

## **Исследование аэротермодинамики перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов**

**Зея Мьо Мьинт\*, Хлопков А. Ю.\*\***

*Московский физико-технический институт (государственный университет), ФИЗТЕХ,*

*Институтский ,9, Долгопрудный, 141700, Россия*

*\*e-mail: zayyarmyomyint@gmail.com*

*\*\*e-mail: khlopkov@falt.ru*

### **Аннотация**

В работе представлены результаты расчета аэротермодинамических характеристик типичного воздушно-космического аппарата (ВКА), полученные методом Монте-Карло на основе трех различных моделей взаимодействия молекул газа с поверхностью – Максвелла (Maxwell), Черчиньяни - Лампис - Лорда (Cercignani-Lampis-Lord, CLL) и Леннарда-Джонса (Lennard-Jones, LJ). С применением этих моделей исследована чувствительность коэффициентов теплопередачи в гиперзвуковом свободномолекулярном потоке. Представлены результаты расчета зависимости коэффициента теплопередачи на поверхности сферы с помощью локально-мостового метода. Методика и результаты могут быть использованы при создании современных перспективных ВКА.

### **Ключевые слова**

аэротермодинамические характеристики, высотная аэродинамика, тепловой поток в переходном режиме, локально-мостовой метод

### **Введение**

Важной проблемой аэрокосмической техники является предсказание аэродинамических характеристик летательных аппаратов при очень высоких скоростях и на больших высотах. Вообще говоря, для проектирования космических аппаратов необходимо знать аэротермодинамические характеристики вдоль всей траектории – от орбитального полета до посадочного режима. Значение этого фактора многократно возрастает, когда он применяется

для построения быстрых инженерных методов расчета типа «Cross Over» на этапе предварительного проектирования. Аэротермодинамические характеристики космического аппарата (КА) в свободномолекулярном режиме являются предельными значениями траектории наибольшей высоты и максимальной скорости полета и могут быть вычислены точно. Аэротермодинамические характеристики космического аппарата определяются столкновениями молекул набегающего потока газа с поверхностью без учета межмолекулярных столкновений и для этого используются методы свободномолекулярной газовой динамики. Для анализа аэротермодинамических характеристик КА в переходном режиме, необходимо решать полное интегро-дифференциальное уравнение Больцмана для функции распределения с семью независимыми переменными [1]. Единственными методами, позволяющими преодолеть трудности решения уравнения Больцмана, являются методы Монте-Карло [2, 3]. Исследованиям законов взаимодействия молекулярных потоков с поверхностью обтекаемого тела посвящена работа [4].

Аэротермодинамические характеристики тел в потоке газа определяются передачей импульса и энергии на поверхность тела, то есть связью между скоростями и энергиями падающих на поверхность и отраженных от нее молекул, что и составляет суть кинетических граничных условий на поверхности. Теоретический расчет характеристик теплопередачи тела в свободно-молекулярном потоке основывается на знании законов вероятности отражения молекул газа с поверхностью, т.е., на знании функции взаимодействия. Взаимодействие газа с поверхностью обтекаемого тела играет определяющую роль в высотной аэродинамике.

В качестве граничного условия, накладываемого на плотность распределения отраженных от поверхности молекул газа, часто используют зеркально-диффузную модель Максвелла [1, 5]. Скорости отраженных молекул определяются одной величиной – коэффициентом диффузности. В граничном условии Черчиньяни [6] скорости отраженных молекул также определяются коэффициентом аккомодации тангенциального импульса  $\sigma_t$ . Более гибкой и реалистичной моделью является модель Черчиньяни-Лампис [8], которая позволяет при постановке граничных условий учесть коэффициент аккомодации тангенциального импульса  $\sigma_t$  и коэффициент аккомодации нормальной к поверхности кинетической энергии  $\sigma_n$ . Модель Ночиллы [8] опирается на распределение Максвелла со средней скоростью, определяемой свойствами поверхности [9]. Моделью Леннарда–Джонса является потенциал взаимодействия молекул, использующий электронно–ядерные представления [1, 10].

Монография [11] содержит обзор работ, выполненных до середины 1970-х годов по постановке граничных условий на обтекаемых разреженным газом поверхностях. Несмотря на то, что за несколько последующих десятилетий был предложен ряд новых моделей взаимодействия молекул газа с поверхностью, немногие из них используют физически ясные параметры и охватывают широкий диапазон режимов.

В настоящей работе представлены модели взаимодействия молекул с поверхностью и результаты определения термодинамических характеристик тел при обтекании гиперзвуковым разреженным потоком с применением моделей Максвелла (Maxwell), Черчиньяни-Лампис - Лорда (Cercignani-Lampis-Lord, CLL) и Леннарда-Джонса (Lennard-Jones, LJ). Представлено определение локально-мостового метода для вычисления аэротермодинамики в переходном режиме.

### **Определение модели взаимодействия молекул с поверхностью**

В течение длительного времени использовалась схема зеркально-диффузного отражения Максвелла (1879). Считалось, что диффузное распределение вылетающих с поверхности молекул наблюдается в равновесных условиях, а зеркальное отражение может реализоваться для высокоскоростных молекул. Зеркальная добавка к диффузному отражению сначала была введена для учета малых отклонений от равновесного распределения. Если допустить, что температура диффузно вылетающих молекул может отличаться от температуры поверхности, то кроме коэффициента диффузности появляется еще коэффициент аккомодации по энергии. Через эти параметры учитывались эффекты скольжения и температурного скачка в околоравновесных условиях [11]. В неравновесных условиях возможности схемы зеркально-диффузного отражения ограничены. Моделям взаимодействия газов с поверхностью стало уделяться большее внимание по мере развития космонавтики.

Модель Максвелла удовлетворяет принципу взаимности и оказалась удобна для экспериментов при низких скоростях обтекания и малой степени разреженности. Рис. 1а показывает варианты отражения в модели Максвелла. Отражение характеризуется углом падения  $\theta_i$  и углом отражения  $\theta_r$ , которые отсчитываются от поверхности к вектору скорости молекулы.

