

## Совершенствование аэронавигационного обеспечения этапа посадки путем оптимизации размещения псевдоспутников ГЛОНАСС

Арефьев Р.О.\*, Арефьева Н.Г. \*\*, Скрыпник О.Н.\*\*\*

*Иркутский филиал Московского государственного технического  
университета гражданской авиации, (МГТУ ГА), улица Коммунаров, 3, Иркутск,  
664047, Россия*

*\*e-mail: aqua160905@mail.ru*

*\*\*e-mail: n\_astrahanceva\_awesome@mail.ru*

*\*\*\*e-mail: skripnikon@yandex.ru*

### Аннотация

Решается задача оптимизации размещения псевдоспутников (функциональных дополнений наземного базирования) системы ГЛОНАСС относительно взлетно-посадочной полосы. Критерий оптимизации основан на минимизации геометрического фактора в заданной точке или вдоль всей глиссады. Особенность решения задачи заключается в постоянном изменении значений геометрического фактора, что обусловлено движением орбитальной группировки ГЛОНАСС относительно потребителя. Для решения задачи использовались методы прямого поиска (Хука-Дживса) и деформируемого многогранника (Нелдера-Мида) для интервалов времени 1 сутки и 8 суток (период повторяемости орбитального движения ГЛОНАСС). Показан выигрыш в среднем значении геометрического фактора, как по всей глиссаде, так и в ее характерных точках, обеспечиваемый при оптимальном размещении псевдоспут-

ников. Исследовано влияние количества псевдоспутников на значение геометрического фактора.

**Ключевые слова:** псевдоспутник, глиссада, геометрический фактор, орбитальная группировка ГЛОНАСС, математическое моделирование, оптимизация размещения.

## **Введение**

В настоящее время основным средством обеспечения посадки воздушных судов (ВС) являются радиомаячные системы типа ILS, удовлетворяющие установленным ИКАО категориям метеоминимума [1]. Однако использование таких систем на аэродромах с низкой интенсивностью воздушного движения, как правило расположенных в малоосвоенных и труднодоступных регионах, является либо технически проблематичным, либо экономически не целесообразным.

В среднесрочной перспективе основным средством навигационного обеспечения ВС на всех этапах полета станут спутниковые системы навигации (ССН) типа ГЛОНАСС и GPS. Однако ССН присущ ряд существенных недостатков, что снижает эффективность их применения для решения задач посадки ВС именно в малоосвоенных и труднодоступных регионах. Для компенсации некоторых из недостатков ССН используются функциональные дополнения космического (SBAS) или наземного (GBAS) базирования, однако их применение пока не обеспечивает заданных показателей точности и надежности определения координат ВС на этапе посадки.

Для повышения точности ССН в зонах удаленных аэродромов перспективным следует считать использование псевдоспутников (ПС). За счет отсутствия у ПС эфемеридных и ионосферных погрешностей, а также увеличения количества навигационных опорных точек, используемых для решения навигационной задачи, следует ожидать повышения точности определения координат ВС на этапе посадки. При этом необходимо определить требуемое количество ПС и их оптимальное размещение относительно взлетно-посадочной полосы (ВПП) для создания интегрированного навигационно-временного поля ССН в зоне аэродрома, отвечающего установленным требованиям по точности, надежности, зоне покрытия.

О степени оптимальности размещения ПС можно судить по значениям вертикального *VDOP* (vertical delusion of precision) и горизонтального *HDOP* (horizontal delusion of precision) геометрических факторов (ГФ) в точке наблюдения, оказывающих определяющее влияние на точность решения навигационной задачи потребителем. ГФ и количество спутников и ПС, находящихся в зоне радиовидимости потребителя, характеризуют условия навигационного сеанса.

Известны работы [2-5], в которых исследуются особенности применения ПС на различных этапах полета ВС, однако в них не рассматривается вопрос оптимизации размещения ПС с использованием методов теории оптимального управления.

В данной работе методами теории оптимального управления и математического моделирования решается задача определения оптимального размещения ПС относительно ВПП и их достаточного количества, обеспечивающего наилучшую точность определения важнейшего для посадки параметра - высоты полета ВС.

## Инструментарий проведения исследований

Решение поставленной задачи с использованием методов имитационного математического моделирования вызвало необходимость разработки соответствующих программных модулей.

Программный модуль, включающий модель орбитального движения спутников ГЛОНАСС, алгоритмы выбора спутников, находящихся в зоне радиовидимости и расчета условий навигационного сеанса, был разработан [6] в среде графического программирования LabView.

Программный модуль (рис.1) состоит из пяти функциональных блоков (терминалов): формирования траектории объекта (ВС); обработки действующего альманаха ГЛОНАСС; расчета движения орбитальной группировки ГЛОНАСС; выбора рабочего созвездия; формирования выходных данных.

Терминал обработки альманаха ГЛОНАСС предназначен для преобразования файла альманаха ГЛОНАСС, взятого с веб-сайта Информационно-аналитического центра ГЛОНАСС, к нужному формату. Терминал преобразует информацию таким образом, чтобы сформировать 7 векторов ( $\overline{Lat}$  - долгота восходящего узла,  $\overline{dI}$  - коррекция угла наклона орбиты,  $\overline{w}$  - аргумент перигея,  $\overline{e}$  - эксцентриситет,  $\overline{dT}$  - поправка к среднему значению драконического периода обращения спутника,  $\overline{dT\dot{T}}$  - скорость изменения периода обращения,  $\overline{T\dot{w}}$  - время первого прохождения восхо-

дующего узла), содержащих по 24 элемента в каждом, что соответствует номинальному количеству спутников в группировке ГЛОНАСС.



