



Научная статья

УДК 621.539.822

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188261>

EDN: <https://www.elibrary.ru/XVXAUA>

ВЛИЯНИЕ ОТКЛОНЕНИЯ ДИСКА ОТ ПЛОСКОСТИ НОРМАЛЬНОЙ К ОСИ ВАЛА НА ДИНАМИКУ РОТОРОВ

Ю.Б. Назаренко^{1✉}, В.В. Маришкин²

¹Опытно-конструкторское бюро им. А. Люльки - филиал ОДК-Уфимского
моторостроительного производственного объединения, Москва, Россия

²Лыткаринский машиностроительный завод - филиал ОДК-Уфимского
моторостроительного производственного объединения,

Лыткарино, Московская область, Россия

✉ nazarenko.yuri@gmail.com

Цитирование: Назаренко Ю.Б., Маришкин В.В. Влияние отклонения диска от плоскости нормальной к оси вала на динамику роторов // Труды МАИ. 2026. № 147.
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188261>

Аннотация. В статье рассматривается влияние наклона диска от плоскости нормальной к оси вала ротора на динамику роторов и на увеличение опорных реакций. Углы наклона дисков имеют место при наличии допусков при посадке дисков на ротор, так и в процессе эксплуатации двигателей под действием таких факторов как температура, пластические деформации, неравномерность механических свойств. Для оценки собственных частот колебаний при их теоретическом определении составляются системы уравнений Лагранжа для каждой сосредоточенной массы ротора равенства инерционных сил при совершении ею колебательного процесса и сил упругого сопротивления. Динамические уравнения равновесия Лагранжа для вращающегося ротора при синхронной прецессии рассматривают равновесие центробежных сил и гироскопических моментов силам упругого сопротивления вала. Критические частоты роторов зависят от гироскопических моментов дисков, которые

определяются частотами вращения, углами поворота дисков при изгибе вала и моментами инерции дисков. При наличии гироскопических моментов дисков резонансные частоты роторов при критических частотах их вращения повышаются в сравнении с собственными частотами колебаний неподвижного ротора, так как эти моменты противодействуют прогибу вала. Определяя прогиб вала при нулевом моменте инерции и точечной массе диска на частоте вращения ротора, равной частоте собственных колебаний эталонного ротора находим необходимый угол наклона диска, когда может реализоваться резонанс вращающего ротора на частоте собственных колебаний эталонного ротора. Критическая круговая скорость ротора при наклоне диска будет меньше, чем диска без наклона.

Разработана методика оценки угла наклона диска на повышение реакции на опоре. Увеличение прогиба вала ротора при наклоне диска турбины высокого давления приводит к увеличению центробежных сил от неуравновешенных масс дисков и увеличению нагрузки на опору. При линейной зависимости прогибов вала от внешней нагрузки, были определены реакции на опоре при прогибах вала на частотах вращения отличных от базового варианта.

Ключевые слова: ротор; вал; подшипниковая опора; центробежная сила; гироскопический момент.

INFLUENCE OF DISK DEVIATION FROM THE PLANE NORMAL TO THE SHAFT AXIS ON ROTOR DYNAMICS

Yu.B. Nazarenko^{1✉}, V.V. Marishkin²

¹Lyulka Experimental Design Bureau - branch of the United Engine Corporation
Ufa Engine Industrial Association, Moscow, Russia

²Lytkarinsky Machine-building Plant-branch of the United Engine Corporation Ufa
Engine Industrial Association, Lytkarino, Moscow region, Russia

✉ nazarenko.yuri@gmail.com

Citation: Nazarenko Yu.B., Marishkin V.V. Influence of disk deviation from the plane normal to the shaft axis on rotor dynamics // Trudy MAI. 2026. No. 147. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188261>

Abstract. The paper the influence of the disk tilt from the plane normal to the rotor shaft axis on rotor dynamics and on the increase of support reactions is considered.

Disk tilt angles occur both due to tolerances during disk mounting on the rotor and during engine operation under the influence of factors such as temperature, plastic deformations, and non-uniformity of mechanical properties. To evaluate natural oscillation frequencies during their theoretical determination, systems of Lagrange equations are compiled for each concentrated mass of the rotor, equating the inertial forces during its oscillatory process to the forces of elastic resistance. The dynamic Lagrange equilibrium equations for a rotating rotor under synchronous precession consider the equilibrium of centrifugal forces and gyroscopic moments with the elastic resistance forces of the shaft. The critical speeds of rotors depend on the gyroscopic moments of the disks, which are determined by the rotation speeds, the angles of disk tilt during shaft bending, and the moments of inertia of the disks. In the presence of gyroscopic moments of the disks, the resonant frequencies of the rotors at their critical speeds increase compared to the natural oscillation frequencies of a stationary rotor, as these moments counteract the shaft deflection. By determining the shaft deflection at zero moment of inertia and a point mass of the disk at a rotor rotation speed equal to the natural oscillation frequency of the reference rotor, we find the required disk tilt angle at which resonance of the rotating rotor can occur at the natural oscillation frequency of the reference rotor. The critical circular speed of the rotor with disk tilt will be lower than that of a disk without tilt.

