

Научная статья
УДК 629.7.027.2
DOI: 10.34759/vst-2021-4-106-117

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОПРОВЫХ ИСПЫТАНИЙ ОПОРЫ ШАССИ МАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЁТА

Евгений Герасимович Подружин¹, Артём Рибхатович Загидулин² ✉,
Дмитрий Александрович Шинкарёв³

¹Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

^{2,3}Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина,
Новосибирск, Россия

¹podruchin@corp.nstu.ru

²zagidulin@corp.nstu.ru ✉

³sibnia_n10@mail.ru

Аннотация. В работе использовалась методика моделирования движения голономной системы твёрдых тел на основе уравнений Лагранжа первого рода для моделирования процесса обжатия опоры шасси магистрального самолёта при посадке. Разработана математическая модель опоры шасси. Результаты расчёта на трудоёмкость сопоставлены с результатами копровых испытаний опоры шасси, проведённых в ФГУП «СибНИА им. С.А. Чаплыгина». Была подтверждена высокая точность аналитических расчётов, полученных с использованием модели.

Ключевые слова: шасси летательного аппарата, копровые испытания шасси, голономная система, уравнения Лагранжа первого рода

Для цитирования: Подружин Е.Г., Загидулин А.Р., Шинкарёв Д.А. Моделирование копровых испытаний опоры шасси магистрального самолёта // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28. № 4. С. 106—117. DOI: 10.34759/vst-2021-4-106-117

Original article

DROP TESTING SIMULATION OF THE MAINLINE AIRCRAFT LANDING GEAR

Evgeny G. Podruchin¹, Artem R. Zagidulin² ✉, Dmitry A. Shinkarev³

¹Novosibirsk State Technical University (NSTU), Novosibirsk, Russia

^{2,3}Siberian aeronautical research institute named after S.A. Chaplygin (SibNIA), Novosibirsk, Russia

¹podruchin@corp.nstu.ru

²zagidulin@corp.nstu.ru ✉

³sibnia_n10@mail.ru

Abstract

For loading reduction while landing the aircraft landing gear are equipped with the damping system, consisting, as a rule, of shock absorbers and tire pneumatics. Various landing gear structural schemes are employed on modern aircraft. Dynamic calculation of the landing gear is one of the most important tasks of the aircraft design. It is advisable to employ numerical simulation method of an arbitrary holonomic system motion of rigid bodies using the Lagrange equations of the first kind to simulate the damping system of the landing gear of various kinematic schemes.

This approach differs from the previously used techniques, such as application of the Lagrange equations of the second kind, written in generalized coordinates by:

- The versatility of the approach when modeling landing gear struts of various kinematic schemes;
- Representation of the landing gear strut model in object form, i.e. as a set of objects: rigid bodies, force factors and mechanical constraints, which allows formalizing and automating the process of a landing gear model developing, and ensures modularity and extensibility of models.

The article considers the landing impact simulation of the mainline plane main landing gear. The landing gear model consists of the three rigid bodies: the wheel, the shock absorber rod, and the shock absorber cylinder, together with the loading on one strut. The model includes seven mechanical constraints. Three force factors are set in the model as well. They are the force of pneumatics compression P_w , the axial force in the shock absorber P_{sh} and the lift force P_l .

The landing impact calculation of the landing gear was performed for the case of absorption at normal operational work. Computational results were being compared with the experimental data of impact tests being performed in the Department of dynamic strength of Siberian Aeronautical Research Institute.

The landing impact parameters of the landing gear calculated by the proposed technique are consistent with the results of drop tests within the experimental error, which confirms the good agreement of the mathematical model with the real object.

Keywords: aircraft landing gear, landing gear drop test, holonomic system, Lagrange equations of the first kind

For citation: Podrzhin E.G., Zagidulin A.R., Shinkarev D.A. Drop testing simulation of the mainline aircraft landing gear. *Aerospace MAI Journal*, 2021, vol. 28, no. 4, pp. 106–117. DOI: 10.34759/vst-2021-4-106-117

Введение

Известно, что значительная доля усталостных повреждений, возникающих в элементах конструкции планера летательного аппарата (ЛА), приобретает при движении по земле при выполнении взлёта, посадки, вырубивании на старт, движении к месту стоянки после посадки. Здесь особо следует выделить процесс посадки, особенно в сложных погодных условиях (боковом ветре, ограниченной видимости и т.д.). Поэтому процесс проектирования амортизации ЛА, испытания опытных опор шасси и доводка их являются важной и довольно сложной задачей [1–6]. При моделировании и расчёте амортизации ЛА она представляется в виде несвободной системы твёрдых тел, ограниченной накладываемыми на неё голономными связями, и описывается сис-

темой уравнений Лагранжа первого рода с дополнительными условиями, накладываемыми этими связями [7–17]. Такой подход отличается от ранее использовавшихся методик (например, на основе уравнений Лагранжа второго рода, записанных в обобщённых координатах) универсальностью при моделировании опор шасси различных кинематических схем. Модель опоры шасси формируется в виде совокупности объектов трёх типов: твёрдых тел, механических (голономных) связей, ограничивающих движение системы, и силовых факторов (сил и моментов), что дает возможность использовать формальный подход к построению модели, модифицируя её путем добавления и удаления объектов, составляющих совокупность.

Математическая модель

Рассматриваемый объект (опора шасси) моделируется системой твёрдых тел, движущихся в плоскости (плоскопараллельное движение). Это движение ограничивается накладываемыми на систему идеальными голономными связями:

$$C_k = f(\mathbf{x}).$$

Здесь \mathbf{x} — вектор, определяющий положение тел в инерциальной (глобальной) системе отсчёта,

$$\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_n)^T; \mathbf{x}_i = (x_i \ y_i \ \alpha_i)^T,$$

где n — количество твёрдых тел в системе; x_i, y_i — координаты центра масс i -го тела в глобальной системе координат; α_i — угол поворота твёрдого тела относительно центра тяжести в глобальной системе координат.

Описание односторонней связи, ограничивающей перемещение тела только в одном направлении (например, нерастяжимая нить или упор), определяется неравенством [3]

$$C_k(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \geq 0.$$

Двусторонняя связь описывается соотношением

$$C_k(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = 0.$$

Все накладываемые на систему твёрдых тел связи сводятся в вектор-столбец \mathbf{C} размерности d , определяющей число накладываемых связей.