Рисунок 1. Структурная схема программного модуля

Терминал расчета движения орбитальной группировки ГЛОНАСС использует алгоритм, реализованный на основе интерфейсного контрольного документа ГЛОНАСС. В данном алгоритме координаты спутников рассчитываются в абсолютной геоцентрической системе координат (СК), не связанной с Землей

$$\begin{pmatrix} X_{0i} \\ Y_{0i} \\ Z_{0i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_i (\cos u_i \cos \Omega_i - \sin u_i \sin \Omega_i \cos i_i) \\ r_i (\cos u_i \sin \Omega_i + \sin u_i \cos \Omega_i \cos i_i) \\ r_i \sin u_i \sin i_i \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $u_i$  - аргумент широты;  $\Omega_i$  - долгота восходящего узла;  $i_i$ - наклонение орбиты;  $r_i$  – радиус-вектор, характеризующий расстояние от спутника до фокуса орбиты.

Так как ГЛОНАСС работает в связанной с Землей гринвичской геоцентрической СК ПЗ-90-02, необходимо выполнить координатные преобразования в прямоугольную геоцентрическую СК

$$\begin{pmatrix} X(t_i) \\ Y(t_i) \\ Z(t_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0(t_i) \cos S(t_i) + Y_0(t_i) \sin S(t_i) \\ -X_0(t_i) \sin S(t_i) + Y_0(t_i) \cos S(t_i) \\ Z_0(t_i) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$S(t_i) = s + \omega_3(t_i - 10800), \quad (3)$$

где  $s$  - истинное звездное время в гринвичскую полночь заданной даты,  $t_i$  – текущее время,  $\omega_3$  - угловая скорость вращения Земли.

Истинное звездное время рассчитывается согласно выражения:

$$S = 6^h 41^m 50.54841 + 8640184.812866T + 0.093104T^2 - 6.2 * 10^{-6}T^3, \quad (4)$$

где  $T = \frac{(JD - 2451545)}{36525}$  - промежуток времени в юлианских столетиях по 36525 средним солнечным суткам, отсчитываемый от стандартной эпохи  $J2000.0$  до рассматриваемого момента;  $JD$  - юлианская дата [7], отсчитываемая по всемирному времени от полудня 1 января 4713 года нашей эры.

На выходе терминала формируются три вектора координат спутников  $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$  в гринвичской геоцентрической СК по 24 элемента каждый.

Модель формирования траектории движения ВС представлена системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} B(t) &= \frac{V_N}{(R_M + h)}, \\ \frac{d}{dt} L(t) &= \frac{V_N}{(R_N + h) \cos(B)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $B, L$  - текущие геодезические широта и долгота;  $V_N, V_E$  - северная и восточная составляющие скорости полета ВС;  $h$  - высота над поверхностью земного эллипсоида;  $R_M, R_N$  - радиусы кривизны географического меридиана и первого вертикала.

Терминал выбора рабочего созвездия предназначен для выбора спутников, находящихся в зоне радиовидимости потребителя, т.е. выше плоскости, касательной к поверхности Земли в точке, соответствующей координатам ВС.

Координаты точки необходимо перевести из геодезической  $(B, L, H)$  в геоцентрическую  $(OXYZ)$  СК согласно следующему алгоритму

$$\begin{pmatrix} X_I \\ Y_I \\ Z_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R_N + H) \cos B \cos L \\ (R_N + H) \cos B \sin L \\ (R_N + H - e^2 R_N) \sin B \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где  $e$  – эксцентриситет земного эллипсоида.

Уравнение касательной плоскости к эллипсоиду вращения имеет вид:

$$\frac{X_1 \bar{X}}{a^2} + \frac{Y_1 \bar{Y}}{a^2} + \frac{Z_1 \bar{Z}}{b^2} - 1 = 0, \quad (7)$$

где  $X_I, Y_I, Z_I$  - координаты точки;  $a, b$  - большая и малая полуоси эллипсоида.

Расстояние  $\rho$  от точки  $P_o(x_o, y_o, z_o)$ , соответствующей координатам спутника, до касательной плоскости, определяется выражением:

$$\rho = \frac{Ax_o + By_o + Cz_o + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \quad (8)$$

где  $A = X_1 \bar{X} / a^2$ ,  $B = Y_1 \bar{Y} / a^2$ ,  $C = Z_1 \bar{Z} / b^2$ ,  $D = -1$ .

Если  $\rho > 0$ , то точка  $P_o(x_o, y_o, z_o)$  и начало координат лежат по разные стороны касательной плоскости, т.е. спутник находится в зоне видимости ВС.

Для обеспечения уверенного приема радиосигналов от спутников, находящихся вблизи плоскости горизонта, вводится условие радиовидимости  $\rho \geq 5^\circ$ .

Определим угол возвышения спутника над касательной плоскостью

$$\sin(\beta) = \frac{\rho}{R}, \quad (9)$$

где  $R = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2}$  - расстояние от точки до спутника.

Отсюда условие радиовидимости спутника определяется как:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\rho}{R}\right) - 5^\circ \geq 0 \quad (10)$$

или с учетом того, что  $\rho \ll R$ , можно записать  $\frac{\rho}{R} \geq 5^\circ$ .

Так как терминал оперирует с координатами спутников и точки, а также расстоянием  $R$ , то необходимо произвести расчет элементов матрицы направляющих косинусов  $H$  для каждого видимого  $i$ -го спутника:

$$\overline{\cos(\alpha_i)} = \frac{x_{i,k} - x}{R_i} = a_{i,x}; \overline{\cos(\beta_i)} = \frac{y_{i,k} - y}{R_i} = a_{i,y}; \overline{\cos(\gamma_i)} = \frac{z_{i,k} - z}{R_i} = a_{i,z}, \quad (11)$$

где  $x_{i,k}$ ,  $y_{i,k}$ ,  $z_{i,k}$  - координаты спутника;  $x$ ,  $y$ ,  $z$  - координаты точки.

