

УДК 536.2

Температурное состояние энерговывделяющей шаровой частицы при конвективно-радиационном теплообмене*

В.С. Зарубин, О.В. Новожилова, Е.С. Сергеева, И.Г. Солдатенко

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет), Москва, 105005, Россия

e-mail: zarubin@bmstu.ru, novozhilova2606@bmstu.ru, sergeeva.e.s@outlook.com, soldatenkoig@bmstu.ru

DOI: 10.34759/tpt-2020-12-5-201-207

Поступила в редакцию 15.04.2020

После доработки 20.05.2020

Принята к публикации 20.05.2020

Для ряда технологических процессов порошковой металлургии, высокотемпературного синтеза тугоплавких материалов и катализа химических соединений характерно интенсивное тепловое взаимодействие твердых или жидких частиц с окружающей газовой (в том числе воздушной) средой. При этом в объеме частиц могут протекать физико-химические процессы, сопровождаемые энерговывделением, вызванным конденсацией паров или затвердеванием металлов и сплавов, экзотермическими химическими реакциями, поглощением проникающего излучения или радиоактивным распадом вещества. Для жидких частиц в силу влияния поверхностного натяжения их форму можно считать близкой к шаровой. Такую же форму имеют твердые частицы, используемые в процессах аддитивной технологии и порошковой металлургии и получаемые, например, распылом расплавов металлов сжатым воздухом или инертным газом.

С использованием уравнения теплового баланса шаровой частицы построена математическая модель, описывающая однородное температурное состояние частицы, интенсивность энерговывделения в объеме которой возрастает с увеличением температуры в соответствии с законом Аррениуса. Количественный анализ математической модели позволил выявить области определяющих параметров, соответствующие устойчивости установившегося температурного состояния указанной шаровой частицы. Установлено взаимное влияние этих параметров на устойчивость установившегося значения температуры частицы при только радиационном, только конвективном и сложном конвективно-радиационном теплообмене.

Ключевые слова: математическая модель, конвективно-радиационный теплообмен, шаровая частица, неустойчивость температурного состояния.

Введение

Для ряда технологических процессов характерно интенсивное тепловое взаимодействие твердых или жидких частиц с окружающей газовой (в том числе воздушной) средой [1–5]. При этом в объеме частиц могут протекать физико-химические процессы, сопровождаемые энерговывделением, вызванным конденсацией

паров [6, 7] или затвердеванием металлов и сплавов [8–10], экзотермическими химическими реакциями [11–14], поглощением проникающего излучения [15–17] или радиоактивным распадом вещества [18]. Для жидких частиц в силу влияния поверхностного натяжения [19, 20] их форму можно считать близкой к шаровой. Такую же форму имеют твердые частицы, используемые в процессах порошковой металлургии [21, 22] и получаемые,

* Работа выполнена в рамках гранта РФФИ 18-38-20108.

например, распылом расплавов металлов сжатым воздухом или инертным газом.

При сравнительно малых размерах твердых частиц и достаточно высокой теплопроводности материала температурное состояние в их объеме допустимо принять однородным, описываемым зависимостью $T(t)$ температуры лишь от времени t . Теплопроводность вещества в жидкой фазе обычно меньше, чем в твердой. Тем не менее для жидких частиц достаточно малых размеров температурное состояние в их объеме также можно считать однородным.

Условия теплообмена на поверхности частицы определяют в общем случае процессы вынужденной или естественной конвекции [7] и излучения [23]. Интенсивность конвективного теплообмена между газовой средой, имеющей температуру T_g , и поверхностью частицы с температурой T зависит от значения коэффициента теплообмена α , Вт/(м²·К). Плотность потока собственного излучения поверхности частицы определяет закон Стефана–Больцмана $q^\circ = \varepsilon\sigma_0 T^4$, где ε – коэффициент излучения поверхности, а $\sigma_0 \approx 5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴). Примем, что поверхность частицы в общем случае обладает по отношению к излучению селективными свойствами [23], т.е. коэффициент A поглощения падающего на эту поверхность потока излучения плотностью q' может отличаться от коэффициента ε .

