал синхронизации передается в направлении от часов с системной шкалой времени к часам, шкалу времени которых приводят к системной. К таким методам, прежде всего, относят синхронизацию с помощью ГНСС. В двусторонних методах используют не только прямое направление передачи, но и обратное. В результате оценки расхождения шкал времени на двух модулях удается повысить точностью синхронизации по сравнению с односторонними методами. К таким методам двусторонней синхронизации относят, например, метод передачи с использованием спутникового ретранслятора TWSTFT (Two Way Satellite Time

and Frequency Transfer) или волоконно-оптической линии связи [47]. Среднеквадратическая погрешность синхронизации в односторонних методах синхронизации достигает порядка 1-50 нс, в двусторонних - порядка 0.001-2 нс [46].

Таким образом, основными недостатками применяемых методов обеспечения когерентного излучения передающих устройств пространственноразнесенных систем является:

- использование процедуры калибровки приемо-передающих трактов каждого модуля [46], проведение которой является выполнимой, но достаточно сложной технической задачей и требует перепроверки в процессе эксплуатации системы;
- 2) для обеспечения высокой автономности, мобильности и простоты установки модулей применяют периодическую передачу узкополосного пилот-сигнала по радиоканалу [49, 50], обработка которого при условии высокой точности синхронизации требует достаточно большого времени накопления пилот-сигнала (от 0.5 до 2 с [50]), в течение которого основной режим работы системы невозможен;
- применение ГНСС для обеспечения синхронизации и синхронизации с помощью спутниковых ретрансляторов не рассматривается ввиду низкой помехозащищенности радиолинии между абонентом и космическим аппаратом;
- 4) основным недостатком большинства методов синхронизации является необходимость выделения процесса синхронизации в отдельный режим, в течение которого система не может выполнять свои основные функции, что неприемлемо при реализации непрерывной посадки группы вертолетов.

В работе [34] автором предлагается алгоритм синхронизации передающих устройств пространственно-разнесенных навигационных модулей ЛРНС, позволяющий обеспечить когерентность излучаемых сигналов. Анализируются два метода синхронизации: двухсторонний с применением приемо-передающих корабельных модулей и односторонний, использующий передающие и один приемный модули. Можно отметить следующие достоинства предлагаемых методов синхронизации:

- использование процедуры определения расстояний между фазовыми центрами антенн позволяет исключить калибровки приемо-передающих трактов радионавигационных модулей и обеспечить синхронизацию без привлечения дополнительных средств и аппаратуры;
- синхронизация осуществляется непрерывно в процессе работы системы (в фоновом режиме) по целевому широкополосному навигационному сигналу при использовании в качестве опорных генераторов разнесенных модулей ЛРНС кварцевых генераторов с нестабильность порядка 10<sup>-9</sup> ... 10<sup>-6</sup>;
- дополнительное повышение точности и надежности синхронизации обеспечивается за счет совместной обработки результатов измерений параметров радиосигналов по каждому модулю.

### 2.5.1 Двухсторонний метод синхронизации приемо-передающих модулей

На рисунке 2.7 приведена структурная схема приемо-передающего модуля корабельного сегмента. Каждый из  $N_a$  модулей содержит передатчик (ПРД),  $N_a - 1$  канальный приемник, блок управления и коммутатор. Передатчик формирует сигнал, параметрами которого (частотой, начальной фазой и задержкой) можно управлять. Сигналы управления формируются в подсистеме управления и мониторинга (ПУМ) в соответствии с алгоритмом синхронизации. Блок управления производит непосредственное управление параметрами сигнала передатчика, а также осуществляет передачу в ПУМ результатов оценки параметров сигналов в каждом канале приема, принципы формирования, которых рассмотрены в параграфе 2.2 данной работы. Примем один из  $N_a$  модулей в качестве базового модуля (далее обозначается индексом b), под излучаемый радиосигнал которого необходимо подстроить сигналы с выхода антенн остальных модулей.



Рисунок 2.7 - Обобщенная структурная схема приемо-передающего модуля в составе корабельного сегмента

Коммутатор производит переключение модуля с приема на передачу и обратно. Структура радиосигнала, излучаемого каждым модулем, соответствует структуре, описанной в параграфе 2.2. Излучение каждого модуля производится периодически в заданном временном интервале. На рисунке 2.8 приведена временная диаграмма очередности излучения для пяти модулей.





Длительность интервала времени излучения Т<sub>изл</sub> и период повторного излучения Т<sub>кадр</sub> (длительность одного кадра) одинаковы для всех модулей и кратны периоду ПШС Т<sub>с</sub>

$$T_{_{\text{H}3}\pi} = \mathbf{n} \cdot T_{\mathrm{c}}, \qquad (2.25)$$

$$T_{\text{кадр}} = N_{a} \cdot T_{\text{изл}}, \qquad (2.26)$$

где N<sub>a</sub>- количество навигационных модулей, n = 1,2,3 ...- натуральное число.

Синхронизация осуществляется одновременно с работой системы посадки по целевому радиосигналу, используемому навигационным приемником вертолета при посадке.

В пределах одного кадра приемник (ПРМ) каждого модуля принимает сигналы от других модулей и формирует оценки измерений параметров радиосигналов этих модулей, которые передаются через блок управления в ПУМ.

В ПУМ осуществляется совместная обработка результатов измерений параметров радиосигналов, в результате которой формируются управляющие сигналы коррекции генератора передатчика, передаваемые каждому модулю. В j-ом модуле блок управления осуществляет подстройку опорного генератора передатчика (ПРД) под принятый от базового модуля сигнал с использованием следящих систем ФАП и ССЗ, также производит коррекцию начальной фазы и задержки с учетом управляющего сигнала коррекции генератора, формируемого ПУМ.

Математические модели измерений псевдодальности (2.17) и псевдофазы (2.18) видоизменяются ввиду того, что опорный генератор передатчика каждого модуля подстраивает свою фазу с учетом сигнала коррекции от ПУМ и принимают следующий вид

$$\rho_{i}^{j} = R_{i}^{j} + c \cdot \left(\Delta \widehat{T}_{\rho}^{j} - \Delta T^{i} + \tau_{trop}^{i,j} + \tau_{rx}^{i} - \tau_{ctrl}^{j}\right) + d_{mult}^{i,j} + \Delta R_{apc}^{i,j} + \xi_{\rho}^{i,j}, \quad (2.27)$$

$$\varphi_{i}^{J} = \lambda^{-1} R_{i}^{J} + f_{0} \cdot \left( \Delta \widehat{T}_{\varphi}^{J} - \Delta T^{i} + \tau_{trop}^{1,J} - \varphi_{ctrl}^{J} \right) + \varphi_{mult}^{1,J} + \lambda^{-1} \Delta R_{apc}^{1,J} + \varphi_{rx}^{i} - \varphi_{0}^{i} + k_{\varphi}^{i,j} + \xi_{\varphi}^{i,j}, \quad (2.28)$$

$$\Delta \widehat{T}_{\rho}^{j} = c^{-1} \left( R_{j}^{b} + d_{mult}^{j,b} + \tau_{rx}^{j} + \tau_{tx}^{j} + \Delta R_{apc}^{j,b} \right) + \tau_{trop}^{j,b}, \qquad (2.29)$$

$$\Delta \widehat{T}_{\varphi}^{j} = \lambda^{-1} R_{j}^{b} + \varphi_{mult}^{b,j} + \varphi_{rx}^{j} + \varphi_{tx}^{j} + \lambda^{-1} \Delta R_{apc}^{j,b} + \varphi_{trop}^{b,j}, \qquad (2.30)$$
$$i = 1.. N_{a}, j = 1.. N_{a}, i \neq j,$$

где индекс і обозначает модуль, на котором производятся измерения, а индекс ј обозначает модуль, сигнал которого обрабатывается;

R<sub>i</sub> – расстояние между фазовыми центрами антенн i-го и j-го модулей;

τ<sup>j</sup><sub>rx</sub>, τ<sup>j</sup><sub>tx</sub> – аппаратурные задержки модулируещего сигнала в приемном и передающем тракте j- го модуля.

 $\Delta \widehat{T}_{\rho}^{j}$  – смещение показаний часов j-го модуля в измерениях псевдодальности относительно показаний часов системы, включающее в себя:

- с<sup>-1</sup>R<sub>j</sub><sup>b</sup> задержку при распространении сигнала между базовым и j-ым модулями;
- d<sup>i,b</sup><sub>mult</sub> смещение в измерения псевдодальности при приеме j-ым модулем сигнала от базового модуля вследствие многолучевого распространения;
- d<sup>j</sup><sub>rx</sub>, d<sup>j</sup><sub>tx</sub>- задержки модулирующего сигнала в приемном и передающем трактах j-го модуля;
- с<sup>-1</sup>ΔR<sup>j</sup><sub>apc</sub> задержку, вызванную смещение фазового центра антенн j-го модуля;
- т<sup>j,b</sup><sub>trop</sub> тропосферные задержки на трассе распространения между базовым и j-ым модулями;
- т<sup>j</sup><sub>ctrl</sub> –задержка в измерениях псевдодальности, вносимая управляющим сигналом коррекции j-го передатчика;
- τ<sub>0</sub><sup>b</sup> начальную фазу модулирующего сигнала j-го передатчика;
- $\tau_{tx}^{b}$  задержку в передающем тракте базового модуля;
- ΔÎ<sup>j</sup><sub>φ</sub> смещение показаний часов j-го модуля в измерениях псевдофазы относительно показаний часов системы, включающее в себя помимо величин описанных выше:
- φ<sup>i,b</sup><sub>mult</sub> смещения фазы несущего колебания, вызванные многолучевым распространением сигнала от базового к i-ому;
- φ<sup>j</sup><sub>rx</sub>, φ<sup>j</sup><sub>tx</sub> смещения фазы несущего колебания в приемном и передающем трактах j-го модуля;
- φ<sup>j</sup><sub>ctrl</sub> смещение в измерениях псевдофазы, вносимое управляющим сигналом коррекции j-го передатчика от ПУМ.

Синхронизация навигационных приемо-передающих модулей достигается при выполнении условий

$$\tau^{j}_{ctrl} = \Delta \widehat{T}^{j}_{\rho}, \, \phi^{j}_{ctrl} = f_0 \Delta \widehat{T}^{j}_{\phi}$$
(2.31)

Однако напрямую вычислить оценки значений управляющих сигналов по  $\tau^{j}_{ctrl}$  и  $\phi^{j}_{ctrl}$ , используя математические модели измерений (2.27)-(2.29), не представляется возможным ввиду присутствия в (2.27)-(2.29) различных систематических смещений и задержек. Для устранения указанного недостатка предлагается алгоритм [34] совместной обработки результатов измерений в ПУМ, который позволяет скомпенсировать систематические смещения и вычислить оценки управляющих сигналов.

В параграфе 2.4 отмечалось, что задержки, вызванные распространением сигнала в тропосфере, обусловлены непостоянным коэффициентом преломления вдоль трассы распространения сигнала [40, 41]. Если предполагать, что в зоне размещения корабельного сегмента состояние атмосферы одинаковое, а именно в местах размещения навигационных модулей одинаковые температура, давление и влажность, то тропосферными задержками можно пренебречь ввиду постоянства коэффициента преломления.

При синхронизации периодического сигнала необходимо подстроить фазу в пределах одного цикла колебаний, поэтому далее эффекты, связанные с неоднозначность измерений не учитываются в процессе синхронизации.

Для вычисления оценки управляющих сигналов по модулирующему коду  $\tau^{j}_{ctrl}$  и по фазе несущего колебания  $\phi^{j}_{ctrl}$  необходимо сформировать разностные значения путем вычитания из измерений каждого канала приема измерения по базовому каналу согласно следующим выражениям

$$\Delta \rho_i^j = \rho_i^j - \rho_i^b = \Delta R_i^j + c \cdot \left(\Delta \widehat{T}_{\rho}^j - \tau_{ctrl}^j\right) + \Delta \xi_{\rho}^{i,j}, \qquad (2.32)$$

$$\Delta \varphi_{i}^{j} = \varphi_{i}^{j} - \varphi_{i}^{b} = \frac{\Delta R_{i}^{j}}{\lambda} + c \cdot \left(\Delta \widehat{T}_{\varphi}^{j}\right) - \varphi_{ctrl}^{j} + \Delta \xi_{\varphi}^{i,j}, \qquad (2.33)$$

$$\Delta R_i^j = R_i^j - R_i^b, \qquad (2.34)$$

$$i = 1..N_a - 1, i \neq j$$
где

$$\Delta \xi_{\rho}^{i,j} = R_{apc}^{i,j} - R_{apc}^{i,b} + d_{mult}^{i,j} - d_{mult}^{i,b} + \xi_{\rho}^{i,j} - \xi_{\rho}^{j,b}, \qquad (2.35)$$

$$\Delta \xi_{\varphi}^{i,j} = \frac{\Delta R_{apc}^{i,j} - \Delta R_{apc}^{i,b}}{\lambda} + \varphi_{mult}^{i,j} - \varphi_{mult}^{i,b} + \xi_{\rho}^{i,j} - \xi_{\rho}^{j,b}$$
(2.36)

- ошибки формирования разностных измерений псевдодальностей и псевдофаз соответственно.

При формировании измерений в базовом модуле появляются систематические смещения в измерениях псевдофазы и псевдодоплера, вызванные прохождением сигнала через приемный тракт базового модуля  $\tau_{rx}^{b}$  и  $\phi_{rx}^{b}$ . Так как в базовом модуле не производится коррекция, то измерения, полученные в базовом модуле, не принимаются в обработку.

Оценка управляющих сигналов по модулирующему коду  $\tau_{ctrl}^{j}$  и по фазе опорного генератора  $\phi_{ctrl}^{j}$  вычисляются на основе (2.32) и (2.33) для j-го (j  $\neq$  b) модуля с использованием измерений i-ого (i  $\neq$  j  $\neq$  b) модуля путем формирования невязок измерений разности псевдодальности и псевдофазы согласно следующим выражениям

$$\tau_{\rm ctrl}^{\rm j} = \frac{\Delta \rho_{\rm i}^{\rm j} - \Delta R_{\rm i}^{\rm j}}{c} + \Delta \xi_{\rho}^{\rm i,j} \tag{2.37}$$

$$\begin{split} \phi^{j}_{ctrl} &= \Delta \phi^{j}_{i} - \frac{\Delta R^{j}_{i}}{\lambda} + \Delta \xi^{i,j}_{\phi} \\ i &= 1..N_{a} - 1, i \neq j. \end{split}$$
 (2.38)

Выражения (2.37) и (2.38) оцениваются N<sub>a</sub> – 2 раз для каждого модуля. Избыточность измерений позволяет производить статистическое оценивание управляющих сигналов, объединяя все доступные измерения и вычисляя математическое ожидание для каждой величины. Известно, что математическое ожидание случайной величины можно оценить как среднее арифметическое значений данной величины, таким образом, оценка управляющих сигналов определяется следующими выражениями

$$\hat{\tau}_{ctrl}^{j} = \frac{1}{N_{a} - 2} \sum_{i}^{N_{a} - 2} \frac{\Delta \rho_{i}^{j} - \Delta R_{i}^{j}}{c} + \Sigma \Delta \xi_{\rho}^{i,j}, i \neq j \neq b, \qquad (2.39)$$

$$\widehat{\phi}_{ctrl}^{j} = \frac{1}{N_{a} - 2} \sum_{i}^{N_{a} - 2} \Delta \phi_{i}^{j} - \frac{\Delta R_{i}^{j}}{\lambda} + \Sigma \Delta \xi_{\phi}^{i,j}, i \neq j \neq b, \qquad (2.40)$$

где  $\Sigma \Delta \xi_{\rho}^{i,j}$  и  $\Sigma \Delta \xi_{\phi}^{i,j}$  ошибки формирования оценок управляющих сигналов по модулирующему коду  $\tau_{ctrl}^{j}$  и по фазе опорного генератора  $\phi_{ctrl}^{j}$ .

(2.39) и (2.40), Оценивая величины производится синхронизация пространственно-разнесенных модулей. Ошибка синхронизации в таком случае определятся ошибками формирования оценок управляющих сигналов  $\Sigma\Delta\xi_{0}^{i,j}$  и  $\Sigma \Delta \xi_{\omega}^{i,j},$ В которые входят слагаемые, характеризующие многолучевое распространение сигналов, смещение фазовых центров антенн, а также шумовую ошибку формирования измерений.

Как отмечалось в параграфе 2.4, на входе приемной антенны каждого модуля складываются сигнал прямого луча и множество отраженных сигналов с разной задержкой и амплитудой. Выбор оптимального метода борьбы с многолучевым распространением сигналов в корабельных локальных радионавигационных системах является открытым и фундаментальным вопросом, требующим детальной проработки. Поэтому рассмотрим один из случаев, когда на входе приемника, действуют прямой сигнал и отраженные сигналы от плоской палубы корабля и надстроек над палубой. Будем полагать, что палуба корабля экранирует радионавигационные модули и влиянием отраженного сигнала от поверхности воды можно пренебречь.

При отражении от надстроек, расположенных над палубой корабля на входе приемника будет действовать множество отраженных сигналов. В этом случае наблюдается эффект диффузной многолучевости, приводящий к увеличению шумовой ошибки формирования измерений. Для уменьшения влияния корабля необходимо отраженных сигналов OT надстроек размещать радионавигационные модули как можно дальше от объектов, расположенных на палубе корабля, при этом отраженные сигналы будут иметь большее затухание, при распространении в свободном пространстве, что снижает вносимую ими ошибку.

Так как радионавигационные модули располагаются на палубе, на высоте нескольких десятков сантиметров и менее, то направление распространения прямого и отраженного луча из фазового центра антенн отличается максимум на несколько градусов. При этом появляются технические трудности в процессе создания антенн с резко спадающей диаграммой направленности и эффективное применение данного способа для компенсации влияния отраженного сигнала от палубы корабля вызывает вопросы. Рассмотрим далее один из алгоритмических подходов для компенсации влияния отраженного сигнала от палубы корабля корабля компенсации влияния отраженного сигнала от палубы корабля сигнала.

Отражение сигнала от палубы корабля сигнала можно описать законами геометрической оптики, в таком случае на входе приемной антенны модуля интерферируют два сигнала- прямой и отраженный [41]. В зависимости то взаимного расположения модулей амплитуда суммарного сигнала изменяется и её значение проходит ряд максимумов и минимумов. При этом ослабление амплитуды сигнала, вызванное интерференцией с отраженным лучом, определяется формулой Введенского согласно [41]

$$F = \sqrt{1 + 2R\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r\right) + R^2},$$
 (2.41)

где R- коэффициент отражения; θ – угол потери фазы при отражении; Δrгеометрическая разница хода прямого и отраженного лучей.

При идеальных условиях отражения может возникнуть ситуация когда прямой и отраженный сигналы придут в противофазе и скомпенсируют друг друга. Для исключения такой ситуации необходимо выбирать места размещения и высоту радионавигационных модулей таким образом, чтобы мощность принимаемых сигналов была максимальна. Однако выбор мест расположения антенн навигационных модулей В зоне локального максимума интерференционной картины согласно (2.41) определяется экспериментально в условиях реального размещения радионавигационных модулей на корабле.

Далее будем полагать, что влияние диффузной многолучевости, возникающей при отражении сигнала от надстроек корабля, входит в шумовую ошибку формирования измерений, а отраженный от палубы корабля сигнал вносит задержки и смещения в измерениях псевдодальности и псевдофазы  $d_{mult}^{i,j}$  и  $\phi_{mult}^{i,j}$  согласно (2.27)-(2.28) соответственно.

Предлагаемый метод синхронизация позволяет скомпенсировать влияние отраженного сигнала от палубы корабля. Суть компенсации заключается в том, что при формировании управляющих сигналов (2.39)-(2.40) одинаковые ошибки, вызванные отражением от палубы корабля, складываются с различными знаками. Для описания процесса компенсации отраженного от палубы сигнала обратимся к рисунку 2.9



Рисунок 2.9 – Формирование оценок управляющих сигналов при N<sub>a</sub> = 4

Согласно рисунку 2.9 и (2.39)-(2.40) при формировании оценок управляющих сигналов по j-ому радионавигационному модулю происходит сложение (измерения, соответствующие сплошной линии на рисунке 2.9) и вычитание (измерения, соответствующие пунктирным линиям на рисунке 2.9) измерений параметров радиосигналов от соседних модулей. Например, для случая  $N_a = 4$  и j = 2, оценка управляющий сигнала по фазе несущего колебания согласно (2.40) приобретает вид

$$\widetilde{\varphi}_{\text{ctrl}}^2 = \frac{1}{2} (\varphi_4^2 - \varphi_4^1 + \varphi_3^2 - \varphi_3^1 - \lambda^{-1} (R_4^2 - R_4^1 + R_3^2 - R_3^1)) \quad (2.42)$$

При этом суммарная ошибка, вызванная влиянием отраженного сигнала от палубы корабля, формируется аналогичным образом согласно (2.35)-(2.40)

$$\varphi_{\text{mult}}^2 = \varphi_{\text{mult}}^{4,2} - \varphi_{\text{mult}}^{4,1} + \varphi_{\text{mult}}^{3,2} - \varphi_{\text{mult}}^{3,1}$$
(2.43)

В случае, когда в выражении (2.43) появляются одинаковые смещения равные  $\phi_{\text{mult}}^{4,2} = \phi_{\text{mult}}^{3,1}$  и  $\phi_{\text{mult}}^{3,2} = \phi_{\text{mult}}^{4,1}$ , то смещения, вызванные отраженным от палубы сигналом, компенсируется. Данное условие достигается за счет

одинаковой разницы хода прямых и отраженных от палубы корабля лучей для измерений входящих в (2.43) с разными знаками. Согласно [41], разница хода прямого и отражённого лучей между і-ым и ј-ым модулями определяется выражением

$$\Delta r_i^j \approx 2 \frac{h_j h_i}{R_i^j}, \qquad (2.44)$$

где h<sub>j</sub>, h<sub>i</sub> высота подъема j-ой и i-ой антенн; R<sup>j</sup><sub>i</sub>- геометрическое расстояние в горизонтальной плоскости между фазовыми центрами антенн j-го и i-го модулей.

Таким образом, при фиксированных высотах подъема антенн, разница хода лучей зависит от расстояния  $R_i^j$ . Это означает, что задержки и в измерениях псевдофазы и псевдодальности, вызванные влиянием отраженного сигнала от палубы корабля будут одинаковы, если геометрическая разница хода лучей для измерений различных модулей будет идентичной. Эту особенность позволяет компенсировать влияние отраженного сигнала при формировании оценок управляющих сигналов (2.39)-(2.40). В рассматриваемых условиях эффективность компенсации будет зависеть от различия разности хода лучей для разных модулей. Например, при вычитании слагаемых  $\phi_{mult}^{4,2}$  и  $\phi_{mult}^{3,1}$  из (2.43), при одинаковых высотах поднятия антенн  $h = h_1 = h_2 = h_3 = h_4$  и  $R_3^1 = R_2^4 + \Delta$ , где  $\Delta$ - разность хода прямых лучей между 4 и 2 модулями и 1 и 3 модулями, получаем

$$\varphi_{\text{mult}}^{4,2} - \varphi_{\text{mult}}^{3,1} \approx 2 \frac{h_4 h_2}{R_2^4} - 2 \frac{h_3 h_1}{R_3^1} = 2 \frac{h^2}{R_2^4} \cdot \frac{\Delta}{R_2^4}$$
(2.45)

При типовом расположении модулей h = 0.2 м,  $R_2^4 = 10$  м и разнице хода прямых лучей  $\Delta = 10$  см выражение (2.45) равно  $\varphi_{mult}^{4,2} - \varphi_{mult}^{3,1} \approx 10^{-4}$  м, что значительно меньше шумовой ошибки измерений задержки по фазе несущего колебания, вследствие чего данным влиянием можно пренебречь.

