

Научная статья

УДК 621.373.826

URL: <https://trudymai.ru/publications.php?ID=186900>

EDN: <https://www.elibrary.ru/YRFSPD>

## МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОПТИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА И РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С УЧЕТОМ СТОХАСТИЧЕСКИХ ФАЗОВЫХ ИСКАЖЕНИЙ

С.Ю. Страхов, Н.В. Сотникова, О.А. Мишина✉

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Балтийский государственный технический университет  
«ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова», г. Санкт-Петербург, Россия

✉ [olga\\_a\\_mishina@mail.ru](mailto:olga_a_mishina@mail.ru)

---

**Цитирование:** Страхов С.Ю., Сотникова Н.В., Мишина О.А. Методика численного моделирования оптического резонатора и расчета параметров электромагнитного излучения с учетом стохастических фазовых искажений // Труды МАИ. 2025. № 145.

URL: <https://trudymai.ru/publications.php?ID=186900>

---

**Аннотация.** В работе представлена методика численного моделирования лазерных оптических систем, в частности, оптического резонатора, основанная на комплексировании различных средств численного моделирования. Предложено совместное использование оригинальной программы расчета резонатора, написанной в среде Delphi, для определения параметров электромагнитного излучения на выходе из лазерного резонатора и блока моделирования быстрого дискретного преобразования Фурье (БПФ) в среде MathCad для расчета транспортировки излучения в дальнюю зону (зону дифракции Фраунгофера).

Такое комплексирование позволяет существенно упростить оригинальный код программы расчёта резонатора в Delphi за счет исключения из него алгоритмов БПФ и их переноса в MathCad, который в отличие от Delphi имеет соответствующие библиотечные модули. В статье рассмотрены общий алгоритм расчета, его основные модули и представлены результаты моделирования

оптического резонатора при наличии случайных неоднородностей на его зеркалах и (или) в активной среде лазера.

В работе также обсуждаются особенности применения стандартных алгоритмов БПФ для моделирования распространения лазерного излучения в дальнюю зону и расчета его основных параметров – угла расходимости, числа Штреля, параметра оптического качества  $M^2$ .

**Ключевые слова:** оптический резонатор, дифракционное приближение, численное моделирование, число Штреля, критерий  $M^2$ .

**Финансирование:** работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (НИР «Разработка и исследование методов управления группами автономных беспилотных летательных аппаратов на основе перспективных систем информационного обеспечения и взаимодействия между отдельными аппаратами в группе», FZWF-2024-0002).

---

## METHODOLOGY FOR NUMERICAL SIMULATION OF AN OPTICAL RESONATOR AND CALCULATION OF ELECTROMAGNETIC RADIATION PARAMETERS TAKING INTO ACCOUNT STOCHASTIC PHASE DISTORTIONS

S.Yu. Strakhov, N.V. Sotnikova, O.A. Mishina✉

<sup>1</sup>Baltic state technical university «VOENMEH» named after D. F. Ustinov,  
Saint Petersburg, Russia

✉ [olga\\_a\\_mishina@mail.ru](mailto:olga_a_mishina@mail.ru)

---

**Citation:** Strakhov S.Yu., Sotnikova N.V., Mishina O.A. Methodology for numerical simulation of an optical resonator and calculation of electromagnetic radiation parameters taking into account stochastic phase distortions // Trudy MAI. 2025. No. 145. (In Russ.).  
URL: <https://trudymai.ru/publications.php?ID=186900>

---

**Abstract.** The paper presents a methodology for numerical modeling of laser optical systems, in particular, an optical resonator, based on the integration of various numerical modeling tools. It is proposed to jointly use an original resonator calculation program written in the Delphi to determine the parameters of electromagnetic radiation at the

output of a laser resonator and a fast discrete Fourier transform (FFT) modeling block in the MathCad to calculate the transport of radiation into the far zone (Fraunhofer diffraction zone).

This integration allows to significantly simplify the original code of the resonator calculation program in Delphi by excluding the FFT algorithms from it and transferring them to MathCad, which, unlike Delphi, has the corresponding library modules. The article discusses the general calculation algorithm, its main modules, and presents the results of modeling an optical resonator in the presence of random inhomogeneities on the mirrors on the optical resonator and (or) in the laser active medium.

The paper also discusses the features of using standard FFT algorithms for modeling the propagation of laser radiation into the far zone and calculating its main parameters – the divergence angle, the Strehl ratio, and the optical quality parameter M2.

**Keywords:** optical resonator, diffraction approximation, numerical simulation, Strehl ratio, optical quality parameter M2.

**Funding:** This work was supported financially by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (Research Project: “Development and Study of Methods for Controlling Groups of Autonomous Unmanned Aerial Vehicles Based on Advanced Information Support Systems and Inter-Vehicle Interaction within the Group”, FZWF 2024-0002).

---

### **Постановка задачи моделирования**

Использование лазерной системы воздушного базирования для борьбы с космическим мусором и поддержания орбит низкоорбитальных космических аппаратов обладает рядом особенностей. Теоретически и экспериментально исследованы теплофизические и оптические методы стабилизации характеристик твердотельного лазера для его применения в системах лазерной космической связи и лазерной дальнометрии. Обоснована возможность очистки околоземного космического пространства от опасных фрагментов космического мусора с помощью космической лазерной установки на основе крупноразмерного автономного непрерывного химического HF-лазера [1].

Как известно, любой лазер включает в себя активную среду, систему накачки и оптическую систему, ключевым элементом которой является оптический резонатор. В качестве примера на рисунке 1 представлена принципиальная схема твердотельного лазера, активная среда которого представляет собой кристалл или аморфный диэлектрик (корунд  $Al_2O_3$ , иттрий-алюминиевый гранат  $Y_3Al_5O_{12}$ , стекло), содержащий наряду с основными элементами матрицы ионы примеси-активатора ( $Cr^{3+}$ ,  $Nd^{3+}$ ,  $Sm^{3+}$ ,  $Ni^{3+}$ ,  $Fr^{3+}$  и др.), в которых создается инверсная населенность, и которые обеспечивают электромагнитное излучение оптического диапазона [2, 3].

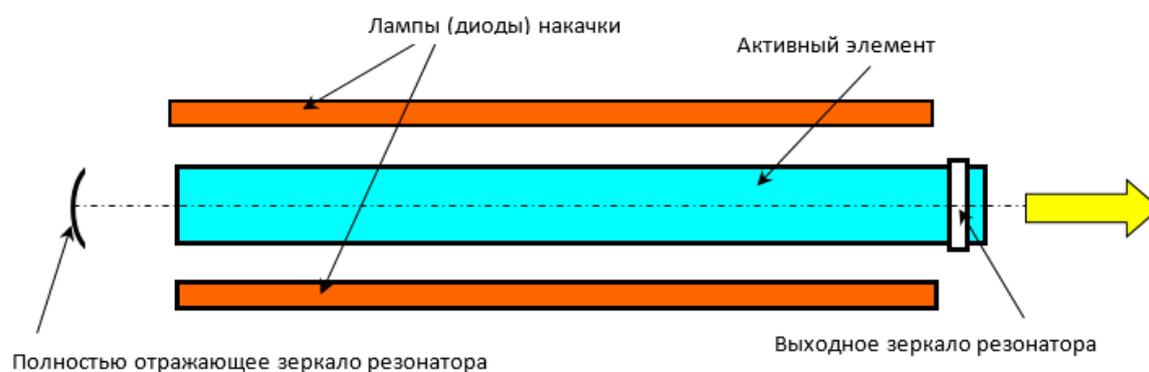


Рисунок 1 – Принципиальная схема твердотельного лазера.