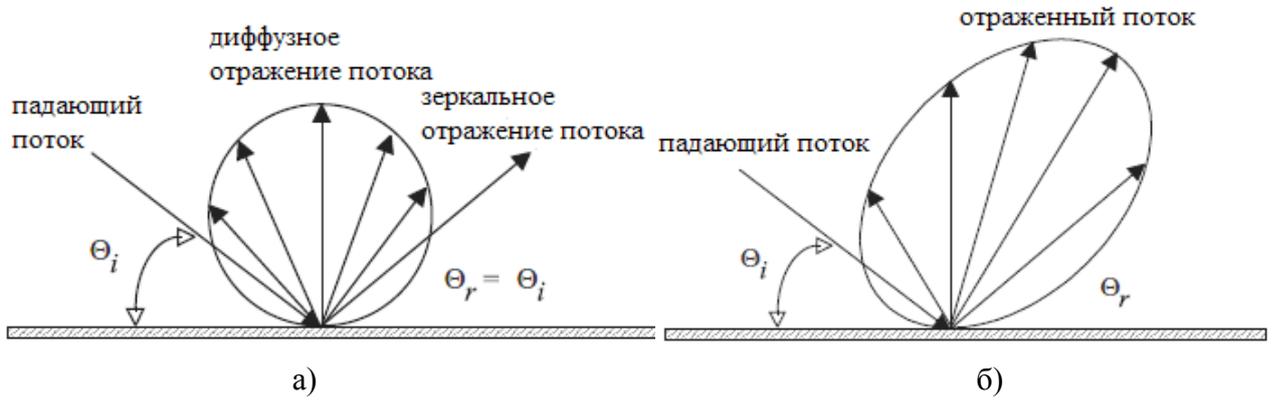


Рис. 1. Иллюстрация моделей взаимодействия Максвелла (а) и CLL (б)

В модели Максвелла плотность распределения отраженных молекул имеет вид

$$f_r(\mathbf{x}_w, \xi_r) = (1 - \sigma_\tau) f_i(\mathbf{x}_w, \xi_r - 2(\xi_r \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}) + \sigma_\tau n_r \pi^{-3/2} h_r^{3/2} \exp(-h_r \xi_r^2), \xi_r \cdot \mathbf{n} > 0,$$

и ядро рассеяния [1, 11] имеет вид

$$K(\xi_i \rightarrow \xi_r) = (1 - \sigma_\tau) \delta[\xi_i - 2(\xi_r \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}] - \sigma_\tau \frac{2h_r^2}{\pi} \exp[-h_r \xi_r^2] \cdot (\xi_i \cdot \mathbf{n}), \quad h_r = \frac{m}{2kT_r}.$$

Здесь полагается, что доля  $(1 - \sigma_\tau)$  молекул отражается зеркально, а остальная часть  $\sigma_\tau$  молекул – диффузно, параметр  $0 \leq \sigma_\tau \leq 1$  определяет коэффициент аккомодации касательной компоненты импульса  $\sigma_\tau = (P_{\tau i} - P_{\tau r})/P_{\tau i}$ .

Компоненты вектора скорости при диффузном отражении моделируются в локальной сферической системе координат, ось которой направлена вдоль вектора внешней нормали к поверхности, с помощью выражений [2]

$$|\xi_r| = h_r^{-1/2} \sqrt{-\ln(\alpha_1 \alpha_2)}, \quad \cos \theta = \sqrt{\alpha_3}, \quad \varphi = 2\pi \alpha_4,$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  – независимые случайные числа, равномерно распределенные в интервале  $(0, 1)$ ,  $\theta$  и  $\varphi$  – полярный и азимутальный углы.

Коэффициент аккомодации кинетической энергии определяется в виде

$$\sigma_E = \frac{E_i - E_r}{E_i - E_w} = \frac{\xi_i^2 - \xi_r^2}{\xi_i^2 - h_w^{-1}},$$

здесь  $E_w$  – энергия, которую уносили бы отраженные молекулы, если бы газ находился в равновесии со стенкой, т. е. когда  $T_r = T_w$ .

Выражение для скорости отраженной молекулы с учетом неполной аккомодации по кинетической энергии имеет вид

$$|\xi_r| = kh_r^{-1/2} \sqrt{-\ln(\alpha_1 \alpha_2)}, \text{ где } k = \sqrt{(1 - \sigma_E) \xi_i^2 h_r + \sigma_E}.$$

К. Черчиньяни и М. Лампис предложили феноменологическую модель (CL), которая также удовлетворяет принципу взаимности и является усовершенствованием максвелловской модели [6]. Модель основана на введении двух параметров, которые представляют собой коэффициент аккомодации  $\sigma_n = \sigma_{En}$  по кинетической энергии, связанной с нормальной компонентой скорости, и коэффициент аккомодации касательной компоненты импульса  $\sigma_\tau$ .

Модель CL хорошо соответствует результатам лабораторных исследований с высокоскоростными молекулярными пучками [11]. Хотя сравнение ограничено лабораторными условиями, модель CL является теоретически обоснованной и относительно простой. Позднее появились модификации ядра рассеяния модели CL [12], однако они дают незначительное улучшение при сравнении с лабораторными экспериментами. В общем случае модель взаимодействия имеет несколько параметров произвольного физического смысла, которые позволяют добиться разумного согласия с результатами лабораторных исследований в некотором диапазоне условий. В этом смысле, оригинальная модель CL достаточно физична и остается пригодной для теоретического исследования [11]. Универсальная модель должна использовать ядро рассеяния, полученное на основе физического эксперимента в широком диапазоне чисел Кнудсена и скоростей потока.

В модели CL ядро рассеяния для нормальной к поверхности компоненты скорости имеет вид

$$K(\xi_{ni} \rightarrow \xi_{nr}) = \frac{2\xi_{nr}}{\sigma_n} I_0 \left( 2\sqrt{1 - \sigma_n} \frac{|\xi_{ni}| \xi_{nr}}{\sigma_n} \right) \exp \left[ -\frac{\xi_{nr}^2 + (1 - \sigma_n) \xi_{ni}^2}{\sigma_n} \right],$$

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(x \cos \phi) d\phi,$$

здесь  $I_0$  – функция Бесселя первого рода,  $\xi_{ni}$ ,  $\xi_{nr}$  – нормальная к поверхности компонента скорости для падающей и отраженной молекул, отнесенная к  $h_w^{-1/2}$ .