Матричная запись уравнений движения системы твёрдых тел имеет вид

$$\mathbf{M}\mathbf{a} - \mathbf{F} - \mathbf{J}^T\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0},$$

диагональная матрица масс \mathbf{M} имеет вид

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{M}_n \end{pmatrix}; \mathbf{M}_i = \begin{pmatrix} m_i & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 \\ 0 & 0 & I_i \end{pmatrix},$$

где m_i — масса i -го тела; I_i — момент инерции i -го тела относительно собственного центра тяжести; \mathbf{a} — вектор ускорений центров тяжести твёрдых тел; \mathbf{F} — вектор силовых факторов,

$$\mathbf{F} = (\mathbf{F}_1 \dots \mathbf{F}_n)^T, \mathbf{F}_i = (F_i^{(x)} \ F_i^{(y)} \ T_i)^T,$$

$F_i^{(x)}, F_i^{(y)}$ — проекции суммарной силы, действующей на i -е тело, на оси координат глобальной системы отсчёта; T_i — суммарный момент сил, действующих на i -е тело, относительно его центра тяжести; $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1 \dots \lambda_d)^T$ — вектор-столбец

неопределённых множителей Лагранжа; \mathbf{J} — матрица Якоби для вектора функций связей, получаемая дифференцированием функций связи по времени.

В статье рассмотрено моделирование посадочного удара основной опоры шасси магистрального самолёта. На рис. 1 представлена модель рассматриваемой опоры шасси. Модель состоит из трёх твёрдых тел: колеса 1, штока амортизатора 2, цилиндра амортизатора 3, совместно с грузом, приходящимся на одну опору.

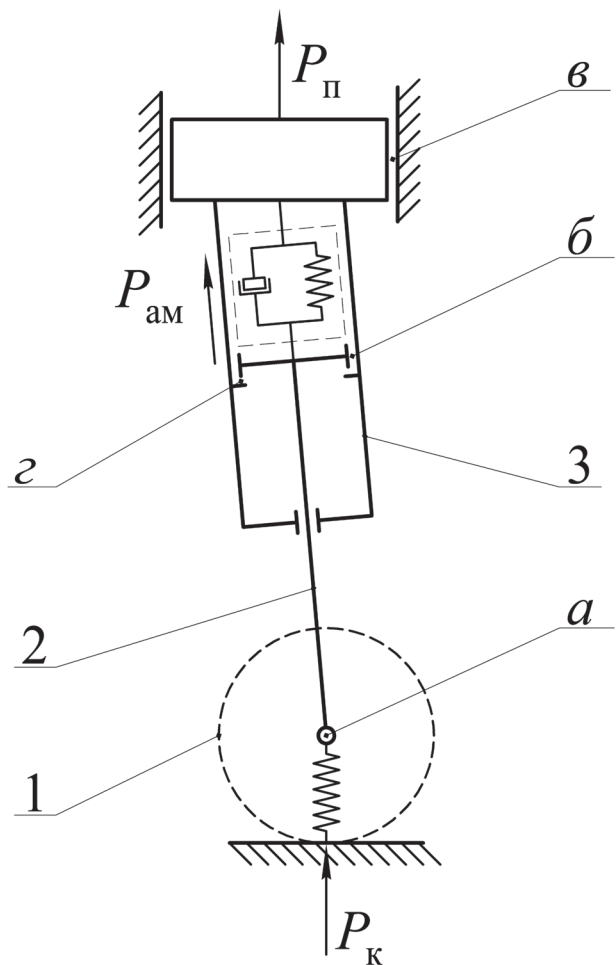


Рис. 1. Модель основной опоры шасси магистрального самолёта: a — шарнирное соединение; $б$ — скользящее соединение; $в$ — скользящая заделка; z — упор

Шарнирное соединение *a* оси колеса и штока амортизатора ограничивает две степени свободы системы и моделируется двумя двусторонними связями. Функция связи такого соединения имеет вид

$$C_a = \mathbf{r}_2^p - \mathbf{r}_1^p,$$

где $\mathbf{r}_1^p, \mathbf{r}_2^p$ — радиус-векторы точек соединения колеса и штока амортизатора в глобальной системе координат.

Функция векторная, так как ограничиваются две степени свободы системы тел. Дифференцируя ее по времени, получим:

$$\frac{dC_a}{dt} = \mathbf{v}_2 + \omega_2 \begin{pmatrix} y_2^{pr} \\ -x_2^{pr} \end{pmatrix} - \mathbf{v}_1 - \omega_1 \begin{pmatrix} y_1^{pr} \\ -x_1^{pr} \end{pmatrix};$$

$$\frac{dC_a}{dt} = \begin{pmatrix} (-1 & 0) \\ (0 & -1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -y_1^{pr} \\ x_1^{pr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_2^{pr} \\ -x_2^{pr} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \omega_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \omega_2 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{a1} = \begin{pmatrix} (-1 & 0) \\ (0 & -1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -y_1^{pr} \\ x_1^{pr} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{a2} = \begin{pmatrix} (1 & 0) \\ (0 & 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_2^{pr} \\ -x_2^{pr} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{a1}^{(x)} = (-1 \ 0 \ -y_1^{pr}); \quad \mathbf{J}_{a2}^{(x)} = (1 \ 0 \ y_2^{pr});$$

$$\mathbf{J}_{a1}^{(y)} = (0 \ -1 \ x_1^{pr}); \quad \mathbf{J}_{a2}^{(y)} = (0 \ 1 \ -x_2^{pr}).$$

Здесь x_i^{pr}, y_i^{pr} — компоненты радиус-вектора \mathbf{r}_i^{pr} точки приложения силы к *i*-му телу в относительной (локальной) системе координат (начало отсчёта которой находится в центре масс тела, направления осей глобальной и локальных систем координат совпадают),

$$\mathbf{r}_i^{pr} = \mathbf{r}_i^p - \mathbf{r}_i,$$

где \mathbf{r}_i обозначает радиус-вектор центра масс *i*-го тела в глобальной системе координат.

Скользящее соединение *b*, связывает шток амортизатора с цилиндром. В скользящей заделке

закреплён цилиндр. Скользящее соединение *b* моделируется двумя двусторонними связями, ограничивающими перемещение двух точек одного тела по линии другого тела. Такое соединение исключает взаимный поворот и боковое смещение относительно линии скольжения двух тел и уменьшает число степеней свободы системы на две единицы (рис. 2):

$$C_6^{(1)} = (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^{(1)p}) \cdot \mathbf{n}_3,$$

где $\mathbf{r}_2^{(1)p}$ — радиус-вектор первой точки тела 2, которая должна находиться на линии, расположенной на теле 3; \mathbf{r}_3^p — радиус-вектор точки тела 3, через которую проходит заданная линия; \mathbf{n}_3 — вектор нормали к заданной линии тела 3.