Важнейшим элементом лазера, во многом определяющим его параметры, является оптический резонатор, состоящий в общем случае из двух зеркал. Причем, если рассматривать перспективные типы лазеров [4-9], обладающие высокой мощностью и малой угловой расходимостью излучения, то следует говорить о так называемых неустойчивых резонаторах, в которых вывод излучения осуществляется, не за счет применения полупрозрачного выходного зеркала, а за счет последовательного расширения пучка в телескопическом резонаторе до размеров, больших выходного зеркала (рисунок 2) [10, 11].

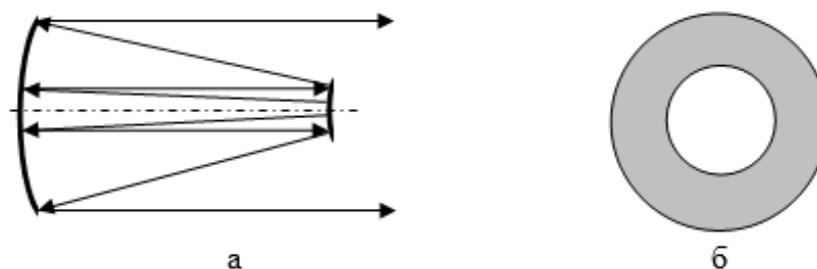


Рисунок 2 – Конфигурация неустойчивого телескопического резонатора (а) и форма выходного пучка – апертура излучения (б).

При этом лазерный пучок, покидая резонатор, будет иметь кольцевую апертуру за счет экранирования центральной области малым зеркалом.

Формальная постановка задачи математического (численного) моделирования оптического резонатора состоит в следующем. Необходимо определить распределение амплитуды и фазы электромагнитной волны на выходе из резонатора (в апертуре) с учетом распространения излучения в активной среде и многократного отражения от зеркал, а также – определить мощность (энергию) излучения и интегральные показатели оптического качества излучения такие как расходимость, параметр  $M^2$ , число Штреля [10, 12]. При этом следует учесть влияние возможных внутрирезонаторных неоднородностей на формирование излучения в резонаторе, в том числе: отклонения формы зеркал, вызванные технологическими погрешностями и термдеформациями в процессе работы лазера, неоднородности показателя преломления и коэффициента усиления активной среды. Такие неоднородности вызывают соответствующие фазовые искажения волнового фронта излучения.

В данной работе рассмотрена методика моделирования неустойчивого резонатора, в котором в качестве внутрирезонаторных неоднородностей выступали искажения формы зеркал, а активная среда считалась однородной, как по показателю преломления, так и по коэффициенту усиления, т.е. не вносила дополнительных искажений ни в амплитудное, ни в фазовое распределение проходящего через нее луча. Это допущение не является принципиальным ограничением, т.к. представленные ниже алгоритмы и подходы к моделированию оптического резонатора не зависят от конкретного типа и локализации внутрирезонаторных неоднородностей. Также отметим, что основной акцент в работе делается на случайные (стохастические) неоднородности, как наиболее сложные, что не препятствует применению разработанных алгоритмов для учета и регулярных неоднородностей.

## Дифракционное и геометрическое приближение при моделировании оптического резонатора

Моделирование оптической системы резонатора можно проводить в двух вариантах:

- 1) в дифракционном приближении,
- 2) в геометрическом приближении.

Моделирование резонатора в дифракционном приближении является наиболее точным, максимально приближенным к реальной ситуации, т.к. при этом мы учитываем волновые свойства света, в частности, дифракцию.

Математическое моделирование оптических процессов в дифракционном приближении основывается на численном решении параболического волнового уравнения; алгоритм такого решения состоит в следующем [12-15]. Резонатор с активной средой (АС) делится на несколько сегментов в направлении вдоль оси распространения излучения. Границами между сегментами являются экраны. Экраны разбиваются прямоугольной сеткой. Центральная область сетки вписывается в апертуру пучка, а оставшиеся узлы (по одинаковому количеству с каждой стороны) представляют собой «охранную зону». Наличие охранных зон обусловлено необходимостью аподизации (сглаживания) границ пучка при математическом моделировании. На рисунке 3 показана схема дифракционного расчета.

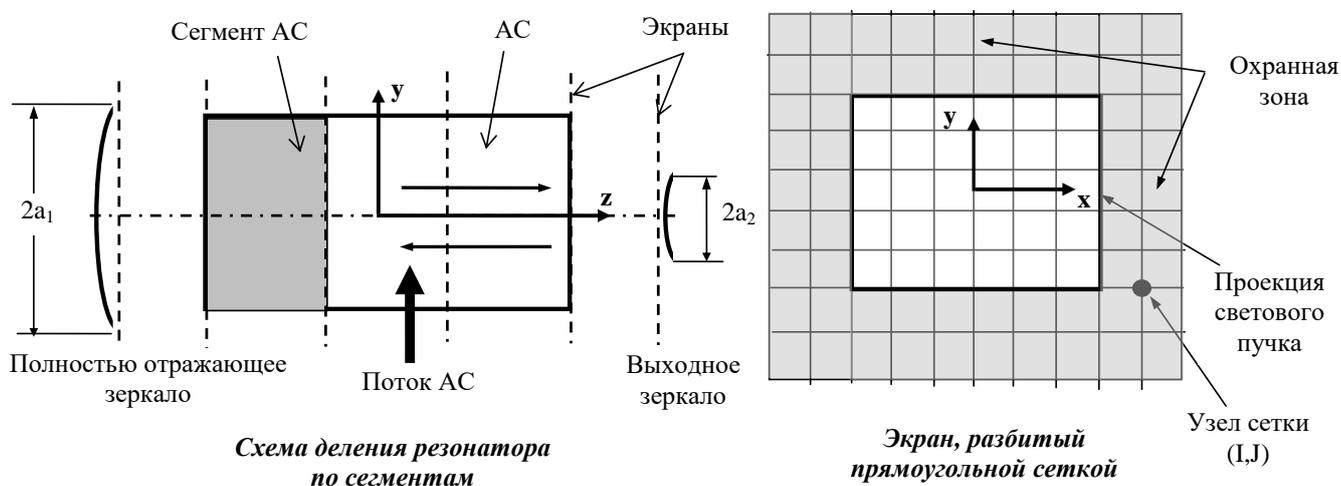


Рисунок 3 – Схема дифракционного расчета резонатора.

Расчет «стартует» от произвольного экрана, например, совпадающего с выходным зеркалом резонатора. На этом экране задается начальное распределение комплексной амплитуды поля.

