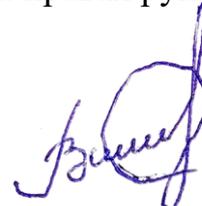


Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)»

На правах рукописи



Ильин Владислав Викторович

**МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ  
СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО МАТЕРИАЛА В СОСТАВЕ  
ЭНЕРГОУСТАНОВКИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

Специальность:

1.3.14 – Теплофизика и теоретическая теплотехника

Диссертация

на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
кандидат технических наук  
Моржухина Алена Вячеславовна

Москва – 2025

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

Введение .....	4
Глава 1. Аналитический обзор текущего состояния проблемы и постановка задач исследования .....	10
§ 1.1. Развитие сверхпроводниковых электрических машин .....	10
§ 1.2. Взаимосвязь между теплопроводностью и электропроводностью .....	13
§ 1.3. Исследование теплофизических свойств посредством решения обратных задач теплообмена.....	16
§ 1.4. Определение теплофизических свойств материалов со сложной многослойной структурой .....	24
§ 1.5. Задачи исследования.....	29
Выводы по главе 1 .....	30
Глава 2. Идентификация математических моделей сверхпроводниковой катушки статора .....	31
§ 2.1. Двухмодельный метод .....	31
§ 2.2. Математическая модель со сосредоточенными параметрами .....	34
§ 2.3. САЕ-модель .....	51
§ 2.4. Имитационное моделирование эксперимента .....	55
§ 2.5. Идентификация промежуточной МСП по подробной САЕ-модели .....	58
Выводы по главе 2 .....	61
Глава 3. Экспериментальные исследования образцов обмотки катушки .....	63
§ 3.1. Экспериментальные образцы .....	63
§ 3.2. Схема испытаний .....	70
§ 3.3. Экспериментальное оборудование.....	73
§ 3.4. Программа испытаний .....	80
§ 3.5. Результаты испытаний .....	83

Выводы по главе 3 .....	90
Глава 4. Обработка экспериментальных данных .....	91
§ 4.1. Теплофизические свойства обмотки из ВТСП-ленты .....	91
§ 4.2. Интерпретация результатов моделирования и эксперимента.....	94
Выводы по главе 4 .....	97
Заключение .....	99
Список литературы .....	101

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность и степень разработанности темы исследования**

Развитие энергетических систем нового поколения требует создания высокоэффективных, компактных и мощных электрических машин. Существенное улучшение массогабаритных и энергетических характеристик электромеханических преобразователей может быть достигнуто за счет применения высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), что делает данное направление одним из наиболее перспективных. К настоящему моменту усилиями научных коллективов (Россия, США, Япония, Китай, Германия) доказана принципиальная возможность и перспективность создания мощных и компактных электрических машин на основе ВТСП для летательных аппаратов, а также наземного и морского транспорта. Направление разработки ВТСП-машин в целом является активно развивающимся, но находящимся на стадии технологического демонстраирования и отработки.

Широкое внедрение ВТСП-технологий сдерживается недостаточной изученностью теплофизических свойств сверхпроводниковых материалов и конструкций на их основе, особенно в условиях криогенных температур и сложных многокомпонентных структур. Теплофизические характеристики, такие как теплопроводность и теплоёмкость, оказывают непосредственное влияние на стабильность работы сверхпроводниковых устройств, эффективность систем охлаждения и общую надежность системы. Особую сложность представляет собой многослойная структура ВТСП-лент, которая включает металлическую подложку, буферные, стабилизирующие и защитные слои, что делает её аналогом композиционного материала с анизотропными и нелинейными свойствами.

В этой связи разработка методики экспериментально-расчётного определения эффективных теплофизических характеристик ВТСП-материалов и обмоток на их основе с использованием методов решения обратных задач теплообмена (ОЗТ) является актуальной научной задачей. Теоретическая база и методология решения ОЗТ успешно апробированы для решения широкого круга прикладных задач в технической отрасли, включая определение теплофизических

свойств различных материалов (работы О.М. Алифанова, А.К. Алексеева, Е.А. Артюхина, В.Н. Елисеева, И.С. Кабанихина, Л.А. Коздобы, Ю.М. Мацевитого, Ю.В. Полежаева, С.В. Резника, Д.Ф. Симбирского, В.М. Юдина, А.Г. Яголы). Вместе с тем, комплексное применение этих методов для определения эффективных теплофизических свойств именно ВТСП-материалов и конструкций представляет собой новую задачу.

Таким образом, исследование теплофизических характеристик ВТСП-обмоток с разработкой комплексной методики экспериментально-расчётного их определения на основе методов решения ОЗТ является актуальным и восполняет существующий пробел между теоретическими возможностями методов решения ОЗТ и практическими потребностями проектирования перспективных сверхпроводниковых устройств.

### **Цель и задачи исследования**

Целью работы является разработка методики определения теплофизических свойств высокотемпературного сверхпроводникового материала, который используется в качестве обмотки катушки в составе конструкции статора электрогенератора, расчётно-экспериментальным методом с применением идентификации тепловых процессов на основе методов решения ОЗТ.

Частными вопросами данной научной проблемы являются следующие.

1. Постановка задач идентификации математических моделей теплообмена с различным числом пространственных измерений.
2. Разработка алгоритмов идентификации промежуточных (упрощённых) моделей и уточнения подробной модели по промежуточным.
3. Планирование и имитационное моделирование режимов теплофизического эксперимента по подробной и промежуточным моделям.
4. Проведение теплофизического эксперимента для решения задач идентификации.
5. Применение алгоритмов идентификации для определения свойств ВТСП-материала в составе конструкции катушки электрогенератора.

6. Сопоставление экспериментальных температурных полей во времени с полями, полученными по уточнённой имитационной модели для оценки адекватности модели.

### **Объект исследования**

В качестве объекта исследования выступает обмотка катушки статора генератора, выполненная из ВТСП-материала.

### **Предмет исследования**

Предметом исследования являются алгоритмы идентификации моделей теплопереноса в композитном материале обмотки катушки статора и его корпуса, а также свойства этих материалов как искомые элементы последовательностей, к которым сходятся итерационные процессы алгоритмов.

### **Научная новизна исследования**

Разработаны алгоритмы идентификации моделей теплопереноса в ВТСП-материале обмотки катушки статора, которая является частью генератора для использования в опытной силовой криогенной энергосистеме летательных аппаратов. Исследованы теплофизические характеристики обмотки из ВТСП-ленты посредством использования расчётно-экспериментальной методики на основе методов решения ОЗТ.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Разработанная методика и найденные теплофизические свойства могут быть использованы для дальнейшего исследования электротеплового взаимодействия высокотемпературного сверхпроводника и установления взаимосвязи между теплопроводностью и электропроводностью в температурном интервале выше точки перехода в сверхпроводящее состояние, а также для изучения влияния технологических параметров производства ВТСП-лент (таких как тип и толщина стабилизирующих слоев) на их эффективные теплофизические характеристики.

### **Методология и методы исследования**

Теоретические и экспериментальные исследования проведены в рамках системной методологии, связывающей между собой математические и физические

модели, рассматриваемые в единой системе, параметры и функции которой настраиваются решением обратных задач. Методологическую основу исследования составляют иерархическая идентификация, двухмодельный метод, метод регуляризации и метод итерационной регуляризации.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Алгоритмы идентификации моделей теплопереноса в ВТСП-материале, который используется в качестве обмотки катушки в составе конструкции статора электрогенератора.

2. Результаты исследования теплофизических характеристик образцов ВТСП-материалов.

### **Степень достоверности и апробация результатов**

Достоверность разработанной методики и полученных с её помощью результатов обеспечивается корректностью исходных допущений и подтверждается согласованностью численного моделирования с экспериментальными данными и аналитическими решениями.

Основные научные результаты работы были представлены на ряде научно-технических конференций. В частности, на XXIII Школе-семинаре молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева: «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках» (24-28 мая 2021 г., Екатеринбург), на 8-ом Международном симпозиуме по достижениям в области вычислительной теплопередачи (8th International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, 15-19 августа 2021 г., онлайн), на Всероссийской конференции «XXXVII Сибирский теплофизический семинар» (14-16 сентября 2021 г., Новосибирск), на XLIX Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения» (11-14 апреля 2023 г., Москва), на XXII Международной конференции «Авиация и космонавтика» (20-24 ноября 2023 г., Москва), на XLVIII Академических чтениях по космонавтике «Королёвские чтения» (23-26 января 2024 г., Москва), на XVII Минском международном форуме по тепломассообмену (20-24 мая 2024 г., Минск, Беларусь), на 11-ой Международной конференции «Обратные задачи в технике: теория и практика»

(11th International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice, 23-28 июня 2024 г., Бузиус, Бразилия), на IV Международной конференции «Современные проблемы теплофизики и энергетики» (21-25 октября, 2024 г., Москва).

### **Публикации**

Основные результаты диссертационного исследования изложены в 12 публикациях [76-87], 3 из которых опубликованы в рецензируемых научных изданиях, рекомендуемых Перечнем ВАК при Министерстве науки и высшего образования РФ и приравниваемых к ним.

### **Личный вклад автора**

Основные положения диссертации получены автором лично, либо при его непосредственном участии, что подтверждено публикациями, заимствованный материал обозначен в работе ссылками. Автором проведен краткий обзор текущего состояния проблемы, сформулированы задачи исследования, разработаны математические модели и алгоритмы их идентификации. Автор принимал участие в подготовке и проведении испытаний в роли инженера научно-исследовательского отдела и непосредственно обработал экспериментальные данные, используя разработанную методику, в результате чего получил искомые теплофизические свойства объекта исследования.

### **Структура и объём работы**

Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы; содержит 111 страниц основного текста, 41 рисунок, 8 таблиц, 87 литературных источников.

Во введении приведено обоснование актуальности темы диссертации и сформулированы цель и задачи работы. Кратко охарактеризованы методы теоретического и экспериментального исследования, а также аргументирована научная ценность и значимость работы. Доказана достоверность и обоснованность результатов диссертационной работы.

В первой главе диссертационной работы проанализировано текущее состояние проектов по созданию энергоустановок на основе ВТСП для

летательных аппаратов (ЛА). Обоснована необходимость изучения теплофизических характеристик ВТСП-материалов и выполнен краткий обзор методов решения обратных задач для их определения. Предложено рассматривать ВТСП-обмотку как композиционный материал со сложной структурой, для которого может быть применен комплексный экспериментально-расчетный подход для идентификации процессов теплопереноса. Сформулированы задачи исследования.

Во второй главе представлена постановка задачи идентификации математических моделей теплообмена для ВТСП-катушек, используемых в конструкциях статоров электрогенераторов. Описана математическая модель со сосредоточенными параметрами, представлена подробная САЕ-модель (Computer-Aided Engineering). Показано, что двухмодельный метод позволяет уточнять подробную модель на основе идентифицированной упрощённой модели. Разработан алгоритм параметрической идентификации на основе метода итерационной регуляризации, предназначенный для определения температурозависимых теплофизических свойств. Проведено имитационное моделирование теплофизического эксперимента, результаты которого подтвердили работоспособность методики.

В третьей главе представлены экспериментальные исследования. Описано экспериментальное оборудование и образцы фрагмента обмотки катушки из ВТСП-ленты для проведения криогенных испытаний, приведена методика их подготовки и проведения. Представлены результаты испытаний для двух образцов в виде графиков изменения температуры во времени в местах установки термопар.

В четвёртой главе представлены результаты обработки полученной экспериментальной информации посредством разработанной методики определения теплофизических характеристик (коэффициент теплопроводности и объёмной теплоёмкости) и проведена оценка адекватности реальному процессу.

В заключении подведены итоги диссертационного исследования и сформулированы основные выводы.

# ГЛАВА 1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ТЕКУЩЕГО СОСТОЯНИЯ ПРОБЛЕМЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ

## § 1.1. Развитие сверхпроводниковых электрических машин

С момента обнаружения сверхпроводимости Камерлинг-Оннесом в 1911 году в опыте с ртутью при температуре 4,2 К [1] три четверти века это явление наблюдалось лишь при температурах близких к абсолютному нулю. Выявление сверхпроводимости в керамических материалах при температуре 35 К в 1986 году [2] и получение сверхпроводника с критической температурой перехода в сверхпроводящее состояние 93 К в 1987 году [3] открыло новый класс сверхпроводников – высокотемпературных. Развитие ВТСП с критической температурой выше температуры кипения жидкого азота (77 К), сравнительно дешёвой и удобной криогенной жидкости, позволило широко использовать в промышленности технологии на основе эффекта сверхпроводимости.

Современные сверхпроводники представляют из себя многослойные ленты, которые могут быть использованы в качестве обмоток электрических машин. В настоящее время научные коллективы многих стран работают над интеграцией сверхпроводниковых электрических машин в состав промышленных установок, наземного транспорта, морских и воздушных судов [4]. В наземном транспорте сверхпроводниковые двигатели рассматриваются как перспективное решение для высокоскоростных поездов и электромобилей, где важны компактность, высокая мощность и энергоэффективность. Для морских и воздушных судов сверхпроводниковые технологии предлагают возможность создания более легких и мощных силовых установок, что может привести к снижению расхода топлива и увеличению дальности полета или плавания.

Хотя применение сверхпроводников в составе электрических машин требует учета большого количества особенностей, связанных с сильными магнитными полями, нелинейными свойствами и криогенными температурами, сверхпроводниковые машины по сравнению с машинами традиционного исполнения имеют такие достоинства, как более высокий коэффициент полезного

действия, значительно улучшенные массогабаритные параметры, меньшие значения индуктивных параметров и меньший уровень шума [5-6].

Применение электрических машин на основе ВТСП в составе ЛА является перспективным направлением для внедрения сверхпроводниковых технологий, ведутся исследования по интеграции сверхпроводниковых систем в гибридные электрические силовые установки, которые могут стать основой для экологически чистых самолетов будущего. Так, например, в NASA ведутся работы по проекту, основная цель которого состоит в создании мегаваттного двигателя с высокой удельной мощностью (более 16 кВт/кг) и большой эффективностью (более 98%) за счет применения ВТСП и интегрированного управления тепловым режимом [7-8]. В Японии испытывается киловаттный двигатель для проверки реализации структуры и метода охлаждения в рамках будущей разработки полностью сверхпроводниковых синхронных машин мегаваттного класса, работающих при температуре жидкого азота, для легких самолетов на электрической тяге [9]. ВТСП-генератор мощностью 10 МВт для будущего пассажирского воздушного судна (с более чем 150 местами и максимальным взлетным весом около 100 тонн) проектируется в Китае [10]. Схожий концепт с такой же мощностью проработан в Германии для гибридно-электрического самолёта [11].

В России также реализуются проекты с использованием электрических машин на основе ВТСП, в частности, в Московском авиационном институте (МАИ). На кафедре 310 «Электроэнергетические, электромеханические и биотехнические системы» имеется существенный опыт разработки и создания ВТСП электрических машин. В частности, были созданы и протестированы новые типы реактивных синхронных ВТСП-двигателей, работающих в среде жидкого азота, мощностью от 0,5 кВт до 10 кВт с композитным ферромагнитным ротором [12]. Также был разработан, изготовлен и испытан синхронный электродвигатель мощностью 200 кВт с ВТСП-обмоткой возбуждения [13]. В выполненной сотрудниками кафедры 310 работе [14] описаны результаты расчётов основных параметров ВТСП-устройств для проверки новых методов вычислений и будущих экспериментальных исследований. В статье [15] проведены расчёты и

теоретические исследования критических удельных массогабаритных показателей полностью сверхпроводникового авиационного синхронного генератора мощностью 5 МВт с жидководородным охлаждением для электрической двигательной установки. В работе [16] представлены результаты расчёта и моделирования синхронной машины мощностью 90 кВт с ВТСП-обмоткой якоря, предназначенной для экспериментальных исследований в роли малогабаритного демонстратора генераторной системы для будущего самолета с гибридной силовой установкой. Также в МАИ разработаны математические модели систем криообеспечения высокотемпературной сверхпроводимости электротехнических устройств [17-18].

В качестве иллюстрации перспектив развития стоит заметить, что особый интерес представляет использование сверхпроводниковых машин в космических системах, и подобного рода работы уже активно ведутся. Одним из перспективных и стратегически значимых направлений в этой области является технология магнитоплазодинамической двигательной установки на основе ВТСП, что подтверждается анализом программ финансирования подобных проектов в различных странах [19]. Теоретически магнитоплазодинамические двигатели могут обладать удельным импульсом более 110 км/с и тягой до 200 Н, что существенно выше аналогичных показателей других типов электроракетных двигательных установок. Традиционные медные катушки с водяным охлаждением имеют много недостатков, таких как большой объем, значительная масса и высокая рассеиваемая мощность, поэтому большое внимание уделяется применению ВТСП-катушек небольшого объема и малой массы в магнитоплазодинамическом двигателе. В настоящее время китайские учёные и инженеры активно исследуют, проектируют и оптимизируют конструкцию магнитоплазодинамического двигателя на основе ВТСП в классах мощности 50 кВт, 150 кВт и 500 кВт [20]. В России есть результаты исследования функционирования магнитоплазодинамического двигателя мощностью 25 кВт на основе ленты из ВТСП второго поколения [21].

Важно отметить, что подавляющее большинство рассмотренных глобальных проектов находятся на стадии становления, оценки, развития технологии и проведения испытаний. Производство ВТСП-машин требует разработки методов расчёта, технологии и экспериментальной проверки применяемых методик. Для практического применения необходимо знать, как материалы ведут себя при различных температурах и внешних условиях. Их свойства напрямую влияют на стабильность и эффективность сверхпроводниковых устройств. Теплофизические свойства играют ключевую роль в проектировании систем на основе сверхпроводимости, так как они определяют, как материал будет реагировать на тепловые нагрузки и изменения температуры. Например, знание теплопроводности помогает предотвратить локальный перегрев, который может разрушить сверхпроводящее состояние. Хотя ВТСП работают при более высоких температурах, чем классические сверхпроводники, они всё же требуют охлаждения до криогенных температур. Исследование теплофизических свойств поможет оптимизировать системы охлаждения, снизить энергозатраты и повысить надёжность устройств.

Таким образом, использование ВТСП в составе электрических машин и внедрение технологий на их основе в состав различных технических систем активно происходит в ведущих научных центрах мира, что подчёркивает важность и актуальность исследований физических процессов в этом направлении.

## **§ 1.2. Взаимосвязь между теплопроводностью и электропроводностью**

Развитие современной науки и техники во многом связано с применением и обобщением результатов, полученных в различных физических дисциплинах. Поиск инновационных возможностей использования достижений фундаментальной физики сопровождается решением новых прикладных задач в области электроники, аэрокосмической техники, энергетических установок. Высокий интерес представляет взаимодействие теплового и электрического полей в средах с различными диэлектрическими свойствами, а также на их границах. Примерами практической значимости связанных с ним явлений являются:

термоэлектрическое взаимодействие – эффекты Пельтье, Томпсона, Зеебека [22] – в металлических контактах, лежащее в основе термоэлектрических генераторов; электрическая проводимость полупроводниковых диодов, зависящая от температуры; теплоизолирующие конструкции спускаемых космических аппаратов (КА), состоящие из множества диэлектрических и металлических слоев, и эффекты сверхпроводимости.

В зависимости от физических особенностей термоэлектрических явлений характер взаимосвязи может представляться по-разному. В диодной теории широко распространены прямые функциональные зависимости электрического тока от разности электрического потенциала на средних контактных плоскостях, а в теплофизике используется линейная функция, связывающая разность температур с тепловым потоком и термическим сопротивлением. Аналогично в законе Ома электрическое сопротивление представляет собой коэффициент пропорциональности между силой электрического тока и напряжением. Преимуществом использования сопротивлений является возможность моделирования их структуры в виде электрических и эквивалентных тепловых схем для сложных систем и их частей. Причем, компоненты сопротивлений могут выделяться не только геометрически, но и по принадлежности к определенным физическим механизмам переноса теплового потока или электрического тока. Полные сопротивления могут быть представлены в виде функций компонент электрической и тепловой схем системы. При известных функциях полных сопротивлений для определения электрического тока и теплового потока, проходящих через систему, достаточно задать температуры и потенциалы на границах. Сопротивления удобно использовать как для расчёта сложных систем, так и для исследования различных физических факторов контактных явлений: компоненты полного сопротивления могут исследоваться различными методами отдельно. Факторы, определяющие электрические свойства, оказывают непосредственное влияние и на тепловые характеристики. Для количественной оценки параметров взаимодействия может быть использована математическая модель электротепловой аналогии, которая следует, с одной стороны, из уравнений

теплопроводности и электропроводности, а с другой – из законов Фурье и Кирхгофа, связывающих плотности теплового и электрического тока с соответствующими им градиентами температуры и электрического потенциала.

Взаимосвязь теплопроводности и электропроводности полупроводника до перехода в сверхпроводящее состояние выражается законом Видемана-Франца-Лоренца [23], после – электрическое сопротивление становится равным нулю, и число Лоренца материала теряет физический смысл. В сверхпроводящем состоянии электроны образуют куперовские пары, которые не рассеивают энергию, и их вклад в теплопроводность резко уменьшается. В результате доминирующим становится вклад фононной теплопроводности, связанной с колебаниями кристаллической решетки (фононами).

Явление сверхпроводимости имеет место в строго определённом диапазоне температуры, поэтому зависит от теплофизических свойств – теплопроводности и теплоёмкости. Прямая пропорциональность между ними наблюдается вплоть до окрестности абсолютного нуля, но переменный коэффициент пропорциональности, как правило, неизвестен, поэтому формально они являются независимыми [24].

Для установления взаимосвязи между теплопроводностью и электропроводностью в температурном интервале выше точки перехода в сверхпроводящее состояние многослойного ВТСП-материала необходимо исследовать теплофизические свойства (теплоёмкость, теплопроводность) в температурном интервале, включающем температуры выше и ниже точки перехода (в области сверхпроводимости электропроводность бесконечна, а удельное сопротивление материала равно нулю) [25].

Следовательно, понимание взаимосвязи между теплопроводностью и электропроводностью важно для проектирования устройств (учёт тепловых нагрузок и эффективности охлаждения), оптимизации изготовления материалов с улучшенными характеристиками для конкретных применений, фундаментального понимания природы сверхпроводимости и взаимодействия между электронами и решеткой, а также для создания точных математических моделей сложных

технических систем. Это дает возможность прогнозировать поведение сверхпроводниковых материалов в экстремальных условиях, управлять их характеристиками и разрабатывать надёжное оборудование с учётом электротепловой аналогии, где факторы, влияющие на теплофизические характеристики, непосредственно сказываются и на электрических свойствах. Таким образом, для изучения электротеплового взаимодействия в сверхпроводнике необходимо проводить исследование теплофизических свойств с разработкой методики для их определения.

### **§ 1.3. Исследование теплофизических свойств посредством решения обратных задач теплообмена**

На всех этапах теплового проектирования технических изделий неотделима связь расчетно-теоретических и экспериментальных исследований. Часто для исследуемого объекта характерно протекание сложных и комбинированных физико-химических процессов, определяющих его тепловое состояние, поэтому роль теплового эксперимента весьма существенна. Эксперимент, как правило, призван подтвердить правильность расчётно-теоретических оценок и выбрать, обосновать и проверить математические модели, используемые в тепловых исследованиях. В случае сложности изучаемого процесса, наличия неопределенностей и затруднений математического характера, когда теоретический анализ не способен дать удовлетворительных результатов, эксперимент может играть самостоятельную роль. Всеобъемлемость стендовых испытаний, точность обработки полученной экспериментальной информации, а также выбор математических моделей определяют успешность теплового проектирования.

Общим элементом различных задач теплового проектирования является тот факт, что информация о тепловом состоянии объекта исследования должна быть в исходных данных задачи, что приводит к постановкам задач, называемых обратными.

Пусть имеется математическая модель объекта исследования  $A$  типа

$$Au = f, \quad (1.1)$$

где  $u$  – вектор причинных характеристик;

$f$  – вектор следственных характеристик.

В качестве причинных характеристик выступают граничные и начальные условия, теплофизические свойства, тепловые связи между элементами, а также геометрические характеристики системы. Следствием же будет то или иное состояние системы, определяемое ее температурным полем. Когда ставится задача найти причинные характеристики по информации о температурном поле, это формирует определённую постановку ОЗТ.

В отличие от прямых задач, постановки обратных нельзя воспроизвести в реальном эксперименте, так как невозможно нарушить физически причинно-следственную связь (нельзя обратить ход теплообменного процесса или изменить течение времени). Следовательно, постановка обратной задачи физически некорректна, что при математической формализации проявляется в виде математической некорректности. Среди трёх условий корректности задачи, сформулированных Жаком Адамаром (существование, единственность и устойчивость решения) [26], наиболее часто нарушается условие устойчивости. Нарушение причинно-следственных связей, присутствующее в исходной постановке задачи, создает значительные трудности при разработке методов и алгоритмов, способных обеспечивать достоверные результаты.

Первые математические изыскания в сфере обратных задач связаны с работами А.Н. Тихонова [27], В.К. Иванова [28] и М.М. Лаврентьева [29]. Общий подход к математическому решению некорректно поставленных задач выражен в методе регуляризации А.Н. Тихонова [30-31], основная идея которого заключается в добавлении стабилизирующего функционала  $\Omega[u]$  (регуляризирующего слагаемого) к исходному функционалу задачи, что позволяет получить устойчивое решение, которое мало отклоняется от истинного при наличии шума или неточностей в данных:

$$\Phi_\alpha[u, A, f] = \rho_F^2(Au, f) + \alpha\Omega[u], \quad u \in D(\Omega), \quad (1.2)$$

где  $\Phi_\alpha[u, A, f]$  – сглаживающий функционал (функционал Тихонова);

$\alpha$  – параметр регуляризации;

$\rho_F$  – метрика в пространстве  $F$ ;

$D$  – область определения функционала  $\Omega[u]$ .

В конце 1960-х годов в МАИ зародилось направление исследований для разработки и обоснования методов решения обратных задач с их практическим применением. С тех пор на кафедре 601 «Космические системы и ракетостроение» были разработаны различные подходы для получения устойчивых решений, включая методы, основанные на принципе естественной шаговой регуляризации (прямой приближенно-аналитический метод), а также прямые численные методы, такие как искусственная гиперболизация исходных параболических уравнений (метод малого параметра при старшей производной по времени) и регуляризация с использованием вариационного принципа А.Н. Тихонова (регуляризованный алгебраический метод и регуляризованные конечно-разностные методы) [32-34].

Кроме того, О.М. Алифановым был предложен новый метод – метод итерационной регуляризации [35-37], в котором параметр регуляризации определяется номером итерации. Этот универсальный метод сохраняет расчётные формулы итерационных подходов, что позволяет снизить трудоёмкость вычислений, особенно при решении нелинейных, многомерных и многопараметрических обратных задач. В общей постановке задачи требуется найти вектор неизвестных параметров  $u$ , минимизирующий функционал невязки:

$$J(u) = \|Au - f\|_F^2. \quad (1.3)$$

При известном приближении  $u^{(k)}$  на итерации  $k$  решается прямая задача, вычисляется функционал невязки и проверяется выполнение критерия останова итерационного процесса. Если критерий выхода из итераций не выполняется, то решается сопряжённая задача, рассчитывается градиент функционала и вычисляется следующее приближение к искомому решению. И так до выполнения критерия останова итерационного процесса, в качестве которого в основном используется критерий невязки:

$$\|A_h u^{(k)} - f_\delta\|_F \leq \delta, \quad (1.4)$$

где  $A_h$  – оператор, аппроксимирующий  $A$  с погрешностью  $h$ ;

$f_\delta$  – вектор  $f$ , определённый с погрешностью  $\delta$  (например, погрешность измерений).

Все эти методы и алгоритмы были тщательно протестированы и обоснованы с помощью вычислительных экспериментов и реальных физических испытаний, а также были определены области наиболее эффективного применения данных методов и разработанных на их основе алгоритмов для решения обратных задач [38]. Среди проведенных исследований, можно выделить некоторые ключевые:

- диагностика нестационарных тепловых потоков в высокотемпературных газовых струях в рамках моделирования условий нагрева спускаемых аппаратов [39];

- исследование теплообмена в сверхзвуковых и гиперзвуковых трубах в рамках разработки универсальной методики тепловых аэродинамических испытаний для исследования теплопередачи в широком диапазоне чисел Рейнольдса [40-41];

- экспериментальные исследования нестационарного теплообмена на поверхности термостойких теплозащитных материалов в рамках изучения материалов из супертонких волокон, которые являются перспективными для создания теплозащиты радиационного типа многоразовых аэрокосмических аппаратов [42];

- экспериментальные исследования нестационарного теплообмена на поверхности термически разлагающихся полимерных теплозащитных материалов в рамках разработки надувных тормозных устройств, предназначенных для спускаемых аппаратов в атмосфере планет [43-45];

- определение нестационарных тепловых потоков в режиме реального времени в рамках построения интеллектуальных тепловых систем, в которых реализуется управление процессом нагрева/охлаждения с обратной связью [46];

– диагностика теплообмена в сверхзвуковых гетерогенных потоках с точки зрения изменения интенсивности нагрева и разрушения конструкции ЛА [47];

– лётные испытания теплозащитных систем КА в рамках исследования многоразовой тепловой защиты автоматического космического ЛА «Бор-4», предназначавшейся для проверки работоспособности и отработки теплозащитных конструкций космического челнока «Буран» [48].

Анализируя результаты вышеописанной проделанной научно-технической работы, подтверждается эффективность и перспективность подхода к решению обратных задач в различных областях исследований. Разработана и продолжает совершенствоваться теоретическая база, включая методы, алгоритмы и программные комплексы для решения некорректных обратных задач математической физики, особенно в области тепломассообмена, создана методология параметрической и структурной идентификации математических моделей, применяемая в прикладных исследованиях. На основе этих теоретических разработок созданы экспериментальные установки для проведения теплофизических исследований и тепловых испытаний технических систем, материалов и конструкций. Предложены инновационные методы диагностики и анализа теплофизических процессов, а также подходы к тепловому проектированию и управлению тепловыми режимами различных устройств. Разработанные методы и технические решения активно внедряются в прикладные исследования, способствуя созданию новой техники и современных производственных технологий.

Стоит отметить, что существуют ситуации, когда ни одна из рассматриваемых моделей не в состоянии одновременно удовлетворить предъявляемым к ней требованиям. Иными словами, значение некоего функционала  $I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$ , где  $I_1$  – критерий адекватности модели реальному процессу;  $I_2$  – затраты ручного труда при алгоритмизации расчёта и составлении программы;  $I_3$  – затраты машинного времени и т. п., оказывается не достаточно малым, какая бы модель ни была выбрана в качестве рабочей. В таких случаях при решении ОЗТ может оказаться полезным использование

двухмодельного алгоритма [49], позволяющего при заданной степени адекватности (сохранении величины  $I_1$ ) снизить трудоемкость вычислений и затраты машинного времени (т. е. уменьшить значения  $I_2$  и  $I_3$ ). Суть этого подхода заключается в том, что исходная постановка ОЗТ (1.1) должна быть переформулирована следующим образом:

$$\tilde{A}^{(k+1)}u = f \frac{\tilde{A}^{(k)}u}{A^{(k)}u}, \quad (1.5)$$

где  $A$ ,  $\tilde{A}$  – соответственно точная и приближенная модели процесса теплопередачи, связывающие одну и ту же восстанавливаемую причинную характеристику  $u$  и входную информацию  $f$ , как правило, температуру во внутренней точке, в общем случае известную с погрешностью, имеющей в большинстве случаев пульсационный характер. В то же время, процедура (1.5) производит итерационным путем коррекцию входной информации, подстраивая её под приближенную модель. Использование точной модели происходит только лишь на этапе решения прямой задачи. Обратная же задача на каждой итерации (1.5) решается по приближенной модели. При этом,  $A$ ,  $\tilde{A}$  в общем случае могут быть нелинейными.

Как показывают расчеты [49], для восстановления граничной плотности теплового потока с учетом возмущающего действия термодатчика, четырех-пяти итераций по моделям в соответствии с алгоритмом (1.5) достаточно для получения решения с хорошей точностью. Число необходимых итераций можно уменьшить, если выбрать начальное приближение  $u^{(0)}$  не произвольным, а из решения обратной задачи  $Au^{(0)} = f$  для приближенной модели без коррекции входных данных. Такой выбор  $u^{(0)}$  дает возможность решить ОЗТ в постановке (1.5) за одну-две итерации, сократив затраты машинного времени [50].

Экономия машинного времени за счет применения двухмодельного алгоритма при решении ОЗТ градиентным методом можно приближенно оценить величиной  $3N_g/N_m$ , где  $N_g$  – число шагов градиентного спуска к точке минимума невязки;  $N_m$  – число итераций по моделям; множитель 3 появляется за счет того, что в одномодельной постановке (1.1) расчет по адекватной модели на каждом шаге

спуска производится по меньшей мере три раза – прямая, сопряженная задача и задача в приращениях. При такой оценке предполагается, что решение прямой задачи для точной модели (1.5) занимает основное время на каждой итерации. Таким образом, даже при использовании быстросходящегося метода сопряженных градиентов, когда основные структурные особенности искомой функции выявляются за четыре-шесть шагов, применение двухмодельного алгоритма ведет к пяти-двадцатикратному снижению затрат машинного времени. При восстановлении причинных характеристик сложного поведения данный показатель будет еще выше, однако в этом случае необходимым условием является малость дисперсии случайной величины во входных данных.

Будет справедливым заметить, что ввиду стремительного развития электроники и вычислительной техники, в частности, суперкомпьютеров, наблюдается значительный рост повсеместного применения высокоточных расчетов с использованием мощных программно-вычислительных комплексов. Эти комплексы становятся неотъемлемой частью научных исследований, инженерных разработок и промышленного производства, позволяя решать задачи, которые ранее считались недоступными из-за их вычислительной сложности. К таким комплексам относятся, например, инструменты вычислительной гидрогазодинамики, которые позволяют решать полную систему уравнений Навье-Стокса для моделирования трёхмерных нестационарных конвективных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа. Эти инструменты широко применяются в аэрокосмической отрасли, энергетике и других областях, где требуется точное прогнозирование поведения жидкостей и газов в сложных условиях. Кроме того, можно выделить специализированные вычислительные коды прецизионного класса, такие как программы для расчетов методом Монте-Карло. Этот метод используется для моделирования сложных физических процессов и особенно полезен в ситуациях, где аналитическое решение задачи невозможно или крайне затруднительно. Также стоит упомянуть универсальные платформы, такие как ANSYS, которые предоставляют широкий спектр инструментов для анализа методом конечных элементов. Однако в рамках

научноёмких проектных разработок, связанных с созданием технических систем, важно учитывать необходимость поиска рационального баланса между инженерными методами и высокоточными расчётами.