Таким образом, формируются три вектора направляющих косинусов  $a_{i,x}$ ,  $a_{i,y}$ ,  $a_{i,z}$ .

Терминал формирования выходных данных предназначен для формирования матрицы направляющих косинусов  $H$

$$H = \begin{pmatrix} a_{1,x} & a_{1,y} & a_{1,z} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i,x} & a_{i,y} & a_{i,z} & 1 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

и расчета ГФ (пространственного  $PDOP$ , горизонтального  $HDOP$ , вертикального  $VDOP$ ). В нем также реализована функция вычисления математического ожидания и среднеквадратического отклонения для выборки значений переменной.

ГФ определяется выражением [1]



$$GDOP = \sqrt{\text{tr} \left[ (H^T H)^{-1} \right]}, \quad (13)$$

где  $\text{tr}\{*\}$  - след матрицы.

Выражение для полного ГФ ( $GDOP$ ) зависит от компонентов матрицы

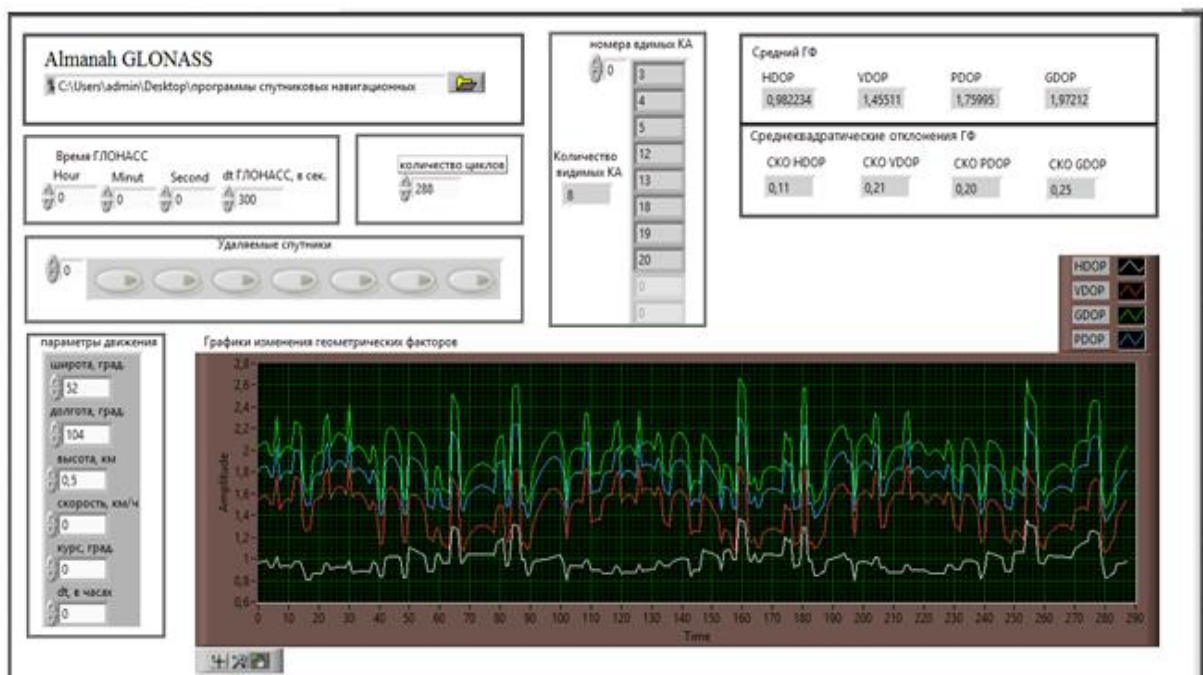
$$(H^T H)^{-1} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Поэтому для нахождения всех  $DOP$  необходимо взять след матрицы по соответствующему числу диагональных элементов

$$GDOP = \sqrt{D_{11} + D_{22} + D_{33} + D_{44}}, \quad PDOP = \sqrt{D_{11} + D_{22} + D_{33}},$$

$$HDOP = \sqrt{D_{11} + D_{22}}, \quad VDOP = \sqrt{D_{33}}.$$

Панель управления программным модулем и отображения информации представлена на рис.2.



## Рисунок 2. Панель управления и отображения информации

Программный комплекс позволяет исследовать условия навигационного сеанса в любой точке Земли и околоземного пространства и в любое время. Архитектура данной программы является гибкой и может использоваться для построения более сложных комплексов.

### Оценка адекватности математических моделей

Одним из важных моментов при использовании математического моделирования является оценка его адекватности, т.е. степени соответствия получаемых результатов реальным данным, полученным при натуральных экспериментах.

Методика оценки адекватности программного модуля основывается на сопоставлении его выходных данных (номера спутников, находящихся в зоне видимости, границы и продолжительность интервалов времени их нахождения в зоне видимости, значения пространственного, горизонтального и вертикального ГФ) с данными, полученными при натурном эксперименте. Кроме этого, дополнительно проводилось сопоставление выходных данных модели с данными Информационно-аналитического центра (ИАЦ) ГЛОНАСС.

На рис.3 показаны графики изменения горизонтального  $HDOP$  (рис.3, а) и вертикального  $VDOP$  (рис.3, б) ГФ, полученные при проведении натурального эксперимента (кривые 1) и путем математического моделирования (кривые 2).

Натурный эксперимент проводился 26.02.2015 с использованием авиационного приемника СН-4312, антенна которого расположена в точке с координатами  $H=503,18$  м,  $B=52^{\circ}15'25,8''$ ,  $L=104^{\circ}21'22,1''$  на интервале времени с 05:00 до 11:00 UTC. Для этих же условий проводилось математическое моделирование.