Комплексная амплитуда поля на любом  $i$ -м экране представляется в виде Фурье-спектра следующим образом:

$$u_i(x, y) = \iint P_i(v_x, v_y) \cdot \exp(-j2\pi v_x x - j2\pi v_y y) dv_x dv_y,$$

где  $P_i(v_x, v_y) = \iint u_i(x, y) \cdot \exp(j2\pi v_x x + j2\pi v_y y) dx dy$  - частотный спектр комплексной амплитуды поля на  $i$ -м экране.

Распространение волны между экранами считается свободным (пустое пространство), и определяется только дифракцией. В этой связи пространственно-частотное распределение на следующем  $(i+1)$ -м экране записывается в виде:

$$P_{i+1}(v_x, v_y) = P_i(v_x, v_y) \cdot \exp(j\pi L \lambda (v_x^2 + v_y^2)).$$

Тогда комплексная амплитуда поля на этом экране представляется как Фурье-преобразование спектра  $P_{i+1}$ :

$$u_{i+1}(x, y) = \iint P_{i+1}(v_x, v_y) \cdot \exp(-j2\pi v_x x - j2\pi v_y y) dv_x dv_y.$$

Далее комплексная амплитуда поля световой волны умножается на амплитудно-фазовый множитель  $A_i$ , характеризующий интегральные усилительные и аберрационные свойства АС внутри сегмента, расположенного между  $i$ -м и  $(i+1)$ -м экранами:

$$u_{i+1}(x, y, z) = u_i(x, y, z) A_i(x, y),$$

$$A_i(x, y) = \exp(j\varphi_i(x, y)) \cdot \exp(g_i(x, y) \cdot L_i/2),$$

где  $\varphi_i(x, y)$  - изменение фазы излучения при прохождении АС в сегменте (или при отражении от зеркала),  $g_i(x, y)$  - коэффициент усиления АС в сегменте,  $L_i$  - протяженность сегмента.

Расчет продолжается до получения установившегося решения на выбранном экране, например, совпадающем с выходным зеркалом.

При моделировании оптических процессов возможно их «сопряжение» с другими физическими процессами, определяющими параметры активной среды (показатель преломления и коэффициент усиления); это осуществляется через

функции коэффициента усиления  $g_i(x,y)$  и функции, описывающие сдвиги фаз из-за неоднородности показателя преломления АС или искажения формы зеркал -  $\varphi_i(x,y)$ . Такие функции либо задаются, либо определяются на основе математических моделей различных физических процессов в резонаторе [12-14].

При моделировании в геометрическом приближении эффект дифракции не учитывается, и мы можем рассматривать ход лучей в резонаторе с использованием методов геометрической оптики. Такое приближение в ряде случаев является менее точным, чем дифракционное, а иногда и вовсе неприменимо, т.к. результаты расчетов сильно отличаются от реальной картины. Однако в ряде случаев геометрическое приближение является рациональным выбором, т.к. позволяет получить точное решение при малых затратах машинного времени.

Действительно, влияние дифракции начинает сильно сказываться при числах Френеля резонатора  $N_F = \frac{d_1^2}{4\lambda L} < 10$  (обозначения соответствуют рисунку 4) [10].

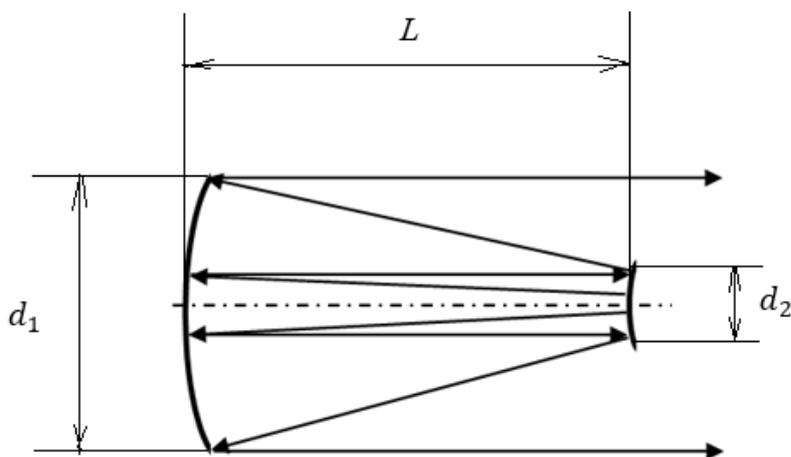


Рисунок 4 – Принципиальная схема оптического резонатора.

В то же время, для лазеров ближнего ИК диапазона числа Френеля неустойчивых резонаторов составляют несколько десятков или даже сотен единиц. Поэтому для неустойчивых телескопических резонаторов «положительной ветви» (рисунок 4) рациональным выбором будет являться именно геометрическое приближение в расчетах, то есть - без учета дифракции.

Однако для расчёта транспортировки (передачи) излучения в дальнюю зону (зону дифракции Фраунгофера) нам будет необходим учет дифракции, т.к. в этом случае он играет определяющую роль в распределении энергии излучения [10].

### Методика расчета резонатора в геометрическом приближении

Рассмотрим неустойчивый телескопический оптический резонатор (рисунок 4). Как известно, формирование моды в таком резонаторе осуществляется в узкой приосевой области, поперечный размер которой можно считать равным диаметру первой зоны Френеля [2]:

$$d_0 \sim 2\sqrt{\lambda \cdot L}, \quad (1)$$

где  $L$  – длина резонатора,  $\lambda$  – длина волны излучения.

За счет отражения от зеркал и действия дифракции приосевой пучок диаметром  $d \leq d_0$  за определенное число проходов по резонатору увеличивает свой поперечный размер до диаметра  $d_2 < d < d_1$  и выходит из резонатора. Для простоты расчетов пренебрежём действием дифракции, что, как уже говорилось выше, допустимо при больших числах Френеля резонатора. Также будем считать, что на выходе из резонатора  $d \approx d_1$ , что также вполне допустимо, так как и первоначальный поперечный размер пучка определяется по соотношению (1) приближенно.

Зная коэффициент увеличения резонатора  $m$  и поперечный размер зеркала  $d_1$ , можно оценить число полных проходов  $N$  через резонатор (каждый полный проход – это два отражения от зеркал и два прохода через АС), после которого пучок его покинет, используя соотношение:

$$m^N \cdot d_0 = d_1, \quad (2)$$

откуда

$$N = \frac{\ln d_1/d_0}{\ln m} = \log_m \frac{d_1}{d_0}. \quad (3)$$

Введем еще некоторые обозначения:

$\sigma$  - среднеквадратичное отклонение (СКО) формы зеркала;

$\overline{\Delta\varphi_{rms1}}$  - СКО волнового фронта (ВФ) излучения при однократном отражении от зеркала;

$\overline{\Delta\varphi_{rms}}$  - суммарное СКО фазы за все время существования излучения в резонаторе, т.е. после  $2N$  отражений от зеркал.

Моделирование резонатора в геометрическом приближении осуществлялось по технологии «фазовых экранов». Вначале задавалось равномерное распределение фазы в поперечном направлении лазерного пучка. Первичный диаметр пучка составлял величину  $d_0$  (1). Далее определялось примерное число полных проходов через резонатор (3) до того, как пучок покинет резонатор через выходное зеркало.

