

УДК 621.822.83; 53.08

## **Экспериментальная верификация энергетической модели роликового подшипника для моделирования опорных узлов авиационных двигателей.**

### **Часть 1. Нагружение подшипника радиальной силой и поперечным моментом на специальном стенде, предотвращающем изгиб колец**

**Сорокин Ф.Д.<sup>1\*</sup>, Чжан Х.<sup>1\*\*</sup>, Попов В.В.<sup>1\*\*\*</sup>, Иванников В.В.<sup>2\*\*\*\*</sup>**

<sup>1</sup>*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
ул. 2-ая Бауманская, 5, Москва, 105005, Россия*

<sup>2</sup>*Научно-технический центр по роторной динамике ООО «Альфа-Транзит»,  
ул. Ленинградская, 1, Химки, Московская область, 141400, Россия*

*\*e-mail: [sorokin\\_fd@mail.ru](mailto:sorokin_fd@mail.ru)*

*\*\*e-mail: [zhang274234111@yandex.ru](mailto:zhang274234111@yandex.ru)*

*\*\*\*e-mail: [vypopov.bmstu@gmail.com](mailto:vypopov.bmstu@gmail.com)*

*\*\*\*\*e-mail: [vvivannikov@gmail.com](mailto:vvivannikov@gmail.com)*

#### **Аннотация**

С целью верификации энергетической модели роликового подшипника выполнялся натурный эксперимент на универсальной испытательной машине Zwick/Roell Z100. Роликовый подшипник типа 12309KM, закрепленный в специальном устройстве, обеспечивающем фиксацию наружного кольца, через жесткую штангу нагружался радиальной силой и моментом. Деформации деталей, используемых в закреплении и нагружении подшипника, предварительно оценивались расчетом с помощью МКЭ. Экспериментальные данные обрабатывались методом наименьших квадратов с целью их аппроксимации

аналитическими соотношениями. Сравнение экспериментальных данных с численными результатами, полученными по ранее разработанной энергетической модели, показало их хорошее соответствие. Из выполненного исследования можно сделать вывод об очень хорошей точности энергетической модели роликового подшипника.

**Ключевые слова:** энергетическая модель роликового подшипника, испытательное оборудование, метод наименьших квадратов.

### **Введение**

Подшипниковые узлы являются важнейшими структурными элементами машин и приборов. При решении задач роторной динамики вращающихся машин большое значение имеет определение их упругих характеристик.

Аналізу различных аспектов механического поведения и взаимодействия элементов роликового (и не только) подшипника посвящено множество работ, например, [1-15]. Сравнительно простой и в то же время весьма информативной является модель, предложенная De Mul в работе [9], в которой каждый ролик разбивается на тонкие диски и далее нелинейные уравнения равновесия ролика записываются с использованием законов статики. В статье [10] идеи De Mul получили дальнейшее развитие, при этом оказалось, что вместо законов статики гораздо проще и удобнее использовать энергетический подход. Силы, действующие на ролик со стороны колец и бортиков, а также элементы матрицы жесткости ролика

сравнительно просто вычисляются через первые и вторые производные энергии деформаций. Запись уравнений равновесия элементов подшипника, выполненная в [9], при этом становится излишней, так как все соотношения могут быть получены формальным дифференцированием энергии деформации.

Целью данной статьи является прямая экспериментальная верификация энергетической модели роликового подшипника (ЭМРП), разработанной в [10]. Верификация выполнялась сопоставлением нагрузочных характеристик, полученных в эксперименте и рассчитанных на основе ЭМРП. Испытание выполнялось на универсальной испытательной машины (ИМ) Zwick/Roell Z100. Объект исследования – роликовый подшипник типа 12309 КМ.