На начальных стадиях проектирования, когда исходные данные часто известны с низкой точностью, высокоточные расчёты, которые требуют значительных временных затрат и использования мощных вычислительных ресурсов, могут быть нецелесообразными. Они могут затруднить предварительный анализ и выбор оптимального проектного решения из множества альтернатив, поскольку проектировщику сложно оценить взаимосвязь между различными характеристиками и их влияние на конечный результат. В то же время инженерные методы, основанные на реалистичных подходах, обеспечивают достаточную точность расчетов на ранних этапах разработки. Например, в тепловом проектировании КА используются приближенные формулы, основанные на теории подобия процессов теплообмена, которые позволяют оценить тепловые условия на поверхности аппарата при движении в атмосфере на сверх- и гиперзвуковых скоростях. Прецизионное моделирование наиболее эффективно на завершающих этапах проектирования сложных объектов, где требуется проверка точности и обоснованности результатов. Следовательно, инженерные методы, применяемые с учетом их ограничений, создают удобную и прозрачную основу для решения многих прикладных задач, где не требуется сверхвысокая точность, но важна оперативность получения результатов.

Таким образом, разработка методики для определения теплофизических свойств сверхпроводника и конструкций на его основе на базе методов решения обратных задач является рациональным и актуальным направлением исследований. Методы решения ОЗТ специально разработаны для подавления некорректности и получения достоверных и устойчивых решений. Универсальность и эффективность методов ОЗТ позволяют успешно определять искомые свойства, минимизируя влияние погрешностей измерений и сложности математической модели, что подтверждается успешным применением данного подхода в научноёмких проектах, включая аэрокосмическую отрасль.

## § 1.4. Определение теплофизических свойств материалов со сложной многослойной структурой

Структура ВТСП-ленты является сложной из-за наличия большого количества слоёв в своём составе, где каждый слой выполняет критически важную и уникальную функцию. В общем случае ВТСП-лента второго поколения представляет собой многослойную конструкцию, включающую металлическую ленту-подложку, например из сплава на основе никеля, на которую, тем или иным методом, наносятся: буферные слои для предотвращения химического взаимодействия ВТСП с лентой-подложкой; слой ВТСП; стабилизирующие и защитные слои для предохранения ВТСП от атмосферного воздействия и для защиты от механических повреждений; электроизолирующий слой [51]. Сложность с точки зрения материаловедческих технологий заключается в необходимости совместить разнородные материалы (металлы, оксиды), обеспечить их высококачественный эпитаксиальный рост друг на друге и добиться выполнения всеми слоями своих строго определенных функций. На рисунке 1.1 представлен пример структуры сверхпроводящей ленты.

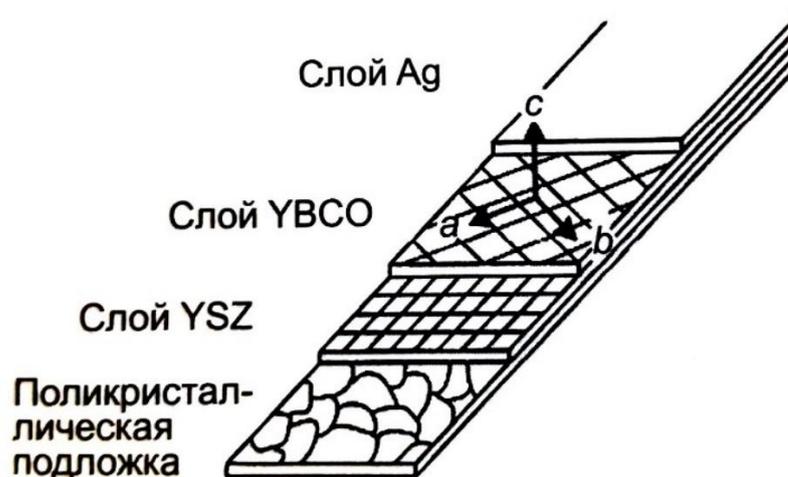
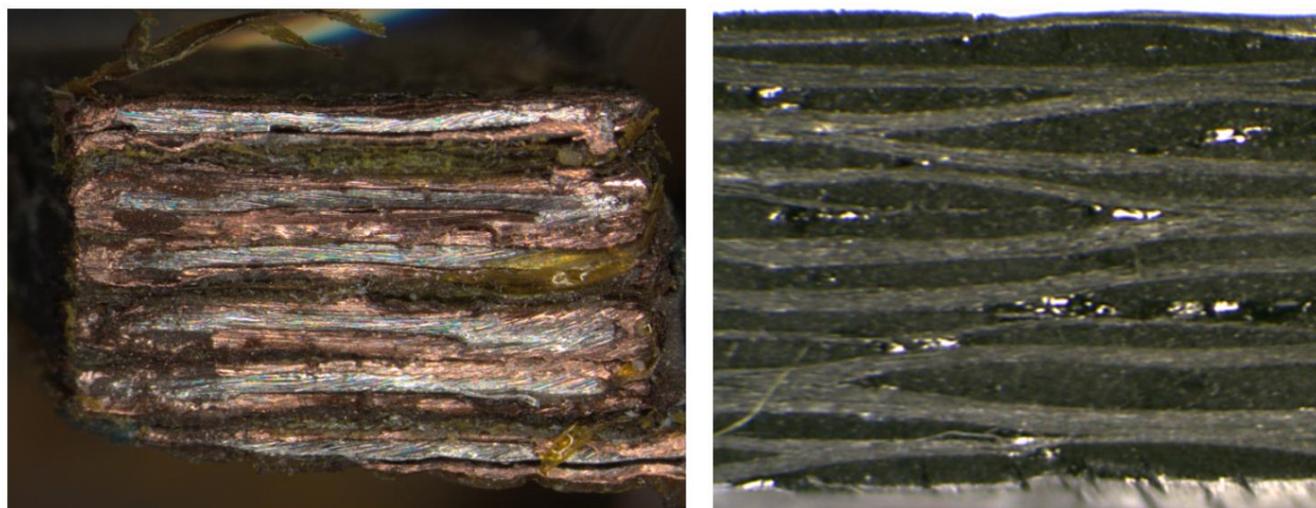


Рисунок 1.1 – Пример структуры сверхпроводящей ленты [51]: YBCO – плёнка сверхпроводника  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ , YSZ – буферный слой оксида циркония, стабилизированного оксидом иттрия

На рисунке 1.2а представлена фотография поперечного сечения катушки из ВТСП-ленты шириной 4 мм при двадцатикратном оптическом увеличении. На изображении наблюдается слоистая структура обмотки с чередованием слоёв ВТСП-ленты и слоёв компаунда, хорошо видно внешнее покрытие ленты медного цвета и внутреннее содержание ленты серебристого цвета. На рисунке 1.2б для сравнения представлена фотография типичной структуры композиционного материала углерод-углерод, которая образована углеродными волокнами в углеродной матрице. Анализируя сложную многослойную структуру обмотку на основе ВТСП-ленты, можно предположить, что она представляет собой некую композиционную конструкцию, особенности которой сходны с особенностями композиционного материала, включающего объёмный каркас из лент или волокон заключённый в матрицу связующего материала.



а)

б)

Рисунок 1.2 – Сечение: а) обмотки из ВТСП-ленты;  
б) композиционного материала углерод-углерод

Теплофизические характеристики такого композиционного материала могут существенно зависеть: от температуры, от условий эксплуатации, от состава и структуры, от геометрических характеристик этой структуры, от свойств входящих материалов, от используемой технологии производства, от темпа нагрева (в ряде случаев), а часто и от конкретного производителя материала.

Такая многофакторность затрудняет определение, моделирование и прогнозирование теплофизических свойств композиционных материалов, и увеличивает возможный разброс значений этих характеристик. В результате при разработке композиционных конструкций в расчётах приходится использовать некоторые средние значения теплофизических характеристик, а затем проводить значительный объём отладочных испытаний конструкций в реальных условиях их эксплуатации или проводить трудоёмкие уточняющие теплофизические исследования используемых материалов. Это серьёзно затрудняет создание и внедрение перспективных конструкций из композиционных материалов и приводит к увеличению стоимости и сроков создания объектов новой техники.

Всё это подтверждает актуальность разработки методов экспериментально-расчетных исследований тепловых режимов композиционных конструкций и определения теплофизических свойств композиционных материалов и конструкций на их основе в рабочем диапазоне температур с использованием эффективных методических и технических средств.

Такие средства должны: быть достаточно универсальными (позволять проводить исследования теплофизических характеристик различных композиционных материалов); учитывать особенности процессов теплообмена в исследуемых материалах (нелинейность, нестационарность, многомерность); обеспечивать высокую точность определения характеристик теплового состояния; обеспечивать оперативность проведения теплофизических исследований (одновременное определение комплекса свойств, например, коэффициента теплопроводности и теплоёмкости во всем исследуемом диапазоне температур по данным единичного испытания); обеспечивать возможность проведения испытаний в условиях близких к условиям эксплуатации композиционных материалов; обеспечивать возможность использования неразрушающих схем испытаний.

Опыт кафедры 601 МАИ в разработке комплексной экспериментально-расчётной методологии идентификации процессов теплообмена на основе методов ОЗТ также используется для решения задач определения

эффективных теплофизических характеристик перспективных композиционных материалов. В частности, была рассмотрена задача определения теплопроводности и теплоемкости углерод-углеродного композиционного материала в достаточно широком диапазоне температур, используемого в конструкции систем тепловой защиты высокоскоростных летательных аппаратов различного назначения:

– разработана математическая модель, адекватная реальному процессу теплопередачи, с использованием экспериментально-расчётной методологии, основанной на теории решения ОЗТ методом итерационной регуляризации [52];

– исследованы теплопроводность и теплоёмкость оболочки из углерода/углерода для ее использования в качестве горячей конструкции, а также описано специальное испытательное оборудование и регуляризирующий алгоритм [53];

– описано проектирование и изготовление гибридного многослойного керамического покрытия типа углерод-углерод для возвращаемых аппаратов, а также проанализированы свойства теплового расширения и теплопередачи базового и наноструктурированного материала с покрытием [54].

Важно отметить ряд других отечественных работ, посвященных данной проблеме. В работе [55] был предложен подход к определению коэффициента теплопроводности анизотропных материалов на основе решения ОЗТ, который внёс значительный вклад в развитие теплового расчёта сложных композиционных конструкций. Работы [56-59] посвящены расчётно-экспериментальному определению температурных зависимостей коэффициента теплопроводности композиционных материалов в тонкостенных элементах космических конструкций типа корпуса наноспутника или полых стержневых элементов.

В зарубежной литературе также имеются публикации по определению теплофизических свойств композиционных материалов с решением обратных задач. Например, в статье [60] решается трёхмерная переходная обратная задача теплопроводности с использованием метода сопряженных градиентов и обратного алгоритма на основе универсального коммерческого кода для оценки интенсивности неизвестного тепловыделения в трёхмерной нерегулярной

композитной среде. В работе [61] определены теплофизические свойства анизотропного композитного материала (композитная плита с использованием термопластичного препрега) путем решения ОЗТ. Публикация [62] посвящена алгоритму решения обратной задачи для уравнения теплопроводности в композитных материалах с использованием метода разделения переменных, метода дискретизации и метода регуляризации Тихонова.

Анализируя вышеизложенные результаты работ, можно сделать вывод о целесообразности использования методов решения ОЗТ для определения теплофизических свойств композиционной сложной структуры, к которой относятся ВТСП и конструкции на их основе. Однако стоит учесть следующие проблемы и особенности, которые связаны со сверхпроводниками в общем и с катушкой из ВТСП в частности:

– ВТСП обладают анизотропными свойствами, то есть их теплопроводность и другие параметры зависят от направления, и в катушке это усугубляется наличием различных материалов (например, изоляции, подложки), что требует учета анизотропии в модели;

– для решения обратных задач необходимы точные данные о температурных полях внутри катушки, однако измерение температуры в многослойной структуре с высокой точностью является сложной задачей (датчики температуры могут вносить искажения в тепловые процессы, а их размещение внутри катушки часто затруднено);

– теплофизические свойства такого композиционного материала целесообразно рассматривать как некоторые эффективные характеристики, присущие материалу конкретной намотки, имеющей реальные технологические дефекты (подход с определением эффективных значений теплофизических характеристик композиционного материала со сложной структурой может оказаться единственно надежным и наиболее применимым в инженерной практике);

– температура перехода в сверхпроводящее состояние является криогенной температурой, что необходимо учитывать при разработке методики проведения испытаний, экспериментального стенда и образцов.

### **§ 1.5. Задачи исследования**

Вышеописанный анализ работ показал важность исследования теплофизических свойств сверхпроводящего материала, используемого в активно развивающемся направлении электрических машин. Имеющийся научно-технический опыт в тепловом проектировании был использован, в частности, для анализа композиционных материалов, коим может быть представлена обмотка из ВТСП-ленты. Однако такой объект имеет свои физические особенности и специальные условия функционирования, что требует разработки специальной методики для определения теплофизических свойств.

С учётом вышеизложенного, были сформированы следующие задачи исследования:

1. Постановка задач идентификации математических моделей теплообмена с различным числом пространственных измерений.
2. Разработка алгоритмов идентификации (упрощённых) моделей и уточнения подробной модели по промежуточным.
3. Планирование и имитационное моделирование режимов теплофизического эксперимента по подробной и промежуточным моделям.
4. Проведение теплофизического эксперимента для решения задач идентификации.
5. Применение алгоритмов идентификации для определения свойств ВТСП-материала в составе конструкции катушки электрогенератора.
6. Сопоставление экспериментальных температурных полей во времени с полями, полученными по уточнённой имитационной модели для оценки адекватности модели.

## Выводы по главе 1

Проведенные в данной главе исследования и работы позволяют сделать следующие выводы:

– выполненный краткий обзор существующих проектов энергетических установок на основе эффекта сверхпроводимости продемонстрировал активное развитие данной отрасли;

– взаимосвязь между теплопроводностью и электропроводностью представляет особый научный интерес и требует исследования теплофизических свойств, для определения которых требуется разработка соответствующей методики, что подчёркивает актуальность данной работы;

– проведенный краткий анализ методов решения ОЗТ показал, что для разрабатываемой в диссертационной работе методике могут быть успешно использован метод регуляризации, метод итерационной регуляризации и двухмодельный метод;

– ВТСП-обмотка представляет собой композиционную конструкцию со сложной структурой, для которой может быть успешно использована комплексная экспериментально-расчетная методология идентификации процессов теплообмена на основе методов решения ОЗТ для определения параметров теплового взаимодействия с криогенными жидкостями и эффективных теплофизических характеристик;

– в результате проведенной в данной главе работы были сформированы задачи исследования.

## ГЛАВА 2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СВЕРХПРОВОДНИКОВОЙ КАТУШКИ СТАТОРА

### § 2.1. Двухмодельный метод

Преимущества двухмодельного метода показаны на примере методики восстановления граничного условия, в которой применяется итеративная коррекция входных данных с использованием точной  $A$  и приближённой  $\tilde{A}$  моделей теплопередачи, связывающих одни и те же причинные характеристики  $u$  и их следствия  $f$  [49]:

$$\begin{cases} Au = f; \\ \tilde{A}u = f; \\ \tilde{f} \neq f; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{f} = f + \tilde{A}u - Au; \\ u = \tilde{A}^{-1}\tilde{f}; \\ \tilde{f} \neq f; \end{cases} \Rightarrow u = \tilde{A}^{-1}(f + \tilde{A}u - Au). \quad (2.1)$$

С использованием метода простых итераций получается итерационный процесс [49]:

$$u^{(k+1)} = \tilde{A}^{-1}(f + \tilde{A}^{(k)}u - A^{(k)}u), \quad k = 0, 1, \dots \quad (2.2)$$

На каждой итерации происходит решение обратной задачи для приближенной модели и прямых задач для точной и приближённой моделей.

Для сходимости итерационного процесса операторы  $A$  и  $\tilde{A}$  должны подчиняться определенным соотношениям. Из теоремы Банаха о неподвижной точке (принцип сжимающих отображений) известно, что, когда нелинейное уравнение  $x = \varphi(x)$  решается методом итераций  $x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k)})$ ,  $k = 0, 1, \dots$ , и достаточным условием сходимости итерационного процесса к единственному решению является сжимаемость отображения  $\varphi$ , т. е., если для любых  $x_1, x_2 \in X$  и  $0 \leq \delta \leq 1$  имеет место  $\|\varphi(x_1) - \varphi(x_2)\| \leq \delta\|x_1 - x_2\|$ , где  $\|\cdot\|$  – норма в пространстве  $X$  [49, 66].

Так, для линейной приближенной модели  $\tilde{A}$  можно получить условие [49]

$$\|u_1 - u_2 - \tilde{A}^{-1}|Au_1 - Au_2|\| \leq \delta\|u_1 - u_2\|. \quad (2.3)$$

Если точная модель  $A$  также линейна, а также в случае линейных моделей  $A$  и  $\tilde{A}$ , неравенство (2.3) упрощается [49].

Непосредственная подстановка показывает, что независимо от начального приближения  $u^{(0)}$  уже первая итерация дает точное решение этой задачи, если разность  $(\tilde{A}u - Au)$  не зависит от  $u$ . Поэтому скорость сходимости итерационного процесса (2.2) зависит от того, насколько выполняется данное условие.

Двухмодельный алгоритм исключает непосредственное решение обратной задачи для точной модели, следовательно, его эффективность определяется алгоритмизацией обратной задачи для приближённой модели и прямой задачи для точной. Если при решении ОЗТ в экстремальной постановке градиентным методом требуется  $n$  шагов спуска к минимуму функционала, то с учетом решения на каждом шаге трёх задач (прямой, сопряжённой и в приращениях) машинное время решения по точной модели составит  $\tau_1 = 3n\tau$ , где  $\tau$  – время решения прямой задачи по точной модели. Если при решении ОЗТ двухмодельным методом число итераций процесса (2.2) равно  $N$ , а время решения прямой задачи по приближённой модели составляет  $\tau'$ , то при решении обратной задачи для приближённой модели также в экстремальной постановке время решения составит  $\tau_2 = N(3n\tau' + \tau' + \tau)$ , а экономия машинного времени определяется частным  $\tau_2/\tau_1 \approx N(3n\tau' + \tau' + \tau)/(3n\tau)$  [49].

Точная модель предполагает максимально приближённый к реальности характер физического и геометрического описания теплофизической системы (например, наличие температурных датчиков в исследуемой среде), что приводит к росту значений  $\tau$ ,  $n$  и уменьшению  $\tau'/\tau$  и  $N/n$  [49].

Пример реализации двухмодельного метода при решении ОЗТ по восстановлению плотности теплового потока на границе цилиндра показал сжимаемость отображения  $\tilde{A}^{-1}$  при решении обратной задачи (2.1) и быструю сходимость итерационного процесса (2.2), уменьшающим систематическую погрешность пренебрежения влиянием термодатчика практически до нуля [49].

В [50] проанализирована проблема выбора точной и приближённой моделей теплопередачи при решении обратных задач двухмодельным методом.

Существует другой способ корректировки входной информации, состоящий в добавлении к ней некоторой поправки. В этом случае двухмодельный алгоритм реализуется в виде

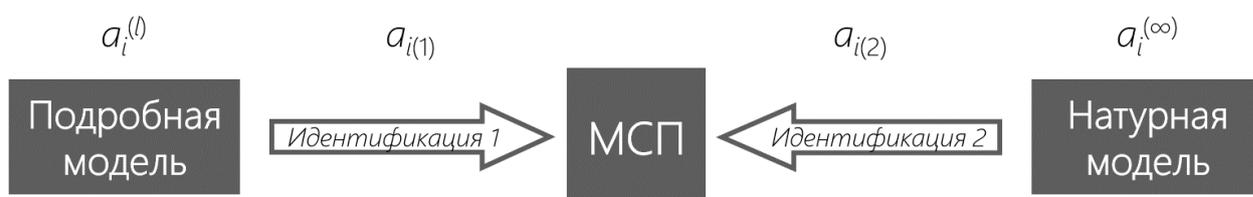
$$\begin{aligned}\tilde{A}^{(k+1)}u &= f_\delta + \Delta f_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \\ \Delta f_k &= \tilde{A}^{(k)}u - A^{(k)}u.\end{aligned}\tag{2.4}$$

В общем случае эффективность процедуры (2.4) в смысле скорости ее сходимости будет отличаться от аналогичной характеристики процедуры (1.5). Можно показать, что если имеет место соотношение  $\tilde{A}u = (1 + \varepsilon)Au$ , где  $\varepsilon$  – величина постоянная, не зависящая от  $u$ , то алгоритм (1.5) дает точное решение ОЗТ уже на первой итерации, в то время как аддитивная коррекция (2.4) обеспечивает сходимость к точному решению по закону  $|u^{(k)}/u^* - 1| = \varepsilon^{k+1}/(1 + \varepsilon)^{k+1}$ , т. е. сходится медленнее, чем (1.5). Зачастую величина  $\varepsilon$  слабо зависит от вида функции  $u$  и может, следовательно, считаться вполне устойчивым параметром, характеризующим погрешность модели  $\tilde{A}$  относительно модели  $A$ . Поэтому в этих случаях использование процедуры (1.5) для решения ОЗТ более предпочтительно [50].

В двухмодельном методе одна модель – с распределёнными (МРП) или сосредоточенными параметрами (МСП) – подробна, а вторая МСП ставится в соответствие первой для идентификации определенных функций. Тогда вспомогательная МСП идентифицируется дважды: первый раз – по подробной математической модели, второй раз – по натурной модели. Идентифицированные функции подробной модели выражаются произведением неидентифицированных функций этой модели на частное соответствующих функций вспомогательной модели, идентифицированных по натурной и подробной математическим моделям (рисунок 2.1):

$$\frac{a_i^{(l)}}{a_{i(1)}} = \frac{a_i^{(\infty)}}{a_{i(2)}} \Rightarrow a_i^{(\infty)} = \frac{a_{i(2)}}{a_{i(1)}} a_i^{(l)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N;\tag{2.5}$$

где  $a_i^{(\infty)}$ ,  $a_i^{(l)}$  – точное и приближённое (найденное на итерации  $l$ ) значение параметра  $a_i$ .



$$a_i^{(l+1)} = a_i^{(l)} \cdot (a_{i(2)} / a_{i(1)})$$

Рисунок 2.1 – Схема применения двухмодельного метода

## § 2.2. Математическая модель со сосредоточенными параметрами

Разобьём конструкцию каркаса с катушкой (рисунок 2.2) на  $N + 1$  слой с номерами от 0 до  $N$ , чтобы толщина слоёв не превышала нескольких миллиметров. Слой 0 соответствует внутренней поверхности каркаса, а слой  $N$  – внешней поверхности наружного слоя ленты из высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП). До некоторого слоя  $K$  с координатой  $x_K$  ( $x_0 \leq x \leq x_N$ ) узлы находятся в области материала каркаса, а после него – в ВТСП ленте с промежуточными слоями диэлектрического связующего. Узлы находятся внутри связующего, толщиной которого мы пренебрегаем.

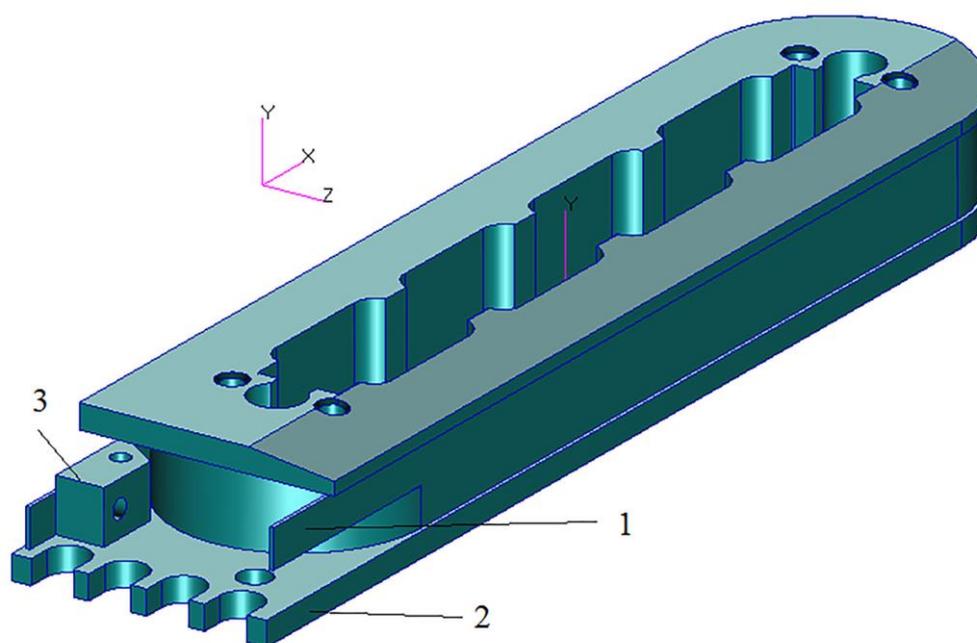


Рисунок 2.2 – Трёхмерная модель катушки: 1 – обмотка, 2 – корпус, 3 – медная шина

Тогда каждый слой с номером  $n > K$  связан с определённым слоем ленты, а проводимость между этими слоями характеризует теплопроводность ленты в поперечном направлении:

$$\alpha_{n-1,n} = \frac{\lambda_n}{\delta_n}, \quad (2.6)$$

где  $\lambda$  – теплопроводность, Вт/(м·К);

$\delta$  – толщина слоя, м.

Система уравнений математической модели с сосредоточенными параметрами записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dT_0(\tau)}{d\tau} &= \frac{1}{\rho_0 c_0 \delta_0} [q_0 A_{s,0} + \sigma \varepsilon_0 (T_{R,0}(\tau)^4 - T_0(\tau)^4) + \\ &\quad + \alpha_0 (T_{f,0}(\tau) - T_0(\tau)) + \alpha_{0,1} (T_1(\tau) - T_0(\tau))], \\ \frac{dT_1(\tau)}{d\tau} &= \frac{1}{\rho_1 c_1 \delta_1} [\alpha_{1,0} (T_0(\tau) - T_1(\tau)) + \alpha_{1,2} (T_2(\tau) - T_1(\tau))], \\ &\quad \dots \\ \frac{dT_n(\tau)}{d\tau} &= \frac{1}{\rho_n c_n \delta_n} [\alpha_{n,n-1} (T_{n-1}(\tau) - T_n(\tau)) + \alpha_{n,n+1} (T_{n+1}(\tau) - T_n(\tau))], \\ &\quad \dots \\ \frac{dT_{N-1}(\tau)}{d\tau} &= \frac{1}{\rho_{N-1} c_{N-1} \delta_{N-1}} [\alpha_{N-1,N-2} (T_{N-2}(\tau) - T_{N-1}(\tau)) + \\ &\quad + \alpha_{N-1,N} (T_N(\tau) - T_{N-1}(\tau))], \\ \frac{dT_N(\tau)}{d\tau} &= \frac{1}{\rho_N c_N \delta_N} [q_N A_{s,N} + \sigma \varepsilon_N (T_{R,N}(\tau)^4 - T_N(\tau)^4) + \\ &\quad + \alpha_N (T_{f,N}(\tau) - T_N(\tau)) + \alpha_{N,N-1} (T_{N-1}(\tau) - T_N(\tau))], \\ T_i(0) &= T_{i0}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N; \end{aligned} \quad (2.7)$$

где  $T_i$  – температура слоя, К;

$\rho_0$  – плотность слоя, кг/м<sup>3</sup>;

$c_0$  – удельная теплоёмкость слоя, Дж/(кг·К);

$q_0$  и  $q_N$  – поглощённые слоями 0 и  $N$  тепловые потоки, Вт/м<sup>2</sup>;

$A_{s,0}$  и  $A_{s,N}$  – коэффициенты поглощения слоёв 0 и  $N$ ;

$\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_N$  – коэффициенты излучения слоёв 0 и  $N$ .

Чтобы уменьшить количество неизвестных свойств в этой системе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), приведём их к безразмерному виду, умножив на  $\tau_0$  и разделив на  $T_{n0}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, N$ ):

$$\begin{aligned} \frac{\tau_0}{T_{00}} \frac{dT_0(\tau)}{d\tau} &= \frac{\tau_0}{T_{00}\rho_0 c_0 \delta_0} [q_0 A_{s,0} + \sigma \varepsilon_0 (T_{R,0}(\tau)^4 - T_0(\tau)^4) + \\ &\quad + \alpha_0 (T_{f,0}(\tau) - T_0(\tau)) + \alpha_{0,1} (T_1(\tau) - T_0(\tau))], \\ \frac{\tau_0}{T_{10}} \frac{dT_1(\tau)}{d\tau} &= \frac{\tau_0}{T_{10}\rho_1 c_1 \delta_1} [\alpha_{1,0} (T_0(\tau) - T_1(\tau)) + \alpha_{1,2} (T_2(\tau) - T_1(\tau))], \\ &\dots \\ \frac{\tau_0}{T_{n0}} \frac{dT_n(\tau)}{d\tau} &= \frac{\tau_0}{T_{n0}\rho_n c_n \delta_n} [\alpha_{n,n-1} (T_{n-1}(\tau) - T_n(\tau)) + \\ &\quad + \alpha_{n,n+1} (T_{n+1}(\tau) - T_n(\tau))] \\ &\dots \\ \frac{\tau_0}{T_{(N-1)0}} \frac{dT_{N-1}(\tau)}{d\tau} &= \frac{\tau_0}{T_{(N-1)0}\rho_{N-1} c_{N-1} \delta_{N-1}} \times \\ &\times [\alpha_{N-1,N-2} (T_{N-2}(\tau) - T_{N-1}(\tau)) + \alpha_{N-1,N} (T_N(\tau) - T_{N-1}(\tau))], \\ \frac{\tau_0}{T_{N0}} \frac{dT_N(\tau)}{d\tau} &= \frac{\tau_0}{T_{N0}\rho_N c_N \delta_N} [q_N A_{s,N} + \sigma \varepsilon_N (T_{R,N}(\tau)^4 - T_N(\tau)^4) + \\ &\quad + \alpha_N (T_{f,N}(\tau) - T_N(\tau)) + \alpha_{N,N-1} (T_{N-1}(\tau) - T_N(\tau))], \\ \frac{T_i(0)}{T_{i0}} &= 1, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Получим следующие безразмерные величины:

– время

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_0}, \tag{2.9}$$

где  $\tau_0$  – масштаб времени;

– температура

$$\bar{T}_n = \frac{T_n}{T_{n0}}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N; \tag{2.10}$$

– теплоотдача

$$\bar{\alpha}_i = \frac{\tau_0 \alpha_i}{\rho_i c_i \delta_i}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N; \quad (2.11)$$

– тепловая проводимость

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{i,i-1} &= \frac{\tau_0 \alpha_{i,i-1}}{\rho_i c_i \delta_i}, \\ \bar{\alpha}_{i,i+1} &= \frac{\tau_0 \alpha_{i,i+1}}{\rho_i c_i \delta_i}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1; \end{aligned} \quad (2.12)$$

– плотность падающего лучистого теплового потока

$$\bar{q}_i = \frac{\tau_0 q_i}{T_{i0} \rho_i c_i \delta_i}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N; \quad (2.13)$$

– коэффициент излучения

$$\bar{\sigma}_i = \frac{T_{i0}^3 \tau_0 \sigma}{\rho_i c_i \delta_i}, \quad \bar{\chi}_i = \frac{T_{i0}^3 \tau_0 \sigma}{\rho_i c_i \delta_i} \varepsilon_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (2.14)$$

С учётом этих величин имеем безразмерную систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{T}_0(\tau)}{d\bar{\tau}} &= \bar{q}_0 A_{s,0} + \bar{\sigma}_0 \varepsilon_0 (\bar{T}_{R,0}(\tau)^4 - \bar{T}_0(\tau)^4) + \bar{\alpha}_0 (\bar{T}_{f,0}(\tau) - \bar{T}_0(\tau)) + \\ &\quad + \bar{\alpha}_{0,1} (\bar{T}_1(\tau) - \bar{T}_0(\tau)), \\ \frac{d\bar{T}_1(\tau)}{d\bar{\tau}} &= \bar{\alpha}_{1,0} (\bar{T}_0(\tau) - \bar{T}_1(\tau)) + \bar{\alpha}_{1,2} (\bar{T}_2(\tau) - \bar{T}_1(\tau)), \\ &\quad \dots \\ \frac{d\bar{T}_n(\tau)}{d\bar{\tau}} &= \bar{\alpha}_{n,n-1} (\bar{T}_{n-1}(\tau) - \bar{T}_n(\tau)) + \bar{\alpha}_{n,n+1} (\bar{T}_{n+1}(\tau) - \bar{T}_n(\tau)), \\ &\quad \dots \\ \frac{d\bar{T}_{N-1}(\tau)}{d\bar{\tau}} &= \bar{\alpha}_{N-1,N-2} (\bar{T}_{N-2}(\tau) - \bar{T}_{N-1}(\tau)) + \\ &\quad + \bar{\alpha}_{N-1,N} (\bar{T}_N(\tau) - \bar{T}_{N-1}(\tau)), \\ \frac{d\bar{T}_N(\tau)}{d\bar{\tau}} &= \bar{q}_N A_{s,N} + \bar{\sigma}_N \varepsilon_N (\bar{T}_{R,N}(\tau)^4 - \bar{T}_N(\tau)^4) + \bar{\alpha}_N (\bar{T}_{f,N}(\tau) - \bar{T}_N(\tau)) + \\ &\quad + \bar{\alpha}_{N,N-1} (\bar{T}_{N-1}(\tau) - \bar{T}_N(\tau)), \\ \bar{T}_i(0) &= 1, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Согласно закону Кирхгофа, спектральная излучательная способность  $\varepsilon_\lambda(T)$  (коэффициент излучения) при температуре  $T$  равна спектральной поглотательной способности  $A_{s\lambda}(T)$  (коэффициент поглощения) излучения, приходящего от абсолютно чёрного тела, находящегося при такой же температуре  $T$  [63]:

$$\varepsilon_\lambda(T) = A_{s\lambda}(T). \quad (2.16)$$

Это утверждение обобщается для средних по всему диапазону длин волн значений этих коэффициентов [63]:

$$\varepsilon(T) = A_s(T). \quad (2.17)$$

Закон Кирхгофа для спектральных значений коэффициентов (2.16) справедлив всегда, а его обобщение для средних значений (2.17) – только в случаях, когда падающий и излучённый лучистый потоки имеют равные друг другу спектральные распределения или когда тела являются серыми, то есть радиационные свойства не зависят от длины волны.