Затем пучок последовательно «распространялся» между зеркалами, увеличиваясь в поперечном размере на величину  $t$  на каждом полном проходе, а при «отражении» от зеркал к двумерному распределению фазы ВФ добавлялась двумерная функция, определяющая фазовые искажения за счет отклонений формы поверхности зеркала.

Зеркало в рамках данной задачи моделировалось в виде случайного поля фаз. Исходным материалом при моделировании случайных полей являются независимые случайные числа. Совокупность таких чисел рассматривается как  $\delta$ -коррелированное случайное поле или просто  $\delta$ -поле.  $\delta$ -поле является обобщением дискретного белого шума на случай нескольких переменных. Моделирование такого поля осуществляется так: пространственно-временной координате ставится в соответствие выбранное значение числа из датчика нормальных случайных чисел с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Стационарное однородное скалярное нормальное случайное поле полностью задается своей пространственно-временной корреляционной функцией. В рамках данной задачи было принято решение, что наиболее точно распределение фазы зеркала отражает экспоненциально-косинусная корреляционная функция [16].

Моделирование случайного поля с экспоненциально-косинусной корреляционной функцией проводилось следующим образом:

1) формируется  $\delta$ -поле нужной размерности и заполняется независимыми отсчетами с нормальным законом распределения  $X_\delta[i, j]$ ;

2) с помощью алгоритмов моделирования случайных процессов (в данном случае с экспоненциальной корреляционной функцией) производим фильтрацию вдоль оси  $x$ :

$$\varepsilon'[i, j] = a_0 \cdot X_\delta[i, j] + a_1 \cdot X_\delta[i - 1, j] + b_1 \cdot \varepsilon'[i - 1, j] + b_2 \cdot \varepsilon'[i - 2, j],$$

где  $\rho_x = e^{-\alpha\Delta x}$  – коэффициент корреляции вдоль координаты  $x$ ,  $a_0 = \sigma\alpha_1$ ,  $a_1 =$

$$\sigma \frac{\alpha_0}{\alpha_1}, b_1 = 2\rho \cdot \cos(\omega_0\Delta x), b_2 = -\rho^2, \alpha_0 = \rho(\rho^2 - 1)\cos(\omega_0\Delta x), \alpha_1 = \sqrt{\frac{\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - 4\alpha_0^2}}{2}},$$

$$\alpha_2 = 1 - \rho^4;$$

3) производим аналогичную процедуру фильтрации вдоль оси  $y$ . Моделирование может проводится методом рекуррентных уравнений или методом скользящего суммирования.

$$\varepsilon[i, j] = a_0 \cdot \varepsilon'[i, j] + a_1 \cdot \varepsilon'[i, j - 1] + b_1 \cdot \varepsilon[i, j - 1] + b_2 \cdot \varepsilon[i, j - 2],$$

где  $\rho_y = e^{-\alpha\Delta y}$  – коэффициент корреляции вдоль координаты  $y$ ,  $a_0 = \sigma\alpha_1$ ,  $a_1 =$

$$\sigma \frac{\alpha_0}{\alpha_1}, b_1 = 2\rho \cdot \cos(\omega_0\Delta y), b_2 = -\rho^2, \alpha_0 = \rho(\rho^2 - 1)\cos(\omega_0\Delta y), \alpha_1 = \sqrt{\frac{\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - 4\alpha_0^2}}{2}},$$

$$\alpha_2 = 1 - \rho^4.$$

Основными количественными параметрами, определяющими при моделировании фазовых искажений, вносимые зеркалом, являются СКО формы зеркала ( $\sigma$ ) и коэффициент корреляции  $\rho$  соседних точек случайного процесса, описывающего геометрию отражающей поверхности зеркала [16]. С точки зрения практического применения более удобным видится понятие «радиуса корреляции»  $r_0$  – минимального расстояния между «некоррелированными» точками зеркала. По сути, радиус корреляции равен размеру области локальной деформации поверхности зеркала (и, соответственно, ВФ), и, если речь бы шла о регулярных деформациях, описываемых периодической функцией, то радиус корреляции был бы равен периоду.

В таблице 1 представлена связь коэффициента корреляции с абсолютным и относительным радиусом корреляции для случая, когда величина  $d_1 = 0,2$  м.

Связь коэффициента и радиуса корреляции

Коэффициент корреляции $\rho$	Радиус корреляции $r_0$ , м	Отношение $r_0/d_1$
0,1	0,000169 м	0,000845
0,5	0,00056 м	0,0028
0,7	0,001 м	0,005
0,9	0,0037 м	0,0185
0,99	0,039 м	0,195
0,995	0,078 м	0,39

Влияние возможных неоднородностей амплитуды по апертуре лазерного пучка на оптическое качество излучения, как известно, существенно ниже, чем влияние искажений фазы, поэтому им можно пренебречь [10]. В расчетах амплитуда в поперечном сечении пучка считалась равномерной и равной 1 в области «занятой» излучением и равной 0 в области, где излучение отсутствует. На выходе из резонатора в поперечном сечении пучка выделялась кольцевая апертура: внутри ее амплитуда равнялась 1, вне – нулю.

Структура алгоритма программы, позволяющая моделировать резонатор по технологии «фазовых экранов» представлена на рисунке 5.



Рисунок 5 – Алгоритм программы моделирования работы резонатора.

Программа создана в среде Borland Delphi 7 [17, 18], имеет дружественный интерфейс и позволяет гибко менять основные входные параметры. Размерность случайного поля фаз в расчетах принималась равной 512x512.

Основные входные параметры программы и диапазоны их изменения:

- коэффициент увеличения резонатора  $m$  варьируется в диапазоне 1,3 - 2,
- длина волны излучения  $\lambda=1$  мкм,
- длина резонатора  $L=1,5$  м,
- диаметры зеркал резонатора  $d_1=0,2$  м,  $d_2= d_1/m$ ,
- относительное СКО формы зеркала  $\sigma/\lambda$  варьируется в диапазоне 0...1,
- относительный радиус корреляции  $r_0/d_1$  варьируется в диапазоне 0,01...0,2.

На рисунке 6, в качестве примера, представлены результаты моделирования фазового поля с разными коэффициентами корреляции.