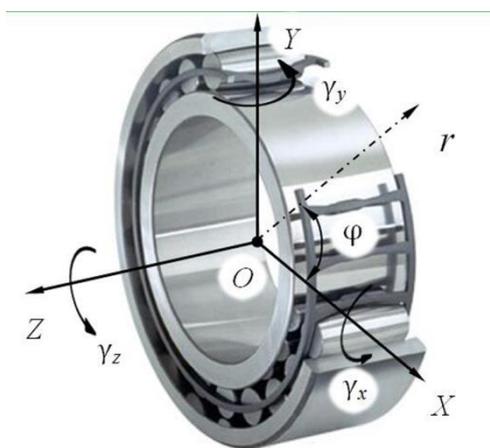
### **Энергетическая модель роликового подшипника [10]**

Роликовый подшипник в энергетической модели состоит из наружного и внутреннего колец, роликов. Каждое из колец считается твёрдым телом с 6-ю степенями свободы. Ролики приняты упругими телами. Движение роликов считается плоским (3 степени свободы). Т.е., ролик может совершать 2 малых перемещения и 1 малый поворот в своей рабочей плоскости. Точнее, другие движения ролика (например, вращение вокруг собственной оси) не меняют упругую энергию ролика и поэтому из рассмотрения исключены. Поворот вокруг радиуса не допускается сепаратором. Относительные смещения колец и роликов малы из-за малости упругих деформаций, тем не менее наличие зазоров и контактные явления делают задачу нелинейной.

Силы, действующие на ролик со стороны колец и бортиков (флангов), а также

элементы матрицы жесткости ролика вычисляются дифференцированием (численным, либо аналитическим) энергии ролика по его перемещениям.

Энергия деформаций подшипника является суммой энергий деформаций всех роликов. Деформации колец в местах контакта с роликами учитываются коэффициентами. Дифференцирование суммарной энергии всех роликов по перемещениям колец позволяет найти обобщенные силы и обобщенные жесткости для всего подшипника.



*Рис. 1. Схема роликового подшипника.*

### **Технические характеристики исследуемого подшипника и испытательной машины**

Объектом исследования являлся радиальный роликовый подшипник 12309КМ с короткими цилиндрическими роликами, однорядный, с однобортовым наружным кольцом и двухбортовым внутренним кольцом. Материал подшипника – сталь марки ШХ15.

На рис. 2 представлен общий вид подшипника 12309КМ. Геометрические

параметры подшипника, заимствованные из справочника [16-18], показаны на рис. 3.

Соответствие технические характеристики представлены в табл. 1.

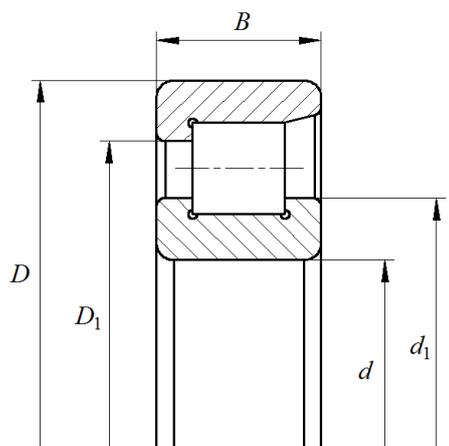


Рис. 2. Подшипник 12309KM.

Рис. 3. Геометрические параметры 12309KM.

Таблица 1

Технические характеристики подшипника 12309KM.

|  |      |
|--|------|
| Внутренний диаметр, $d$ (мм)                 | 45   |
| Наружный диаметр, $D$ (мм)                   | 100  |
| Ширина, $B$ (мм)                             | 25   |
| Масса, $m$ (кг)                              | 0,89 |
| Грузоподъемность динамическая, $C$ (кН)      | 72,1 |
| Грузоподъемность статическая, $C_0$ (кН)     | 41,5 |
| Радиус фаски, $r$ (мм)                       | 2,5  |
| Диаметр борта наружного кольца, $D_1$ (мм)   | 81,4 |
| Диаметр борта внутреннего кольца, $d_1$ (мм) | 64   |
| Количество роликов                           | 12   |

Статические испытания проводились на универсальной испытательной машине Zwick/Roell Z100, предназначенной для испытаний образцов и элементов

конструкций на растяжение и сжатие. С помощью ИМ перемещение и нагрузка на торце траверсы через электромеханический преобразователь записывались в базу данных и далее представлялись в виде графиков. Общий вид ИМ показан на рис. 4. Характеристики ИМ приведены в таблице 2.