Используя приближение серого тела, получим коэффициенты излучения и поглощения равными друг другу в первом и последнем уравнениях модели (2.15):

$$\varepsilon_i(T) = A_{si}(T), \quad i = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (2.18)$$

Тогда при известных теплоёмкостях слоёв  $c_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, N$ ), принимая во внимание симметричность проводимостей

$$\alpha_{n-1,n}(T_{n-1}, T_n) = \alpha_{n,n-1}(T_n, T_{n-1}), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N; \quad (2.19)$$

и вычисляя теплоотдачу  $\alpha_0$ ,  $\alpha_N$  по критериальным уравнениям для соответствующих условий теплообмена, получаем вектор неизвестных свойств модели (2.15):

$$p = (\varepsilon_0, \alpha_{1,0}, \alpha_{2,1}, \dots, \alpha_{N-1,N-2}, \varepsilon_N). \quad (2.20)$$

При отсутствии датчиков инфракрасного теплового потока для обеспечения единственности решения из первого и последнего уравнений системы (2.15) необходимо исключить слагаемые с поглотённым потоком тепла. Это возможно, так как эксперимент связан с захлаживанием конструкции криогенной жидкостью.

Тогда для идентификации вектора  $p$  необходимо и достаточно вектора экспериментальных температур, измеренных в каждом из узлов:

$$T_n^{(0)} = T_n^{(0)}(\tau), \quad n = 0, 2, \dots, N. \quad (2.21)$$

Температурные датчики устанавливаются не во всех внутренних слоях, поэтому для проводимостей между узлами применяется линейная аппроксимация.

Если теплоёмкости узлов неизвестны, тогда появляется два столбца формально независимых свойств:

$$\begin{aligned} p_1 &= (\bar{\chi}_0, \bar{\alpha}_{1,0}, \bar{\alpha}_{2,1}, \dots, \bar{\alpha}_{N-1,N-2}, \bar{\alpha}_{N,N-1}), \\ p_2 &= (\bar{\alpha}_{0,1}, \bar{\alpha}_{1,2}, \dots, \bar{\alpha}_{N-2,N-1}, \bar{\alpha}_{N-1,N}, \bar{\chi}_N), \end{aligned} \quad (2.22)$$

В коэффициенты излучения первого и последнего узлов входят теплоёмкости и излучательные способности, а в безразмерные тепловые проводимости – теплоёмкости и тепловые проводимости. Поэтому тепловые проводимости между узлами должны идентифицироваться по двум массивам экспериментальных температур:

$$T_n^{(01)} = T_n^{(01)}(\tau), \quad T_n^{(02)} = T_n^{(02)}(\tau), \quad n = 0, 2, \dots, N. \quad (2.23)$$

Эти массивы функций температуры могут быть определены в одном эксперименте, но каждая пара функций должна быть линейно независима для каждого узла [64-65]. Это означает, что определитель Грама, состоящий из скалярных произведений функций температур от времени, должен быть не равен нулю для каждого узла [66]:

$$\det \begin{pmatrix} (T_n^{(01)}, T_n^{(01)}) & (T_n^{(01)}, T_n^{(02)}) \\ (T_n^{(02)}, T_n^{(01)}) & (T_n^{(02)}, T_n^{(02)}) \end{pmatrix} \neq 0, \quad n = 0, 2, \dots, N, \quad (2.24)$$

где температуры (2.23) являются функциями, непрерывными вместе со своими первыми производными по времени. Отсюда следует, что продолжительности линейно независимых режимов должны быть одинаковы в безразмерном времени:  $\bar{\tau} \in [0, \bar{\tau}_{\max}]$ . Причём, в теплоотдаче первого и последнего узлов необходимо учитывать значения теплоёмкости, вычисленные на текущей итерации.

Температуры (2.23) являются линейными функциями, поскольку любая их линейная комбинация вновь принадлежит линейному множеству абсолютных

температур. Поэтому с учётом их непрерывности и непрерывности их первых производных по времени, они принадлежат множеству  $C^{(1)}(0, \tau_{\max})$ , входящему в гильбертово пространство  $L_2(0, \tau_{\max})$ , и их скалярные произведения определяются в этом пространстве [66]:

$$(T_n(\tau), T_m(\tau))_{L_2} = \int_0^{\tau_{\max}} T_n(\tau), T_m(\tau) d\tau, \quad (2.25)$$

$$\|T_n(\tau)\|_{L_2} = \sqrt{(T_n(\tau), T_n(\tau))} = \sqrt{\int_0^{\tau_{\max}} [T_n(\tau)]^2 d\tau}, \quad (2.26)$$

$$n = 0, 2, \dots, N; \quad m = 0, 2, \dots, N.$$

Наличие производных температур в левых частях системы уравнений (2.15) и их экспериментальный характер приводят к тому, что искомые функции (2.22), входящие в вектора  $p_1, p_2$ , в общем случае предполагаются нелинейными. Кроме того, малые колебания экспериментальных температур могут приводить к существенным колебаниям решения, т. е. к плохой обусловленности системы уравнений и к нарушению устойчивости решения.

Задача идентификации искомых функций формулируется в квазилинейной постановке, где и температуры, и функции явно зависят только от времени. Однако, имея временные зависимости как расчётных и экспериментальных температур, так и искомых функций, можно установить зависимость этих функций от температуры. Более того, это позволяет использовать температурную зависимость идентифицированных функций при решении краевых задач.

В метрике пространства  $L_2$  при расчёте расстояния между двумя функциями [66]

$$\begin{aligned} \rho_{L_2}(T_n(\tau), T_n^{(0)}(\tau)) &= \|T_n(\tau) - T_n^{(0)}(\tau)\|_{L_2} = \\ &= \sqrt{\int_0^{\tau_{\max}} [T_n(\tau) - T_n^{(0)}(\tau)]^2 d\tau}, \quad n = 0, 2, \dots, N; \end{aligned} \quad (2.27)$$

где верхний индекс (0) обозначает экспериментальные температуры, исключаются точки Лебеговой меры нуль: если расстояние между двумя функциями равно нулю, то функции эквивалентны почти всюду за исключением точек этой меры. Следовательно, вычисление нормы в пространстве  $L_2$  даёт сглаживание невязки.

Будем искать вектора  $p_1, p_2$  как векторные функции времени на временной сетке  $\tau_j$  ( $j = 0, 1, 2, \dots, M+1$ ) в метрике евклидова пространства:

$$(T_n(\tau), T_m(\tau))_E = \sum_{j=0}^M T_{n,j} T_{m,j}, \quad (2.28)$$

$$\|T_n(\tau)\|_E = \sqrt{(T_n(\tau), T_n(\tau))_E} = \sqrt{\sum_{j=0}^M (T_{n,j})^2}, \quad (2.29)$$

$$\rho_E(T_n(\tau), T_n^{(0)}(\tau)) = \|T_n(\tau) - T_n^{(0)}(\tau)\|_E = \sqrt{\sum_{j=0}^M (T_{n,j} - T_{n,j}^{(0)})^2}, \quad (2.30)$$

$$n = 0, 2, \dots, N; \quad m = 0, 2, \dots, N.$$

Тогда система (2.15) запишется следующим образом с учётом исключения слагаемых с поглощённым потоком из первого и последнего уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{T}_{0,j}}{d\bar{\tau}} &= \bar{\chi}_{0,j} (\bar{T}_{R,0,j}^4 - \bar{T}_{0,j}^4) + \bar{\alpha}_{0,j} (\bar{T}_{f,0,j} - \bar{T}_{0,j}) + \bar{\alpha}_{0,1,j} (\bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{0,j}), \\ \frac{d\bar{T}_{1,j}(\tau)}{d\bar{\tau}} &= \bar{\alpha}_{1,0,j} (\bar{T}_{0,j} - \bar{T}_{1,j}) + \bar{\alpha}_{1,2,j} (\bar{T}_{2,j} - \bar{T}_{1,j}), \\ &\dots \\ \frac{d\bar{T}_{n,j}}{d\bar{\tau}} &= \bar{\alpha}_{n,n-1,j} (\bar{T}_{n-1,j} - \bar{T}_{n,j}) + \bar{\alpha}_{n,n+1,j} (\bar{T}_{n+1,j} - \bar{T}_{n,j}), \\ &\dots \\ \frac{d\bar{T}_{N-1,j}}{d\bar{\tau}} &= \bar{\alpha}_{N-1,N-2,j} (\bar{T}_{N-2,j} - \bar{T}_{N-1,j}) + \bar{\alpha}_{N-1,N,j} (\bar{T}_{N,j} - \bar{T}_{N-1,j}), \\ \frac{d\bar{T}_{N,j}}{d\bar{\tau}} &= \bar{\chi}_{N,j} (\bar{T}_{R,N,j}^4 - \bar{T}_{N,j}^4) + \bar{\alpha}_{N,j} (\bar{T}_{f,N,j} - \bar{T}_{N,j}) + \\ &\quad + \bar{\alpha}_{N,N-1,j} (\bar{T}_{N-1,j} - \bar{T}_{N,j}), \end{aligned} \quad (2.31)$$

с начальным условием

$$\bar{T}_{i,j}(0) = 1, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N; \quad (2.32)$$

и условием непрерывности

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{T}_i(\bar{\tau}_j - 0) = \bar{T}_i(\bar{\tau}_j + 0) \\ \bar{\tau}_0 = 0, \bar{\tau}_{M+1} = \bar{\tau}_{\max} \end{array} \right\} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, M). \quad (2.33)$$

Регуляризованное решение выражается суммой приближённого псевдорешения и его вариации на текущей итерации  $l$ :

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{l} \bar{\chi}_{0,j}^{(l+1)} = \bar{\chi}_{0,j}^{(l)} + \delta \bar{\chi}_{0,j}^{(l)}, \\ \bar{\alpha}_{0,j}^{(l+1)} = \bar{\alpha}_{0,1,j}^{(l)} + \delta \bar{\alpha}_{0,1,j}^{(l)}; \end{array} \right. \\ & \left[ \begin{array}{l} \bar{\alpha}_{1,0,j}^{(l+1)} = \bar{\alpha}_{1,0,j}^{(l)} + \delta \bar{\alpha}_{1,0,j}^{(l)}, \\ \bar{\alpha}_{1,2,j}^{(l+1)} = \bar{\alpha}_{1,2,j}^{(l)} + \delta \bar{\alpha}_{1,2,j}^{(l)}; \end{array} \right. \\ & \quad \dots \\ & \left[ \begin{array}{l} \bar{\alpha}_{n,n-1,j}^{(l+1)} = \bar{\alpha}_{n,n-1,j}^{(l)} + \delta \bar{\alpha}_{n,n-1,j}^{(l)}, \\ \bar{\alpha}_{n,n+1,j}^{(l+1)} = \bar{\alpha}_{n,n+1,j}^{(l)} + \delta \bar{\alpha}_{n,n+1,j}^{(l)}; \end{array} \right. \quad (2.34) \\ & \quad \dots \\ & \left[ \begin{array}{l} \bar{\alpha}_{N-1,N-2,j}^{(l+1)} = \bar{\alpha}_{N-1,N-2,j}^{(l)} + \delta \bar{\alpha}_{N-1,N-2,j}^{(l)}, \\ \bar{\alpha}_{N-1,N,j}^{(l+1)} = \bar{\alpha}_{N-1,N,j}^{(l)} + \delta \bar{\alpha}_{N-1,N,j}^{(l)}; \end{array} \right. \\ & \left[ \begin{array}{l} \bar{\alpha}_{N,N-1,j}^{(l+1)} = \bar{\alpha}_{N,N-1,j}^{(l)} + \delta \bar{\alpha}_{N,N-1,j}^{(l)}, \\ \bar{\chi}_{N,j}^{(l+1)} = \bar{\chi}_{N,j}^{(l)} + \delta \bar{\chi}_{N,j}^{(l)}. \end{array} \right. \end{aligned}$$

Вариации искомым функций определяются из решения следующей задачи в малых приращениях. Пусть искомые вектора получили вариации

$$\left[ \begin{array}{l} \delta p_1 = (\delta \bar{\chi}_0, \delta \bar{\alpha}_{1,0}, \delta \bar{\alpha}_{2,1}, \dots, \delta \bar{\alpha}_{N-1,N-2}, \delta \bar{\alpha}_{N,N-1}), \\ \delta p_2 = (\delta \bar{\alpha}_{0,1}, \delta \bar{\alpha}_{1,2}, \dots, \delta \bar{\alpha}_{N-2,N-1}, \delta \bar{\alpha}_{N-1,N}, \delta \bar{\chi}_N). \end{array} \right. \quad (2.35)$$

Тогда температуры  $T_{i,j}$  изменятся на некоторую величину вариации  $v_{i,j} = \delta T_{i,j}$  ( $i = 0, \dots, N; j = 0, \dots, M$ ), удовлетворяющей задаче Коши:

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{d\bar{v}_{0,j}}{d\bar{\tau}} = \delta \bar{\chi}_{0,j} (\bar{T}_{R,0,j}^4 - \bar{T}_{0,j}^4) - 4\bar{\chi}_{0,j} \bar{T}_{0,j}^3 \bar{v}_{0,j} - \bar{\alpha}_{0,j} \bar{v}_{0,j} - \bar{\alpha}_{0,1,j} \bar{v}_{0,j}, \\ \frac{d\bar{v}_{0,j}}{d\bar{\tau}} = -4\bar{\chi}_{0,j} \bar{T}_{0,j}^3 \bar{v}_{0,j} - \bar{\alpha}_{0,j} \bar{v}_{0,j} - \bar{\alpha}_{0,1,j} \bar{v}_{0,j} + \delta \bar{\alpha}_{0,1,j} (\bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{0,j}); \end{array} \right. \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{1,j}}{d\bar{\tau}} &= \delta\bar{\alpha}_{1,0,j}(\bar{T}_{0,j} - \bar{T}_{1,j}) - \bar{\alpha}_{1,0,j}\bar{v}_{1,j} - \bar{\alpha}_{1,2,j}\bar{v}_{1,j}, \\ \frac{d\bar{v}_{1,j}}{d\bar{\tau}} &= -\bar{\alpha}_{1,0,j}\bar{v}_{1,j} - \bar{\alpha}_{1,2,j}\bar{v}_{1,j} + \delta\bar{\alpha}_{1,2,j}(\bar{T}_{2,j} - \bar{T}_{1,j}); \end{aligned} \right. \\
& \quad \dots \\
& \left[ \begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{n,j}}{d\bar{\tau}} &= \delta\bar{\alpha}_{n,n-1,j}(\bar{T}_{n-1,j} - \bar{T}_{n,j}) - \bar{\alpha}_{n,n-1,j}\bar{v}_{n,j} - \bar{\alpha}_{n,n+1,j}\bar{v}_{n,j}, \\ \frac{d\bar{v}_{n,j}}{d\bar{\tau}} &= -\bar{\alpha}_{n,n-1,j}\bar{v}_{n,j} - \bar{\alpha}_{n,n+1,j}\bar{v}_{n,j} + \delta\bar{\alpha}_{n,n+1,j}(\bar{T}_{n+1,j} - \bar{T}_{n,j}); \end{aligned} \right. \\
& \quad \dots \\
& \left[ \begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{N-1,j}}{d\bar{\tau}} &= \delta\bar{\alpha}_{N-1,N-2,j}(\bar{T}_{N-2,j} - \bar{T}_{N-1,j}) - \bar{\alpha}_{N-1,N-2,j}\bar{v}_{N-1,j} - \\ & \quad - \bar{\alpha}_{N-1,N,j}\bar{v}_{N-1,j}, \\ \frac{d\bar{v}_{N-1,j}}{d\bar{\tau}} &= -\bar{\alpha}_{N-1,N-2,j}\bar{v}_{N-1,j} - \bar{\alpha}_{N-1,N,j}\bar{v}_{N-1,j} + \\ & \quad + \delta\bar{\alpha}_{N-1,N,j}(\bar{T}_{N,j} - \bar{T}_{N-1,j}); \end{aligned} \right. \\
& \left[ \begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{N,j}}{d\bar{\tau}} &= \delta\bar{\alpha}_{N,N-1,j}(\bar{T}_{N-1,j} - \bar{T}_{N,j}) - \bar{\alpha}_{N,N-1,j}\bar{v}_{N,j} - \bar{\alpha}_{N,j}\bar{v}_{N,j} - \\ & \quad - 4\bar{\chi}_{N,j}\bar{T}_{N,j}^3\bar{v}_{N,j}, \\ \frac{d\bar{v}_{N,j}}{d\bar{\tau}} &= -\bar{\alpha}_{N,N-1,j}\bar{v}_{N,j} - \bar{\alpha}_{N,j}\bar{v}_{N,j} - 4\bar{\chi}_{N,j}\bar{T}_{N,j}^3\bar{v}_{N,j} + \\ & \quad + \delta\bar{\chi}_{N,j}(\bar{T}_{R,N,j}^4 - \bar{T}_{N,j}^4); \end{aligned} \right.
\end{aligned}$$

с начальным условием

$$\bar{v}_i(0) = \bar{v}_{i0} = 0, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (2.37)$$

и условием непрерывности

$$\left. \begin{aligned} \{\bar{v}_i(\bar{\tau}_j - 0) = \bar{v}_i(\bar{\tau}_j + 0)\} \\ \{\bar{\tau}_0 = \bar{\tau}_{\min}, \bar{\tau}_{M+1} = \bar{\tau}_{\max}\} \end{aligned} \right\} (i = 0, 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, M). \quad (2.38)$$

Функционал температурной невязки на итерации  $l$  запишется как

$$\begin{aligned}
\bar{J}_i &= \sum_{j=0}^M (\bar{T}_{i,j} - \bar{T}_{i,j}^{(0)})^2, \\
\bar{J} &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M (\bar{T}_{i,j} - \bar{T}_{i,j}^{(0)})^2.
\end{aligned} \quad (2.39)$$

Следовательно, с учётом вариации температуры функционал равен

$$\begin{aligned} \bar{J}_i(\bar{v}_{i,j}) &= \sum_{j=0}^M \left( \bar{T}_{i,j} + \bar{v}_{i,j} - \bar{T}_{i,j}^{(0)} \right)^2, \\ \bar{J}(\bar{v}_{i,j}) &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M \left( \bar{T}_{i,j} + \bar{v}_{i,j} - \bar{T}_{i,j}^{(0)} \right)^2, \\ i &= 0, 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Вариации температуры  $v_{i,j}$  определяются из условия минимизации функционала (2.40):

$$\begin{aligned} \frac{\bar{J}_i(\bar{v}_{i,j})}{d\bar{v}_{i,j}} &= 2 \left( \bar{T}_{i,j} + \bar{v}_{i,j} - \bar{T}_{i,j}^{(0)} \right) = 0, \\ \bar{v}_{i,j} &= \bar{T}_{i,j}^{(0)} - \bar{T}_{i,j}, \\ i &= 0, 1, 2, \dots, N; \\ i &= 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Подставляя вариации температуры из (2.40) в (2.36) и учитывая, что для поиска вектора  $p_1$  используются экспериментальные температуры  $T_{i,j}^{(01)}$ , а для  $p_2$  – температуры  $T_{i,j}^{(02)}$ , получаем систему уравнений для определения  $\delta p_1, \delta p_2$ :

$$\left[ \begin{aligned} \frac{d\bar{T}_{0,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{0,j}}{d\bar{\tau}} &= \delta\bar{\chi}_{0,j} \left( \bar{T}_{R,0,j}^4 - \bar{T}_{0,j}^4 \right) - \\ &- \left( 4\bar{\chi}_{0,j}\bar{T}_{0,j}^3 + \bar{\alpha}_{0,j} + \bar{\alpha}_{0,1,j} \right) \left( \bar{T}_{0,j}^{(01)} - \bar{T}_{0,j} \right), \\ \frac{d\bar{T}_{0,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{0,j}}{d\bar{\tau}} &= - \left( 4\bar{\chi}_{0,j}\bar{T}_{0,j}^3 + \bar{\alpha}_{0,j} + \bar{\alpha}_{0,1,j} \right) \left( \bar{T}_{0,j}^{(02)} - \bar{T}_{0,j} \right) + \\ &+ \delta\bar{\alpha}_{0,1,j} \left( \bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{0,j} \right); \end{aligned} \right. \quad (2.42)$$

$$\left[ \begin{aligned} \frac{dT_{1,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \frac{dT_{1,j}}{d\bar{\tau}} &= \delta\bar{\alpha}_{1,0,j} \left( \bar{T}_{0,j} - \bar{T}_{1,j} \right) - \\ &- \left( \bar{\alpha}_{1,0,j} + \bar{\alpha}_{1,2,j} \right) \left( \bar{T}_{1,j}^{(01)} - \bar{T}_{1,j} \right), \\ \frac{dT_{1,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \frac{dT_{1,j}}{d\bar{\tau}} &= - \left( \bar{\alpha}_{1,0,j} + \bar{\alpha}_{1,2,j} \right) \left( \bar{T}_{1,j}^{(02)} - \bar{T}_{1,j} \right) + \\ &+ \delta\bar{\alpha}_{1,2,j} \left( \bar{T}_{2,j} - \bar{T}_{1,j} \right); \end{aligned} \right.$$

...

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{dT_{n,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \frac{dT_{n,j}}{d\bar{\tau}} = \delta\bar{\alpha}_{n,n-1,j}(\bar{T}_{n-1,j} - \bar{T}_{n,j}) - \\ \quad - (\bar{\alpha}_{n,n-1,j} + \bar{\alpha}_{n,n+1,j})(\bar{T}_{n,j}^{(01)} - \bar{T}_{n,j}), \\ \frac{dT_{n,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \frac{dT_{n,j}}{d\bar{\tau}} = -(\bar{\alpha}_{n,n-1,j} + \bar{\alpha}_{n,n+1,j})(\bar{T}_{n,j}^{(02)} - \bar{T}_{n,j}) + \\ \quad + \delta\bar{\alpha}_{n,n+1,j}(\bar{T}_{n+1,j} - \bar{T}_{n,j}); \\ \dots \\ \frac{dT_{N-1,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \frac{dT_{N-1,j}}{d\bar{\tau}} = \delta\bar{\alpha}_{N-1,N-2,j}(\bar{T}_{N-2,j} - \bar{T}_{N-1,j}) - \\ \quad - (\bar{\alpha}_{N-1,N-2,j} + \bar{\alpha}_{N-1,N,j})(\bar{T}_{N-1,j}^{(01)} - \bar{T}_{N-1,j}), \\ \frac{dT_{N-1,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \frac{dT_{N-1,j}}{d\bar{\tau}} = -(\bar{\alpha}_{N-1,N-2,j} + \bar{\alpha}_{N-1,N,j})(\bar{T}_{N-1,j}^{(02)} - \bar{T}_{N-1,j}) + \\ \quad + \delta\bar{\alpha}_{N-1,N,j}(\bar{T}_{N,j} - \bar{T}_{N-1,j}); \\ \frac{dT_{N,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \frac{dT_{N,j}}{d\bar{\tau}} = \delta\bar{\alpha}_{N,N-1,j}(\bar{T}_{N-1,j} - \bar{T}_{N,j}) - \\ \quad - (\bar{\alpha}_{N,N-1,j} + \bar{\alpha}_{N,j} + 4\bar{\chi}_{N,j}\bar{T}_{N,j}^3)(\bar{T}_{N,j}^{(01)} - \bar{T}_{N,j}), \\ \frac{dT_{N,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \frac{dT_{N,j}}{d\bar{\tau}} = -(\bar{\alpha}_{N,N-1,j} + \bar{\alpha}_{N,j} + 4\bar{\chi}_{N,j}\bar{T}_{N,j}^3)(\bar{T}_{N,j}^{(02)} - \bar{T}_{N,j}) + \\ \quad + \delta\bar{\chi}_{N,j}(\bar{T}_{R,N,j}^4 - \bar{T}_{N,j}^4); \end{array} \right.$$

где температуры  $T_{i,j}$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, N; j = 0, 2, \dots, M$ ) являются решением задачи Коши (2.31)-(2.33) на текущей итерации. С учётом этого получаем следующие выражения компонент векторов  $\delta p_1, \delta p_2$ :

$$\left[ \begin{array}{l} \delta\bar{\chi}_{0,j} = \frac{1}{\bar{T}_{R,0,j}^4 - \bar{T}_{0,j}^4} \left[ \frac{d\bar{T}_{0,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{0,j}}{d\bar{\tau}} + \right. \\ \quad \left. + (4\bar{\chi}_{0,j}\bar{T}_{0,j}^3 + \bar{\alpha}_{0,j} + \bar{\alpha}_{0,1,j})(\bar{T}_{0,j}^{(01)} - \bar{T}_{0,j}) \right], \\ \delta\bar{\alpha}_{0,1,j} = \frac{1}{\bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{0,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{0,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{0,j}}{d\bar{\tau}} + \right. \\ \quad \left. + (4\bar{\chi}_{0,j}\bar{T}_{0,j}^3 + \bar{\alpha}_{0,j} + \bar{\alpha}_{0,1,j})(\bar{T}_{0,j}^{(02)} - \bar{T}_{0,j}) \right]; \end{array} \right. \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \begin{aligned}
\delta \bar{\alpha}_{1,0,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{0,j} - \bar{T}_{1,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{1,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{1,j}}{d\bar{\tau}} + \right. \\
& \quad \left. + (\bar{\alpha}_{1,0,j} + \bar{\alpha}_{1,2,j}) (\bar{T}_{1,j}^{(01)} - \bar{T}_{1,j}) \right], \\
\delta \bar{\alpha}_{1,2,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{2,j} - \bar{T}_{1,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{1,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{1,j}}{d\bar{\tau}} + \right. \\
& \quad \left. + (\bar{\alpha}_{1,0,j} + \bar{\alpha}_{1,2,j}) (\bar{T}_{1,j}^{(02)} - \bar{T}_{1,j}) \right]; \\
& \dots
\end{aligned} \right. \\
& \left[ \begin{aligned}
\delta \bar{\alpha}_{n,n-1,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{n-1,j} - \bar{T}_{n,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{n,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{n,j}}{d\bar{\tau}} + \right. \\
& \quad \left. + (\bar{\alpha}_{n,n-1,j} + \bar{\alpha}_{n,n+1,j}) (\bar{T}_{n,j}^{(01)} - \bar{T}_{n,j}) \right], \\
\delta \bar{\alpha}_{n,n+1,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{n+1,j} - \bar{T}_{n,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{n,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{n,j}}{d\bar{\tau}} + \right. \\
& \quad \left. + (\bar{\alpha}_{n,n-1,j} + \bar{\alpha}_{n,n+1,j}) (\bar{T}_{n,j}^{(02)} - \bar{T}_{n,j}) \right]; \\
& \dots
\end{aligned} \right. \\
& \left[ \begin{aligned}
\delta \bar{\alpha}_{N-1,N-2,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{N-2,j} - \bar{T}_{N-1,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{N-1,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{N-1,j}}{d\bar{\tau}} + \right. \\
& \quad \left. + (\bar{\alpha}_{N-1,N-2,j} + \bar{\alpha}_{N-1,N,j}) (\bar{T}_{N-1,j}^{(01)} - \bar{T}_{N-1,j}) \right], \\
\delta \bar{\alpha}_{N-1,N,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{N,j} - \bar{T}_{N-1,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{N-1,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{N-1,j}}{d\bar{\tau}} + \right. \\
& \quad \left. + (\bar{\alpha}_{N-1,N-2,j} + \bar{\alpha}_{N-1,N,j}) (\bar{T}_{N-1,j}^{(02)} - \bar{T}_{N-1,j}) \right]; \\
& \dots
\end{aligned} \right. \\
& \left[ \begin{aligned}
\delta \bar{\alpha}_{N,N-1,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{N-1,j} - \bar{T}_{N,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{N,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{N,j}}{d\bar{\tau}} + \right. \\
& \quad \left. + (\bar{\alpha}_{N,N-1,j} + \bar{\alpha}_{N,j} + 4\bar{\chi}_{N,j}\bar{T}_{N,j}^3) (\bar{T}_{N,j}^{(01)} - \bar{T}_{N,j}) \right], \\
\delta \bar{\chi}_{N,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{R,N,j}^4 - \bar{T}_{N,j}^4} \left[ \frac{d\bar{T}_{N,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \frac{d\bar{T}_{N,j}}{d\bar{\tau}} + \right. \\
& \quad \left. + (\bar{\alpha}_{N,N-1,j} + \bar{\alpha}_{N,j} + 4\bar{\chi}_{N,j}\bar{T}_{N,j}^3) (\bar{T}_{N,j}^{(02)} - \bar{T}_{N,j}) \right].
\end{aligned} \right.
\end{aligned}$$

Производные  $dT_{ij}/d\tau$  выражаются из системы уравнений (2.31) после её решения относительно температур  $T_{ij}$ .

$$\begin{aligned}
 & \left[ \begin{aligned}
 \delta\bar{\chi}_{0,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{R,0,j}^4 - \bar{T}_{0,j}^4} \left[ \frac{d\bar{T}_{0,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \bar{\chi}_{0,j} (\bar{T}_{R,0,j}^4 - \bar{T}_{0,j}^4) - \bar{\alpha}_{0,j} (\bar{T}_{f,0,j} - \bar{T}_{0,j}) - \right. \\
 & \quad \left. - \bar{\alpha}_{0,1,j} (\bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{0,j}) + (4\bar{\chi}_{0,j}\bar{T}_{0,j}^3 + \bar{\alpha}_{0,j} + \bar{\alpha}_{0,1,j}) (\bar{T}_{0,j}^{(01)} - \bar{T}_{0,j}) \right], \\
 \delta\bar{\alpha}_{0,1,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{0,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{0,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \bar{\chi}_{0,j} (\bar{T}_{R,0,j}^4 - \bar{T}_{0,j}^4) - \bar{\alpha}_{0,j} (\bar{T}_{f,0,j} - \bar{T}_{0,j}) - \right. \\
 & \quad \left. - \bar{\alpha}_{0,1,j} (\bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{0,j}) + (4\bar{\chi}_{0,j}\bar{T}_{0,j}^3 + \bar{\alpha}_{0,j} + \bar{\alpha}_{0,1,j}) (\bar{T}_{0,j}^{(02)} - \bar{T}_{0,j}) \right]; \\
 & \quad \dots
 \end{aligned} \right. \\
 & \left[ \begin{aligned}
 \delta\bar{\alpha}_{1,0,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{0,j} - \bar{T}_{1,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{1,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \bar{\alpha}_{1,0,j} (\bar{T}_{0,j} - \bar{T}_{1,j}) - \bar{\alpha}_{1,2,j} (\bar{T}_{2,j} - \bar{T}_{1,j}) + \right. \\
 & \quad \left. + (\bar{\alpha}_{1,0,j} + \bar{\alpha}_{1,2,j}) (\bar{T}_{1,j}^{(01)} - \bar{T}_{1,j}) \right], \\
 \delta\bar{\alpha}_{1,2,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{2,j} - \bar{T}_{1,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{1,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \bar{\alpha}_{1,0,j} (\bar{T}_{0,j} - \bar{T}_{1,j}) - \bar{\alpha}_{1,2,j} (\bar{T}_{2,j} - \bar{T}_{1,j}) + \right. \\
 & \quad \left. + (\bar{\alpha}_{1,0,j} + \bar{\alpha}_{1,2,j}) (\bar{T}_{1,j}^{(02)} - \bar{T}_{1,j}) \right]; \\
 & \quad \dots
 \end{aligned} \right. \tag{2.44} \\
 & \left[ \begin{aligned}
 \delta\bar{\alpha}_{n,n-1,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{n-1,j} - \bar{T}_{n,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{n,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \bar{\alpha}_{n,n-1,j} (\bar{T}_{n-1,j} - \bar{T}_{n,j}) - \right. \\
 & \quad \left. - \bar{\alpha}_{n,n+1,j} (\bar{T}_{n+1,j} - \bar{T}_{n,j}) + (\bar{\alpha}_{n,n-1,j} + \bar{\alpha}_{n,n+1,j}) (\bar{T}_{n,j}^{(01)} - \bar{T}_{n,j}) \right], \\
 \delta\bar{\alpha}_{n,n+1,j} &= \frac{1}{\bar{T}_{n+1,j} - \bar{T}_{n,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{n,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \bar{\alpha}_{n,n-1,j} (\bar{T}_{n-1,j} - \bar{T}_{n,j}) - \right. \\
 & \quad \left. - \bar{\alpha}_{n,n+1,j} (\bar{T}_{n+1,j} - \bar{T}_{n,j}) + (\bar{\alpha}_{n,n-1,j} + \bar{\alpha}_{n,n+1,j}) (\bar{T}_{n,j}^{(02)} - \bar{T}_{n,j}) \right]; \\
 & \quad \dots
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \delta \bar{\alpha}_{N-1,N-2,j} = \frac{1}{\bar{T}_{N-2,j} - \bar{T}_{N-1,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{N-1,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \bar{\alpha}_{N-1,N-2,j} (\bar{T}_{N-2,j} - \bar{T}_{N-1,j}) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \bar{\alpha}_{N-1,N,j} (\bar{T}_{N,j} - \bar{T}_{N-1,j}) + (\bar{\alpha}_{N-1,N-2,j} + \bar{\alpha}_{N-1,N,j}) (\bar{T}_{N-1,j}^{(01)} - \bar{T}_{N-1,j}) \right], \right. \\
& \left. \delta \bar{\alpha}_{N-1,N,j} = \frac{1}{\bar{T}_{N,j} - \bar{T}_{N-1,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{N-1,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \bar{\alpha}_{N-1,N-2,j} (\bar{T}_{N-2,j} - \bar{T}_{N-1,j}) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \bar{\alpha}_{N-1,N,j} (\bar{T}_{N,j} - \bar{T}_{N-1,j}) + (\bar{\alpha}_{N-1,N-2,j} + \bar{\alpha}_{N-1,N,j}) (\bar{T}_{N-1,j}^{(02)} - \bar{T}_{N-1,j}) \right]; \right. \\
& \quad \dots \\
& \left[ \delta \bar{\alpha}_{N,N-1,j} = \frac{1}{\bar{T}_{N-1,j} - \bar{T}_{N,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{N,j}^{(01)}}{d\bar{\tau}} - \bar{\alpha}_{N,N-1,j} (\bar{T}_{N-1,j} - \bar{T}_{N,j}) - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \bar{\alpha}_{N,j} (\bar{T}_{f,N,j} - \bar{T}_{N,j}) - \bar{\chi}_{N,j} (\bar{T}_{R,N,j}^4 - \bar{T}_{N,j}^4) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + (\bar{\alpha}_{N,N-1,j} + \bar{\alpha}_{N,j} + 4\bar{\chi}_{N,j}\bar{T}_{N,j}^3) (\bar{T}_{N,j}^{(01)} - \bar{T}_{N,j}) \right], \right. \\
& \left. \delta \bar{\chi}_{N,j} = \frac{1}{\bar{T}_{R,N,j} - \bar{T}_{N,j}} \left[ \frac{d\bar{T}_{N,j}^{(02)}}{d\bar{\tau}} - \bar{\alpha}_{N,N-1,j} (\bar{T}_{N-1,j} - \bar{T}_{N,j}) - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \bar{\alpha}_{N,j} (\bar{T}_{f,N,j} - \bar{T}_{N,j}) - \bar{\chi}_{N,j} (\bar{T}_{R,N,j}^4 - \bar{T}_{N,j}^4) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + (\bar{\alpha}_{N,N-1,j} + \bar{\alpha}_{N,j} + 4\bar{\chi}_{N,j}\bar{T}_{N,j}^3) (\bar{T}_{N,j}^{(02)} - \bar{T}_{N,j}) \right]. \right.
\end{aligned}$$

С производными экспериментальной температуры  $dT_{i,j}^{(0)}/d\tau$  можно поступить двумя способами:

– использовать условие непрерывности (2.33), как и для расчётной температуры, что соответствует линейной аппроксимации температуры между узлами временной сетки:

$$\frac{d\bar{T}_{i,j}^{(0)}}{d\bar{\tau}} = \frac{\bar{T}_{i,j}^{(0)} - \bar{T}_{i,j-1}^{(0)}}{\bar{\tau}_j - \bar{\tau}_{j-1}}, \quad (2.45)$$

$$(i = 0, 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, M);$$

– считать экспериментальную температуру кусочно-непрерывной функцией, постоянной на каждом временном интервале и прерывающейся в точках временной сетки, что соответствует нулевому значению производной на данном интервале:

$$\frac{d\bar{T}_{i,j}^{(0)}}{d\bar{\tau}} = 0, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, M). \quad (2.46)$$

В отсутствие предварительного сглаживания экспериментальной температуры в метрике пространства  $E$  именно производные являются причиной плохой обусловленности задачи идентификации. Поэтому целесообразно считать производные экспериментальной температуры на интервалах временной сетки равными нулю. Строго говоря, мы и измеряем температуру как функцию, кусочно-непрерывную на каждом временном интервале, получая лишь косвенную информацию о её производной.