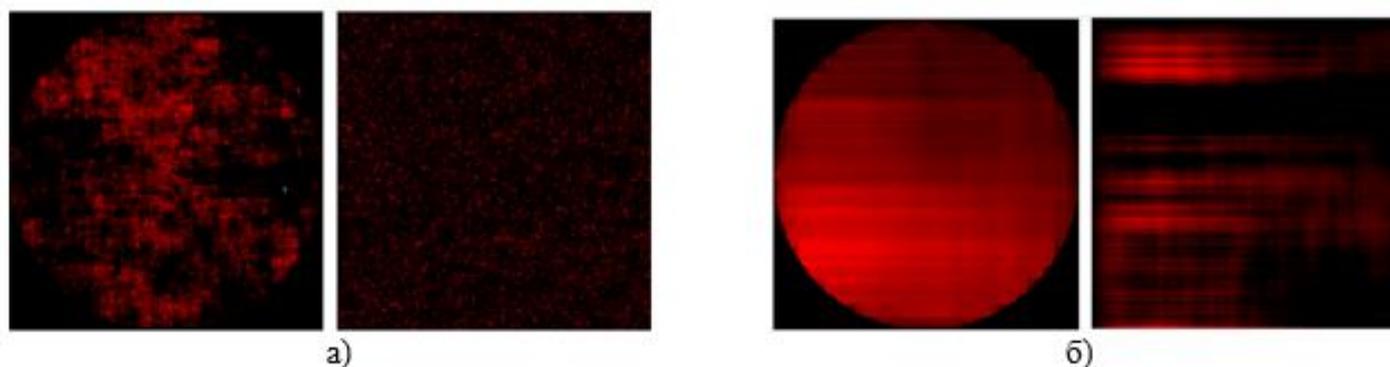


Рисунок 6 – Результаты моделирования фазового фронта на выходе резонатора с параметрами  $L= 1.5$  м,  $\lambda=1$  мкм и распределение фаз зеркала при следующих параметрах:

а)  $\rho=0.7$ ,  $\sigma =0.1\lambda$  м,  $m=2$ ; б)  $\rho=0.99$ ,  $\sigma =0.1\lambda$  м,  $m=2$ .

### **Методика расчета дальней дифракционной зоны и показателей оптического качества излучения**

Определение показателей оптического качества излучения – параметра  $M^2$ , числа Штреля и угловой расходимости возможно приближенно с использованием эмпирических формул по результатам расчета амплитуды и фазы излучения на выходе из резонатора [10], однако точность таких расчетов невелика, а диапазон применимости эмпирических формул достаточно узкий. Поэтому, для

определения показателей оптического качества излучения нами проводился расчет распространения излучения в дальнюю дифракционную зону (зону дифракции Фраунгофера), построение диаграммы направленности излучения и графика ее «энергетического наполнения». Для этого осуществлялось преобразование Фурье для комплексной амплитуды поля после резонатора. Структура алгоритма программы определения показателей оптического качества, созданной в среде MathCad, представлена на рисунке 7 [19, 20].

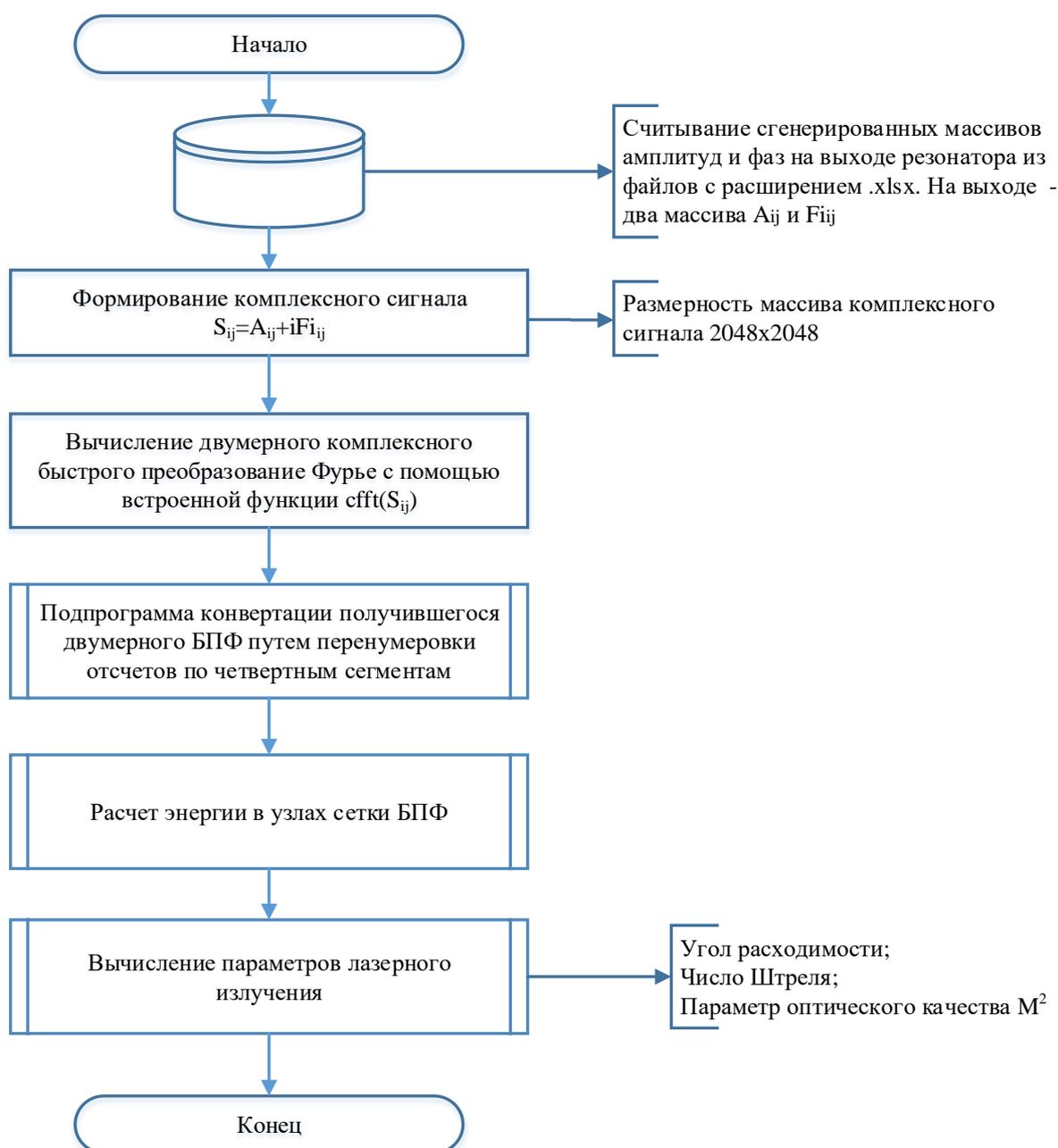


Рисунок 7 - Алгоритм программы вычисления показателей оптического качества.

Следует обратить внимание, что для получения достаточного разрешения в области, описывающей дальнюю зону дифракции, необходимо увеличить размерность исходного поля на выходе из резонатора. В частности, мы искусственно расширяли размерность поля исходного излучения с 512x512 до 2048x2048, формируя «охранную зону», благодаря чему в области отсчётов после БПФ мы имели достаточное разрешение для определения количественных параметров излучения.

Расчет энергии излучения в узлах сетки проводился по соотношению:

$$E_{ij} = \sqrt{(Re(F_{ij}))^2 + (Im(F_{ij}))^2}$$

где  $F_{ij}$  – двумерный массив двумерного комплексного БПФ после перенумеровки отсчетов по четвертным сегментам.

На рисунке 8 представлен пример графика зависимости энергии излучения в дальней зоне в относительных единицах от номеров узлов сетки (показана центральная область).