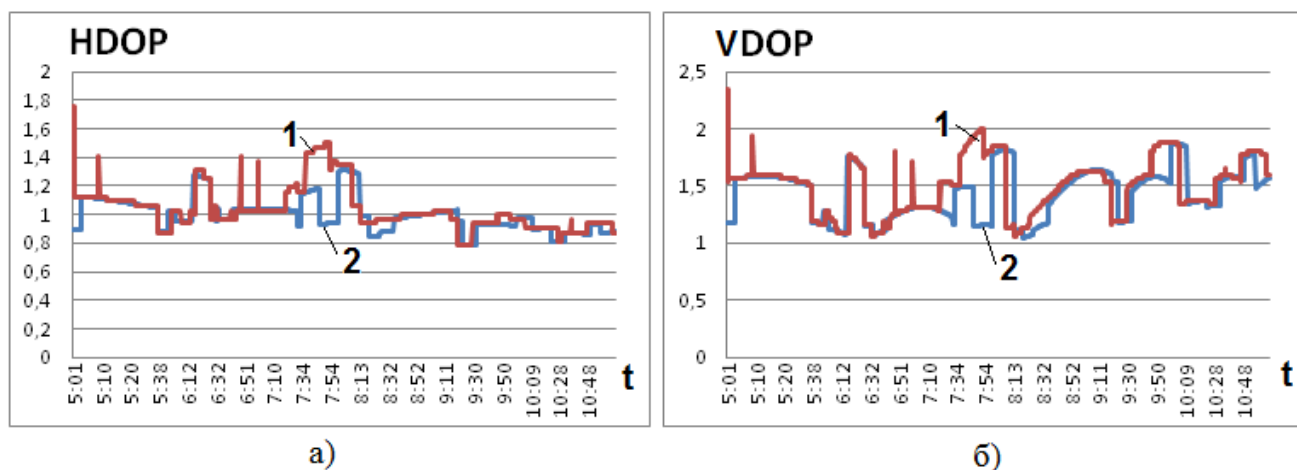


Рисунок 3. Изменение ГФ на исследуемом интервале времени:

а) – горизонтальный ГФ; б) – вертикальный ГФ.

Проведенные эксперименты показали хорошее соответствие результатов натурального эксперимента и имитационного математического моделирования, что говорит об адекватности разработанной модели расчета характеристик навигационного сеанса системы ГЛОНАСС. Некоторые отличия значений ГФ связаны с неустойчивым слежением приемника СН-4312 за сигналами спутников в отдельные интервалы времени в процессе натурального эксперимента. Также обеспечивалось полное соответствие выходных данных разработанной модели с данными ИАЦ ГЛОНАСС.

Формируемые на выходе модуля данные о значениях геометрических факторов в задаваемых точках на заданных интервалах времени являются входными данными для программного модуля, осуществляющего решение задачи оптимизации

размещения псевдоспутников в районе аэродрома. Модуль оптимизации также реализован в среде LabView.

### **Результаты исследований**

Цель оптимизации размещения ПС относительно ВПП заключается в повышении точности определения высоты полета ВС в заданной точке глиссады, либо вдоль всей глиссады. Повышение точности эквивалентно уменьшению ГФ в вертикальной плоскости ( $VDOP$ ), поэтому в качестве критерия оптимизации выбирается минимальное значение  $VDOP$  в локальной геодезической системе координат [9].

Особенность решения задачи оптимизации заключается в изменении начальных условий в течение времени, что связано с постоянным изменением конфигурации орбитальной группировки спутников ГЛОНАСС, и, соответственно, геометрического фактора, в точке наблюдения.

Полагаем, что заход на посадку и посадка ВС на ВПП может осуществляться с двух противоположных направлений. В этом случае оптимальным будет такое размещение ПС относительно ВПП, при котором средний  $VDOP$  для обеих траекторий посадки (начинающихся от точек входа в глиссаду и до точки касания ВПП) на рассматриваемом интервале времени будет минимальным.

Средний  $VDOP$  рассчитывается для интервала времени 8 суток (интервал повторяемости траекторий орбитального движения ГЛОНАСС). Задача оптимизации решается с дискретностью 1 час в области, ограниченной размерами 50x50 км по широте и долготе, центр которой совпадает с центром ВПП.

Решение задачи выполним на примере аэродрома Саскылах (координаты  $71,927^0$  с.ш. и  $114,08^0$  в.д.). Для моделирования движения орбитальной группировки используем альманах ГЛОНАСС по состоянию на 07.05.2014. Для нахождения оптимального размещения ПС используем методы Хука-Дживса и Нелдера-Мида [10]. Оба метода реализуются при выборе начальной точки установки ПС в середине ВПП. Использование двух методов позволит оценить верность полученных результатов и выбрать наиболее эффективный из них исходя из задаваемых условий.

На рис.4 представлены временные реализации среднего значения  $VDOP$  на суточном интервале (кривая 1 – без ПС, кривая 2 – ПС размещен в типовой точке на оси ВПП, удаленной на 1000 м от ее начала, кривая 3 – ПС размещен в оптимальной точке, которая определяется с дискретностью 1 час). При этом решение задачи оптимизации методами Хука-Дживса и Нелдера-Мида дает одинаковый результат (кривая 3).