A methodology has been developed for assessing the influence of the disk tilt angle on the increase of reaction at the support. The increase in shaft deflection of the rotor due to the tilt of the turboprop engine disk leads to an increase in centrifugal forces from unbalanced disk masses and an increase in the load on the support. Assuming a linear dependence of shaft deflections on external load, the reactions at the support were determined for shaft deflections at rotation speeds different from the base variant.

Keywords: rotor; shaft; bearing support; centrifugal force; gyroscopic moment.

Введение

Одной из наиболее актуальных проблем современных авиационных комплексов военного назначения является повышение тяги турбореактивных двигателей при сохранении или даже снижении габаритных размеров и минимальных весовых характеристиках.

Не последнюю роль в этом играет разработка новых подходов и повышение точности динамических расчетов для более достоверного обоснования параметров двигателя, а также новые методы и подходы для решения проблемы стабильной и надежной динамической работы двигателей.

Однако в реальных условиях возникают факторы, которые не учитываются в стандартных методиках. Одним из таких факторов является наличие углов наклона дисков, которые оказывают влияние, как на критические частоты вращения роторов, так и возникновение дополнительных нагрузок на опоры роторов.

Углы наклона дисков имеют место при наличии допусков при посадке дисков на ротор, так и в процессе эксплуатации двигателей под действием таких факторов как температура, пластические деформации, неравномерность механических свойств.

В данной работе рассмотрено влияние углов наклона дисков на критические частоты вращения роторов и возникновение повышенных нагрузок на опоры.

Влияние углов наклона дисков на критическую круговую скорость роторов

Оценка динамического поведения роторов по классическим представлениям основывается на определении собственных частот колебаний неподвижных роторов и критических частот их вращения, при которых вал ротора теряет устойчивость и его перемещения могут неограниченно возрастать вплоть до разрушения.

Для оценки собственных частот колебаний при их теоретическом определении составляются системы уравнений Лагранжа для каждой сосредоточенной массы ротора равенства инерционных сил при совершении ею колебательного процесса и сил упругого сопротивления [1-2]

$$\begin{aligned} m \ddot{y} + \alpha y - \delta v &= 0 \\ J_c \ddot{v} - \gamma y + \beta v &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где α и γ - поперечная сила и момент от единичного прогиба вала вместе установки диска; δ и β - поперечная сила и момент от единичного углового смещения диска; m и J_c - масса и осевой момент инерции диска; y и v - поперечное перемещение и угол поворота диска.

Подставляя решение уравнений (1) в виде $y = y_0 \cos pt$ и $v = v_0 \cos pt$, получим

$$\begin{aligned} -mp^2 y_0 + \alpha y_0 - \delta v_0 &= 0; \\ -J_c p^2 v_0 - \gamma y_0 + \beta v_0 &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где y_0 и v_0 - амплитуда поперечных и угловых перемещений плоских колебаний; p - частота колебаний.

Отметим, что моменты инерции дисков при колебаниях ротора способствуют увеличению прогибов вала и, тем самым, уменьшают собственную частоту ротора.

Критические частоты роторов зависят от гироскопических моментов дисков, которые определяются частотами вращения, углами поворота дисков при изгибе вала и моментами инерции дисков.

При отсутствии гироскопических моментов дисков при их угловых смещения от изгиба вала, критические частоты равны частотам собственных колебаний при одних и тех же формах изгиба вала. Это возможно при наличии одного диска на валу, расположенного в середине пролета, когда диск не поворачивается или при наличии точечных масс, не имеющих осевых моментов инерции.

При наличии гироскопических моментов дисков резонансные частоты роторов при критических частотах их вращения повышаются, так как эти моменты противодействуют прогибу вала.

Таким образом, резонансная частота ротора определяется с одной стороны вращением вала, а с другой стороны инерционными характеристиками дисков.

Динамические уравнения равновесия Лагранжа для вращающегося ротора при синхронной прецессии запишем в виде [1- 2]

$$\begin{aligned} m\omega^2 y + \alpha y - \delta v &= 0; \\ J_c v \omega^2 - \gamma y + \beta v &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где J_c – осевой момент инерции диска; ω – круговая скорость вращения.

При наклоне диска без прогиба вала на угол $\Delta\beta$ гироскопический момент в этом случае будет равен [1- 2]

$$M = J_c \cdot \omega^2 \cdot \varphi = \omega^2 \cdot J_c \cdot (\varphi - \Delta\beta). \quad (4)$$

где J_c – осевой момент инерции диска при угловых смещениях; φ – угол поворота прямого диска при прогибе вала; $\Delta\beta$ – угол поворота диска без прогиба вала.

В случае, когда угол наклона β будет равен углу наклона диска при критической круговой скорости от прогиба вала эталонного диска, гироскопический момент диска будет нулевым. В этом случае будет равновесное положение сил и наступает резонанс. При этом критическая круговая скорость ротора равна собственной частоте при нулевом моменте инерции и точечной массе диска.

Рассмотрим модель ротора с одним диском диаметром 150мм и толщиной 20мм. Масса диска равна 2,77кг при нулевой массе вала и модуле упругости $E=2 \cdot 10^{11}$ Н/м².

Собственная частота ротора будет равна 275,4 Гц (рисунок 1 критическая круговая скорость, определенная в программном комплексе “ANSYS” составит $\omega=2100$ с⁻¹ (рисунок 2).