При идеальных условиях, когда  $\Sigma \Delta \xi_{\rho}^{i,j} = \Sigma \Delta \xi_{\phi}^{i,j} = 0$ , когерентность излучения модулей, достигнутая в результате предложенного метода синхронизации, будет обеспечиваться лишь ограниченный период времени, длительность которого определяется нестабильностью опорного генератора передатчика j-го навигационного модуля и также периодом повторной подстройки ФАП и ССЗ j-го

модуля под сигнал от базового модуля. Нарушение синхронизации возникает ввиду того, что на опорный генератор передатчика j-го модуля воздействуют собственные фазовые шумы. Собственные шумы удобнее всего характеризовать относительной нестабильностью частоты δf, которая может варьироваться в зависимости от типа опорного генератора в широких пределах. Период подстройки следящих систем под сигнал от базового модуля выбирается таким, чтобы уход фазы опорного генератора, вызванный нестабильностью частоты, и соответственно ошибка синхронизации не выходили за допустимые пределы.

Для приближенных расчетов допустим, что частота опорного генератора  $f_0$  постоянна в пределах интервала нестабильности и отличается от номинального значения на величину отклонения  $\Delta f = f_0 \delta f$ . Это позволяет определить приращение фазы  $\Delta \psi$  за время равное  $T_{kadp}$  до повторной подстройки следящих систем, вызванное нестабильностью опорного генератора, следующим образом

$$\Delta \psi = 2\pi \cdot \Delta f \cdot T_{\text{kagp}} = 2\pi \cdot f_0 \delta f \cdot T_{\text{kagp}}.$$
(2.46)

При пересчете набега фазы (2.46), выраженную в радианах, в погрешность синхронизации по несущему колебанию, выраженную в секундах, воспользуемся выражением

$$\Delta T_{\varphi}^{j} = \Delta \psi \frac{\lambda}{c} = \frac{f_{0} \delta f}{f_{H}} \cdot T_{\kappa a \mu}$$
(2.47)

Типовой кварцевый генераторов имеет кратковременную относительную нестабильность частоты за 1с  $\delta f = 10^{-6}$  при номинальном значении опорной частоты  $f_0 = 10$  МГц. Термостатированный кварцевый генератор M32008 (производство ОАО «ОНИИП») с номинальной частотой 10 МГц обладает нестабильность частоты за 1с  $\delta f = 10^{-11}$ . Водородный стандарт частоты Ч1-75Б характеризуется нестабильностью за 1с  $\delta f = 10^{-15}$ . Таким образом, при использовании кварцевых генераторов с кратковременной нестабильностью частоты  $\delta f = 10^{-6}$ , при  $f_0 = 10$  МГц,  $f_H = 10$  ГГц, для достижения погрешности синхронизации  $\Delta T_{\omega}^{j} = 1$ пс период повторной подстройки равен  $T_{\text{кадр}} = 1$  мс.

Ошибка синхронизации согласно выражениям (2.35)-(2.38) при использовании приемо-передающих модулей, определяются измерениями

разностей псевдодальностей и разностей геометрических дальностей, при условии компенсации влияния многолучевого распространения. Таким образом, при гипотезе о том, что ошибки являются независимыми случайными величинами с гауссовой плотностью вероятности, суммарная погрешность синхронизации в структуре с приемо-передающими модулями определяется следующими выражениями

$$\sigma_{\Sigma,\varphi,\Pi\Pi M} = \sqrt{2\sigma_{\varphi}^2 + 2\sigma_R^2}, \qquad (2.48)$$

$$\sigma_{\Sigma,\rho,\Pi\Pi M} = \sqrt{2\sigma_{\rho}^2 + 2\sigma_{R}^2}, \qquad (2.49)$$

где  $\sigma_{\Sigma,\phi,\Pi\Pi M}$ ,  $\sigma_{\Sigma,\rho,\Pi\Pi M}$ - суммарный ошибка синхронизации по фазе несущего колебания и по модулирующему сигналу для структуры с приемо-передающими модулями;  $\sigma_{\phi},\sigma_{\rho}$ — погрешности формирования псевдофазовых и псевдодальномерных измерений, выраженная в метрах;  $\sigma_{R}$  — погрешности измерения геометрических дальностей между фазовыми центрами антенн.

При выборе периода повторной подстройки необходимо учитывать, чтобы расхождение шкалы времени j-го модуля относительно шкалы времени базового модуля  $\Delta T_{\phi}^{j}$  за период подстройки было значительно меньше значения  $\sigma_{\Sigma,\phi,\Pi\Pi M}$ . Такой подход позволяет пренебречь ошибкой синхронизации при определении навигационных параметров вертолета, вызванной нестабильностью опорного генератора передатчика j-го модуля.

Представленный алгоритм синхронизации иллюстрирован для случая системы четырех приемо-передающими модулей на рисунке 2.10.



Рисунок 2.10 – Алгоритм синхронизации для четырех приемо-передающих модулей: а) Подстройка под сигнал базового модуля; б), в), г) - Работа на излучение 2-го, 3-го, 4-го модулей и передача результатов измерений в ПУМ; д) Подстройка опорных генераторов передатчиков модулей с учетом управляющих сигналов ПУМ

Из рисунка 2.10 следует, что для обеспечения синхронизации приемопередающих модулей необходимо обеспечить следующее:

- Работа каждого модуля на прием и излучение производится в строго установленном порядке, в соответствии с принятой очередностью. Выбирается базовый модуль, который задает системную шкалу времени, на рисунке 2.10 базовым является первый модуль;
- 2) В моменты приема радиосигнала от базового модуля каждый модуль подстраивает опорный генератор под принимаемый сигнал (рисунок 2.6 а);
- В моменты излучения 2-го, 3-го и 4-го модулей каждый модуль производит формирование измерений параметров радиосигналов принимаемых сигналов и передачу результатов в ПУМ (рисунок 2.6 б, в, г);
- 4) В ПУМ согласно (2.39) и (2.40) производится формирование управляющих сигналов и передача их на каждый модуль, где они учитываются при подстройке опорных генераторов передатчиков (рисунок 2.6 д).

Недостатком предлагаемого метода является необходимость наличия как минимум трех приемо-передающих модулей, однако в рамках проводимой работы данное ограничение не существенно, так как в рассматриваемых системах количество модулей  $N_a \ge 4$ .

### 2.5.2 Односторонние методы синхронизации с передающими и одним приемным модулями

Недостатком двухстороннего метода синхронизации приемо-передающих модулей является высокая аппаратурная сложность. Более простая односторонняя синхронизации передающих устройств навигационных модулей может быть реализована в случае применения передающих и одного приемного модулей. Обобщенная структурная схема корабельного сегмента в случае реализации односторонней синхронизации приводится на рисунке 2.11.



Рисунок 2.11 - Обобщенная структурная схема корабельного сегмента радионавигационной системы с передающими и одним приемным модулями

Формирование управляющих сигналов для каждого передатчика производится в ПУМ на основе результатов измерения в приемном модуле параметров их радиосигналов и далее поступает в блок управления j-го модуля. Структура сигнала каждого передающего модуля совпадает со структурой сигнала, описанной в параграфе 2.2. Будем полагать, что системную шкалу времени задает опорный генератор приемного модуля.

В приемном модуле производится оценка задержки модулирующего сигнала каждого модуля, сдвига фазы и доплеровского смещения частоты, которые описываются математическими моделями измерений псевдодальности псевдофазы и псевдодоплера (2.17) - (2.19). Ввиду специфики развертывания и функционирования корабельного сегмента математические модели измерений принимают следующий вид

$$\rho^{j} = R^{j} + c \cdot \left(-\Delta T^{j}_{tx}\right) + \Delta R^{j}_{apc} - c \cdot \tau^{j}_{ctrl} + \xi^{j}_{\rho}, \qquad (2.50)$$

$$\varphi^{j} = \frac{R^{j}}{\lambda} + f_{0} \cdot \left(-\Delta T_{tx}^{j}\right) + \varphi_{0}^{j} + \frac{\Delta R_{apc}^{j}}{\lambda} - \varphi_{ctrl}^{j} + \xi_{\varphi}^{j}, \qquad (2.51)$$

$$\mathbf{F}^{\mathbf{j}} = -\Delta \mathbf{f}^{\mathbf{j}} + \boldsymbol{\xi}_{\mathbf{F}}^{\mathbf{j}}.$$
(2.52)

Такая форма представления определяется следующими факторами:

 Так как опорный генератор приемного модуля задает системную шкалу времени, в формулах (2.50) - (2.51) отсутствуют слагаемые, связанные с расхождением шкалы времени приемника и системной шкалы времени ΔT<sub>rx</sub>.

2) Так как навигационные модули размещены на палубе корабля и не изменяют своего местоположения, то слагаемое характеризующие радиальную скорость сближения модулей друг с другом полагается равным нулю  $\dot{R} = 0$ . Таким образом, измерения псевдодоплера (2.19) характеризует несоответствие значения фактической частоты излучения передающих модулей от номинального значения.

3) Для синхронизации навигационных модулей необходимо обеспечить когерентность сигналов с выходов антенн навигационных модулей, и добавление одинаковых слагаемых к фазам сигналов не нарушит условий их когерентности. Данное обстоятельство позволяет одинаковые слагаемые, для всех измерений псевдодальности, псевдофазы считать скомпенсированными. Таким образом, далее будем полагать скомпенсированными величины Δτ<sub>rx</sub>.

4) Примем, как это было сделано в параграфе 2.5.1, состояние тропосферы одинаковым в местах размещения навигационных модулей, что

позволяет пренебречь влиянием тропосферы на задержку сигналов, и, как следствие, позволяет исключить соответствующие слагаемые из математических моделей.

5) Задержки и сдвиги в измерениях псевдодальности и псевдофазы, вызванные влиянием отраженных от палубы корабля можно скомпенсировать программными средствами, как это было предложено в 2.5.1. Для этого необходимо, чтобы все модули располагались на одинаковом удалении от приемного модуля. В этом случае при гладкой палубе корабля и одинаковых высотах подъема антенн модулей влияние отраженного сигнала для каждого канала приема будет одинаковым. Влиянием отраженных от надстроек корабля уменьшается по мере удаления модулей от надстроек. Альтернативные подходы к устранению влияния многолучевого распространения аналогичны подходам, приведенным в параграфе 2.3. Как отмечалось ранее, выбор оптимального метода компенсации для корабельных ЛРНС достоин отдельного исследования, и в данной работе рассматривается лишь в общих чертах. Поэтому далее будем полагать влияние многолучевого распространения сигналов при синхронизации скомпенсированным одним из способов предлагаемых ранее.

6) При синхронизации периодического сигнала необходимо подстраивать фазу в пределах одного цикла колебаний, поэтому далее эффекты, связанные с неоднозначность измерений считаются скомпенсированными.

Оценка управляющих сигналов по модулирующему коду  $\tau^{j}_{ctrl}$  и по фазе опорного генератора  $\phi^{j}_{ctrl}$  определяются на основе (2.50) и (2.51) для j-го модуля с использованием измерений приемного модуля путем формирования невязок измерений псевдодальности и псевдофазы согласно следующим выражениям

$$\Delta \tau^{j}_{ctrl} = -\Delta T^{j}_{tx} = \frac{\rho^{j} - R^{j}}{c} + \xi^{j}_{\Delta \tau}, \qquad (2.53)$$

$$\Delta \varphi_{\text{ctrl}}^{j} = f_{0} \cdot \left( -\Delta T_{\text{tx}}^{j} - \Delta \tau_{\text{hard}}^{j} \right) + \varphi_{0}^{j} = \varphi^{j} - \frac{R^{j}}{\lambda} + \xi_{\Delta\varphi}^{j}, \qquad (2.54)$$

где ошибки формирования управляющих сигналов

$$\xi^{j}_{\Delta\tau} = \frac{\Delta R^{j}_{apc}}{c} + \xi^{j}_{\rho}, \qquad (2.55)$$

$$\xi^{j}_{\Delta\phi} = \frac{\Delta R^{j}_{apc}}{\lambda} + \xi^{j}_{\phi}. \qquad (2.56)$$

Оценки управляющих сигналов (2.53) - (2.54), формируемые в результате обработки сигналов в приемном модуле, передаются по служебным каналам связи в каждый передающий модуль, где происходит управление задержкой, начальной фазой и частотой излучаемого сигнала в соответствии с выражениями.

Согласно (2.55) – (2.56) погрешность синхронизации в структуре с передающими и одним приемным модулями определяется погрешностью смещения фазовых центров антенн модулей, а также погрешностью формирования измерений псевдодальности, псевдофазы.

Погрешности, входящие в (2.55) – (2.56), будем полагать независимыми центрированными случайными величинами с гауссовой плотностью вероятности и дисперсиями равными  $\sigma_{\rho}^2$ ,  $\sigma_{\varphi}^2$ ,  $\sigma_{R}^2$  для псевдодальности, псевдофазы и для смещения фазовых центров антенн соответственно. Таким образом, суммарная погрешность синхронизации в структуре с передающими и одним приемным модулями определяется выражениями

$$\sigma_{\Sigma,\varphi,\Pi p \mu M} = \sqrt{\sigma_{\varphi}^2 + \sigma_R^2}, \qquad (2.57)$$

$$\sigma_{\Sigma,\rho,\Pi p \mu M} = \sqrt{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_R^2}, \qquad (2.58)$$

где для структуры с передающими и одним приемным модулями  $\sigma_{\Sigma,\phi,\Pi p d M}$  - суммарная ошибка синхронизации по фазе несущего колебания, а  $\sigma_{\Sigma,\rho,\Pi p d M}$  - суммарная ошибка синхронизации по модулирующему сигналу.

Так как управляющий сигнал для ј-го опорного генератора формируются в ПУМ, а затем поступают в блок управления ј-го модуля, то происходит задержка при передаче информации от ПУМ в каждый модуль. Ввиду нестабильности опорного генератора ј-го передатчика и задержки при передаче управляющего сигнала может возникнуть ситуация, когда значение фазы В момент формирования управляющего сигнала будет иметь нулевую корреляцию со значением фазы в момент осуществления подстройки, что приведет к полной рассинхронизации модулей. Для преодоления данной проблемы навигационные модули синхронизируют от одного опорного генератора либо применяют прецизионные опорные генераторы в каждом модуле. Если предположить, что задержка при передаче управляющего сигнала составляет  $T_3 = T_{\text{кадр}} = 0.5$ с, и воспользоваться формулой (2.47), то для обеспечения пикосекундного смещения  $\Delta T_{\phi}^{j} = 1$ пс, при  $f_0 = 10$ МГц,  $f_{\text{H}} = 2,5$  ГГц, кратковременная относительная нестабильность опорных генераторов передатчика должна составлять  $\delta f = 5 \cdot 10^{-8}$ .

## 2.5.3 Сравнение методов синхронизации передающих устройств радионавигационных модулей

При сравнении методов синхронизации может сложиться неправильное представление о том, что оценки управляющих сигналов, формируемые  $N_a - 2$  раз с периодом  $T_{kaдp}$  равным времени между периодическими моментами излучения сигнала каждым модулем, является более состоятельными по сравнению с оценками, полученными в структуре с передающими и одним приемным модулем. Однако, на самом деле это не так ввиду того, что оценки, полученные  $N_a - 2$  раз, формируются на интервале времени  $T_{kaдp}/N_a$ , таким образом, при стационарности рассматриваемых процессов эквивалентное время формирования определяется выражением  $T_3 = \frac{(N_a-2)}{N_a}$  T, что является величиной меньшей, чем период повторения T. Если, положить время формирования оценок в структуре с передающими и одним приемным модулями равным периоду повторения T, то оценки, полученные в этой структуре, являются более состоятельными, в отличие от первоначального предположения.

В параграфе 2.2 отмечалось, что следящие системы ФАП позволяют производить оценку псевдофазы сигнала с погрешностью порядка 0.05 от цикла несущего колебания [13]. Системы ССЗ имеют шумовую ошибку определения псевдодальности большую, чем системы ФАП. Для уменьшения шумовой ошибки псевдодальности используют различные способы. Стационарность измеряемых величин позволяет путем накопление и выдача усредненной оценки выполнить

это наиболее простым способом. Далее остановимся на рассмотрении ошибки синхронизации по фазе несущего колебания, так как именно она характеризует потенциальную точность применяемого метода синхронизации.

Оценка расстояния между модулями может осуществляться разными топографическими способами, так например, использование лазерных дальномеров позволяет определять расстояние co среднеквадратической погрешностью не хуже 1 мм. Современные лазерные интерференционные дальномеры имеют погрешность определения расстояния десятки микрометров. Например, лазерный интерференционный дальномер фирмы Leica AT960 имеет точность определения расстояния на метр длины пути  $\sigma_{\rm R} = 5$ мкм/м. Для решения данной задачи можно использовать системы определения относительных координат при обработке сигналов ГНСС с погрешностью не хуже чем погрешность лазерных дальномеров.

На рисунке 2.12 представлены зависимости ошибок  $\sigma_{\Sigma,\phi,\Pi p d M}$  и  $\sigma_{\Sigma,\phi,\Pi \Pi M}$ , в зависимости от частоты несущего колебания для структурной схемы с приемопередающими модулями и схемы с передающими и одним приемным модулями. Из рисунка 2.12 видно, что максимальная погрешность синхронизации по фазе несущего колебания для системы с передающими модулями уменьшается по мере роста частоты сигнала и варьируется от 0,06 до 0,01 нс, при использовании лазерных дальномеров, обладающих погрешность измерения дальности  $\sigma_R = 1$ мм. Для структуры с приемо-передающими модулями аналогичная ошибка увеличивается в  $\sqrt{2}$  раз вследствие формирования разностных измерений.



Рисунок 2.12 - Зависимость суммарной ошибки синхронизации по фазе несущего колебания от частоты несущего колебания

Одним из преимуществ рассмотренных методов синхронизации является то, что по сигналу синхронизации осуществляется не только обеспечение когерентного излучения модулей, но и обеспечение целевой функции системы – определения координат и скоростей с повышенной точностью, для обеспечения автоматизированной посадки вертолета на палубу корабля.

Несмотря на чуть большую погрешность синхронизации и сложность реализации аппаратуры корабельного сегмента радионавигационные системы с приемо-передающими модулями имеют несколько преимуществ

1) Автономность работы каждого модуля. В случае отказа одного из модулей система все равно обеспечивает синхронизацию, так как оценка управляющих сигналов формируется на основе совокупности измерений от каждого модуля.

2) Возможность синхронизации на расстояния до нескольких десятков километров. Например, в работе [51], представлены результаты опытов по временной синхронизации меток времени двух приемо-передающих модулей, расположенных на расстоянии около 45 км с погрешностью порядка 2 нс.

 Возможность обеспечения синхронизации вне зоны прямой радиовидимости базового модуля, путем синхронизации по сигналу ведомого модуля.

4) При использовании приемо-передающих модулей снижены требования к нестабильности опорного генератора, за счет

Перечисленные преимущества в основном оказываются ценными при создании наземных локальных радионавигационных систем, когда модули находятся на значительных расстояниях друг от друга. В корабельных системах проще реализовывать синхронизацию в структуре с передающими и приемным модулем, которая обладает простой схемой реализации и большей точностью по сравнению со структурой с приемо-передающими модулями.

#### 2.6 Выводы по главе 2

1) Рассмотрены принципы построения и функционирования локальных радионавигационных корабельных систем посадки на палубу с обоснованием двухэтапной схемы обработки радиосигналов в навигационном приемнике.

2) Выполнено обоснование и выбор типа сигнально-кодовой конструкции, используемых в локальных радионавигационных корабельных системах. Предложены математические модели измерений, осуществляемых в навигационном приемнике. Рассмотрены методы компенсации систематических смещений в измерениях параметров радиосигналов.

3) Разработаны методы синхронизации передающих устройств пространственно-разнесенных модулей корабельного сегмента обеспечивающие когерентное излучение со среднеквадратической погрешностью не хуже 0,6 рад, что соответствует задержке по времени фазе несущего колебания с частотой  $f_0=10\Gamma\Gamma\mu$  порядка 10 пс.

## Глава 3. Анализ алгоритмов определения навигационных параметров вертолета в локальных радионавигационных системах посадки на палубу корабля

## 3.1 Классификация алгоритмов определения навигационных параметров вертолета

Ha этапе вторичной обработки результатов измерений параметров радиосигналов, излучаемых навигационными модулями, В бортовом навигационном приемнике (НП) формируются оценки текущих координат и скоростей вертолета относительно корабля. Формирование оценок производится в реальном масштабе времени, что позволяет при автоматизированной посадке оперативно вырабатывать управляющие воздействия для коррекции положения вертолета. Известные алгоритмы определения координат и скоростей вертолета можно разделить на две группы: одномоментные и фильтрационные алгоритмы.

Одномоментные алгоритмы позволяют получить оценку навигационных параметров вертолета на основе обработки результатов измерений, полученных в текущий момент времени, в то время как фильтрационные алгоритмы используют информацию текущем и предыдущем состоянии вектора оцениваемых параметров.

фильтрации требуется При постановке задачи определить вектор оцениваемых параметров в т-мерном пространстве действительных чисел  $\boldsymbol{\Theta}_i \in \mathbb{R}^m$  на основе вектора измерений (наблюдений)  $\mathbf{Z}_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $n \ge m$ , где m, n - mразмерность вектора оцениваемых параметров вектора И измерений соответственно. При этом предполагается, что процесс  $\Theta_i$  наблюдается в каждый і-ый дискретный момент времени и является гауссовским случайным процессом. Таким образом, основные уравнения фильтрации можно записать в общем виде [12, 13, 23, 52]

$$\mathbf{\Theta}_{i} = \mathbf{F}(\mathbf{\Theta}_{i-1}) + \mathbf{v}_{\mathbf{\Theta}}$$
(3.1)

$$\mathbf{Z}_{i} = \mathbf{H}(\mathbf{\Theta}_{i}) + \mathbf{v}_{z} \tag{3.2}$$

где  $F(\Theta_{i-1})$  - нелинейная вектор-функция, описывающая эволюцию системы;  $H(\Theta_i)$  - нелинейная вектор-функция связи вектора измерений с вектором состояния;  $\upsilon_{\Theta}$  – вектор центрированных аддитивных гауссовских шумов процесса с ковариационной матрицей  $P_{\Theta}$ ;  $\upsilon_z$  – вектор центрированных аддитивных гауссовских шумов измерений с ковариационной матрицей  $P_z$ .