*Рис. 4. Универсальная испытательная машина Zwick/Roell Z100.*

Таблица 2.

*Характеристики испытательной машины*

| Наименование параметра                | Zwick/Roell Z100    |
|---------------------------------------|---------------------|
| Тип силовозбуждающего устройства      | электромеханический |
| Максимальная нагрузка, кН             | 100                 |
| Точность измерения нагрузки, Н        | 0,02                |
| Максимальное перемещение траверсы, мм | 1040                |
| Точность измерения перемещений, мм    | 0,001               |

|   |          |
|---|----------|
| Скорость перемещения активного захвата, мм/мин  | 1...1000 |
| Примечание: Машина снабжена вычислительным комплексом, позволяющим разрабатывать индивидуальную программу испытаний. Возможно малоцикловое нагружение образцов. |          |

### **Проектирование оснастки и исследование влияния её деформации на результаты эксперимента**

С целью исключения деформаций наружного кольца была разработана специальное устройство фиксации подшипника (УФП). УФП состоит из трех частей: базовой платы, квадратной платы с отверстием для установки подшипника и ребер жесткости. Части устройства соединены винтами. Материал УФП – алюминий. Общий вид УФП с подшипником показан на рис. 5.

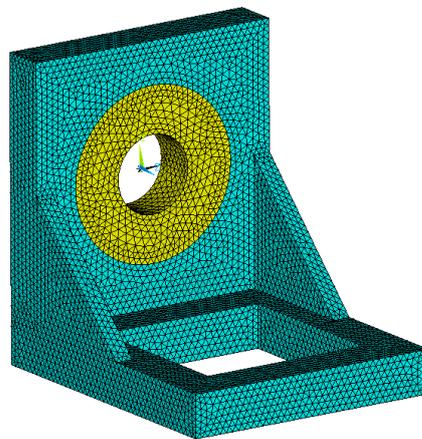


*Рис. 5. Устройство фиксации с подшипником.*

Размеры деталей УФП подбирались из условия малости влияния их деформаций на результаты эксперимента. Для оценки влияния вклада деформаций УФП в итоговые перемещения точки приложения нагрузки, в комплексе ANSYS [19] была создана конечно элементная модель УФП (рис. 6). Модель состоит из тех же

деталей, что и реальное УФП, но подшипник заменен его имитацией в виде жесткого кольца (сплошной цилиндр с отверстием). В численных расчетах на модели УФП реализованы те же виды нагрузок, что и в натурных экспериментах.

При численном моделировании УФП использовались 10-ти узловые конечные элементы – SOLID187 в форме тетраэдров. На контактных поверхностях наносились контактные сетки, составленные из элементов TARGET170 и CONTA174. Нижняя поверхность базовой плиты была полностью закреплена по всем направлениям. К кольцу прикладывались вертикальная сила  $F_y = -2000$  Н и момент, направленный вокруг горизонтальной оси  $M_x = 119500$  Н·мм, (максимальные величины нагрузок в эксперименте). Упругие постоянные для материала модели УФП задавались по справочным данным: модуль упругости алюминия  $E = 7,17 \cdot 10^4$  МПа; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,33$ . Перемещения оснастки показаны в графическом виде на рис. 7.