Зависимость интенсивности объемного энерговыделения от температуры T представим соответствующей закону Аррениуса [24] экспоненциальной зависимостью $q_V = q_0 \exp(-\gamma/T)$, где q_0 – предэкспоненциальный множитель, Вт/м³, а параметр γ характеризует темп возрастания интенсивности энерговыделения при увеличении температуры. В случае протекания в частице процессов, связанных с преодолением некоторого энергетического барьера [11], определяемого энергией E , Дж, параметр γ можно представить отношением E/k_0 , где $k_0 \approx 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Математическая формулировка задачи

Пусть в момент времени $t = 0$, принимаемый за начальный, температура шаровой частицы равна T_0 . При рассмотренных выше условиях конвективно-радиационного теплообмена изменение во времени t температуры T шаровой частицы радиусом R описывает нелинейное

обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{4\pi R^3}{3} c \frac{dT}{dt} = 4\pi R^2 \left(\alpha(T_g - T(t)) + Aq' - \varepsilon\sigma_0(T(t))^4 \right) + \frac{4\pi R^3}{3} q_0 \exp\left(-\frac{\gamma}{T(t)}\right), \quad (1)$$

где c – удельная объемная теплоемкость частицы, Дж/(м³·К).

В силу нелинейности уравнения (1) его решение не удастся представить в замкнутой аналитической форме, разрешенной относительно искомой функции $T(t)$, удовлетворяющей начальному условию $T(0) = T_0$. Вместе с тем можно заключить, что при постоянных значениях всех входящих в это уравнение параметров функция $T(t)$ будет стремиться при $t \rightarrow \infty$ к некоторому независящему от времени пределу T_∞ , характеризующему установившееся температурное состояние шаровой частицы. При этом правая часть уравнения (1) должна принять нулевое значение при замене в ней функции $T(t)$ значением T_∞ , т.е.

$$\alpha(T_g - T_\infty) + Aq' - \varepsilon\sigma_0 T_\infty^4 + \frac{q_0 R}{3} \exp\left(-\frac{\gamma}{T_\infty}\right) = 0. \quad (2)$$

Равенство (2) является трансцендентным уравнением, определяющим связь установившейся температуры T_* шаровой частицы с параметрами, характеризующими условия конвективно-радиационного теплообмена на ее поверхности и интенсивность энерговыделения в ее объеме. По физическому содержанию это равенство является уравнением теплового баланса шаровой частицы при ее установившемся температурном состоянии.

Анализ уравнения теплового баланса излучающей частицы

При количественном анализе уравнения теплового баланса шаровой частицы с целью сокращения количества определяющих параметров имеет смысл привести равенство (2) к безразмерному виду, записав

$$G = \frac{\exp(-1/\Theta) - N\Theta^4}{\Theta - \Theta'}, \quad (3)$$

где $G = 3\alpha\gamma/(q_0R)$, $\Theta = T_\infty/\gamma$,
 $Th' = (T_g + Aq'/\alpha)/\gamma$ и $N = 3\varepsilon\sigma_0\gamma^4/(q_0R)$.

Сначала рассмотрим наиболее простой частный случай, когда отвод тепловой энергии, выделяющейся в объеме шаровой частицы, происходит лишь путем собственного излучения с поверхности частицы. При этом отсутствует конвективный теплообмен частицы с окружающей средой и падающий на ее поверхность поток излучения, т.е. $G = 0$. В этом случае из равенства (3) получим

$$N = \frac{3\varepsilon\sigma_0\gamma^4}{q_0R} = \frac{1}{\Theta^4} \exp\left(-\frac{1}{\Theta}\right). \quad (4)$$

На рис. 1 представлен построенный по формуле (4) график, определяющий связь безразмерной температуры Θ частицы со значением параметра N . Этот график имеет единственный экстремум (максимум) с абсциссой $\Theta^* = 0.25$ и ординатой $N^* \approx 4.69$. Установившееся температурное состояние частицы невозможно при $N > N^*$, что соответствует условию $q_0R < 3\varepsilon\sigma_0\gamma^4/N^* \approx 0.64$. При выполнении этого условия температура шаровой частицы, отводящей выделившуюся в ее объеме тепловую энергию лишь путем излучения с поверхности, будет убывать до абсолютного нуля. Аналогичный результат следует из известной математической модели [25, 26], описывающей остывание звезды при убывании запаса термоядерной энергии и превращении в так называемый белый карлик с последующим коллапсированием к черному карлику, остывающему до температуры около 3 К, соответствующей спектру реликтового излучения.