При синтезе одномоментных алгоритмов полагается, что вектор оцениваемых параметров  $\Theta_i$  оценивается на основе вектора измерения  $Z_i$  без привлечения дополнительных сведений о предыдущем состоянии вектора оцениваемых параметров. Таким образом, в одномоментных алгоритмах учитывается только взаимосвязь, описываемая выражением (3.2).

Достоинством одномоментных алгоритмов является простота их реализации по сравнению с фильтрационными алгоритмами, однако с другой стороны фильтрационные алгоритмы позволяют получить оценку с более высокой точностью. Согласно [45], суммарная погрешность определения координат по трем осям  $\sigma_c = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}$  в локальных радионавигационных системах с малыми базами, к которым можно отнести рассматриваемую систему посадки вертолета на палубу корабля, достигает неприемлемо большого значения σ<sub>c</sub> =400 м, в то время как использование фильтрационных алгоритмов позволяет уменьшить ее до значения  $\sigma_c = 1$  м. Указанные значения суммарной погрешности были получены в процессе обработки модельных измерений при висении вертолета в точке, расположенной на расстоянии 1000 м от палубы корабля, и формировании измерений псевдодальности с ошибкой, распределенной по гауссовскому закону с дисперсией  $\sigma_{\rho}^2$ =0.5 м. Результаты, представленные в [45], подтверждают, что одномоментные алгоритмы не могут быть использованы в корабельных ЛРНС. В [45] приведен анализ алгоритмов определения координат при обработке только измерений псевдодальности.

При обработке псевдофазовых измерений одномоментными алгоритмами возникают ограничения, вызванные тем, что для надежного разрешении неоднозначности псевдофазовых измерений необходимо наличие достаточно

большого набора измерений. Например, в ГНСС для этой цели требуется совместная обработка более чем 12 независимых измерений псевдодальности и получены обработке псевдофазы, которые могут быть при сигналов, принимаемых от 12 КА [13]. В рассматриваемых локальных радионавигационных системах посадки размещение на корабле И функционирование 12 навигационных модулей является технически сложной задачей, поэтому приоритетным при обработке псевдофазовых измерений является использование фильтрационных алгоритмов, которые позволяют снизить количество навигационных модулей до минимального значения [53].

В работах [45, 53, 54, 55] проведен анализ определения навигационных параметров подвижного объекта на основе обработки измерений псевдодальности и псевдофазы. Для динамичных объектов дополнительное увеличение точности достигается путем привлечения измерений псевдодоплера. В настоящий момент в известных автору источниках, посвященных локальным радионавигационным корабельным системам, данный вопрос практически не освещен. В данной работе исследованы алгоритмы, включающие в обработку совместно с измерениями псевдодальности и псевдофазы измерения псевдодоплера, что позволяет повысить точность определения навигационных параметров вертолета.

Учитывая отмеченные недостатки одномоментных алгоритмов можно считать, что в локальных радионавигационных системах посадки перспективным является использование фильтрационных алгоритмов обработки результатов измерений параметров радиосигналов, обладающих более высокой точностью по сравнению с одномоментными и позволяющих при обработке псевдофазовых измерений снизить требуемое количество навигационных модулей до минимального значения [45, 53].

Для фильтрационных алгоритмов оценка вектора  $\Theta_i$  производится путем вычисления максимума функции условной плотности вероятности  $p(\Theta_i | \mathbf{Z}_i)$ . Вычисление максимума  $p(\Theta_i | \mathbf{Z}_i)$  выполняется в два этапа: прогноз в соответствии с (3.1) и коррекция с учетом вектора измерений на текущий момент времени (3.2). Оперирование функциями плотностей вероятности в общем случае является

91

достаточно сложной задачей, так как требует вычисление функции на бесконечном множестве значений. Однако, в некоторых случаях, например, в предположении, что функции  $F(\Theta_i)$  и  $H(\Theta_i)$  в (3.1) и (3.2), являются линейными, а шумы аддитивными и гауссовскими, задача вычисления оценки сводиться к эффективной вычислительной схеме рекуррентных алгоритмов фильтра Калмана [56].

Существует распространенный подход [57], который расширяет алгоритмы линейной фильтрации на класс нелинейных систем. Основная суть данного подхода заключается в линеаризации функции  $F(\Theta_i)$  и  $H(\Theta_i)$  при использовании линейного фильтра Калмана. Данный алгоритм фильтрации носит название расширенный фильтр Калмана (Extended Kalman Filter (EKF), он сводится к двухэтапной процедуре «прогноз – коррекция»:

#### 1) Прогноз

$$\mathbf{\Theta}_{i}^{-} = \mathbf{F}(\mathbf{\Theta}_{i-1}) \tag{3.3}$$

$$\mathbf{P}_{i}^{-} = \mathbf{F}\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{F}^{\mathrm{T}} + \mathbf{P}_{\mathbf{\Theta}}$$
(3.4)

где  $\Theta_i^-$  - вектор оцениваемых параметров, экстраполированный на текущий момент времени;  $P_{i-1}$  – ковариационная матрица шумов процесса на предыдущем шаге фильтрации;  $P_i^-$  - экстраполированная ковариационная матрица шумов процесса на текущий момент времени; **F**– матрица, полученная в результате линеаризации вектор-функции **F**( $\Theta_{i-1}$ ); **T**- знак транспонирования матрицы.

#### 2) Коррекция

$$\widehat{\mathbf{\Theta}}_{i} = \mathbf{\Theta}_{i}^{-} + \mathbf{K}(\mathbf{Z}_{i} - \mathbf{H}(\mathbf{\Theta}_{i}^{-}))$$
(3.5)

$$\widehat{\mathbf{P}}_{\mathbf{i}} = \mathbf{P}_{\mathbf{i}}^{-} - \mathbf{K}\mathbf{H}_{\mathbf{i}}\mathbf{P}_{\mathbf{i}}^{-} \tag{3.6}$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_{i}^{-} \mathbf{H}_{i}^{\mathrm{T}} \left( \mathbf{H}_{i} \mathbf{P}_{i}^{-} \mathbf{H}_{i}^{\mathrm{T}} + \mathbf{P}_{z} \right)^{-1}$$
(3.7)

где  $\mathbf{H}_{i}$  – матрица, полученная в результате линеаризации вектор-функции  $\mathbf{H}(\mathbf{\Theta}_{i}^{-})$  на i-ом моменте времени.

Результатом работы EKF на i-ом шаге фильтрации являются оценки вектора  $\widehat{\Theta}_i$  и его ковариационной матрицы шумов процесса  $\widehat{P}_i$ .

Алгоритм ЕКГ требует задания начального значения вектора оцениваемых параметров  $\Theta_{i-1}$ , а также ковариационной матрицы этого процесса  $P_{i-1}$ , при условии, что случайный процесс  $\Theta_{i-1}$  является гауссовским с ковариационными матрицами шума прогноза  $P_{\Theta}$  и шума измерений  $P_z$ . Ковариационная матрица  $P_{i-1}$  в начальный момент времени может быть задана как диагональная матрица с элементами, равными дисперсии каждой компоненты априорно известно вектора  $\Theta_{i-1}$ . Матрица шума прогноза  $P_{\Theta}$  может быть задана аналогично матрице  $P_{i-1}$ , однако при выборе значений ее диагональных элементов должны быть учтены следующие особенности: если диагональный элемент матрицы  $P_{\Theta}$  стремится к бесконечности, то соседние по времени значения соответствующего ему элемента вектора оцениваемых параметров будут слабо коррелированы между собой, а если значение диагонального элемента матрицы  $P_{\Theta}$  стремится к нулю, то будет наблюдаться сильная корреляция вектора оцениваемых параметров. Эволюция системы описывается согласно известным нелинейным функциям  $F(\Theta_i)$  и  $H(\Theta_i)$ .

Строго говоря, оценки вектора состояния, полученные в результате работы расширенного фильтра Калмана, не являются оптимальными, так как были получены в результате разложения нелинейных функций  $F(\Theta_i)$  и  $H(\Theta_i)$  в ряд Тейлора, ограниченный членами в степени не выше первой. Однако этот подход позволяет формально подойти к задаче нелинейной фильтрации и получить квазиоптимальные оценки ввиду того, что ошибки, вызванные ограничением ряда, будут вносить вклад в погрешность определения вектора оцениваемых параметров.

Широкое распространение получили алгоритмы нелинейной фильтрации, использующие аппроксимацию условной плотности вероятности  $p(\Theta_i | Z_i)$  с помощью набора точек в пространстве оцениваемых параметров. Сигма-точечный фильтр Калмана (Unscented Kalman Filter (UKF) использует идею о сигма-точечной трансформации (UT) с использованием (2L+1) сигма-точек [57, 58, 59] где L- размерность вектора состояния. Далее и везде под сигма-точкой понимается значение вектора оцениваемых параметров, полученное по определенному правилу их генерации. В [57] показано, что, используя UT

трансформацию для функций  $F(\Theta_i)$  и  $H(\Theta_i)$ , удается более достоверно оценить положение максимума апостериорной плотности вероятности вектора оцениваемых параметров  $\Theta_i$ , по сравнению с оценкой, полученный алгоритмом ЕКF.

Как показано в [58, 59, 60], UKF можно представить в виде процедуры «прогноз-коррекция»:

#### Инициализация

На каждом i-ом шаге фильтрации полагается известными:  $\Theta_{i-1}$ ,  $P_{i-1}$ ,  $P_{\Theta}$ ,  $P_z$ **F**( $\Theta_i$ ) и **H**( $\Theta_i$ ). Вычисление весовых коэффициентов для каждой из 2L+1 точек осуществляется согласно правилу

$$W_{j}^{(m)} = \begin{cases} \frac{1}{L+\lambda}, j = 1\\ \frac{1}{2(L+\lambda)}, j = 2...(2L+1) \end{cases}$$
(3.8)  
$$W_{j}^{(c)} = \begin{cases} \frac{1}{L+\lambda} + (1-\alpha^{2}+\beta), j = 1\\ 1 \end{cases}$$
(3.9)

$$W_{j}^{(c)} = \begin{cases} L + \lambda \\ \frac{1}{2(L + \lambda)}, j = 2 \dots (2L + 1) \end{cases}$$
(3.9)

где  $\lambda = \alpha^2 (L + \kappa) - L$ ,  $\beta$ ,  $\gamma = \sqrt{L + \lambda}$ - параметры, определяющие положение сигма-точек в пространстве состояний. Согласно [57, 58, 59]  $\alpha$  и  $\kappa$  регулируют разброс точек относительно математического ожидания и выбираются в следующим образом  $10^{-4} \le \alpha \le 1$ ,  $\kappa = 0$ . Параметр  $\beta$  зависит от априорной функции плотности вероятности распределения вектора оцениваемых параметров, и если вектор оцениваемых параметров распределен по гауссовскому закону, то  $\beta = 2$ .

#### Этап прогноза

Осуществляется генерирование 2L+1 сигма-точек, которые помещаются в матрицу  $\mathbf{W}_{i-1}$  по столбцам согласно правилу:

$$\mathbf{W}_{i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Theta}_{i-1} & \mathbf{\Theta}_{i-1} + \gamma \sqrt{\mathbf{P}_{i-1}} & \mathbf{\Theta}_{i-1} - \gamma \sqrt{\mathbf{P}_{i-1}} \end{bmatrix}$$
(3.10)

где  $\sqrt{\mathbf{P}_{i-1}}$  - процедура извлечения матричного квадратного корня.

Далее для обозначения столбца матрицы  $W_{i-1}$ будем указывать его номер индексом j. Так, например, запись  $W_{j,i-1}$  означает вектор-столбец, соответствующий j-ому столбцу матрицы  $W_{i-1}$ .

Далее производиться экстраполирование каждого столбца матрицы  $W_{i-1}$  и матрицы ковариации процесса, на i-ый момент времени

$$\mathbf{W}_{i}^{-} = \mathbf{F}(\mathbf{W}_{i-1}), \tag{3.11}$$

$$\mathbf{P}_{i}^{-} = \sum_{j=1}^{2L+1} W_{i}^{(c)} (\mathbf{W}_{j,i}^{-} - \mathbf{\Theta}_{i}^{-}) (\mathbf{W}_{j,i}^{-} - \mathbf{\Theta}_{i}^{-})^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_{\mathbf{\Theta}}, \qquad (3.12)$$

где

$$\mathbf{\Theta}_{i}^{-} = \sum_{j=1}^{2L+1} W_{i}^{(m)} \mathbf{W}_{j,i}^{-}.$$
(3.13)

#### Этап коррекции

Производиться генерация сигма-точек на основе экстраполированного вектора состояния  $\Theta_i^-$  и матрицы ковариации  $P_i^-$ :

$$\mathbf{\Omega}_{i}^{-} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Theta}_{i}^{-} & \mathbf{\Theta}_{i}^{-} + \gamma \sqrt{\mathbf{P}_{i}^{-}} & \mathbf{\Theta}_{i}^{-} - \gamma \sqrt{\mathbf{P}_{i}^{-}} \end{bmatrix}.$$

Затем осуществляется корректировка вектора состояния и матрицы ковариации:

$$\widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{i} = \boldsymbol{\Theta}_{i}^{-} + \mathbf{K}(\mathbf{Z}_{i} - \mathbf{Z}_{i}^{-}), \qquad (3.14)$$

$$\widehat{\mathbf{P}}_{\mathbf{i}} = \mathbf{P}_{\mathbf{i}}^{-} - \mathbf{K} \mathbf{P}_{\mathbf{i}}^{-} \mathbf{K}^{\mathrm{T}}, \qquad (3.15)$$

где

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_{\mathrm{XZ}} \mathbf{P}_{\mathrm{ZZ}}^{-1}, \qquad (3.16)$$

$$\mathbf{P}_{xz} = \sum_{j=1}^{2L+1} W_i^{(c)} (\mathbf{\Omega}_{j,i}^- - \mathbf{\Theta}_i^-) (\mathbf{Y}_{j,i}^- - \mathbf{Z}_i^-)^T, \qquad (3.17)$$

$$\mathbf{P}_{zz} = \sum_{j=1}^{2L+1} W_i^{(c)} (\mathbf{Y}_{j,i}^- - \mathbf{Z}_i^-) (\mathbf{Y}_{j,i}^- - \mathbf{Z}_i^-)^T + \mathbf{R}_{z}, \qquad (3.18)$$

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{i}}^{-} = \mathbf{H}(\mathbf{\Omega}_{\mathbf{i}}^{-}), \tag{3.19}$$

$$\mathbf{Z}_{i}^{-} = \sum_{j=1}^{2L+1} W_{i}^{(m)} \mathbf{Y}_{j,i}^{-}.$$
(3.20)

UKF является более мощным инструментом по сравнению с EKF, так как в его реализации отсутствует линеаризация нелинейных функций **F** и **H** и исключены ошибки, сопутствующие процедуре линеаризации. Причем, согласно [59], затраты машинных ресурсов для работы UKF возрастают незначительно по сравнению с EKF.

96

Существуют алгоритмы, в которых аппроксимация условных плотностей вероятности осуществляется еще большим набором частиц по сравнению с UKF. Такие алгоритмы получили называние фильтры частиц или частицевые фильтры (ЧФ или Participle Filter, PF) [61, 62]. Данные алгоритмы позволяют производить фильтрацию сложных нелинейных процессов, однако их использование требует значительных затрат машинных ресурсов и ставит под вопрос использование их для систем реального времени.

# **3.2** Линеаризация математических моделей измерений и представление их в матричном виде

Согласно классификации алгоритмов, приведенной в параграфе 3.1, существуют алгоритмы определения навигационных параметров, требующие линеаризации вектор-функции связи вектора измерений с вектором оцениваемых параметров  $H(\Theta_i)$ , которая определяется на основе математических моделей измерений псевдодальности (2.23), псевдофазы (2.24) и псевдодоплера (2.19).

Раскладывая (2.23), (2.24), (2.19) в ряд Тейлора вблизи точки грубого приближения  $\Theta_c = [x_c \ y_c \ z_c \ \dot{x}_c \ \dot{y}_c \ \dot{z}_c]^T$  и ограничивая ряд первой производной, линеаризованные математические модели псевдодальности, псевдофазы и псевдодоплера можно представить в виде

$$\rho^{j} = h_{x}^{j} \Delta x + h_{y}^{j} \Delta y + h_{z}^{j} \Delta z + c \Delta T_{\rho} + \xi_{\rho}^{j}, \qquad (3.21)$$

$$\varphi^{j} = \frac{h_{x}^{j}\Delta x + h_{y}^{j}\Delta y + h_{z}^{j}\Delta z}{\lambda} + f_{0}\Delta T_{\varphi} + k_{\varphi}^{j} + \xi_{\varphi}^{j}$$
(3.22)

$$F^{j} = -\frac{h_{vx}^{j}\Delta x + h_{vy}^{j}\Delta y + h_{vz}^{j}\Delta z - h_{x}^{j}\Delta \dot{x} - h_{y}^{j}\Delta \dot{y} - h_{z}^{j}\Delta \dot{z}}{\lambda} - \Delta f + \xi_{F}^{j}$$
(3.23)

$$h_{vx}^{j} = \frac{\left(\left(h_{y}^{j}\right)^{2} + \left(h_{z}^{j}\right)^{2}\right)\dot{x}_{c} - h_{x}^{j}h_{y}^{j}\dot{y}_{c} - h_{x}^{j}h_{z}^{j}\dot{z}_{c}}{R^{j}}$$
(3.24)

$$h_{vy}^{j} = \frac{\left(\left(h_{x}^{j}\right)^{2} + \left(h_{z}^{j}\right)^{2}\right)\dot{y}_{c} - h_{y}^{j}h_{x}^{j}\dot{x}_{c} - h_{y}^{j}h_{z}^{j}\dot{z}_{c}}{R^{j}}$$
(3.25)

$$h_{vz}^{j} = \frac{\left(\left(h_{x}^{j}\right)^{2} + \left(h_{y}^{j}\right)^{2}\right)\dot{z}_{c} - h_{z}^{j}h_{x}^{j}\dot{x}_{c} - h_{y}^{j}h_{z}^{j}\dot{y}_{c}}{R^{j}}$$
(3.26)

где  $h_x^j = \frac{(x-x^j)}{R^j}$ ,  $h_y^j = \frac{(y-y^j)}{R^j}$ ,  $h_z^j = \frac{(z-z^j)}{R^j}$  – направляющие косинусы;

 $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ,  $\Delta \dot{x}$ ,  $\Delta \dot{y}$ ,  $\Delta \dot{z}$  – поправки к грубым значениям координат и скоростей ЛА.

Полагая в (3.21) – (3.23) неизвестными следующие параметры  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ,  $\Delta \dot{x}$ ,  $\Delta \dot{y}$ ,  $\Delta \dot{z}$ ,  $\Delta T_{\rho}$ ,  $\Delta T_{\phi}$ ,  $\Delta f$ , и объединяя однотипные измерения по N<sub>a</sub> навигационным модулям, получают систему линейных уравнений, которую удобнее всего представить в матричном виде

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{\rho} = \mathbf{R}_{c} + \mathbf{H}_{\rho} \Delta \mathbf{\Theta}_{\rho} + \mathbf{v}_{\rho} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \rho^{1} \\ \vdots \\ \rho^{N_{a}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{c}^{1} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{c}^{N_{a}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{x}^{1} & \mathbf{h}_{y}^{1} & \mathbf{h}_{z}^{1} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{h}_{x}^{N_{a}} & \mathbf{h}_{y}^{N_{a}} & \mathbf{h}_{z}^{N_{a}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta T_{\rho} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{\rho}^{1} \\ \vdots \\ \xi_{\rho}^{N_{a}} \end{bmatrix}, \quad (3.27) \\ \mathbf{z}_{\varphi} = \frac{\mathbf{R}_{c}}{\lambda} + \mathbf{H}_{\varphi} \Delta \mathbf{\Theta}_{\varphi} + \mathbf{k}_{\varphi} + \mathbf{v}_{\rho} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \varphi^{1} \\ \vdots \\ \varphi^{N_{a}} \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{c}^{1} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{c}^{N_{a}} \end{bmatrix} + \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{x}^{1} & \mathbf{h}_{y}^{1} & \mathbf{h}_{z}^{1} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{h}_{x}^{N_{a}} & \mathbf{h}_{y}^{N_{a}} & \mathbf{h}_{z}^{N_{a}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta T_{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{\phi}^{1} \\ \vdots \\ \mathbf{k}_{\phi}^{N_{a}} \end{bmatrix}, \quad (3.28) \\ \mathbf{z}_{F} = -\mathbf{R}_{c}^{1} - \mathbf{H}_{F} \Delta \mathbf{\Theta}_{F} + \mathbf{v}_{F} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{F}^{1} \\ \vdots \\ \mathbf{F}_{N_{a}}^{N_{a}} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} \mathbf{\dot{R}}_{c}^{1} \\ \vdots \\ \mathbf{\dot{R}}_{c}^{N_{a}} \end{bmatrix} - \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{yx}^{1} & \mathbf{h}_{yy}^{1} & \mathbf{h}_{yz}^{1} & \mathbf{h}_{x}^{1} & \mathbf{h}_{y}^{1} & \mathbf{h}_{z}^{1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{h}_{yx}^{N_{a}} & \mathbf{h}_{yy}^{N_{a}} & \mathbf{h}_{y}^{N_{a}} & \mathbf{h}_{y}^{N_{a}} & \mathbf{h}_{z}^{N_{a}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta T_{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{\phi}^{1} \\ \vdots \\ \xi_{\phi}^{N_{a}} \end{bmatrix}, \quad (3.29) \end{aligned}$$

97

$$R_{c}^{j} = \sqrt{(x_{c} - x^{j})^{2} + (y_{c} - y^{j})^{2} + (z_{c} - z^{j})^{2}}, j = 1..N_{a}$$
(3.30)

$$\dot{R}_{c}^{j} = \frac{(x_{c} - x^{j})(\dot{x}_{c} - \dot{x}^{j}) + (y_{c} - y^{j})(\dot{y}_{c} - \dot{y}^{j}) + (z_{c} - z^{j})(\dot{z}_{c} - \dot{z}^{j})}{R_{c}^{j}}, j = 1..N_{a} \quad (3.31)$$

Альтернативным вариантом построения систем линейных уравнений для определения координат и скоростей вертолета в локальных радионавигационных системах посадки является использование разностных уравнений, в которых одинаковые параметры, характеризующие расхождение времени приемника с системной шкалой времени  $\Delta T_{\rho}$ ,  $\Delta T_{\phi}$ ,  $\Delta f$ , компенсируются путем вычитания из всех доступных измерений (2.23), (2.24), (2.19) измерения по одному из модулей, обозначаемого как базовый (индекс b). В таком случае линеаризованные системы уравнений по каждому из разностных измерений можно записать в матричном виде

$$\mathbf{z}_{\Delta\rho} = \Delta \mathbf{R}_{c} + \mathbf{H}_{\Delta\rho} \Delta \Theta_{\Delta\rho} + \mathbf{v}_{\Delta\rho} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \rho^{1} - \rho^{b} \\ \vdots \\ \rho^{N_{a}} - \rho^{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{c}^{1} - \mathbf{R}_{c}^{b} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{c}^{N_{a}} - \mathbf{R}_{c}^{b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{x}^{1} - \mathbf{h}_{x}^{b} & \mathbf{h}_{y}^{1} - \mathbf{h}_{y}^{b} & \mathbf{h}_{z}^{1} - \mathbf{h}_{z}^{b} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{h}_{x}^{N_{a}} - \mathbf{h}_{x}^{b} & \mathbf{h}_{y}^{N_{a}} - \mathbf{h}_{y}^{b} & \mathbf{h}_{z}^{N_{a}} - \mathbf{h}_{z}^{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{\Delta\rho}^{1} \\ \vdots \\ \xi_{\Delta\rho}^{N_{a}} \end{bmatrix},$$

$$(3.32)$$

$$\mathbf{z}_{\Delta\varphi} = \frac{\Delta \mathbf{R}_{c}}{\lambda} + \mathbf{H}_{\Delta\varphi} \Delta \Theta_{\Delta\varphi} + \mathbf{k}_{\Delta\varphi} + \mathbf{v}_{\Delta\varphi} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \varphi^{1} \\ \vdots \\ \varphi^{N_{a}} \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} R_{c}^{1} - R_{c}^{b} \\ \vdots \\ R_{c}^{N_{a}} - R_{c}^{b} \end{bmatrix} + \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} h_{x}^{1} - h_{x}^{b} & h_{y}^{1} - h_{y}^{b} & h_{z}^{1} - h_{z}^{b} \\ \vdots \\ h_{x}^{N_{a}} - h_{x}^{b} & h_{y}^{N_{a}} - h_{y}^{b} & h_{z}^{N_{a}} - h_{z}^{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} k_{\varphi}^{1} - k_{\varphi}^{b} \\ \vdots \\ k_{\varphi}^{N_{a}} - k_{\varphi}^{b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{\Delta\varphi}^{1} \\ \vdots \\ \xi_{\Delta\varphi}^{N_{a}} \end{bmatrix},$$

$$(3.33)$$

где  $\xi^{j}_{\Delta\rho}, \xi^{j}_{\Delta\phi}, \xi^{j}_{\Delta F}$  – ошибки формирования разностных измерений.