Ядро рассеяния для касательной к поверхности компоненты скорости имеет вид

$$K(\xi_{ti} \rightarrow \xi_{tr}) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_\tau(2-\sigma_\tau)}} \exp \left[ -\frac{(\xi_{tr} - (1-\sigma_\tau)\xi_{ti})^2}{\sigma_\tau(2-\sigma_\tau)} \right]$$

здесь  $\xi_{ti}$ ,  $\xi_{tr}$  – касательная к поверхности компонента скорости для падающей и отраженной молекул, отнесенная к  $h_w^{-1/2}$ .

Ядро рассеяния удовлетворяет принципу взаимности и условиям нормировки:

$$|\xi_{ni}| f_M(\xi_i) K(\xi_i \rightarrow \xi_r) = |\xi_{nr}| f_M(\xi_r) K(-\xi_i \rightarrow -\xi_r),$$

$$\int_{\xi_{nr} > 0} K(\xi_i \rightarrow \xi_r) d\xi_r = 1,$$

здесь  $f_M$  – Максвелловская плотность распределения.

Спустя двадцать лет после формулирования модели CL был опубликован основанный на некотором преобразовании алгоритм ее реализации в рамках метода прямого статистического моделирования [12]. Модель в таком виде называется моделью Черчиньяни-Лампис-Лорда (CLL). Использованное преобразование расширяет CL модель для учета обмена вращательной энергией между газом и поверхностью. Потом были предложены модификации модели [13] для учета обмена колебательной энергией и расширения диапазона состояний рассеянных молекул.

Алгоритм моделирования скорости отраженной молекулы может быть построен следующим образом [12]. Основное преобразование, лежащее в основе алгоритма, одинаково для нормальной и касательной компонент скорости и изображено на рис. 2. Молекулярные состояния изображены на диаграмме точками, причем расстояние до точки от начала координат представляет величину нормальной или суммарной касательной компоненты скорости, и во втором случае абсцисса и ордината есть касательные компоненты скорости по двум перпендикулярным направлениям. Точка  $P$  изображает состояние падающей молекулы и считается для простоты лежащей на горизонтальной оси, поскольку используемое преобразование инвариантно по отношению к вращению осей. Таким образом, расстояние  $OP$  представляет собой  $|\xi_{ni}|$  или  $|\xi_{ti}|$ . Точка  $Q$  изображает осредненное состояние отраженных молекул и расположена на  $OP$  так, что  $OQ/OP = \sqrt{1-\sigma}$ , где  $\sigma$  – соответствующий коэффициент аккомодации (т.е.  $\sigma_n$  или  $\sigma_\tau(2-\sigma_\tau)$ ). Точка  $R$  соответствует реальному состоянию отраженной молекулы, вероятность данного состояния подчиняется двумерному распределению Гаусса с центром в точке  $Q$ . Тогда вероятность того, что  $R$  лежит в элементе площади  $dS$  с координатами  $r$ ,  $\theta$  равна  $(1/\pi\sigma) \exp(-r^2/\sigma) dS$  и не зависит от  $\theta$ . Здесь  $r$  – длина

$QR$ , а  $\theta$  – полярный угол  $PQR$ . Соответствующие плотность вероятности и функция распределения имеют вид

$$f(r) = (2r/\sigma) \exp(-r^2/\sigma), \quad F(r) = \int_0^r f(x) dx = 1 - \exp(-r^2/\sigma).$$

Расстояние  $OR$  теперь изобразит  $\xi_{nr}$  или  $\sqrt{\xi_{\tau 1r}^2 + \xi_{\tau 2r}^2}$ , в последнем случае проекции  $OM$  и  $ON$  изобразят  $\xi_{\tau 1r}$  и  $\xi_{\tau 2r}$ .

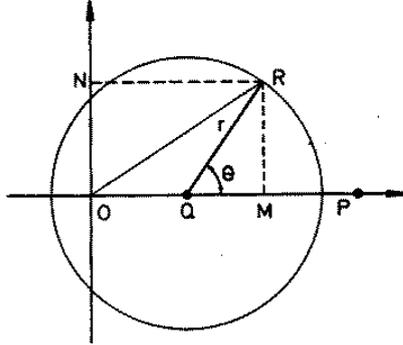


Рис. 2. Схема к вычислению скорости отраженной молекулы в модели CLL [12]

Построим выражения для нахождения компонент скорости отраженной молекулы. Пусть  $\alpha_i$  – независимые случайные числа, равномерно распределенные на  $(0, 1)$ . Тогда для нормальной составляющей скорости

$$r = h_w^{-1/2} \sqrt{-\sigma_n \ln \alpha_1}, \quad \theta = 2\pi\alpha_2, \quad \xi_{nm} = \sqrt{1-\sigma_n} |\xi_{ni}|,$$

$$\xi_{nr} = \sqrt{r^2 + \xi_{nm}^2 + 2r\xi_{nm} \cos \theta},$$

и для тангенциальных составляющих скорости

$$r = h_w^{-1/2} \sqrt{-\sigma_\tau (2-\sigma_\tau) \ln \alpha_3}, \quad \theta = 2\pi\alpha_4,$$

$$\xi_{\tau 1m} = \sqrt{1-\sigma_\tau (2-\sigma_\tau)} \xi_{\tau 1i},$$

$$\xi_{\tau 1r} = \xi_{\tau 1m} + r \cos \theta,$$

$$r = h_w^{-1/2} \sqrt{-\sigma_\tau (2-\sigma_\tau) \ln \alpha_5}, \quad \theta = 2\pi\alpha_6,$$

$$\xi_{\tau 2r} = r \sin \theta.$$

Вообще говоря, на молекулярном уровне необходимо учитывать потенциалы взаимодействия, используя электронно–ядерные представления. Эмпирические потенциальные зависимости отражают тот факт, что на больших расстояниях преобладают силы притяжения, на малых расстояниях – силы отталкивания. Эту особенность наиболее просто отражает модель Леннарда–Джонса [1]. Шестая степень убывания потенциала моделирует электростатическое диполь-дипольное и дисперсионное притяжение. Двенадцатая степень убывания отталкивающего потенциала выбрана из соображений математического удобства. В то же время она моделирует достаточно жесткое отталкивание

$$U(r) = 4\varepsilon \left[ \left( \frac{d}{r} \right)^{12} - \left( \frac{d}{r} \right)^6 \right].$$

При  $r = d$  потенциал равен нулю. Величина  $\varepsilon$  характеризует глубину потенциальной ямы порядка одного электрон вольта.