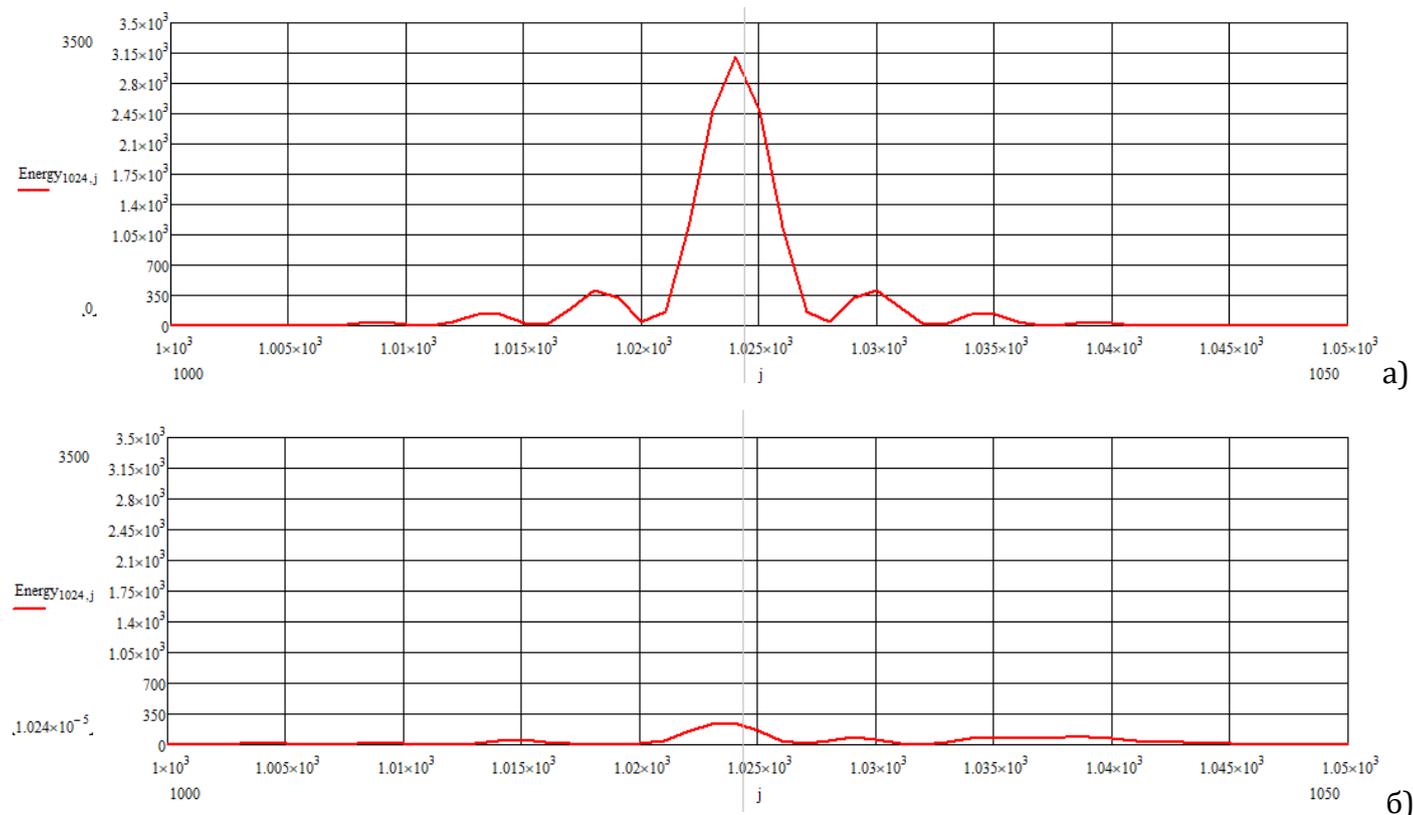


Рисунок 8 – Распределение энергии излучения в дальней зоне:

а – при  $\sigma = 0$ ,  $m = 1.5$ ,  $\rho = 0.98$

(диаграмма направленности для «идеального» излучения – излучения с плоским ВФ);

б – при  $\sigma = 0.1\lambda$ ,  $m = 1.5$ ,  $\rho = 0.98$

(диаграмма направленности для «реального» излучения – излучения с искаженным ВФ).

Для вычисления параметра  $M^2$  следует на основании распределения энергии в дальней зоне построить график «энергетического наполнения» для идеального случая ( $\sigma = 0$ ) и случая, когда  $\sigma \neq 0$ .

Энергетическое наполнение – это количество энергии, которое содержится в условном конусе, ось которого совпадает с направлением распространения излучения. Угол при вершине конуса является определяющим: если этот угол равен нулю, значит и количество энергии в конусе равно нулю, с увеличением угла количество энергии внутри конуса стремится к полной энергии лазерного излучения. Абсолютное значение угла будет зависеть от длины волны излучения, формы и размеров излучающей апертуры. Мы можем использовать относительный угол, т.к. нас интересует параметр оптического качества  $M^2$ , который является отношением угла, содержащего фиксированное количество энергии излучения с фазовыми искажениями, к аналогичному углу для излучения с идеальным волновым фронтом (т.е. имеющим постоянную фазу).

На рисунке 9 в качестве примера показана зависимость энергетического наполнения от относительного угла при вершине конуса для идеального излучения и излучения с фазовыми аберрациями.