Из рис. 1 следует, что при $N < N^*$ возможны два значения безразмерной температуры Θ , соответствующие установившемуся температурному состоянию шаровой частицы. Для проверки устойчивости этих состояний используем уравнение (1), приведя его к безразмерному виду

$$\frac{d\theta}{d\tau} = G(\theta - \Theta') - N\theta^4 + \exp\left(-\frac{1}{\theta}\right), \quad (5)$$

где $\tau = q_0t/(c\gamma)$.

Решение этого уравнения для рассматриваемого случая $G = 0$ будем искать в виде $\theta(\tau) = \Theta + \theta'(\tau)$, где Θ удовлетворяет равенству (4), а $\theta'(\tau)$ является достаточно малым возмущением по отношению к фиксированному

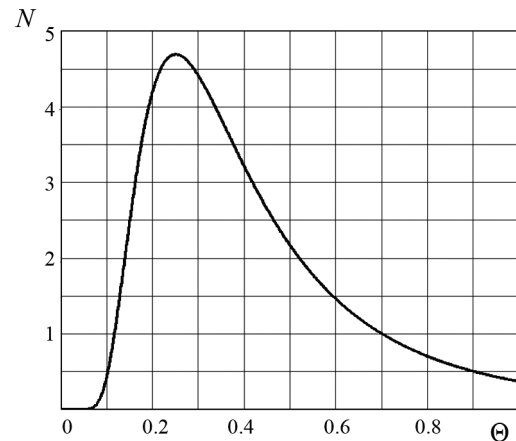


Рис. 1. Связь параметра N с безразмерной температурой Θ излучающей шаровой частицы

значению Θ . Тогда уравнение (5) после линеаризации его правой части путем ее разложения в ряд Тэйлора относительно значения Θ с учетом равенства (4) примет вид

$$\frac{d\theta'}{d\tau} = N\Theta^2(1 - 4\Theta)\theta'. \quad (6)$$

Из решения $\theta'(\tau) = \theta'(0)\exp(N\Theta^2(1 - 4\Theta)\tau)$ уравнения (6) при произвольном начальном значении $\theta'(0)$ малого возмущения следует, что это возмущение будет возрастать при $\Theta < \Theta^*$ и убывать при $\Theta > \Theta^*$. Таким образом, любое установившееся температурное состояние частицы, определяемое левой ветвью графика на рис. 1 с положительным значением производной $dN/d\Theta$, является неустойчивым. Наоборот, при $dN/d\Theta < 0$ (правая ветвь графика на рис. 1) любое установившееся температурное состояние частицы будет устойчивым по отношению к малым возмущениям. Температурное состояние шаровой частицы, соответствующее точке максимума на этом графике также следует считать неустойчивым, поскольку при малом положительном приращении параметра N по отношению к критическому значению N^* возникает процесс охлаждения этой частицы.

Количественный анализ интегральных соотношений

Перейдем к рассмотрению второго частного случая, когда отсутствует собственное излучение, т.е. равен нулю параметр N . На рис. 2 по формуле (3) при $N = 0$ и различных значениях безразмерной приведенной температуры Θ' окружающей среды в логарифмичес-

ких координатах построены графики, определяющие связь безразмерной температуры Θ шаровой частицы со значением параметра G . Исходя из физического смысла задачи по мере приближения положительного значения разности $\Theta - \Theta'$ к нулю для отвода выделяющейся в частице тепловой энергии необходима интенсификация конвективного теплообмена, т.е. возрастание коэффициента теплообмена α , входящего в числитель формулы для параметра G . Поэтому каждый график на этом рисунке имеет вертикальную асимптоту с абсциссой, равной соответствующему значению Θ' .

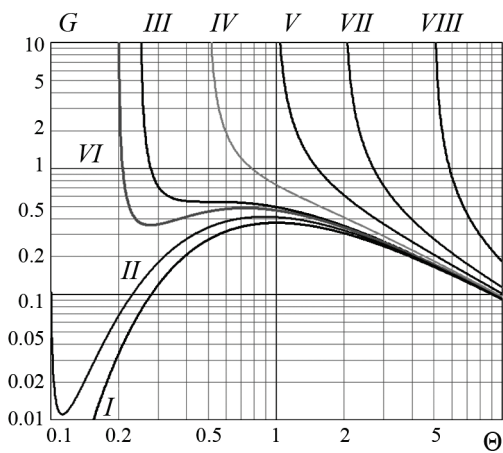


Рис. 2. Связь параметра G с безразмерной температурой Θ неизлучающей частицы при различных значениях безразмерной приведенной температуры Θ' окружающей среды: I – $\Theta' = 0$; II – 0.1; III – 0.25; IV – 0.5; V – 1; VI – 0.2; VII – 2; VIII – 5