### **Метод описания поверхности тела**

Одним из основных вопросов методики расчета аэродинамических характеристик аппарата произвольной формы является рациональный выбор способа описания геометрии поверхности. Методы описания сложных поверхностей можно разделить на две основные группы: математическая аппроксимация поверхности и распределение в пространстве большого числа точек поверхности, по которым восстанавливается система элементарных площадок [14]. К основным недостаткам первой группы методов обычно относят математические трудности аппроксимации сложных, существенно нелинейных поверхностей по малому числу контрольных точек, а к недостаткам второй – трудности подготовки исходных данных. В данной работе использованы оба этих метода: Вследствие сравнительной простоты и универсальности задания контрольных точек, и в конечном итоге восстановления поверхности по контрольным точкам, моделируемое тело разбивается на ряд характерных частей (крыло, носовая часть, донная часть фюзеляжа и т.д.), для каждой из которых проводится квадратичная интерполяция по контрольным точкам.

Для каждой части вводятся оси  $(x, y', z')$ , являющиеся осями симметрические системы координат. Оси разбиваются на конечное число характерных точек, задаваемых параметрами  $x_i, y_i, z_i$ . В этих точках в цилиндрической системе координат задаются сечения:  $\varphi_j, R_{ij}; \varphi_{y_i}, R_{y_{ij}}$ ;

$\varphi_{zi}, R_{zij}$ . В зависимости от формы сечения оно может быть задано как в дискретной, так и в аналитической форме.

Для уточнения поверхности в промежуточных точках предусматривается интерполяционная процедура. Промежуточные точки на осях и значения углов находятся по формулам линейной интерполяции

$$x_i = \frac{1}{2} \left( x_{\frac{i-1}{2}} + x_{\frac{i+1}{2}} \right), \quad \varphi_j = \frac{1}{2} \left( \varphi_{\frac{j-1}{2}} + \varphi_{\frac{j+1}{2}} \right).$$

Значения радиусов с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа интерполируются дважды – по  $\varphi$  и  $x$ :

$$R(a) = \sum_{i=1}^3 R(a_i) \prod_{j \neq i} \frac{a - a_j}{a_i - a_j}.$$

где  $a_i, j$  – соответствуют значениям  $\varphi$  и  $x$  в интерполяционных точках.

Таким образом, с необходимой точностью задаются исходные точки на поверхности. Остается вопрос, каким образом натянута на имеющийся остов поверхность обтекаемого аппарата. Как уже отмечалось, для поставленной цели подходит линейная аппроксимация, поэтому в качестве основного будем рассматривать линейный элемент, представляющий собой треугольник, построенный по ближайшим трем точкам. Вершины треугольников в декартовых координатах для различных частей определяются по формулам:

для фюзеляжа

$$r = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ R_{ij} \cos \varphi_j \\ R_{ij} \sin \varphi_j \end{pmatrix},$$

для крыла

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 + z_i \cos \alpha_z - R_{zij} \cos \gamma_{zi} \\ y_0 + z_i \sin \alpha_z + R_{zij} \sin \varphi_{zj} \\ z_0 + z_i \cos \alpha_z \cos \beta_z - R_{zij} \cos \varphi_{zj} \sin \gamma_{zi} \end{pmatrix},$$

где  $(x_0, y_0, z_0)$  – начальные координаты оси крыла  $z'$ ,  $\alpha_z$  – угол наклона оси крыла к плоскости  $y = 0$ ,  $\beta_{zi}$  – угол наклона оси крыла к оси  $z$ ,  $\gamma_{zi}$  – угол наклона задаваемых сечений на оси  $z'$ .

Для полного задания элемента необходимо определить его ориентацию и площадь поверхности. Пусть  $\mathbf{a} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{b} = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1$ , образующие элементы вектора. Тогда площадь элемента

$$S = \frac{1}{2}(\mathbf{a} \times \mathbf{b}),$$

и нормаль к поверхности

$$\mathbf{n} = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) / (|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|).$$

Оценка погрешности аппроксимации линейными элементами при обработке на свободномолекулярном режиме обтекания дает неплохие результаты. Так, для аппроксимации конуса при вычислении сопротивления с точностью 5% (средняя погрешность статистических методов) необходимо примерно 10 элементов, а для аппроксимации сферы – 100. однократное применение интерполяционной процедуры уменьшает погрешность на порядок.

### **Метод прямого статистического моделирования и алгоритм**

Метод прямого статистического моделирования основывается на вероятностных моделях, описывающих элементарные процессы взаимодействия молекул газа друг с другом и с поверхностью. Рассмотрим моделирование свободномолекулярного течения методом Монте-Карло. Без ограничения общности выделим около обтекаемого тела область в виде параллелепипеда, габариты которого превышают размеры тела в соответствующих направлениях. Будем считать, что на границах области столкновения молекул между собой не играют существенной роли, поэтому на границах функцию распределения влетающих в область молекул можно положить равной  $f_\infty$  [14].

Потоки молекул, влетающих в область через границы, выражаются в виде

$$N_j = S_j \int_{(\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{n}_j) > 0} (\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{n}_j) f_\infty(t, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi},$$

где  $N_j$  – поток через границу с номером  $j$ ,  $\mathbf{n}_j$  – единичный нормальный вектор, направленный внутрь области. Вычисление  $N_j$  сводится к известным интегралам от максвелловской функции, зависящим от скоростного отношения  $s = V_\infty h_\infty^{1/2}$ .

На первом этапе цикла моделирования разыгрывается номер границы, через которую влетает очередная молекула. В случае высокоскоростного потока алгоритм может быть упрощен: если поперечные к направлению потока размеры расчетной области достаточны для учета габаритов тела и теплового разброса скоростей молекул, влет можно рассматривать только с передней границы.

На втором этапе необходимо определить координату влета и скорость молекулы. Так как набегающий поток газа однороден, координаты молекул равномерно распределены по соответствующей границе. Скорость молекулы вычисляется как случайная величина, распределенная в соответствии с функцией  $f_\infty$ .

На третьем этапе, зная координаты точки влета и скорость молекулы, определяются координаты точки ее столкновения с телом (если это имеет место). Вычисляются величины импульса и момента импульса, передаваемые телу.

На четвертом этапе по функции распределения отраженных молекул определяется скорость молекулы после отражения, вычисляются реактивный импульс и момент импульса.

Осредняя по большому количеству молекул, находим силы и моменты, действующие на тело, а также поток энергии на поверхности.