*Рис. 6. Конечно-элементная модель УФП с сеткой*

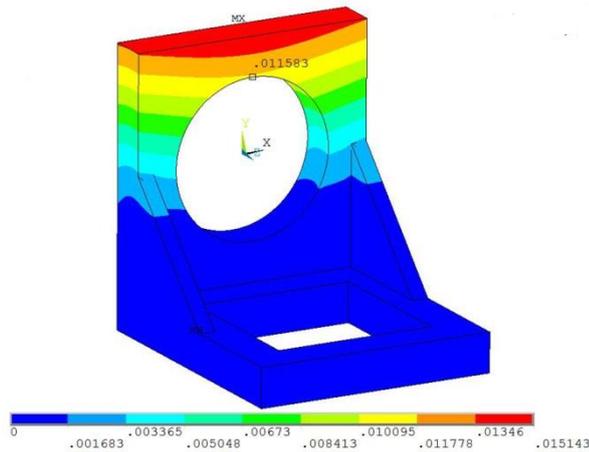


Рис. 7. Полные перемещения УФП (мм).

На основании численного моделирования (рис. 7) можно заключить, что максимальное перемещение на поверхности контакта кольца и УФП равно 0,0116 мм. Найденные перемещения позволяют оценить поворот жесткого кольца. Так как, согласно рис. 7, в нижней части отверстия перемещения практически отсутствуют, то максимальный поворот кольца в УФП не превосходит  $\theta_{xУФП} = 0,0116/D \approx 0,0001$ , где  $D$  – диаметр наружного кольца подшипника. Тот же поворот, найденный с помощью ЭМРП, равен  $\theta_{xтод} = 0,0108$ . Т.е., угол поворота, вызванный деформациями УФП, составляет менее 1% от угла поворота внутреннего кольца подшипника. Таким образом, можно сделать вывод, что использование УФП практически не влияет на результаты эксперимента.

### Статические испытания подшипника

Статические испытания проходили в несколько этапов:

1. Подготовка оснастки.
2. Подготовка программы испытаний на ЭВМ.
3. Испытания подшипника 12309КМ при комбинированной нагрузке.

4. Испытания ИМ при сжатии с целью выделения деформаций самой машины.

На рис. 8 показана система подшипник-УФП-штанга и нагружающее устройство ИМ. Штанга представляет из себя стальной цилиндр с наружным диаметром, совпадающим с внутренним диаметром внутреннего кольца подшипника. Нагрузка через нагружающее устройство ИМ прикладывалась к краю штанги. Величина нагрузки плавно изменялась от нуля до 2 кН. Нагружение производилось кинематически, т.е. движением траверсы со скоростью 1 мм/мин. Вследствие наличия плеча на внутреннее кольцо подшипника действовала комбинированная нагрузка, то есть вертикальная сила и поперечный момент.



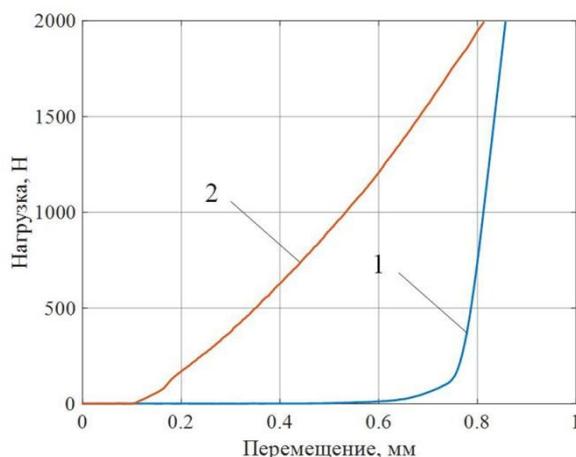
*Рис. 8. Система подшипник-УФП-штанга и нагружающее устройство*

С помощью ИМ перемещение и нагрузка на торце траверсы через электромеханический преобразователь записывались в базу данных и далее представлялись в виде графиков. Величина поперечного момента определялась через значение вертикальной силы  $F$  и её плечо. Для расчета плеча и величины момента использовались формулы

$$M = FL, L = L_{ц} - \frac{B + S}{2}, \quad (1)$$

где  $L$  – плечо силы;  $L_{ц}$  – длина цилиндра;  $B$  – размер зоны контакта между цилиндром и подшипником, то есть ширина подшипника;  $S$  – размер зоны контакта между цилиндром и траверсой. По результатам измерений были приняты значения:  $L_{ц} = 85$  мм,  $B = 25$  мм и  $S = 25,5$  мм.

