УДК: 539.123.17

Экспериментальная проверка электродинамики Максвелла

Р. И. Храпко

Рассматривается теория классического опыта Бета по измерению момента импульса светового луча. Критикуются выводы, сделанные на основе этого опыта. Предлагается освещать диск в космическом пространстве электромагнитным излучением для проверки наличия орбитального и спинового момента импульса в электромагнитном луче круговой поляризации.

1. Критика выводов из опыта Бета.

Классический опыт Бета [1] был выполнен почти 70 лет назад. Он назывался «Механическое определение и измерение момента импульса света». В опыте использовался луч света круговой поляризации, который изменял направление поляризации, проходя через полуволновую пластину. Затем он отражался от зеркала, пройдя при этом дважды через четвертьволновую пластину и, таким образом, снова изменив направление поляризации. И, наконец, луч вторично проходил через ту же полуволновую пластину, изменив поляризацию в третий раз. Проходя через полуволновую пластину, луч оба раза передавал ей одинаково направленный момент импульса, так что в результате пластина, будучи подвешена на нити, поворачивалась. Этот опыт, однако, вызывает вопросы.

Дело в том, что, согласно максвелловской электродинамике, момент импульса луча круговой поляризации без азимутальной фазовой структуры – а именно такой луч применялся в опыте Бета – связан с азимутальной компонентой вектора Пойнтинга [2 - 6]. Эта компонента перпендикулярна направлению луча и локализована на поверхности луча. Так вот, в опыте Бета вектор Пойнтинга был равен нулю всюду. Это доказано вычислением [7] и непосредственно следует из того факта, что луч проходил через пластину туда и обратно. Почему же тогда пластина испытывала вращающий момент силы и поворачивалась?

Я объяснял [7], что луч круговой поляризации без азимутальной фазовой структуры несет орбитальный момент импульса, связанный с азимутальной составляющей вектора Пойнтинга на поверхности луча,

$$L^{ij} = 2\int r^{[i}T^{j]0}dV_0,$$

и, кроме того, этот луч несет спиновый момент импульса, распределенный по всему телу луча,

$$S^{ij} = \int \Upsilon^{ij0}dV_0$$

(здесь T^{j0} - объемная плотность импульса, пропорциональная вектору Пойнтинга, и Υ^{ij0} - объемная плотность спина [7, 8, 9, 10]). Этот спиновый момент импульса отсутствует в современной максвелловской электродинамике, хотя оба момента равны друг другу по величине. Таким образом, я удвоил момент импульса луча по сравнению с результатом теории Максвелла. Именно спиновый момент в отсутствие потока энергии вращал пластину в опыте Бета.

2. Поглощение луча круговой поляризации.

Если мишень поглощает электромагнитный луч круговой поляризации, то на нее действует касательная сила

$$dF^{i} = T^{ij} da_{j}$$

за счет поглощения азимутальной составляющей импульса в районе поглощения мишенью поверхности луча, и, кроме того, на мишень действует вращающий момент силы

$$d\tau^{ij} = \Upsilon^{ijk} da_{k}$$

за счет поглощения спинового момента импульса по всей площади мишени (здесь da_j - элемент поверхности мишени, T^{ij} - максвелловский тензор напряжений, Υ^{ijk} - тензор крутильных напряжений). Таким образом, результирующий момент импульса *J*, получаемый мишенью, равен $J = L + S$, а не $J = L$, как это предсказывает теория Максвелла.

Экспериментальная проверка этого результата в земной лаборатории затруднена большими тепловыми потоками, связанными с поглощением энергии. Однако эта трудность отпадает, если мишень размещается в космическом пространстве. Так что рассмотрим алюминиевый диск массой m = 30 г и площадью a = 1 м^2 (толщина – 10 мкм, момент инерции – I = 5 г·м^2). Предлагается облучать его электромагнитным лучом длиной волны λ = 10 см и мощностью P = 1 кВт. Согласно максвелловской электродинамике, момент силы, действующий на диск, равен

$$\tau = P/\omega = P\lambda/2\pi c = 5\cdot 10^{-8}\ \text{Н·м}.$$

Следовательно, наш диск повернется на 1 радиан за 7,5 минут, а, согласно моему предсказанию, за 5,3 минуты $(t = \sqrt{2I/\tau})$. Равновесная температура нашего черного диска определяется формулой

$$2\sigma T^{4} a = P$$

и равна 330 К.