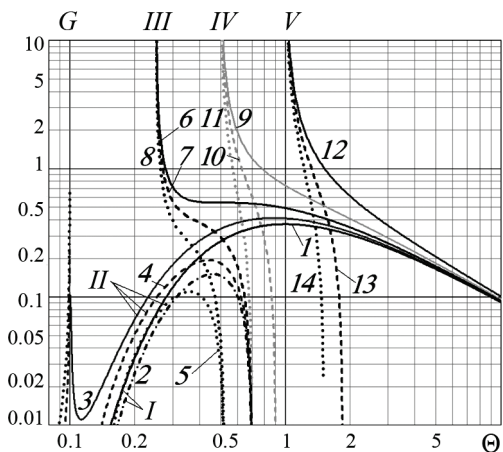


Рис. 3. Связь параметров G и N с безразмерными температурами Θ' и Θ соответственно окружающей среды и излучающей шаровой частицы: при I – $\Theta' = 0$ – 1 – $N = 0$ и 2 – $N = 1$; при II – $\Theta' = 0.1$ – 3 – $N = 0$, 4 – $N = 1$ и 5 – $N = 2$; при III – $\Theta' = 0.25$ – 6 – $N = 0$, 7 – $N = 1$ и 8 – $N = 2$; при IV – $\Theta' = 0.5$ – 9 – $N = 0$, 10 – $N = 0.5$ и 11 – $N = 1$; при V – $\Theta' = 1$ – 12 – $N = 0$, 13 – $N = 0.05$ и 14 – $N = 0.1$

Любое установившееся температурное состояние шаровой частицы, определяемое на рис. 2 точкой графика с отрицательным значением производной $dG/d\Theta$, является устойчивым, что можно установить путем, аналогичным рассмотренному выше. График, соответствующий значению $\Theta'_* = 0.25$, имеет точку перегиба с абсциссой $\Theta_* = 0.5$, ординатой $G_* \approx 0.54$ и с касательной, параллельной оси абсцисс. Этот график является на рисунке границей между областью, в которой все кривые имеют отрицательное значение производной $dG/d\Theta$, и областью, в которой зависимость параметра G от безразмерной температуры Θ немонотонна, т.е. графики имеют участки как с отрицательными, так и с положительными значениями указанной производной. Во второй области каждый график имеет две экстремальные точки (минимума и максимума), между которыми заключен участок графика с положительным значением производной $dG/d\Theta$, соответствующий неустойчивым температурным состояниям шаровой частицы. Абсциссы этих экстремальных точек равны корням квадратного уравнения $\Theta^2 - \Theta + \Theta' = 0$. По значениям абсцисс из соотношения (3) при $N = 0$ можно вычислить значения ординат экстремальных точек.

Общий случай конвективно-радиационного теплообмена

Установившаяся безразмерная температура Θ шаровой частицы в общем случае конвективно-радиационного теплообмена на ее поверхности может быть не только больше безразмерной приведенной температуры Θ' окружающей среды, но и меньше значения Θ' . Последнее возможно при условии интенсивного отвода тепловой энергии с поверхности частицы путем излучения. Однако при этом устойчивое температурное состояние частицы соответствует достаточно ограниченной области возможного изменения параметров G , Θ' и N .

На рис. 3 с целью количественной оценки влияния параметра N повторены для некоторых значений Θ' графики, приведенные на рис. 2 для случая $N = 0$, и для этих же значений Θ' построены графики при $N > 0$. По мере увеличения параметра N фиксированным значениям Θ' и Θ отвечают меньшие значения параметра G .

Для выделения промежутков оси абсцисс на рис. 3, в пределах которых выполнено условие $dG/d\Theta < 0$, обеспечивающее устойчивость установившегося температурного состояния шаровой частицы, необходимо вычисление значений абсцисс экстремальных точек соответствующих графиков. Для этого удобно использовать процедуру решения задачи безусловной минимизации [27, 28] функции $f(\Theta) = (dG/d\Theta)^2$ при выбранных значениях параметров Θ' и N .

