Труды МАИ. 2022. № 126 Trudy MAI, 2022, no. 126

Научная статья УДК 539.3 DOI: <u>10.34759/trd-2022-126-12</u>

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕМПФИРУЮЩИХ ПОКРЫТИЙ

 Павел Олегович Поляков¹, Павел Сергеевич Шестеркин²⊠

 ¹МКБ "Вымпел" им. И.И. Торопова,

 Москва, Россия

 ²НПО Машиностроения,

 Московская область, Реутов, Россия

 ¹р.о.polyakov@yandex.ru

 ²blackshoot.92@mail.ru[⊠]

Аннотация. В различных промышленных сферах применяются демпфирующие материалы, подходящие по своим свойствам для конкретных условий работы. Использование демпфирующих лент один из существующих способов повышения демпфирующих свойств материалов. В настоящий момент для современных тонкостенных конструкций возникает необходимость разработки более совершенных моделей расчета, для которых должны быть достаточно полно отражены реальные условия работы конструкций, с учетом механических свойств материала, из которого изготовлены ее элементы. Существенное влияние на динамическую напряженность элементов тонкостенных конструкций имеют демпфирующие свойства материалов, из которых они изготовлены, а также амплитуды их колебаний. Улучшение

демпфирующих свойств является одним из методов увеличения сроков службы элементов конструкций подверженных циклическому нагружению в процессе эксплуатации. Для гашения колебаний в разных диапазонах частот, которые возникают в условиях внешнего воздействия, а также от весовых характеристик системы, зависит выбор оптимальных видов демпфирующих покрытий. В данной статье исследуется влияние демпфирующей ленты марки 3М на динамические характеристики консольной балки и моделирование этого процесса. и моделирование этого процесса. Представлены результаты численного моделирования свободных колебаний алюминиевой балки-пластины без демпфирующих слоев и с наклеенными на лицевые поверхности ленты с демпфирующими свойствами (трехслойные балки). Для численного моделирования моделей пластин всех исследуемых размеров с демпфирующей лентой, была применена симуляция колебательного процесса аналогично физическому испытанию. Построена конечно-элементная модель пластины с сеткой. Определены динамические характеристики трехслойных балок. Установлена зависимость изменения коэффициента демпфирования от амплитуды для образцов с и без демпфирующих лент для разных амплитуд, получена амплитудно-частотная характеристика, логарифмический декремент затухания, коэффициент демпфирования и собственная частота образцов без демпфирующего слоя и с его участием.

Численное моделирование проводилось с целью сравнения экспериментальных результатов динамических характеристик консольной балки без демпфирующего слоя и с ними.

Ключевые слова: демпфирующая лента, трехслойная балка, собственные частоты, логарифмический декремент

Для цитирования: Поляков П.О., Шестеркин П.С. Численное моделирование демпфирующих покрытий // Труды МАИ. 2022. № 126. DOI: <u>10.34759/trd-2022-126-</u> 12

Original article

NUMERICAL MODELING OF DAMPING COATINGS

Pavel Olegovich Polyakov¹ Pavel Sergeevich Shesterkin²

¹MKB "Vympel" im. I.I. Toropova,

Moscow, Russia

²NPO Mashinostroeniya,

Moscow region, Reutov, Russia

¹p.o.polyakov@yandex.ru

<u>²blackshoot.92</sup>@mail.ru</u>[⊠]