В результате испытаний были получены нагрузочная характеристика системы подшипник-УФП и нагрузочная характеристика ИМ при комплексной нагрузке (рис. 9). Ролики располагались симметрично относительно оси нагружения – по 6 роликов с каждой стороны (расположение роликов влияет на результат эксперимента).



*Рис. 9. Нагрузочные характеристики:*

*1 – ИМ; 2 – система подшипник-УФП*

Из рис. 9 видно, что ИМ не является абсолютно жесткой и при обработке результатов эксперимента необходимо учитывать нагрузочную характеристику ИМ.

### **Обработка результатов эксперимента**

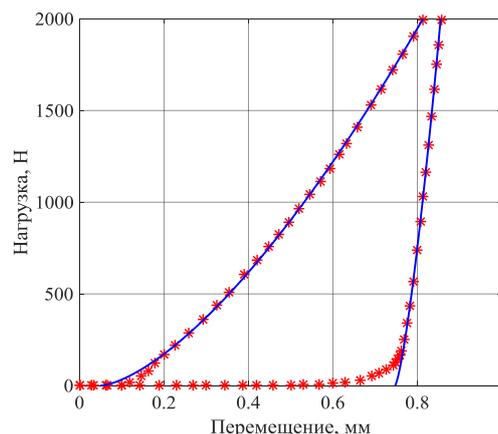
Экспериментальные графики были предварительно обработаны: плохие

участки кривых (в начале) отбрасывались, так как там выбираются зазоры, выдавливается смазка и т.п.; хорошие участки кривых были интерполированы гладкой зависимостью по методу наименьших квадратов [20]:

$$w = A + CF^n,$$

где  $w$  – перемещение траверсы, мкм;  $F$  – нагрузка, Н;  $A$  – начальный зазор, мкм;  $C$  и  $n$  – коэффициенты.

При выполнении экспериментов было заметно, что начальный зазор для каждого испытания является разным. С целью преодоления влияния различных зазоров на результаты производился сдвиг графиков по горизонтали, чтобы выполнялось равенство  $A=0$ . Далее методом наименьших квадратов (МНК) определялись неизвестные коэффициенты  $C$  и  $n$ . Графики полученных аналитических зависимостей вместе с экспериментальными точками показаны на рис. 10.



*Рис. 10. Результаты экспериментов и их аппроксимация МНК:*

*«\*» – экспериментальные данные; «—» – аппроксимация МНК.*

Для получения нагрузочной характеристики подшипника две полученные степенные зависимости вычитались одна из другой (для системы подшипник-УФП и

ИМ)

$$w = 4,8999F^{0,6642} - 0,4163F^{0,7315}, \quad (2)$$

где перемещение должно задаваться в мкм, а нагрузка в Н.

### **Сопоставление результатов эксперимента с расчетами по ЭМРП**

В рамках ЭМРП была создана численная модель того же подшипника типа 12309КМ и реализованы те же виды нагрузок, что и в описанных выше экспериментах.

Ролик был разбит на  $N=20$  дисков одинаковой толщины (при увеличении  $N$  результаты практически не меняются). Упругие постоянные для колец и роликов были приняты одинаковыми (сталь): модуль упругости для всех деталей  $E=2,06 \cdot 10^5$  МПа, а коэффициент Пуассона  $\nu=0,3$ . Для учета контакта между телами качения и дорожками качения боковые контактные жесткости  $C_e$ ,  $C_i$  находились с использованием формулы Palmgren [10]. Для контакта между делами качения и флангами колец торцевые контактные жесткости  $C_f$  определялись из задачи Герца о контакте двух сферических упругих тел [10], в которой контактные поверхности бортиков с целью упрощения расчета принимались плоскими (так как торцевые контакты играют вспомогательную роль).