В результате, искомый вектор находится в виде

$$p^{(l+1)} = p^{(l)} + \delta p^{(l)}, \quad l = 0, 1, 2 \dots . \quad (2.47)$$

С учётом алгоритма вычисления приращения вектора  $p$  получаемое решение является регуляризованным. Ускорения или замедления итерационного процесса можно добиться ведением безразмерного векторного шага спуска  $-\beta$  [72-73]:

$$p^{(l+1)} = p^{(l)} - \beta \delta p^{(l)}, \quad l = 0, 1, 2 \dots . \quad (2.48)$$

Кроме того, необходимо детально рассмотреть вопросы, связанные с определением теплоотдачи, излучением на внешних границах системы и теплоёмкостью её узлов. При непосредственном вычислении теплоотдачи с использованием полуэмпирических соотношений, соответствующим условиям теплообмена на границе, остаётся вопрос определения безразмерной теплоотдачи (2.11) в первом и последнем уравнениях системы (2.31). Это связано с неизвестной теплоёмкостью, входящей в выражение безразмерной теплоотдачи. В связи с этим наилучшим подходом с точки зрения точности идентификации теплофизических характеристик является проведение эксперимента в вакууме, когда теплоотдача равна нулю. Если же эксперимент проводится в условиях конвективного теплообмена и величина теплоотдачи неизвестна, возможно определить только температуропроводность теплоотдачи по свойствам внешнего слоя системы:

$$\begin{aligned}
\begin{cases} \bar{\alpha}_i(\bar{\tau}) = \frac{\tau_0 \alpha_i(\tau)}{C_i(\tau) \delta_i} \\ \bar{T}_i = \bar{T}_i(\bar{\tau}) \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \bar{\alpha}_i(\bar{\tau}) = \frac{\tau_0 \alpha_i(\tau) \delta_i}{C_i(\tau) \delta_i^2} \\ \bar{T}_i = \bar{T}_i(\bar{\tau}) \end{cases} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \begin{cases} \alpha_i(\tau) = \frac{\alpha_i(\tau) \delta_i}{C_i(\tau)} = \frac{\bar{\alpha}_i(\bar{\tau}) \delta_i^2}{\tau_0} ; \\ \bar{T}_i = \bar{T}_i(\bar{\tau}) \end{cases} \\
& i = 0, N;
\end{aligned} \tag{2.49}$$

где  $\alpha$  – температуропроводность, м<sup>2</sup>/с.

Аналогично вычисляются температуропроводности внутренних слоёв. Имея зависимости расчётных температур и соответствующих им идентифицированных функций от времени, нетрудно перейти и к температурной зависимости этих функций.

При известных теплоёмкостях узлов и идентифицированных безразмерных коэффициентах излучения (2.14) излучательные способности первого и последнего узлов находятся из следующего соотношения:

$$\varepsilon_i = \frac{\rho_i c_i \delta_i}{T_{i0}^3 \tau_0 \sigma} \bar{\chi}_i, \quad i = 0, N. \tag{2.50}$$

Непосредственные расчёты, проведённые при криогенных температурах, показывают, что при наличии теплоотдачи на внешних границах системы излучательной способностью можно пренебречь. Тогда

$$\varepsilon_i = 0, \quad i = 0, N; \tag{2.51}$$

а теплоотдача на границах системы может быть добавлена в вектора неизвестных свойств:

$$\begin{aligned}
p_1 &= (\bar{\alpha}_0, \bar{\alpha}_{1,0}, \bar{\alpha}_{2,1}, \dots, \bar{\alpha}_{N-1,N-2}, \bar{\alpha}_{N,N-1}); \\
p_2 &= (\bar{\alpha}_{0,1}, \bar{\alpha}_{1,2}, \dots, \bar{\alpha}_{N-2,N-1}, \bar{\alpha}_{N-1,N}, \bar{\alpha}_N).
\end{aligned} \tag{2.52}$$

В этом случае получают следующие вариации теплоотдачи в первом и последнем уравнениях системы (2.36):

$$\begin{aligned}
& \left[ \begin{aligned}
& \delta \bar{\alpha}_{0,j} = \frac{1}{\bar{T}_{f,0,j} - \bar{T}_{0,j}} \left[ -\bar{\alpha}_{0,j} (\bar{T}_{f,0,j} - \bar{T}_{0,j}) - \right. \\
& \left. -\bar{\alpha}_{0,1,j} (\bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{0,j}) + (\bar{\alpha}_{0,j} + \bar{\alpha}_{0,1,j}) (\bar{T}_{0,j}^{(01)} - \bar{T}_{0,j}) \right], \\
& \delta \bar{\alpha}_{0,1,j} = \frac{1}{\bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{0,j}} \left[ -\bar{\alpha}_{0,j} (\bar{T}_{f,0,j} - \bar{T}_{0,j}) - \right. \\
& \left. -\bar{\alpha}_{0,1,j} (\bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{0,j}) + (\bar{\alpha}_{0,j} + \bar{\alpha}_{0,1,j}) (\bar{T}_{0,j}^{(02)} - \bar{T}_{0,j}) \right]; \\
& \dots
\end{aligned} \right. \\
& \left[ \begin{aligned}
& \delta \bar{\alpha}_{n,n-1,j} = \frac{1}{\bar{T}_{n-1,j} - \bar{T}_{n,j}} \left[ -\bar{\alpha}_{n,n-1,j} (\bar{T}_{n-1,j} - \bar{T}_{n,j}) - \right. \\
& \left. -\bar{\alpha}_{n,n+1,j} (\bar{T}_{n+1,j} - \bar{T}_{n,j}) + (\bar{\alpha}_{n,n-1,j} + \bar{\alpha}_{n,n+1,j}) (\bar{T}_{n,j}^{(01)} - \bar{T}_{n,j}) \right], \\
& \delta \bar{\alpha}_{n,n+1,j} = \frac{1}{\bar{T}_{n+1,j} - \bar{T}_{n,j}} \left[ -\bar{\alpha}_{n,n-1,j} (\bar{T}_{n-1,j} - \bar{T}_{n,j}) - \right. \\
& \left. -\bar{\alpha}_{n,n+1,j} (\bar{T}_{n+1,j} - \bar{T}_{n,j}) + (\bar{\alpha}_{n,n-1,j} + \bar{\alpha}_{n,n+1,j}) (\bar{T}_{n,j}^{(02)} - \bar{T}_{n,j}) \right]; \\
& \dots
\end{aligned} \right. \\
& \left[ \begin{aligned}
& \delta \bar{\alpha}_{N,N-1,j} = \frac{1}{\bar{T}_{N-1,j} - \bar{T}_{N,j}} \left[ -\bar{\alpha}_{N,N-1,j} (\bar{T}_{N-1,j} - \bar{T}_{N,j}) - \right. \\
& \left. -\bar{\alpha}_{N,j} (\bar{T}_{f,N,j} - \bar{T}_{N,j}) + (\bar{\alpha}_{N,N-1,j} + \bar{\alpha}_{N,j}) (\bar{T}_{N,j}^{(01)} - \bar{T}_{N,j}) \right]; \\
& \delta \bar{\alpha}_{N,j} = \frac{1}{\bar{T}_{f,N,j} - \bar{T}_{N,j}} \left[ -\bar{\alpha}_{N,N-1,j} (\bar{T}_{N-1,j} - \bar{T}_{N,j}) - \right. \\
& \left. -\bar{\alpha}_{N,j} (\bar{T}_{f,N,j} - \bar{T}_{N,j}) + (\bar{\alpha}_{N,N-1,j} + \bar{\alpha}_{N,j}) (\bar{T}_{N,j}^{(02)} - \bar{T}_{N,j}) \right].
\end{aligned} \right.
\end{aligned} \tag{2.53}$$

Представленная в данном параграфе МСП была имплементирована при помощи программного обеспечения (ПО) Mathcad, которое широко используется для математических, научных и инженерных исследований и позволяет объединять в одном документе математические выкладки, численные методы, графики и текстовые комментарии.

### § 2.3. САЕ-модель

Для реализации подробной САЕ-модели было выбрана система автоматизированного проектирования (САПР) Patran, который широко

используется в инженерных расчетах, включая тепловые задачи. Он представляет собой комплексную среду для обработки данных, предоставляя возможности геометрического моделирования, генерации сеток, задания нагрузок и визуализации результатов. Patran поддерживает прямую работу с САД-геометрией, что позволяет импортировать и корректировать 3D-модели без потери точности. Для тепловых расчетов Patran предлагает специализированные функциональные возможности. Например, он позволяет задавать температурозависимые свойства материалов, граничные условия и нагружения, такие как тепловые потоки, конвекция, излучение и источники тепла, что важно для моделирования стационарных и нестационарных тепловых процессов. Patran также поддерживает определение полей, которые описывают пространственное или временное изменение параметров, например, переменное во времени тепловое воздействие или распределение температуры по поверхности. Это позволяет точно моделировать реальные условия, такие как циклический нагрев или охлаждение конструкций.

Подробная модель с сосредоточенными параметрами показана рисунке 2.3. Она состоит из трёх элементов: обмотки 1, корпуса 2, выполненного из композитного материала, и медной шины 3, предназначенной для подведения электрического тока. Свойства, задаваемые в первом приближении, приведены в таблице 2.1, координаты узлов, связанных с промежуточной МСП, – в таблице 2.2. На верхней и нижней поверхностях корпуса (с нормалью в направлении  $Y$ ) отсутствует теплообмен – образец теплоизолируется, чтобы обеспечить приближение к одномерному распространению тепла через плоскую стенку в направлении  $Z$ .

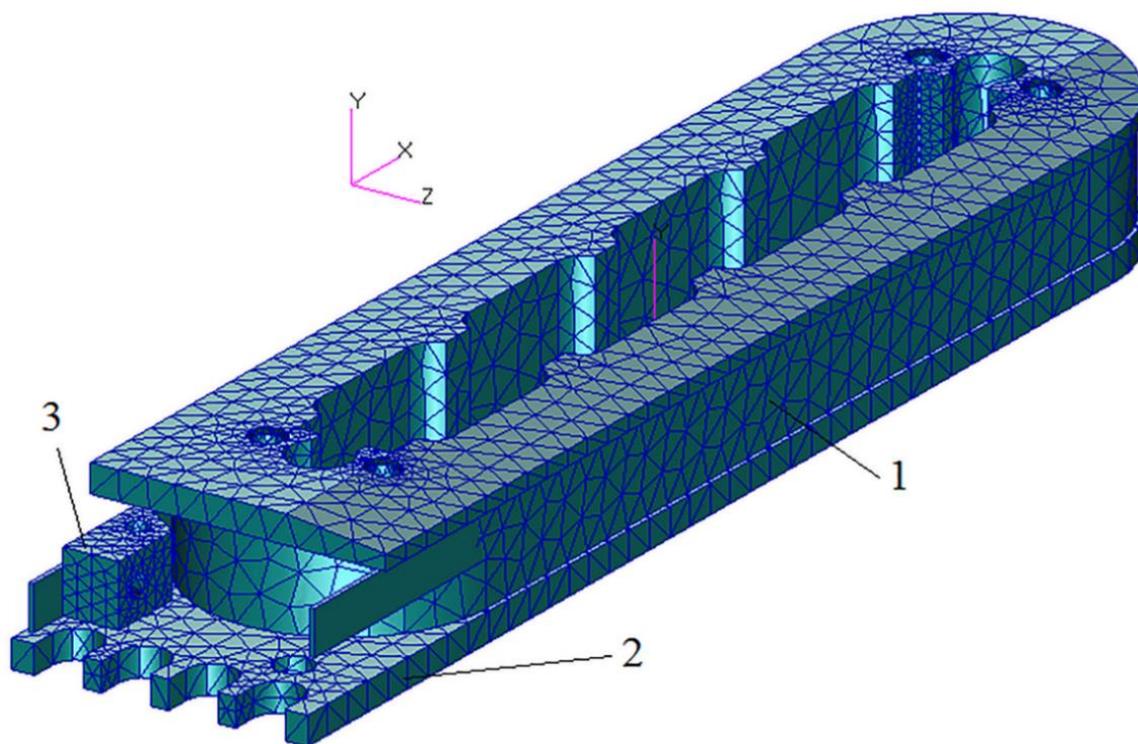


Рисунок 2.3 – Подробная модель с сосредоточенными параметрами: 1 – обмотка, 2 – корпус из композитного материала, 3 – медная шина

Таблица 2.1 – Свойства подробной МСП в первом приближении

Элемент конструкции	Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Теплопроводность		Теплоёмкость	
		$T$ , °C	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$T$ , °C	$c_p$ , Дж/(кг·К)
Шина (медь М00)	8940	-272	500	-272	0,0142
		-271	1000	-271	0,03
		-270	1600	-270	0,131
		-269	2000	-269	0,153
		-268	2400	-268	0,16
		-267	3100	-267	0,28
		-266	3500	-266	0,33
		-265	4000	-265	0,47
		-264	4100	-264	0,665
		-263	4500	-263	0,86
		-258	5000	-253	7
		-253	4900	-243	37
		-243	3100	-233	68
		-233	2000	-223	99
		-223	1500	-213	130
		-213	1000	-203	161
		-203	700	-193	193
		-193	650	-183	226
		-183	600	-173	254
		-173	500	-163	272
-163	470	-153	290		
-153	450	-143	302		

Продолжение таблицы 2.1.

Элемент конструкции	Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Теплопроводность		Теплоёмкость	
		$T$ , °C	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$T$ , °C	$c_p$ , Дж/(кг·К)
Шина (медь М00)	8940	-143	440	-133	314
		-133	430	-123	323
		-123	420	-113	332
		-113	410	-103	339
		-103	400	-93	346
		27	400	-83	351
				-73	356
				-63	360
				-53	364
				-43	367
				-33	371
				-23	376
				-13	377
				0	379
				7	381
				20	386
		Обмотка катушки (висмут)	9790	-271	300
-270	950			-271	0,00461
-269	1400			-270	0,17
-268	1350			-269	0,493
-267	900			-267	2,14
-265	400			-265	5,47
-263	320			-263	10,4
-253	90			-253	36,3
-243	57			-243	57,2
-233	43			-233	72,7
-223	33			-223	84,6
-213	27,1			-213	93,5
-203	23,2			-203	100
-193	20,5			-193	105
-183	18,5			-183	108
-173	17			-173	111
-73	12,45			-153	114
27	7,9			-133	116
				-113	118
				-93	119
		-73	120		
		-53	121		
		-33	122		
		-13	122		
		0	123		
		7	123		
		27	124		
Корпус (полиамид)	1300	0,23		1460	

Таблица 2.2 – Узлы модели с сосредоточенными параметрами

Узлы:	75539	68445	44049	40936	46121
МСП	0	1	2	3	4
Часть	Корпус	Корпус	Обмотка	Обмотка	Обмотка
X, мм	40,85076	43,07443	44,85878	41,15947	45,26498
Y, мм	-1,89522	-1,40438	-1,08242	-0,86746	-1,03598
Z, мм	7,5	10	10	12,90679	16

## § 2.4. Имитационное моделирование эксперимента

Поскольку эксперимент проводится при низких температурах, выбрана схема моделирования при отсутствии излучения, когда идентифицируются вектора (2.52).

Расчёты показывают, что двухстороннее охлаждение конструкции катушки вызывает сингулярность в решении обратной задачи из-за встречи разнонаправленных тепловых потоков в некоторой точке модели. Поэтому целесообразно ограничиться односторонним охлаждением жидким азотом открытых поверхностей обмотки и корпуса с нормалью, параллельной плоскости XZ (рисунок 2.3) с последующим нагревом на воздухе этих поверхностей. Тогда теплоотдача на внутренних поверхностях равна нулю и вектора  $p_1$  и  $p_2$  равны друг другу:

$$p = p_1 = p_2 = (\bar{\alpha}_{0,1}, \bar{\alpha}_{1,2}, \dots, \bar{\alpha}_{N-2,N-1}, \bar{\alpha}_{N-1,N}, \bar{\alpha}_N). \quad (2.54)$$

Теплоотдача на внешней поверхности, нагреваемой воздухом с температурой 20 °С, намного меньше теплоотдачи этой поверхности в жидком азоте с температурой минус 195,8 °С. По этой причине конструкция охлаждается в азоте от 20 до минус 195,8 °С за 20 минут, но не нагревается на воздухе от минус 195, до 20 °С за это же время. Так как для определения температурных зависимостей искомых свойств необходимо обеспечить режимы эксперимента, в которых температура меняется в одном и том же диапазоне, нагрев на воздухе должен продолжаться более продолжительное время – около 3 часов.

Проведено имитационное моделирование теплофизического эксперимента для идентификации свойств материала корпуса (полиамид) и обмотки (ВТСП).

Первый режим – охлаждение в течение 20 минут наружных открытых поверхностей с нормалью, параллельной плоскости XZ (рисунок 2.3), жидким азотом, кипящим при температуре  $-195,8\text{ }^{\circ}\text{C}$  с теплоотдачей  $100\text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ , второй – нагрев в течение 180 минут атмосферным воздухом при нормальных условиях и температуре  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  с теплоотдачей  $5\text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ .

Определители Грама для узлов МСП в этих двух экспериментальных режимах согласно (2.24) не равны нулю (таблица 2.3). Следовательно, функции температуры узлов от времени в данных экспериментальных режимах линейно независимы и подходят для идентификации двух векторов теплофизических свойств размерностью  $N + 1$ .

Таблица 2.3 – Определители Грама для узлов МСП

Определитель Грама	$G_0, \text{К}^4$	$G_1, \text{К}^4$	$G_2, \text{К}^4$	$G_3, \text{К}^4$	$G_4, \text{К}^4$
Значение	$5,536 \cdot 10^{12}$	$4,286 \cdot 10^{12}$	$4,123 \cdot 10^{12}$	$4,094 \cdot 10^{12}$	$3,918 \cdot 10^{12}$

В случае теплоотдачи только на наружных поверхностях конструкции (за исключением теплоизолированных торцевых) распределение температуры во времени узлов подробной МСП, связанных с узлами упрощённой МСП (таблица 2.2), приведено на рисунке 2.4, пространственное распределение – на рисунках 2.5-2.6.

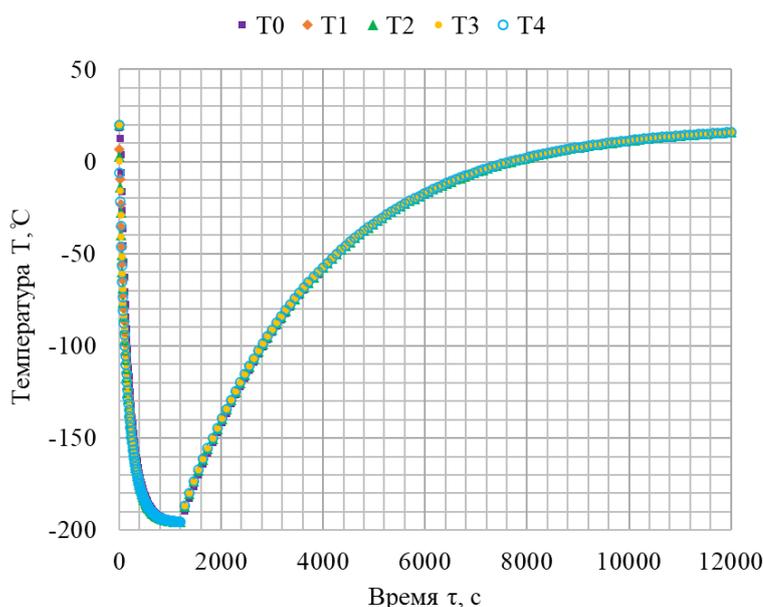


Рисунок 2.4 – Распределение температуры узлов подробной модели во времени

(T0, T1 – корпус; T2, T3, T4 – ВТСП)

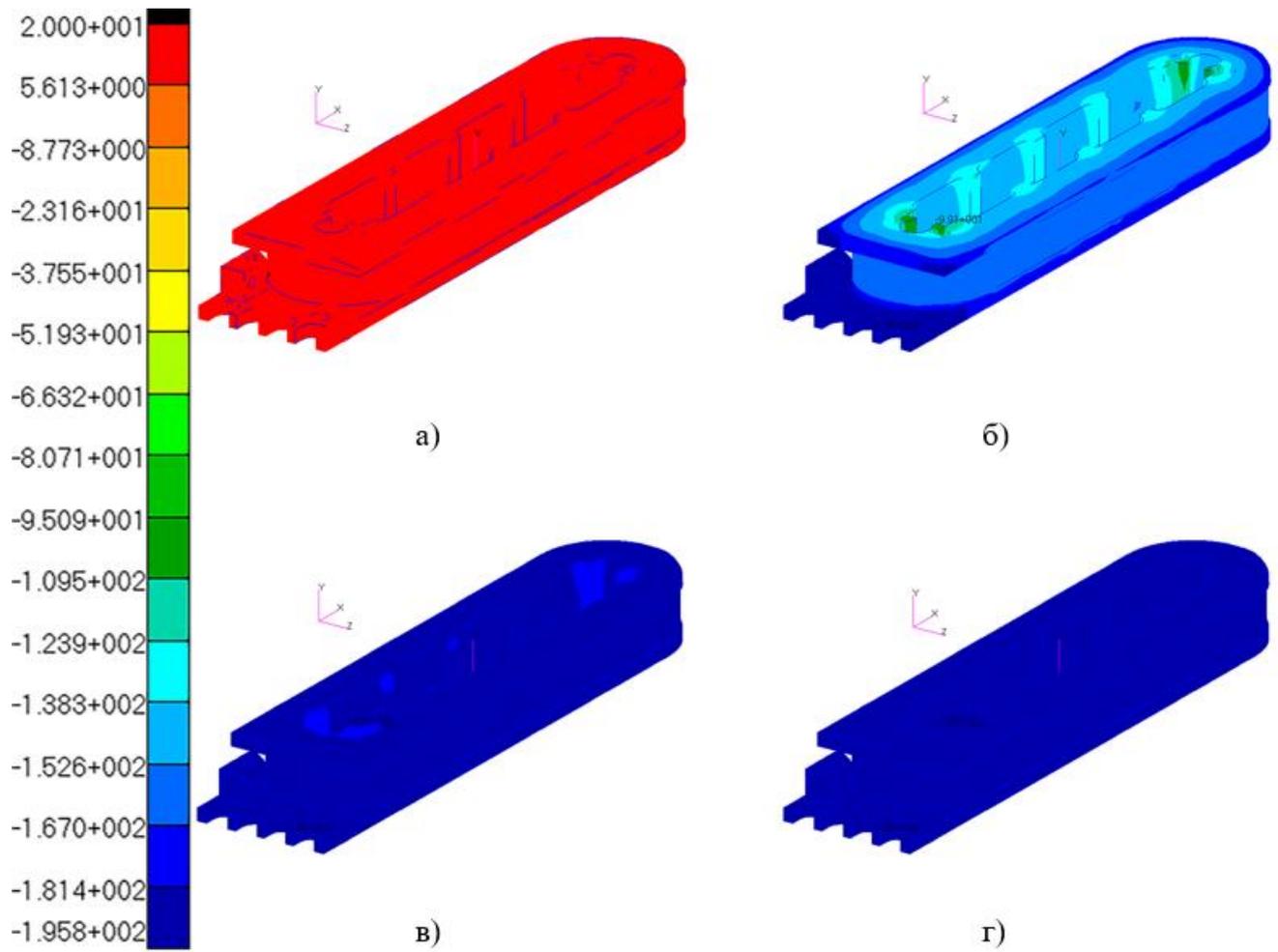


Рисунок 2.5 – Распределение температуры во время охлаждения кипящим азотом:

а)  $\tau = 0$  с; б)  $\tau = 300$  с; в)  $\tau = 600$  с; г)  $\tau = 1200$  с

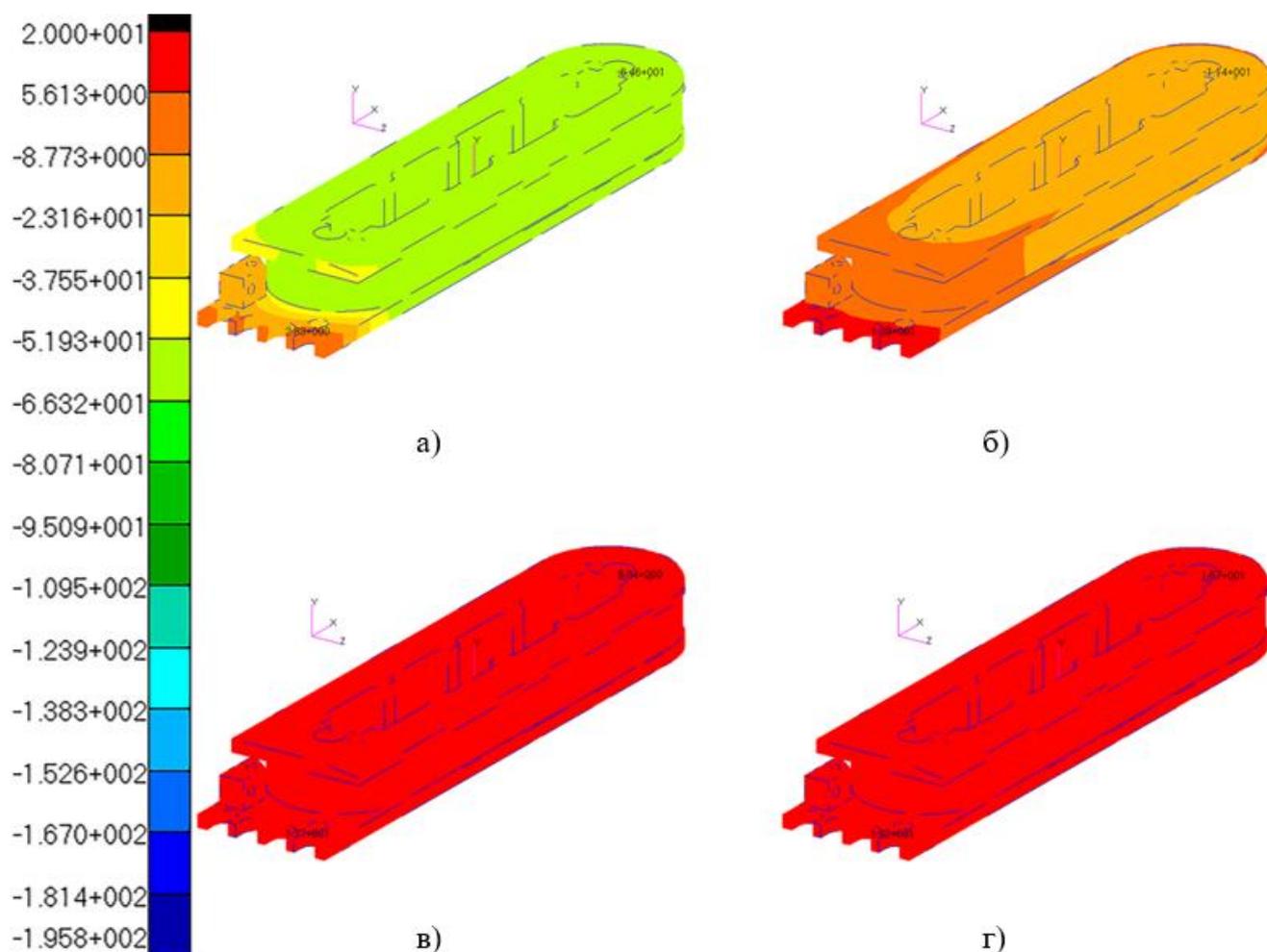


Рисунок 2.6 – Распределение температуры во время нагрева атмосферным воздухом:

а)  $\tau = 2700$  с; б)  $\tau = 5400$  с; в)  $\tau = 8100$  с; г)  $\tau = 10800$  с

## § 2.5. Идентификация промежуточной МСП по подробной САЕ-модели

Значения теплофизических свойств материалов при температуре 20 °С, как правило, известны, и хорошо подходят в качестве первых приближений для построения распределений этих свойств сначала от времени режима, а затем и от температуры при охлаждении конструкции. В режиме нагрева в качестве начальных приближений можно взять значения свойств, рассчитанные в конечный момент времени предыдущего режима, исходя из требования непрерывности распределения свойств во времени.

Временные зависимости температуры узлов идентифицированной МСП показаны на рисунке 2.7, а температурные зависимости температуропроводностей, рассчитанных по компонентам вектора  $p$  – на рисунках 2.8-2.9. По этим данным

вычисляются коэффициенты, на которые согласно (2.5) необходимо умножить теплофизические свойства подробной модели для каждой из заданных температур при уточнении этой модели по МСП, идентифицированной по экспериментальным распределениям температур узлов во времени.

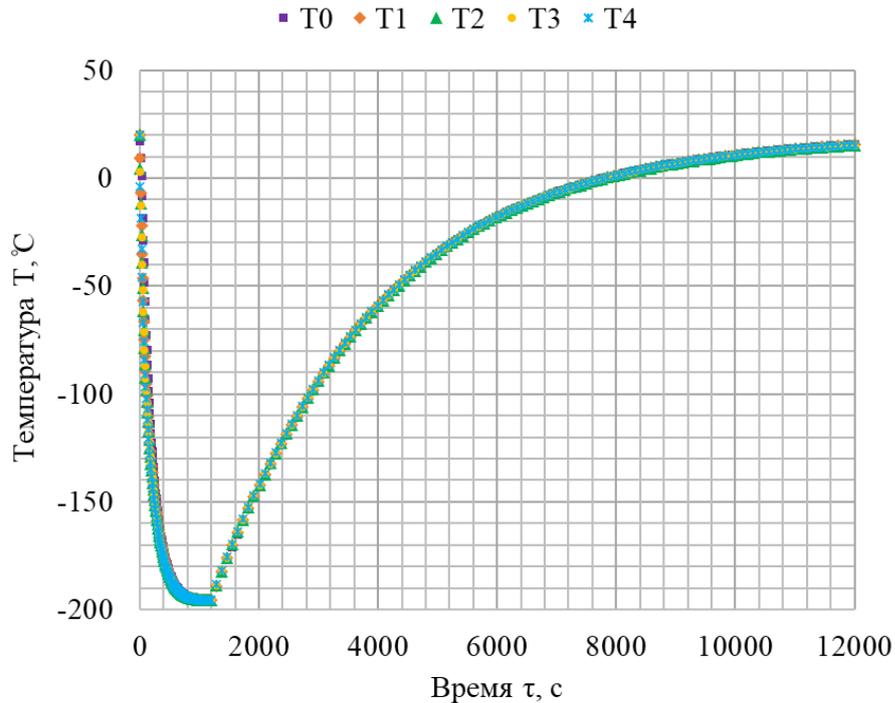


Рисунок 2.7 – Распределение температуры узлов идентифицированной упрощённой модели во времени для двух последовательно расположенных режимов теплофизического эксперимента: охлаждения в жидком азоте длительностью 20 минут, нагрева на воздухе длительностью 180 минут (T0, T1 – корпус, T2, T3, T4 – ВТСП)

Теплофизические свойства полиамида заданы постоянными как в подробной, так и упрощённой модели (таблица 2.1). Также постоянной является температуропроводность контакта между корпусом и обмоткой, которая рассчитывается по тепловой проводимости контакта  $\alpha_{1,2} = 10^3$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) и свойствам прилегающего слоя.