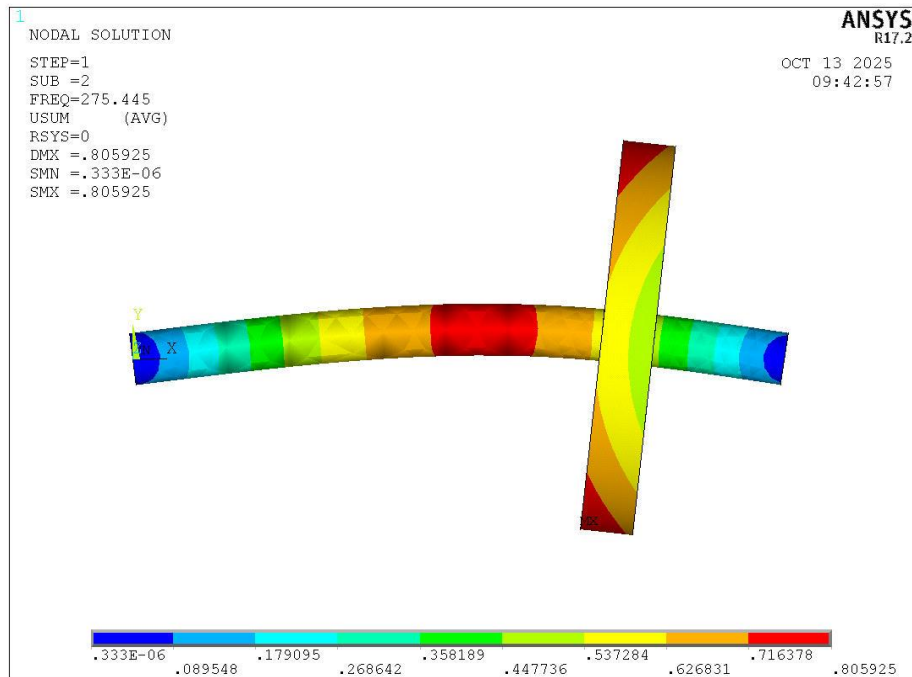


Рисунок – 1 Собственная частота ротора, $f=275,4$ Гц

Критическая круговая скорость, определенная в программном комплексе “ANSYS” составит $\omega=2100$ с⁻¹ (рисунок 2).

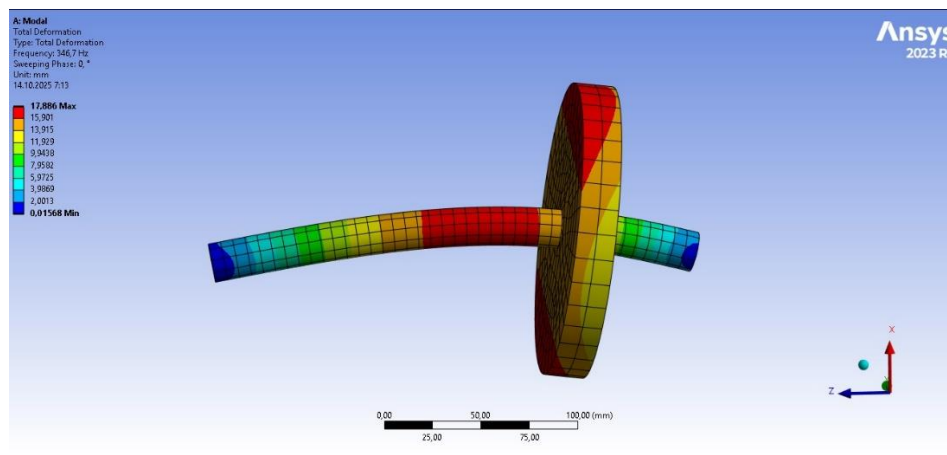


Рисунок - 2 Критическая круговая скорость $\omega=2100$ с⁻¹ (346,7 Гц)

Определим угол наклона диска при критической круговой скорости равной собственной резонансной частоте.

Собственная частота ротора при замене диска точечной массой равной массе диска $m=2,77$ кг будет равна 301,5 Гц.

Определим прогиб вала ротора при критической круговой скорости ротора методом итераций при включении опции больших перемещений “Large deform effects”. Максимальный прогиб вала при критической круговой скорости будет равен $Y_0=-1,26$ мм.

При симметричном прогибе вала

$$Y = Y_0 \sin\left(\frac{x \cdot \pi}{L}\right), \quad (5)$$

угол поворота диска при прогибе вала определим из выражения

$$\varphi = Y_0 \cdot \frac{\pi}{L} \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{L}\right) = 0,0115 \text{ рад}, \quad (6)$$

где x – координата сечения вала; L – пролет вала; Y_0 – прогиб вала в середине пролета.

Прогиб вала в середине пролета при критической круговой скорости равен $Y_0 = 1,26$ мм и это произойдет при наклоне диска $\beta = 0,66^\circ$.

При наклоне диска $\beta = 0,66^\circ$ наступает резонанс ротора при круговой скорости $\omega = 1894,4 \text{ с}^{-1}$ (301,5 Гц) и эта частота меньше чем для ротора без наклона диска 334,2 Гц.

Влияние наклона дисков ротора на реакцию опор

Оценку влияния наклона дисков будем производить на примере ротора высокого давления двигателя АЛ-31-Ф на 3-D модели в программном комплексе “Ansys”.