В разработанной на основе ЭМРП численной модели к внутренней обойме подшипника прикладывалась вертикальная сила  $F$  и поперечный момент  $M$ , определенный по формуле (1). Так же как в экспериментальном исследовании вертикальная нагрузка  $F$  увеличивалась с 0 до 2000 Н.

В результате применения ЭМРП получены вертикальные перемещения  $u$  и поперечные углы поворота  $\gamma$  внутреннего кольца подшипника. Для сопоставления с экспериментальными данными по найденным  $u$  и  $\gamma$  определялись перемещения торца штанги  $w$ :

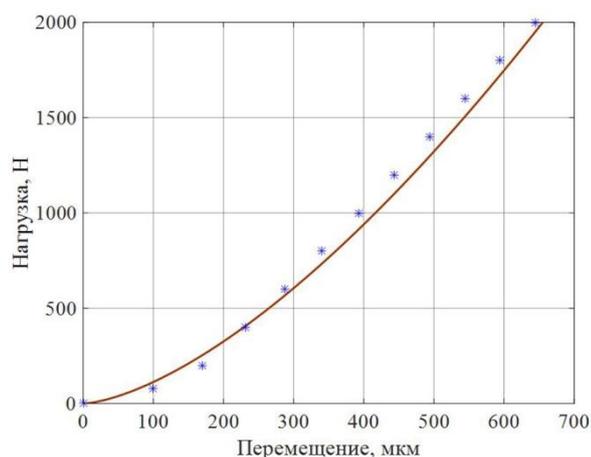
$$w = u + \gamma L.$$

Полученные результаты расчета представлены в табл. 3, а соответствующие им графики совместно с экспериментальными данными на рис. 11.

Таблица 3

*Перемещения торца штанги, найденные из ЭМРП*

| $F$ , Н | $M$ , Н·мм | $u$ , мкм | $\gamma$ , мрад |
|---------|------------|-----------|-----------------|
| 200     | 11950      | 1,39      | 2,84            |
| 400     | 23900      | 1,67      | 3,86            |
| 600     | 35850      | 1,96      | 4,79            |
| 800     | 47800      | 2,20      | 5,69            |
| 1000    | 59750      | 2,46      | 6,56            |
| 1200    | 71700      | 2,72      | 7,41            |
| 1400    | 83650      | 2,98      | 8,25            |
| 1600    | 95600      | 3,22      | 9,09            |
| 1800    | 107550     | 3,45      | 9,93            |
| 2000    | 119500     | 3,70      | 10,77           |



*Рис. 11. Сопоставление результатов расчета и эксперимента:*

«\*» – ЭМРП; «—» – экспериментальная зависимость (2)

Как видно из графиков, разработанная в [10] ЭМРП дает результаты, которые весьма хорошо подтверждаются натурным экспериментом.

### **Заключение**

1) Энергетическая модель роторного подшипника, разработанная в [10] была верифицирована натурными экспериментами.

2) Экспериментальное исследование выполнялось на универсальной испытательной машины Zwick/Roell Z100 при сочетании радиальной силы и поперечного момента. Объектом являлся роликовый подшипник типа 12309KM. С целью исключения влияния изгиба колец была разработана специальное устройство фиксации подшипника, деформации которого предварительно оценивались МКЭ.

3) Сопоставление результатов расчета и эксперимента показало, что энергетическая модель роликового подшипника, предложенная в [10], дает результаты, которые весьма хорошо подтверждаются натурными экспериментами.