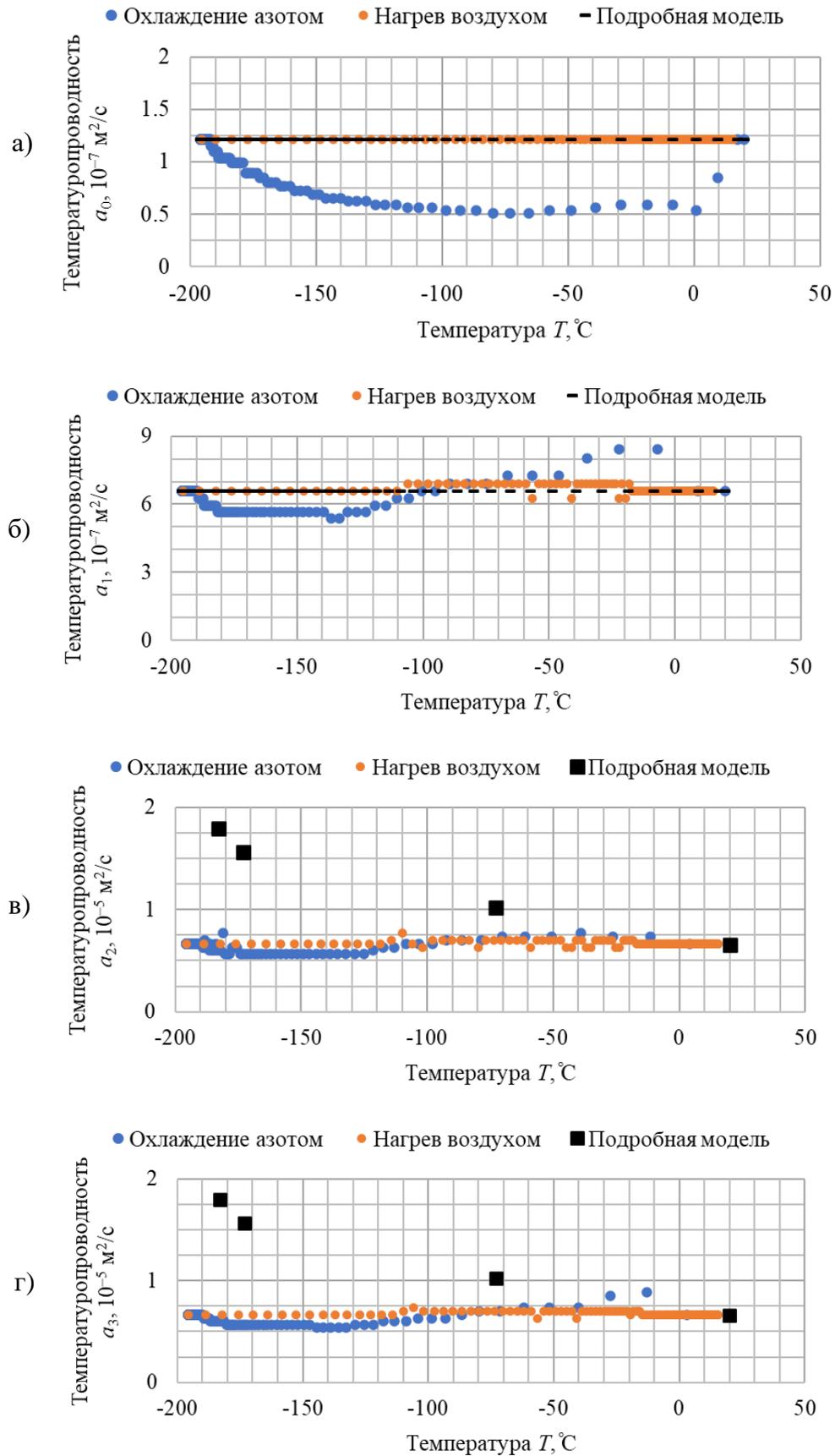


Рисунок 2.8 – Распределение температуропроводности узлов идентифицированной упрощённой модели в зависимости от температуры: а) узел 0 (корпус); б) узел 1 (тепловая проводимость контакта между корпусом и ВТСП); в) узел 2 (ВТСП); г) узел 3 (ВТСП)

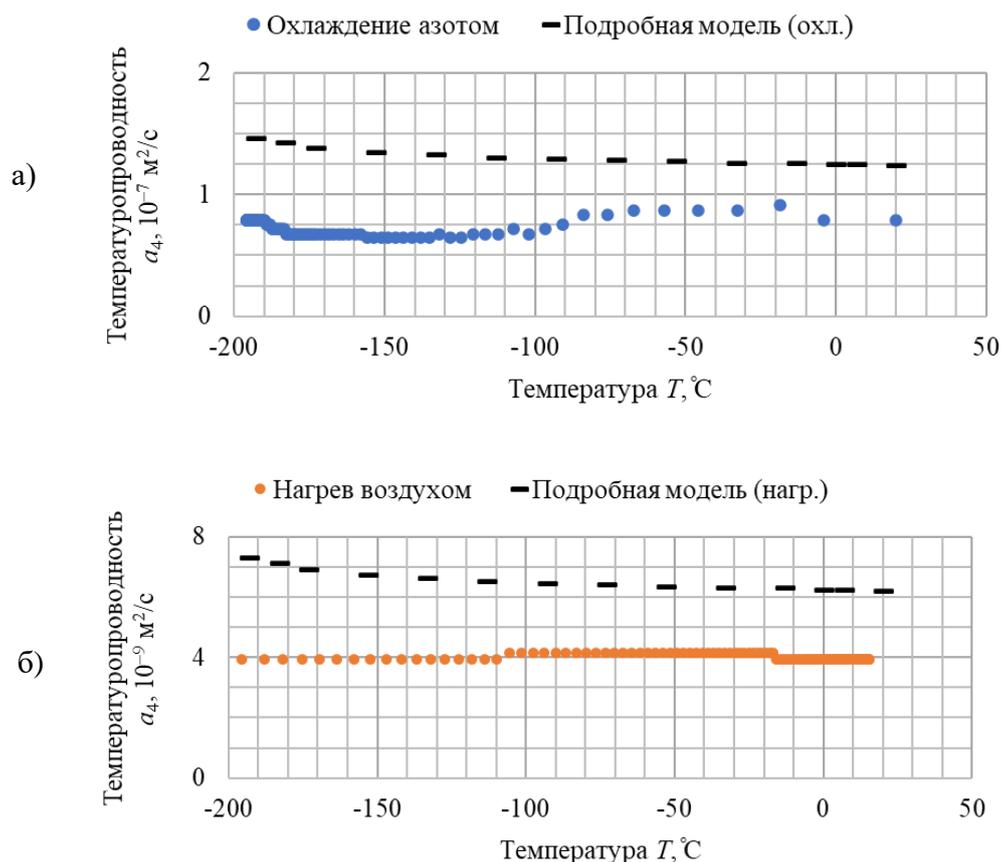


Рисунок 2.9 – Распределение температуропроводности узла 4 (теплоотдача внешней поверхности обмотки) идентифицированной упрощённой модели в зависимости от температуры: а) при охлаждении жидким азотом; б) при нагреве атмосферным воздухом

Аналогично по свойствам внешнего слоя обмотки рассчитывается и температуропроводность теплоотдачи. Как и тепловая проводимость корпуса и контакта, теплоотдача зафиксирована только в подробной модели, а в упрощённой – идентифицируется по распределению температуры соответствующего узла подробной модели во времени. Так же по тепловым проводимостям остальных слоёв модели рассчитываются температуропроводности этих слоёв.

## Выводы по главе 2

Проведенные в данной главе исследования и работы позволяют сделать следующие выводы:

– при построении виртуальной (имитационной) теплофизической модели необходимо учитывать зависимость теплопроводности и теплоёмкости от

температуры, которая получается при идентификации этих свойств по экспериментально определённым функциям температуры элементов конструкции от времени;

– идентификация свойств подробной математической модели с плотной объёмной или поверхностной сеткой затруднена большим количеством узлов и связанных с ними уравнений, поэтому целесообразно использовать двухмодельный метод, ставя в соответствие основной модели упрощённую, построенную для определённого участка подробной модели (тогда упрощённая модель может быть одномерной или в сосредоточенных параметрах, что вполне оправдано при соблюдении соответствующих условий проведения эксперимента);

– промежуточные модели имеет смысл обезразмерить, так как в этом случае появляется теоретическая возможность использовать не полномасштабные натурные модели, а их уменьшенные макеты со свойствами, обеспечивающими те же самые значения безразмерных параметров;

– для отработки алгоритмов идентификации нет необходимости проводить натуральный эксперимент, так как упрощённая модель идентифицируется по результатам виртуального эксперимента, воспроизводящего реальные условия, и в этом случае адекватность алгоритмов проверяется сравнением идентифицированных свойств с заданными в модели, что позволяет проводить проектные расчёты эксперимента даже при неизвестных свойствах материалов;

– построены подробная и упрощённая промежуточные модели для катушки статора ВТСП-генератора, проведены проектные расчёты эксперимента для идентификации упрощённой модели катушки двухмодельным методом.

## ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБРАЗЦОВ ОБМОТКИ КАТУШКИ

### § 3.1. Экспериментальные образцы

Объектом исследования в криогенных испытаниях являлась обмотка катушки, изготовленная в научно-исследовательском отделе (НИО) кафедры 310 МАИ на основе ВТСП-ленты второго поколения и двухкомпонентного эпоксидного компаунда Loctite STYCAST 2850FT с отвердителем Loctite CAT 23LV компании Henkel Loctite (Германия) [67]. В таблице 3.1 представлены основные технические характеристики компаунда.

Таблица 3.1 – Технические характеристики компаунда Loctite STYCAST 2850FT с отвердителем Loctite CAT 23LV [67]

Характеристика	Значение
Цвет	Черный
Количество компонентов	2
Время отверждения	от 16 до 24 ч при 25 °С
Диэлектрическая прочность	14,8 кВ/мм
Температура вспышки	> 93 °С
Твердость	92 D
Пропорция смешивания	100:7,5 по массе
Рабочая температура	от -65 до +105 °С
Удельный вес	2,35 г/см <sup>3</sup>
Теплопроводность	1,02 Вт/м·К
Вязкость	5 600
Объемное удельное сопротивление	1·10 <sup>15</sup> Ом·см
Время работы	60 мин

На рисунке 3.1 представлены фотографии при различном оптическом увеличении продольного сечения фрагмента обмотки на основе ВТСП-ленты шириной 4 мм, полученные шлифованием ее боковой поверхности. На представленных изображениях наблюдается слоистая структура обмотки с чередованием слоев ВТСП-ленты и слоев компаунда.

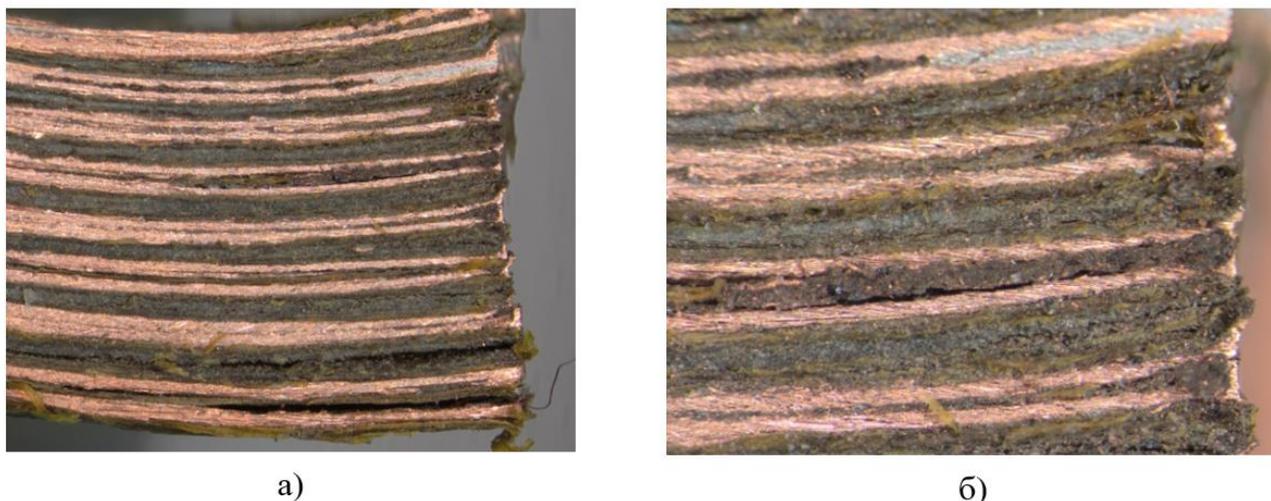


Рисунок 3.1 – Продольное сечение обмотки из ВТСП-ленты шириной 4 мм полученное шлифованием боковой поверхности: а) увеличение 12,5х; б) увеличение 40х

Для изготовления экспериментальных образцов были предоставлены две технологические обмотки, специально изготовленные в НИО-310 МАИ. Геометрические характеристики этих обмоток выбирались с учетом требований к размерам и технологии изготовления экспериментальных образцов. По данным изготовителя обмотки имели по 20 витков ВТСП-ленты шириной 12 мм и толщиной 140 мк. Межвитковый слой компаунда Loctite STYCAST 2850FT составлял 10-12 мк. На рисунке 3.2 представлена форма и размеры технологической обмотки и схема раскроя обмотки на элементы для изготовления экспериментальных образцов. Фотография технологических обмоток представлена на рисунке 3.3.

Согласно анализу, проведённому в § 1.4, с точки зрения теплофизических характеристик обмотку на основе ВТСП-ленты целесообразно рассматривать как композиционный материал со сложной структурой. При этом, теплофизические характеристики необходимо рассматривать и определять, как эффективные и присущие конкретной обмотке. Можно предположить, что такой материал является ортотропным и имеет существенное различие в значениях коэффициента теплопроводности вдоль оси перпендикулярном плоскости лент обмотки и вдоль осей лежащих в плоскости лент обмотки.

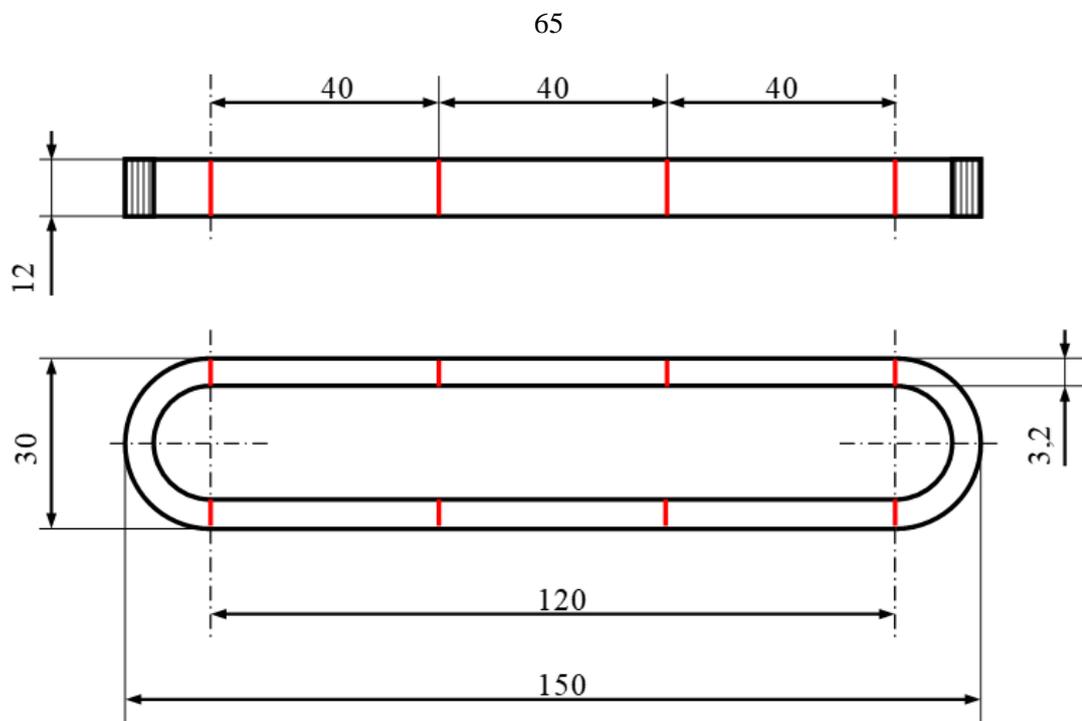


Рисунок 3.2 – Схема технологической обмотки из ВТСП-ленты (красными линиями выделена схема раскроя обмотки на элементы для изготовления экспериментального образца)



Рисунок 3.3 – Технологические обмотки из ВТСП-ленты

Для определения теплофизических свойств были изготовлены два экспериментальных образца: образец № 1 для определения в направлении оси перпендикулярной плоскости ленты и образец № 2 – в направлении оси параллельной плоскости ленты и направленной поперек ее ширины.

Образец №1 состоит из центрального блока 1 и двух боковых блоков 2, соединенных между собой клеевым швом 4 из компаунда Loctite STYCAST 2850FT (рисунок 3.4). Каждый блок состоит из трёх многослойных элементов 3, выкроенных из технологических обмоток на основе ВТСП-ленты. Элементы 3 блоков соединены между собой слоем компаунда Loctite STYCAST 2850FT, который использовался при изготовлении технологических обмоток. Центральный блок 1 является исследуемым фрагментом обмотки на основе ВТСП-ленты. Боковые блоки 2 выполняют роль охранных элементов, образуя вместе с центральным блоком экспериментальный образец № 1 в форме квадратной пластины с размерами 36,2×36,2×9,6 мм. В центральном блоке 1 на его вертикальной оси установлены четыре термодпары: две термодпары 5 на его поверхностях и две термодпары 6 внутри образца на его оси в швах между элементами блока. Проволоки термодпары, установленной на охлаждаемой (верхней) поверхности центрального блока и внутренних термодпар выводятся из образца к его обратной поверхности (нижней) через швы между центральным и боковыми блоками. Электрическая изоляция проволок обеспечивается компаундом. С целью разведения термодпарных проволок для исключения взаимного замыкания используется веерная схема их размещения.

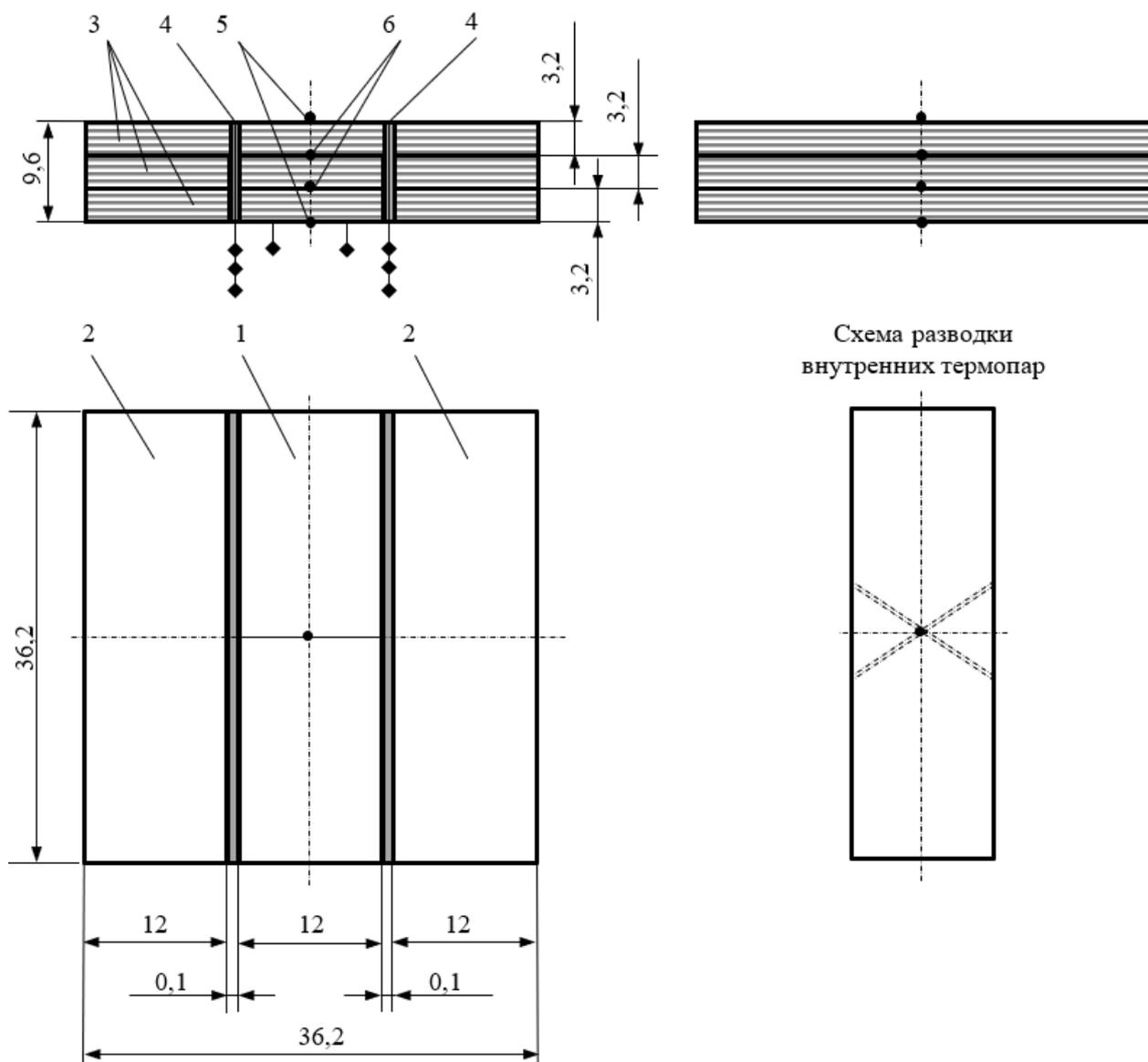


Рисунок 3.4 – Схема образца № 1: 1 – центральный блок, 2 – боковой блок, 3 – элементы блока, 4 – слой компаунда, 5 – термопары на поверхностях образца, 6 – внутренние термопары

Образец № 2 состоит из четырех блоков 1 соединенных между собой клеевым швом 3 из компаунда Loctite STYCAST 2850FT (рисунок 3.5). Каждый блок состоит из трех многослойных элементов 2, выкроенных из технологических обмоток. Элементы 2 блоков соединены между собой слоем компаунда Loctite STYCAST 2850FT, который использовался при изготовлении технологических обмоток. Блок из трех элементов является исследуемым фрагментом обмотки на основе ВТСП-ленты. Четыре блока 1 образуют экспериментальный образец № 2 в форме квадратной пластины с размерами  $36,2 \times 38,7 \times 12$  мм. В центральный шов образца на его вертикальной оси установлены четыре термопары: две термопары 4 на его

поверхностях и две термопары 5 внутри образца. Проволоки термопары, установленной на охлаждаемой (верхней) поверхности образца, выводятся горизонтально к его боковым поверхностям. Внутренние термопары выводятся из образца к его боковым поверхностям горизонтально через центральный шов между блоками. Электрическая изоляция проволок также обеспечивается компаундом.

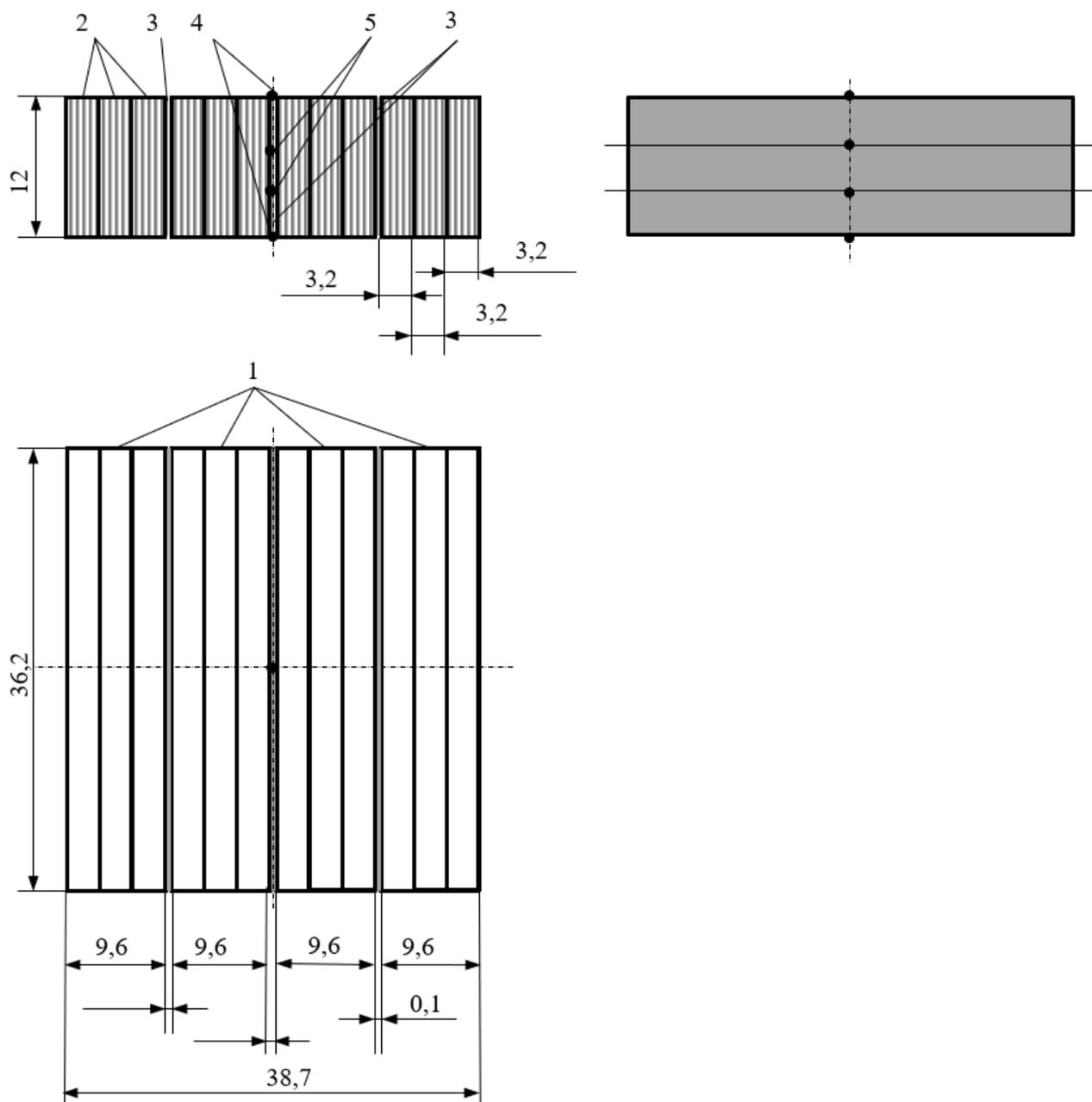


Рисунок 3.5 – Схема образца № 2: 1 – блоки образца, 2 – элементы блока, 3 – слой компаунда, 4 – термопары на поверхностях образца, 5 – внутренние термопары

Фотография полученных элементов образца обмотки представлена на рисунке 3.6, а фотографии блоков и готового образца № 1 – на рисунке 3.7.

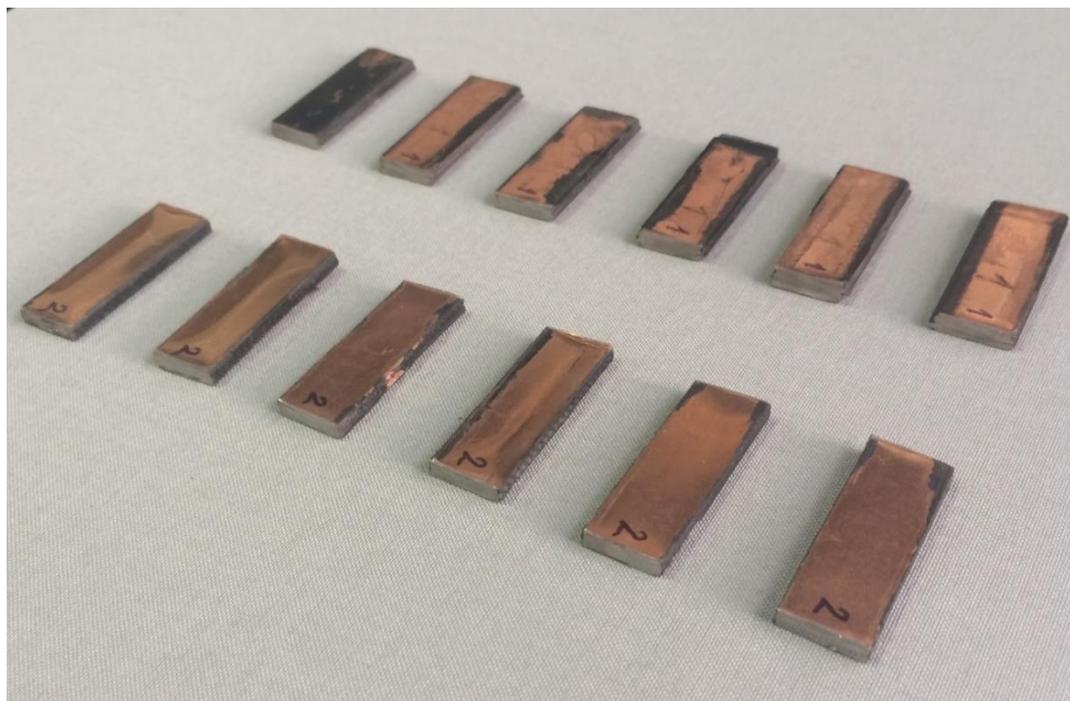
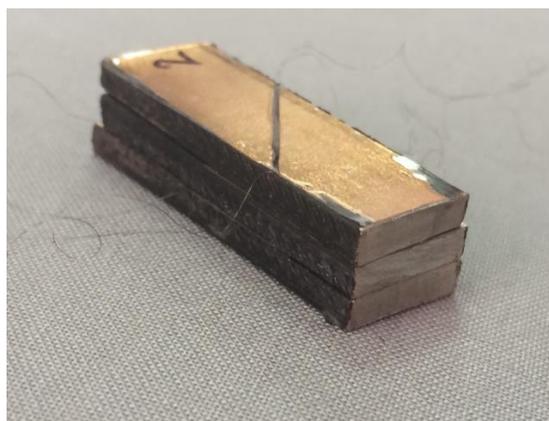
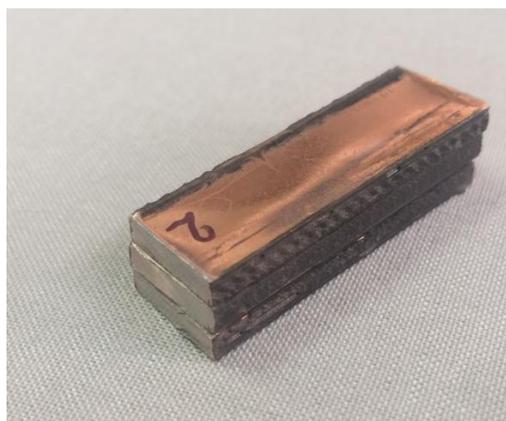


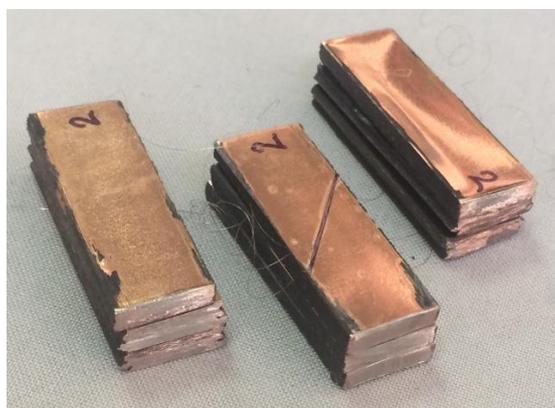
Рисунок 3.6 – Элементы образца обмотки на основе ВТСП-ленты



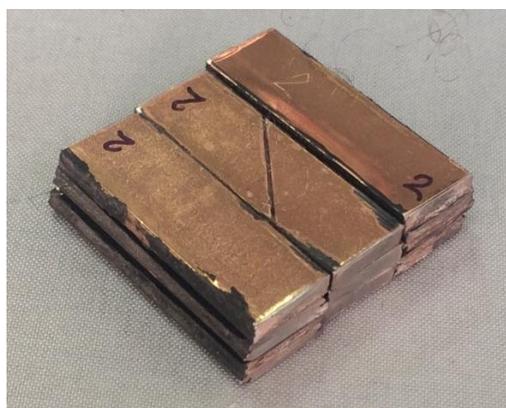
а)



б)



в)



г)

Рисунок 3.7 – Образец № 1 и его блоки: а) центральный блок с установленными термопарами; б) боковой блок; в) комплект блоков; г) образец в сборе

### § 3.2. Схема испытаний

При проведении криогенных испытаний для определения коэффициента теплопроводности в направлении вдоль оси  $X$  перпендикулярной охлаждаемой поверхности образца № 1 (по нормали к плоскости ВТСП-ленты) использовалась схема с односторонним охлаждением экспериментального образца, приведенная на рисунке 3.8.