Схема роторов и опор двигателя АЛ-31-Ф приведена на рисунке 3.

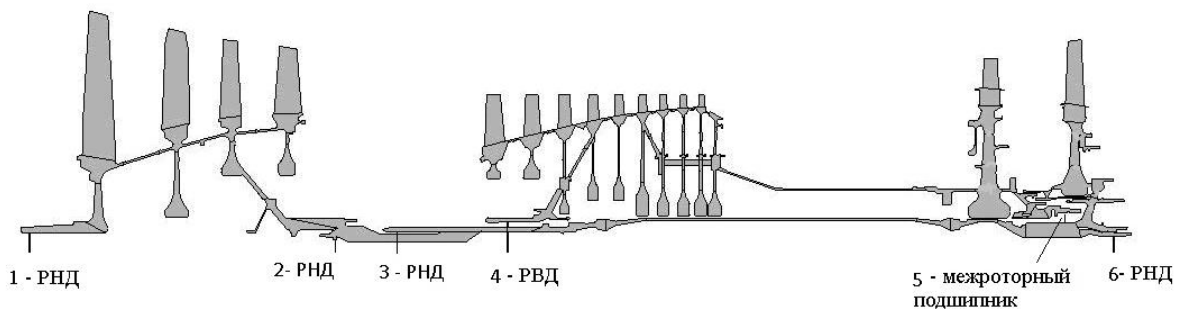


Рисунок 3 - Система роторов двигателя АЛ -31 Ф

Система состоит из двух роторов: ротора НД и ротора ВД. Лопатки моделировались сплошными ободами из материалов с плотностями, подобранными так, чтобы масса сплошного обода равнялась сумме масс всех лопаток данной ступени. Расположение опор отмечено на рисунке 3 и расчет производился на жестких опорах.

Влияние угла наклона диска на реакцию на опоре будем производить для диска турбины высокого давления (ТВД) при оценке изменения прогиба вала для диска с наклоном в сравнении с эталонным прогибом (без наклона диска). При угле наклона диска ТВД равного углу наклона прямого диска при прогибе вала, гироскопический момент обнуляется, и прогиб вала увеличивается.

При определении угла наклона ТВД прогиб вала для многодискового ротора высокого давления можно принять симметричным относительно центра вала.

Угол поворота диска ТВД при прогибе вала определим из выражения

$$\varphi = Y_0 \cdot \frac{\pi}{L} \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{L}\right) = 0,0027 Y_0, \quad (7)$$

где L – расстояние между опорами ротора, $L=1054\text{мм}$; x – расстояние ТВД от опоры ротора, $x=140\text{ мм}$; Y_0 – максимальный прогиб вала, мм.

При угле наклона диска ТВД равного углу наклона прямого диска при прогибе вала, гироскопический момент обнуляется. Определим прогиб вала для диска с наклоном при круговой скорости $\omega=1000\text{с}^{-1}$ (рисунок 4) с точечной массой диска ТВД и при нулевом моменте инерции при включении опции больших перемещений “Large deform effects”.

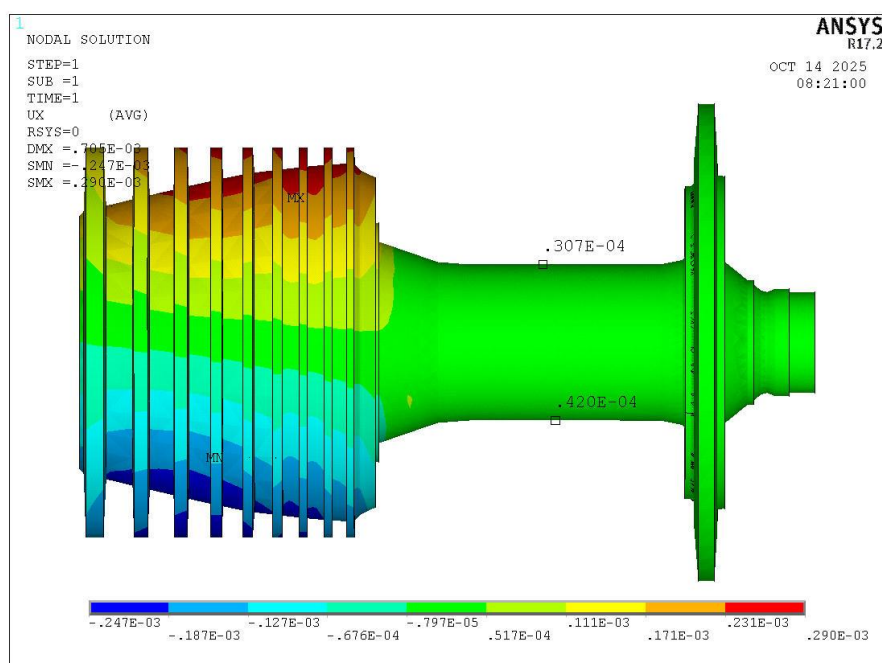


Рисунок 4 - Прогиб вала при частоте вращения $\omega=1000\text{ с}^{-1}$

При радиальном расширении вала РВД от центробежных сил $\Delta Y=0,0056$ мм, прогиб вала составит $Y_0=0,036$ мм, угол поворота диска ТВД $\varphi=0,000097$ рад ($0,0055^\circ$). Реализация прогиба вала ротора $Y_0=0,036$ мм на угловой скорости $\omega=1000$ с⁻¹ будет происходить при наклоне диска $\beta=0,0055^\circ$.