Abstract. In various industrial sectors, damping materials are used that are suitable in their properties for specific working conditions. The use of damping tapes is one of the existing ways to improve the damping properties of materials. At the moment, for modern thin-walled structures, there is a need to develop more advanced calculation models, for which the actual operating conditions of structures should be sufficiently fully reflected, taking into account the mechanical properties of the material from which its elements are made. The damping properties of the materials from which they are made, as well as the amplitudes of their oscillations, have a significant impact on the dynamic tension of the elements of thin-walled structures. Improving damping properties is one of the methods to increase the

service life of structural elements subject to cyclic loading during operation. To damp vibrations in different frequency ranges that occur under external influence, as well as on the weight characteristics of the system, the choice of optimal types of damping coatings depends. This article explores the effect of 3M brand damping tape on the dynamic characteristics of a cantilever beam and the simulation of this process. and modeling of this process. The results of numerical simulation of free vibrations of an aluminum beam-plate without damping layers and with damping tapes glued to the front surfaces (three-layer beams) are presented. For numerical simulation of models of plates of all investigated sizes with a damping tape, simulation of the oscillatory process was applied similarly to physical testing. A finite element model of a plate with a grid is constructed. The dynamic characteristics of three-layer beams are determined. The dependence of the change in the damping coefficient on the amplitude for samples with and without damping tapes for different amplitudes is established, the amplitude-frequency characteristic, the logarithmic damping decrement, the damping coefficient and the natural frequency of the samples without a damping layer and with its participation are obtained.

Numerical modeling was carried out in order to compare the experimental results of the dynamic characteristics of a cantilever beam without and with a damping layer. *Keywords:* damping tape, three-layer beam, natural frequencies, logarithmic decrement *For citation:* Polyakov P.O., Shesterkin P.S. Numerical modeling of damping coatings. *Trudy MAI*, 2022, no. 126. DOI: 10.34759/trd-2022-126-12

1. Введение

Анализ динамики механических систем с эффектом демпфирования имеет большое значение в различных отраслях техники [1]. Выбор модели демпфирования играет ключевую роль в динамических расчётах, особенно для сложных конструкций [2-5], классические модели [6-8] чаще служат для описания процесса демпфирования. В большинстве случаев эти модели не позволяют описать динамику конструкции с необходимой точностью, потому как на практике механизмы демпфирования колебаний отличаются большой сложностью [9, 10]. На сегодняшний день единую модель для реальных инженерных систем выбрать достаточно сложно, поэтому чаще всего используются различные приближения. Но в последние годы были предложены и исследованы более сложные модели демпфирования, к примеру в работе [11] исследован мгновенный отклик рассматриваемых систем с распределёнными параметрами с помощью метода передаточных функций. Остальные авторы занимались невязкими моделями демпфирования, к примеру, в статье [12] проводилось систематическое исследование механических систем с демпфированием. Предыдущие работы по исследованию численными методами подобных моделей проводились в работах [16, 17, 18, 19, 20].

2. Методы исследований

В текущей статье исследовались образцы без демпфирующих слоев, которые представляли собой металлическую пластину с габаритами 220мм х 20мм х 0,8мм., а

также с демпфирующими слоями, в ситуации, когда с двух сторон пластины была приклеена демпфирующая лента толщиной 0,14мм. Сама металлическая пластина выполнена из алюминиевого сплава 1441, а марка демпфирующей ленты 434 фирмы 3М. Из исследования с экспериментальными результатами, а также аналитическими расчетами были получены механические характеристики, представленные в таблице 1.

Полученные результаты для ленты марки 3М приведены для металлизированной ленты. Испытания были проведены на электромеханической машине Instron 5969, со скоростью движения траверсы при кинематическом нагружении 1 мм/мин [15].

Таблица 1. Свойства слоев

	Е, Гпа	V	ρ, κγ/m ³	h, мм
1441	79	0,33	2600	0,8
3M 434	70	0,3	2700	0,14

3. Численное моделирование

Полученные ранее экспериментальные результаты, необходимо сравнить с результатами численного моделирования, что даст подтверждение в правильности полученным ранее результатам. Решение проводилось методом конечных элементов в программной среде COMSOL Multiphysics. Такой метод имеет широкое применение в процессе проектирования конструкций различной сложности. Построив в программной среде COMSOL Multiphysics модели пластин всех исследуемых размеров с демпфирующей лентой, была применена симуляция колебательного процесса аналогично физическому испытанию. Конечно-элементная модель пластины с сеткой показана на рис. 1.