Алгоритм метода Монте-Карло выглядит следующим образом:

- 1) Ввод данных.
- 2) Определение границы влета молекулы в расчетную область.
- 3) Вычисление координат точки влета и скорости молекулы.
- 4) Вычисление координат точки пересечения траектории молекулы с поверхностью тела. Вычисление переданного импульса и потока тепла.
- 5) Вычисление скорости молекулы. Вычисление реактивного импульса и потока тепла.
- 6) Выполнение пп. 4-5 до покидания молекулой расчетной области.
- 7) Осреднение данных.

На невыпуклом теле молекулы могут рассеиваться на другие части поверхности, поэтому после пункта 5 управление передается на пункт 4. Так как столкновения между молекулами отсутствуют, отраженная молекула рано или поздно покидает расчетную область, и управление передается на п. 2. В случае одного невыпуклого тела (в отличие от группы тел) учет вклада реактивного импульса должен производиться при последнем

отражении от тела. Такой алгоритм дает правильные результаты, если в областях не выпуклости не играют существенной роли столкновения между молекулами (что может иметь место в случае их накопления).

### Локально-мостовой метод

Для вычисления коэффициента теплопередачи  $C_h$  на элементарную площадку в свободномолекулярном пределе используются аналитические формулы написанные в [1] и для вычисления коэффициента теплопередачи  $C_h$  в континуальном режиме будем использовать методику, основанную на теории Лиса [15]. Локально-мостовой метод позволяет быстро получить аэротермодинамические характеристики при проведении большого количества многовариантных расчетов [16, 17].

$$C_{k,ds} = C_{k,fm,ds} \cdot F_b(\text{Re}, M, \theta, \dots) + C_{k,cont,ds} \cdot (1 - F_b(\text{Re}, M, \theta, \dots))$$

$$C_k = \int_S C_{k,ds} dS$$

Здесь  $\theta$  - угол между направлением потока и нормалью к элементарной площадке,  $M$  – число Маха,  $\text{Re}$  – число Рейнольдса,  $S$  – площадь поверхности тела. Функция  $F_b$  называется мостовой функцией. Рассмотрим мостовую функцию, выражающуюся как функция ошибки от логарифма числа Кнудсена:

$$F_{b,1} = \frac{1}{2} \left( 1 + \text{erf} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\Delta \text{Kn}_1} \cdot \lg \left( \frac{\text{Kn}_0}{\text{Kn}_m} \right) \right) \right)$$

$$F_{b,2} = \frac{1}{2} \left( 1 + \text{erf} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\Delta \text{Kn}_2} \cdot \lg \left( \frac{\text{Kn}_0}{\text{Kn}_m} \right) \right) \right)$$

Если  $\text{Kn}_0 < \text{Kn}_m$ , используется мостовая функция  $F_{b,1}$ . В противном случае  $F_{b,2}$ . Значения  $\text{Kn}_m = 0.3$ ,  $\Delta \text{Kn}_1 = 1.3$  и  $\Delta \text{Kn}_2 = 1.4$  были определены путем сравнения с результатами моделирования методом прямого статистического моделирования (Монте-Карло).

### Результаты расчетов

Авторы работы [19] провели сравнение результатов расчетов коэффициента теплопередачи на основе геометрии Бразильского спутника (SARA). На рис. 3 приведены

значения коэффициента  $C_h$  для конуса, цилиндра, сферы и затупленного конуса (капсула Бразильского спутника – SARA [19]) в диапазоне углов атаки  $\alpha$ .

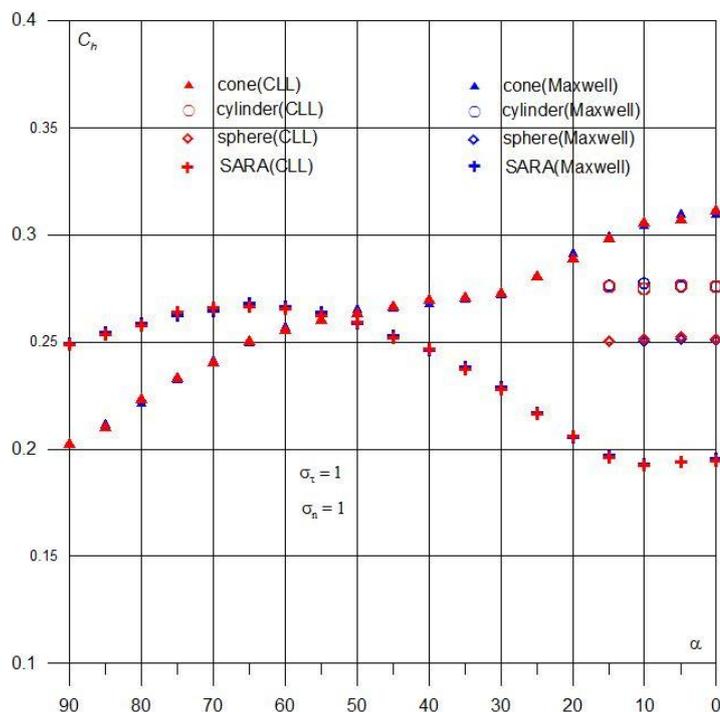


Рис. 3. Зависимость коэффициент теплопередачи  $C_h(\alpha)$  для различного тела

В данном параграфе представлены результаты расчета коэффициента теплопередачи для варианта ВКА «Клипер, модель ЦАГИ [20, 21]» (рис. 4).

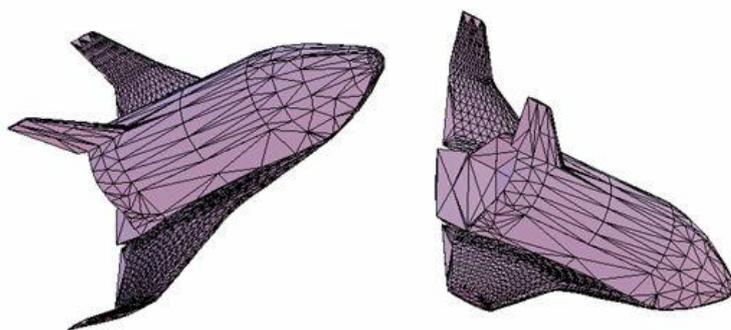


Рис. 4. Геометрическое представление варианта компоновки ВКА

Расчеты проведены в диапазоне углов атаки  $\alpha$  от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  с шагом в  $5^\circ$ . Угол атаки изменяется путем вращения тела около *центра масс оболочки* вокруг оси  $Oz$ . В качестве характерных площади и линейного размера взяты площадь проекции на плоскость  $Oxz$  и

максимальный габарит вдоль оси  $Ox$  в этой проекции. Значения параметров: температурный фактор  $t_w = T_w/T_\infty = 0.1$ ; скоростное отношение  $s = 10$ ; коэффициенты аккомодации  $\sigma_\tau = 0.9, 1$  и  $\sigma_n = 1$ . Расчет проводился с использованием  $5 \times 10^6$  моделирующих частиц.