Заключение

Математическая модель, описывающая одно-родное температурное состояние шаровой частицы при радиационно-конвективном теплообмене ее поверхности с окружающей средой, использована для установления области значений определяющих параметров, в которой обеспечивается устойчивость установившегося температурного состояния этой частицы, возникающее при объемном энерговыделении, интенсивность которого подчиняется закону Аррениуса. Путем количественного анализа уравнения теплового баланса частицы установлено взаимное влияние этих параметров на устойчивость установившегося значения температуры частицы при только радиационном, только конвективном и сложном конвективно-радиационном теплообмене.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Титова Ю.В., Амосов А.П., Ермошкин А.А., Марков Ю.М.** Получение нанопорошка карбида кремния и композиции на его основе по азидной технологии СВС // Известия вузов. Порошковая металлургия и функциональные покрытия. 2013. № 3. С. 43–48.
2. **Федосова Н.А., Кольцова Э.М., Попова Н.А., Жариков Е.В.** Керамоматричные композиты, модифицированные углеродными нанотрубками: искровое плазменное спекание, моделирование, оптимизация // Новые огнеупоры. 2015. № 12. С. 13–17.
3. **Nasibulin A.G., Richard O., Kauppinen E.I., Brown D.P., Jokiniemi J.K., Altman I.S.** Nanoparticle synthesis by copper (II) acetylacetonate vapor decomposition in the presence of oxygen // Aerosol Sci. Technol. 2002. V. 36. N 8. P. 899–911.
4. **Бондаренко В.П., Павлоцкая Э.Г.** Высокотемпературный синтез карбида вольфрама в метановодородной газовой среде // Порошковая металлургия. 1995. № 8/10. С. 21–25.
5. **Gonzalez D., Nasibulin A.G., Shandakov S.D., Jiang H., Queipo P., Kauppinen E.I.** Spontaneous charging of single-walled carbon nanotubes in the gas phase // Carbon. 2006. V. 44. N 10. P. 2099–2101. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2006.04.021>
6. **Исаченко В.П.** Теплообмен при конденсации. М.: Энергия, 1977. 240 с.
7. **Теория** тепломассообмена / Под ред. А.И. Леонтьева. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. 684 с.
8. **Stephen D.H.** Theory of solidification. Port Chester: Cambridge University Press, 2001. 400 p.
9. **Оно А.** Затвердевание металлов. М.: Металлургия, 1980. 152 с.
10. **Смирнов А.Н., Пилюшенко В.Л., Момот С.В.** Затвердевание металлического расплава при внешних воздействиях. Донецк: Изд-во «ВИК», 2002. 169 с.
11. **Франк-Каменецкий Д.А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987. 502 с.
12. **Шмидт Ф.К.** Физико-химические основы катализа. Иркутск: Фрактал, 2004. 402 с
13. **Деревич И.В., Фокина А.Ю.** Математическая модель катализатора синтеза с локальными центрами реакции // Математика и математическое моделирование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электронный журнал. 2017. № 3. С. 13–31. URL: <http://www.mathmelpub.ru/jour/article/view/71> (дата обращения 16.07.2018).
14. **Derevich I.V., Fokina A.Yu.** Mathematical model of heat transfer in the catalyst granule with point reaction centers // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2018. V. 91. N 1. P. 40–51.
15. **Елисеев В.Н., Товстоног В.А.** Теплообмен и тепловые испытания материалов и конструкций аэрокосмической техники при радиационном нагреве. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 396 с.
16. **Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю.** Температурное состояние слоя полупрозрачного материала при возрастающем с температурой поглощении проникающего излучения // Тепловые процессы в технике. 2017. Т. 9. № 4. С. 154–162.
17. **Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю.** Температурное состояние слоя полупрозрачного материала с зависящими от температуры теплопроводностью и поглощением проникающего излучения // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Серия «Машиностроение». 2017. № 6. С. 99–113. <http://vestnikmach.ru/cat...roc/heatr/1176.html>, DOI: 10.18698/0236-3941-2017-6-99-113
18. **Кириллов П. Л., Богословская Г.П.** Тепломассообмен в ядерных энергетических установках. М.: Энергоатомиздат, 2000. 456 с.
19. **Оно С., Кондо С.** Молекулярная теория поверхностного натяжения в жидкостях. М.: Издательство иностранной литературы, 1963. 292 с.
20. **Квасников И. А.** Молекулярная физика. М.: Едиториал УРСС, 2011. 230 с.
21. **Амосов А.П., Самборук А.Р., Самборук А.А., Ермошкин А.А., Закамов Д.В., Криволюцкий К.С.** Самораспространяющийся высокотемпературный синтез нанопорошка карбида титана из гранулированной шихты // Известия вузов. Порошковая металлургия и функциональные покрытия. 2013. № 4. С. 31–38.
22. **Погожев Ю.С., Потанин А.Ю., Левашов Е.А., Ковалев Д.Ю.** Особенности горения и структурообразования керамических материалов в системе Si–Al–Si–B // Известия вузов. Порошковая металлургия и функциональные покрытия. 2014. № 4. С. 19–29.
23. **Siegel R., Howell J.R.** Thermal Radiation Heat Transfer: 3rd ed. Washington, Hemisphere Publishing Corporation, 1992. 1070 p.