Рис. 1 Конечно-элементная модель пластины с сеткой.

Размер и тип сетки был выбран оптимальным для геометрии типового образца, путем указания направления протяжки от закрепления до конца образца, сетка построена автоматически с использованием элемента (physics-controlled mesh), По умолчанию — это произвольная тетраэдральная сетка. Размер конечного элемента устанавливается (Normal), а сеточная последовательность, состоящая из узлов (Size) и Произвольная тетраэдральная сетка (Free Tetrahedral), скрыта. В итоге было получено около 5000 элементов. В результате получены деформированные состояния

межслоевого сдвига образцов с длинами рабочих поверхностей 60мм., 120мм. и 180мм. (Рис. 2-4). Каждая модель имела закрепление на одном конце.



Рис. 2 Образец с демпфирующем слоем рабочей длиной поверхности

60 мм.





120 мм.



Рис. 4 Образец с демпфирующем слоем рабочей длиной поверхности 180 мм.

Таким образом, деформация сдвига распределена по длине образцов с различными значениями, достигая максимального значения рядом с местом закрепления и стремится к нулю в месте приложения колебаний.

На рис. 2-4 цветом выделены значения логарифмического декремента затухания.

Полученные данные путем численного моделирования для пластин без демпфирующего слоя и с ним приведены в таблицах 2-3.

Таблица 2. Результаты исследования пластин без демпфирующего слоя

Nº	Рабочая длина образца, мм	Амплитуда колебаний, мм	Собственная частота, Гц	Коэффициент демпфирования	Логарифмический декремент затухания	L/w*
1	60	5	158,16	0,065	0,40	0,25
2	60	5	158,16	0,072	0,45	0,5
3	60	5	158,16	0,078	0,48	1
1	60	10	153,95	0,07	0,43	0,16
2	60	10	153,95	0,071	0,44	0,33
3	60	10	153,95	0,075	0,47	1
1	120	5	42,77	0,025	0,15	0,25
2	120	5	42,77	0,04	0,25	0,5
3	120	5	42,77	0,046	0,28	1
1	120	10	42,62	0,03	0,18	0,16
2	120	10	42,62	0,038	0,23	0,33
3	120	10	42,62	0,046	0,28	1
1	180	5	19,48	0,018	0,11	0,25
2	180	5	19,48	0,023	0,14	0,5
3	180	5	19,48	0,03	0,18	1
1	180	10	19,63	0,014	0,08	0,16
2	180	10	19,63	0,023	0,14	0,33
3	180	10	19,63	0,03	0,18	1

Таблица 3. Результаты исследования пластин с демпфирующим слоем

N⁰	Рабочая	Амплитуда	Собственная	Коэффициент	Логарифмический	L/w*
	длина	колебаний,	частота, Гц	демпфирования	декремент затухания	
	образца, мм	ММ				
1	60	5	155,84	0,14	0,87	0,25
1	60	5	155,84	0,18	1,13	0,5
1	60	5	155,84	0,2	1,25	1
2	60	5	154,75	0,15	0,94	0,25
2	60	5	154,75	0,17	1,06	0,5
2	60	5	154,75	0,19	1,19	1
3	60	5	152,95	0,16	1,00	0,25
3	60	5	152,95	0,19	1,19	0,5
3	60	5	152,95	0,21	1,31	1
4	60	5	157,68	0,15	0,94	0,25
4	60	5	157,68	0,17	1,06	0,5
4	60	5	157,68	0,21	1,31	1
5	60	5	159,48	0,13	0,81	0,25
5	60	5	159,48	0,16	1,00	0,5
5	60	5	159,48	0,2	1,25	1
1	60	10	154,89	0,11	0,69	0,16
1	60	10	154,89	0,13	0,81	0,33
1	60	10	154,89	0,21	1,31	1