При формировании разностных измерений матрица ковариации шумов измерений **P**<sub>z</sub> преобразуется к виду

$$\mathbf{P}_{\Delta z} = \mathbf{G} \mathbf{P}_{z} \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \tag{3.35}$$

где **G**- матрица размерностью  $(N_a-1)x(N_a)$ , которая может быть получена добавление к единичной матрице, размером  $(N_a-1)x(N_a-1)$ , столбца из элементов равных минус единице. Место добавления столбца в единичную матрицу, соответствует номеру базовой антенны.

Формирование разностных измерений позволяет уменьшить размерность вектора оцениваемых параметров, но с другой стороны исключает из результатов оценки расхождение шкалы времени приемника от системной шкалы времени.

## 3.3 Анализ алгоритмов определения навигационных параметров вертолета при обработке псевдофазовых измерений

B настоящее время значительное место в определения системах параметров объекта занимают алгоритмы обработки навигационных неоднозначных фазовых измерений сигналов, обеспечивающие значительное увеличение точности измерений по сравнению с алгоритмами, использующими однозначные (грубые) измерения [12, 13, 53].

На сегодняшний момент разработан математический аппарат одномоментной обработки фазовых измерений в ГНСС, реализованный в режиме относительного определения координат и его модификаций [12], а также накоплен большой опыт обработки фазовых измерений с использование алгоритмов калмановской фильтрации как в относительном [12, 13], так и в абсолютном [16] режимах.

Говоря о фильтрации неоднозначных фазовых измерений, подразумевают определение вектора оцениваемых параметров системы, заданного на дискретных моментах времени, на основе совместного наблюдения вектора неоднозначных точных фазовых измерений и вектора грубых однозначных измерений, при известной начальной грубой оценке вектора оцениваемых параметров. Учитывая это, запишем линейную дискретную модель эволюции вектора оцениваемых параметров системы  $\Theta_i$  и совместного вектора однозначных и неоднозначных измерений **Z**<sub>i</sub> в ранее представленном виде (3.1) – (3.2), при условии, что вектор-функция перехода является линейной

$$\boldsymbol{\Theta}_{i} = \mathbf{F} \cdot \boldsymbol{\Theta}_{i-1} + \boldsymbol{\upsilon}_{\boldsymbol{\theta}}, \qquad (3.36)$$

$$\mathbf{Z}_{\mathbf{k}_{i}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\boldsymbol{\gamma}_{i}} \\ \mathbf{Z}_{\boldsymbol{\varphi}_{i}} + \mathbf{k}_{i} \end{bmatrix} = \mathbf{H}(\boldsymbol{\Theta}_{i}) + \boldsymbol{\upsilon}_{z}, \qquad (3.37)$$

где  $\gamma_i$  – вектор однозначных измерений, который включает в себя измерения псевдодальности, а при динамических определениях еще и измерения псевдодоплера; F - линейная функция перехода, описывающая эволюцию системы k<sub>i</sub>целочисленной вектор, характеризующий неоднозначность фазовых измерений.

Присутствие в (3.37) нелинейной вектор-функции  $H(\Theta_i)$  затрудняет использование фильтрационных алгоритмов. Одним из вариантов разрешения этой проблемы является линеаризация в общем случае нелинейной вектор-функции  $H(\Theta_i)$  в точке грубого приближения. В параграфе 3.2 показано, каким образом линеаризуются вектор-функция  $H(\Theta_i)$ .

Один из распространенных подходов к построению фильтрационных алгоритмов обработки псевдофазовых измерений заключается в том, что вектор

неоднозначности  $\mathbf{k}_i$  считают действительным числом, его включают в вектор оцениваемых параметров и оценивают в процессе фильтрации наряду с остальными параметрами. Такой класс алгоритмов в ГНСС получил название float PPP [17], применительно к локальным радионавигационным наземным системам данный алгоритм рассмотрен в работах [54, 55]. Для унификации и преемственности данный класс алгоритмов для ЛРНС обозначим как фильтр Калмана с действительным вектором неоднозначности ( $\Phi K_{\rm A}$ ), далее индекс «д» для параметров, будет указывать на принадлежность к алгоритму  $\Phi K_{\rm d}$ , . Расширение вектора оцениваемых параметров приводит к увеличению не только его собственной размерности, но и размерности всех остальных величин, входящих в (3.36). Таким образом, расширенные вектор состояний  $\Theta_{\rm d,i}$ , матрица перехода  $\mathbf{F}_{\rm d}$ , вектор шумов  $\mathbf{v}_{\rm FKF,i}$  и его ковариационную матрицу  $\mathbf{P}_{\rm d}$  можно представить в виде

$$\boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\mu},i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{i}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{k}_{i}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(3.38)

$$\mathbf{F}_{\mathrm{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{3.39}$$

$$\mathbf{v}_{\mathrm{d},\mathrm{i}} = [\mathbf{v}_{\Theta}^{\mathrm{T}} \quad \mathbf{v}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$
(3.40)

$$\mathbf{P}_{\boldsymbol{\mu},\mathbf{i}} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Theta}} & \mathbf{P}_{\boldsymbol{\Theta}\mathbf{k}} \\ \mathbf{P}_{\mathbf{k}\boldsymbol{\Theta}} & \mathbf{P}_{\mathbf{k}\mathbf{k}} \end{bmatrix}$$
(3.41)

где  $\mathbf{k}_i$  – вектор действительных неоднозначностей псевдофазовых измерений;  $\mathbf{I}$  – единичная матрица;  $\mathbf{0}$  – нулевая матрица;  $\mathbf{v}_k$  – вектор шумов оценки действительных неоднозначностей с ковариационной матрицей  $\mathbf{P}_{kk}$ ;  $\mathbf{P}_{\Theta\Theta}$  – ковариационная матрица шума процесса;  $\mathbf{P}_{k\Theta}$  и  $\mathbf{P}_{\Theta k}$  – кросскорреляционные матрицы векторов  $\Theta_i$  и  $\mathbf{k}_i$ ; размерности матриц **I**, **0** и вектора  $\mathbf{v}_k$  определяется в соответствии с размерностью вектора  $\mathbf{k}_i$ .

Заметим, что при использовании фильтрационных алгоритмов, например, таких как ЕКF, требуется линеаризация вектор-функции  $H(\Theta_i)$ . При этом расширенную матрицу H, входящую в выражения (3.27) – (3.29) и (3.32) – (3.34), обозначим как  $H_{\Lambda}$  и представим в виде

$$\mathbf{H}_{\mathrm{f}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{3.42}$$

Использование фильтрационных алгоритмов обработки псевдофазовых измерений без использования разрешения целочисленной неоднозначности, строго говоря, является квазиоптимальным подходом, потому как в процессе фильтрации не учитывается целочисленная природа неоднозначностей псевдофазовых измерений. В работах [16, 17] отмечается, что недостатком таких алгоритмов является точность И больший период низкая сходимости фильтрационного процесса по сравнению алгоритмами, учитывающими целочисленную природу псевдофазовых измерений. К плюсам такого подхода стоит отнести относительную простоту реализации.

Для повышения точности определения вектора оцениваемых параметров и времени сходимости применяются методы фильтрации псевдофазовых измерений с использованием разрешения целочисленной неоднозначности. Так, например, в ГНСС существуют класс алгоритмов под общим названием integer PPP [16, 17, 63]. Для унификации и преемственности обозначим данный класс для ЛРНС как фильтр Калмана с целочисленным разрешением неоднозначности ( $\Phi K_q$ ). Данный тип алгоритмов является модификацией алгоритмов  $\Phi K_d$ , заключающейся в том, что после процедуры фильтрации производится дополнительный поиск списка из N наиболее правдоподобных значений целочисленного вектора  $\mathbf{k}_i$  и дальнейшая корректировка вектора оцениваемых параметров.

Алгоритмы поиска наиболее правдоподобных значений  $\mathbf{k}_i$  хорошо изучены и широко применяются на практике. Одним из распространенных алгоритмов является метод целочисленного унимодального преобразования (ЦУМП-метод или LAMBDA-метод) и его модификации [13, 63, 64, 65]. На рисунке 3.1 представлена блок схема алгоритма  $\Phi K_{\mu}$ .



Рисунок 3.1- Обобщенная блок-схема алгоритма ФК<sub>и</sub>

Согласно рисунку 3.1 алгоритм ФК<sub>и</sub> включает в себя дополнительные процедуры поиска наиболее правдоподобного вектора целочисленной неоднозначности и последующей коррекции вектора оцениваемых параметров. Для функционирования процедуры поиска из вектора оцениваемых параметров выделяется целочисленный вектор  $\hat{\mathbf{k}}_i$  (3.38) и его матрица ковариации  $\mathbf{P}_{kk}$  (3.41). Эти значения передаются в алгоритм ЦУМП, позволяющий произвести поиск наиболее правдоподобного вектора  $\mathbf{k}$ . На основе целочисленного вектора  $\mathbf{k}$ , полученного алгоритмом ЦУМП, производится корректировка вектора оцениваемых параметров и его ковариационной матрицы согласно следующим выражениям [17, 63]

$$\widetilde{\mathbf{\Theta}}_{i} = \widehat{\mathbf{\Theta}}_{i} - \widehat{\mathbf{P}}_{\Theta k} \widehat{\mathbf{P}}_{kk}^{-1} (\widehat{\mathbf{k}}_{i} - \widecheck{\mathbf{k}})$$
(3.43)

$$\widetilde{\mathbf{P}}_{i} = \widehat{\mathbf{P}}_{\Theta\Theta} - \widehat{\mathbf{P}}_{\Theta k} \widehat{\mathbf{P}}_{kk}^{-1} \widehat{\mathbf{P}}_{k\Theta}$$
(3.44)

Алгоритм ФК<sub>ц</sub> за счет применения процедуры разрешения целочисленной неоднозначности позволяет в десятки раз повысить время сходимости, по

сравнению с алгоритмом  $\Phi K_{d}$ , что уменьшает суммарную СКП определения вектора оцениваемых параметров.

#### 3.4 Модифицированный алгоритм многомодальной фильтрации

В работах [13, 66] приведен синтез алгоритма рекуррентного линейного оценивания псевдофазовых измерений. В основе предлагаемого подхода лежит использование процедуры разрешения целочисленной неоднозначности и аппроксимация функции плотности вероятности измерений усеченной свернутой гауссовской аппроксимацией. Данная функция представляет собой периодически повторяющуюся ограниченную на периоде гауссовскую функцию плотности вероятности, где период определяется вектор-функцией  $H(\Theta_i)$ . Функцию правдоподобия вектора оцениваемых параметров, построенную только по вектору измерений на i-ый момент времени, можно представить с точностью до константы в виде

$$f(\boldsymbol{\Theta}_{i}) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\min_{\mathbf{k}_{i}}\left(\left(\mathbf{Z}_{\mathbf{k}_{i}}-\mathbf{H}(\boldsymbol{\Theta}_{i})\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_{z}^{-1}\left(\mathbf{Z}_{\mathbf{k}_{i}}-\mathbf{H}(\boldsymbol{\Theta}_{i})\right)\right)\right\}.$$
(3.45)

Процедура минимизации по целочисленному вектору  $\mathbf{k}_i$  здесь используется для того, чтобы показать необходимость поиска такого вектора  $\mathbf{k}_i$ , который при подстановке в (3.45) будет максимизировать эту функцию правдоподобия. В таком случае максимум функции правдоподобия определяет истинное положение вектора оцениваемых параметров. Для того чтобы полностью описать функцию правдоподобия необходимо перебрать все возможные значения целочисленного вектора  $\mathbf{k}_i$ . На практике ограничиваются лишь конечным числом N векторов  $\mathbf{k}_i$ , которые последовательно располагаются в списке по убывающим значениям функции правдоподобия. Учитывая эту особенность, для описания функции правдоподобия будем использовать список векторов  $\mathbf{k}_{ni}$ , где индекс n = 1..Nбудет указывать на номер целочисленного вектора  $\mathbf{k}_i$  в списке. Из [13, 66] известно, что (3.45) представляет собой многомодальную функцию, каждой моде из которой соответствует значение вектора  $\mathbf{k}_{ni}$ . На рисунке 3.2 приведен пример построения одномерной функции правдоподобии (3.45), построенной по совместному вектору однозначных грубых измерений и неоднозначных фазовых измерений. На рисунке 3.2 над каждой модой указан целочисленный вектор с индексом, соответствующему положению в списке.



Рисунок 3.2 Одномерная усеченная свернутая гауссовская функция плотности вероятности

Анализ работы алгоритмов, приведенных [13, 66], в известной автору литературе отсутствует. Далее исследуется разработанный в данной работе алгоритм, основанный на развитии теории линейного рекуррентного оценивания на класс нелинейных задач с использованием процедуры разрешения целочисленной неоднозначности псевдофазовых измерений.

Важной особенностью обработке псевдофазовых при измерений фильтрационными алгоритмами, является то, что на текущий момент известен не только вектор измерений  $\mathbf{Z}_{k_{ni}}$ , но и значение вектора оцениваемых параметров в предыдущий момент времени или его грубое начальное приближение. Рассмотрим общий случай, когда помимо вектора измерений известно грубое значение вектора оцениваемых параметров  $\Theta_{\rm c}$  c гауссовским законом

распределения вероятности и ковариационной матрицей **P**<sub>c</sub>. Согласно [13], совместная функция правдоподобия вектора оцениваемых параметров на основе грубого значения и вектора измерений может быть представлена в виде

$$L(\boldsymbol{\Theta}_{i}) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\min_{k_{ni}}\left((\boldsymbol{\Theta}_{i}-\boldsymbol{\Theta}_{c})^{T}\boldsymbol{P}_{c}^{-1}(\boldsymbol{\Theta}_{i}-\boldsymbol{\Theta}_{c})+ \left(\boldsymbol{Z}_{k_{ni}}-\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\Theta}_{i})\right)^{T}\boldsymbol{P}_{z}^{-1}\left(\boldsymbol{Z}_{k_{ni}}-\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\Theta}_{i})\right)\right)\right\}$$
(3.46)

где индекс n = 1..N, как и в случае с вектором  $\mathbf{k}_{ni}$ , указывает на номер моды в соответствующем списке из N элементов.

Далее, для простоты восприятия опустим индекс і и примем

$$\Delta \Theta = \Theta_{i} - \Theta_{c}. \tag{3.47}$$

Разложим  $H(\Theta_i)$  в ряд Тейлора вблизи точки  $\Theta_c$  и ограничим членами до первой производной включительно. Таким образом (3.46) преобразуется к виду

$$L(\Delta \Theta) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\min_{\mathbf{k}_{n}}\left(\Delta \Theta^{T} \mathbf{P}_{c}^{-1} \Delta \Theta + \left(\mathbf{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} - \mathbf{H} \Delta \Theta\right)^{T} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \left(\mathbf{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} - \mathbf{H} \Delta \Theta\right)\right)\right\}, \quad (3.48)$$

где

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} = \mathbf{Z}_{\mathbf{k}_{ni}} - \mathbf{H}(\boldsymbol{\Theta}_{c}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma} \\ \boldsymbol{\varphi} + \mathbf{k}_{n} \end{bmatrix}$$
(3.49)

- невязки вектора измерений;

 $P_{\mu} = P_{z}$ - ковариационная матрица невязок вектора измерений (3.49);

**Н**- матрица комбинаций направляющих косинусов, элементы которой зависят от структуры системы и выбранной математической модели измерений.

При ограничении ряда Тейлора вектор-функции  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\Theta}_i)$ , возникает ошибка, которая влияет на сходимость и точность работы алгоритма. Однако существует область вблизи точки грубого приближения, в которой влияние ошибки ограничения незначительны и ей можно пренебречь.

В Приложении А показано, что, производя математические операции над выражением (3.48), можно получить преобразованную функцию правдоподобия в виде

$$L(\Delta \Theta) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\min_{\mathbf{k}_{n}}\left(\left(\Delta \Theta - \Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}}\right)^{\mathrm{T}} \mathbf{P}^{-1}\left(\Delta \Theta - \Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}}\right) + \left(\mathbf{k}_{n} - \mathbf{k}_{n}^{*}\right)^{\mathrm{T}} \mathbf{D}_{qq}(\mathbf{k}_{n} - \mathbf{k}_{n}^{*}) + \mu^{*\mathrm{T}} \mathbf{D} \mu^{*} - \mathbf{k}_{n}^{*\mathrm{T}} \mathbf{D}_{qq} \mathbf{k}_{n}^{*}\right)\right\}$$
(3.50)

$$\mathbf{P} = \left(\mathbf{P}_{c}^{-1} + \mathbf{H}^{T}\mathbf{P}_{\mu}^{-1}\mathbf{H}\right)^{-1},$$
(3.51)

$$\Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}} = \mathbf{P} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}, \qquad (3.52)$$

$$\boldsymbol{\mu}^* = [\boldsymbol{\gamma} \quad \boldsymbol{\varphi}]^{\mathrm{T}} \tag{3.53}$$

$$\mathbf{k}_{\mathbf{n}}^{*} = -\mathbf{D}_{\mathbf{q}\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{D}_{\mathbf{q}\mathbf{p}}\,\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\varphi},\tag{3.54}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{P}_{\mu}^{-1} - \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{P} \mathbf{H}^{\mathsf{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\mathrm{pp}} & \mathbf{D}_{\mathrm{pq}} \\ \mathbf{D}_{\mathrm{qp}} & \mathbf{D}_{\mathrm{qq}} \end{bmatrix},$$
(3.55)

где p,q- размерность вектора невязок **ү**, **ф** соответственно.

Производя обратную замену  $\Delta \Theta$  на  $\Theta_i$  с учетом (3.47), получим следующую форму записи функции правдоподобия

$$L(\mathbf{\Theta}) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\min_{\mathbf{k}_{n}}\left(\left(\mathbf{\Theta} - \mathbf{\Theta}_{\mathbf{k}_{n}}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{P}^{-1}\left(\mathbf{\Theta} - \mathbf{\Theta}_{\mathbf{k}_{n}}\right) + \mathrm{SM}(\mathbf{k}_{n})\right)\right\},\tag{3.56}$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{k}_{n}} = \boldsymbol{\Theta}_{c} + \Delta \boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{k}_{n}}, \qquad (3.57)$$

$$SM(\mathbf{k}_n) = (\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_n^*)^T \mathbf{D}_{qq}(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_n^*) + \boldsymbol{\mu}^{*T} \mathbf{D} \boldsymbol{\mu}^* - \mathbf{k}_n^{*T} \mathbf{D}_{qq} \mathbf{k}_n^*.$$
(3.58)

Из (3.56) следует, что совместная функция правдоподобия вектора оцениваемых параметров определяется выражением, стоящим в степени экспоненты. Это выражение состоит из двух слагаемых, первое из которых отвечает за положение моды в пространстве оцениваемых параметров  $\Theta_{k_n}$ , а второе характеризует высоту моды SM( $k_n$ ). Таким образом, поиск максимума функции правдоподобия и наиболее близких к нему мод сводится к поиску списка векторов  $k_n$  последовательно минимизирующих квадратичную форму SM( $k_n$ ).

На рисунке 3.3 представлена совместная функция правдоподобия (3.56), полученная в случае, когда дисперсия грубой оценки в несколько десятков раз превышает дисперсию вектора оцениваемых параметров. Заметим, что при уменьшении дисперсии грубого значения вектора оцениваемых параметров истинная мода становится ярко выраженной, что проявляется в увеличении ее высоты по сравнению с высотами соседних мод.



Рисунок 3.3. Совместная функция правдоподобия при известном грубом значении вектора оцениваемых параметров

Алгоритмы поиска  $\mathbf{k}_{n}$  хорошо изучены и активно применяются на практике. Одним ИЗ распространенных алгоритмов является метод целочисленного унимодального преобразования (ЦУМП-метод или LAMBDA-метод), который детально описан в [13, 64, 65] и в данной работе особенности его реализации не рассматриваются. Отметим, что входными параметрами ЦУМП алгоритма являются матрица  $\mathbf{D}_{qq}$  и вектор  $\mathbf{k}^*$ , вычисляемые на основе (3.51) - (3.55), а также количество мод N. На выходе алгоритма ЦУМП формируется список  $\mathbf{k}_{n}$ , содержащий значения, последовательно минимизирующие функцию правдоподобия (3.46), соответствующий ему список значений максимумов мод в пространстве оцениваемых параметров **О**<sub>k<sub>n</sub></sub>(3.57) с ковариационной матрицей **Р** (3.51), и список высот каждой моды SM( $\mathbf{k}_n$ ) (3.58).

Используя алгоритм ЦУМП, составим выражения для процесса фильтрации вектора состояния в виде процедуры калмановской фильтрации и обозначим этот алгоритм, как многомодальный фильтр (МФ). На рисунке 3.4 представлена структурная схема алгоритма МФ.

108


Рисунок 3.4. Структурная схема алгоритма многомодальной фильтрации

Алгоритм многомодальной фильтрации, представленный на рисунке 3.4 условно делится на три шага: инициализация, прогноз и коррекция. Далее детально рассмотрим каждый из перечисленных шагов.