Аналогично записывается функция связи для второй точки тела 2:

$$C_6^{(2)} = (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^{(2)p}) \cdot \mathbf{n}_3,$$

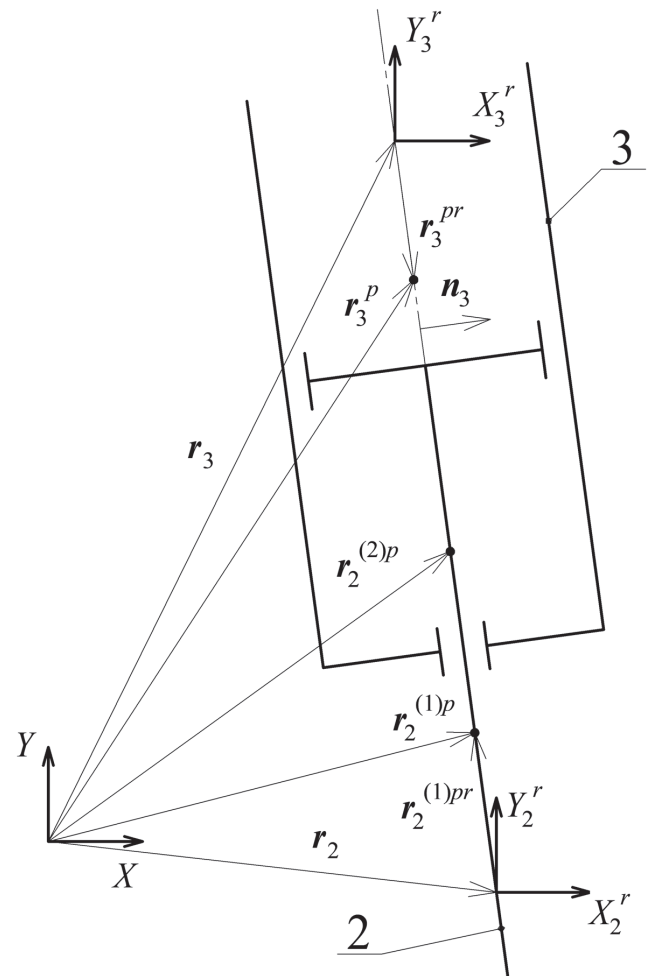


Рис. 2. Скользящее соединение *b*

Дифференцируя функцию связи по времени, получим:

$$\frac{dC_6^{(1)}}{dt} = \mathbf{n}_3 \cdot \left(\mathbf{v}_3 + \omega_3 \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} - \mathbf{v}_2 - \omega_2 \begin{pmatrix} y_2^{pr} \\ -x_2^{pr} \end{pmatrix} \right) + \omega_3 \begin{pmatrix} y_3^n \\ -x_3^n \end{pmatrix} \cdot (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p);$$

$$\frac{dC_6^{(1)}}{dt} = \begin{pmatrix} -\mathbf{n}_3^T & \mathbf{n}_3 \cdot \begin{pmatrix} -y_2^{pr} \\ x_2^{pr} \end{pmatrix} & \mathbf{n}_3^T & \mathbf{n}_3 \cdot \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_3^n \\ -x_3^n \end{pmatrix} \cdot (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p) \begin{pmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \omega_2 \\ \mathbf{v}_3 \\ \omega_3 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{62}^{(1)} = \begin{pmatrix} -\mathbf{n}_3^T & \mathbf{n}_3 \cdot \begin{pmatrix} -y_2^{pr} \\ x_2^{pr} \end{pmatrix} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{63}^{(1)} = \left(\mathbf{n}_3^T \quad \mathbf{n}_3 \cdot \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_3^n \\ -x_3^n \end{pmatrix} \cdot (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p) \right).$$

Для скользящей заделки в компоненты матрицы Якоби записываются следующим образом:

$$\mathbf{J}_{в3}^{(1)} = \begin{pmatrix} -\mathbf{n}^T & \mathbf{n} \cdot \begin{pmatrix} -y_3^{(1)pr} \\ x_3^{(1)pr} \end{pmatrix} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{в3}^{(2)} = \begin{pmatrix} -\mathbf{n}^T & \mathbf{n} \cdot \begin{pmatrix} -y_3^{(2)pr} \\ x_3^{(2)pr} \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

где \mathbf{n} — вектор нормали к направлению скольжения в направляющих испытательного копра в глобальной системе координат.

Упор z ограничивает одну степень свободы и моделируется односторонней связью (рис. 3):

$$C_r = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p)^2 - \frac{a^2}{2},$$

где a — расстояние между точкой на штоке и точкой на цилиндре амортизатора при полностью выдвинутом штоке.

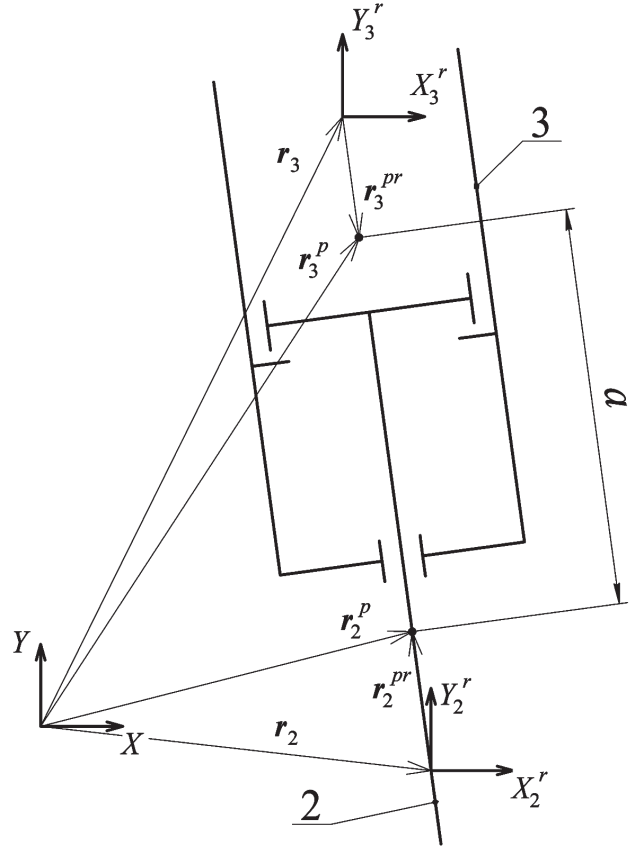


Рис. 3. Упор z

Производная функции связи по времени:

$$\frac{dC_r}{dt} = (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p) \cdot \left(\mathbf{v}_3 + \omega_3 \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} - \mathbf{v}_2 - \omega_2 \begin{pmatrix} y_2^{pr} \\ -x_2^{pr} \end{pmatrix} \right);$$

$$\frac{dC_r}{dt} = \begin{pmatrix} -(\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p)^T & (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p) \cdot \begin{pmatrix} -y_2^{pr} \\ x_2^{pr} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p \end{pmatrix}^T (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p) \cdot \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \omega_2 \\ \mathbf{v}_3 \\ \omega_3 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{r2} = \begin{pmatrix} -(\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p)^T & (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p) \cdot \begin{pmatrix} -y_2^{pr} \\ x_2^{pr} \end{pmatrix} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{r3} = \begin{pmatrix} (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p)^T & (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_2^p) \cdot \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$

Таким образом, модель включает семь механических связей. Матрица Якоби системы:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{a1}^{(x)} & \mathbf{J}_{a2}^{(x)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_{a1}^{(y)} & \mathbf{J}_{a2}^{(y)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_{b2}^{(1)} & \mathbf{J}_{b3}^{(1)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_{b2}^{(2)} & \mathbf{J}_{b3}^{(2)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{v3}^{(1)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{v3}^{(2)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_{r2} & \mathbf{J}_{r3} \end{pmatrix}.$$

Силловые факторы (силы и создаваемые ими моменты): сила обжатия пневматика колеса P_k , осевая сила, возникающая при обжатии амортизатора $P_{ам}$ и аэродинамическая подъёмная сила $P_{п}$, действующая на ЛА в момент посадки.

Матрица активных сил:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_{1к} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{0} & P_{2ам} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_2 \\ \mathbf{0} & P_{3ам} & P_{3п} & \mathbf{G}_3 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{G}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ -m_i g \\ 0 \end{pmatrix},$$

где m_i — масса i -го тела; g — ускорение свободного падения.

Для вектора силловых факторов записывается соотношение:

$$\mathbf{F} = \mathbf{P}(1 \ 1 \ 1 \ 1)^T.$$

Силловые факторы от обжатия пневматиков колес (деформации пневматиков при посадке) [18]:

$$P_{1к} = \begin{pmatrix} 0 \\ P_k \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_k(\delta) = \frac{k\delta}{(1 - \delta/\delta_{max})^\alpha},$$

где k — жесткость пневматиков колес; δ — обжатие пневматиков колес; δ_{max} — максимально допустимое обжатие пневматиков колес (определяется из справочника [19]); $\alpha = 0..0,5$ — коэффициент, учитывающий нелинейность диаграммы обжатия пневматиков.

Силловые факторы от обжатия амортизатора:

$$P_{2ам} = \begin{pmatrix} P_{ам}^{(x)} \\ P_{ам}^{(y)} \\ x_2^{pr} \cdot P_{ам}^{(y)} - y_2^{pr} \cdot P_{ам}^{(x)} \end{pmatrix};$$

$$P_{3ам} = \begin{pmatrix} -P_{ам}^{(x)} \\ -P_{ам}^{(y)} \\ -x_3^{pr} \cdot P_{ам}^{(y)} + y_3^{pr} \cdot P_{ам}^{(x)} \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} P_{ам}^{(x)} \\ P_{ам}^{(y)} \end{pmatrix} = \frac{P_{ам}(s, s')}{l} \mathbf{l}; \quad \mathbf{l} = \mathbf{r}_2^p - \mathbf{r}_3^p,$$

где $P_{ам}$ — модуль вектора осевой силы в амортизаторе при его обжатии; \mathbf{l} — вектор, соединяющий две точки приложения силы; $l = |\mathbf{l}|$; $s = l_0 - l$ — обжатие амортизатора; l_0 — расстояние между точками приложения силы необжатого амортизатора; s' — скорость обжатия амортизатора (скорость движения штока относительно цилиндра).

Схема амортизатора, используемая в динамической модели, представлена на рис. 4. Аморти-

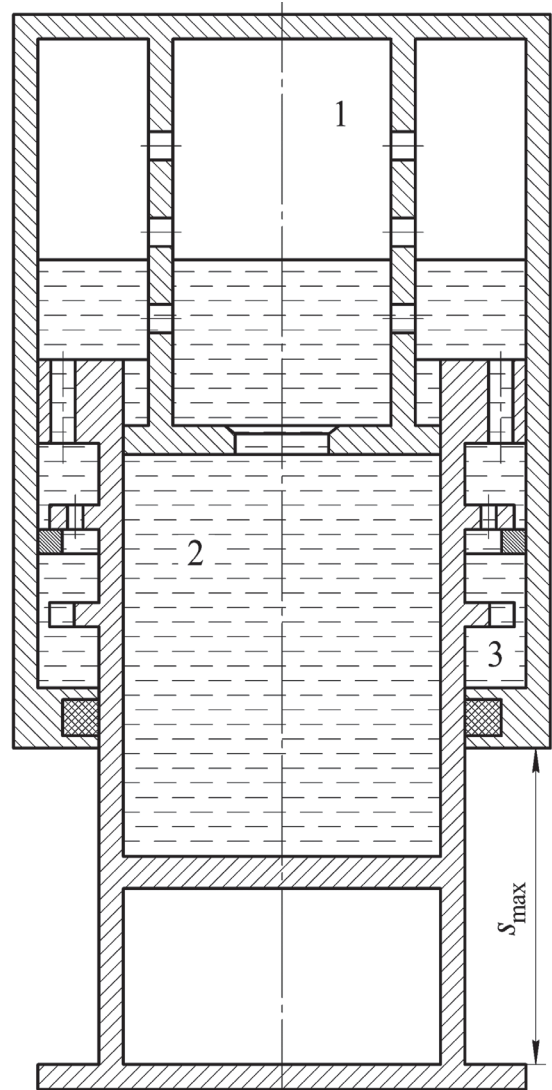


Рис. 4. Схема амортизатора

затор представляет собой жидкостно-газовый агрегат с камерой 1, частично заполненной газом, и двумя жидкостными камерами 2 и 3.