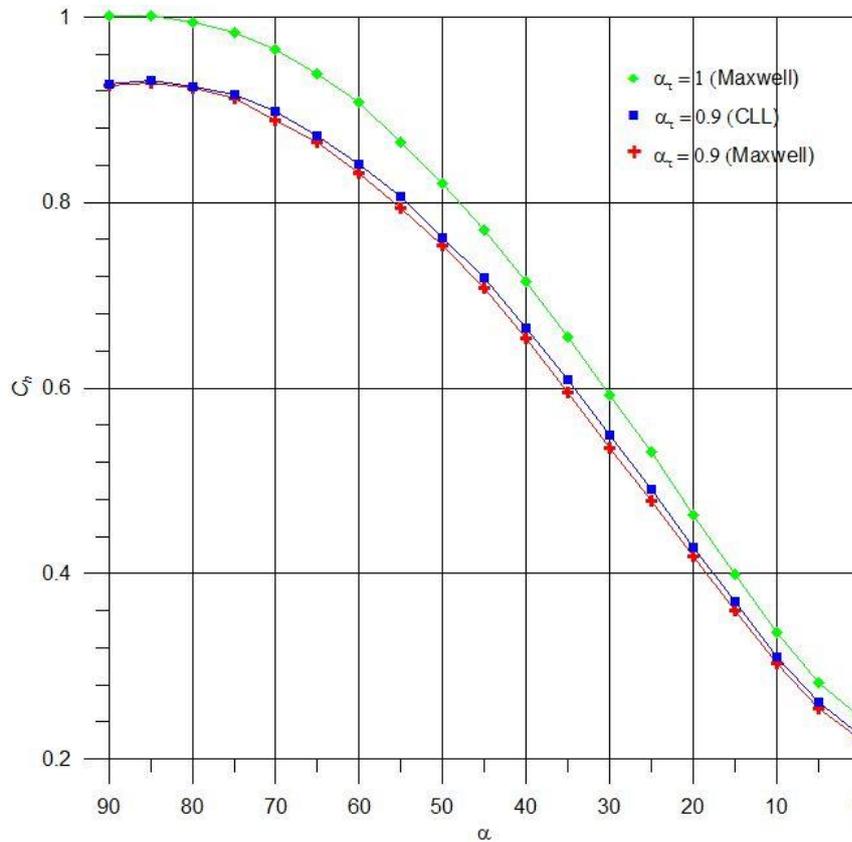


Рис. 5. Зависимости  $C_h(\alpha)$  при  $\sigma_\tau = 0.9$  и  $1$  ( $t_w = 0.1$ ) по моделям Максвелла и CLL

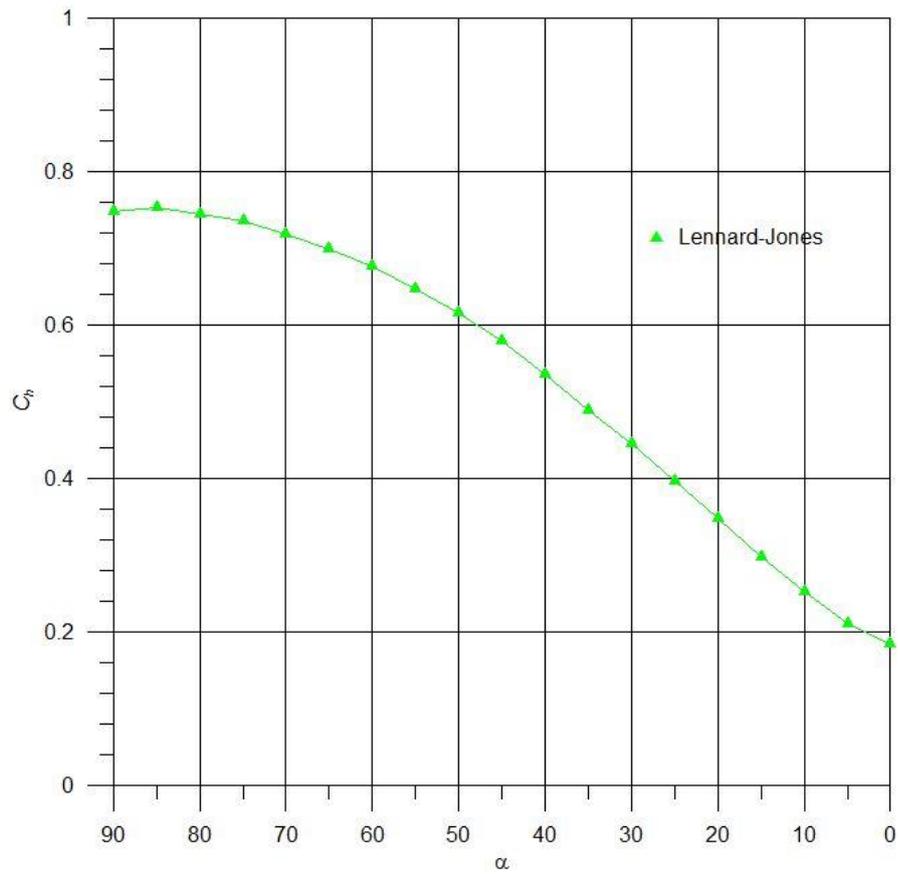


Рис. 6. Зависимости  $C_h(\alpha)$  по потенциалам Леннарда-Джонса (LJ)