#### Шаг инициализации

На шаге инициализации, изображенного на рисунке 3.4, осуществляется алгоритма МΦ. В начальная настройка начальный момент времени подразумевается, что является известным начальное приближение вектора оцениваемых параметров  $\Theta_c$ , его ковариационная матрица  $P_c$ , и значения вектора измерений  $\mu_0$ , с ковариационной матрицей  $P_{\mu}$ . На основе начальных данных формируются , используя алгоритм ЦУМП, определяют N мод функции правдоподобия, которые последовательно располагаются в списке по убывающим значениям. Результатом вычислений на шаге инициализации, как и в алгоритме ЦУМП, содержащий является список **k**<sub>n</sub>, значения последовательно минимизирующие функцию правдоподобия (3.56) и соответствующие ему список максимумов мод в пространстве оцениваемых параметров  $\Theta_{\mathbf{k}_n}(3.57)$  с ковариационной матрицей **P** (3.51) и список высот каждой моды  $SM(\mathbf{k}_n)$  (3.58).

#### Шаг прогноза

На этапе прогноза алгоритма МФ производиться экстраполирование каждого максимума функции правдоподобия  $\Theta_{k_n}$  и вектора ковариации **P** на следующий момент времени. Целочисленные вектора  $\mathbf{k}_n$ , а соответствующие им значения квадратичной формы остаются неизменными SM( $\mathbf{k}_n$ ) [13, 66]. Тогда действия на шаге прогноза можно представить следующим образом

$$\mathbf{\Theta}_{\mathbf{k}_{n}}^{-} = \mathbf{F}\mathbf{\Theta}_{\mathbf{k}_{n}},\tag{3.59}$$

$$\mathbf{P}^{-} = \mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q},\tag{3.60}$$

$$\mathbf{k}_{n}^{-} = \mathbf{k}_{n}, \tag{3.61}$$

$$SM(\mathbf{k}_n) = SM(\mathbf{k}_n), n = 1..N$$
(3.62)

В конце шага прогноза с точностью до постоянного множителя становится известной функция правдоподобия экстраполированного вектора состояния.

#### Шаг коррекции

На шаге коррекции производится корректировка экстраполированной функции правдоподобия (3.56), каждая моде которой соответствует одно значение из списка целочисленных векторов **k**<sub>n</sub>, списка максимумов функции

правдоподобия  $\Theta_{k_n}^-$  с матрицей ковариации  $P^-$  и списка значений квадратичной формы SM( $k_n^-$ ). Согласно правилу Байеса скорректированная функция правдоподобия вектора состояния получается путем перемножения функции правдоподобия (3.45), образуемой вновь поступившими измерениями, и функцией (3.56), вычисленной на шаге прогноза. Так как функции правдоподобия (3.45) и (3.56) являются многомодовыми, то вычисление их произведения в явном виде вызывает трудности, которые проявляются, когда одна из мод (3.56) находится вблизи границ двух мод в (3.45). В работе [53], на основе работ [13, 66], представлен один из вариантов преодоления данной проблемы, включающий в себя ряд основных процедур:

1) В блоке коррекции (модуль 1, рисунок 3.4) временно снимаются границы между модами в (3.56) и осуществляется перемножение каждой из N неограниченных мод (3.56) с функцией правдоподобия (3.45), основанной на вновь поступивших измерениях  $\mu_{k_n}$ . Данная операция проводится с помощью алгоритма ЦУМП в предположении, что вместо начальной оценки вектора состояния используется одна из N мод в (3.46). Для каждого произведения вычисляется M мод, доставляющих убывающее значение функции совместного распределения. В общем случае количество вычисляемых векторов M и N может быть различным. В итоге получается список из NxM целочисленных векторов  $\mathbf{k}_{nm}$ , m = 1.. M, для каждого из которых определены вектор состояния  $\Theta_{nm}$  (3.57) с ковариационной матрицей  $\mathbf{P}_{nm}$  (3.51) и высота моды

$$SM(\mathbf{k}_{nm}) = SM(\mathbf{k}_{n}) + SM(\mathbf{k}_{m}), \qquad (3.63)$$

где SM( $\mathbf{k}_{m}$ ) вычисляется аналогично (3.58), с учетом того, что произведение вычисляется не с грубой оценкой вектора оцениваемых параметров, а с одной из мод в (3.56).

В изначальном подходе, предложенным в [13, 66], для вычисления произведения одной из моды экстраполированной функции правдоподобия, заданной в виде (3.56), с многомодовой функцией правдоподобия вектора измерений, поступивших на текущий момент времени, используется разложение  $H(\Theta_{k_n})$  в ряд Тейлора и ограничение членами до первой производной включительно в точке грубого приближения  $\Theta_c$ . В качестве  $\Theta_c$  может быть выбрана наиболее правдоподобная точка, стоящая на первом месте в списке мод  $\Theta_c = \Theta_{k_1}^-$ . Как известно, при удалении от точки разложения ошибка линеаризации возрастает ввиду нелинейности раскладываемой функции, что в фильтрационных алгоритмах приводит к увеличению ошибки определения вектора оцениваемых параметров. Для уменьшения влияния ошибки линеаризации, автором предлагается использовать разложение в каждой моде многомодовой функции.

2) В модуле 2 (рисунок 3.4) поиска наиболее правдоподобного состояния снимается предположение о неограниченности мод, задаются границы между модами. Затем в списке целочисленных векторов  $\mathbf{k}_{nm}$  производится поиск одинаковых целочисленных векторов и отбор среди них такого, для которого значение квадратичной формы SM( $\mathbf{k}_{nm}$ ) будет минимальным.

В изначальном подходе для сравнение правдоподобности одинаковых целочисленных векторов производится их сравнение на основе значения экстраполированной функции правдоподобия вектора оцениваемых параметров. Таким образом, в списке одинаковых целочисленных векторов остается тот, для которого будет наименьшим значение суммы

$$(\boldsymbol{\Theta}_{nm} - \boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{k}_n})^{\mathrm{T}} \mathbf{P}^{-1} (\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{k}_n}) + \mathrm{SM}(\mathbf{k}_n^{-}).$$
 (3.64)

Выражение (3.64) соответствует выражению в степени экспоненты (3.56). Данные подход не противоречит логике рассуждений, однако лучше и проще для сравнения степени правдоподобности векторов использовать значение квадратичной функции SM(**k**<sub>nm</sub>).

3) В результате операций в модулях 1 и 2 получаются списки из отобранных значений целочисленных векторов  $\mathbf{k}_{nm}$ , и соответствующие им списки векторов состояния  $\Theta_{nm}$  и значении квадратичной формы SM( $\mathbf{k}_{nm}$ ). Далее эти списки сортируются по возрастанию значений SM( $\mathbf{k}_{nm}$ ) (модуль 3 рисунок 3.4) и ограничиваются первыми N значениями (модуль 4 рисунок 3.4).

Шаг коррекции завершается на определении скорректированных и ограниченных по количеству значений целочисленных векторов  $\hat{\mathbf{k}}_n$ , векторов состояния  $\widehat{\mathbf{\Theta}}_n$  с ковариационной матрицей  $\widehat{\mathbf{P}}_n$  и соответствующих им значений квадратичной формы SM( $\hat{\mathbf{k}}_n$ ).

На каждом шаге коррекции необходимо производить нормировку функции правдоподобия вектора оцениваемых параметров. В изначальном подходе нормировка не производится, что влечет за собой монотонное увеличение высоты каждой моды до бесконечного значения.

На следующий момент времени перечисленные списки векторов поступают на вход модуля прогноза.

## 3.4.1 Анализ эффективности применения модификаций алгоритма многомодальной фильтрации

Разработанный алгоритм МФ кратко можно описать в виде последовательности следующих процедур:

Шаг инициализации. Задаются начальные условия  $\Theta_c$ ,  $P_c$ ,  $\mu_0$ ,  $P_{\mu}$ . Формируется вектор  $\mathbf{k}^*$  (3.54) и матрица  $\mathbf{D}_{qq}$  (3.55), которые поступают на вход процедуры ЦУМП [13]. На выходе алгоритма ЦУМП формируются список мод  $\Theta_{\mathbf{k}_n}(3.57)$ , матрица **P** (3.50), а также соответствующий им список высот каждой моды SM( $\mathbf{k}_n$ ) (3.58).

Шаг прогноза. Осуществляется экстраполяция на і-ый момент времени и формируются списки из матриц  $\Theta_{\mathbf{k}_n}^-$  (3.59) с ковариационной матрицей  $\mathbf{P}^-$  (3.60), и списки из векторов  $\mathbf{k}_n^-$  (3.61), SM( $\mathbf{k}_n^-$ ) (3.62).

Шаг коррекции. Производится коррекция экстраполированной функции правдоподобия, заданной списком положений максимумов мод  $\Theta_{k_n}^-$  (3.59) с матрицей ковариации **P**<sup>-</sup> (3.60), с учетом поступивших на i-ый момент времени измерений **µ**<sub>i</sub>. Для каждой моды формируется вектор **k**<sup>\*</sup> (3.54) и матрица **D**<sub>qq</sub> (3.55), которые поступают на вход процедуры ЦУМП [13]. На выходе алгоритма ЦУМП для каждой из n = 1..N экстраполированных мод формируются список

 $\Theta_{\mathbf{k}_{nm}}$ , m = 1.. M (3.57), матрица **P** (3.51) и список высот каждой моды SM( $\mathbf{k}_{nm}$ ) (3.63). Если в общих списках присутствуют повторяющиеся вектора  $\mathbf{k}_{nm}$ , то в итоговом списке оставляют значением  $\Theta_{\mathbf{k}_{nm}}$  соответствующее минимальному значению SM( $\mathbf{k}_{nm}$ ). Шаг коррекции заканчивается ограничением мод до количества N, сортировкой их в порядке возрастания значений SM( $\mathbf{k}_{nm}$ ). и нормировкой функции правдоподобия.

Далее, при поступлении новых измерений, процесс фильтрации повторяется при использовании данных о положения максимумов наиболее правдоподобных мод, их высот и ковариационной матрицы в предыдущий момент времени.

Разработанный алгоритм МФ использует аппарат теории линейной многомодальной фильтрации, рассмотренной в [13, 66], применяемой для решения нелинейных задач, в качестве которых в данной работе рассматривается скоростей вертолета по определение координат И сигналам локальных радионавигационных корабельных систем посадки. Как отмечалось ранее, анализ основных характеристик точности и сходимости алгоритмов, приведенных в [13, 66], в известной автору литературе не приводится. Поэтому представляет интерес анализ предлагаемых модификации, позволяющих повысить точность оценивания за счет снижения вероятности аномальной ошибки, вызванной неправильным разрешением неоднозначности [53]. Предлагаемые автором улучшения МФ заключаются в следующем:

- На каждом шаге коррекции производится разложение нелинейной функции H(O<sub>i</sub>) в каждой моде экстраполированной функции правдоподобия (3.56). В изначальном подходе, разложение функции H(O<sub>i</sub>) производится в точке грубого приближения, в качестве которой может быть выбрано значение вектора оцениваемых параметров, соответствующее наиболее правдоподобной моде;
- 2) При сравнении значений вектора оцениваемых параметров с одинаковыми целочисленными векторами (блок 2, рисунок 3.4) выбор наиболее правдоподобного осуществляется на основе высоты соответствующей моды (SM(k<sub>nm</sub>)). В изначальном подходе [13, 66] для определения степени

114

правдоподобности мод с одинаковыми целочисленными векторами используется выражение (3.64).

3) На каждом шаге фильтрации предлагается проводить для функции правдоподобия вектора оцениваемых параметров нормировку, которая в изначальном подходе не осуществляется, что влечет за собой монотонное увеличение высоты каждой моды до бесконечного значения. Нормировка позволяет избежать монотонности роста высоты каждой моды, что в конечном итоге приводит к выравниванию высот, переполнению участков памяти и нарушению работы алгоритма. Проведение нормировки дает возможность использовать для оценки достоверности текущих результатов индикатор в виде так называемого контрастного отношения [13, 66], позволяющий уменьшить вычислительные ресурсы.

В каждый і-ый момент времени фильтрационные алгоритмы производят оценку текущего значения вектора оцениваемых параметров на основе вновь поступивших измерений и грубого значения оцениваемого вектора, которое было получено в предыдущий момент времени или на шаге инициализации из начальных условий. Как показано в [53], при увеличении дисперсии грубого значения вектора оцениваемых параметров алгоритм МФ может недостоверно производить разрешение неоднозначности и выдавать оценку локального максимума функции правдоподобия, не соответствующую истинному максимуму. В этом случае ошибка определения координат алгоритмом МФ резко увеличивается. Далее ошибку определения координат, возникшую в результате неправильного разрешения неоднозначности, будет называть аномальной ошибкой. Возникновение ошибок процессе работы аномальных В обстоятельствами, рассматриваемых алгоритмов связано С различными основными из которых являются: плохой геометрический фактор (например, при малом количестве измерений), несоответствие модели полета вертолета модели заданной в алгоритме, недостаточное количество мод, которые участвуют в процессе работы МФ [53].

Предлагаемые модификации позволяют увеличить граничное значение дисперсии грубой оценки и тем самым снизить вероятность аномальных ошибок. При сравнении эффективности предлагаемых модификаций, используются граничные значения дисперсии грубой оценки модифицированного и оригинального алгоритмов. Для этой цели рассмотрим идеализированный случай, когда корабль и вертолет не перемещаются относительно друг друга и проведем серию экспериментов, заключающихся в задании грубого значения вектора и анализа работы алгоритма МФ в данных условиях.

Имея список из  $N_e$  начальных значений вектора оцениваемых параметров и соответствующие результаты работы МФ все пространство начальных значений вектора оцениваемых параметров можно разделить на две области. Первая область - это область сходимости, для которой МФ в конце своей работы правильно произведет разрешение неоднозначности, вторая - область аномальных ошибок, для которой алгоритм в конце своей работы формирует оценку локального максимума, несоответствующую глобальному максимуму.

Для оценки эффективности предлагаемых улучшений определяется размер области сходимости, которую аппроксимируем эллипсоидом. Математическую модель эллипсоида в декартовой прямоугольной системе для случая 3-х мерного вектора оцениваемых параметров определим следующим образом

$$\overline{\mathbf{\Theta}}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}} \overline{\mathbf{\Theta}} \le \mathbf{C}, \tag{3.65}$$

$$\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{11} & \mathbf{d}_{12} & \mathbf{d}_{13} \\ \mathbf{d}_{21} & \mathbf{d}_{22} & \mathbf{d}_{23} \\ \mathbf{d}_{31} & \mathbf{d}_{32} & \mathbf{d}_{33} \end{bmatrix},$$
(3.66)

$$\overline{\mathbf{\Theta}} = [\overline{\mathbf{X}} \quad \overline{\mathbf{Y}} \quad \overline{\mathbf{Z}}]^{\mathrm{T}}, \tag{3.67}$$

где **D**<sub> $\Theta$ </sub> матрица обратная к ковариационной матрице;  $\overline{\Theta}$ - центрированный вектор значений оцениваемых параметров; С – константа, определяющая размер эллипсоида; знак  $\leq$  задает условие, при котором точки пространства оцениваемых параметров лежат внутри эллипсоида сходимости. Объединяя результаты работы по N<sub>e</sub> опытам и записывая (3.65) в скалярном виде, получим следующую систему

$$\overline{X}_{1}^{2}a_{11} + \overline{Y}_{1}^{2}a_{22} + \overline{Z}_{1}^{2}a_{33} + 2\overline{X}_{1}\overline{Y}_{1}a_{12} + 2\overline{Y}_{1}\overline{Z}_{1}a_{23} + 2\overline{X}_{1}\overline{Z}_{1}a_{13} \le 1$$

$$\vdots \qquad (3.68)$$

$$\overline{X}_{N_{e}}^{2}a_{11} + \overline{Y}_{N_{e}}^{2}a_{22} + \overline{Z}_{N_{e}}^{2}a_{33} + 2\overline{X}_{N_{e}}\overline{Y}_{N_{e}}a_{12} + 2\overline{Y}_{N_{e}}\overline{Z}_{N_{e}}a_{23} + 2\overline{X}_{N_{e}}\overline{Z}_{N_{e}}a_{13} \le 1$$

117

$$a_{i,j} = d_{i,j}/C$$
,  $i, j = 1 \dots 3$  (3.69)

Систему (3.68) можно представить в матричном виде

$$\boldsymbol{\xi} \mathbf{A} \le \mathbf{I},\tag{3.70}$$

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \overline{X}_1^2 & \overline{Y}_1^2 & \overline{Z}_1^2 & 2\overline{X}_1\overline{Y}_1 & 2\overline{Y}_1\overline{Z}_1 & 2\overline{X}_1\overline{Z}_1 \\ \vdots & \vdots & & \end{bmatrix}, \quad (3.71)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{X}_{N_e}^2 & \overline{Y}_{N_e}^2 & \overline{Z}_{N_e}^2 & 2\overline{X}_{N_e}\overline{Y}_{N_e} & 2\overline{Y}_{N_e}\overline{Z}_{N_e} & 2\overline{X}_{N_e}\overline{Z}_{N_e} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{22} & a_{33} & a_{12} & a_{23} & a_{13} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(3.72)

где  $\xi$  – матрица, сформированная на основе компонент векторов оцениваемых параметров, при которых алгоритм МФ сходится; **I** - единичный вектор-столбец размером  $1xN_e$ ; **A**- неизвестный вектор-столбец, состоящий из элементов  $a_{i,i}$ .

Решение системы неравенств (3.70) выполняется методом наименьших квадратов

$$\mathbf{A} \le (\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\xi})^{-1} \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}} \mathbf{I} \tag{3.73}$$

Из элементов матрицы **A** с учетом (3.69) формируется матрица  $\mathbf{D}'_{\Theta}$ , которая, как и  $\mathbf{D}_{\Theta}$  является обратной к ковариационной матрице и задает эллипсоид

$$\overline{\mathbf{\Theta}}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\prime} \overline{\mathbf{\Theta}} \leq \mathrm{C}. \tag{3.74}$$

Постепенно увеличивая константу C, добьемся, чтобы условие (3.74) выполнялось для всех точек, при которых алгоритм МФ сходится. Таким образом, последнее принятое значение C, определит размер эллипсоида (3.74). Перейдем к каноническому виду, разделив левую и правую часть (3.74) на C и найдем ковариационную матрицу эллипсоида сходимости МФ  $\mathbf{R} = (\mathbf{D}_{\Theta})^{-1}$ C, после применения, к которой SVD разложения, получим

$$SVD(\mathbf{R}) = \mathbf{USV},\tag{3.75}$$

где матрицы **U**, **V**- характеризуют наклон эллипсоида в прямоугольной декартовой системе координат, а **S**- матрица, в которой диагональные элементы числено равны длинам полуосей эллипса. Объем эллипсоида определяется выражением

$$V = \frac{4}{3}\pi abc,$$
 (3.76)

где a, b, c- длины полуосей эллипсоида.

Для анализа работы МФ будем исследовать зависимости размера области сходимости алгоритма, среднего времени сходимости алгоритма по всей выборке в зависимости от количества передатчиков и количества мод NxM, участвующих в процессе фильтрации. Для этой цели в среде Matlab разработана модель эксперимента, блок-схема которой приведена на рисунке 3.5.

110



Рисунок 3.5 – Блок-схема модели эксперимента анализа характеристик МФ Согласно рисунку 3.5 моделирование проводиться путем задания в блоке (1)

количества передатчиков, начального значения вектора оцениваемых параметров и времени моделирования. Формирование измерений производится в блоке (2), в соответствии математическими моделями измерений, рассмотренных в параграфе 2.4. Алгоритм МФ реализован в блоке (3) в соответствии с рисунком 3.4. Согласно представленной модели проведена серия экспериментов, в которых координаты вертолета полагаются неизменными во времени и равными x = 0 м; y = 1000 м; z = 80 м. Такой выбор точек размещения ЛА интересен тем, что демонстрирует работу алгоритма МФ при плохом геометрическом факторе - дальность от каждого из передатчиков до вертолета значительно превышает расстояние между соседними навигационными модулями корабельного сегмента, при этом ошибка оценки координат резко возрастает. На рисунке 3.6 приведены зависимости размера области сходимости модифицированного и оригинального алгоритмов. Далее на рисунках индексом «о» обозначаются зависимости, соответствующие линейному подходу, индексом «м» – модифицированному.



Рисунок 3.6 - Зависимость объема эллипсоида сходимости алгоритма МФ от количества наземных передатчиков при количестве мод а) NxM = 10x10; б) NxM = 5x5

Из рисунка 3.6 следует, что для рассматриваемых алгоритмов  $M\Phi_0$  и  $M\Phi_M$  объем эллипсоида, определяющего область сходимости, увеличивается по мере увеличения количества передатчиков, что соответствует уменьшению вероятности аномальной ошибки. Лучшие результаты обеспечивает алгоритм  $M\Phi$ , использующий большее количество мод NxM в процессе работы, что объясняется увеличением вероятности попадания истинной моды в список целочисленных векторов **k**<sub>n</sub> при увеличении числа мод в процессе работы.

Рисунке 3.7 иллюстрирует увеличение области сходимости алгоритма  $M\Phi_{\rm M}$  по сравнению с  $M\Phi_{\rm o}$ .

119



Рисунок 3.7 – Увеличение объема эллипсоида сходимости при использовании модифицированного алгоритма

Из рисунка 3.7 следует, что по мере увеличения количества навигационных модулей, объем эллипсоида сходимости модифицированного алгоритма  $M\Phi_{\rm M}$  увеличивается. При применении предлагаемых модификаций объем области сходимости увеличивается в зависимости от количества мод, участвующих в обработке, и количества навигационных модулей корабельного сегмента от 5 % для  $N_{\rm a} = 4$  и до 70 % для  $N_{\rm a} = 8$ .

На рисунке 3.8 приведено среднее время сходимости рассматриваемых алгоритмов. Время сходимости определяется интервалом времени от начала работы алгоритма до момента, когда истинная мода попадает на первое место в целочисленном списке векторов  $\mathbf{k}_{n}$ .





Рисунок 3.8 – Среднее время сходимости рассматриваемых алгоритмов при количестве мод: a) NxM = 10x10; б) NxM = 5x5

Из рисунка 3.8 следует, что увеличение количества мод NxM увеличивает время сходимости алгоритма, так как требуется больше времени для того чтобы истинная мода переместилась из конца списка целочисленных векторов  $\mathbf{k}_n$  в его начало. Из рисунка также следует, что модифицированный алгоритм увеличивает среднее время сходимости примерно в два раза, однако при количестве модулей  $N_a \ge 6$  наблюдается резкое уменьшение времени сходимости, что особенно важно при определении вектора оцениваемых параметров динамичного объекта.