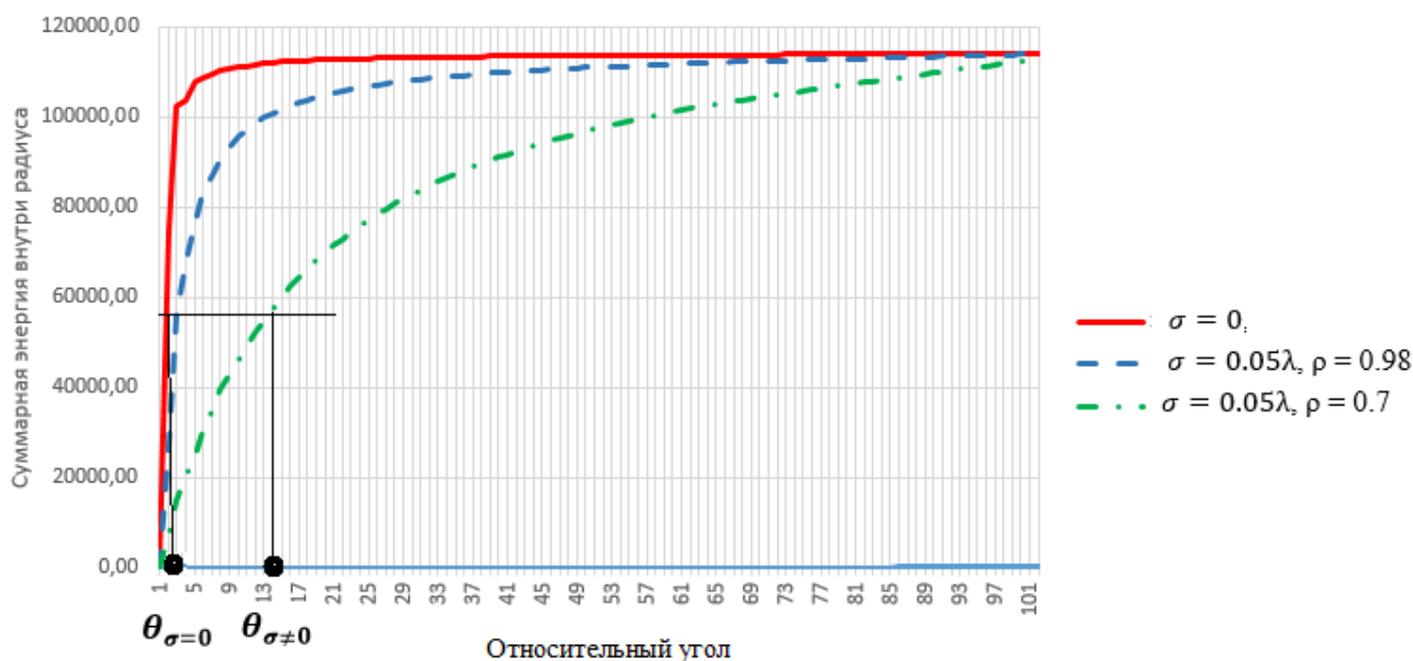


Рисунок 9 - Энергетическое наполнение в дальней зоне ( $m = 1.5$ ).

Если мы отметим уровень, где количество энергии, содержащейся в конусе, составляет 50% от полной энергии излучения, то по отношению углов для «реального» и идеального излучения мы определим параметр  $M^2$ :

$$M^2 = \theta_{\sigma \neq 0} / \theta_{\sigma = 0}$$

Также по диаграммам направленности излучения могут быть определены и другие показатели оптического качества – угол расходимости и число Штреля.

### **Заключение**

Моделирование оптического резонатора при числах Френеля, больших 10, можно осуществлять в геометрическом приближении, так как влияние дифракции в этом случае невелико. Такое моделирование существенно проще и быстрее, чем расчет в дифракционном приближении. Кроме того, предложенная в работе методика моделирования, основанная на расчете геометрического хода лучей внутри резонатора, обеспечивает стопроцентную сходимость расчетов, высокую точность и достоверность получаемых результатов. В то время как расчет резонатора в дифракционном приближении при использовании численного решения параболического волнового уравнения зависит от правильного выбора расчетной области, ее дискретизации; достоверность результатов дифракционного расчета должна проверяться, в том числе, их «сходимостью по сетке» и сравнением с результатами аналогичных расчетов резонатора в геометрическом приближении. Поэтому к моделированию резонатора в дифракционном приближении имеет смысл прибегать при числах Френеля, меньших 10.

Расчет параметров «оптического качества» излучения – критерия  $M^2$ , угловой расходимости, числа Штреля, хотя и можно осуществлять приближенно, по соответствующим эмпирическим формулам, но более корректно это можно сделать по распределению энергии излучения в дальней дифракционной зоне (по диаграмме направленности излучения), которое, в свою очередь, определяется БПФ над функцией комплексной амплитуды поля на выходе из резонатора.

При применении БПФ для обеспечения достаточного разрешения в дальней зоне следует искусственно увеличить исходную расчетную область, где задается комплексная амплитуда поля, формируя «охранную зону» с нулевой комплексной амплитудой поля. Моделирование показало, что при получении комплексной амплитуды поля после резонатора на расчетной области  $512 \times 512$ , ее достаточно расширить в четыре раза – до размерности  $2048 \times 2048$ . В этом случае после БПФ мы получим распределение энергии излучения в дальней зоне, имеющее значимые уровни в  $\sim 50$  центральных узлах сетки, что вполне достаточно для точного расчета показателей оптического качества.

Задачи моделирования оптического резонатора и расчета распределения энергии излучения в дальней дифракционной зоне с определением по нему показателей оптического качества излучения рационально разделить и выполнять различными программными средствами. В частности, в данной работе для решения первой задачи использовалась оригинальная программа расчета резонатора [18], написанная в среде Delphi, а для решения второй задачи применялся блок БПФ среды MathCad, имеющий соответствующие библиотечные модули, дополненный модулем преобразования и обработки получаемых данных [20]. Такое комплексирование позволило существенно упростить и ускорить решение поставленных задач.

Несмотря на наличие ряда передовых разработок лазерных систем космической связи в настоящее время ведутся направления, связанные, как с разработкой систем в целом, их элементов и инфраструктуры, так и сопутствующих направлений [21]. В связи с этим, задача моделирования оптического резонатора актуальна ввиду того, что оптический резонатор является ключевым элементом лазера.

---

### **Конфликт интересов**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### **Conflict of interest**

The authors declare no conflict of interest.

## Список источников

1. Авдеев А.В., Метельников А.А. Теоретическая разработка лидарной установки космического базирования на основе непрерывного химического df-лазера для мониторинга атмосферы // Труды МАИ : электрон. журн. 2015. № 81. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=57833>.
2. Звелто О. Принципы лазеров. М. : Мир, 1980. 560 с.
3. Борейшо А.С., Ивакин С.В. Лазеры: устройство и действие: учебное пособие для вузов. СПб. : Лань, 2023. 304 с.
4. Возможности использования авиационной лазерной системы для борьбы с космическим мусором и поддержания орбит космического аппарата / И.Р. Ашурбейли, А.И. Лаговьер, А.Б. Игнатъев, А.В. Назаренко // Труды МАИ. 2011. № 43. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=24856>
5. Авдеев А.В. Особенности получения и усиления коротких импульсов излучения в активных средах HF-НХЛ//Труды МАИ : электрон. журн. 2012. № 52. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=29454>.
6. Авдеев А.В., Метельников А.А. Бортовая лазерная силовая установка для борьбы с космическим мусором // Труды МАИ : электрон. журн. 2016. № 89. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=72840>.
7. Ледков А.С., Белов А.А., Тчанников И.А. Сравнение эффективности использования лазерной абляции и ионного потока для бесконтактной уборки космического мусора с квазикруговой орбиты // Труды МАИ : электрон. журн. 2022. № 127. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=170321>.
8. Старовойтов Е.И. Характеристики лазерных локационных систем для коррекции бесплатформенной инерциальной навигационной системы беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ : электрон. журн. 2018. № 102. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=98911>.
9. Непрерывные химические лазеры: учебное пособие для вузов / А.С. Борейшо, И.А. Фёдоров, С.Ю. Страхов, И.А. Киселев СПб. : Лань, 2025. 456 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/483032> (дата обращения: 22.07.2025).
10. Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. М. : Наука, 1979. 328 с.