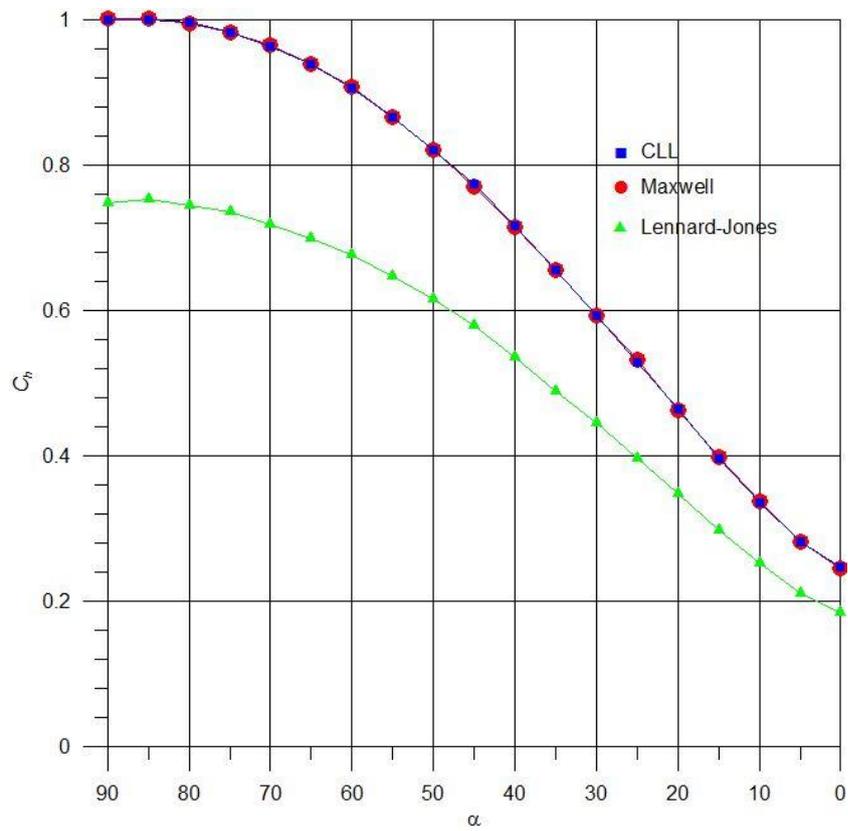


Рис. 7. Зависимости  $C_h(\alpha)$  по моделям Максвелла, CLL ( $\sigma_\tau, \sigma_n = 1$ ) и потенциала LJ

Зависимости  $C_h(\alpha)$  представлены на рис. 5 при различных  $\sigma_\tau$  по различным моделям взаимодействия молекул газа. Из результатов ясно, что модели Максвелл и CLL дают одинаковые значения при коэффициентах аккомодации равных единице. Модель CLL дает более высокое значение коэффициента теплопередачи чем модель Максвелла при том же коэффициенте аккомодации 0.9. Несмотря на то, что модель CLL дает высокую среднюю скорость рассеянных молекул, ожидается тенденцию снижения теплоотдачи, потому что число молекул, сталкивающихся с поверхностью на единицу времени и на единицу площади уменьшается с неполным коэффициентом аккомодации. На рис. 6 представлена зависимость  $C_h(\alpha)$  по модели взаимодействия с потенциалом Леннарда-Джонса. На рис. 7 представлены зависимости  $C_h(\alpha)$  с использованием различных моделей взаимодействия молекул с поверхностью (Максвелл, CLL, Леннард-Джонс). Коэффициент  $C_h$  увеличивается с ростом угла атаки. Из графиков ясно, что коэффициент  $C_h$  чувствителен к различным моделям взаимодействия молекул с поверхностью.

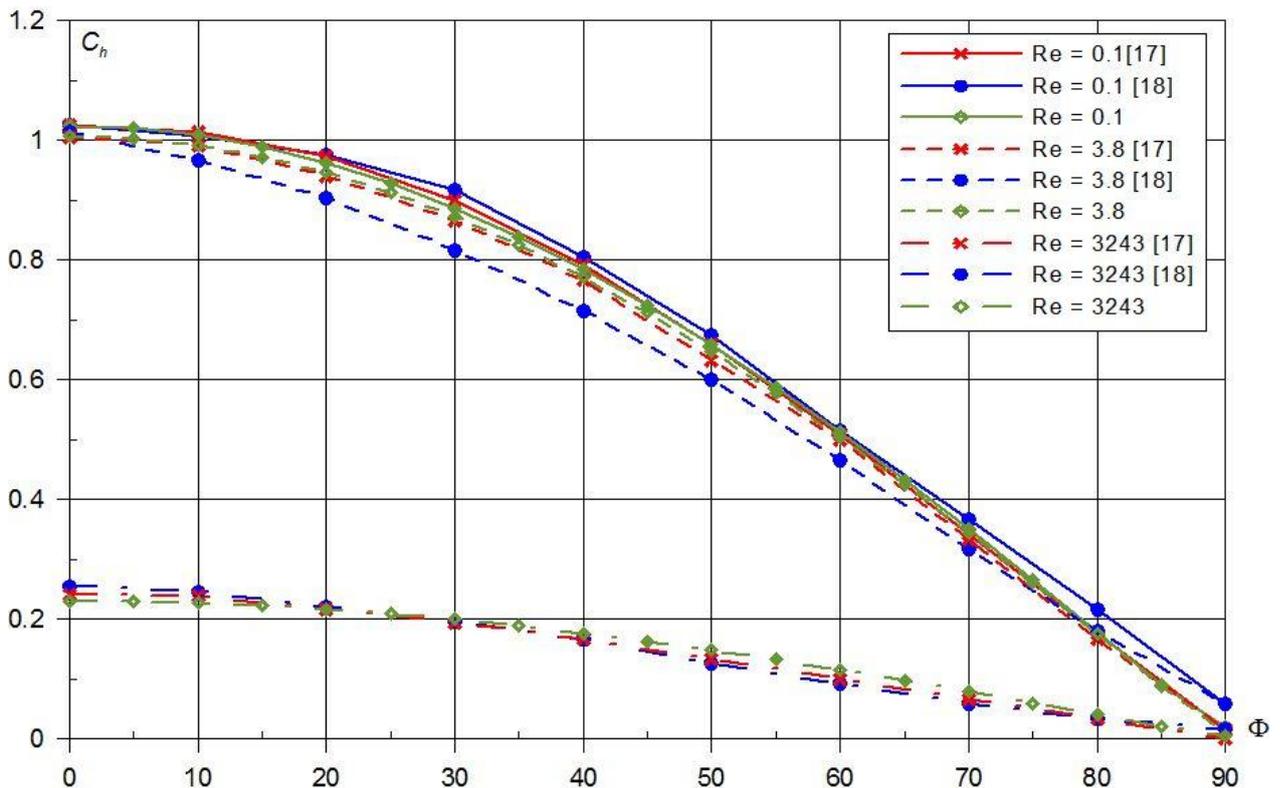


Рис. 8. Угловое распределение  $C_h$  на сфере

На рис. 8 показаны результаты расчета зависимости коэффициента теплопередачи на поверхности сферы от угла при различных числах Рейнольдса с помощью локально-

мостового метода. На графике видно, что сравнение результатов теплового потока в континуальном и свободномолекулярном режиме определяется локально-мостовым методом хорошо совпадают. В переходном режиме дает завышенное значение коэффициента теплопередачи примерно на 15% на углах 20-50 градусов.