2	60	10	156,06	0,16	1,00	0,16
2	60	10	156,06	0,18	1,13	0,33
2	60	10	156,06	0,22	1,38	1
3	60	10	153,72	0,1	0,62	0,16
3	60	10	153,72	0,14	0,87	0,33
3	60	10	153,72	0,23	1,44	1
4	60	10	156,33	0,14	0,87	0,16
4	60	10	156,33	0,17	1,06	0,33
4	60	10	156,33	0,22	1,38	1
5	60	10	155,44	0,12	0,75	0,16
5	60	10	155,44	0,15	0,94	0,33
5	60	10	155,44	0,2	1,25	1
1	120	5	44,62	0,11	0,69	0,25
1	120	5	44,62	0,13	0,81	0,5
1	120	5	44,62	0,14	0,87	1
2	120	5	44,38	0,12	0,75	0,25
2	120	5	44,38	0,135	0,84	0,5
2	120	5	44,38	0,15	0,94	1
3	120	5	45,83	0,1	0,62	0,25
3	120	5	45,83	0,12	0,75	0,5
3	120	5	45,83	0,13	0,81	1
4	120	5	45,10	0,11	0,69	0,25

	4.0	_	1 - 1 0	0.1.0	~ - -	
4	120	5	45,10	0,12	0,75	0,5
4	120	5	45,10	0,125	0,78	1
5	120	5	44,96	0,115	0,72	0,25
5	120	5	44,96	0,13	0,81	0,5
5	120	5	44,96	0,15	0,94	1
1	120	10	38,64	0,13	0,81	0,16
1	120	10	38,64	0,14	0,87	0,33
1	120	10	38,64	0,18	1,13	1
2	120	10	44,48	0,11	0,69	0,16
2	120	10	44,48	0,13	0,81	0,33
2	120	10	44,48	0,17	1,06	1
3	120	10	45,80	0,1	0,62	0,16
3	120	10	45,80	0,12	0,75	0,33
3	120	10	45,80	0,15	0,94	1
4	120	10	46,99	0,08	0,50	0,16
4	120	10	46,99	0,12	0,75	0,33
4	120	10	46,99	0,14	0,87	1
5	120	10	27,20	0,12	0,75	0,16
5	120	10	27,20	0,15	0,94	0,33
5	120	10	27,20	0,2	1,25	1
1	180	5	22,49	0,05	0,31	0,25
1	180	5	22,49	0,06	0,37	0,5
	l		I	l	1	

1	180	5	22,49	0,1	0,62	1
2	180	5	21,69	0,06	0,37	0,25
2	180	5	21,69	0,065	0,40	0,5
2	180	5	21,69	0,11	0,69	1
3	180	5	22,07	0,045	0,28	0,25
3	180	5	22,07	0,05	0,31	0,5
3	180	5	22,07	0,1	0,62	1
4	180	5	22,45	0,055	0,34	0,25
4	180	5	22,45	0,06	0,37	0,5
4	180	5	22,45	0,09	0,56	1
5	180	5	21,24	0,07	0,43	0,25
5	180	5	21,24	0,075	0,47	0,5
5	180	5	21,24	0,11	0,69	1
1	180	10	20,21	0,08	0,50	0,16
1	180	10	20,21	0,09	0,56	0,33
1	180	10	20,21	0,12	0,75	1
2	180	10	21,92	0,07	0,43	0,16
2	180	10	21,92	0,1	0,62	0,33
2	180	10	21,92	0,13	0,81	1
3	180	10	20,97	0,08	0,50	0,16
3	180	10	20,97	0,1	0,62	0,33
3	180	10	20,97	0,125	0,78	1

4	180	10	21,08	0,07	0,43	0,16
4	180	10	21,08	0,09	0,56	0,33
4	180	10	21,08	0,1	0,62	1
5	180	10	21,12	0,07	0,43	0,16
5	180	10	21,12	0,09	0,56	0,33
5	180	10	21,12	0,11	0,69	1

L/ω* - амплитудно-частотная характеристика, отношение амплитуды установившихся колебаний системы от частоты входного сигнала.