24. **Stiller W.** Arrhenius Equation and Non-Equilibrium Kinetics. BSB V. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1989. 160 p.
25. **Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.** Стрoение и эволюция Вселенной. М.: Наука, 1975. 736 с.
26. **Kalirai J.S.** Astrophysics with White Dwarfs. Vancouver, University of British Columbia, 2004. 115 p.
27. **Аттетков А.В., Зарубин В.С., Канатников А.Н.** Введение в методы оптимизации. М.: Финансы и статистика, ИНФРА-М, 2008. 272 с.
28. **Аттетков А.В., Зарубин В.С., Канатников А.Н.** Методы оптимизации. М.: Издательский центр РИОР, 2012. 270 с.

Thermal state of the energy-releasing globular particle at convective-radiative heat transfer

V.S. Zarubin, O.V. Novozhilova, I.G. Sergeeva, E.S. Soldatenko

Bauman Moscow State Technical University (National research university), Moscow, 105005, Russia
e-mail: zarubin@bmstu.ru, novozhilova2606@bmstu.ru, sergeeva.e.s@outlook.com, soldatenkoig@bmstu.ru

Intensive thermal interaction of solid or liquid particles with the surrounding gas medium (including air) is characteristic for a number of powder metallurgy processes, high temperature synthesis of high-melting metals and chemical compounds catalysis. Physico-chemical processes herewith, accompanied by the energy release caused by vapours condensing or metals and alloys hardening, exothermal chemical reactions, penetrating radiation absorbing, or radioactive disintegration of a substance may take progress in the particles' volume. For the liquid particles, their shape can be assumed close to spherical, owing to the surface tension effect. Solid particles, employed in the powder metallurgy and obtained, for example, by fused metal spraying with the compressed air or inertial gas, are of the similar shape. With relatively small size of the solid particles and high thermal conductivity of their material, the temperature state in their volume can be assumed as uniform, changing only in time. Thermal conductivity of the substance in liquid phase is usually less than in the solid one. Nevertheless, for rather small-sized liquid particles the temperature state in their volume can be considered as uniform as well. The thermal exchange conditions on the particle surface determine in general case the processes of the forced and natural convection and radiation. The article presents the developed mathematical model based on the heat balance equation. It describes the uniform state of the particle, which energy release intensity increases with the temperature rise according to the Arrhenius law. The qualitative analysis of the mathematical model allowed revealing the areas of the defining parameters, corresponding to the stability of the steady-state temperature condition of the above appointed spherical particle. The reciprocal interaction of these parameters on the stability of the particle steady-state temperature value at only radiation, only convective and complex convective-radiation thermal exchange was established. With the absence of the convective thermal exchange, the value of the temperature set in the course of time, follows from the heat balance equation. This value was employed for introducing dimensionless temperature, used in the Arrhenius law. Eventually, it is possible to plot the dependence of a set of parameters, including the spherical particle radius, coefficient of intrinsic radiation from its surface, the Stefan-Boltzmann constant and preexponential multiplier in the Arrhenius law, on the dimensionless temperature. It was established that this dependence has a single extremum (maximum). If the real value of the set of parameters is higher than that of the specified maximum, then the stationary temperature state of a particle is impossible, and its temperature will decay in time up to absolute zero. The similar result follows from the well-known mathematical model, describing the star cooling at the nuclear energy depletion, and its transformation into the so-called white dwarf with subsequent collapsing into the black dwarf, being cooled to the temperature of 3 K, corresponding to the relict radiation spectrum.