### **Заключение**

Разработаны расчеты коэффициента теплопередачи для различных моделей взаимодействия газа с поверхностью для ВКА с помощью метода Монте-Карло и локально-мостового метода. Проведен анализ различных подходов к расчету аэротермодинамических характеристик перспективного воздушно-космического аппарата «Клипер, модель ЦАГИ» в высокоскоростном потоке разреженного газа. Модели Максвелла и CLL дают одинаковые значения при коэффициентах аккомодации равных единице. Модель CLL дает более высокое значение коэффициента теплопередачи, чем модели Максвелла при коэффициенте аккомодации 0.9. Предложена модель LJ, учитывающая потенциалы взаимодействия. Эмпирические потенциальные зависимости отражают тот факт, что на больших расстояниях преобладают силы притяжения, на малых расстояниях – силы отталкивания. Учитывая результаты работы [10] показано, что эта модель качественно верно описывает поведение аэротермодинамические характеристики. Однако при расчете тепловых потоков, значения  $C_h$  могут отличаться от значений по классическим моделям до 25%.

Локально-мостовой метод дает в переходном режиме завышенное значение коэффициента теплопередачи примерно на 15% на углах 20-50 градусов. Методики и результаты могут быть использованы при создании современных и перспективных ВКА.

### **Библиографический список**

1. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. Кинетическая теория. — М.: Наука. — 1967.- 440 с.
2. Bird G.A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. - Oxford: University Press. — 1994. — 479 p.
3. Хлопков Ю.И. Статистическое моделирование в вычислительной аэродинамике. — М.: МФТИ. — 2006. — 158 с.
4. Cercignani C. The Boltzmann Equation and Its Applications. — Springer-Verlag, New York. — 1988. – 455 p.

5. Воронич И.В., Зея Мью Мьинт Влияние особенностей взаимодействия газа с поверхностью на аэродинамические характеристики космического аппарата // Вестник МАИ. — 2010. — Т. —17. — № 3. — с. 59-67.
6. Cercignani C. The Kramers Problem for a not Complete Diffusing Wall // J. Math. Phys. Appl. — 1965. — V. 1. — N. 3. — P. 568-586.
7. Cercignani C., Lampis M. Kinetic Models for Gas-Surface Interactions // Transport Theory and Statistical Physics. — 1971. —V. 1. — N. 2. — P. 101-114.
8. Nocilla S. The Surface Re-emission Law in Free Molecular Flow // Proc. of 3<sup>rd</sup> Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. — 1963. — V. 1. — P. 327-346.
9. Freedlander O.G., Nikiforov A.P. Modeling Aerodynamic Atmospheric Effects on the Space Vehicle Surface Based on Test Data // ESA WPP-066. 1993.
10. Зея Мью Мьинт, Хлопков А.Ю. Аэродинамические характеристики летательного аппарата сложной формы с учётом потенциала взаимодействия молекулярного потока с поверхностью// Ученые записки ЦАГИ. — 2010. — Т. XLI. — № 5. — с. 33-45.
11. Баранцев Р.Г. Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями. — М.: Наука. — 1975. — 343 с.
12. Lord R.G. Application of the Cercignani-Lampis Scattering Kernel to Direct Simulation Monte Carlo Calculations // Proc. of 17<sup>th</sup> Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. — 1991. — P. 1427-1433.
13. Lord R.G. Some Further Extensions of the Cercignani-Lampis Gas-Surface Interaction Model // Phys. Fluids. — 1995. —V. 7. — N. 5. — P. 1159-1161.
14. Belotserkovskii O.M., Khlopkov Y.I. Monte Carlo Methods in Mechanics of Fluid and Gas. World Scientific Publishing Co. N-Y, London, Singapore, Beijing, Hong Kong. —2010. — 268 p.
15. Lee Lester Laminar heat transfer over blunt nosed bodies at hypersonic flight speeds // Jet Propulsion. - 1956. - Vol. 26. - No. 4. - pp. 259-269.
16. Ivanov M.S., Markelov G.N., Gimelshein S.F., Mishina L.V., Krylov A.N., Grechko N.V. High-Altitude Capsule Aerodynamics with real gas effects, - J. of Spacecraft and Rocket, - 1998. - Vol. 35. - No. 1. - pp. 16-22.
17. Ващенко П.В. Численный анализ высотной аэротермодинамики космических аппаратов // Дис. канд.-тех. наук, ИТПМ СО РАН, - Новосибирск, - 2012.
18. Dogra V.K., Wilmoth R.G., Moss J.N. Aerothermodynamics of 1.6 -m- diameter sphere in Hypersonic Rarefied Flow. J. AIAA. - 1992. - Vol. 30. - No. 7. - pp. 1789 – 1794.
19. Sampaio P.A.C., Santos W.F.N. Computational analysis of the aerodynamic heating and drag of a reentry Brazilian satellite // Proceedings of the 6th National Congress of Mechanical Engineering, Campina Grande, PB, Brazil, — 2010.

20. Ваганов А.В., Дроздов С.М., Дудин Г.Н., Косых А.П., Нерсесов Г.Г., Пафнутьев В.В., Челышева И.Ф., Юмашев В.Л. Численное исследование аэродинамики перспективного возвращаемого космического аппарата // Ученые записки ЦАГИ. — 2007. — Т. XXXVIII. — № 1-2. — с. 16-26.
21. Ваганов А.В., Дроздов С.М., Косых А.П., Нерсесов Г.Г., Челышева И.Ф., Юмашев В.Л. Численное моделирование аэродинамики крылатого возвращаемого космического аппарата // Ученые записки ЦАГИ. — 2009. — Т. XL. — № 2. — с. 3-15.