В одномоментных алгоритмах обработки псевдофазовых измерений, качество работы алгоритма оценивается в соответствии с формулой контрастного отношения, которое согласно [13, 31] определяется отношение высоты наиболее правдоподобной моды  $SM(\hat{k}_{1,i})$ , находящейся в списке мод на первом месте, к высоте моды  $SM(\hat{k}_{2,i})$ , стоящей на втором месте в списке мод

$$KNTR_{i} = \frac{SM(\hat{\mathbf{k}}_{1,i})}{SM(\hat{\mathbf{k}}_{2,i})}.$$
(3.77)

В фильтрационных алгоритмах удобнее всего использовать модифицированное представление контрастного отношения [53]

122

$$KNTR_{i} = KNTR_{i-1} \frac{SM(\mathbf{\hat{k}}_{1,i}) - SM(\mathbf{\hat{k}}_{2,i})}{SM(\mathbf{\hat{k}}_{1,i-1}) - SM(\mathbf{\hat{k}}_{2,i-1})}.$$
(3.78)

Согласно (3.78) контрастное отношение KNTR<sub>i</sub> увеличивается до тех пор, пока высота моды, стоящей на первом месте в списке SM( $\hat{k}_{1,i}$ ) растет относительно высот других мод, в противном случае KNTR<sub>i</sub> рекуррентно уменьшается, что позволяет использовать его в качестве индикатора, который дает возможность судить о достоверности проведения процедуры разрешения неоднозначности псевдофазовых измерений. Таким образом, существует возможность после достоверного разрешения неоднозначности принять  $\hat{k}_n$  за истинное значение и в дальнейшем использовать обычный процесс фильтрации, например, одним из алгоритмов, приведенным в параграфе 3.3.

На рисунке 3.9 представлено изменение контрастного отношения с использование нормировки функции правдоподобия и без ее использования.



Рисунок 3.9 – Изменение коэффициента контрастности в процессе работы фильтров: а) МФ<sub>м</sub> (с нормировкой); б) МФ<sub>о</sub> (без нормировки)

Из рисунка 3.9 следует, что без использование процедуры нормировки функции правдоподобия, контрастное отношение стремиться к единице в процессе работы фильтра. Это обстоятельство не позволяет использовать контрастное отношение для уменьшения вычислительных ресурсов. Это объясняется тем что, при наличии аномальных ошибках контрастное отношение не превышает определенного значения D (KNTR  $\leq$  D), как правило, D = 2 [13, 31, 53, 63, 66]. Для уменьшения затрат машинных ресурсов применение процедуры разрешения целочисленной неоднозначности производится до тех пор пока значение KNTR  $\leq$  D, а далее для контроля лишь в выборочные моменты времени.

Проведенный анализ показывает, что предлагаемые автором улучшения позволяют увеличить область сходимости алгоритма МФ, уменьшить вероятность аномальных ошибок, и как следствие уменьшают погрешность определения навигационных параметров вертолета ввиду того, что появление аномальной ошибки вызывает скачкообразное измерение вектора оцениваемых параметров и может приводить к расхождению алгоритма МФ.

#### 3.5 Выводы по главе 3

 В результате сравнительного анализа алгоритмов вторичной обработки результатов измерений параметров радиосигналов ЛРНС показано, что для определения координат и скоростей вертолета необходимо использовать фильтрационные алгоритмы совместной обработки измерений псевдодальности, псевдодоплера и псевдофазы.

2) Разработан алгоритм многомодальной фильтрации псевдофазовых измерений (алгоритм МФ<sub>м</sub>), в основе которого лежит теория оптимальной линейного рекуррентного оценивания и ее развитие на класс нелинейных задач. Показано, что разработанный алгоритм позволяет увеличить область сходимости алгоритма на 10-70 %, что снижает вероятность появления аномальной ошибки и увеличивает точность определения навигационных параметров.  Показано, что разработанный алгоритм МФ<sub>м</sub> позволяет использовать контрастного отношения для минимизации затрат машинных ресурсов и оценки достоверности разрешения целочисленной неоднозначности.

4) Произведена адаптация фильтрационных алгоритмов float PPP и integer PPP, используемых в ГНСС, для применения их в локальных радионавигационных системах посадки вертолета на палубу корабля (алгоритмы  $\Phi K_{d}$  и  $\Phi K_{u}$ ).

## Глава 4. Исследование характеристик работы локальных радионавигационных систем посадки вертолета на палубу корабля

#### 4.1 Оптимизация размещения навигационных модулей на корабле

Точность оценки навигационных параметров вертолета зависит от многих факторов и, в частности, от взаимного расположения навигационных модулей и вертолета. Данное обстоятельство обусловлено тем, что вектор оцениваемых параметров  $\Theta_i$  связан с вектором измерений  $Z_i$  в соответствии с выражением (3.2), которое при линеаризации в точке  $\Theta_c$  можно представить в общем виде

$$\mathbf{Z}_{i} - \mathbf{H}(\mathbf{\Theta}_{c}) = \mathbf{H} \cdot (\mathbf{\Theta}_{i} - \mathbf{\Theta}_{c}) + \mathbf{v}_{z}, \qquad (4.1)$$

где **H**- матрица, составленная из направляющих косинусов, определяется в соответствии с выражениями (3.27) – (3.34) и зависит от взаимного расположения навигационных модулей и вертолета; **v**<sub>z</sub>- ошибки формирования вектора измерений.

Для определения количественной меры взаимосвязи погрешности определения вектора оцениваемых параметров с погрешностью вектора измерений вычисляются невязки вектора оцениваемых параметров  $\Delta \Theta_i = (\Theta_i - \Theta_c)$ , которые могут быть определены из (4.1) следующим образом

$$\Delta \Theta_{i} = (\mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \Delta \mathbf{Z}_{i}$$
(4.2)

где  $\Delta \mathbf{Z}_i = \mathbf{Z}_i - \mathbf{H}(\mathbf{\Theta}_c)$  – невязки вектора измерений.

Выражение (4.2) позволяет вычислить ковариационную матрицу ошибок невязок вектора оцениваемых параметров  $\mathbf{R}_{\Delta\Theta}$ , которая вследствие детерминированного значения вектора оцениваемых параметров в точке  $\boldsymbol{\Theta}_{c}$  идентична ковариационной матрице оцениваемой величины  $\mathbf{R}_{\Theta}$ , и согласно [12] определяется выражением

 $\mathbf{R}_{\Theta} = \mathbf{R}_{\Delta\Theta} = \mathbb{E}[(\Delta\Theta_{i} - M[\Delta\Theta_{i}])(\Delta\Theta_{i} - M[\Delta\Theta_{i}])^{T}] = (\mathbf{H}^{T}\mathbf{R}_{Z}^{-1}\mathbf{H})^{-1}$ (4.3) где  $\mathbb{E}[]$ - процедура вычисления математического ожидания.

Для удобства количественной оценки влияния взаимного расположения навигационных модулей и вертолета полагается, что дисперсии определения

компонент вектора невязок измерений идентичны и равны  $\sigma_Z^2$ , тогда при условии  $M[\Delta \Theta_i] = M[\Delta Z_i] = 0$ , выражение (4.3) приобретает вид

$$\mathbf{R}_{\Theta} = \sigma_{\mathrm{Z}}^{2} (\mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{H})^{-1}$$
(4.4)

В соответствии с (4.4) суммарная дисперсия ошибки по всем компонентам вектора оцениваемых параметров  $\sigma_{\Theta}^2$  вычисляется следующим образом [12]

$$\sigma_{\Theta}^{2} = \operatorname{tr}(\mathbf{R}_{\Theta}) = \sigma_{Z}^{2} \cdot \operatorname{tr}(\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H})^{-1}, \qquad (4.5)$$

где tr() обозначит процедуру вычисления следа матрицы;

Выражение (4.5) позволяет определить коэффициент геометрии равный

$$K_{r} = \sqrt{\operatorname{tr}((\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H})^{-1})},\tag{4.6}$$

который связывает дисперсию определения вектора оцениваемых параметров  $\sigma_{\Theta}^2$  и дисперсию формирования измерений  $\sigma_z^2$ .

Из (4.5)- (4.6) следует, что чем меньше коэффициент геометрии  $K_r$ , тем меньше суммарная дисперсия определения вектора оцениваемых параметром. Предположим, что вектор возможных положений вертолета  $\Theta_i$  и положений навигационных модулей **A** заданы на ограниченном множестве действительных чисел  $\Theta_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $A \in \mathbb{R}^n$ , тогда определение минимального значения  $K_r$  можно свести к задаче условной параметрической оптимизации. Критерием оптимизации системы **J**<sup>\*</sup> будем считать такое размещения навигационных модулей на корабле, которое обеспечивает минимум коэффициента геометрии  $K_r$  в i-ой точке пространства при различных допустимых взаимных расположениях навигационных модулей с учетом ограничений  $\Theta_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $A \in \mathbb{R}^n$ 

$$\mathbf{J}^* = \min_{\mathbf{A}} \sum_{\mathbf{i}} \mathbf{K}_{\mathbf{r}}(\mathbf{A}, \mathbf{\Theta}_{\mathbf{i}}), \tag{4.7}$$

$$\mathbf{A} = \left[ x^{1}, y^{1}, z^{1}, \dots, x^{j}, y^{j}, z^{j}, \dots, x^{N_{a}}, y^{N_{a}}, z^{N_{a}} \right]^{\mathbf{I}},$$
(4.8)

$$\boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{i}} = [\mathbf{x}_{\mathbf{i}}, \mathbf{y}_{\mathbf{i}}, \mathbf{z}_{\mathbf{i}}]^{\mathrm{T}}$$
(4.9)

где N<sub>a</sub> - количество навигационных модулей; x<sup>j</sup>, y<sup>j</sup>, z<sup>j</sup> - координаты фазового центра j-го навигационного модуля.

Зона установки навигационных модулей на корабле, несмотря на кажущееся разнообразие вариантов размещения, очень ограничена. Это связано в первую очередь с запретом на размещение в пределах взлетно-посадочной полосы

(вертолетной площадки) каких-либо выступающих элементов, а также с тем, что при посадке вертолета навигационные модули должны находиться в зоне прямой радиовидимости.

Разрешенная зона установки корабельного сегмента  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^n$  разбивается на сетку, в узлах которой возможно размещение навигационных модулей. Аналогичным образом можно задать пространство возможных положений вертолета  $\boldsymbol{\Theta}_i \in \mathbb{R}^n$  в виде узлов решетки, в которых возможно расположение вертолета. В таком случае алгоритм условной параметрической оптимизации размещения навигационных модулей на корабле можно построить по принципу прямого перебора. При таком подходе задача оптимизации записывается в виде последовательности шагов:

- задается пространство возможных положений вертолета и возможных мест размещения навигационных модулей на корабле в виде узлов сетки и выбирается начальное положение навигационных модулей;
- производится расчет коэффициента геометрии для каждой точки возможных положений вертолета, при допустимых вариантах размещения j-го модуля на корабле (в узлах сетки);
- осуществляется замена текущих координат j-го модуля на вариант размещения j-го модуля, соответствующий минимальному значению коэффициента геометрии, вычисленному на шаге 2;
- 4) осуществляется переход к (j+1)-ому модулю и выполняются действия, описанные на шагах 2) и 3). Если эти действия выполнены для всех N<sub>a</sub> модулей, то приравнивают j = 1 и производят расчет заново до тех пор, пока координаты модулей не перестанут меняться, что свидетельствует о достижении минимума К<sub>г</sub>.

На рисунке 4.1 изображены возможные варианты размещения навигационных модулей вблизи вертолетной площадки корабля, полученные с помощью описанного алгоритма. Данные результаты получены при задании возможной зоны полета вертолета в узлах решетки, ограниченной объемом прямоугольного параллелепипеда с длинами ребер равными b >> max(B<sub>i,j</sub>), B<sub>i,j</sub>-

длина базовой линии между i-ым и j-ым навигационными модулями. Основание параллелепипеда проходит параллельно вертолетной площадки и вблизи нее. Так при максимальной длине базовой линий  $\max(B_{i,j}) \approx 20$  м, можно выбрать b =500 м. При решении задачи оптимизации функциональная зависимость (4.9) может иметь несколько равноценных локальных минимумов J\*, в которых расположение модулей на палубе корабля имеет симметричный характер.



Рисунок 4.1 – Варианты размещения навигационных модулей вблизи вертолетной площадки: а) N<sub>a</sub>=4; б) N<sub>a</sub>=5; в) N<sub>a</sub>=6; г) N<sub>a</sub>=7

Результаты оптимизации, приведенные на рисунка 4.1 в), согласуются с вариантом размещения навигационных модулей системы DeckFinder [4, 5].

### 4.2 Методика исследования точности определения навигационных параметров вертолета

Анализ точности определения навигационных параметров вертолета фильтрационными алгоритмами выполнен на модели в соответствии с обобщенной блок-схемой, приведённой на рисунке 4.2.



Рисунок 4.2 – Блок схема проведения эксперимента

Так как ЛА вертолетного типа являются динамичными объектами, то при анализе характеристик точности необходимо задать в блоке 1 траекторию полета, наиболее полно отражающую динамику вертолета. Развороты вертолета можно описать моделью движения с постоянной круговой скорость  $\omega$ . При этом изменение вектора оцениваемых параметров  $\Theta_i$  с предыдущего (i-1) на текущий і момент времени при повороте в горизонтальной плоскости с угловой скоростью  $\omega$ , можно описать согласно (3.1) следующих образом

$$\boldsymbol{\Theta}_{i} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\Theta}_{i-1}) \Leftrightarrow \boldsymbol{\Theta}_{i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sin(\omega \cdot dT)}{\omega} & \frac{\cos(\omega \cdot dT) - 1}{\omega} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1 - \cos(\omega \cdot dT)}{\omega} & \frac{\sin(\omega \cdot dT)}{\omega} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & dT \\ 0 & 0 & \cos(\omega \cdot dT) & -\sin(\omega \cdot dT) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\omega \cdot dT) & \cos(\omega \cdot dT) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{i-1}$$

$$(4.10)$$

где  $\Theta_i = [x_i \ y_i \ z_i \ \dot{x}_i \ \dot{y}_i \ \dot{z}_i]^T$  - вектор оцениваемых параметров, включающий в себя координаты и скорости вертолета относительно корабля.

Использование (4.10) позволяет описать два граничных случая движения вертолета. На рисунке 4.3 (а) изображен первый случай, обеспечивающий, как показано в параграфе 1.1, наиболее безопасный заход и посадку вертолета по схеме двух разворотов. Второй случай полета вертолета представлен на рисунке 4.3 (б) и может быть описан моделью движения вертолета со скачкообразно меняющейся угловой скорости. Этот сценарий позволяет описать динамику вертолета при выполнении сложных маневров и является необходимым при анализе устойчивости работы алгоритмов.



Рисунок 4.3 - Траектории полета вертолета в случае: а) двух разворотов; б) скачкообразно меняющейся угловой скорости

В блоке 2 на основе заданной траектории полета вертолета на каждый i-ый момент времени с периодом dT производится формирование результатов измерения параметров радиосигналов на борту ЛА, согласно их математическим моделям.

В блоке 3, задаются начальные условия для работы алгоритма, функционирование которого описывается блоком 4. Анализ результатов работы алгоритмов производится в блоке 5, в котором формируются ошибки определения вектора оцениваемых параметров  $\Delta \Theta$  путем вычитания из вектора оцениваемых параметров  $\widehat{\Theta}$ , полученного в результате работы исследуемого алгоритма, истинных значений  $\Theta_{ист}$  в соответствии с выражением

$$\Delta \Theta = \widehat{\Theta} - \Theta_{\text{HCT}} \tag{4.11}$$

Вектор ошибок  $\Delta \Theta$  характеризуются ковариационной матрицей  $P_{\Delta \Theta}$ , определяемой согласно выражению

$$P_{\Delta \Theta} = \mathbb{E}(\Delta \Theta \Delta \Theta^{\mathrm{T}}) \tag{4.12}$$

где Е()- оператор вычисления математического ожидания.

Диагональные элементы ковариационной матрицы  $P_{\Delta \Theta}$  характеризуют дисперсию компонент вектора ошибок  $\Delta \Theta$ . Если вектор оцениваемых параметров включает в себя проекции координат и скоростей вертолета относительно корабля на оси системы координат X,Y,Z, в которой производится оценка вектора  $\widehat{\Theta} = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^{T}$ , тогда точность оценки координат и скоростей можно характеризовать суммарной среднеквадратической ошибкой (СКП) определения координат  $\sigma_c$  и скоростей  $\sigma_v$ , вычисляемых в соответствии с выражениями

$$\sigma_{\rm c} = \sqrt{\sigma_{\rm x}^2 + \sigma_{\rm y}^2 + \sigma_{\rm z}^2},\tag{4.13}$$

$$\sigma_{\rm v} = \sqrt{\sigma_{\rm vx}^2 + \sigma_{\rm vy}^2 + \sigma_{\rm vz}^2},\tag{4.14}$$

где  $\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2, \sigma_{vx}^2, \sigma_{vy}^2, \sigma_{vz}^2$  -дисперсии погрешности определения координат и скоростей по осям системы координат X,Y,Z соответственно, являющиеся диагональными элементами матрицы Р<sub> $\Delta \Theta$ </sub> (4.12).

Оценка дисперсии оцениваемой величины  $\sigma_{\Sigma}^2$  по результатам N<sub>exp</sub> опытов согласно [67] определяется выражением

$$\sigma_{\Sigma}^{2} = \sum_{i} \sigma_{i}^{2} / N_{exp} , i = 1.. N_{exp}$$
(4.15)

где  $\sigma_i^2$  - дисперсии погрешности определения координат  $\sigma_c^2$  или скоростей  $\sigma_v^2$ , полученная в i-ом опыте.

Воспользуемся методом Монте-Карло, который позволяет определить число опытов  $N_{exp}$  с уровнем доверия Q при требуемой дисперсии  $\varepsilon^2$  оценки величины  $\sigma_{\Sigma}^2$ , которая характеризует величину СКП координат  $\sigma_c$  и скоростей  $\sigma_v$ , в соответствии с выражением

$$N_{exp} = (\sigma_{\Sigma}/\epsilon)^2 [\Phi^{-1}(0.5Q)]^2, \qquad (4.16)$$

где  $\Phi(x)$ - функция Лапласа, табличные значения которой можно найти в [67];  $\sigma_{\Sigma}$  – предполагаемая оценка СКП определения навигационных параметров. Уровень доверия выбирается исходя из важности решаемой задачи, и для описываемого случая может быть выбран равным Q = 0.95, при этом  $[\Phi^{-1}(0.5Q)]^2 = 3.84$ . В условиях поставленной задачи можно принять  $\sigma_{\Sigma}/\epsilon = 10$  и для приведенных значений количество опытов равно N<sub>exp</sub> = 384.

Из (4.10) следует, что скачкообразное изменение угловой скорости изменяет направление полета вертолета, при этом изменение вектора координат и вектора путевой скорости происходит плавно, без скачков. При синтезе фильтрационных алгоритмов целесообразно использовать идентичную (4.10) вектор-функцию перехода  $\mathbf{F}(\boldsymbol{\Theta}_i)$ , однако при этом необходимо включать в вектор оцениваемых параметров угловую скорость. Для уменьшения размерности вектора оцениваемых параметров при синтезе алгоритмов можно ограничиться линейной моделью движения или моделью движения по Зингеру для динамических объектов [68].

В зависимости от исследуемого алгоритма вектор оцениваемых параметров может расширяться и включать в себя параметры, характеризующие задержки и смещения в измерениях псевдодальности  $\Delta T_{\rho}$ , псевдофазы  $\Delta T_{\phi}$ , а также неточность установки частоты опорного генератора  $\Delta f$  в измерениях псевдодоплера. Согласно (2.19), (2.20) в математических моделях  $\Delta T_{\rho}$  и  $\Delta T_{\phi}$  присутствует параметр, характеризующий расхождение шкалы времени приемника от системной шкалы времени  $\Delta T_{rx}$ . Расхождение шкал времени

обусловлено множеством факторов, наиболее существенными из которых являются: погрешность установки номинальной частоты опорного генератора, случайные изменения частоты вследствие изменения температуры, нестабильности питающего напряжения и фактора старения, а также собственные шумы опорного генератора. Собственные шумы опорного генератора можно спектральной характеризовать плотностью, a также кратковременной нестабильностью номинальной частоты. Современные кварцевые генераторы обладают погрешностью установки номинальной частоты не хуже Δf = 0.5 ... 1000 Гц. Таким образом, считая температуру опорного генератора медленно меняющейся функцией времени на протяжении всей работы алгоритмов, можно задать модель расхождения шкал времени в виде выражения

$$\Delta T_{\rm tx} = \frac{\Delta f}{f_0} t, \qquad (4.17)$$

где  $f_0$ - длина волны несущего колебания.

Помимо (4.17) в выражениях  $\Delta T_{\rho}$  и  $\Delta T_{\phi}$ , согласно (2.19)-(2.20) присутствуют параметры, характеризующие тропосферные, аппаратурные задержки, начальную фазу опорного генератора, которые можно считать медленно меняющимися. Тогда при разработке алгоритмов, требующих включения в вектор оцениваемых параметров величин  $\Delta T_{\rho}$  и  $\Delta T_{\phi}$ , можно использовать линейную модель изменения данных параметров, с производной равной неточности задания опорной частоты  $\Delta f$ . В этом случае изменение расширенного вектора оцениваемых параметров  $\Theta_{i,a}$ , дополнительно включающего перечисленные поправки, на i-ый момент времени можно представить аналогично выражению (3.1) в виде

$$\boldsymbol{\Theta}_{i,a} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\Theta}_{i-1,a}) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{i} \\ \Delta T_{i,\rho} \\ \Delta T_{i,\varphi} \\ \Delta f_{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}(\boldsymbol{\Theta}_{i}) & \mathbf{0}_{3x3} \\ 1 & 0 & \lambda \cdot dT \\ \mathbf{0}_{3x3} & 0 & 1 & dT \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{i-1} \\ \Delta T_{i-1,\rho} \\ \Delta T_{i-1,\varphi} \\ \Delta f_{i-1} \end{bmatrix},$$
(4.18)

где  $F(\Theta_i)$ - вектор-функция, определяемая в соответствии с принятой моделью изменения вектора оцениваемых параметров  $\Theta_i$ ,  $\mathbf{0}_{3x3}$ - нулевая матрица размера три на три.

Последовательность процедур в соответствии с блок-схемой, приведенной на рисунке 4.2, реализована в среде Matlab в имитационной модели оценки точности вторичной обработки результатов измерения параметров радиосигналов ЛРНС. Результаты эксперимента позволяют провести сравнительный анализ различных алгоритмов оценки координат и скоростей вертолета в локальных радионавигационных системах корабельной посадки.

#### 4.3 Анализ точности определения координат и скоростей вертолета

Рассмотрим локальную радионавигационную систему посадки вертолета, состоящую из N<sub>a</sub> навигационных модулей, размещенных на корабле по периметру квадратной вертолетной площадки с длиной стороны а=20 м. Места размещения модулей выбираются согласно рекомендациям, приведенным в параграфе 4.1 (рисунок 4.1).