Сравнивая значения, полученные экспериментальным путем рис.5 из статьи [15] получаем довольно точные по значениям результаты исследования, что подтверждает правильность проведения метода численного моделирования.



Рис.5. Зависимость коэффициента демпфирования от амплитуды.

Рассмотрен аналогичный случай с двумя демпфирующими лентами на обеих сторонах пластины для длин 60мм., 120мм. и 180мм., деформированные состояния межслоевого сдвига для каждой длины образца приведены на рис. 6-8:



Рис. 6 Образец с двумя демпфирующими слоями с обеих сторон пластины с рабочей

длиной поверхности 60 мм.



Рис. 7 Образец с двумя демпфирующими слоями с обеих сторон пластины с рабочей

длиной поверхности 120 мм.



Рис. 8 Образец с двумя демпфирующими слоями с обеих сторон пластины с рабочей

длиной поверхности 180 мм.

На рис. 6-8 цветом выделены значения логарифмического декремента затухания.

Заключение

Для моделирования рассматриваемой в статье системы, численный метод является важнейшей задачей, потому как точность и затраченное машинное время отличаются в несколько раз. Представлены результаты численного моделирования образцов с демпфирующим слоем и без. Проведен сравнительный анализ результатов текущего исследования и с экспериментальным и аналитическим методом, который показал равные В пределах погрешности результаты, что демонстрирует правильность задания исходных данных системы и выбора сетки. Определены динамические характеристики трехслойных балок. Установлена зависимость изменения коэффициента демпфирования от амплитуды для образцов с и без демпфирующих лент для разных амплитуд, получена амплитудно-частотная логарифмический характеристика, декремент затухания, коэффициент демпфирования и собственная частота образцов без демпфирующего слоя и с его участием.

Список источников

1. Соломатов В.И., Бобрышев А.Н., Химмлер К.Г. Полимерные композиционные материалы в строительстве. – М.: Стройиздат, 1988. – 312 с.

2. G. Wu, J.-M. Yang, The mechanical behavior of GLARE laminates for aircraft structures // JOM: the journal of the Minerals, Metals & Materials Society, 2005, no. 57 (1), pp. 72–79. DOI:10.1007/s11837-005-0067-4

3. Jakubczak P., Bienias J., Surowska B. Interlaminar shear strength of fibre metal laminates after thermal cycles // Composite Structure, 2018, vol. 206, pp. 876–887. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.09.001

 Vogeslang L.B., Volt A. Development of Fibre Metal Laminates for Advanced Aerospace Materials // Journal of Materials Processing Technology, 2000, vol. 103 (1), pp. 1–5. DOI:<u>10.1016/S0924-0136(00)00411-8</u>

5. Bai S., Djafari V., Andr'eani M., Francois D. Study of shortbeam shear tests for composite materials // Composites Science Technology, 1995, vol. 55 (4), pp. 343–348. DOI:10.1016/0266-3538(95)00077-1

6. Sinmazçelik T., Avcu E., Bora M.Ö., Çoban O. A review: Fibre metal laminates, background, bonding types and applied test methods // Materials and Design, 2011, vol. 32
(7), pp. 3671-3685. DOI:<u>10.1016/j.matdes.2011.03.011</u>

 Kotik H.G., Ipina J.E.P. Short-beam shear fatigue behavior of fiber metal laminate (GLARE) // International Journal of Fatigue, 2017, no. 95, pp. 236-242. DOI:<u>10.1016/j.</u> <u>ijfatigue.2016.11.001</u>

 Ганбаров А.Б. Обоснование и разработка вибродемпфирующего покрытия с упруго-волокнистой структурой: дис. ... канд. техн. наук. – Воронеж: 2004. – 130 с. 9. Лурье С.А., Дудченко А.А., Нгуен Д.К. Градиентная модель термоупругости для слоистой композитной структуры // Труды МАИ. 2013. № 75. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=49674

10. Carlsson LA, Adams DF, Pipes RB. Experimental characterization of advanced composite materials, CRC press, 2014, 256 p.