Модуль вектора осевой силы в амортизаторе $P_{ам}$ определяется из выражения

$$P_{ам}(s, s') = (1 + \mu \operatorname{sgn}(s')) p_1 F + \frac{\xi_p \rho F^3 (s')^2}{2f_p^2} + \frac{\xi_s \rho F_3^3 (s')^2}{2f_s^2}.$$

Здесь F — площадь штока амортизатора; F_3 — площадь поперечного сечения третьей камеры; μ — суммарный коэффициент трения в буксах и уплотнениях амортизатора; f_p — площадь дроссельных отверстий между камерами 1 и 2; f_s — площадь дроссельных отверстий между камерами 1 и 3; ξ_p — коэффициент гидродинамического сопротивления при дросселировании перетока жидкости между камерами 1 и 2; ξ_s — коэффициент гидродинамического сопротивления при дросселировании перетока жидкости между камерами 1 и 3; ρ — плотность жидкости; p_1 — давление газа в камере 1 [20]:

$$p_1 = p_{01} / (1 - sF/\Omega_{01})^{\chi_1}$$

где p_{01} — начальное давление газа в камере 1; Ω_{01} — начальный объём газа в камере 1; χ_1 — показатель политропы сжатия газа.

Силовые факторы от аэродинамической подъемной силы Y , приложенной в центре тяжести ЛА:

$$P_{3п} = \begin{pmatrix} 0 \\ Y \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Результаты расчёта

Выполнен расчёт посадочного удара опоры шасси для случая поглощения нормированной эксплуатационной работы. Результаты расчёта сравнивались с экспериментальными данными копровых испытаний, проводившихся в отделении динамической прочности ФГУП «СибНИА им. С.А. Чаплыгина». На рис. 5 представлен общий вид установки опоры шасси на копривом стенде.

При расчёте неопределённые множители Лагранжа на каждом шаге интегрирования уравнений движения находились с помощью итерационного метода Гаусса—Зейделя. Была определена относительная погрешность расчёта при уменьшении шага интегрирования:

$$\varepsilon_A^{\delta t_i} = \frac{|A^{\delta t_{i-1}} - A^{\delta t_i}|_{\max}}{A_{\max}^{\delta t_i}} \cdot 100\%,$$

где A — расчётный параметр; δt — шаг интегрирования по времени; $A^{\delta t_i}$ — параметр при расчёте с шагом интегрирования δt_i .

На рис. 6 приведена относительная погрешность расчёта вертикального перемещения центра тяжести h и вертикального усилия на опору P_y при последовательном уменьшении шага интегрирования в два раза начиная с 2 мс. Для расчётов выбран шаг интегрирования по времени 0,05 мс.

Расчётные и экспериментальные диаграммы вертикальной нагрузки на опору шасси по времени приведены на рис. 7. Диаграммы вертикального перемещения центра тяжести и обжатия амортизатора приведены на рис. 8.

Диаграммы работёмкости (зависимости вертикальной нагрузки на опору от вертикального перемещения) представлены на рис. 9.

Выводы

Проведенные расчёты посадочного удара для основной опоры ЛА показывают хорошее совпадение с результатами натурального эксперимента. Соответствие расчётов и данных эксперимента находится в пределах погрешности измерительной аппаратуры, применявшейся при проведении испытаний. Численное исследование сходимости результатов расчета показывает, что шаг интегрирования по времени системы уравнений в 0,05 мс даёт относительную погрешность при определении основных параметров в пределах 0,1%. Точность такого порядка значительно превосходит погрешности измерительной аппаратуры, используемой в испытаниях. Предложенная методика может быть использована и для анализа пространственного движения несвободной системы твёрдых тел, что позволяет проводить расчёты опор шасси ЛА достаточно сложных кинематических схем, которые часто применяются на лёгких и средних ЛА. Кроме того, подобный подход позволяет моделировать и проводить соответ-



Рис. 5. Опора шасси при копровых испытаниях

ствующие расчёты при использовании так называемых адаптивных амортизаторов, жёсткость демпферов которых зависит от возникающей при

посадке перегрузки в центре тяжести ЛА. Такая работа проводится сейчас в инициативном порядке.