3. Теория опыта Бета

В связи с равенством нулю вектора Пойнтинга в опыте Бета, для расчета воздействия луча на полуволновую пластину Бета необходимо использовать выражение для тензора спина $\Upsilon^{\mu\nu\alpha}$. Это выражение было приведено в [7, 8, 9, 10]. Коротко повторим его вывод для удобства читателей.

Как известно, канонический лагранжиан

$${}_{c}\Lambda = -F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}/4$$

в рамках стандартного лагранжевого формализма приводит к паре канонических тензоров, тензору энергии-импульса и тензору спина [11]:

$$ {}_cT^{\mu\alpha} = -F^{\alpha\sigma}\partial^{\mu}A_{\sigma} + g^{\mu\alpha}F_{\rho\sigma}F^{\rho\sigma}/4, \qquad {}_c\Upsilon^{\mu\nu\alpha} = -2A^{[\mu}F^{\nu]\alpha}. $$

Эти тензоры, однако, не имеют физического смысла. Поэтому канонический тензор спина попросту игнорируют, а канонический тензор энергии-импульса превращают в истинный тензор энергии-импульса, то есть в тензор Максвелла – Минковского $T^{\mu\alpha}$, добавляя «рукой» *ad hoc* член $F^{\alpha\sigma}\partial_{\sigma}A^{\mu}$:

$$ T^{\mu\alpha} \equiv -F^{\mu}{}_{\sigma}F^{\alpha\sigma} + g^{\mu\alpha}F_{\rho\sigma}F^{\rho\sigma}/4 = {}_cT^{\mu\alpha} + F^{\alpha\sigma}\partial_{\sigma}A^{\mu}. $$

Копируя эту процедуру, я предложил превратить канонический тензор спина в истинный тензор спина, добавляя соответствующий *ad hoc* член $2A^{[\mu}\partial^{\nu]}A^{\alpha}$:

$$ \Upsilon^{\mu\nu\alpha} \equiv 2A^{[\mu}\partial^{|\alpha|}A^{\nu]} = {}_c\Upsilon^{\mu\nu\alpha} + 2A^{[\mu}\partial^{\nu]}A^{\alpha}. \qquad (1) $$

При этом добавочный член к каноническому тензору спина был найден нами из условия его равновесия с добавочным членом к каноническому тензору энергии-импульса:

$$ \partial_{\alpha}(2A^{[\mu}\partial^{\nu]}A^{\alpha}) = 2F^{[\nu|\sigma|}\partial_{\sigma}A^{\mu]}. $$

Выражение (1), однако, не является окончательным, поскольку оно не симметрично в электромагнитном смысле. Дело в том, что электродинамика фактически не симметрична. Магнитная индукция замкнута, а напряженность магнитного поля имеет источник в виде электрического тока:

$$ \partial_{[\alpha}F_{\mu\nu]} = 0, \qquad \partial_{\nu}F^{\mu\nu} = j^{\mu}. $$

Поэтому существует магнитный векторный потенциал, A_{μ}, но не существует, вообще говоря, электрический векторный потенциал. Однако, при отсутствии токов, в частности, для электромагнитных волн, симметрия электродинамики восстанавливается, и появляется возможность ввести электрический мультивекторный потенциал, $\Pi^{\mu\nu\sigma}$, удовлетворяющий уравнению

$$ \partial_{\sigma}\Pi^{\mu\nu\sigma} = F^{\mu\nu}. $$

Ковариантный вектор, дуальный к электрическому мультивекторному потенциалу,

$$ \Pi_{\alpha} = \varepsilon_{\alpha\mu\nu\sigma}\Pi^{\mu\nu\sigma}, $$

является аналогом магнитного векторного потенциала. Мы назовем его электрическим векторным потенциалом.

Используя векторные обозначения, электрический векторный потенциал можно ввести следующим образом.