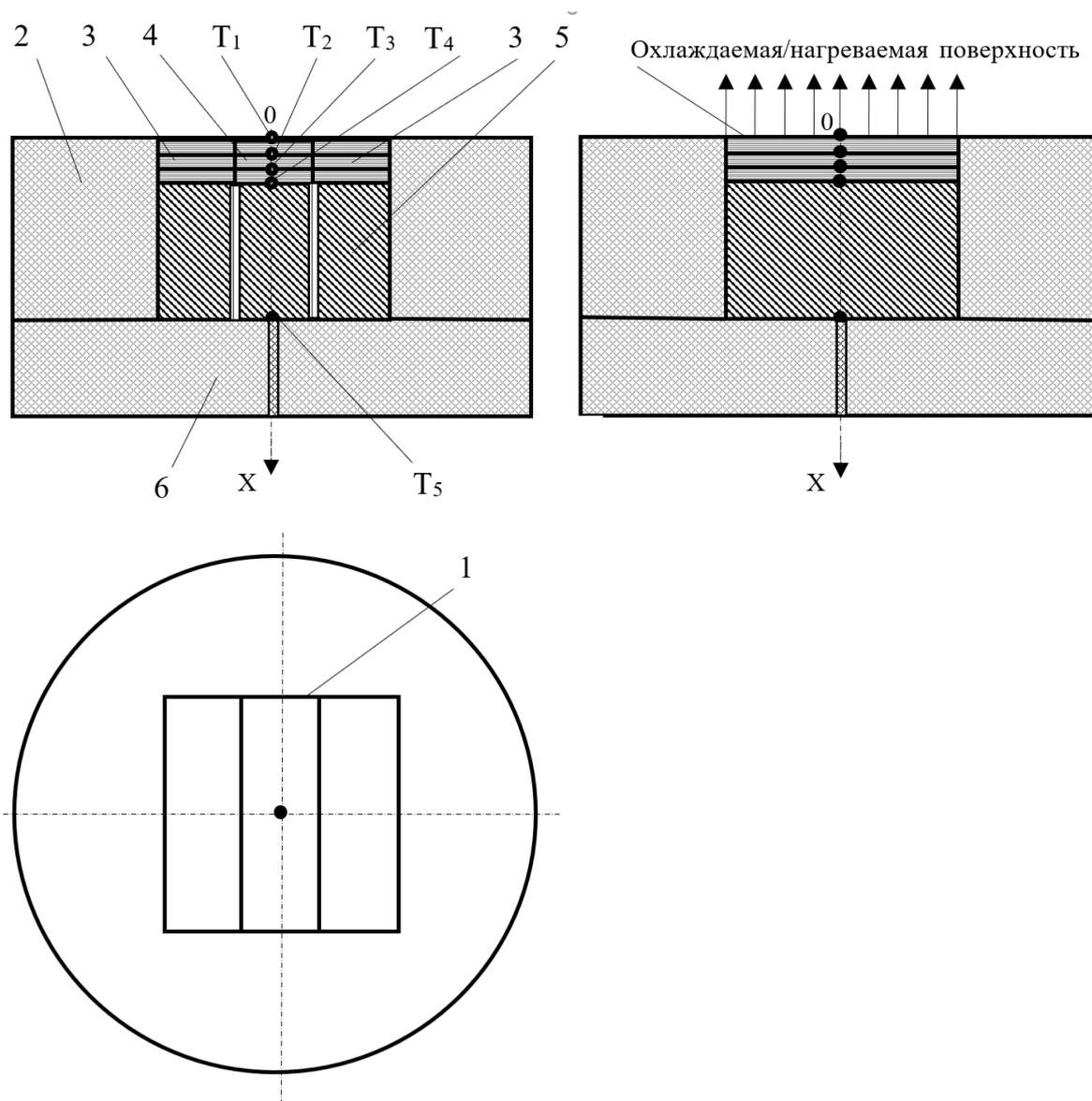


Рисунок 3.8 – Схема криогенных испытаний образца № 1: 1 – экспериментальный образец, 2 – теплоизоляция, 3 – боковые секции образца, 4 – центральная секция образца, 5 – ДТП, 6 – теплоизолирующая пластина; термомпары:  $T_1$  – на охлаждаемой поверхности образца;  $T_2$ ,  $T_3$  – внутренние термомпары образца;  $T_4$  – на обратной поверхности образца и на охлаждаемой поверхности ДТП;  $T_5$  – на обратной поверхности ДТП

В данной схеме образец, собранный из трех отдельных секций (двух боковых 3 и одной центральной 4), устанавливается в измерительный узел 2, выполненный из теплоизоляционного материала, заподлицо с нагреваемой поверхностью узла. На оси X образца в его центральной секции установлены термопары  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ . На обратной поверхности образца устанавливается датчик теплового потока (ДТП) 5, изготовленный из материала с известными теплофизическими свойствами. На обратной поверхности датчика установлена термопара  $T_5$ . На обратной поверхности ДТП устанавливается теплоизолирующая пластина 6.

Координаты установки термопар, отсчитываемые от охлаждаемой поверхности, в экспериментальном образце № 1 представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Координаты установки термопар в образце № 1

Термопара $T_i$	Координата $X_i$ , мм	Примечание
$T_1$	0,0	Охлаждаемая/нагреваемая поверхность образца
$T_2$	3,6	Внутренняя точка
$T_3$	7,1	Внутренняя точка
$T_4$	10,7	Обратная поверхность образца
$T_5$	30,7	Обратная поверхность ДТП

При проведении криогенных испытаний для определения коэффициента теплопроводности в направлении вдоль оси Y, расположенной в плоскости ВТСП-ленты, использовалась схема с односторонним охлаждением экспериментального образца № 2, приведенная на рисунке 3.9.

В данной схеме образец, собранный из четырех одинаковых секций 3, 4, 5 и 6, устанавливается в измерительный узел 2, выполненный из теплоизоляционного материала, заподлицо с нагреваемой поверхностью узла. Между секциями 4 и 5 образца на его оси Y установлены термопары  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ . На обратной поверхности образца устанавливается ДТП 7. На обратной поверхности датчика установлена термопара  $T_5$ . На обратной поверхности ДТП устанавливается теплоизолирующая пластина 8.

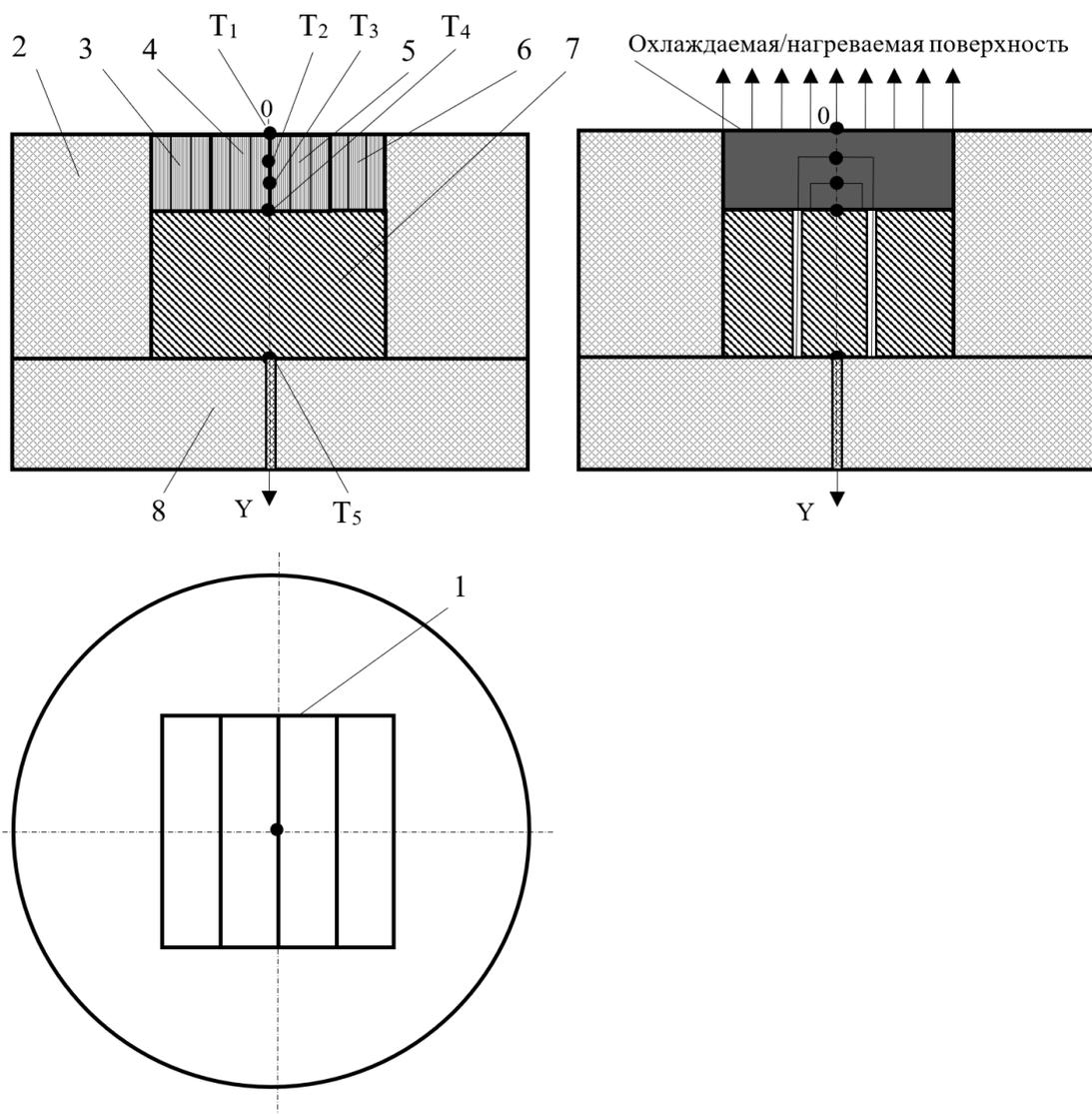


Рисунок 3.9 – Схема криогенных испытаний образца № 2: 1 – экспериментальный образец, 2 – теплоизоляция, 3, 4, 5, 6 – блоки образца, 7 – ДТТ, 8 – теплоизолирующая пластина; термопары:  $T_1$  – на охлаждаемой поверхности образца;  $T_2$ ,  $T_3$  – внутренние термопары образца;  $T_4$  – на обратной поверхности образца;  $T_5$  – на обратной поверхности ДТТ

Координаты установки термопар, отсчитываемые от охлаждаемой поверхности, в экспериментальном образце № 1 представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Координаты установки термопар в образце № 2

Термопара $T_i$	Координата $Y_i$ , мм	Примечание
$T_1$	0,0	Охлаждаемая/нагреваемая поверхность образца
$T_2$	3,8	Внутренняя точка
$T_3$	7,6	Внутренняя точка
$T_4$	11,5	Обратная поверхность образца
$T_5$	31,5	Обратная поверхность ДТТ

### § 3.3. Экспериментальное оборудование

При проведении экспериментальных исследований образцов обмотки катушки из ВТСП-ленты использовалось экспериментальное, приборное и технологическое оборудование, входящее в состав автоматизированного экспериментального комплекса «ВТС-ОЗТ» Тепловой лаборатории НИО-601 МАИ [68-69]. На рисунках 3.10 и 3.11 представлен общий вид автоматизированной системы научных исследований теплофизических процессов экспериментального комплекса «ВТС-ОЗТ» и главная виртуальная панель управляющей программы соответственно.

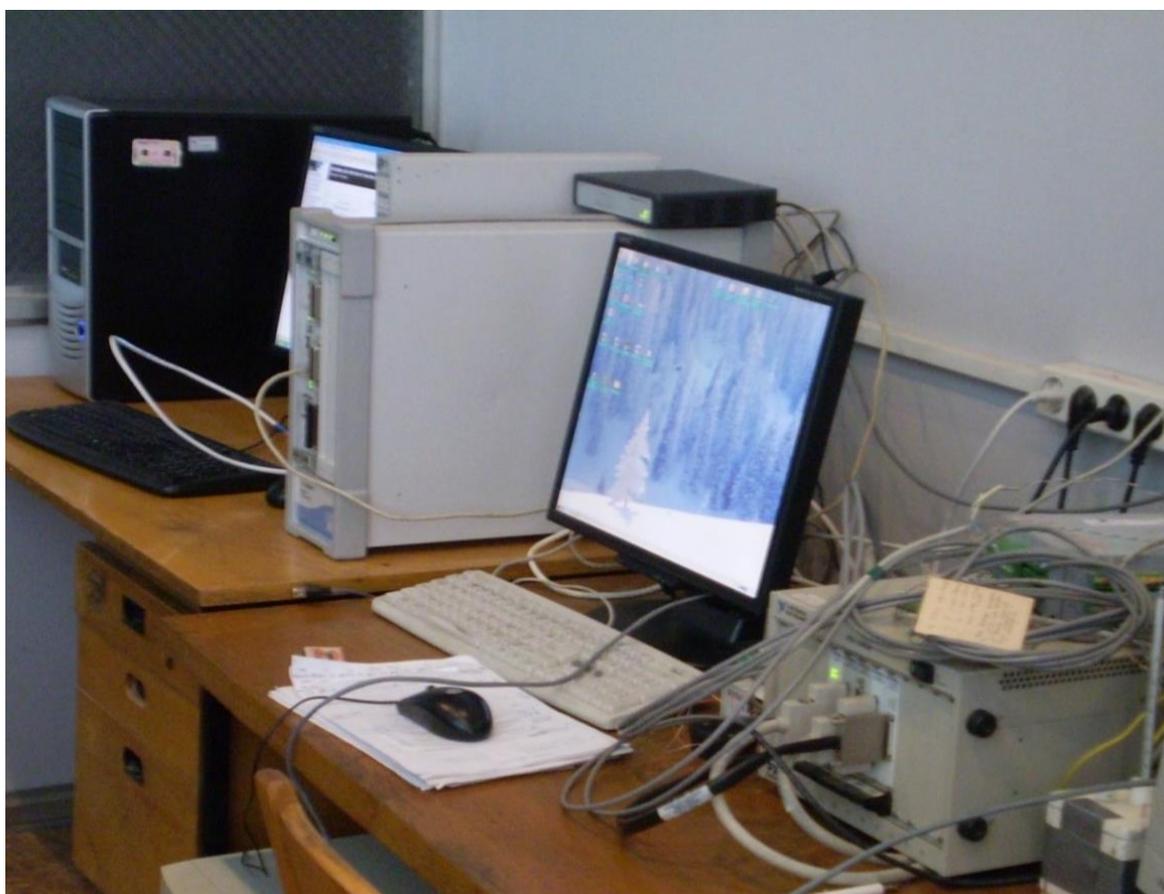


Рисунок 3.10 – Автоматизированная система научных исследований теплофизических процессов комплекса «ВТС-ОЗТ»

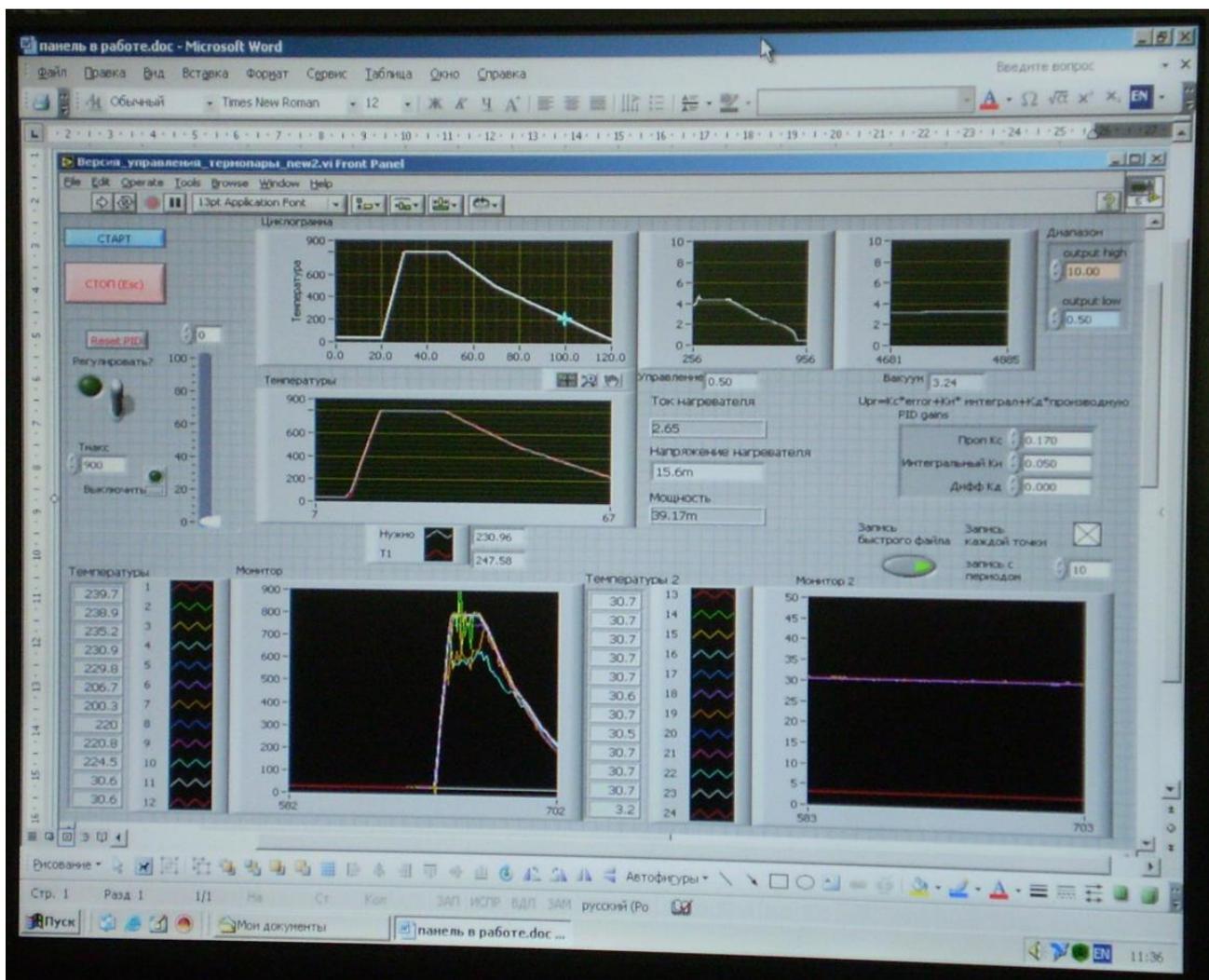


Рисунок 3.11 – Главная виртуальная панель автоматизированной системы научных исследований теплофизических процессов в процессе тепловых испытаний

Для проведения криогенных испытаний образцов использовался специально изготовленный экспериментальный модуль «ЭМ-К». Экспериментальный модуль предназначен для реализации выбранной схемы криогенных испытаний и используется для: размещения и фиксации исследуемого образца в заданном положении; обеспечения заданных тепловых режимов образца в процессе испытаний (реализации заданной физической модели процесса теплообмена), включая этапы быстрого охлаждения и последующего нагрева одной из поверхностей образца, и обеспечение требуемых тепловых условий на других границах образца; обеспечения температурных измерений в образце и в конструкции модуля в соответствии с выбранной схемой.

На рисунке 3.12 представлена схема экспериментального модуля «ЭМ-К». Обечайка 1 цилиндрической формы изготовлена из жесткого пенополиуретана (ППУ) и состоит из трех секций, склеенных между собой специальным полиуретановым клеем. Днище 2, также изготовленное из ППУ, крепится к обечайке 1 тоже с помощью полиуретанового клея. Измерительный узел 3, в котором размещается экспериментальный образец 4, ДТП 5 и теплоизолирующая пластина 6, плотно устанавливается в цилиндрическое осевое отверстие, выполненное в днище 2. Цилиндрическое основание 7 из ППУ с центральным отверстием 8 для вывода термопарных проводов от образца 4 и ДТП 5 крепится к днищу 2 с помощью винтов-саморезов 9. На крышке 10 из ППУ с осевым вентиляционным отверстием 11 установлена промышленная термопара 12 в теплоизолирующей втулке 13 из ППУ. Измерительный узел 3 по внешней цилиндрической поверхности корпуса вклеивается в отверстие в днище 2 с помощью специального, умеренно вспенивающегося пенополиуретанового клея, образуя герметичный шов. Экспериментальный образец 4 с установленным на его обратной поверхности ДТП 5, вклеивается в корпус измерительного узла с помощью того же клея с образованием герметичного шва. Термопарные проволоки выводятся от образца и ДТП к отверстию 8 в основании через стыки элементов поз. 3, 4, 5, 6. Термопарные проволоки выводятся без дополнительной электроизоляции, благодаря электроизоляционным свойствам ППУ и клея.

Экспериментальный модуль «ЭМ-К» перед проведением экспериментальных исследований был отработан в Тепловой лаборатории НИО-601 с целью проверки принятых конструктивных решений и выбора термодатчиков посредством проведения серии технологических криогенных испытаний с использованием макетов образцов.

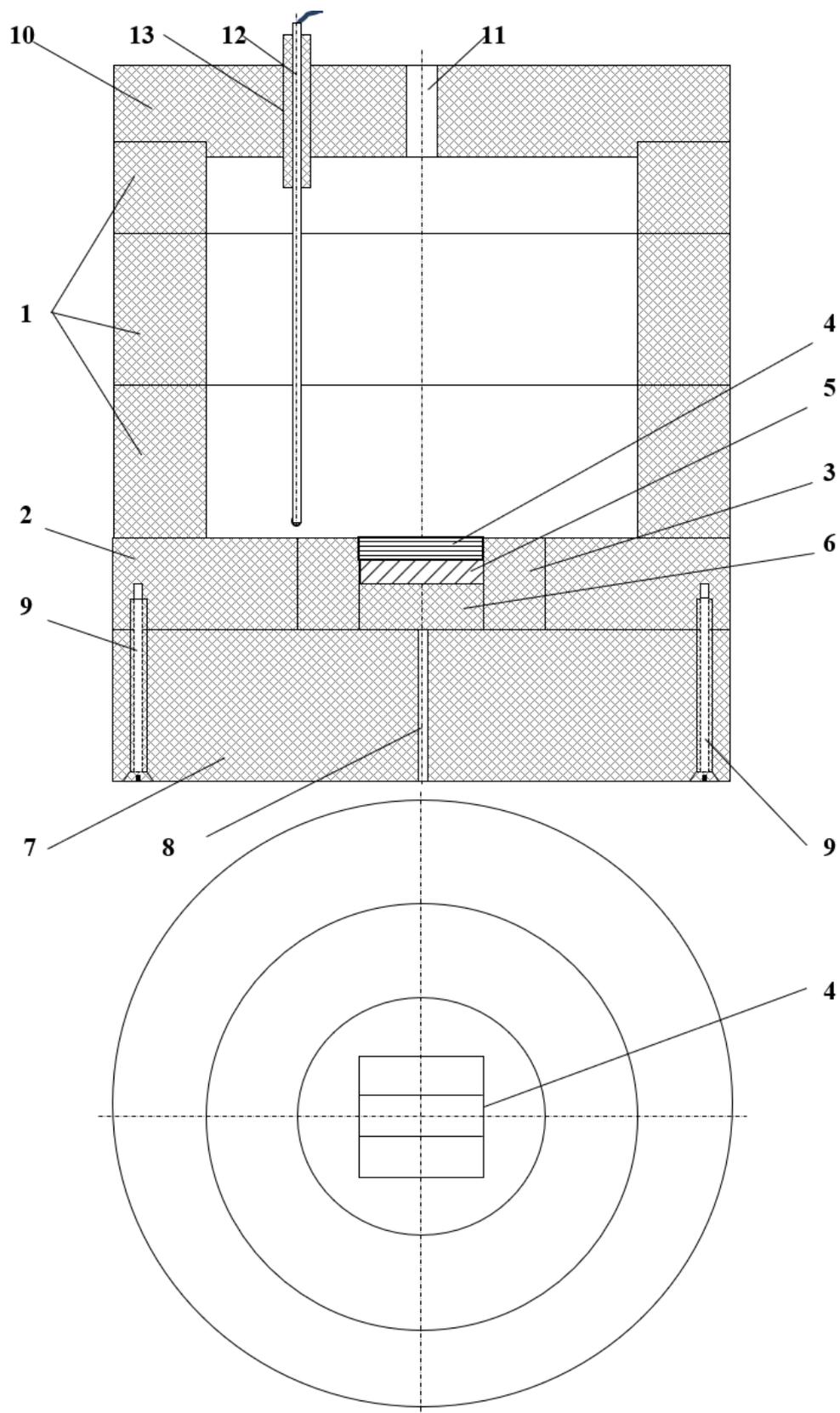
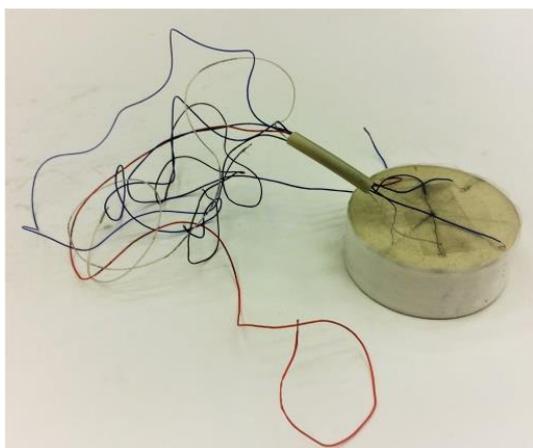


Рисунок 3.12 – Схема экспериментального модуля «ЭМ-К» (на виде сверху крышка 10 условно снята): 1 – обечайка, 2 – днище, 3 – измерительный узел, 4 – образец, 5 – ДТП, 6 – теплоизолирующая пластина, 7 – цилиндрическое основание, 8 – отверстие для вывода термопар, 9 – винты-саморезы, 10 – крышка, 11 – осевое вентиляционное отверстие, 12 – промышленная термопара, 13 – теплоизолирующая втулка

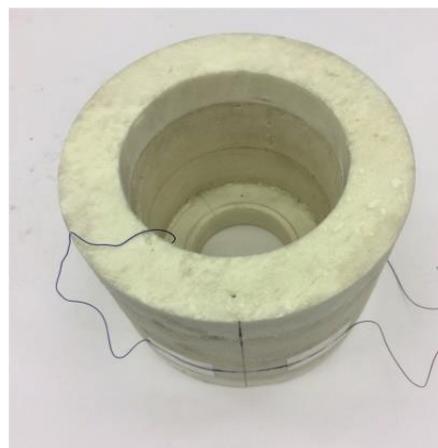
На рисунке 3.13 представлены фотографии основных элементов «ЭМ-К». Экспериментальный модуль представляет собой теплоизолированную цилиндрическую емкость из жесткого ППУ со стенкой толщиной 35 мм, с дном толщиной 30 мм и с негерметичной крышкой толщиной 30 мм, установленную на съемном основании толщиной 50 мм. В дно устанавливается сменный измерительный модуль с исследуемым экспериментальным образцом и необходимыми термодатчиками. Габаритные размеры модуля (без термопары 12): диаметр 200 мм, высота 210 мм. Внутренние размеры: диаметр 130 мм, высота 125 мм. Внутренний объем: 829,2 см<sup>3</sup>.

Измерения температуры проводились автоматизированной системой научных исследований теплофизических процессов комплекса «ВТС-ОЗТ» [68-69]. Данная система построена на базе модульных контрольно-измерительных приборов, которые обеспечивают высокоточные измерения температуры и напряжения, и посредством её использования проводилась регистрация, сбор, хранение и первичная обработка всей экспериментальной информации.

Для измерения нестационарных температур в измерительном узле модуля «ЭМ-К» и в контрольных точках модуля в качестве температурных датчиков рассматривались безкорпусные малоинерционные микротермопары Хромель-Алюмель (тип К) с диаметром проволоки 0,05 ÷ 0,1 мм, изготовленные в Тепловой лаборатории НИО-601 МАИ. В ходе отработки «ЭМ-К» тестировались микротермопары с различной толщиной проволок и с разными способами сварки для образования горячего спая. Пример микротермопары сваренной способом «встык» представлен на рисунке 3.14.



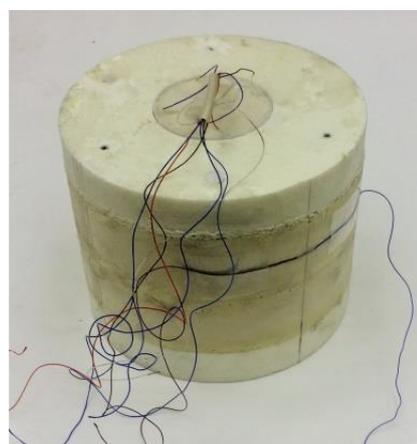
а)



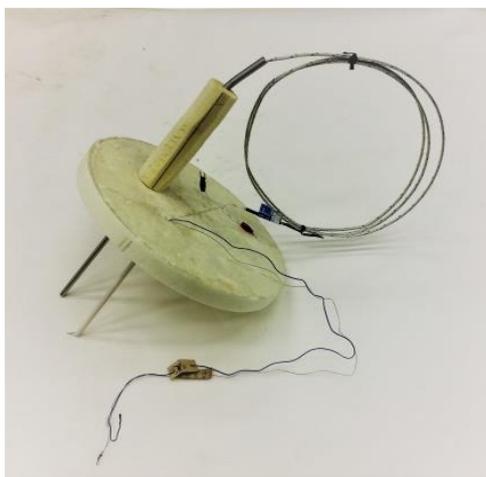
б)



в)



г)



д)



е)

Рисунок 3.13 – Основные элементы экспериментального модуля «ЭМ-К»: а) измерительный узел с термопарами; б) обечайка с дном и с термопарой на внешней поверхности; в) измерительный узел с термопарами, установленный в дно (вид сверху); г) измерительный узел с термопарами, установленный в дно (вид снизу); д) крышка с термопарами; е) модуль «ЭМ-К» в сборе



Рисунок 3.14 – Микротермопара ХА,  $\varnothing$  0,1 мм, сваренная способом «встык» (увеличено)

Для измерения теплового потока на обратной поверхности исследуемого образца использовался нестационарный специально разработанный в НИО-601 датчик теплового потока, фотография которого (с установленными термопарами) представлена на рисунке 3.15. ДТП выполнен из нержавеющей стали 12Х18Н10Т, теплофизические свойства которой в диапазоне низких температур представлены в таблице 3.4.

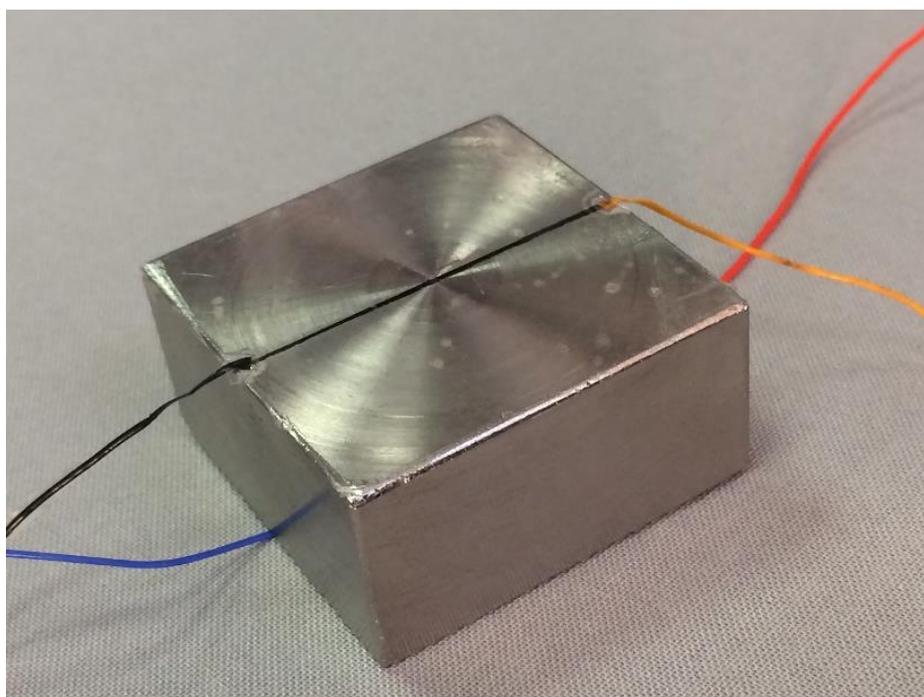


Рисунок 3.15 – Датчик теплового потока

Таблица 3.4 – Теплофизические свойства нержавеющей стали 12Х18Н10Т [24]

Температура $T$ , К	Теплопроводность $\lambda$ , Вт/(м·К)	Теплоёмкость $c_p$ , Дж/(г·К)
10	1,50	–
20	3,70	0,0113
30	4,70	0,0318
40	5,45	0,0560
50	6,10	0,0846
60	6,80	0,105
70	7,55	0,167
80	8,20	0,202
90	8,80	0,232
100	9,30	0,262
110	9,65	0,280
120	10,0	0,305
130	10,3	0,332
140	10,7	0,348
150	11,0	0,364
160	11,4	0,378
170	11,8	0,388
180	12,2	0,397
190	12,7	0,410
200	13,1	0,417
210	13,5	0,424
220	13,9	0,432
230	14,2	0,440
240	14,5	0,448
250	14,6	0,456
260	14,8	0,465
273	14,9	–
280	15,0	–
293	15,1	–
300	15,1	–

### § 3.4. Программа испытаний

Методика подготовки и проведения криогенных испытаний, исследуемых образцов фрагмента обмотки катушки из ВТСП-ленты построена на основе общей методики тепловых испытаний на комплексе «ВТС-ОЗТ» при определении характеристик тепловых режимов экспериментальных образцов и теплофизических характеристик материалов [68-69].

Криогенные испытания каждого исследуемого образца проводятся в два последовательных этапа. На первом этапе проводятся пробные испытания для тестирования используемого экспериментального оборудования и настройки

аппаратуры, входящей в состав измерительного комплекса, а также для отладки режимов охлаждения и последующего нагрева образца. Затем, на втором этапе, выполняются штатные испытания, результаты которых проходят предварительную обработку и анализ.

Программа охлаждения и нагрева образцов была сформирована на основе результатов математического моделирования, проведенного в § 2.4. В начале испытания включается система измерения, и начинают фиксироваться показания термопар, а затем приблизительно через 30 секунд (технологический участок, необходимый для выхода системы измерения на заданный режим) начинается заливка жидкого азота в рабочий объем экспериментального модуля. В процессе заливки происходит неуправляемое охлаждение образца через его охлаждаемую поверхность. Продолжительность участка охлаждения определяется по показаниям термопары  $T_4$ , установленной на обратной стороне поверхности образца – окончанием участка охлаждения является момент времени  $\tau$  в который достигается значение температуры  $T_4(\tau) = -195,7^\circ\text{C}$ . В момент окончания охлаждения жидкий азот быстро удаляется (выливается) из рабочего объема ЭМ-К и начинается более длительный участок нагрева образца на воздухе в естественных условиях.

В испытаниях помимо целевых температурных измерений в соответствии с рассмотренной схемой измерений проводились дополнительные технологические измерения температур. В частности, температуры  $T_6$  на внешней боковой поверхности теплоизолирующей обечайки экспериментального модуля ЭМ-К и температуры  $T_7$  жидкого азота в рабочем объеме модуля «ЭМ-К».

Таким образом, программа испытаний включает в себя следующие основные операции:

- 1) включение системы измерений комплекса «ВТС-ОЗТ» и проведение тестирования измерительных линий и работы термопар;
- 2) включение записи показаний термопар;
- 3) открытие крышки модуля и заливка жидкого азота в рабочий внутренний объем экспериментального модуля «ЭМ-К»;
- 4) закрытие крышки модуля и введение термопары  $T_7$  в жидкий азот;

- 5) запись показаний термопар на участке охлаждения;
- 6) открытие крышки модуля и извлечение термопары  $T_7$  из жидкого азота;
- 7) слив жидкого азота из рабочего объема модуля;
- 8) нагрев поверхности образца в условиях естественной конвекции при комнатной температуре окружающей среды («ЭМ-К» в горизонтальном положении);
- 9) запись показаний термопар на участке нагрева;
- 10) выключение записи показаний термопар.