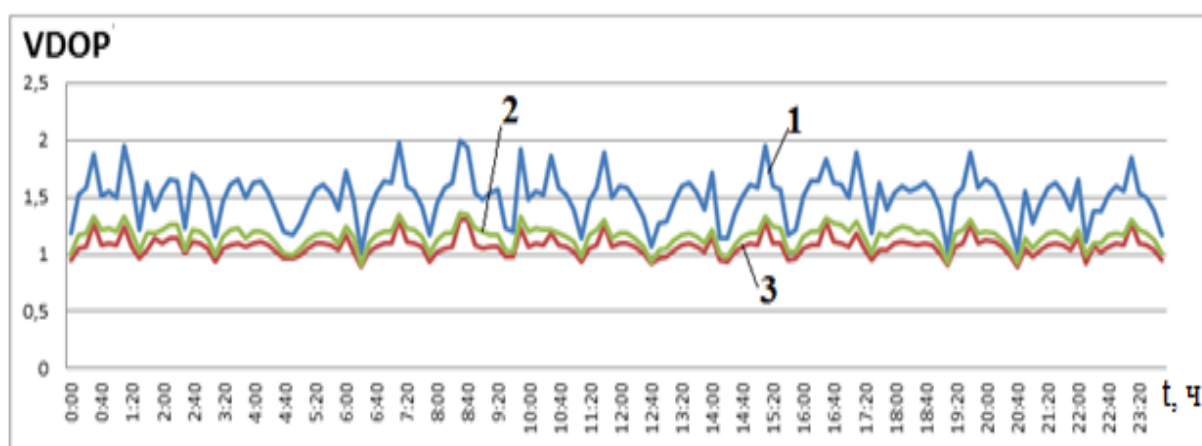


Рисунок 4. Временные реализации  $VDOP$

(кривая 1 - без ПС, 2 – ПС в типовой точке, 3 – ПС в оптимальной точке).

На рис. 5 показаны результаты нахождения оптимального положения ПС методами Хука-Дживса (рис.5, а) и Нелдера-Мида (рис. 5, б) на 8-суточном интервале с дискретностью 1 час. Видно, что оптимальное положение ПС относительно ВПП отличается в различные моменты времени, что связано с изменением конфигурации наблюдаемой группировки спутников. При этом значительная часть оптимальных точек расположения ПС сосредоточена вблизи посадочной траектории.

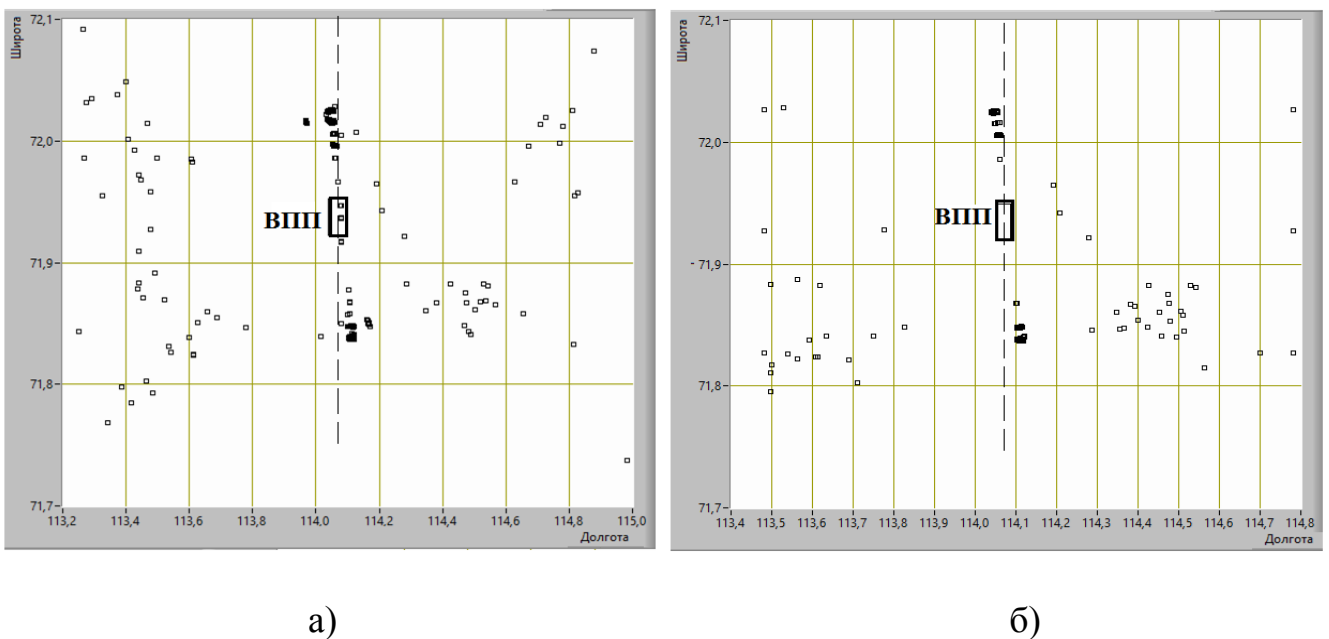


Рисунок 5. Точки оптимального положения псевдоспутника

(а – метод Хука-Дживса, б – метод Нелдера-Мида)

Результаты нахождения оптимального положения ПС, полученные методами Хука-Дживса и Нелдера-Мида, несколько отличаются. Это связано как с сущностью самих методов, так и с незначительным изменением величины  $VDOP$  в зоне поиска оптимального положения ПС на каждом шаге оптимизации. При этом использование метода Хука-Дживса менее затратно с вычислительной точки зрения, но требует аккуратного подхода к выбору начального шага поиска.

На рис.6 показаны гистограммы распределения оптимальных точек размещения ПС по широте (рис.6, а) и долготе (рис.6, б) при оптимизации методом Хука-Дживса.