Оценим влияние наклона диска на опорную реакцию от прогиба вала при круговой скорости $\omega=1100$ с⁻¹ (рисунок 5).

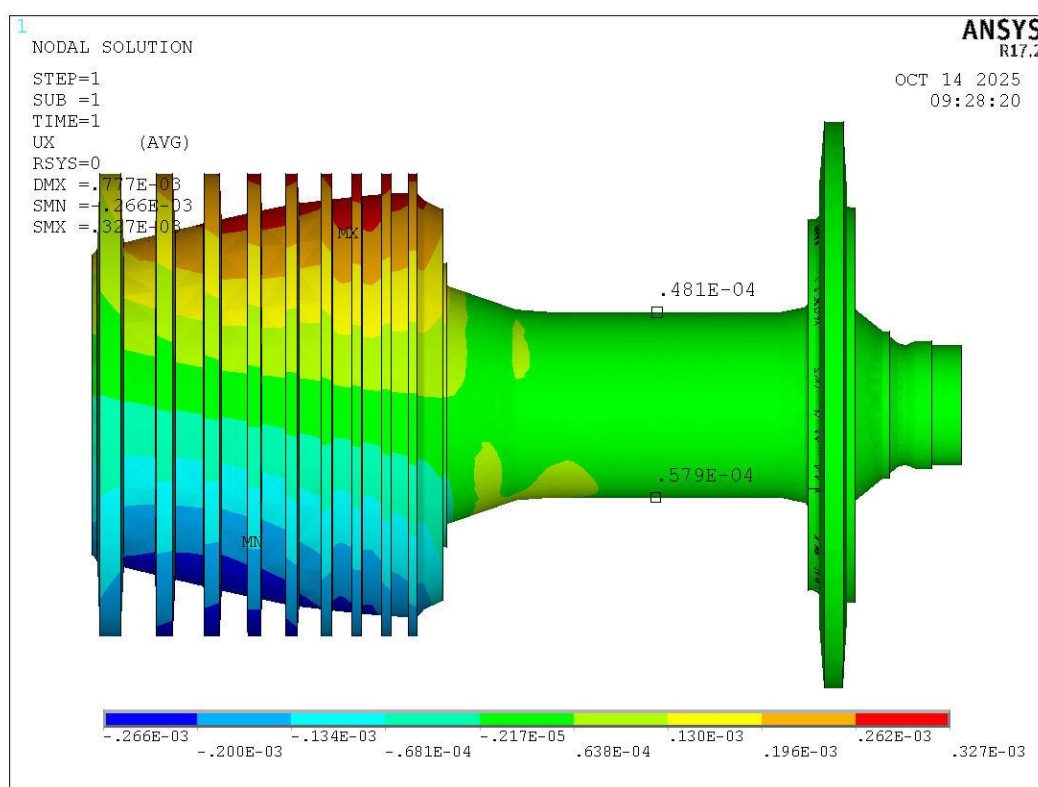


Рисунок - 5 Прогиб вала при $\omega=1100$ с⁻¹

Прогиб вала будет равен $Y_0=0,053$ мм, угол поворота диска ТВД составит $\varphi=0,00014$ рад ($0,0082^\circ$).

Реализация прогиба вала ротора $Y_0=0,053$ мм на круговой скорости $\omega=1100$ с⁻¹ будет происходить при наклоне диска $\beta=0,0082^\circ$.

Оценим влияние наклона диска на опорную реакцию от прогиба вала при круговой скорости $\omega=1150$ с⁻¹ (рисунок 6).