После штатных испытаний с использованием программных средств автоматизированной системы научных исследований теплофизических процессов комплекса «ВТС-ОЗТ» проводится предварительная обработка результатов температурных измерений. Суть первичной обработки результатов измерений состоит в выявлении и последующей коррекции тех отдельных значений, которые содержат грубые погрешности, вызванные сбоями в работе измерительных и регистрирующих приборов. На основе этих результатов проводится анализ тепловых режимов образца в процессе испытаний, и формулируются исходные данные для решения задач вторичной обработки результатов с использованием методологии решения ОЗТ.

После завершения криогенных испытаний образца № 1 по этой же методике проводятся испытания образца № 2.

Фотографии, иллюстрирующие основные этапы подготовки модуля «ЭМ-К» к проведению эксперимента, представлены на рисунке 3.16.

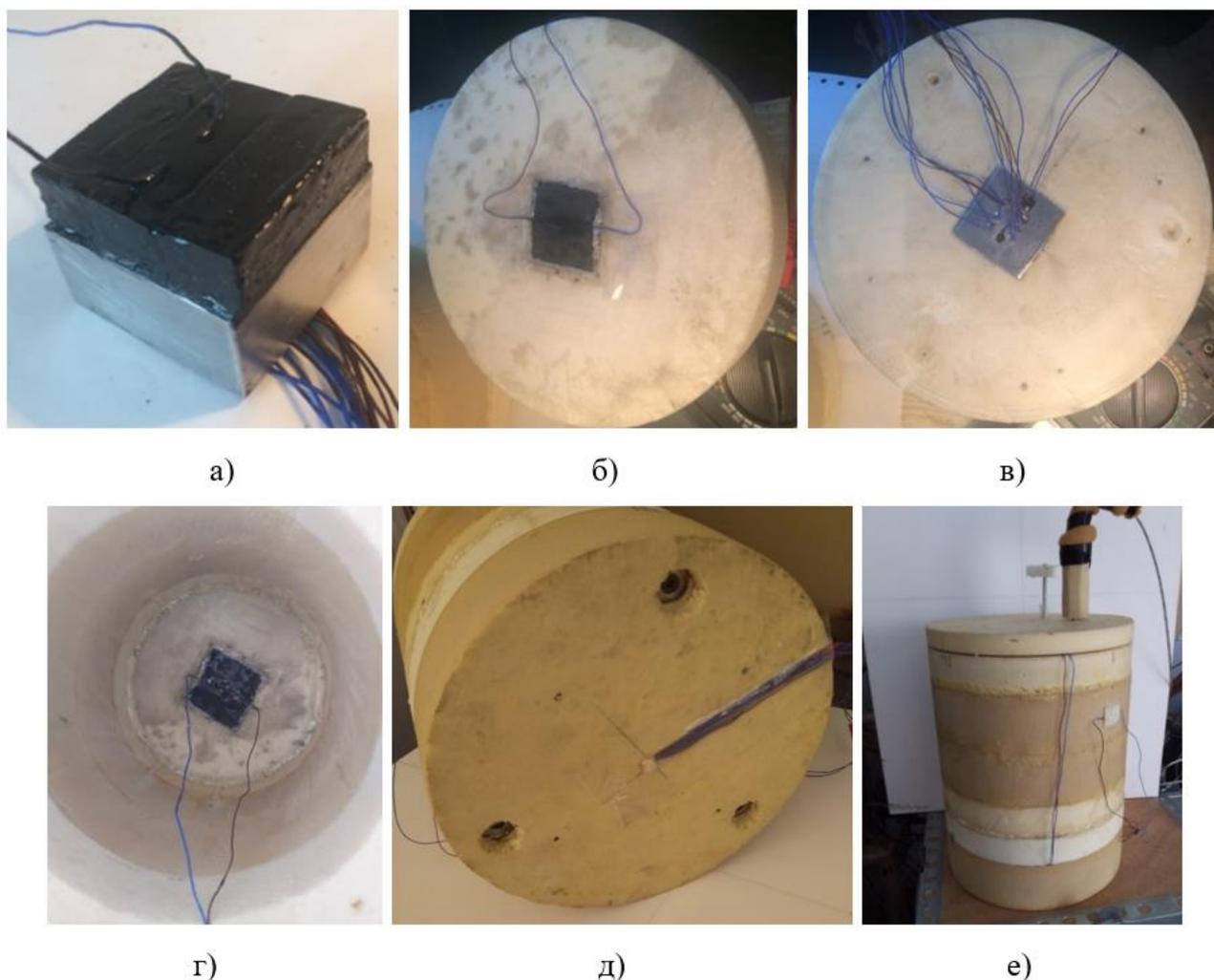


Рисунок 3.16 – Подготовка «ЭМ-К» к проведению эксперимента: а) измерительный узел с образцом; б) измерительный узел с образцом, установленный в днище (охлаждаемая поверхность); в) измерительный узел с образцом, установленный в днище (обратная поверхность) г) днище с измерительным узлом, установленным на обечайке (вид сверху); д) основание установлено на днище; е) модуль ЭМ-К, подготовленный к криогенным испытаниям образца

### § 3.5. Результаты испытаний

В рамках экспериментальных исследований фрагмента обмотки катушки на основе ВТСП-ленты было проведено пять испытаний: два испытания (№ 1 и № 2) для экспериментального образца № 1 и три испытания (№ 3, № 4 и № 5) для экспериментального образца № 2.

Результаты температурных измерений в экспериментальном образце № 1 представлены на рисунках 3.17-3.18.

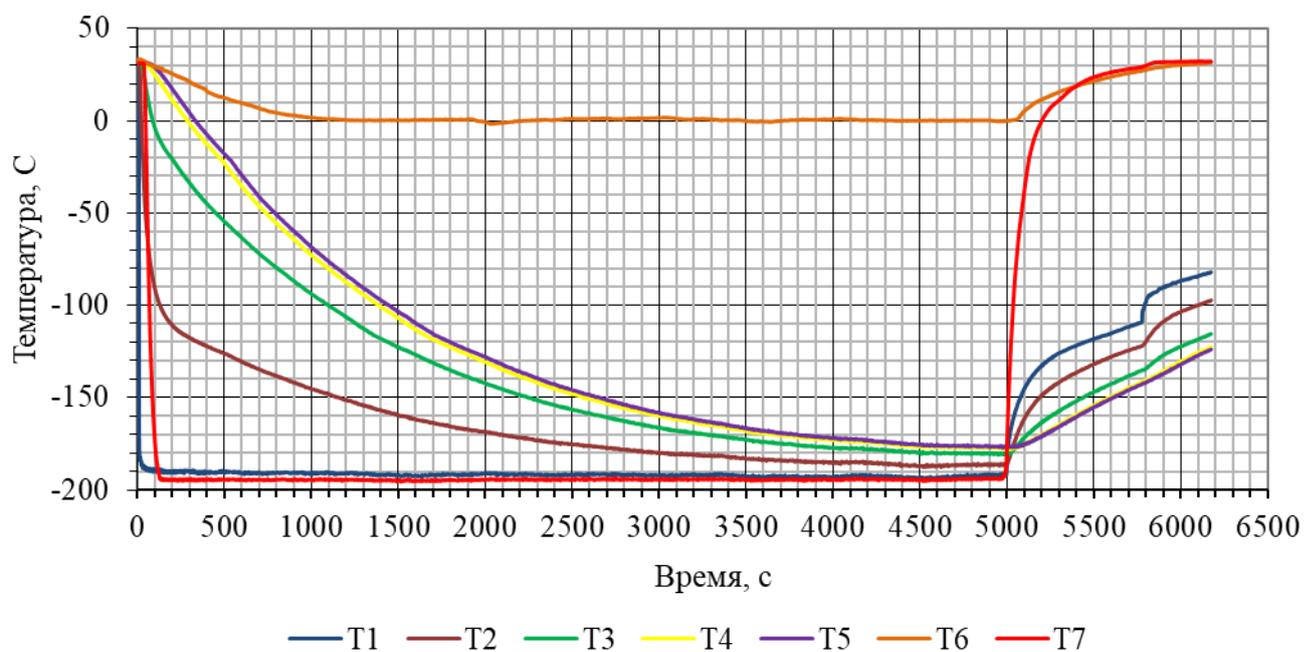


Рисунок 3.17 – Результаты испытания № 1, образец № 1 (T1 – на охлаждаемой поверхности образца; T2, T3 – внутри образца; T4 – на обратной поверхности образца; T5 – на обратной поверхности ДТП, T6 – на внешней боковой поверхности экспериментального модуля; T7 – внутри рабочего объема экспериментального модуля)

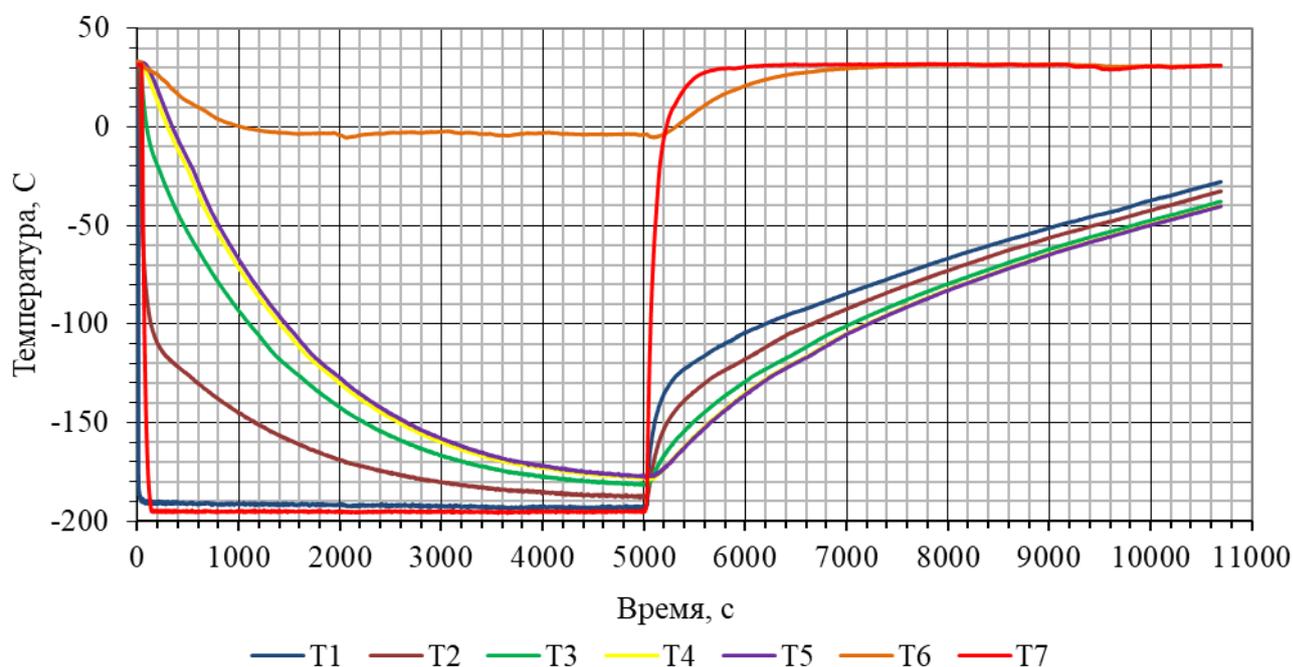


Рисунок 3.18 – Результаты испытания № 2, образец № 1 (T1 – на охлаждаемой поверхности образца; T2, T3 – внутри образца; T4 – на обратной поверхности образца; T5 – на обратной поверхности ДТП, T6 – на внешней боковой поверхности экспериментального модуля; T7 – внутри рабочего объема экспериментального модуля)

В испытании № 1 можно отметить следующие ключевые моменты времени  $\tau$ :

- $\tau = 0$  с – начало записи показаний термопар;
- $\tau \approx 9-12$  с – заливка азота в рабочий объем экспериментального модуля;
- $\tau \approx 37$  с – закрытие крышки модуля и введение стандартной термопары  $T_7$ ;
- $\tau \approx 5000$  с – открытие крышки модуля, извлечение термопары  $T_7$  из жидкого азота, слив азота из рабочего объема модуля;
- $\tau \approx 5000-5775$  с – естественный конвективный нагрев при комнатной температуре окружающей среды (экспериментальный модуль в горизонтальном положении);
- $\tau \approx 5775$  с – включение вентиляции рабочего объема модуля (вентиляция проводилась с целью оценки возможности интенсифицировать процесс нагрева поверхности образца);
- $\tau = 6173$  с – выключение записи значений температуры.

В испытании № 2 можно отметить следующие ключевые моменты времени  $\tau$ :

- $\tau = 0$  с – начало записи показаний термопар;
- $\tau \approx 9-12$  с – заливка азота в рабочий объем экспериментального модуля;
- $\tau \approx 38$  с – закрытие крышки модуля и введение стандартной термопары  $T_7$ ;
- $\tau \approx 5024$  с – открытие крышки модуля, извлечение термопары  $T_7$  из жидкого азота, слив азота из рабочего объема модуля;
- $\tau \approx 5024-10693$  с – естественный конвективный нагрев при комнатной температуре окружающей среды (экспериментальный модуль в горизонтальном положении);
- $\tau = 10693$  с – выключение записи значений температуры.

Результаты температурных измерений в экспериментальном образце № 2 представлены на рисунках 3.19-3.21.

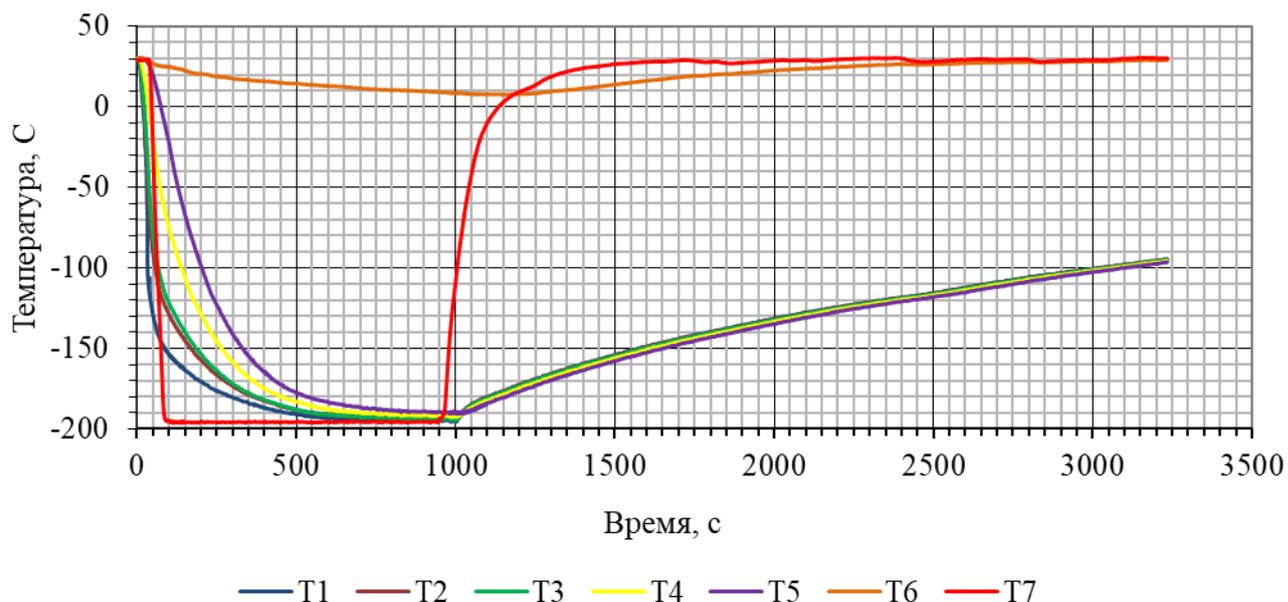


Рисунок 3.19 – Результаты испытания № 3, образец № 2 (T1 – на охлаждаемой поверхности образца; T2, T3 – внутри образца; T4 – на обратной поверхности образца; T5 – на обратной поверхности ДТП, T6 – на внешней боковой поверхности экспериментального модуля; T7 – внутри рабочего объема экспериментального модуля)

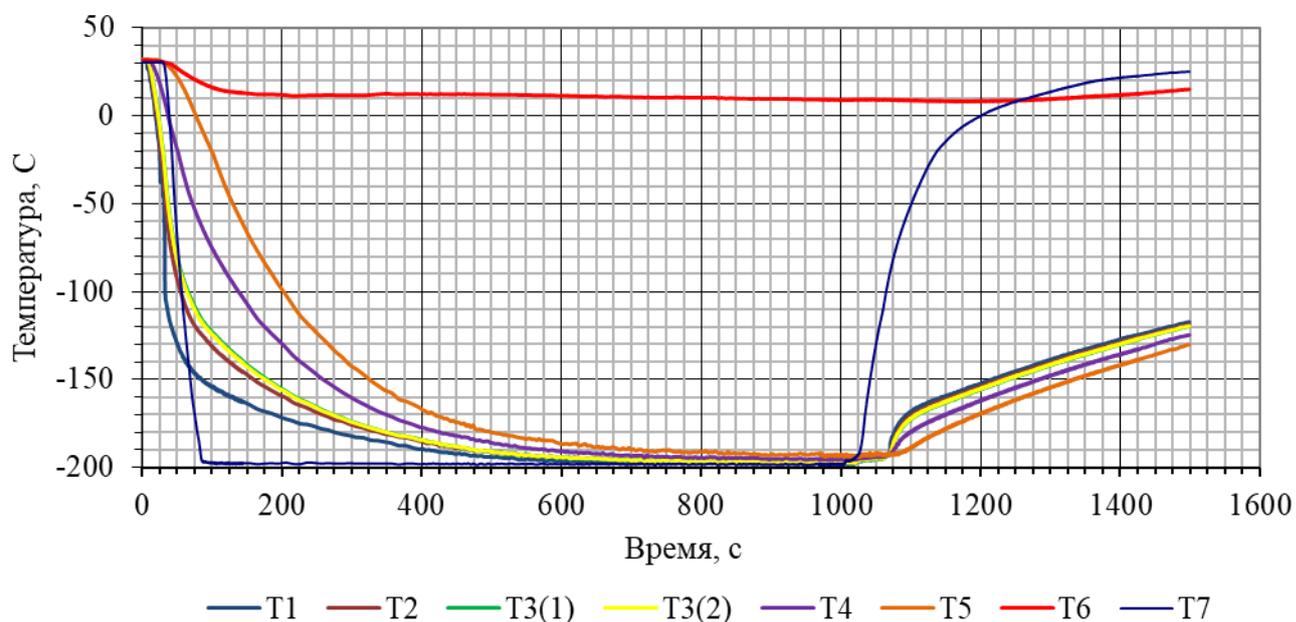


Рисунок 3.20 – Результаты испытания № 4, образец № 2 (T1 – на охлаждаемой поверхности образца; T2, T3 – внутри образца; T4 – на обратной поверхности образца; T5 – на обратной поверхности ДТП, T6 – на внешней боковой поверхности экспериментального модуля; T7 – внутри рабочего объема экспериментального модуля)

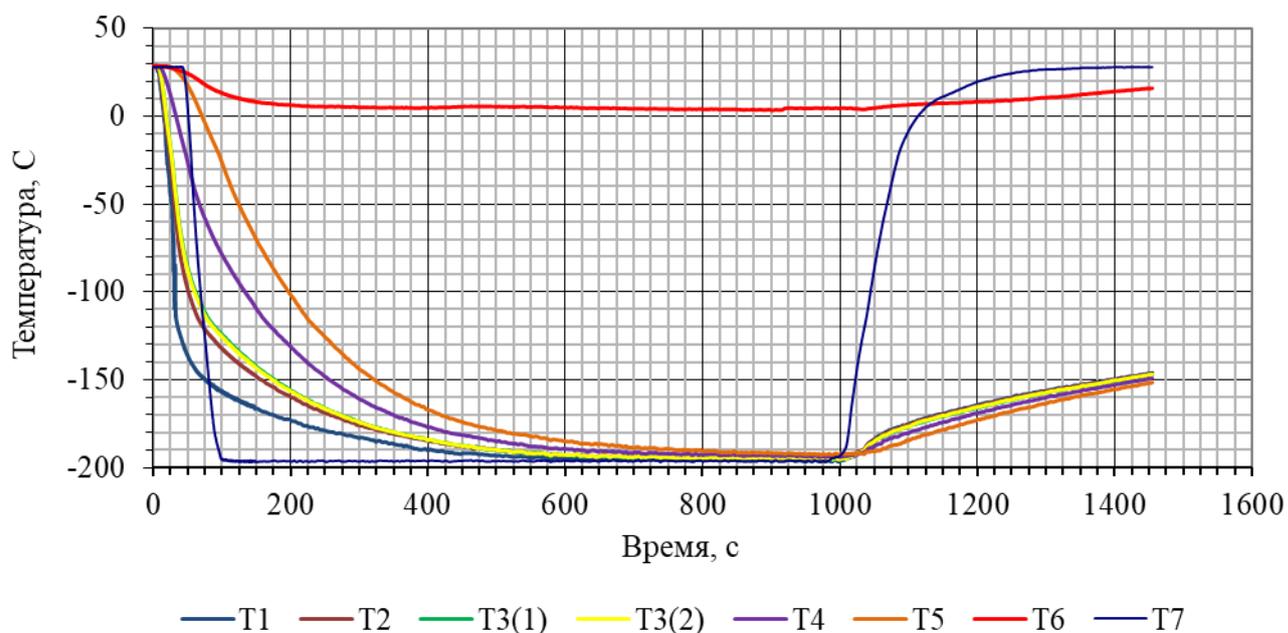


Рисунок 3.21 – Результаты испытания № 5, образец № 2 (Т1 – на охлаждаемой поверхности образца; Т2, Т3 – внутри образца; Т4 – на обратной поверхности образца; Т5 – на обратной поверхности ДТП, Т6 – на внешней боковой поверхности экспериментального модуля; Т7 – внутри рабочего объема экспериментального модуля)

В испытании № 3 можно отметить следующие ключевые моменты времени  $\tau$ :

- $\tau = 0$  с – начало записи показаний термопар;
- $\tau \approx 6-12$  с – заливка азота в рабочий объем экспериментального модуля;
- $\tau \approx 27$  с – закрытие крышки модуля и введение стандартной термопары Т7;
- $\tau \approx 1000$  с – открытие крышки модуля, извлечение термопары Т7 из жидкого азота, слив азота из рабочего объема модуля;
- $\tau \approx 1000-3234$  с – естественный конвективный нагрев при комнатной температуре окружающей среды (экспериментальный модуль в горизонтальном положении);

- $\tau \approx 3234$  с – выключение записи значений температуры.

В испытании № 4 можно отметить следующие ключевые моменты времени  $\tau$ :

- $\tau = 0$  с – начало записи показаний термопар;
- $\tau \approx 6-12$  с – заливка азота в рабочий объем экспериментального модуля;
- $\tau \approx 30$  с – закрытие крышки модуля и введение стандартной термопары Т7;

–  $\tau \approx 1000$  с – открытие крышки модуля, извлечение термопары  $T_7$  из жидкого азота, слив азота из рабочего объема модуля;

–  $\tau \approx 1000-1050$  с – естественный конвективный нагрев при комнатной температуре окружающей среды (экспериментальный модуль в горизонтальном положении);

–  $\tau \approx 1050-1499$  с – конвективный нагрев промышленным феном при температуре  $70$  °С (нагрев проводился с целью оценки возможности интенсифицировать процесс нагрева поверхности образца);

–  $\tau = 1499$  с – выключение записи значений температуры.

В испытании № 5 можно отметить следующие ключевые моменты времени  $\tau$ :

–  $\tau = 0$  с – начало записи показаний термопар;

–  $\tau \approx 6-12$  с – заливка азота в рабочий объем экспериментального модуля;

–  $\tau \approx 30$  с – закрытие крышки модуля и введение стандартной термопары  $T_7$ ;

–  $\tau \approx 1000$  с – открытие крышки модуля, извлечение термопары  $T_7$  из жидкого азота, слив азота из рабочего объема модуля;

–  $\tau \approx 1000-1038$  с – естественный конвективный нагрев при комнатной температуре окружающей среды (модуль в горизонтальном положении);

–  $\tau \approx 1038-1456$  с – конвективный нагрев в условиях вентилирования внутренней полости экспериментального модуля (вентиляция проводилась с целью оценки возможности интенсифицировать процесс нагрева поверхности образца);

–  $\tau = 1456$  с – выключение записи значений температуры.

Полученные результаты криогенных испытаний показали, что характер изменения температур соответствует физическому смыслу процессов теплообмена, протекающих в объекте исследования.

Температура  $T_6$  на внешней поверхности обечайки экспериментального модуля за время испытаний изменялось относительно слабо, что демонстрирует достаточно хорошие теплоизоляционные свойства корпуса. Охлаждение термопары  $T_7$  начинается с запозданием, после закрытия крышки экспериментального модуля, на которой закреплена эта термопара, и введения этой термопары в жидкий азот.

На режиме нагрева характер изменения температур в точках измерений на образце и ДТП существенно отличается от характера изменения температур на режиме охлаждения. Как и следовало ожидать, быстрее нагреваются точки ближайšie к нагреваемой поверхности образца. В процессе нагрева отмечается менее интенсивный рост температуры во времени, наряду с существенно сниженной разницей температурных измерений между контролируемыми точками измерений.

В испытаниях № 1 и № 2 характер изменения и значения температур в соответствующих точках измерений достаточно близки (с учетом влияния некоторых различий в начальных температурах образца и датчика и в моментах времени выполнения технологических манипуляций), что свидетельствует о хорошей повторяемости результатов испытаний.

В испытаниях № 4 и № 5 для проверки работы сдвоенной термопары  $T_3$  (основная и резервная термопары, подключенные параллельно) измерительный сигнал фиксировался отдельно для основной термопары  $T_{3(1)}$  и резервной  $T_{3(2)}$ . Показания этих термопар практически совпадают в пределах точности измерений.

В испытаниях № 3, № 4 и № 5 образца № 2 характер изменения и значения температур в соответствующих точках измерений достаточно близки (с учетом влияния некоторых различий в начальных температурах образца и датчика, и в моментах времени выполнения технологических манипуляций), что также свидетельствует о хорошей повторяемости результатов испытаний.

В рамках оценки возможности интенсифицировать процесс нагрева поверхности образцов, сделан вывод о том, что эффективно ускорить процесс нагрева образца за счет принудительной вентиляции рабочего объема экспериментального модуля не удастся.

Сделано предположение, что более медленное охлаждение поверхности и более интенсивное изменение температур во внутренних точках образца № 2 по сравнению с испытаниями № 1 и № 2 связано с более высокой теплопроводностью образца № 2 по сравнению с образцом № 1.

### Выводы по главе 3

Проведенные в данной главе исследования и работы позволяют сделать следующие выводы:

– представлены и проанализированы результаты двух криогенных испытаний экспериментального образца № 1 при одностороннем охлаждении (в диапазоне температур от комнатной до температуры кипения жидкого азота) и последующем нагреве, проведенных с целью определения комплекса теплофизических характеристик фрагмента обмотки катушки вдоль оси перпендикулярной плоскости ВТСП-ленты;

– представлены и проанализированы результаты трех криогенных испытаний экспериментального образца № 2 при одностороннем охлаждении (в диапазоне температур от комнатной до температуры кипения жидкого азота) и последующем нагреве, проведенных с целью определения комплекса теплофизических характеристик фрагмента обмотки катушки вдоль оси параллельной плоскости ВТСП-ленты;

– полученные в криогенных испытаниях результаты подтвердили существенные различия в характеристиках тепловых режимов исследуемых образцов № 1 и № 2, что свидетельствует о значительных различиях в теплофизических характеристиках образцов;

– на основе результатов проведенных испытаний сформулированы физико-технические исходные данные для вторичной обработки экспериментальной информации на основе решения соответствующих ОЗТ по определению комплекса эффективных теплофизических характеристик фрагмента реальной обмотки катушки на основе ВТСП-ленты.

## ГЛАВА 4. ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

### § 4.1. Теплофизические свойства обмотки из ВТСП-ленты

Температурные измерения в образцах обмотки катушки из ВТСП-ленты, полученные в результате экспериментальных исследований в главе 3, были обработаны в соответствии с методикой, описанной в главе 2. В результате обработки экспериментальных данных были получены теплофизические свойства ВТСП-материала в зависимости от температуры. Наличие в эксперименте ДТП с достоверно известными свойствами в диапазоне изменения экспериментальных температур позволяет перейти от температуропроводности к определению отдельных характеристик – коэффициента теплопроводности и объёмной теплоёмкости. Графики зависимости этих характеристик от температуры в поперечном и продольном направлении представлены на рисунках 4.1-4.2 и 4.3-4.4 соответственно.

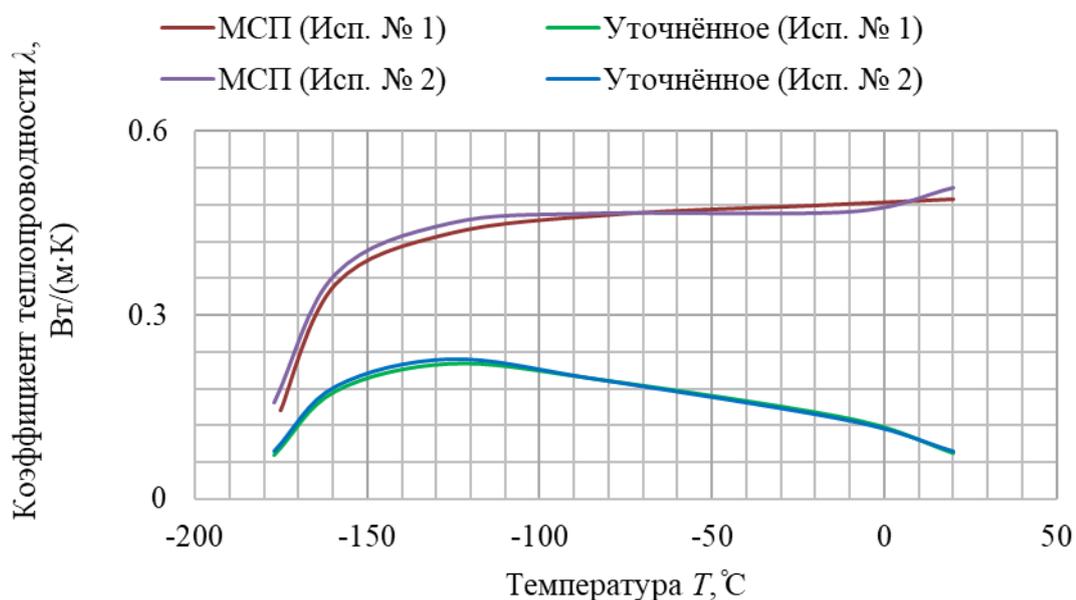


Рисунок 4.1 – Распределение коэффициента теплопроводности в поперечном направлении ВТСП-ленты (экспериментальный образец № 1)

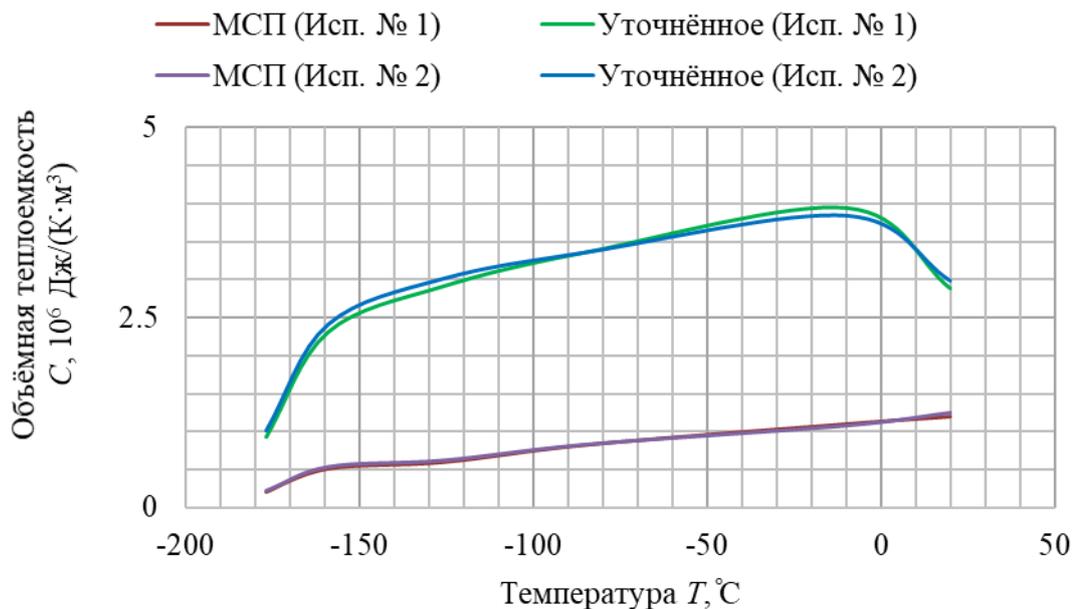


Рисунок 4.2 – Распределение объёмной теплоёмкости в поперечном направлении ВТСП-ленты (экспериментальный образец № 1)

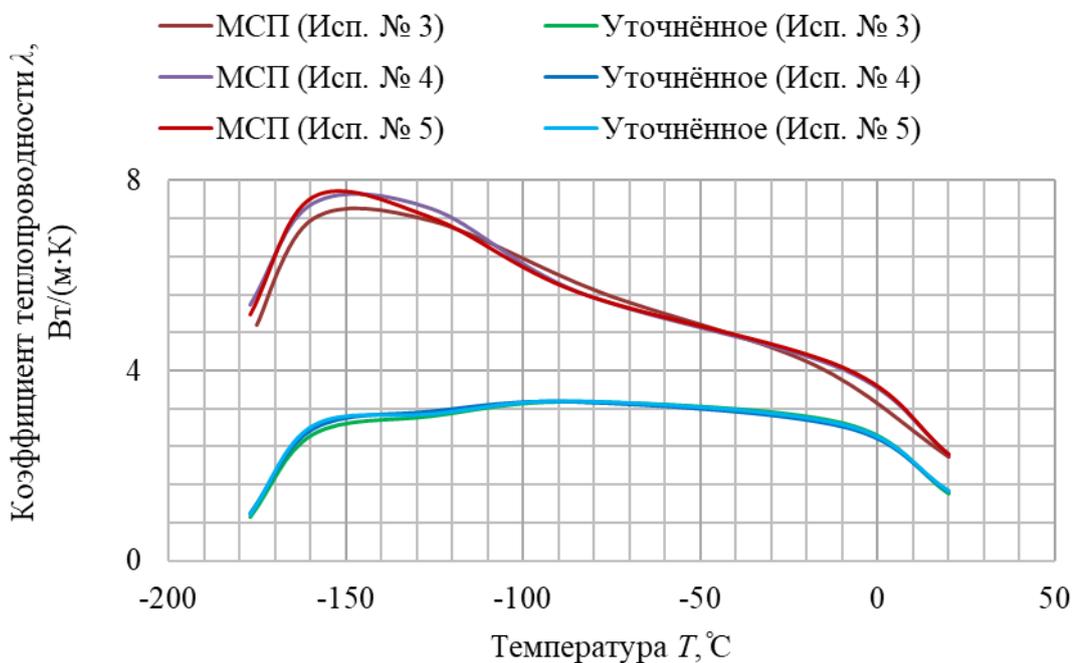


Рисунок 4.3 – Распределение коэффициента теплопроводности в продольном направлении ВТСП-ленты (экспериментальный образец № 2)

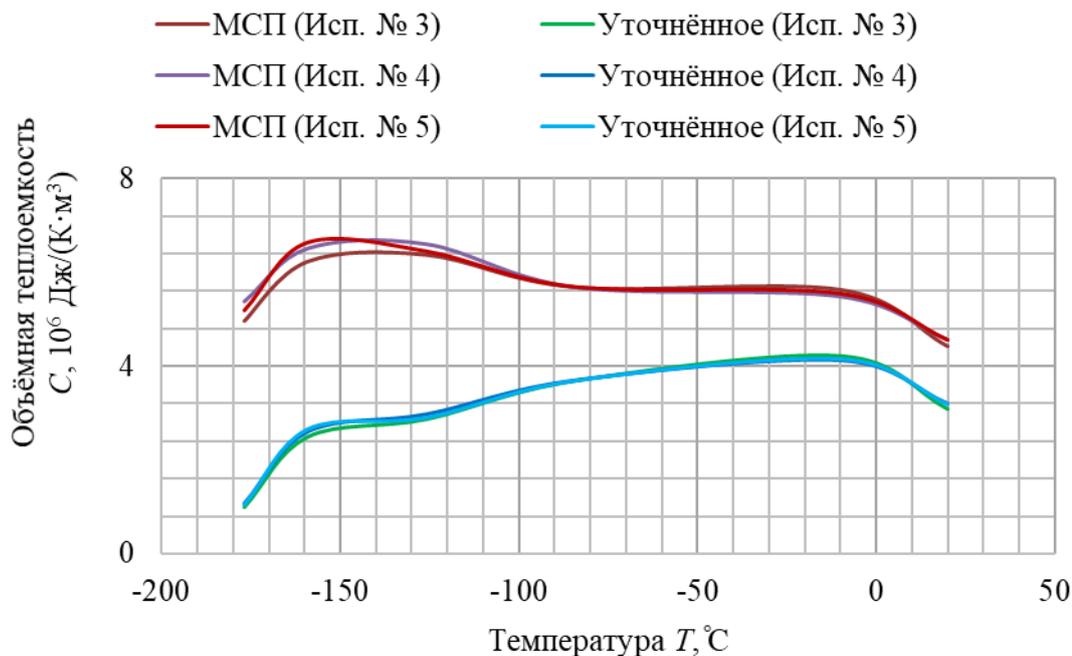


Рисунок 4.4 – Распределение объёмной теплоёмкости в продольном направлении ВТСП-ленты (экспериментальный образец № 2)

Упрощенная МСП была идентифицирована по экспериментальным данным, определены температурные зависимости её свойств, определённых как по виртуальной, так и по реальной модели. В соответствии с двухмодельным методом, описанным в § 2.1, для каждой температуры был найден коэффициент, равный частному свойств, идентифицированных по двум моделям. Этот коэффициент является поправкой, на которую необходимо было умножить соответствующее свойство имитационной модели для данной температуры, в результате чего было получено уточнённое значение.