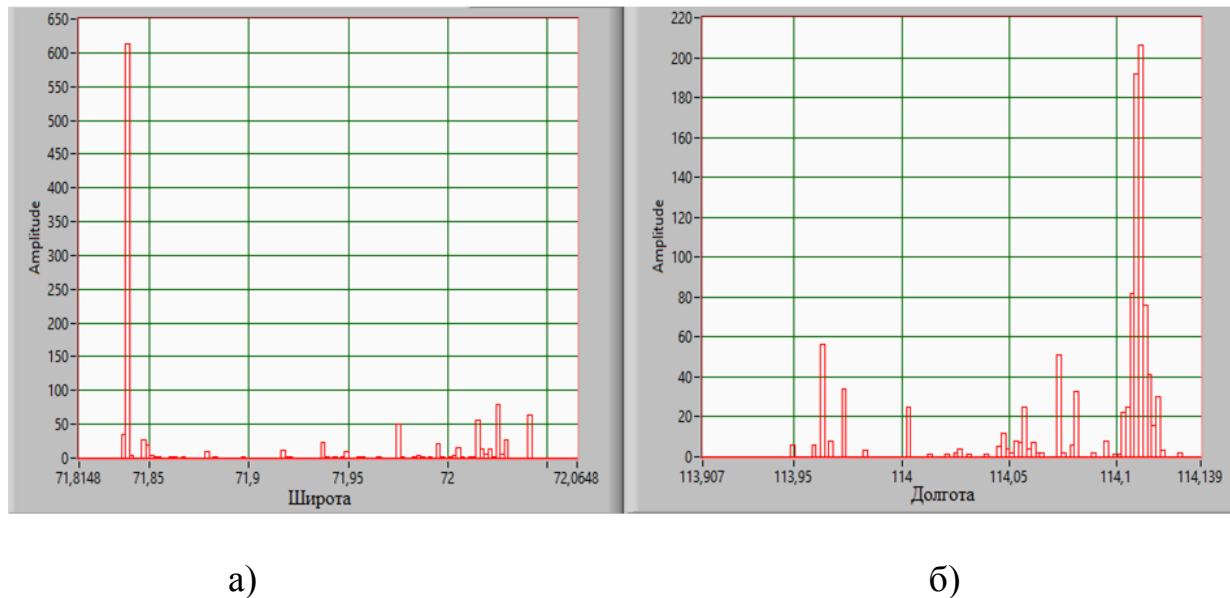


Рисунок 6. Гистограммы распределения положения ПС по координатам  
(а – по широте, б – по долготе)

Для нахождения наилучшего по среднему значению  $VDOP$  положения ПС для всей траектории посадки на 8-суточном интервале времени используем координаты, в которых гистограммы распределения по широте и долготе имеют максимум. Найденное таким способом положение ПС по сути является квазиоптимальным. Полученная таким образом точка квазиоптимального расположения ПС находится на удалении 9128 м от начала ВПП и смещена на 46,5 м от ее оси (рис.7).

Средние значения  $VDOP$  при различных способах выбора расположения ПС относительно ВПП, составили: 1,507 - без ПС; 1,167 – при установке ПС в типовой точке; 1,109 – при установке ПС в усредненную квазиоптимальную точку (выигрыш составил 5% по сравнению с установкой в типовую точку); 1,069 – при установке

ПС в оптимальную точку через каждый час (выигрыш составил 8,4%). Таким образом, для рассмотренного примера оптимизация установки одного ПС может дополнительно улучшить вертикальный геометрический фактор вдоль всей посадочной траектории на 5-10%.

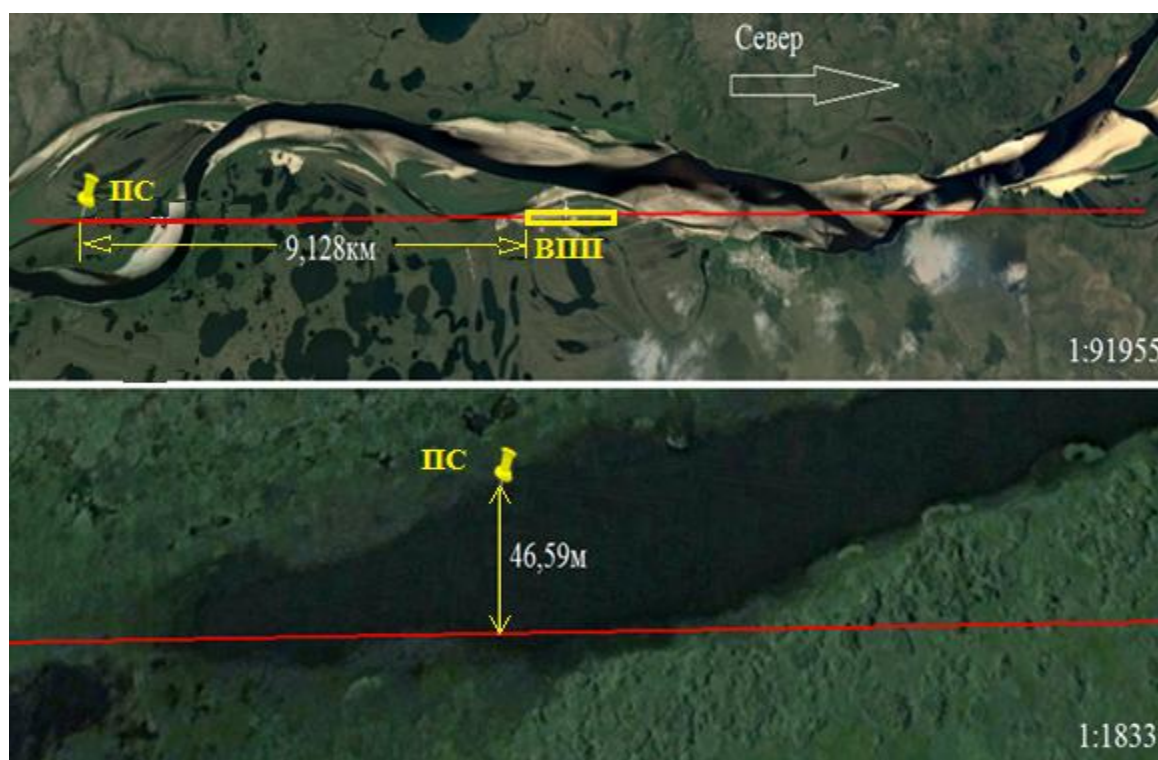


Рис. 7. Расположение ПС относительно глиссады в зоне аэродрома Саскылах

Рассмотрим влияние количества оптимально установленных ПС на характеристики интегрированного навигационно-временного поля в исследуемой зоне воздушного пространства аэродрома Саскылах. При этом задача нахождения оптимальных положений ПС (рассмотрена установка до 5-ти ПС) решалась последовательно, т.е. после нахождения оптимального положения первого ПС находили оптимальное положение второго ПС, затем третьего и т.д.