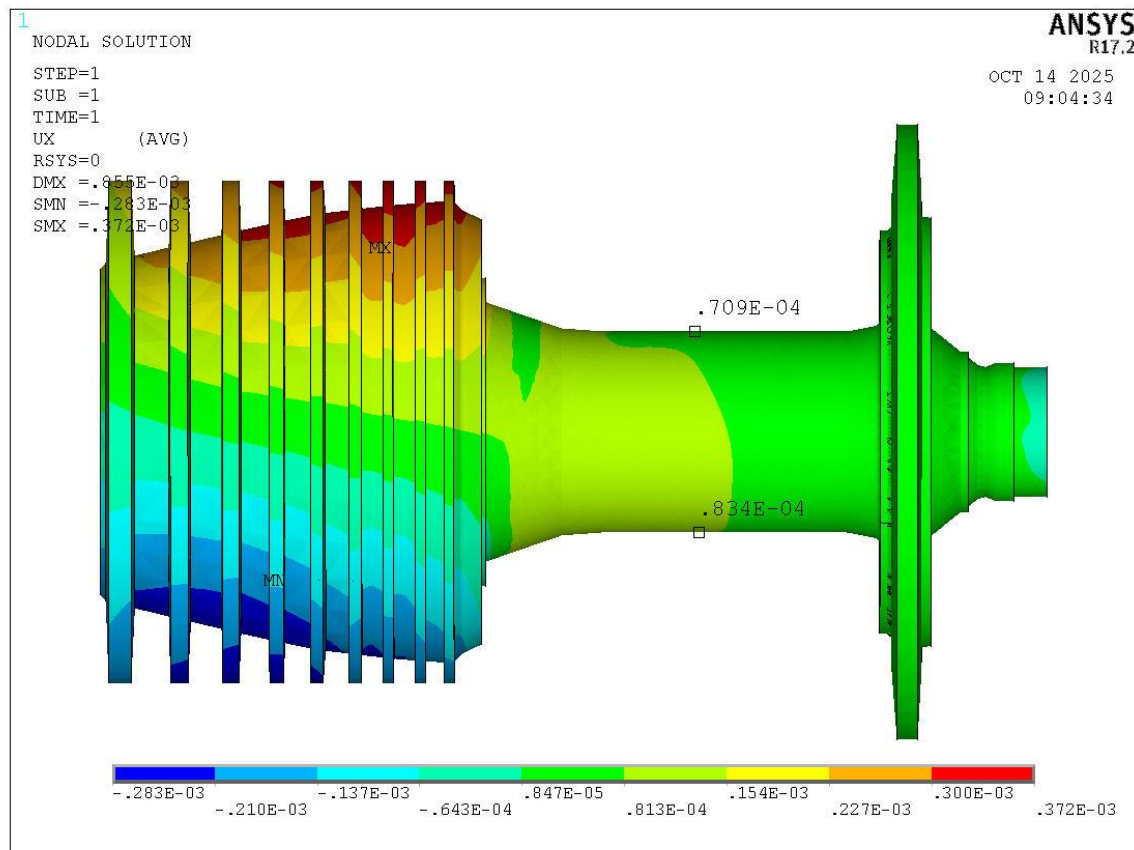


Рисунок - 6 Прогиб вала при $\omega=1150 \text{ с}^{-1}$

Прогиб вала будет равен $Y_0=0,077 \text{ мм}$, угол поворота диска ТВД составит $\varphi=0,00021 \text{ рад}$ ($0,012^\circ$).

Увеличение прогиба вала ротора при наклоне диска ТВД приводит к увеличению центробежных сил от неуравновешенных масс дисков и увеличению нагрузки на опору.

Определим нагрузку на опору от центробежных сил при $n=1000 \text{ с}^{-1}$ при прогибе вала $Y_0=0,036 \text{ мм}$ для ротора при наклоне диска ТВД (нулевой гироскопического момент).

Приложим центробежную силу к каждому диску и к валу ТВД

$$F_i = m_i \cdot y_i \cdot \omega^2, \quad (8)$$

где m_i – масса диска и лопатки; y_i – прогиб вала в месте установки диска, $y_i = U_0 \sin(x\pi / L)$; x – удаление диска от опоры; ω – угловая скорость ротора.

Гироскопические момент при прогибе вала от вращения ротора, определим из выражения

$$M = J \cdot \varphi \cdot \omega^2, \quad (9)$$

где J – осевой момент инерции диска; φ – угол поворота диска; ω – угловая скорость ротора.

Реакция на задней опоре ротора ВД определим из выражения

$$R = \frac{F_i \cdot x_i - M_{КВД}}{L} = 1809,7 \text{ Н}, \quad (10)$$

Учитывая, что зависимость прогиба вала ротора от действия центробежных сил от неуравновешенных масс дисков линейна, запишем силы, прикладываемые на опору в зависимости от прогиба вала при наклоне диска

$$F = \frac{R}{0,036} \cdot Y_0 = \frac{1809,7}{0,036} \cdot Y_0, \quad (11)$$

где R – реакция на опоре при максимальном прогибе вала $Y_0=0,036$ мм; Y_0 – максимальный прогиб вала.

Для сравнения были определены прогибы вала для ротора без наклона диска при круговой скорости вращения ротора 1000, 1100 и 1150 с⁻¹.

Определим нагрузку на опору от центробежных сил при $n=1000$ с⁻¹ при прогибе вала $Y_0=0,013$ мм для ротора без наклона диска ТВД.

Реакцию на задней опоре ротора ВД определим из выражения

$$R = \frac{F_i \cdot x_i - M_{КВД} + M_{ТВД}}{L} = 702,6 \text{ Н}, \quad (12)$$

где F_i – центробежная сила; $M_{КВД}$ и $M_{ТВД}$ – гироскопические моменты компрессора и турбины высокого давления.

Радиальный прогиб в центре вала для эталонного ротора и при наклоне диска ТВД, а также нагрузки на заднюю опору ротора ВД представим в таблице 1.

Прогиб вала и нагрузки на заднюю опору ротора ВД

$\omega, \text{с}^{-1}$	Максимальный прогиб вала Y_0 , мм		Нагрузка на опору, кг	
	Без наклона	Наклон диска ТВД	Без наклона	Наклон диска ТВД
1000	0,013	0,036 ($\beta=0,0055^\circ$)	71,7	184,7
1100	0,024	0,053 ($\beta=0,0082^\circ$)	132,4	271,9
1150	0,031	0,077 ($\beta=0,012^\circ$)	171	395,1

Заключение

В статье рассмотрено влияние углов наклона дисков на критические частоты вращения роторов. В случае, когда угол наклона диска β , будет равен углу наклона диска при критической круговой скорости от прогиба вала, гироскопический момент диска будет нулевым. В этом случае критическая круговая скорость вращения ротора будет равна собственной частоте, и она может быть определена из модального анализа.