Keywords: mathematical model, convective-radiation heat transfer, globular particle, instability of the temperature state.

REFERENCES

1. **Titova Yu.V., Amosov A.P., Ermoshkin A.A., Markov Yu.M.** Poluchenie nanoporoshka karbida kremniya i

kompozitsii na ego osnove po azidnoj tekhnologii SVS [Obtaining nanopowder of silicon carbide and compositions based on it according to the azide technology of SHS]. *Izvestiya vuzov. Poroshkovaya metallurgiya i funktsio-*

- nal'nye pokrytiya – University News. Powder metallurgy and functional coatings*. 2013, no. 3, pp. 43–48. In Russ.
2. **Fedosova N.A., Koltsova E.M., Popova N.A., Zhari- kov E.V.** Keramomatrixnye kompozity, modifitsirovannye uglerodnymi nanotrubkami: iskrovoe plazmennoe spekanie, modelirovanie, optimizatsiya [Ceramic matrix composites modified with carbon nanotubes: spark plasma sintering, modeling, optimization]. *Novye Ogneupory – New Refractories*. 2015, no. 12, pp. 13–17. <https://doi.org/10.17073/1683-4518-2015-12-13-17> In Russ.
 3. **Nasibulin A.G., Richard O., Kauppinen E.I., Brown D.P., Jokiniemi J.K., Altman I.S.** Nanoparticle synthesis by copper (II) acetylacetonate vapor decomposition in the presence of oxygen. *Aerosol Sci. Technol*, 2002, vol. 36, no. 8, pp. 899–911.
 4. **Bondarenko V.P., Pavlotskaya E.G.** Vysokotemperaturnyj sintez karbida vol'frama v metanovodorodnoj gazovoj srede [High-temperature synthesis of tungsten carbide in a methane-hydrogen gas medium]. *Poroshkovaya metallurgiya – Powder Metallurgy*, 1995, no.8/10, pp. 21–25. In Russ.
 5. **Gonzalez D., Nasibulin A.G., Shandakov S.D., Jiang H., Queipo P., Kauppinen E.I.** Spontaneous charging of single-walled carbon nanotubes in the gas phase. *Carbon*, 2006, vol. 44, no. 10, pp. 2099–2101. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2006.04.021>
 6. **Isachenko V.P.** *Teploobmen pri kondensatsii* [Heat transfer during condensation]. Moscow: Energy, 1977. 240 p. In Russ.
 7. **Teoriya teplomassoobmena. Pod red. A.I. Leont'eva.** [Theory of heat and mass transfer. Ed. A.I. Leontiev]. Moscow: Publishing House of MSTU. N.E. Bauman, 1997. 684 p. In Russ.
 8. **Stephen D.H.** *Theory of Solidification*. Port Chester: Cambridge University Press, 2001. 400 p.
 9. **Ono A.** *Zatverdevanie metallov* [Solidification of metals] Moscow: Metallurgy, 1980. 152 p. In Russ.
 10. **Smirnov A.N., Pilyushenko V.L., Momot S.V.** *Zatverdevanie metallicheskoego raspplava pri vneshnikh vozdeystviyakh* [Solidification of a metal melt under external influences]. Donetsk: VIK Publishing House, 2002. 169 p. In Russ.
 11. **Frank-Kamenetsky D.A.** *Diffuziya i teploperedacha v khimicheskoy kinetike* [Diffusion and heat transfer in chemical kinetics]. Moscow: Nauka, 1987. 502 p. In Russ.
 12. **Schmidt F.K.** *Fiziko-khimicheskie osnovy kataliza* [Physico-chemical basis of catalysis]. Irkutsk: Fractal, 2004. 402 p. In Russ.
 13. **Derevich I.V., Fokina A.Yu.** A mathematical model of a synthesis catalyst with local reaction centers. *Mathematics and Mathematical Modeling*, 2017, no. 3, pp. 13–31. DOI: 10.24108/mathm.0317.0000071
 14. **Derevich I.V., Fokina A.Yu.** Mathematical model of heat transfer in the catalyst granule with point reaction centers. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2018, vol. 91, no 1, pp. 40–51.
 15. **Eliseev V.N., Tovstonog V.A.** *Teploobmen i teplovye ispytaniya materialov i konstruksij aehrokosmicheskoy tekhniki pri radiatsionnom nagreve* [Heat transfer and thermal testing of materials and structures of aerospace engineering during radiation heating]. Moscow: Publishing House of MSTU. N.E. Bauman, 2014. 396 p. In Russ.