Временные реализации среднего значения VDOP на суточном интервале времени при различном количестве ПС приведены на рис.8. Из полученных результатов видно, что увеличение числа ПС приводит к уменьшению VDOP и диапазона его вариаций.

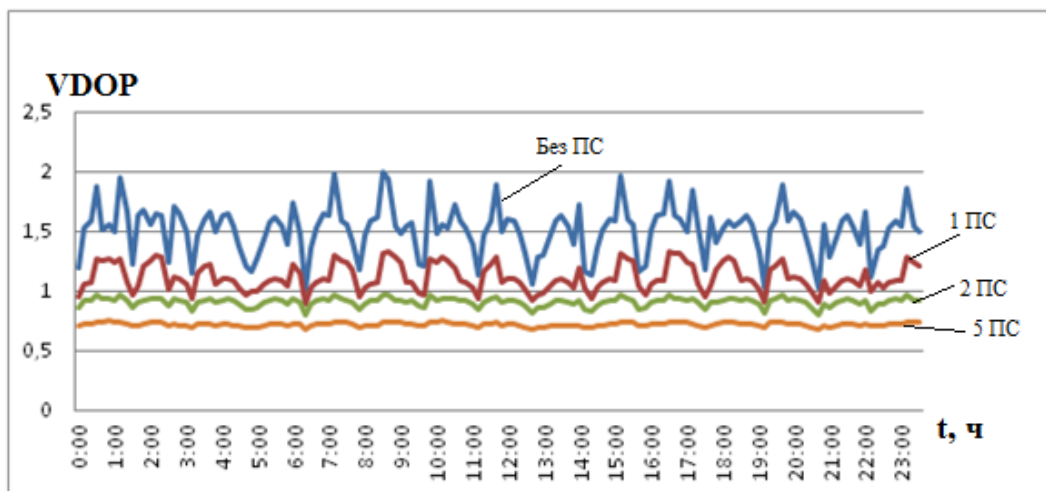


Рисунок 8. Суточное распределение VDOP

В табл.1 приведены полученные для момента времени 11:30 UTC 07.05.2014 г. значения среднего VDOP для посадочной траектории как при отсутствии ПС (графа 2), так и при их различном количестве. Выбранный момент времени характеризуется одним из худших значений VDOP на 8-суточном интервале работы ГЛОНАСС.

Таблица 1

	ГЛОНАСС	ГЛОН+1ПС	ГЛОН+2ПС	ГЛОН+3ПС	ГЛОН+4ПС	ГЛОН+5ПС
Средний VDOP	2	1,305	0,965	0,865	0,785	0,738
Выигрыш относительно ГЛОНАСС, %	-	35	52	57	61	63

Как видно из представленных в таблице результатов, использование одного ПС позволяет уменьшить VDOP на 35%, а трех ПС - на 57%. Дальнейшее

увеличение числа ПС не дает существенного выигрыша в уменьшении вертикального ГФ и, соответственно, точности определения высоты полета ВС.

Поэтому можно сделать вывод, что использование в районе аэродрома более трех ПС для повышения точности определения высоты полета ВС не целесообразно.

Для получения представления о структуре интегрированного навигационно-временного поля ГЛОНАСС (размерах и расположении зон одинаковой точности определения высоты) при различном числе ПС была разработана методика построения полей точности по значениям вертикального ГФ в заданной зоне воздушного пространства. Результаты применения данной методики в виде зон одинаковой точности определения высоты интегрированного навигационно-временного поля показаны на рис.9.