Согласно выражениям (2.1) – (2.5) шумовая погрешность формирования измерений псевдодальности, псевдодоплера и псевдофазы на выходе схемы первичной обработки, зависит от отношения сигнал/шум, ширины полосы следящей системы, ширины полосы сигнала, а также от значения несущей частоты. Примем, что измерения формируются схемой первичной обработки с погрешностью равной для псевдодальности  $\sigma_{\rho}$ =0.5 м, псевдодоплера  $\sigma_{F}$  = 0.5 Гц и псевдофазы  $\sigma_{\phi}$ =0,05 цикла. Такие значения могут быть обеспечены, при выборе ширины спектра сигналов  $\Delta F_{c}$  =20МГц, что соответствует перспективным сигналам ГНСС [35, 36], темп выдачи измерений составил  $f_{d}$  =100 Гц. Значение несущей частоты  $f_{H}$  =10 ГГц выбрано таковым для повышения точности определения координат и скоростей вертолета, а также уменьшения габаритов антенн.

В дальнейшем анализируются следующие алгоритмы вторичной обработки:

- 1) ЕКГ расширенный фильтр Калмана (параграф 3.1);
- 2) UKF сигма-точечный фильтр Калмана (параграф 3.1);

- ФК<sub>д</sub>- фильтр Калмана, использующий обработку псевдофазовых измерений без разрешения целочисленной неоднозначности (параграф 3.3).
- ФК<sub>ц</sub> фильтр Калмана, использующий обработку псевдофазовых измерений с применением процедуры разрешения целочисленной неоднозначности (параграф 3.3, рисунок 3.1);
- 5) МФ<sub>0</sub>- алгоритм линейного рекуррентного оценивания, рассмотренный в [13, 55].
- 6) МΦ<sub>м</sub> разработанный алгоритм многомодальной фильтрации, особенности и отличия от МΦ<sub>0</sub> рассмотрены в параграфе 3.4.

Согласно параграфу 3.2 каждый алгоритм может использовать измерения псевдодальности, псевдодоплера, псевдофазы или их разностные измерения. Далее рассматриваются преимущества и недостатки включения каждого типа измерений в процесс фильтрации.

## 4.3.1 Сравнительный анализ точности алгоритмов определения координат и скоростей без разрешения целочисленной неоднозначности

[45], Согласно исследованию, проведенному в при обработке псевдодальномерных измерений за счет учета расхождения шкалы времени приемника удается повысить точность определения координат примерно в три раза по сравнению с обработкой измерений разности псевдодальностей. По результатам исследования оценка СКП определения координат составила σ<sub>Σ,с</sub> ≈40 м в случае использования псевдодальномерных измерений, а при использовании разностных измерений псевдодальности СКП равна  $\sigma_{\Sigma,c} \approx 130$  м. Результаты получены с использованием имитационного моделирования, при формировании измерений псевдодальности с СКП  $\sigma_0 = 0.5$  м, и расположении навигационных модулей в горизонтальной плоскости по кругу радиуса r = 50м, темп выдачи измерений составил f<sub>д</sub> =100 Гц. При моделировании полагалось, что формируются путем измерения вычитания измерений разностные ИЗ псевдодальности, полученных по сигналам от навигационных модулей,

измерений, сформированных по базовому модулю. Согласно [45] отличие погрешностей обусловлено тем, что в фильтрационных алгоритмах, использующих измерения псевдодальности, производится учет расхождения шкалы времени приемника от системной шкалы времени, что при адекватном выборе модели расхождения часов позволяет получить выигрыш по точности определения вектора оцениваемых параметров.

На рисунке 4.4 представлены СКП оценки координат для алгоритмов UKF (3.8)-(3.20) при совместной обработке различных комбинаций измерений. алгоритма EKF (3.3)-(3.7) позволяет получить сравнимые Использование результаты, поэтому на рисунке 4.4 не приводятся. В процессе обработки псевдофазовых значения целочисленного измерений вектора полагались известными, что позволяет определить потенциально достижимые СКП оценки навигационных параметров вертолета. Результаты моделирования получены по серии из N<sub>exp</sub> = 384 экспериментов, количество которых определенно согласно выражению (4.16) для уровня доверия Q = 0.95. В процессе моделирования предполагалось, что вертолет осуществляет заход и посадку по траектории двух разворотов по сигналам от  $N_a = 6$  навигационных модулей.



Рисунок 4.4 – СКП оценки координат (а) и скоростей (б) вертолета, полученные алгоритмом UKF, для различных комбинаций измерений: 1) псевдодальности, псевдодоплера, псевдофазы; 2) разностные измерения псевдодальности, псевдодоплера и псевдофазы; 3) псевдодальности и псевдодоплера; 4) разностные измерения псевдодоплера

Погрешности определения координат  $\sigma_{\Sigma,c}$  и скоростей  $\sigma_{\Sigma,v}$  для этапов захода и посадки в серии из N<sub>exp</sub> = 384 опытов, определяемых в соответствии с (4.16), приведены в таблице 4.1. Оценки навигационных параметров вертолета, полученные алгоритмом EKF, в условиях поставленной задачи оказались близкими к результатам работы алгоритма UKF

Комбинации измерений	σ <sub>Σ,C</sub> ,M		$\sigma_{\Sigma,v}, m/c$	
Комоинации измерении	заход	посадка	заход	посадка
Разности псевдодальностей	321	1.6	31	13
и псевдодоплера	521	1.0	51	1.5
Псевдодальности и	87	16	5	12
псевдодоплер	07	1.0	5	1.2
Разности псевдодальностей				
и псевдофаз	3.6	0.02	4.8	3
(целочисленный вектор	5.0			
известен)				
Разность псевдодальностей, псевдодоплера и псевдофаз (целочисленный вектор известен)	3.6	0.02	4.2	0.2
Псевдодальности и псевдофазы (целочисленный вектор известен)	1.5	0.03	2.9	3
Псевдодальности, псевдодоплер и псевдофазы (целочисленный вектор известен)	1.5	0.02	2.4	0.1

Таблица 4.1 – Погрешности определения координат и скоростей вертолета полученные алгоритмами ЕКГ и UKF для различных комбинаций измерений

Согласно таблице 4.1 наименьшую СКП оценки координат и скоростей обработки совместной позволяют получить алгоритмы измерений псевдодальности, псевдодоплера и псевдофазы. Полученные потенциально достижимые СКП показывают, что для обеспечения автоматизированной посадки необходимо производить совместную обработку всех доступных измерений. Согласно результатам можно сделать вывод о целесообразности обработки измерений псевдодальности, по сравнению с обработкой их разностей. Данное преимущество может быть объяснено тем, что задача определения координат при известной модели расхождения шкал времени по точности оценки стремится к дальномерной задаче, которая обладает меньшим коэффициентом геометрии и позволяет производить оценку с более высокой точностью [11, 22]. Однако, для чтобы получить выигрыш по точности при обработке измерений того псевдодальности необходимо как можно точнее знать модель расхождения шкалы

времени приемника ΔT<sub>ρ</sub> и ΔT<sub>φ</sub> включающие различные систематические смещения, согласно выражениям (2.19)-(2.20).

Выбор частоты несущего колебания радиосигналов в ЛРНС сказывает не только на габаритах корабельных и вертолетных антенн, но и на погрешности формировании псевдофазовых измерений и как следствие на ошибке определения навигационных параметров вертолета при обработке измерений псевдофазы. В таблице 4.2 представлены зависимости погрешность определения координат  $\sigma_c$ , полученные алгоритмом UKF при обработке измерений псевдодальности, псевдодоплера и псевдофазы для типовых значений длин волн радиосигналов, применяемых в авиационных радиосистемах.

Таблица 4.2 – Зависимость погрешности определения координат вертолета  $\sigma_{\Sigma,c}$ , полученные алгоритмом UKF, от длины волны несущего колебания

Ллина волны несущего	Несущая частота, ГГц	$\sigma_{\Sigma,c},M$	
колебания, см		заход	посадка
30	1	15.1	0.21
6	5	2.9	0.05
3	10	1.5	0.02

Из таблицы 4.2 следует, что увеличение длины волны пропорционально увеличивает ошибку определения координат вертолета, и тем самым уменьшает зону обслуживания системы. Представленные результаты согласуются с выражением (4.5), которое определяет понятие коэффициента геометрии и линейно связывает дисперсию определения навигационных параметров и ошибку формирования измерений. Далее будем проводить исследование для длины волны несущего колебания  $\lambda = 3$  см, что позволяет достичь более высокой точности определения координат вертолета.

# 4.3.2 Анализ характеристик точности модифицированного алгоритма многомодальной фильтрации

Для оценки СКП определения координат и скоростей, получаемые в процессе работы алгоритма МФ<sub>о</sub>, соответствующему линейному подходу [13, 66],

и МФ<sub>м</sub>, соответствующему подходу, представленному в параграфе 3.4, воспользуемся методикой и моделью эксперимента, приведенной в параграфе 4.2.

Рассмотрим наиболее интересный случай, когда в процессе работы алгоритма появляется аномальная ошибка. Такие ситуации могу возникать, когда дисперсия ошибки вектора оцениваемых параметров, полученная на предыдущем шаге фильтрации достаточно велика и может привести на текущем шаге к аномальной ошибке, а в некоторых случаях даже к расхождению алгоритма. Для этой цели проведем серию опытов, в которых вертолет совершает полет на заключительном этапе траектории с двумя разворотами и зависает в точке посадки. Усредненные результаты ошибки определения координат вертолета относительно корабля для алгоритмов МФ<sub>о</sub> и МФ<sub>м</sub> представлены на рисунке 4.6.



Рисунок 4.6 –Зависимость оценки СКП координат и скоростей от дальности до корабля по результатам серии опытов

Из рисунка 4.6 следует, что оценка СКП определения координат для алгоритма МФ<sub>о</sub>, вычисленная по серии опытов согласно (4.13)- (4.15), превышает

оценку СКП, полученную алгоритмом МФ<sub>м</sub>, в более чем в 10 раз. В приведенных результатах погрешность определения скоростей для рассматриваемых алгоритмов отличается незначительно ввиду незначительного влияния фазовых измерений на определение вектора скоростей неоднозначности эффективность вертолета. Приведенные результаты подтверждают разработанного алгоритма.

В процессе проведения каждого из  $N_{exp} = 384$  опытов, определяемых в соответствии с (4.16), подсчитывалось количество аномальных ошибок, путем сравнения наиболее правдоподобного целочисленного вектора, находящегося на первом месте в списке  $\mathbf{k}_n$  с истинным значением. В результатах не учитывались случаи, когда дисперсия начальной ошибки в рассматриваемых опытах велика на столько, что оба алгоритма на протяжении всего времени моделирования ни разу не произвели истинное разрешение неоднозначности. В таблице 4.3 представлены результаты подсчета аномальных ошибок и общего количества интервалов времени, на которых проводился подсчет для двух случаев, и вероятности аномальной ошибки для рассматриваемых алгоритмов. В первом случае подсчет проводился на всем интервале моделирования, во втором - после момента, когда истинная мода попала на первое место в списке мод  $\mathbf{k}_n$ .

	Подсчет ошибок по все		Подсчет ошибок после		
	реализации		схождения алгоритма		
	MΦ <sub>o</sub>	МФ <sub>м</sub>	MΦ <sub>o</sub>	МФ <sub>м</sub>	
Количество					
аномальных	78356	5038	60814	3061	
ошибок					
Общее					
количество	728004	728004	711260	726027	
подсчитываемых	726904	726904	/11502	120921	
точек					
Вероятность	0.11	0.006	0.085	0.004	
ошибки	0.11	0.000	0.085	0.004	

Таблица 4.3 – Вероятность аномальной ошибки алгоритмов МФо и МФм

Согласно таблице 4.3 применение улучшений, предлагаемых автором, позволяет снизить вероятность аномальной ошибки примерно в 20 раз по сравнению с линейным подходом.

В таблице 4.4 представлены потенциально достижимые значения погрешностей оценки координат и скоростей, полученные в результате серии из  $N_{exp} = 384$  опытов, определяемых в соответствии с (4.16), для рассматриваемых траекторий при  $N_a = 6$ . При проведении экспериментов полагалось известным значение целочисленного вектора, тем самым исключалось влияние аномальной ошибки на определение координат и скоростей. При такой постановке задачи алгоритмы  $M\Phi_M$  и  $M\Phi_0$  производят оценивание координат и скоростей с одинаковой точностью.

Таблица 4.4 – Потенциально достижимые погрешности определения координат и скоростей для алгоритма МФ полученные по результатам серии из N<sub>exp</sub> опытов

	$\sigma_{\Sigma,c}, M$		$\sigma_{\Sigma,V}, \mathrm{M/c}$	
	заход	посадка	заход	посадка
Полет по траектории двух разворотов (рисунок 4.3 a)	3.7	0.02	4	0.2
Полет по траектории со скачкообразно меняющейся угловой скоростью (рисунок 4.3 б)	6		3.4	

Согласно результатам исследования алгоритмы  $M\Phi_0$ , и  $M\Phi_M$  обеспечивают требуемые для автоматизированной посадки погрешности определения координат при заходе и посадке по траектории двух разворотов. При интенсивном маневрировании погрешность определения координат увеличивается не более чем в полтора раза, однако алгоритм при этом не теряет устойчивость.

Результаты моделирования работы алгоритмов  $\Phi K_{d}$  и  $\Phi K_{u}$ , представленных в параграфе 3.3, показали, что при заданных погрешностях формирования измерений псевдодальности  $\sigma_{\rho}=0.5$  м исследуемые алгоритмы в процессе своей работы становятся неустойчивыми и расходятся. Поэтому для сравнительного

анализа полагалось, что погрешность формирования измерений псевдодальности уменьшена до значения  $\sigma_{\rho}$ =0.01 м. На рисунке 4.7 приведены зависимости ошибки определения координат и скоростей от дальности между вертолетом и кораблем для алгоритмов  $\Phi K_{d}$ ,  $\Phi K_{u}$  и  $M \Phi_{m}$  при уменьшенной погрешности формирования измерений псевдодальности.



Рисунок 4.7 – Погрешности определения координат (а) и скоростей (б) для алгоритмов  $\Phi K_{d}$ ,  $\Phi K_{u}$  и  $M \Phi_{M}$  при  $\sigma_{\rho}$ =0.01 м

В таблице 4.5 приведены численные значения погрешностей оценки координат и скоростей при полете вертолета по траектории двух разворотов для алгоритмов  $\Phi K_{d}$ ,  $\Phi K_{u}$  и  $M \Phi_{M}$  при уменьшенной ошибке формирования измерений псевдодальности  $\sigma_{\rho}$ =0.01 м.

	σ <sub>c</sub> , м		σ <sub>v</sub> , м/с	
	заход	посадка	заход	посадка
ФКд	65	0.5	12	0.8
ФКц	25	0.2	9	0.75
MΦ <sub>M</sub>	1.5	0.02	3	0.5

Таблица 4.5 - Погрешности определения координат и скоростей для алгоритмов  $\Phi K_{\pi}$ ,  $\Phi K_{\mu}$  и  $M \Phi_{M}$ 

Результаты, приведенные в таблице 4.5, показывают, что разработанный алгоритм  $M\Phi_{M}$  обеспечивает СКП определения координат более чем в 10 раз меньшую, чем СКП, полученная в результате работы алгоритмов  $\Phi K_{n}$  и  $\Phi K_{n}$ .

Уменьшение СКП определения вектора оцениваемых параметров возможно при совместной обработке измерений псевдодальности, псевдодоплера и псевдофазы вместо обработки их разностей, однако для этого необходимо учитывать модель расхождения шкалы времени приемника от системной шкалы времени  $\Delta T_{\rho}$ , включающая в себя различные систематические смещения  $\Delta T_{\rho}$  и  $\Delta T_{\phi}$  включающие различные систематические смещения, согласно выражениям (2.19)-(2.20), что на практике не всегда известно точно.

## 4.3.4 Анализ влияния смещения фазовых центров антенн на погрешность определения координат

Несмотря на возможность высокоточной привязки навигационных модулей к палубе корабля (при использовании современных лазерных интерференционных дальномеров положение фазовых центров антенн модулей удается определить с точностью до десятков микрометров) в процессе эксплуатации локальной радионавигационной системы могут возникать систематические смещения фазовых центров антенн, в результате воздействия техногенных и природных факторов, неравномерности фазовой характеристики направленности антенны. В работе [69] показано, что при обработке измерений псевдодальности и смещении фазовых центров антенн на случайную величину, распределенную по гауссовскому закону с СКП  $\sigma = 5$  см, оценка СКП определения координат увеличивается в пять раз по сравнению с ситуацией, когда фазовый центр антенн
априорно известен. При обработке псевдофазовых измерений с применением, например, таких алгоритмов, как  $M\Phi_M$ , требующих применения процедуры разрешения целочисленной неоднозначности ошибка смещения фазовых центров антенн вызывает увеличение суммарной ошибки измерений, что приводит к увеличению вероятности появления аномальной ошибки разрешения целочисленной неоднозначности, что может вызвать резкому увеличению ошибки определения навигационных параметров вертолета при посадке.

Для уменьшения влияния неравномерности фазовых характеристик направленности антенн на СКП определения навигационных параметров применяют однотипные антенны навигационных модулей и при размещении на корабле ориентируют их в одном направлении. В этом случае угловое положение вертолета (угол места и азимута) в дальней зоне будет одинаковым для всех модулей (параксиальное приближение) и смещение фазового центра антенн, вызванное неравномерностью фазовой диаграммы направленности, будет модулей. Данное обстоятельство одинаковым для всех позволяет скомпенсировать неравномерности фазовой влияние характеристики направленности путем формирования разностных измерений или оценивания данного параметра наряду с другими измерениями.

Рисунок 4.8 демонстрирует зависимость суммарной СКП определения координат  $\sigma_{\Sigma,c}$ , определяемую согласно (4.13)- (4.15) и полученную алгоритмом М $\Phi_{M}$ , в зависимости от дальности между вертолетом и кораблем при различной погрешности смещения фазовых центров антенн. Представленные результаты получены ходе проведения серии из N<sub>exp</sub> = 384 экспериментов согласно методике, рассмотренной в параграфе 4.2. В каждом эксперименте ошибка задания фазовых центров антенн полагалась распределённой по гауссовскому закону с дисперсией  $\sigma_a = 0.1$  мм,  $\sigma_a = 1$  мм,  $\sigma_a = 5$  мм,  $\sigma_a = 10$  мм для случая N<sub>a</sub> = 6 при максимальной длине базовой линии max(B<sub>i,j</sub>)  $\approx 20$  м.



Рисунок 4.8 - Зависимость ошибки определения координат от дальности между вертолетом и кораблем при 1)  $\sigma_a = 0.1$  мм; 2)  $\sigma_a = 1$  мм; 3)  $\sigma_a = 5$  мм; 4)  $\sigma_a = 10$  мм

Согласно результатам, приведенным на рисунке 4.8, смещение фазовых центров антенн может сильно влиять на ошибку определения координат. Например, при смещении фазового центра антенн на  $\sigma_a = 1$  см ошибка определения координат возрастает в десять раз. Для обеспечения автоматической посадки допустимые смещения фазовых центров антенн определяется в соответствии с размером зоны обслуживания системы. Так при заходе и посадке в зоне 150 м, при максимальной длине базовой линии max(B<sub>i,j</sub>)  $\approx$  20м смещения фазовых центров антенн не должно превышать значения  $\sigma_a \leq 5$  мм, в этом случае оценка СКП определения координат не превышает значения  $\sigma_{\Sigma,c} \leq 0.2$  м.

### 4.4 Выводы по главе 4

1) Решена задача параметрической оптимизации размещения навигационных модулей на корабле с учетом ограничений, как на размещение

навигационных модулей, так и на зону обслуживания системы. Результаты оптимизации размещения навигационных модулей вблизи вертолетной площадки корабля позволяют выбрать места размещения навигационных модулей на корабле, использовать их при моделировании работы системы и ее развертывании.

2) Согласно разработанной методике проведения эксперимента выполнен анализ характеристик точности разработанного алгоритма  $M\Phi_M$ , который позволяет снизить вероятность аномальной ошибки примерно в 20 раз по сравнению с линейным подходом  $M\Phi_o$  и обеспечивает уменьшение СКП определения координат более чем в 10 раз.

3) Показано, что разработанный алгоритм  $M\Phi_{M}$  обеспечивает СКП определения координат и скоростей не превышающей значений  $\sigma_{c} \leq 0.2 \text{ M} \sigma_{v} \leq 0.7 \text{ м/c}$  соответственно, что удовлетворяет условиям обеспечения автоматизированной посадки вертолета на палубу корабля.

4) Проведен анализ влияния смещения фазовых центров антенн на погрешность определения координат. Показано, что для определения координат вертолета с СКП равной  $\sigma_c \leq 0.2$  м СКП смещения фазовых центров антенн не должна превышать значения  $\sigma_a \leq 1$  см, что удается получить, используя современные методы топографической привязки с использованием лазерных дальномеров. Даны рекомендации для уменьшения влияния смещения фазовых центров антенн на погрешности определения координат.

#### Заключение

В диссертационном исследовании рассмотрены принципы и методы повышения точности определения навигационных параметров вертолета морской авиации с использование локальных радионавигационных корабельных систем посадки. Были получены следующие результаты:

- Показано, что для обеспечения автоматизированной посадки вертолета на палубу корабля и получения высокой точности определения навигационных параметров вертолета при ограниченном наборе навигационных модулей и малой площади размещения (малыми длиной базы между модулями) необходимо обеспечить синхронизацию передающих устройств модулей, осуществлять фильтрационную обработку измерений псевдодальностей, псевдодоплера и псевдофазы, а также компенсировать систематические смещения в измерениях и учитывать качку корабля.
- 2) Разработаны методы синхронизации радионавигационных модулей ЛРНС, позволяющие обеспечить когерентного излучения передающих устройств модулей со среднеквадратической погрешностью не хуже 0,6 рад, что соответствует задержке по времени фазы несущего колебания равной 10 пс при несущей частоте f<sub>0</sub>=10ГГц и использовании кварцевых генераторов с  $10^{-9} \dots 10^{-6}$ . нестабильностью Предложенный относительной подход обеспечивает синхронизацию по полезному сигналу в фоновом режиме при одновременном выполнении целевой функции системы и не требует применения дополнительных процедур калибровки, использования дополнительной аппаратуры и имеет погрешность сравнимую с погрешностью дорогостоящих процедур синхронизации. Погрешность синхронизации может быть уменьшена путем более точного определения фазовых центров антенн с использованием лазерных интерференционных дальномеров.
- 3) Разработан алгоритм многомодальной фильтрации, в основе которого лежит теория оптимальной линейного рекуррентного оценивания [13] и ее развитие на класс нелинейных задач. Показано, что разработанный алгоритм позволяет увеличить зону сходимости алгоритма до 70 %, что снижает вероятность

появления аномальной ошибки. Рассмотрены особенности реализации разработанного алгоритма и предложены подходы для уменьшения затрат машинных ресурсов и оценки достоверности.

- 4) Показано, что разработанный алгоритм многомодальной фильтрации снижает вероятность аномальной ошибки примерно в 20 раз по сравнению с линейным подходом, что позволяет уменьшить погрешность определения координат более чем в 10 раз.
- 5) Решена задача параметрической оптимизации при условии ограничения зоны обслуживания системы и конструктивных особенностей корабля. Результаты оптимизации совпадают с вариантом, предлагаемым в коммерческим варианте построения радионавигационной системы DeckFinder [4,5].
- 6) Проведен анализ влияния смещения фазовых центров антенн на погрешность определения координат. Даны рекомендации для уменьшения влияния смещения фазовых центров антенн на погрешности определения координат.