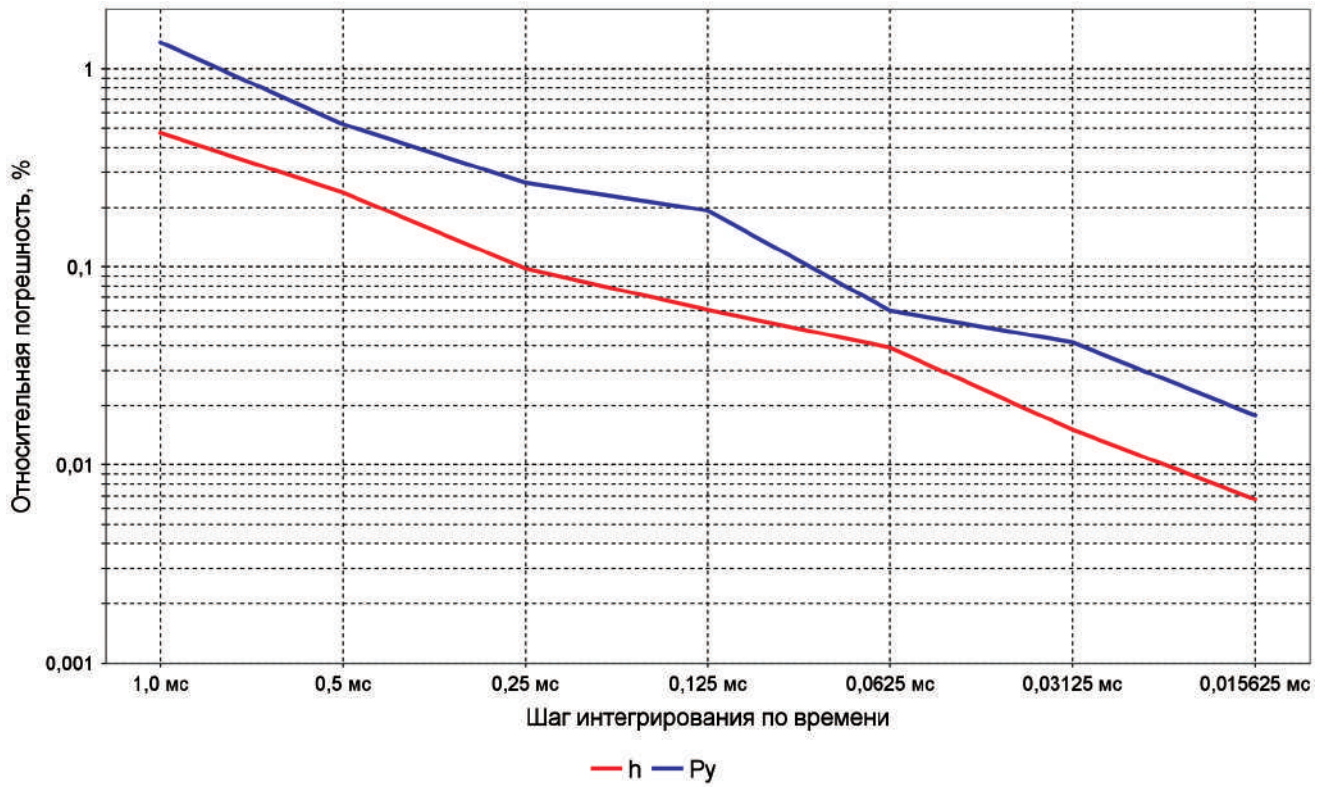


Рис. 6. Относительная погрешность расчёта

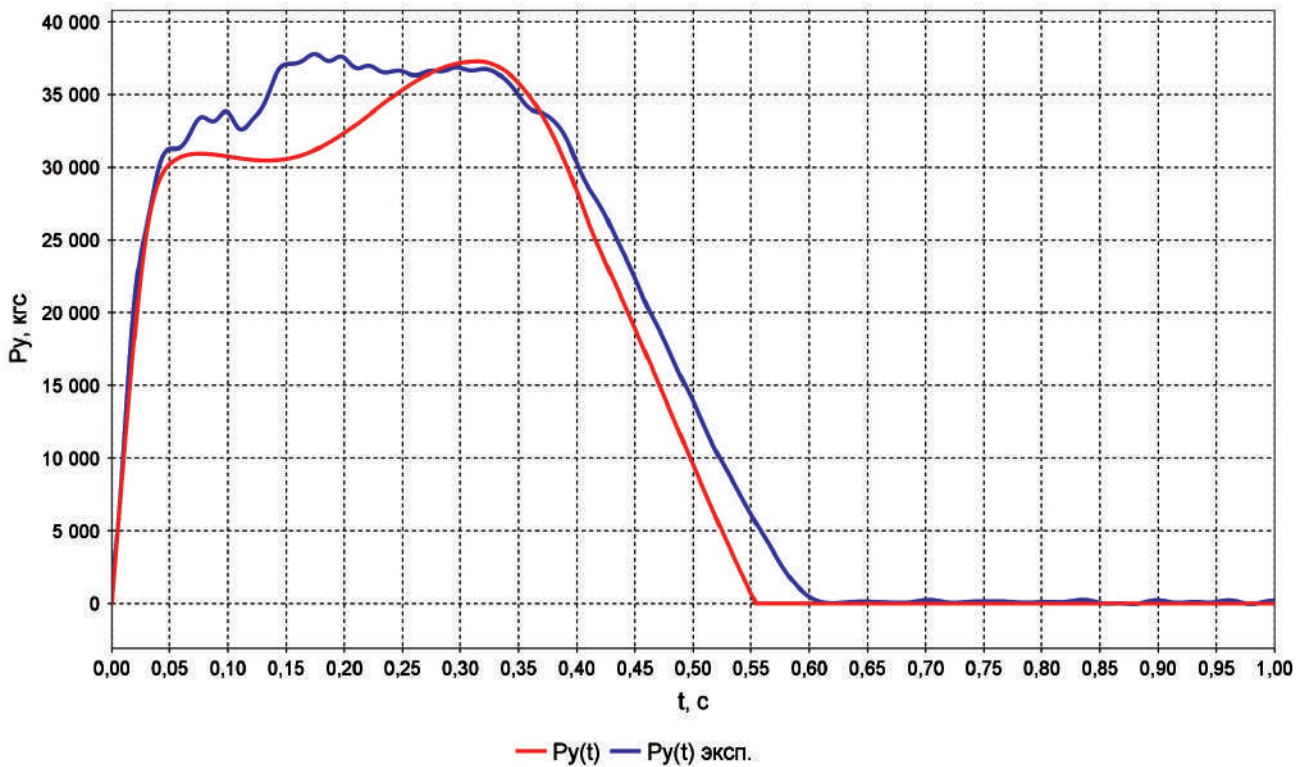


Рис. 7. Диаграммы вертикальной нагрузки P_y на опору шасси

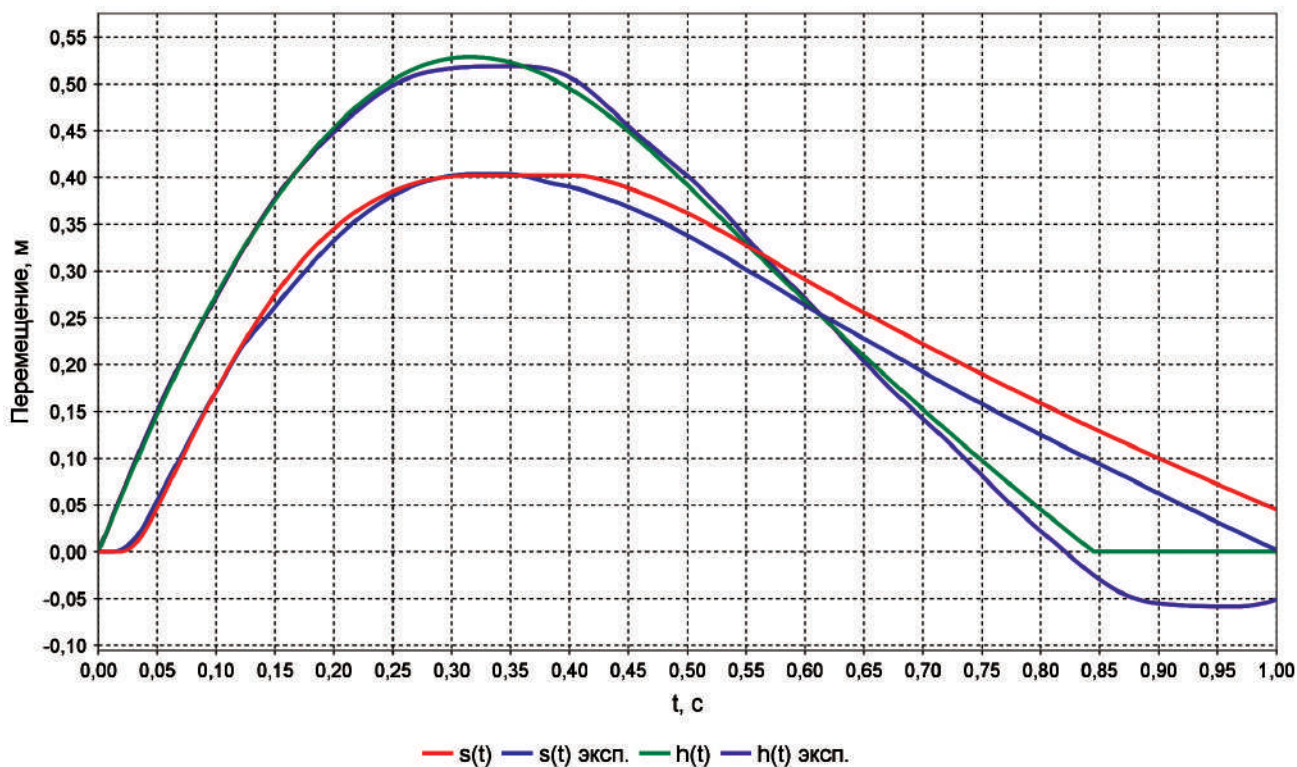


Рис. 8. Диаграммы вертикального перемещения h и обжатия амортизатора s по времени