 16. **Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savelyeva I.Yu.** Temperaturnoe sostoyanie sloya poluprozhnogo materiala pri vozrastayushhem s temperaturuj pogloshhenii pronikayushhego izlucheniya [Temperature condition of a layer of translucent material in case of radiation absorption that grows with temperature]. *Teplovyje protsessy v tekhnike – Thermal processes in engineering*, 2017, no. 4, pp. 154–162. In Russ.
 17. **Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savelyeva I.Yu.** Temperaturnoe sostoyanie sloya poluprozhnogo materiala s zavisyashhimi ot temperatury teploprovodnost'yu i pogloshheniem pronikayushhego izlucheniya [Temperature state of the layer of translucent material with depending on temperature thermal conductivity and absorption of penetrating radiation]. *Vestnik MGTU im.N.E.H.Baumana. Seriya "Mashinostroenie – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*, 2017, no. 6, pp. 99–13. In Russ. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-6-99-113
 18. **Kirillov P.L., Theological G.P.** *Teplo-massoobmen v yadernykh ehnergeticheskikh ustanovkakh* [Heat and mass transfer in nuclear power plants]. Moscow: Energoatomizdat, 2000. 456 p. In Russ.
 19. **Ono S., Kondo S.** *Molekulyarnaya teoriya poverkhnostnogo natyazheniya v zhidkostyakh* [The molecular theory of surface tension in liquids]. Moscow: Izdatel'stvo Inostrannoj Literatury, 1963. 229 p. In Russ.
 20. **Kvasnikov I.A.** *Molekulyarnaya fizika* [Molecular Physics]. Moscow: Editorial URSS, 2011. 230 p. In Russ.
 21. **Amosov A.P., Samboruk A.R., Samboruk A.A., Ermoshkin A.A., Zakamov D.V., Krivolutsky K.S.** Samorasprostranyayushhijsya vysokotemperaturnyj sintez nanoporoshka karbida titatna iz granulirovannoj shikhty [Self-propagating high-temperature synthesis of titanium carbide nanopowder from a granular charge] *Izvestiya vuzov. Poroshkovaya metallurgiya i funktsional'nye pokrytiya – University News. Powder metallurgy and functional coatings*, 2013, no. 4, pp. 31–38. In Russ.
 22. **Pogozhev Yu.S., Potanin A.Yu., Levashov E.A., Kovalev D.Yu.** Osobennosti gorenija i strukturoobrazovaniya keramicheskikh materialov v sisteme Cr–Al–Si–B [Features of combustion and structure formation of ceramic materials in the Cr–Al–Si–B system]. *Izvestiya vuzov. Poroshkovaya metallurgiya i funktsional'nye pokrytiya – University News. Powder metallurgy and functional coatings*, 2014, no. 4, pp. 19–29. In Russ.
 23. **Siegel R., Howell J.R.** *Thermal Radiation Heat Transfer*. Washington, Hemisphere Publishing Corporation, 1992. 1070 p.
 24. **Stiller W.** *Arrhenius Equation and Non-Equilibrium Kinetics*. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1989. 160 p.
 25. **Zeldovich Ya. B., Novikov I.D.** *Stroenie i ehvoljutsiya Vselennoj* [The structure and evolution of the Universe]. Moscow: Nauka, 1975. 736 p. In Russ.
 26. **Kalirai J.S.** *Astrophysics with White Dwarfs*. Vancouver, University of British Columbia, 2004. 115 p.
 27. **Attetkov A.V., Zarubin V.S., Kanatnikov A.N.** *Vvedenie v metody optimizatsii* [Introduction to optimization methods] Moscow: Finance and Statistics, INFRA-M, 2008. 272 p. In Russ.
 28. **Attetkov A.V., Zarubin V.S., Kanatnikov A.N.** *Metody optimizatsii* [Optimization methods]. Moscow: RIOR Publishing Center, 2012. 270 p. In Russ.