## Библиографический список

1. Houpert L. An enhanced study of the load-displacement relationships for rolling element bearings // *Journal of Tribology*, 2014, vol. 136, no. 1, pp. 011105 - 011116.
2. Houpert L. A uniform analytical approach for ball and roller bearings calculations // *Journal of Tribology*, 1997, vol. 119, no. 4, pp. 851 - 858.
3. Guo Y., Parker R.D. Stiffness matrix calculation of rolling element bearings using a finite element/contact mechanics model // *Mechanism & Machine Theory*, 2012, vol. 51, no. 5, pp. 32 - 45.
4. Cavallaro G., Nelias D., Bon F. Analysis of high-speed inter-shaft cylindrical roller bearing with flexible rings // *Tribology Transactions*, 2005, vol. 48, no. 2, pp. 154 - 164.
5. Antoine J.F., Visa C., Sauvey C. Approximate analytical model for Hertzian elliptical contact problems // *Journal of Tribology*, 2016, vol. 128, no. 3, pp. 660 - 664.
6. Leblanc A., Nelias D., Defaye C. Nonlinear dynamic analysis of cylindrical roller bearing with flexible rings // *Journal of Sound & Vibration*, 2009, vol. 325, no. 1, pp. 145 - 160.
7. Houpert L. An engineering approach to Hertzian contact elasticity part I // *Journal of Tribology*, 2001, vol. 123, no. 3, pp. 582 - 588.
8. Houpert L. An engineering approach to Hertzian contact elasticity part II // *Journal of Tribology*, 2001, vol. 123, no. 3, pp. 589 - 594.
9. De Mul J.M., Vree J.M., Maas D.A. Equilibrium and associated load distribution in ball and roller bearings loaded in five degrees of freedom while neglecting friction—Part II: Application to roller bearings and experimental verification // *Journal of Tribology*,

1989, vol. 111, no. 1, pp. 142 - 148.

10. Сорокин Ф.Д., Чжан Х., Иваников В.В. Разработка энергетической модели роликового подшипника // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2018. no. 3. С. 14 - 23.

11. Зубко А.И., Донцов С.Н. Исследование условий работоспособности и разработка диагностики керамических подшипников нового поколения // Труды МАИ. 2014. № 74. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=49034>

12. Хаустов А.И., Шашкин И.Н., Мальгичев В.А., Невзоров А.М. Конструктивные особенности проектирования подшипниковых узлов для осевых насосов систем терморегуляции летательных аппаратов // Труды МАИ. 2012. № 50. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=27592>

13. Ермилов Ю.И., Равикович Ю.А., Клименко А.В., Холобцев Д.П. Разработка математической модели подшипника скольжения жидкостного трения, учитывающей теплообмен с окружающей средой // Труды МАИ. 2010. № 39. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=14806>

14. Дегтярев С.А., Кутаков М.Н., Леонтьев М.К., Попов В.В., Ромашин Ю.С. Учет контактных взаимодействий при моделировании жесткостных свойств роликовых подшипников // Вестник московского авиационного института. 2015. Т. 22. № 2. С. 137 - 141.

15. Tong V.C., Hong S.W. Characteristics of tapered roller bearing subjected to combined radial and moment loads // JPREGT, 2014, vol. 1, no. 4, pp. 323 - 328.

16. Бейзельман Р.Д., Цыпкин Б.В., Перель Л.Я. Подшипники качения.

Справочник. - М.: Машиностроение, 1975. - 572 с.

17. Черменский О.Н., Федотов Н.Н. Подшипники качения: Справочник-каталог. - М.: Машиностроение, 2003. - 576 с.

18. Перель Л.Я. Подшипники качения: Расчет, проектирование и обслуживание опор: Справочник. - М.: Машиностроение, 1983. - 543 с.

19. Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф. ANSYS для инженеров. - М.: Машиностроение-1, 2004. - 512 с.

20. Бараз В.Р. Корреляционно-регрессионный анализ связи показателей коммерческой деятельности с использованием программы Excel. - Екатеринбург: ГОУ ВПО «УГТУ–УПИ», 2005. - 102 с.