11. Kubit A., Trzepiecinski T., Klonica M., Hebda M., Pytel M. The influence of temperature gradient thermal shock cycles on the interlaminar shear strength of fibre metal laminate composite determined by the short beam test // Composites Part B: Engineering, 2019, vol. 176. DOI:10.1016/j.compositesb.2019.107217

12. Megahed M., Abd El-baky M.A., Alsaeedy A.M., Alshorbagy A.E. An experimental investigation on the effect of incorporation of different nanofillers on the mechanical characterization of fiber metal laminate // Composites Part B: Engineering, 2019, vol. 176. DOI: 10.1016/j.compositesb.2019.107277

13. Rao S.S. Mechanical Vibrations, Addsion-Wesley, MA. 1995, 912 p.

14. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. Механика деформируемых твердых тел.
Неклассические теории колебаний стержней пластин и оболочек. - М.: ВИНИТИ,
1973. Т. 5. – 272 с.

15. Рабинский Л.Н., Бабайцев А.В., Шестеркин П.С. Определение демпфирующих свойств металлической ленты марки 3М на базе решения обратной задачи динамики трехслойного стержня и экспериментальных данных // Механика композиционных материалов и конструкций. 2022. Т. 27. № 5. С. 12.

 Prokudin O.A., Solyaev Y.O., Babaytsev A.V., Artemyev A.V., Korobkov M.A.
 Dynamic characteristics of three-layer beams with load-bearing layers made of aluminoglass plastic // PNRPU Mechanics Bulletin, 2020, vol. 4, pp. 260–270. DOI: <u>10.15593/perm.mech/2020.4.22</u>

17. Рикардс Р.Б., Барканов Е.Н. Определение динамических характеристик вибропоглощающих покрытий методом конечных элементов // Механика композитных материалов. 1991. № 5. С. 823-830.

Рикардс Р.Б., Чате А.К., Кензер М.Л. Конечный элемент слоистой балки.
 Системы автоматизированного проектирования в машиностроении. – Рига: Зннатне,
 1990. – С. 12-22.

19. Климов А.К., Климов Д.А., Низовцев В.Е., Ухов П.А. Эффективность применения наноструктурных композиционных материалов и изделий из них в авиационной промышленности // Труды МАИ. 2013. № 67. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=41486

20. Кривень Г.И., Маковский С.В. О демпфирующих свойствах вискеризованного слоя в модифицированных волокнистых композитах // Труды МАИ. 2020. № 114.
 URL: <u>https://trudymai.ru/published.php?ID=118729</u>. DOI: <u>10.34759/trd-2020-114-03</u>

References

 Solomatov V.I., Bobryshev A.N., Khimmler K.G. *Polimernye kompozitsionnye materialy v stroitel'stve* (Polymer composite materials in construction), Moscow, Stroiizdat, 1988, 312
 p. 2. G. Wu, J.-M. Yang, The mechanical behavior of GLARE laminates for aircraft structures, *JOM: the journal of the Minerals, Metals & Materials Society*, 2005, no. 57 (1), pp. 72–79. DOI:10.1007/s11837-005-0067-4

3. Jakubczak P., Bienias J., Surowska B. Interlaminar shear strength of fibre metal laminates after thermal cycles, *Composite Structure*, 2018, vol. 206, pp. 876–887. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.09.001

4. Vogeslang L.B., Volt A. Development of Fibre Metal Laminates for Advanced Aerospace Materials, *Journal of Materials Processing Technology*, 2000, vol. 103 (1), pp. 1–5. DOI:<u>10.1016/S0924-0136(00)00411-8</u>

5. Bai S., Djafari V., Andr'eani M., Francois D. Study of shortbeam shear tests for composite materials, *Composites Science Technology*, 1995, vol. 55 (4), pp. 343–348. DOI:<u>10.1016/0266-3538(95)00077-1</u>