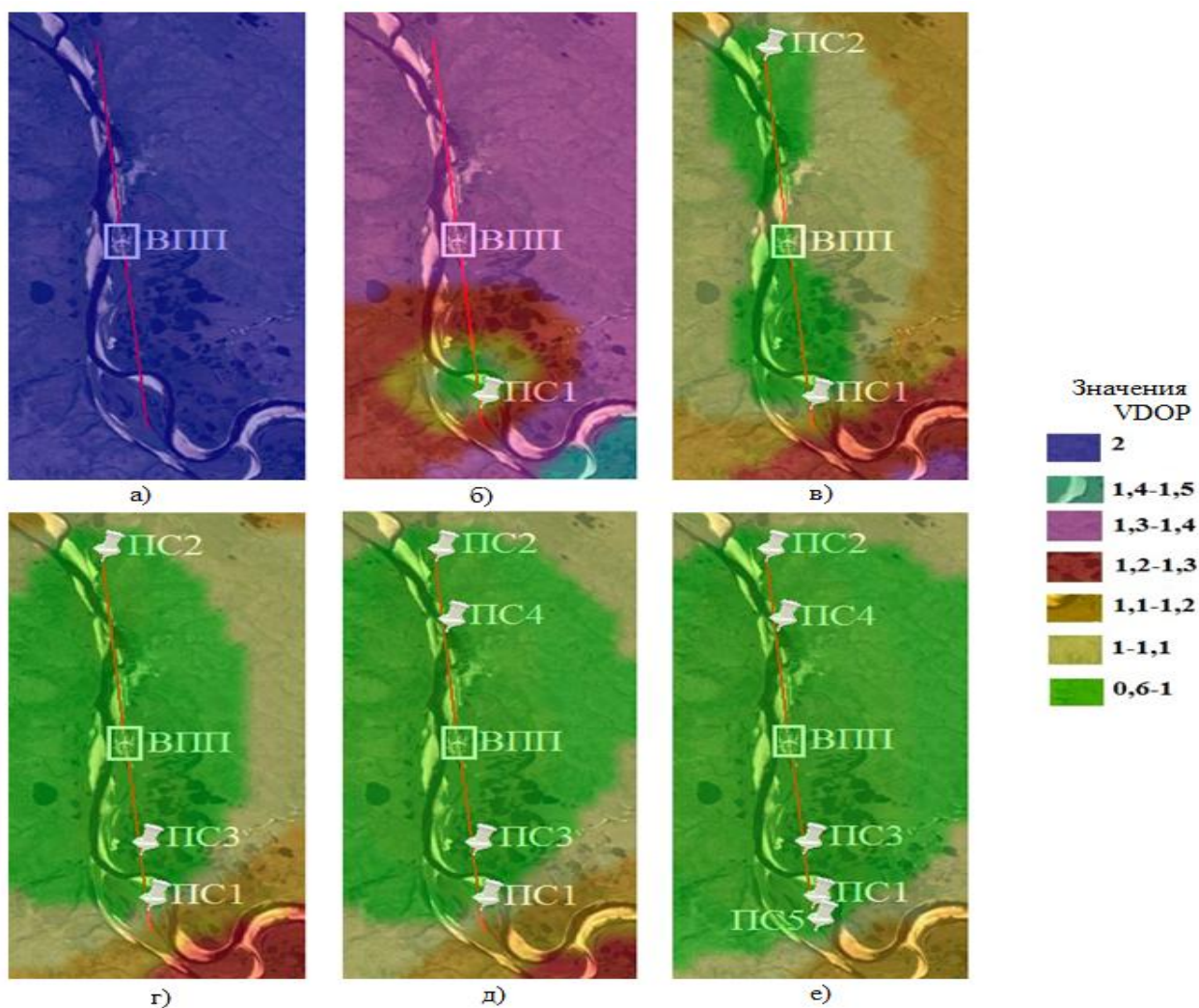


Рисунок 9. Поля точности ГЛОНАСС с ГС в вертикальной плоскости  
 Из полученных результатов видно, что при одном ГС (рис.9,б) зоны одинаковых значений  $VDOP$  имеют вид колец вокруг точки расположения ГС, при этом по мере удаления от ГС  $VDOP$  ухудшается.

При двух ГС (рис.9, в) зона наилучшей точности определения высоты имеет вид, близкий к «восьмерке», сужаясь по мере приближения к ВПП. Наилучшая точность обеспечивается только в районе посадочной траектории.

При трех оптимально расположенных ГС (рис.9,г) область высокой точности определения высоты охватывает всю зону аэродрома, включая зоны предпосадочно-

го маневрирования и захода на посадку. Дальнейшее увеличение числа ПС обеспечивает незначительное расширение области высокой точности.

### **Выводы**

Таким образом, в работе решена задача определения оптимального (по критерию минимума среднего вдоль посадочной траектории вертикального геометрического фактора) расположения псевдоспутников системы ГЛОНАСС относительно ВПП методами теории оптимального управления (Хука-Дживса и Нелдера-Мида).

Для решения задачи в среде программирования Labview разработаны программный модуль орбитального движения спутников ГЛОНАСС с выбором спутников рабочего созвездия и расчетом условий навигационного сеанса, и модуль решения задачи оптимизации. Путем сопоставления с данными натурных экспериментов доказана адекватность математических моделей и состоятельность полученных результатов. Предложена методика нахождения квазиоптимального положения ПС на основе построения гистограмм распределения координат по широте и долготе.

Результаты проведенных исследований показывают, что использование 3-х оптимально расположенных ПС вполне достаточно для существенного снижения  $VDOP$  на посадочной траектории и создания поля достаточно высокой точности определения высоты ВС в зоне аэродрома. Дальнейшее увеличение количества ПС не дает существенного выигрыша ни по точности определения, ни по расширению поля высокой точности определения высоты.

## Библиографический список

1. Скрыпник О.Н. Радионавигационные системы воздушных судов. - М.: Инфра-М, 2014. - 348 с.
2. Murphy T. and Hartman R. Core Assumptions and Assumed Minimum Performance Requirements with respect to Pseudolite Signal Structure Design., distributed to APL Subgroup. RTCA sSC159 Working Group 4a. 1997.
3. Пронькин А. Н., Кузнецов И. М., Веремеенко К. К. Интегрированная навигационная система БПЛА: структура и исследование характеристик // Труды МАИ, 2010, № 41: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=23811>
4. Ревнивых С.Г., Сердюков А.И., Болкунов А.И. Некоторые аспекты проектирования перспективных глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) // Труды МАИ, 2009, №34: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=8225>
5. Cobb S.H., et. al. Autolanding B-737 Using GPS Integrity Beacons // Navigation. V. 42. No. 3, Fall 1995, P. 467–486.
6. Скрыпник О.Н., Арефьев Р.О., Арефьева Н.Г. Расчет характеристик навигационного сеанса системы ГЛОНАСС. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, № 2016617951 RU от 19.07.2016.
7. ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ. Общее описание системы. Редакция 1.0 (16.07.2014), проект: <http://www.srn.ru/mediawiki/images>
8. Скрыпник О.Н., Арефьев Р.О., Астраханцева Н.Г. Методика построения и анализ полей точности ГЛОНАСС в заданной зоне воздушного пространства // Научный

вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2015. № 221. С. 43–49.

9. Richard B. Langley. Dilution of Precision // GPS WORLD. May 1999. P.52-59.

10. Трифонов А.Г. Постановка задачи оптимизации и численные методы ее решения, URL: [http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book\\_2/2\\_1.php](http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_2/2_1.php)