Если div**D** = 0, то **D** = rot**П**. Если при этом rot**H** = ∂**D**/∂*t*, то **H** = ∂**П**/∂*t*.

Эта процедура аналогична получению магнитного векторного потенциала:

Если div**B** = 0, то **B** = rot**A**. Если при этом rot**E** = - ∂**B**/∂*t*, то **E** = - ∂**A**/∂*t*.

В обоих случаях могут участвовать еще скалярные потенциалы, но мы можем считать их равными нулю.

При использовании электрического векторного потенциала, тензор спина разбивается на электрическую и магнитную части и приобретает симметричный вид:

$$\Upsilon^{\mu\nu\alpha} = {}_e\Upsilon^{\mu\nu\alpha} + {}_m\Upsilon^{\mu\nu\alpha} = A^{[\mu}\partial^{|\alpha|}A^{\nu]} + \Pi^{[\mu}\partial^{|\alpha|}\Pi^{\nu]}.$$

Применим это выражение к свету из опыта Бета. Будем рассматривать этот свет как плоские электромагнитные волны, поскольку, из-за отсутствия вектора Пойнтинга, поверхностные эффекты не имеют значения. Электромагнитная волна круговой поляризации имеет внешнюю и внутреннюю ориентации. Наблюдая проходящую мимо нас волну, замечаем, что вектора **E** и **H** вращаются. Это дает внешнюю ориентацию. Направление движения волны дает внутреннюю ориентацию. Пусть свет падает на полуволновую пластину вдоль оси *z*, а поляризация его соответствует вращению от оси *x* к оси *y*. Обозначим такую волну (+*xy*). После прохождения пластины волна становится (+*yx*). После отражения к полуволновой пластине возвращается волна (-*xy*), а, пройдя ее, она становится (-*yx*).

Рассмотрим вначале область пространства перед пластиной (считаем ω = *k* =1).

$$\mathbf{E}_{+xy} + \mathbf{E}_{-yx} = \mathbf{x}\cos(z-t) - \mathbf{y}\sin(z-t) + \mathbf{x}\cos(z+t) - \mathbf{y}\sin(z+t) = 2(\mathbf{x}\cos z - \mathbf{y}\sin z)\cos t, \qquad (2)$$

$$\mathbf{A} = -\int \mathbf{E}dt = 2(\mathbf{x}\cos z - \mathbf{y}\sin z)(-\sin t).$$

При вычислении плотности потока спина Υ^{xyz} надо учитывать сигнатуру (+---) используемого метрического тензора. Поэтому $\partial^z = -\partial_z$, и мы получаем

$${}_e\Upsilon^{xyz} = (A^x\partial^z A^y - A^y\partial^z A^x)/2 = 2\sin^2 t.$$

Таким образом, электрическая часть компоненты плотности потока спина S^{xy} однородна в пространстве, направлена на пластину, но пульсирует во времени. Подсчитаем магнитную часть!

$\mathbf{H} = -\int \mathrm{rot}\mathbf{E}\,dt,$ то есть, $H^y = -\int \partial_z E_x\,dt, \quad H^x = \int \partial_z E_y\,dt.$ Так что из (2) получаем

$$\mathbf{H}_{+xy} + \mathbf{H}_{-yx} = 2(-\mathbf{x}\cos z + \mathbf{y}\sin z)\sin t,$$

$$\mathbf{\Pi} = \int \mathbf{H}\,dt = 2(\mathbf{x}\cos z - \mathbf{y}\sin z)\cos t,$$

$${}_m\Upsilon^{xyz} = (\Pi^x\partial^z\Pi^y - \Pi^y\partial^z\Pi^x)/2 = 2\cos^2 t.$$

В результате обнаруживаем, что, как это часто бывает с энергиями, электрическая и магнитная части потока спина превращаются друг в друга, но так, что суммарный поток остается постоянным:

$$\Upsilon^{xyz} = {}_e\Upsilon^{xyz} + {}_m\Upsilon^{xyz} = 2\,.$$

Аналогичные вычисления для области пространства по другую сторону пластины дают $\Upsilon^{xyz} = -2.$ Это означает, что компонента плотности потока спина S^{xy} направлена в этой области против оси z, то есть опять-таки к пластине. Таким образом, полная плотность потока спинового момента импульса, получаемого полуволновой пластиной равна 4 при отсутствии потока энергии!