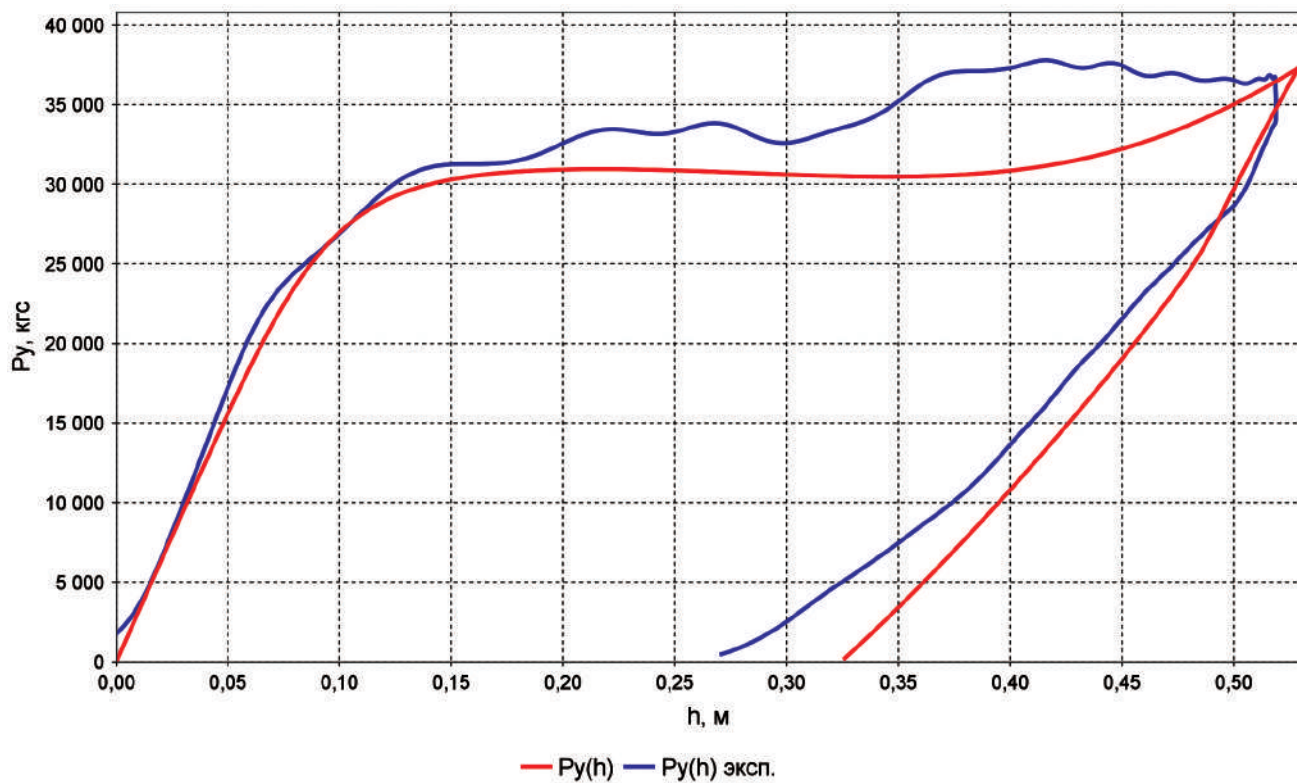


Рис. 9. Диаграммы работёмкости

Список источников

1. Кондрашов Н.А. Проектирование убирающихся шасси самолетов. — М.: Машиностроение, 1991. — 221 с.
2. Житомирский Г.И. Конструкция самолетов: Учебник для студентов вузов. — М.: Инновационное машиностроение, 2018. — 416 с.
3. Овчинников С.Ю. Особенности работы двухкамерных амортизаторов двух различных схем // Вестник Московского авиационного института. 2008. Т. 15. № 5. С. 7-20.
4. Сидоренко А.С. Динамическое состояние конструкции вертолета при нестационарном движении посадочной площадки // Вестник Московского авиационного института. 2010. Т. 17. № 5. С. 34-42.
5. Suresh P.S., Sura N.K., Shankar K. Investigation of nonlinear landing gear behavior and dynamic responses on high performance aircraft // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2019. Vol. 233. No. 15, pp. 5674-5688. DOI: 10.1177/0954410019854628
6. Caputo F., De Luca A., Greco A., Maietta S., Marro A., Apicella A. Investigation on the static and dynamic structural behaviors of a regional aircraft main landing gear by a new numerical methodology // Frattura ed Integrità Strutturale. 2018. Vol. 12. No. 43, pp. 191-204. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.43.15
7. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. — М.: Наука, 1966. — 300 с.
8. Baraff D. Linear-Time Dynamics using Lagrange Multipliers // Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series (SIGGRAPH 96, New Orleans, 04-09 August 1996), pp. 137-146. URL: <https://www.cs.cmu.edu/~baraff/papers/sig96.pdf>
9. Anitescu M. Modeling rigid multi body dynamics with contact and friction, PhD thesis, University of Iowa, Iowa City, 1997, 105 p.
10. Anitescu M., Potra F. A time-stepping method for stiff multibody dynamics with contact and friction // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2002. Vol. 55. No. 7, pp. 753-784. DOI: 10.1002/nme.512
11. Cline M.B. Rigid Body Simulation with Contact and Constraints. — Master's thesis, University of British Columbia, 2002. — 102 p.
12. Cottle R.W., Pang J.S., Stone R.E. The Linear Complementarity Problem. — Academic Press, Inc., 1992, 762 p.
13. Anitescu M., Potra F. Formulating dynamic multi-rigid-body contact problems with friction as solvable linear complementarity problems // Nonlinear Dynamics. 1997. Vol. 14. No. 3, pp. 231-247. DOI: 10.1023/A:1008292328909
14. Pappalardo C.M., Guida D. On the Lagrange multipliers of the intrinsic constraint equations of rigid multibody mechanical systems // Archive of Applied Mechanics. 2017. Vol. 88, pp. 419-451. DOI: 10.1007/s00419-017-1317-y
15. Pappalardo C.M., Guida D. Dynamic analysis of planar rigid multibody systems modeled using Natural Absolute Coordinates // Applied and Computational Mechanics. 2018. Vol. 12. No.1, pp. 73-110. DOI: 10.24132/acm.2018.384
16. Загидулин А.Р., Подружин Е.Г. Моделирование процесса обжатия амортизационной стойки шасси магистрального самолёта // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2013. № 2(51). С. 144-154.
17. Zagidulin A.R., Podrzhin E.G., Rastorguev G.I. Modelling the motion of a non-free system of rigid bodies using the Lagrange equations of the first kind // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 894. DOI: 10.1088/1742-6596/894/1/012129
18. Подружин Е.Г., Расторгуев Г.И. Расчёт жидкостно-газовой амортизации шасси самолёта: Учебное пособие. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. — 63 с.
19. Зайцев В.Н., Рудаков В.Л. Конструкция и прочность самолетов. — Киев: Вища школа, 1978. — 488 с.
20. Мелик-Заде Н.А. Работа двухкамерного гидравлического амортизатора // Машиноведение. 1971. № 2. С. 44-50.

References