6. Sinmazçelik T., Avcu E., Bora M.Ö., Çoban O. A review: Fibre metal laminates, background, bonding types and applied test methods, *Materials and Design*, 2011, vol. 32 (7), pp. 3671-3685. DOI:<u>10.1016/j.matdes.2011.03.011</u>

7. Kotik H.G., Ipina J.E.P. Short-beam shear fatigue behavior of fiber metal laminate (GLARE), *International Journal of Fatigue*, 2017, no. 95, pp. 236-242. DOI:<u>10.1016/j.</u> <u>ijfatigue.2016.11.001</u>

8. Ganbarov A.B. *Obosnovanie i razrabotka vibrodempfiruyushchego pokrytiya s uprugovoloknistoĭ strukturoĭ* (Substantiation and development of a vibration-damping coating with an elastic-fibrous structure), PhD thesis, Voronezh, 2004, 130 p. 9. Lur'e S.A., Dudchenko A.A., Nguen D.K. *Trudy MAI*, 2013, no. 75. URL: https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=49674

10. Carlsson LA, Adams DF, Pipes RB. *Experimental characterization of advanced composite materials*, CRC press, 2014, 256 p.

11. Kubit A., Trzepiecinski T., Klonica M., Hebda M., Pytel M. The influence of temperature gradient thermal shock cycles on the interlaminar shear strength of fibre metal laminate composite determined by the short beam test, *Composites Part B: Engineering*, 2019, vol. 176. DOI:10.1016/j.compositesb.2019.107217

12. Megahed M., Abd El-baky M.A., Alsaeedy A.M., Alshorbagy A.E. An experimental investigation on the effect of incorporation of different nanofillers on the mechanical characterization of fiber metal laminate, *Composites Part B: Engineering*, 2019, vol. 176. DOI: <u>10.1016/j.compositesb.2019.107277</u>

13. Rao S.S. Mechanical Vibrations, Addsion-Wesley, MA. 1995, 912 p.

14. Grigolyuk E.I., Selezov I.T. *Mekhanika deformiruemykh tverdykh tel. Neklassicheskie teorii kolebanii sterzhnei plastin i obolochek* (Mechanics of deformable solids Volume 5 Non-classical theories of oscillations of plates' rods and shells), Moscow, VINITI, 1973, vol. 5, 272 p.

15. Rabinskii L.N., Babaitsev A.V., Shesterkin P.S. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2022, vol. 27, no. 5, pp. 12.

16. Prokudin O.A., Solyaev Y.O., Babaytsev A.V., Artemyev A.V., Korobkov M.A. Dynamic characteristics of three-layer beams with load-bearing layers made of alumino-

glass plastic, *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, vol. 4, pp. 260–270. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.4.22

 Rikards R.B., Barkanov E.H. *Mekhanika kompozitnykh materialov*, 1991, no. 5, pp. 823-830.

18. Rikards R.B., Chate A.K., Kenzer M.L. Konechnyi element sloistoi balki. Sistemy avtomatizirovannogo proektirovaniya v mashinostroenii (Finite element of a layered beam.

Automated Design Systems in Mechanical Engineering), Riga, Znnatne, 1990, pp. 12-22.

19. Klimov A.K., Klimov D.A., Nizovtsev V.E., Ukhov P.A. Trudy MAI, 2013, no. 67.

URL: <u>https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=41486</u>

20. Kriven' G.I., Makovskii S.V. Trudy MAI, 2020, no. 114.

URL: <u>https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=118729</u>. DOI: <u>10.34759/trd-2020-114-03</u>

Статья поступила в редакцию 10.09.2022 Статья после доработки 12.09.2022 Одобрена после рецензирования 15.09.2022 Принята к публикации 12.10.2022 The article was submitted on 10.09.2022; approved after reviewing on 15.09.2022; accepted for publication on 12.10.2022