Разработана методика оценки угла наклона диска на повышение реакции на опоре. Увеличение прогиба вала ротора при наклоне диска турбины высокого давления приводит к увеличению центробежных сил от неуравновешенных масс дисков и увеличению нагрузки на опору.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Список источников

1. Хронин Д.В. Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1970. -412с.

2. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин. М.: Машиностроение, 1979. -702 с.
3. Марчуков Е.Ю., Назаренко Ю.Б. Динамическая стабильность и надежность роторов газотурбинных двигателей: монография. - М.: Назаренко Ю.Б., 2019. – 212с.
4. Назаренко Ю.Б. Динамика роторов газотурбинных двигателей: монография. – М.: Назаренко Ю.Б., 2014. - 123с.
5. Новиков Д.К. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок. - Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2012. - 87с.
6. Скубачевский Г.С. “Авиационные газотурбинные двигатели. Конструкция и расчет деталей, М.: Машиностроение, 1973. -520с.
7. Иванов М.Н. Детали машин. – М.: Высшая школа, 1991. - 383 с.
8. Берне А.Л., Леонтьев М.К., Низаметдинов Ф.Р., Ромашин Ю.С. Исследование изгибной жесткости фланцевого соединения ротора ГТД. МТТ, 2019, №2, с.93-100.
9. Леонтьев М.К., Иванов А.В. Модальный анализ динамических систем роторов//Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2005. №3. С.31-35.
10. Назаренко Ю.Б. Критическая частота вращения ротора низкого давления двигателя АИ-222-25// Двигатель, 2015, №1. С.20-21.
11. Леонтьев М.К., Иванов А.В. Модальный анализ динамических систем роторов//Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2005. №3. С.31-35.
12. Усманов А.Р. Модестов В.С.Метод задания центробежных нагрузок валов при расчете дисбалансного поведения роторов//Научно-технические ведомости СПбГПУ Физико-математические науки. 2023.№16(1). С. 132-139.
13. Усманов А.Р. Модестов В.С.Метод Центробежная нагрузка вала с учетом двоякой изгибной жесткости //Всероссийская научная конференция “Неделя науки ФизМех” (Санкт-Петербург: 3-7 апреля): сборник статей.- Санкт_Петербург: Политех-Пресс, 2023. С. 316-318.

14. Дегтярев С.А., Кутаков М.Н., Леонтьев М.К. Динамика роторов с трещиной на валах//Труды МАИ.2015. №79. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID55827>.
15. Попов И.П. Монореактивный гармоничнский осцилятор//Труды МАИ.2022. №126. URL: <https://trudymai.ru/published.php?168986>. DOI:34759/trd-2022-126-01.
16. Алероева Х.Т., Алероев Т.С. Дробные дифференциальные уравнения и ядра, и малые колебания механических систем//Труды МАИ.2023. №129. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID80904>.
17. Назаренко Ю.Б. Устранение резонанса на критической частоте вращения роторов при эллиптической траектории вращения оси вала на опоре//Авиационно–космическая техника и технология. - Харьков: ХАИ. 2013. № 10(107). - С. 60-65.
18. Урьев Е.В., Жуков С.В., Кистойчев А.В., Биялт М.А., Бочкарев Е.В., Кшесинский Д.С. О крутильных колебаниях валопроводов мощных газотурбинных агрегатов в условиях эксплуатации//Надежность и безопасность энергетики.2017.№ 10(2). - С.126-134.
19. Фегада Р., Патель В.Б Нехете Р.С., Бхандаркар Б.М. Несбалансированная реакция ротора с использованием параметрического проектирования ANSYS для различных подшипников // Международный журнал инженерных наук и новых технологий. 2014. Том 7. № 1. С. 506-515.
20. Хаймович А.И., Болотов М.А., Печенина Е.Ю. Модель виртуального уравнивания жестких роторов // Вестник Самарского университете. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. №21 (1). - С.99-109.

References

1. Khronin, D. V. *Teoriia i raschet kolebanii v dvigateliakh letatel'nykh apparatov* (Theory and Calculation of Oscillations in Aircraft Engines). Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970. 412 p.