1. Kondrashov N.A. *Proektirovanie ubirayushchikhshya shassi samoletov* (Design of aircraft retractable landing gear), Moscow, Mashinostroenie, 1991, 221 p.
2. Zhitomirskii G.I. *Konstruksiya samoletov* (Aircraft design), Moscow, Innovatsionnoe mashinostroenie, 2018, 416 p.
3. Ovchinnikov S.Y. Operation features of double-chamber shock-stuts with two kinds of structure. *Aerospace MAI Journal*, 2008, vol. 15, no. 5, pp. 7-20.
4. Sidorenko A.S. Dynamic state of a helicopter's structure at non-stationary movement of the landing spot. *Aerospace MAI Journal*, 2010, vol. 17, no. 5, pp. 34-42.
5. Suresh P.S., Sura N.K., Shankar K. Investigation of nonlinear landing gear behavior and dynamic responses on high performance aircraft. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2019, vol. 233, no. 15, pp. 5674-5688. DOI: 10.1177/0954410019854628
6. Caputo F., De Luca A., Greco A., Maietta S., Marro A., Apicella A. Investigation on the static and dynamic structural behaviors of a regional aircraft main landing gear by a new numerical methodology. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 2018, vol. 12, no. 43, pp. 191-204. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.43.15

7. Gantmakher F.R. *Lektsii po analiticheskoi mekhanike* (Lectures on Analytical Mechanics), Moscow, Nauka, 1966, 300 p.
8. Baraff D. Linear-Time Dynamics using Lagrange Multipliers. *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series (SIGGRAPH 96, New Orleans, 04–09 August 1996)*, pp. 137-146. URL: <https://www.cs.cmu.edu/~baraff/papers/sig96.pdf>
9. Anitescu M. *Modeling rigid multi body dynamics with contact and friction*, PhD thesis, University of Iowa, Iowa City, 1997, 105 p.
10. Anitescu M., Potra F. A time-stepping method for stiff multibody dynamics with contact and friction. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2002, vol. 55, no. 7, pp. 753-784. DOI: 10.1002/nme.512
11. Cline M.B. *Rigid Body Simulation with Contact and Constraints*. Master's thesis, University of British Columbia, 2002, 102 p.
12. Cottle R.W., Pang J.S., Stone R.E. *The Linear Complementarity Problem*. Academic Press, Inc., 1992, 762 p.
13. Anitescu M., Potra F. Formulating dynamic multi-rigid-body contact problems with friction as solvable linear complementarity problems. *Nonlinear Dynamics*, 1997, vol. 14, no. 3, pp. 231-247. DOI: 10.1023/A:1008292328909
14. Pappalardo C.M., Guida D. On the Lagrange multipliers of the intrinsic constraint equations of rigid multibody mechanical systems. *Archive of Applied Mechanics*, 2017, vol. 88, pp. 419-451. DOI: 10.1007/s00419-017-1317-y
15. Pappalardo C.M., Guida D. Dynamic analysis of planar rigid multibody systems modeled using Natural Absolute Coordinates. *Applied and Computational Mechanics*, 2018, vol. 12, no.1, pp. 73-110. DOI: 10.24132/acm.2018.384
16. Zagidulin A.R., Podrzhin E.G. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2013, no. 2(51), pp. 144-154.
17. Zagidulin A.R., Podrzhin E.G., Rastorguev G.I. Modelling the motion of a non-free system of rigid bodies using the Lagrange equations of the first kind. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 894. DOI: 10.1088/1742-6596/894/1/012129
18. Podrzhin E.G., Rastorguev G.I. *Raschet zhidkostno-gazovoi amortizatsii shassi samoleta* (Calculation of oleo-pneumatic damping system of the aircraft landing gear), Novosibirsk, NGTU, 2002, 63 p.
19. Zaitsev V.N., Rudakov V.L. *Konstruktsiya i prochnost' samoletov* (Aircraft design and strength), Kiev, Vishcha shkola, 1978, 488 p.
20. Melik-Zade N.A. *Mashinovedenie*, 1971, no. 2, pp. 44-50.

Статья поступила в редакцию 07.07.2021; одобрена после рецензирования 06.09.2021; принята к публикации 21.09.2021.

The article was submitted on 07.07.2021; approved after reviewing on 06.09.2021; accepted for publication on 21.09.2021.