# 150

# Список сокращений и условных обозначений

АЦП	- аналого-цифровой преобразователь
ВПП	- взлетно-посадочная полоса
ГНСС	- глобальные навигационные спутниковая система
ГРМ	- глиссадный радиомаяк
ДИС	- доплеровский измеритель скорости
ЗГС	- земная геоцентрическая система координат
ИНС	- инерциальная навигационная система
КА	- космический аппарат
КБО	- комплекс бортового оборудования
КРМ	- курсовой радиомаяк
КСК	- корабельная система координат
ЛРНС	- локальная радионавигационная система
ЛЧМ	- линейно частотная модуляция
МСП	- микроволновая система посадки
МСЭ	- международный союз электросвязи
МПРЛС	- многопозиционные радиолокационные системы
МΦ	- многомодальный фильтр Калмана
МЦО	- модуль цифровой обработки
НАП	- навигационная аппаратура потребителя
НЗС	- нормальная земная система координат
ΗΠ	- навигационный приемник
ОГ	- опорный генератор
ППМ	- приемо-передающий модуль
ПРД	- передатчик
ПрдМ	- передающий модуль
ПрмМ	- приемный модуль
ПУМ	- подсистема управления и мониторинга
ПШС	- псевдошумовой сигнал

РСБН	- радиосистема ближней навигации
РСДН	- радиосистема дальней навигации
CB	- специальный вычислитель
СДКМ	- система дифференциальной коррекции и мониторинга
СКП	- среднеквадратическая погрешность
CC3	- система слежения за задержкой
УПЧ	- усилитель промежуточной частоты
ΦΑΠ	- фазовая автопосдтройка
ФНЧ	- фильтр нижних частот
ЦУМП	- целочисленное унимодальное преобразование
ЧΦ	- частицевый фильтр
DME	- distance measurement equipment
EGNOS	- European Geostationary Navigation Overlay Service
EKF	- extended Kalman Fiter
FKF	- float Kalman filter
GPS	- Global positioning system
ICAO	- International Civil Aviation Organization
IKF	- integer Kalman Filter
JPALS	- Joint Precision Approach and Landing System
TWSTFT	- Two Way Satellite Time and Frequency Transfer
WAAS	- Wide Area Agumentation System

## Список литературы

1. Rizos C., Li Y., Politi N., Barnes J, Gambale N. Locata: A New Constellation for High Accuracy Outdoor and Indoor Positioning. FIG Working Week 2011. Bridging the Gap between Cultures. Marrakech, Morocco, 18-22 May 2011.

2. Patent № US 7616682 B2. Method and device for chronologically synchronizing a location network. Date of patent 10.11.2009.

3. Interface Control Document Locata. <u>http://www.locata.com/wp-</u> <u>content/uploads/2014/07/Locata-ICD-100E.pdf</u>

4. <u>http://www.deckfinder.net/</u>

Patent № US 8497798 B2 . Device and method for three-dimensional positioning.
 Date of patent 30.06.2013

6. Бортовые интеллектуальные системы. Часть 3. Системы корабельной посадки летательных аппаратов. Сборник статей, под ред. Ю.И. Нечаева – М: Радиотехника, 2008. – 112с.:ил.

7. Павленко В.Ф. Корабельные самолеты. - М.: Воениздат, 1990. - 320 с.

Апальков Ю.В. Корабли ВМФ СССР: Справочник. В 4-х томах. Том II.
 Ударные корабли. Часть І. Авианесущие корабли. Ракетно-артиллерийские корабли. - СПб: «Галея Принт», 2003. – 124 с.: ил.

9. <u>http://www.azimut.ru/catalogue/navigation/ils/</u>

10. Международные стандарты и Рекомендуемая практика. Авиационная электросвязь. Приложение 10 к Конвенции о международной гражданской авиации. Том 1. Радионавигационные средства.

 Бакулев П.А., Сосновский А.А. Радионавигационные системы. Учебник для вузов. - М.: Радиотехника, 2005. - 224 с., ил.

12. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. Изд. 4-е, перераб. и доп.– М.: Радиотехника, 2010. 800с.: ил.

 Поваляев А.А. Спутниковые радионавигационные системы. Время, показания часов, формирование измерений и определение относительных координат. – М.: "Радиотехника", 2008, 328с., ил. 14. Parkinson B.W., Spilker J.J. (Eds.). Global Positioning System: Theory and Applications. Volume I and II. Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 370 L'Enfant Promenade, SW, Washington, DC 20024-2518. 1996.

15. Дворкин В. В., Карутин С. Н., Глухов П. Б., Подкорытов А. Н. Перспективный высокоточный комплекс функционального дополнения глобальных навигационных систем базе системы дифференциальной на коррекции И мониторинга. //Успехи современной радиоэлектроники, Радиотехника, Москва, 2013. – № 1 – С. 23-31.

16. Подкорытов А. Н. Высокоточное местоопределение в абсолютном режиме в ГНСС с использованием разрешения целочисленной неоднозначности псевдофазовых измерений. //Электронный журнал Труды МАИ, Москва, 2012. – № 59. – режим доступа: http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=34845.

17. Подкорытов А. Н. Высокоточное местоопределение в глобальных навигационных спутниковых системах в абсолютном режиме за счет разрешения неоднозначности псевдофазовых измерений. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Москва, 2014, 195 с.

18. <u>http://www.azimut.ru/catalogue/navigation/krona/</u>

19. <u>http://www.symeo.com/</u>

20. Shepard D.P., Bhatti J.A., Humphreys T.E., Fansler A.A.. Evaluation of Smart Grid and Civilian UAV Vulnerability to GPS Spoofing Attacks // Preprint of the 2012 ION GNSS Conference Nashville, TN, September 19–21, 2012.

21. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985.– 384 с., ил.

22. Бакулев П.А. Радиолокационные системы М.: Радиотехника, 2004, 320с., ил.

23. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. – М.: Сов. радио, 1973

24. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. Учеб. Пособие для вузов.- М.:Радиотехника, 2003, 400 с., ил.

25. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания статистических сигналов.
 – М.: Сов. радио, 1978.

26. Гуткин Л.С. Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. Изд. 2-е, доп. и перераб. — М.: Сов. радио, 1972. - 448с.

27. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е испр.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.: ил.

28. Палий А.И. Радиоэлектронная борьба. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Воениздат, 1989. – 350 с.: ил.

29. Благовещенский С.Н., Холодин А.Н., Справочник по статике и динамике корабля. В двух томах. Изд. 2-е перераб. и доп. Том 2. Динамика (качка) корабля. Л., «Судостроение», 1976, 176 с.

Ориентация и навигация подвижных объектов / под общ. ред. Б.С.
 Алешина, К.К. Веремеенко, А.И. Черноморского. – М.: Физматлит, 2006.–424с.

31. Поваляев А.А., Определение ориентации объектов по сигналом глоабльных навигационных спутниковых систем. Определение ориентации по одномоментным измерениям. – М.: Изд-во МаИ, 2015. – 220 с.: ил.

32. Тяпченко Ю.А., Гаршин Л.В. Тренажер летчиков морской авиации. Патент на полезную модель № 91775 от 27.02.2010.

33. Нечаев Ю.И., Дегтерев А.Б., Интеллектуальные системы: концепция и приложения.– СПб.: Изд-во С.-Петербург ун-та, 2011. 269 с.

34. Кишко Д.В. Синхронизация передающих устройств распределенных радиотехнических систем навигации и посадки летательного аппарата // «Электронный журнал «Труды МАИ», 2015, № 82. – режим доступа: http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=58802.

35. Y. Urlichiech, V. Subbotin, G. Stupak, V. Dvorkin, A. Povalyaev, S. Karutin. GLONASS: Developing Strategies for the Future. GPS World. № 4, 2011.

36. Thomas A. Stansell, Kennetg W. Hudnut, Richard G. Keegan, Future Wave: L1C Signal Performance and Receiver Design. GPS World. № 4, 2011.

37. Вейцель А.В. Новый класс меандровых шумоподобных радиосигналов для радионавигационных систем. Вестник МАИ, Т.16 №7

38. Борискин А.Д., Вейцель А.В., Вейцель В.А., Жодзишский М.И, Милютин Д.С.. Аппаратура высокоточного позиционирования по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем: приемники-потребители навигационной информации. Под ред. М.И Жодзишского. – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. – 292 с.: ил.

39. Тепляков И.М. Основы построения телекоммуникационных систем и устройств. Учебное пособие.- М., «Радио и связь», 2004 – 328 с.

40. Черный Ф.Б. Распространение радиоволн. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: «Советское радио», 1972ю.- 464 с.

41. Долуханов М.П. Распространение радиоволн. Учебник для вузов. М., «Связь», 1972. – 336с., ил.

42. ITU Report 1008-1. Reflection from the surface of the earth. - режим доступа http://www.itu.int/pub/R-REP-P.1008/ru.

43. Пинчук А.Н. Модель пассивной помехи при радиолокации низковысотных целей над морской поверхностью // Журнал радиоэлектроники, №3, 2015. - режим доступа - <u>http://jre.cplire.ru/jre/mar15/15/text.pdf</u>.

44. Вейцель В.А., Вейцель А.В. Радиоприемники спутниковых систем определения координат. – М.: Вузовская книга, 2013.- 224 с.: ил.

45. Кишко Д.В. Анализ точности определения собственных координат при использовании радионавигационной системы с малыми базами между передатчиками. //Электронный журнал Труды МАИ, Москва, 2014. – № 78. – режим доступа <u>http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=53755</u>.

46. Крючков И.В., Филатов А.А. Синхронизация подвижных модулей распределенных радиолокационных комплексов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012. — № 8 (http://engjournal.ru/catalog/pribor/radio/316.html)

47. Remote Atomic Clock Synchronization via Satellites and Optical Fibers / D. Piester, M. Rost, M. Fujieda et al. // Adv. Radio Sci. – 2011. – Vol. 9. – P. 1–7.

48. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация М.: Радио и связь, 1993. – 416 с.

49. Крючков И.В., Нефедов С.И., Сапонов А.В., Филатов А.А.Синхронизация шкал времени в малобазовых распределенных РЛС. «Радиотехника» .М.: Радиотехника, 2015. № 8 стр. 69-74.

50. Крючков И.В., Нефедов С.И., Сапонов А.В., Филатов А.А. Особенности фазовой синхронизации распределенных РЛС. «Радиотехника» .М.: Радиотехника, 2015. № 8 стр. 64-68.

51. J.P. Gauthier, E.P. Glennon, C.C. Rizos, A.G. Dempster. Time Transfer Performance of Locata-Initial Result. Proceedings of the 45th Annual Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting. December 2 - 5, 2013.

52. Тихонов В.И. Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: Учеб. Пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.: ил

53. Кишко Д.В. Определение координат объекта на основе многомодовой фильтрации неоднозначных фазовых измерений // «Электронный журнал «Труды МАИ», 2015, № 82. – режим доступа: <u>http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=58803</u>.

54. Jiang W; Li Y; Rizos C. On-the-fly Locata/inertial navigation system integration for precise maritime application. Measurement Science and Technology , 2013 vol. 24, no. 10.

55. Jiang W; Li Y; Rizos C. Locata-based precise point positioning for kinematic maritime applications. GPS Solutions, January 2015, Vol. 19, Issue 1, pp 117-128.

56. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems. Journal of Basic Engineering 82 (1): pp. 35–45.

57. Julier S.J., Uhlmann J.K. A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems, in Proc. Of AeroSense: The 11-th Int/Symp/ on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Control., 1997

58. Wan E.A., R. van der Merwe, The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation», in Proc. of IEEE Symposium 2000 (AS-SPXX), Lake Louise, Alberta, Canada, 2000.

59. Wan, E.A. and R. van der Merwe, The Square-Root Unscented Kalman Filter for state and parameter-estimation, in Proc. of IEEE Symposium 2000 (AS-SPXX), Lake Louise, Alberta, Canada, 2000.

60. Optiz F., Kausch T., UKF controlled Variable-Structure IMM Algorithms using Coordinated Turn Model, in Proc. of the 7th International Conference on Information Fusion, Stockholm, 2004, pp. 123-129.

61. Микаэльян С. В. Методы фильтрации на основе многоточечной аппроксимации плотности вероятности оценки в задаче определения параметров движения цели при помощи измерителя с нелинейной характеристикой // Наука и образование: электронное научно-техническое издание, 2011, № 10. – режим доступа: <u>http://technomag.edu.ru/doc/238271.html</u>.

62. Guo R., Qin Z., Chen C. An Adaptive Unscented Particle Filter for Tracking Ground Maneuvering Target // Mechatronics and Automation, 2007. ICMA 2007. International Conference on 5-8 August 2007. pp 2138 – 2143.

63. Teunissen P. J. G. GNSS Integer Ambiguity Validation: Overview of Theory and Methods. Proceedings of The Institute of Navigation Pacific PNT 2013 Honolulu, Hawaii, April 23-25, 2013, pp. 673-684

64. Teunissen P. J. G. The least-squares ambiguities decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation. Journal of Geodesy, 1995, 70, pp. 65-82.

65. X.-W.Chang, X.Yang, T.Zhou, MLAMBDA: A modified LAMBDA method for integer least-squares estimation, J.Geodesy, Vol.79, 552-565, 2005.

66. Поваляев А.А. Задача фильтрации при неоднозначных фазовых измерениях. Радиотехника и электроника, 1999 том 44, №8, с. 972-981.

67. Вентцель Е. С. Исследование операций. М., «Советское радио», 1972, 552 с.

68. Зингер Р.А. Оценка характеристик оптимального фильтра для слежения за пилотируемой целью. Зарубежная радиоэлектроника, 1971, № 8, с. 40-57.

69. Кишко Д.В. Влияние смещения фазовых центров антенн на точность определения координат летательных аппаратов в радионавигационных

корабельных системах посадки. «Наукоемкие технологии» - М.: Радиотехника. 2015, № 8 стр. 31-35.

#### Приложение А

Совместная функция правдоподобия вектора оцениваемых параметров на основе грубого значения вектора оцениваемых параметров и вектора измерений может быть представлена в следующем виде

$$L(\Delta \Theta) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\min_{\mathbf{k}_{n}}\left(\Delta \Theta^{T} \mathbf{P}_{c}^{-1} \Delta \Theta + \left(\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} - \mathbf{H} \Delta \Theta\right)^{T} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \left(\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} - \mathbf{H} \Delta \Theta\right)\right)\right\},$$
(A.1)

$$\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{k}_{n}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma} \\ \boldsymbol{\varphi} + \boldsymbol{k}_{n} \end{bmatrix}$$
(A.2)

Выражение, стоящее в круглых скобках в (А.1), может быть приведено к виду

$$\Delta \Theta^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{c}^{-1} \Delta \Theta + (\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} - \mathbf{H} \Delta \Theta)^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} (\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} - \mathbf{H} \Delta \Theta) =$$

$$= \Delta \Theta^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{c}^{-1} \Delta \Theta + (\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} - \Delta \Theta^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1}) (\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} - \mathbf{H} \Delta \Theta) =$$

$$= \Delta \Theta^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{c}^{-1} \Delta \Theta + \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \mathbf{H} \Delta \Theta - \Delta \Theta^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} +$$

$$+ \Delta \Theta^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \mathbf{H} \Delta \Theta = \Delta \Theta^{\mathrm{T}} (\mathbf{P}_{c}^{-1} + \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \mathbf{H}) \Delta \Theta - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \mathbf{H} \Delta \Theta - \Delta \Theta^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \mathbf{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} +$$

$$+ \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} \qquad (A.3)$$

Введем обозначения

$$\mathbf{P} = \left(\mathbf{P}_{c}^{-1} + \mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_{\mu}^{-1}\mathbf{H}\right)^{-1}$$
(A.4)

$$\Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}} = \mathbf{P} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}$$
(A.5)

Учитывая симметричной матрицы **P** преобразуем (A.2) следующим образом  $\Delta \Theta^{T} \mathbf{P} \Delta \Theta - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}^{T} \mathbf{B}_{\mu} \mathbf{H} \mathbf{P} \mathbf{P}^{-1} \Delta \Theta - \Delta \Theta^{T} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{H}^{T} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}i} + \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}^{T} \mathbf{B}_{\mu} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} = \Delta \Theta^{T} \mathbf{P}^{-1} \Delta \Theta - \Delta \Theta^{T} \mathbf{P}^{-1} \Delta \Theta - \Delta \Theta^{T} \mathbf{P}^{-1} \Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}} + \Delta \Theta^{T}_{\mathbf{k}_{n}} \mathbf{P}^{-1} \Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}} - \Delta \Theta^{T}_{\mathbf{k}_{n}} \mathbf{P}^{-1} \Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}} + \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}^{T} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} = \\ = (\Delta \Theta - \Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}})^{T} \mathbf{R}_{\mathbf{i}}^{-1} (\Delta \Theta - \Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}}) + \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}^{T} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} - \\ - (\mathbf{P} \mathbf{H}^{T} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}})^{T} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{H}^{T} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} = = (\Delta \Theta - \Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}})^{T} \mathbf{R}_{\mathbf{i}}^{-1} (\Delta \Theta - \Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}}) + \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}^{T} \mathbf{D} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}},$ (A.6)

где

$$\mathbf{D} = \mathbf{P}_{\mu}^{-1} - \mathbf{P}_{\mu}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{P} \mathbf{H}^{\mathsf{T}} \mathbf{P}_{\mu}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\mathrm{pp}} & \mathbf{D}_{\mathrm{pq}} \\ \mathbf{D}_{\mathrm{qp}} & \mathbf{D}_{\mathrm{qq}} \end{bmatrix},$$
(A.7)

где р и q – обозначают индексы деления матрицы **D** на составные матрицы, соответствующие векторам однозначных и неоднозначных измерений **γ**, **φ**.

Продолжим дальнейшее преобразование последнего слагаемого в (А.3)

$$\mu_{\mathbf{k}_{n}}{}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}\mu_{\mathbf{k}_{n}} = [\mathbf{\gamma}^{\mathrm{T}} \quad (\mathbf{\phi}^{\mathrm{T}} + \mathbf{k}^{\mathrm{T}})] \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\mathrm{pp}} & \mathbf{D}_{\mathrm{pq}} \\ \mathbf{D}_{\mathrm{qp}} & \mathbf{D}_{\mathrm{qq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\gamma} \\ \mathbf{\phi} + \mathbf{k} \end{bmatrix} =$$

$$= [\mathbf{\gamma}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{pp}} + (\mathbf{\phi}^{\mathrm{T}} + \mathbf{k}^{\mathrm{T}})\mathbf{D}_{\mathrm{qp}} \quad \mathbf{\gamma}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{pq}} + (\mathbf{\phi}^{\mathrm{T}} + \mathbf{k}^{\mathrm{T}})\mathbf{D}_{\mathrm{qq}}] \begin{bmatrix} \mathbf{\gamma} \\ \mathbf{\phi} + \mathbf{k} \end{bmatrix} =$$

$$= (\mathbf{\gamma}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{pp}} + (\mathbf{\phi}^{\mathrm{T}} + \mathbf{k}^{\mathrm{T}})\mathbf{D}_{\mathrm{qp}})\mathbf{\gamma} + (\mathbf{\gamma}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{pq}} + (\mathbf{\phi}^{\mathrm{T}} + \mathbf{k}^{\mathrm{T}})\mathbf{D}_{\mathrm{qq}})(\mathbf{\phi} + \mathbf{k}) =$$

$$= \mathbf{\gamma}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{pp}}\mathbf{\gamma} + \mathbf{\phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{qp}}\mathbf{\gamma} + \mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{qp}}\mathbf{\gamma} + \mathbf{\gamma}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{pq}}\mathbf{\phi} + \mathbf{\gamma}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{pq}}\mathbf{\phi} + \mathbf{\phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{qq}}\mathbf{\phi} + \mathbf{\phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{qq}}\mathbf{\phi} + \mathbf{\phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{qq}}\mathbf{\phi} + \mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{qq}}\mathbf{\phi} + \mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{qq}}\mathbf{\phi} + \mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{qq}}\mathbf{\phi} + \mathbf{\phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{qq}}\mathbf{\phi} + \mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{qq}}\mathbf{\phi} + \mathbf{k}^{$$

Обозначим

$$\mathbf{k}_{\mathbf{n}}^{*} = -\mathbf{D}_{\mathbf{q}\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{D}_{\mathbf{q}\mathbf{p}}\,\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\varphi},\tag{A.9}$$

$$\boldsymbol{\mu}^* = [\boldsymbol{\gamma} \quad \boldsymbol{\varphi}]^{\mathrm{T}}.\tag{A.10}$$

Тогда (A.4) можно переписать как  

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}}^{T} \mathbf{D} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} = \boldsymbol{\gamma}^{T} \mathbf{D}_{pp} \boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varphi}^{T} \mathbf{D}_{qp} \boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\gamma}^{T} \mathbf{D}_{pq} \boldsymbol{\varphi} + \boldsymbol{\varphi}^{T} \mathbf{D}_{qq} \boldsymbol{\varphi} + \mathbf{k}^{T} \mathbf{D}_{qp} \mathbf{k}_{n}^{*} + \mathbf{k}_{n}^{*} \mathbf{D}_{qp} \mathbf{k} + \mathbf{k}^{T} \mathbf{D}_{qq} \mathbf{k}_{n}^{*} - \mathbf{k}^{*T} \mathbf{D}_{qq} \mathbf{k}_{n}^{*} =$$

$$= \boldsymbol{\mu}^{*T} \mathbf{D} \boldsymbol{\mu}^{*} + (\mathbf{k}_{n} - \mathbf{k}_{n}^{*})^{T} \mathbf{D}_{qq} (\mathbf{k}_{n} - \mathbf{k}_{n}^{*}) - \mathbf{k}^{*T} \mathbf{D}_{qq} \mathbf{k}_{n}^{*}.$$
(A.11)

С учетом (А.11) и (А.6) изначальное выражение (А.1) преобразуется к виду

$$L(\Delta \Theta) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\min_{\mathbf{k}_{n}}\left(\Delta \Theta^{T}\mathbf{P}_{c}^{-1}\Delta \Theta + \left(\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} - \mathbf{H}\Delta \Theta\right)^{T}\mathbf{P}_{\mu}^{-1}\left(\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_{n}} - \mathbf{H}\Delta \Theta\right)\right)\right\} = \\ = \exp\left\{-\frac{1}{2}\min_{\mathbf{k}_{n}}\left(\left(\Delta \Theta - \Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}}\right)^{T}\mathbf{R}_{i}^{-1}\left(\Delta \Theta - \Delta \Theta_{\mathbf{k}_{n}}\right) + \left(\mathbf{k}_{n} - \mathbf{k}_{n}^{*}\right)^{T}\mathbf{D}_{qq}\left(\mathbf{k}_{n} - \mathbf{k}_{n}^{*}\right) + \\ + \boldsymbol{\mu}^{*T}\mathbf{D}\boldsymbol{\mu}^{*} - \mathbf{k}^{*T}\mathbf{D}_{qq}\mathbf{k}_{n}^{*}\right)\right\}$$
(A.12)