2. Birger, I. A., Shorr, B. F., Iosilevich, G. B. *Raschet na prochnost' detalei mashin* (Strength Calculation of Machine Parts). Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979. 702 p.
3. Marchukov, E. Yu., Nazarenko, Yu. B. *Dinamicheskaiia stabil'nost' i nadezhnost' rotorov gazoturbinnnykh dvigatelei: monografiya* (Dynamic Stability and Reliability of Gas Turbine Engine Rotors: monograph). Moscow: Nazarenko Yu.B. Publ., 2019. 212 p.
4. Nazarenko, Yu. B. *Dinamika rotorov gazoturbinnnykh dvigatelei: monografiya* (Dynamics of Gas Turbine Engine Rotors: monograph). Moscow: Nazarenko Yu.B. Publ., 2019. 123 p.
5. Novikov D.K. *Osnovy konstruirovaniia aviatsionnykh dvigatelei i energeticheskikh ustanovok*, 2012, <https://repo.ssau.ru/handle/Uchebnye-posobiya/Osnovy-konstruirovaniya-aviacionnyh-dvigateli-i-energeticheskikh-ustanovok-Elektronnyi-resurs-elektron-ucheb-posobie-55099?ysclid=mha2msivy547158079>
6. Skubachevskii, G. S. *Aviatsionnye gazoturbinnnye dvigateli. Konstruktsiia i raschet detalei* (Aircraft Gas Turbine Engines. Design and Calculation of Parts). Moscow, Mashinostroenie Publ., 1974. 520 p.
7. Ivanov, M. N. *Detali mashin* (Machine Parts). Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1991. 383 p.
8. Berne, A. L., Leont'ev, M. K., Nizametdinov, F. R., Romashin, Yu. S. *Issledovanie izgibnoi zhestkosti flantseвого soedineniia rotora GTD, Izvestiia RAN. Mekhanika Tverdogo Tela*, 2019, no. 2, pp. 93-100.
9. Leontiev, M. K., Ivanov, A. V. Modal'nyi analiz dinamicheskikh sistem rotorov. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaia tekhnika*, 2005, no. 3, pp. 31-35.
10. Nazarenko, Yu. B. Kriticheskaiia chastota vrashcheniia rotora nizkogo davleniia dvigatel'ia AI-222-25. *Dvigatel*, 2015, no. 1, pp. 20-21.
11. Leontiev, M. K., Ivanov, A. V. Modal'nyi analiz dinamicheskikh sistem rotorov. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaia tekhnika*, 2005, no. 3, pp. 31-35.
12. Usmanov, A. R., Modestov, V. S. Metod zadaniia tsentrobeznykh nagruzok valov pri raschete disbalansnogo povedeniia rotorov. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU Fiziko-matematicheskie nauki*, 2023, no. 16(1), pp. 132-139.

13. Usmanov, A.R., Modestov, V.S. *Tsentrobezhnaia nagruzka vala s uchetom dvoyakoi izgibnoi zhestkosti. Vserossiiskaya nauchnaya konferentsiya «Nedelia nauki FizMekh»*, St.Petersburg, 2023, pp.316-318.
14. Degtiarev, S. A., Kutakov, M. N., Leontiev, M. K. *Dinamika rotorov s treshchinoi na valakh. Trudy MAI*, 2015, no. 79, available at: <https://trudymai.ru/published.php?ID=55827>
15. Popov, I. P. *Monoreaktivnyi garmonicheskii oscylator. Trudy MAI*, 2022, available at: <https://trudymai.ru/published.php?ID=168986>.
16. Aleroeva, Kh. T., Aleroev, T. S. *Drobnye differential'nye uravneniia i iadra, i malye kolebaniia mekhanicheskikh sistem. Trudy MAI*, 2023, no. 129, available at: <https://trudymai.ru/published.php?ID=80904>.
17. Nazarenko, Yu. B. *Ustranenie rezonansa na kriticheskoi chastote vrashcheniia rotorov pri ellipticheskoi traektorii vrashcheniiai osi vala na opore. Aviatsionno–Kosmicheskaiia Tekhnika i Tekhnologii*, 2013, no. 10(107), pp. 60-65.
18. Uriev, E. V., Zhukov, S. V., Kistochev, A. V., Bialt, M. A., Bochkarev, E. V., Kshesinskii, D. S. *O krutil'nykh kolebaniiaakh valoprovodov moshchnykh gazoturbinnnykh agregatov v usloviiaakh ekspluatatsii. Nadezhnost' i bezopasnost' energetiki*, 2017, no. 10(2), pp. 126-134.
19. Fegada R., Patel V. B., Nekhete R. S., Bhandarkar B. M., Kshesinskii D. S. *Nesbalansirovannaia reaktsiia rotora s ispol'zovaniem parametricheskogo proektirovaniia ANSYS dlia razlichnykh podshipniko. Mezhdunarodnyi Zhurnal Inzhenernykh Nauk i Novykh Tekhnologii*, 2014, Vol. 7, no. 1, pp. 506-515.
20. Khaimovich, A. I., Bolotov, M. A., Pechenina, E. Yu. *Model' virtual'nogo uravnovesivaniia zhestkikh rotorov, Vestnik Samarskogo Universiteta. Aerokosmicheskaiia Tekhnika, Tekhnologii i Mashinostroenie*, 2022, no. 21(1), pp. 99-109.

Информация об авторах

Юрий Борисович Назаренко, Опытнo-конструкторское бюро им. А. Люльки - филиал ОДК-Уфимского моторостроительного производственного объединения, Москва, Россия; e-mail: nazarenko.yuri@gmail.com

Вадим Владимирович Маришкин, Лыткаринский машиностроительный завод - филиал ОДК-Уфимского моторостроительного производственного объединения, Лыткарино, Московская область, Россия

Information about the authors

Yuri B. Nazarenko, Lyulka Experimental Design Bureau - branch of the United Engine Corporation Ufa Engine Industrial Association, Moscow, Russia; e-mail: nazarenko.yuri@gmail.com

Vadim V. Marishkin, Lytkarinsky Machine-building Plant-branch of the United Engine Corporation Ufa Engine Industrial Association, Lytkarino, Moscow region, Russia

Получено 12 августа 2025 ● Принято к публикации 12 декабря 2025 ● Опубликовано 25 июня 2026
Received 12 August 2025 ● Accepted 12 December 2025 ● Published 25 June 2026