Интересно, что объемная плотность спина равна нулю. Вычисление дает $\Upsilon^{xy0} = 0$. Такой результат естественен, поскольку происходит наложение (xy) и (yx) волн круговой поляризации.

Я глубоко благодарен профессору Роберту Ромеру за публикацию [12], подтверждающую сделанные здесь выводы.

Примечания

Основной результат, использованный в этой статье и касающийся классического спина электродинамики, был проигнорирован или отклонен с неудовлетворительными рецензиями следующими журналами (в скобках указана дата подачи материла): Phys. Rev. D (25.09.01, 22.09.02), Physics Lett. A (22.07.02, 28.08.02), Foundation of Physics (28.05.01, 08.08.02, 23.10.02), Optics Com. (22.09.02), American J. of Physics (15.09.99, 10.09.01, 28.03.02, 21.06.02), Acta Physica Polonica B (28.01.02, 09.05.02), Письма в ЖЭТФ (14.05.98, 17.06.02, 05.08.02), ЖЭТФ (27.01.99, 25.02.99, 13.04.00, 25.05.00, 16.0501, 26.11.01, 05.07.02), ТМФ (29.04.99, 17.02.00, 29.05.00, 18.10.00, 05.07.02), УФН (25.02.99, 12.01.00, 31.05.00, 26.06.02, 31.07.02), Физика (18.05.99, 15.10.99, 01.03.00, 25.05.00, 31.05.01, 24.11.01).

Главные редакторы журналов: Письма в ЖЭТФ, ЖЭТФ, ТМФ, Физика, В. Ф. Гантмахер, А. Ф. Андреев, А. А. Логунов, В. Н. Детинко, проигнорировали мою жалобу на неквалифицированное рецензирование.

Материал этой заметки отклонялся arXiv'ом (21.01.02, 18.02.02, 02.06.02, 13.06.02).

Список литературы

1. Beth R.A. Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light. // Physical. Rev. – 1936, **50.** – p.115-125.
2. Darvin C.G. //Proc. Roy. Society. – 1932, A**136.-** p.36.
3. Humblet J. // Physica. – 1943, **10**.- p.585.
4. Crichton J. et al. // General Relativity and Gravitation. – 1990, **22**.- p.61.
5. Ohanian H.C. What is spin? // American Journal of Physics. – 1986, **54**.- p.500.
6. Джексон Д. Классическая электродинамика. - М.: Мир, 1965.- 524 с.
7. R.I. Khrapko. True energy-momentum tensor are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero. – http://ru.arXiv.org/abs/physics/0102084.
8. R.I. Khrapko. Violation of the gauge equivalence. – http://ru.arXiv.org/abs/physics/0105031.
9. Р.И. Храпко.

Плотность спина электромагнитных волн. –
http://www.mai.ru/projects/mai_works/articles/num3/article6/auther.htm (16.02.01).
Спиновый момент импульса дипольного излучения. –
http://www.mai.ru/projects/mai_works/articles/num6/article3/auther.htm (27.11.01).
Внутренняя неполнота теории Максвелла. –
http://www.mai.ru/projects/mai_works/articles/num9/article3/auther.htm (04.07.02).

10. Храпко Р.И. Истинные тензоры энергии-импульса и спина однозначны. // Теоретические и экспериментальные проблемы общей теории относительности и гравитации. Российская гравитационная конф., Владимир. 1999: Тез. докл. – Москва, 1999. – с.47.
11. Боголюбов Н.Н. и Ширков Д.В. Ввдение в теорию квантованных полей. - М.: ГИТТЛ, 1957.- 442с.
12. Khrapko R.I. Does plane wave not carry a spin. //Amer. J. Phys. – 2001, **69.-** p.405.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Храпко Радий Игоревич, доцент кафедры физики Московского авиационного института (Государственного технического университета), к.ф.-м.н. E-mail: *khrapko_ri@hotmail.com*

121433, Москва, Б. Филевская, 43 – 92, т. 1446312