11. Борейшо А.С., Страхов С.Ю. Системное проектирование лазерной и оптоэлектронной техники: учебное пособие. Вологда : Инфра-Инженерия, 2024. 204 с.
12. Неоднородности активной среды и оптическое качество излучения сверхзвуковых химических кислородно-йодных лазеров / А.С. Борейшо, С.Л. Дружинин, В.В. Лобачев, А.В. Савин, С.Ю. Страхов, А.В. Трилис // Квантовая электроника. 2007. Т. 37, № 9. С. 831–836.
13. Савин А.В., Страхов С.Ю., Дружинин С.Л. Неустойчивые резонаторы мощных химических кислородно-йодных лазеров // Квантовая электроника. 2006. Т. 36, № 9. С. 867–873.
14. Лобачев В.В., Страхов С.Ю. Эффективность неустойчивого резонатора мощного лазера со стохастическими фазовыми неоднородностями в активной среде // Квантовая электроника. 2006. Т. 36, № 2. С. 134–138.
15. Страхов С.Ю. Ограничения в реализации многопроходных неустойчивых резонаторов // Квантовая электроника. 2009. Т. 39, № 12. С. 1153–1158.
16. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М. : Сов. радио, 1971. 328 с.
17. Фаронов В.В. Delphi. Программирование на языке высокого уровня: учебник для вузов. СПб. : Питер, 2004. 640 с.
18. Программа для моделирования неустойчивого резонатора в приближении геометрической оптики : свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ RU 2023669796 / Сотникова Н.В., Страхов С.Ю. Заявл. № 2023669201, 20.09.2023 ; опублик. 20.09.2023, Открытый реестр ФИПС. 1 с.
19. Макаров Е. Инженерные расчеты в Mathcad15 : учебный курс. СПб. : Питер, 2011. 400 с.
20. Программа расчета диаграммы направленности излучения в зоне дифракции Фраунгофера и определения показателей оптического качества излучения : свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ RU 2023669890 / Сотникова Н.В., Страхов С.Ю. Заявл. № 2023669304, 21.09.2023 ; опублик. 21.09.2023, Открытый реестр ФИПС. 1 с.

## References

1. Avdeev A.V., Metel'nikov A.A. Trudy MAI: elektron. zhurn., 2015, no. 81. Available at: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=57833>.
2. Zvelto O. Printsipy lazerov [Principles of lasers], Moscow, Mir, 1980, 560 p.
3. Boreisho A.S., Ivakin S.V. Lazery: ustroystvo i deistvie: uchebnoe posobie dlya vuzov, Saint Petersburg, Lan', 2023, 304 p. (In Russ.).
4. Ashurbeyli I.R., Lagovier A.I., Ignatyev A.B., Nazarenko A.V. Trudy MAI: elektron. zhurn., 2011, no. 43. Available at: <http://trudymai.ru/published.php?ID=24856>.
5. Avdeev A.V. Trudy MAI: elektron. zhurn., 2012, no. 52. Available at: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=29454>.
6. Avdeev A.V., Metel'nikov A.A. Trudy MAI: elektron. zhurn., 2016, no. 89. Available at: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=72840>
7. Ledkov A.S., Belov A.A., Tchannikov I.A. Trudy MAI: elektron. zhurn., 2022, no. 127. Available at: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=170321>.
8. Starovoitov E.I. Trudy MAI: elektron. zhurn., 2018, no. 102. Available at: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=98911>.
9. Boreisho A.S., Fedorov I.A., Strakhov S.Yu., Kiselev I.A. Nepreryvnye khimicheskie lazery: uchebnoe posobie dlya vuzov, Saint Petersburg, Lan', 2025, 456 p. Available at: <https://e.lanbook.com/book/483032> (accessed: 22.07.2025). (In Russ.).
10. Ananyev Yu.A. Opticheskie rezonatory i problema raskhodimosti lazernogo izlucheniya [Optical resonators and the problem of laser radiation divergence], Moscow, Nauka, 1979, 328 p.
11. Boreisho A.S., Strakhov S.Yu. Sistemnoe proektirovanie lazernoi i optoelektronnoi tekhniki: uchebnoe posobie, Vologda, Infra-Ingeneriya, 2024, 204 p. (In Russ.).
12. Boreisho A.S., Druzhinin S.L., Lobachev V.V., Savin A.V., Strakhov S.Yu., Trilis A.V. Quantum Electronics, 2007, vol. 37, no. 9, pp. 831–836.
13. Savin A.V., Strakhov S.Yu., Druzhinin S.L. Quantum Electronics, 2006, vol. 36, no. 9, pp. 867–873.
14. Lobachev V.V., Strakhov S.Yu. Quantum Electronics, 2006, vol. 36, no. 2, pp. 134–138.

15. Strakhov S.Yu. Quantum Electronics, 2009, vol. 39, no. 12, pp. 1153–1158.
16. Bukov V.V. Tsifrovoye modelirovaniye v statisticheskoy radiotekhnike, Moscow, Sov.radio, 1971, 328 p. (In Russ.).
17. Faronov V.V. Delphi. Programirovaniye na yazyke vusokogo urovnya: uchebnik dlya vuzov, Saint Petersburg, Piter, 2004. 640 p. (In Russ.).
18. Sotnikova N.V., Strakhov S.Yu. Programma dlya modelirovaniya neustoichivogo rezonatora v priblizhenii geometricheskoy optiki: svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programm dlya EVM RU 2023669796, application № 2023669201; 20.09.2023; publ. 20.09.2023, Open FIPS Registry, 1 p.
19. Makarov E. Inzhenernyye raschety v Mathcad15: uchebnyy kurs. Saint Petersburg, Piter, 2011, 400 p. (In Russ.).
20. Sotnikova N.V., Strakhov S.Yu. Programma rascheta diagrammy napravlenosti izlucheniya v zone difraktsii Fraungofera i opredeleniya pokazatelei opticheskogo kachestva izlucheniya: svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programm dlya EVM № 2023669890, application № 2023669304, 21.09.2023; publ. 21.09.2023, Open FIPS Registry, 1 p.

### **Информация об авторах**

**Сергей Юрьевич Страхов**, доктор технических наук, профессор, декан факультета «Информационных и управляющих систем», федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова», г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: [strakhov\\_siu@voenmeh.ru](mailto:strakhov_siu@voenmeh.ru)

**Наталья Викторовна Сотникова**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Радиоэлектронные системы управления», федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова», г. Санкт-Петербург, Россия.

**Ольга Александровна Мишина**, кандидат технических наук, доцент кафедры И9 «Систем управления и компьютерных технологий», федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова», г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: [olga\\_a\\_mishina@mail.ru](mailto:olga_a_mishina@mail.ru)

### Information about the authors

**Sergey Yu. Strakhov**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Dean of the Faculty of Information and Control Systems, Baltic state technical university «ВОЕНМЕХ» named after D. F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia; e-mail: [strakhov\\_siu@voenmeh.ru](mailto:strakhov_siu@voenmeh.ru)

**Natalia V. Sotnikova**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Radioelectronic Control, Baltic state technical university «ВОЕНМЕХ» named after D. F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia.

**Olga A. Mishina**, Candidate of Technical Sciences, Associate professor of department of Control systems and computer technologies, Baltic state technical university «ВОЕНМЕХ» named after D. F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia; e-mail: [olga\\_a\\_mishina@mail.ru](mailto:olga_a_mishina@mail.ru)

---

Получено 22 июля 2025 ● Принято к публикации 24 ноября 2025 ● Опубликовано 30 декабря 2025  
Received 22 July 2025 ● Accepted 24 November 2025 ● Published 30 December 2025

---