Анализируя полученные результаты, можно заметить, что разные значения коэффициента теплопроводности для экспериментальных образцов № 1 и № 2 подтверждают сильную тепловую анизотропию ВТСП-ленты, вытекающую из её сложной композиционной структуры. Для поперечного направления характерны более низкие значения теплопроводности по сравнению с продольным, что объясняется многослойной структурой ленты и высоким термическим сопротивлением между слоями. Вычисленные значения объёмной теплоёмкости, как и следовало ожидать, совпадают для обоих образцов в пределах допустимых

погрешностей. Наблюдается рост удельной теплоёмкости с температурой, что типично для большинства материалов в криогенной области.

## § 4.2. Интерпретация результатов моделирования и эксперимента

Адекватность полученных результатов оценивается путём сопоставления экспериментальных температурных полей во времени с полями, полученными по уточнённой имитационной модели. Распределение температуры узлов подробной модели для образца № 1 и образца № 2 представлены на рисунках 4.5-4.6 и 4.7-4.9 соответственно. В таблице 4.1 приведены оценочные значения среднеквадратичного и максимального расхождения полученных температур от измеренных в экспериментах (рисунки 3.17-3.21).

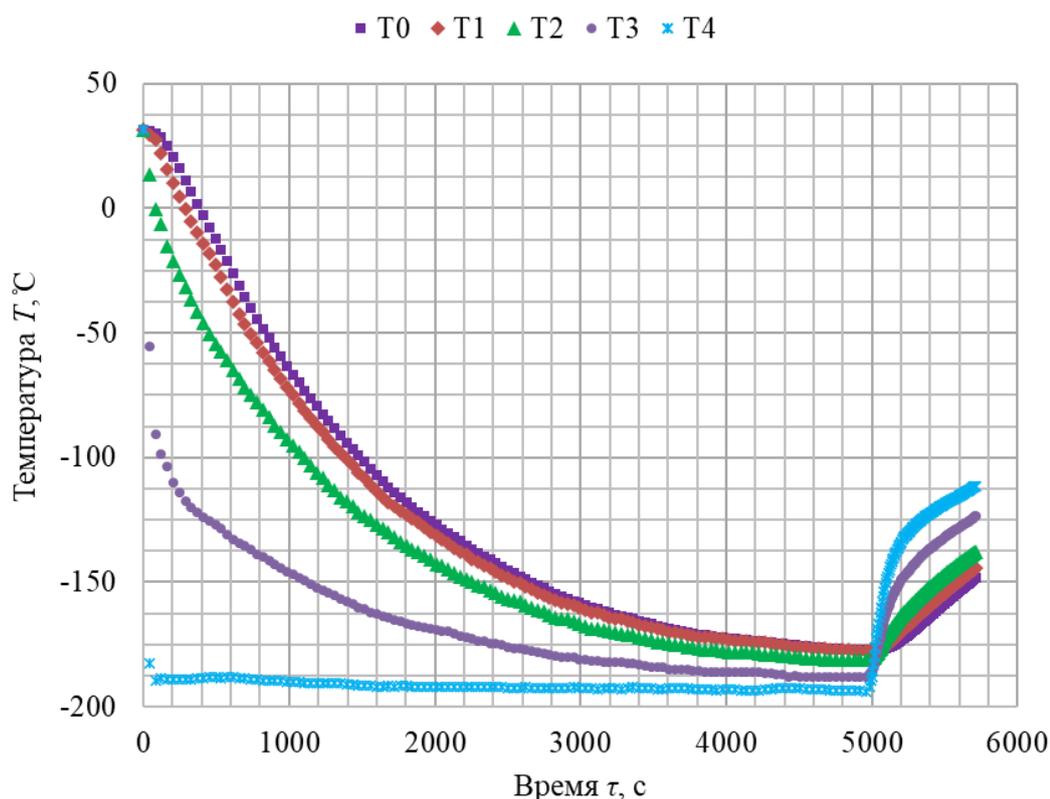


Рисунок 4.5 – Распределение температуры узлов подробной модели для испытания № 1, образец № 1 (T0, T1 – корпус; T2, T3, T4 – ВТСП)

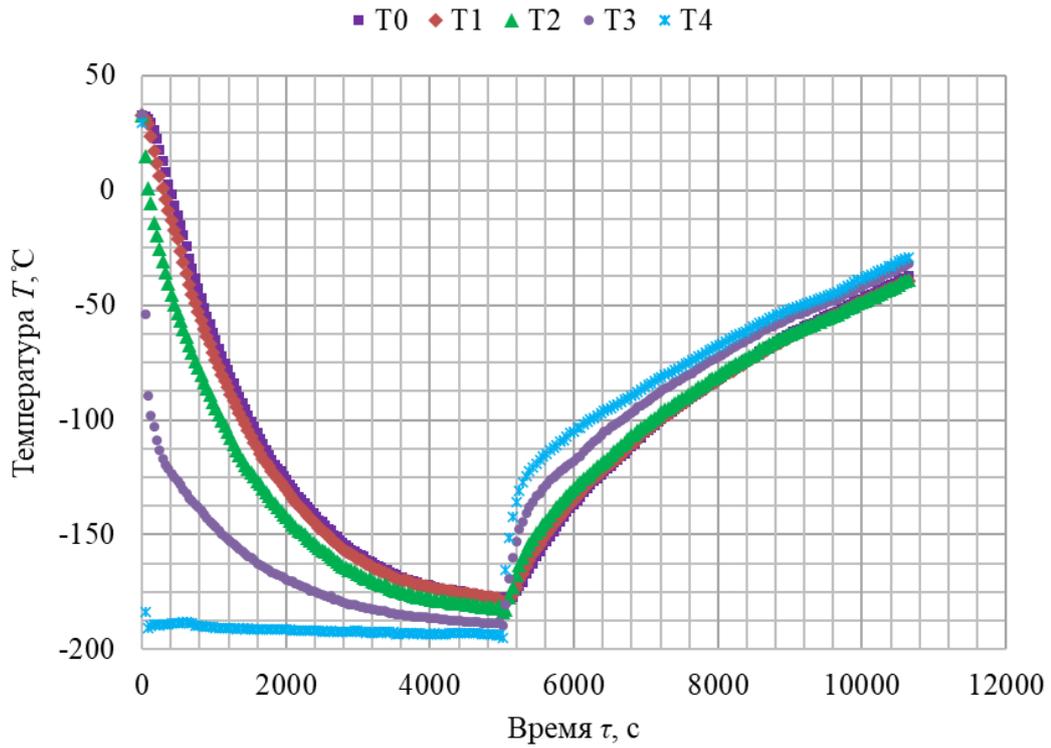


Рисунок 4.6 – Распределение температуры узлов подробной модели для испытания № 2, образец № 1 (T0, T1 – корпус; T2, T3, T4 – ВТСП)

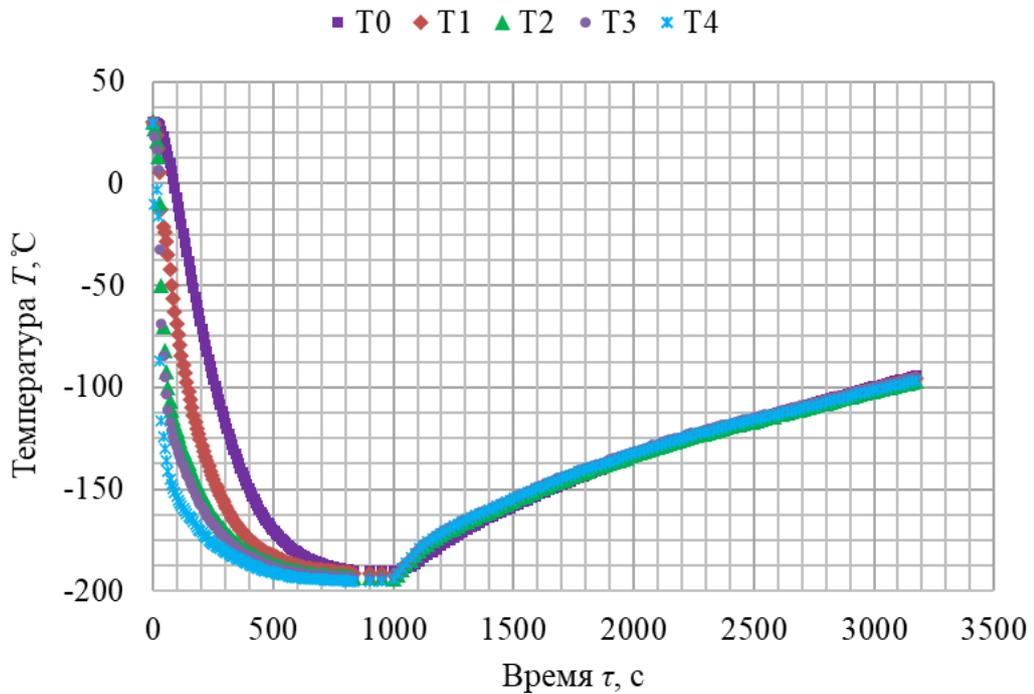


Рисунок 4.7 – Распределение температуры узлов подробной модели для испытания № 3, образец № 2, (T0, T1 – корпус; T2, T3, T4 – ВТСП)

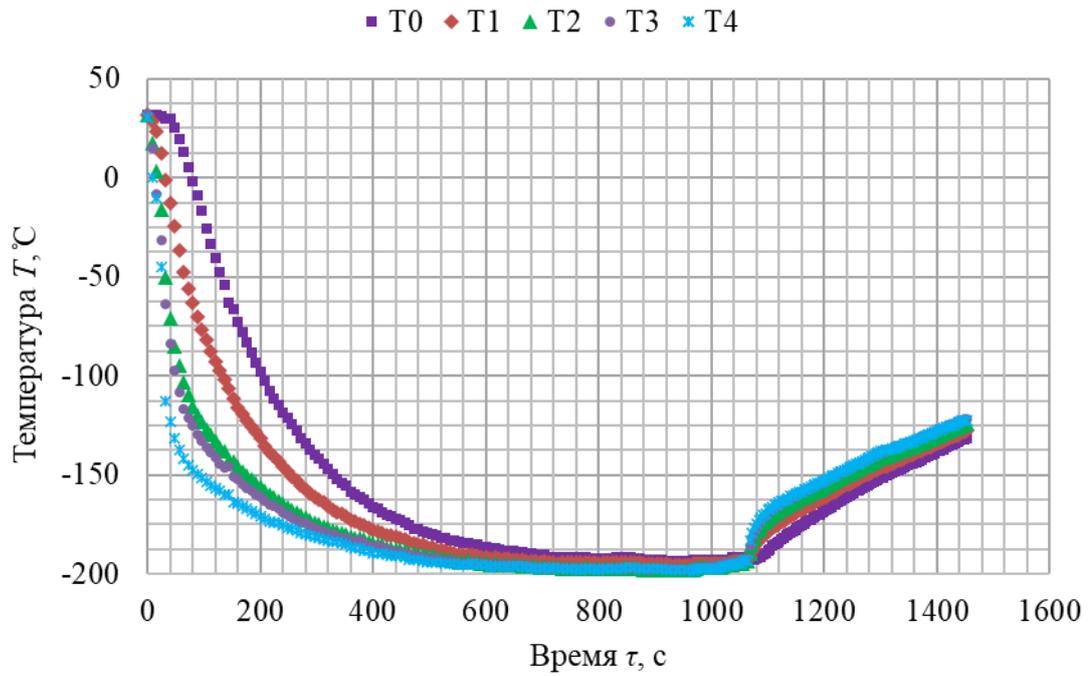


Рисунок 4.8 – Распределение температуры узлов подробной модели для испытания № 4, образец № 2 (T0, T1 – корпус; T2, T3, T4 – ВТСП)

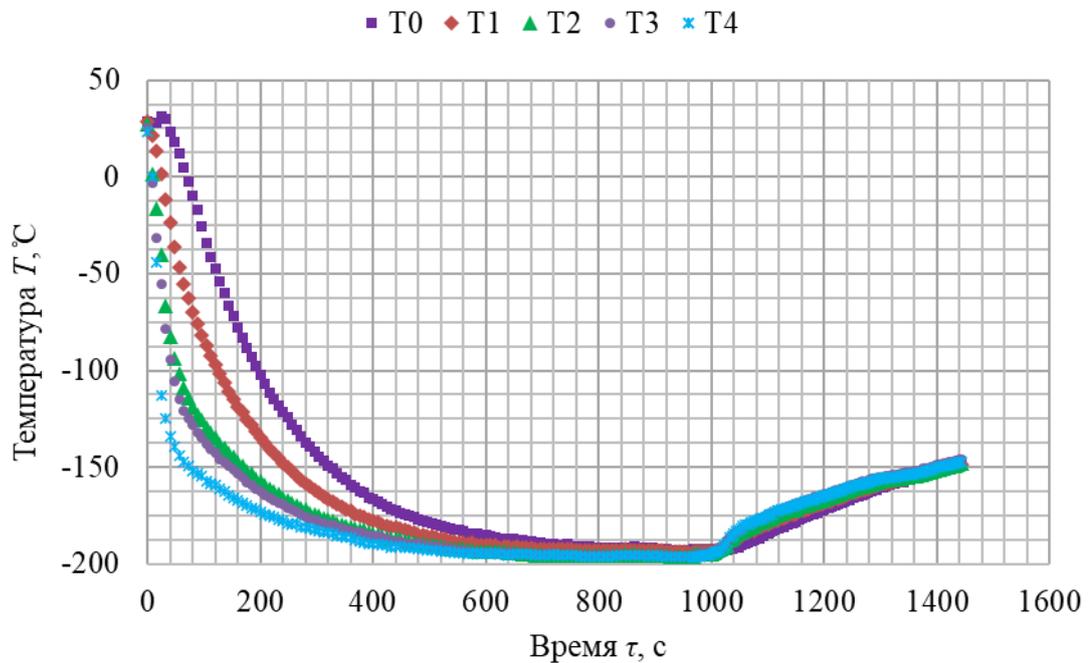


Рисунок 4.9 – Распределение температуры узлов подробной модели для испытания № 5, образец № 2, (T0, T1 – корпус; T2, T3, T4 – ВТСП)

Таблица 4.1 – Оценки среднеквадратичного и максимального расхождения экспериментальных и расчетных значений температур

Испытание	Среднеквадратичное расхождение температур, °С	Максимальное расхождение температур, °С
Испытание № 1, охлаждение (образец № 1)	1,43	5,44
Испытание № 1, нагрев (образец № 1)	1,21	4,75
Испытание № 2, охлаждение (образец № 1)	1,33	5,03
Испытание № 2, нагрев (образец № 1)	1,09	4,12
Испытание № 3, охлаждение (образец № 2)	1,64	5,38
Испытание № 3, нагрев (образец № 2)	1,06	3,42
Испытание № 4, охлаждение (образец № 2)	1,52	4,98
Испытание № 4, нагрев (образец № 2)	1,76	5,69
Испытание № 5, охлаждение (образец № 2)	1,42	4,47
Испытание № 5, нагрев (образец № 2)	1,92	5,81

Полученные среднеквадратичные и максимальные отклонения являются приемлемыми для задач теплового проектирования и идентификации теплофизических свойств, особенно в сложном криогенном диапазоне температур, что свидетельствует об удовлетворительной точности для данной экспериментальной установки и разработанной математической модели с учётом погрешностей показаний термомпар, неидеальности теплового контакта и влияния внешних факторов. Наличие систематических отклонений в некоторых испытаниях указывает на потенциальные направления для дальнейшего совершенствования методики (например, более точный учёт граничных условий).

#### **Выводы по главе 4**

Проведенные в данной главе исследования и работы позволяют сделать следующие выводы:

– на основе проведенных испытаний получены результаты обработки экспериментальных данных посредством использования разработанной методики определения теплофизических характеристик фрагмента реальной обмотки катушки на основе ВТСП-ленты вдоль оси перпендикулярной плоскости лент обмотки и вдоль осей, лежащих в плоскости лент обмотки;

– полученные свойства подтверждают сильную тепловую анизотропию ВТСП-ленты: для поперечного направления характерны более низкие значения теплопроводности по сравнению с продольным ввиду слоистой структуры ленты;

– разработанная математическая модель адекватна реальному процессу, что подтверждается малыми расхождениями между расчетными и экспериментальными данными.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным итогом диссертационной работы является решение научной задачи, заключающейся в разработке методики определения теплофизических свойств обмотки из ВТСП-материала для катушки статора, входящей в состав энергетической установки.

Конкретные результаты работы состоят в следующем:

1. Проведённый анализ текущего состояния проблемы показал активное развитие сверхпроводниковых энергоустановок и актуальность разработки комплексной методики на основе эффективных методов решения ОЗТ для определения теплофизических характеристик ВТСП-обмоток в криогенных средах.

2. Построены подробная и упрощённая промежуточные модели для катушки статора ВТСП-генератора для использования в опытной силовой криогенной энергосистеме. Разработаны алгоритмы идентификации математических моделей теплопереноса с различным числом пространственных измерений, выполнена верификация с помощью имитационного моделирования.

3. Проведены экспериментальные исследования двух образцов обмотки из ВТСП-материала, подтвердившие различия тепловых режимов в направлении оси перпендикулярной плоскости ленты и в направлении оси параллельной плоскости ленты и направленной поперек ее ширины.

4. В результате обработки экспериментальных данных получены значения коэффициента теплопроводности и объёмной теплоёмкости в зависимости от температуры для ВТСП-обмотки в поперечном и продольном направлении. Подтверждена значительная анизотропия теплофизических свойств.

В качестве следующего этапа развития научных исследований по данной тематике может рассматриваться:

– применение разработанной методики для установления количественной взаимосвязи между электропроводностью и теплопроводностью ВТСП-материалов в широком температурном диапазоне;

– использование полученных теплофизических характеристик для комплексного электротеплового моделирования всей энергетической установки с целью оптимизации ее рабочих режимов и систем криостабилизации;

– изучении влияния технологических параметров производства ВТСП-лент (таких как тип и толщина стабилизирующих слоев) на их эффективные теплофизические свойства с использованием разработанной методики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kamerlingh Onnes H. Further experiments with liquid helium. G. On the electrical resistance of pure metals, etc. VI. On the sudden change in the rate at which the resistance of mercury disappears // *Comm. Phys. Lab. Univ. Leiden*. 1911. № 124C. 11 p.
2. Bednorz J.G., Müller K.A. Possible high  $T_c$  superconductivity in the Ba-La-Cu-O system // *Zeitschrift für Physik B*. 1986. V. 64. № 2. Pp. 189-193. DOI:10.1007/BF01303701
3. Wu M.K., Ashburn J.R., Torng C.J., Hor P.H., Meng R.L., Gao L., Huang Z.J., Wang Y.Q., Chu C.W. Superconductivity at 93 K in a new mixed-phase Y-Ba-Cu-O compound system at ambient pressure // *Phys. Rev. Lett.* 1987. V. 58. Pp. 908-910.
4. Пенкин В.Т., Ковалев К.Л. Синхронные электрические машины с композитными и объемными сверхпроводниками в роторе для транспортных систем. – М.: Изд-во МАИ. 2018. 216 с.
5. Ковалёв Л.К., Ковалёв К.Л., Конеев С.М.-А., Пенкин В.Т., Полтавец В.Н. Электромеханические преобразователи на основе массивных высокотемпературных сверхпроводников. – М.: МАИ-ПРИНТ. 2008. 440 с.
6. Haran K.S. Kalsi S., Arndt T., Karmaker H., Badcock R., Buckley B., Haugan T., Izumi M., Loder D., Bray J.W., Masson P., Stautner E.W. High-Power Density Superconducting Rotating Machines – Development Status and Technology Roadmap // *Superconductor Science and Technology*. 2017. V. 30. № 12. 41 p. DOI: 10.1088/1361-6668/aa833e.
7. Jansen R.H., Kascak P., Dyson R., Woodworth A., Scheidler J., Smith A.D., Stalcup E., Tallerico T., Jesus-Arce Y.D., Avanesian D. High Efficiency Megawatt Motor Preliminary Design // *AIAA Propulsion and Energy Forum and Exposition*. 2019. 13 p. DOI: 10.2514/6.2019-4513.
8. Tallerico T.T., Scheidler J.J., Lee D., Haran K. Electromagnetic Redesign of NASA's High Efficiency Megawatt Motor // *AIAA/IEEE Electric Aircraft Technologies Symposium (EATS)*. 2020. 15 p.
9. Sasa H., Iwakuma M., Yoshida K., Sato S., Sasayama T., Yoshida T., Yamamoto K., Miura S., Kawagoe A., Izumi T., Tomioka A., Konno M., Sasamori Y.,

Honda H., Hase Y., Syutoh M., Lee S., Hasuo S., Nakamura M., Hasegawa T., Aoki Y., Umeno T. Experimental Evaluation of 1 kW-class Prototype REBCO Fully Superconducting Synchronous Motor Cooled by Subcooled Liquid Nitrogen for E-Aircraft // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. 2021. V. 31. № 5. 6 p. DOI: 10.1109/ TASC.2021.3055452.

10. Zhou X., Zou S., Chen W., Song S., Chen Z., Xu J., Yan M. Conceptual Design, AC Loss Calculation, and Optimization of an Airborne Fully High Temperature Superconducting Generator // Physica C: Superconductivity and its Applications. 2023. V. 605. 9 p. DOI: 10.1016/j.physc.2022.1354207.

11. Filipenko M., Kühn L., Gleixner T., Thummet M., Lessmann M., Möller D., Böhm M., Schröter A., Häse K., Grundmann J., Wilke M., Frank M., Hasselt P., Richter J., Herranz-Garcia M., Weidemann C., Spangolo A., Klöpzig M., Gröppel P., Moldenhauer S. Concept Design of a High-Power Superconducting Generator for Future Hybrid-Electric Aircraft // Superconductor Science Technology. 2020. V. 33. № 5. 16 p. DOI: 10.1088/1361-6668/ ab695a.

12. Ковалев Л.К., Ковалев К.Л., Конеев С.М.-А., Пенкин В.Т., Полтавец В.Н., Ильясов Р.И., Дежин Д.С. Электрические машины и устройства на основе массивных высокотемпературных сверхпроводников. – М.: Физматлит. 2010. 396 с.

13. Dezhin, D.S. Kovalev K.L., Verzhbitskiy L.G., Kozub S.S., Firsov V.P. Design and Testing of 200 kW Synchronous Motor with 2G HTS Field Coils // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2017. V. 87. 7 p. DOI: 10.1088/1755-1315/87/3/032007.

14. Kovalev K., Ivanov N., Zhuravlev S., Zdorova M., Shirokov A., Malevich N., Kaderov V., Kharkina O., Podguzov V., Zanegin S., Zanegin Y., Merkushev V., Sukhanov A., Shishov D., Zubko V. Superconducting System with 100 kW Output Power for Experimental Research // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. 2022. V. 32. № 4. Pp. 1-4. DOI: 10.1109/ TASC.2022.3147442.

15. Dezhin D., Ilyasov R. Development of fully Superconducting 5 MW Aviation Generator with Liquid Hydrogen Cooling // EUREKA: Physics and Engineering. 2022. № 1. Pp. 62-73. DOI: 10.21303/2461- 4262.2022.001771.

16. Ivanov N., Zhuravlev S., Zanegin S., Shirokov A., Zdorova M., Merkushev V., Suhanov A. Calculation, Design, and Winding Preliminary Tests of 90-kW HTS Machine for Small-Scale Demonstrator of Generating System for Future Aircraft with Hybrid Propulsion System // *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2023. V. 33. № 2. Pp. 1-5. DOI: 10.1109/TASC.2022.3228704.

17. Равикович Ю.А., Холобцев Д.П., Ермилов Ю.И., Федоров А.А. Математическое моделирование физических процессов в системах криообеспечения ВТСП устройств // Сборник тезисов докладов всероссийской конференции «XXXVII Сибирский теплофизический семинар», Новосибирск, 14-16 сентября 2021 года. – Новосибирск: Изд-во Института теплофизики СО РАН. С. 260.

18. Костюк В.В., Каторгин Б.И., Фирсов В.П., Ковалев К.Л., Равикович Ю.А., Тимушев С.Ф. Криообеспечение ВТСП электрогенераторов и электродвигателей. В кн.: *Инновационные технологии в энергетике. Прикладная высокотемпературная сверхпроводимость*. – М.: Наука. 2016. С. 77-114.

19. Bögel E., Collier-Wright M., Aggarwal K., Betancourt M.L.R. State of the Art Review in Superconductor-based Applied-Field Magnetoplasma dynamic thruster technology // *37th International Electric Propulsion Conference*. Massachusetts Institute of Technology. Cambridge. 2022. 11 p.

20. Yao H., Yang W., Zhang T., Wang B., Tang H. Electromagnetic Properties Analysis on Superconducting Magnet Coil for Magnetoplasma dynamic Thrusters // *Chinese Space Science and Technology*. 2017. V. 37. № 5. Pp. 1-8.

21. Voronov A., Troitskiy A., Egorov I., Samoilenkov S., Vavilov A. Magnetoplasma dynamic Thruster with an Applied-Field based on the Second Generation High-Temperature Superconductors // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. V. 1686. 31 p.

22. Saulnieb J.B., Martinet J. Quelques aspects des phénomènes thermoélectriques // *Revue général de thermique*. 1982. V. 21. № 252. Pp. 185-189.

23. Охотин А.С., Боровикова Р.П., Нечаева Т.В. Теплопроводность твердых тел: Справочник. – М.: Энергоатомиздат. 1964. С. 5-33.

24. Новицкий Л.А., Кожевников И.Г. Теплофизические свойства материалов при низких температурах. Справочник. – М: Машиностроение. 1975. 216 с.
25. Алифанов О.М., Ненарокомов А.В., Викулов А.Г. Тепловая и электрическая проводимость в металлах, полупроводниках и их контактах // Тезисы 19-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика». Москва. 23-27 ноября 2020 года. – М.: Изд-во «Перо». 2020. С. 206-207.
26. Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа. – М.: Наука. 1978. 351 с.
27. Тихонов А.Н. Об устойчивости обратных задач // ДАН СССР. 1943. Т. 39. № 5. С. 195-198.
28. Иванов В.К. Обратная задача потенциала для тела, близкого к данному // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1956. Т. 20. № 6. С. 793-818.
29. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики. – Новосибирск: Наука. 1962. 96 с.
30. Тихонов А.Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации // ДАН СССР. 1963. Т. 151. № 3. С. 501-504.
31. Тихонов А.Н. О регуляризации некорректно поставленных задач // ДАН СССР. 1963. Т. 153. № 1. С. 49-52.
32. Алифанов О.М. Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов (введение в теорию обратных задач теплообмена). – М.: Машиностроение. 1979. 216 с.
33. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач и их приложения к обратным задачам теплообмена. – М.: Наука. 1988. 288 с.
34. Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена. – М.: Машиностроение. 1988. 280 с.
35. Алифанов О.М. Решение обратной задачи теплопроводности итерационными методами // ИФЖ. 1974. Т. 26. № 4. С. 682-689.
36. Алифанов О.М., Румянцев С.В. Об одном способе решения некорректно поставленных задач // ИФЖ. 1978. Т. 34. № 2. С. 328-331.

37. Алифанов О.М., Румянцев С.В. Об устойчивости итерационных методов решения линейных некорректных задач // ДАН СССР. 1979. Т. 248. № 6. С. 1289-1291.

38. Алифанов О.М., Ненарокомов А.В., Салосина М.О. Обратные задачи в тепловом проектировании и испытаниях космических аппаратов. – М.: Изд-во МАИ. 2021. 160 с.

39. Алифанов О.М., Горшков М.И., Мишин В.П., Панкратов Б.М. Исследование переходных процессов теплообмена между твердым телом и плазменной струей // ИФЖ. 1975. Т. 29. № 2. С. 26-30

40. Алифанов О.М., Батура Н.И., Беспалов А.М., Горшков М.И., Кузьмин Н.А., Майоров А.И. Применение новой методики испытаний и обработки результатов эксперимента в тепловой аэродинамической трубе при исследовании процессов нестационарной теплопередачи // ИФЖ. 1977. Т. 32. № 6. С. 988-992.

41. Алифанов О.М., Батура Н.И., Беспалов А.М., Горшков М.И., Кузьмин Н.А., Майоров А.И. Исследование нестационарного теплообмена на модели заостренного цилиндра большого удлинения с применением численной обработки результатов эксперимента // Труды ЦАГИ. 1979. Вып. 1996. 24 с.

42. Алифанов О.М., Будник С.А., Ненарокомов А.В., Титов Д.М. Отработка датчиков тепловых потоков на основе методологии обратных задач // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18. № 4. С. 7-17.

43. Фирсюк С.О., Лысков Д.В., Терентьев В.В., Харри А.-М., Успенский М.В., Хаукка А., Алексашкин С.Н., Финченко В.С. Спускаемые в атмосфере планет аппараты с аэроупругими (надувными) тормозными устройствами и моделирование тепловых стендовых испытаний их полномасштабных макетов // Тепловые процессы в технике. 2015. Т. 7. № 8. С. 370-378.

44. Nenarokomov A.V., Alifanov O.M., Budnik S.A., Netelev A.V. Research and development of heat flux sensor for ablative thermal protection of spacecrafts // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. V. 97. Pp. 990-1000.

45. Алифанов О.М., Будник С.А., Моржухина А.В., Ненарокомов А.В., Нетелев А.В., Титов Д.М. Датчики тепловых потоков, интегрируемые в конструкцию теплозащитных покрытий // ИФЖ. 2018. Т. 91. № 1. С. 32-45.
46. Алифанов О.М., Геджадзе И.Ю. Способ быстрой идентификации тепловых потоков // ИФЖ. 1998. Т. 71. № 1. С. 30-40.
47. Алифанов О.М., Репин И.В. Исследование теплообмена в гетерогенных потоках методом обратных задач теплопроводности // Теплофизика высоких температур. 1993. Т. 31. № 1. С. 78-82.
48. Alifanov O.M. Mathematical and experimental simulation in aerospace system verification // Acta Astronautica. 1997. V. 41. № 1. Pp. 43-52.
49. Балаковский С.Л., Дилигенский Н.В. О двухмодельном итерационном методе решения граничной обратной задачи теплообмена // ИФЖ. 1989. Т. 56. № 2. С. 313-319.
50. Балаковский С.Л. Решение обратных задач теплообмена двухмодельным методом // ИФЖ. 1989. Т. 57. № 3. С. 500-503.
51. Гоял А. Токонесущие ленты второго поколения на основе высокотемпературных сверхпроводников. – М.: Изд-во ЛКИ. 2009. 432 с.
52. Alifanov O.M., Budnik S.A., Nenarokomov A.V., Titov D.M. Parametric identification of a mathematical model of heat transfer in carbon-carbon (C-C) materials for aeronautical application // Russian Aeronautics. 2016. V. 59. № 4. Pp. 548-551.
53. Albano M., Gabrielli A., Ianelli S., Alifanov O.M., Budnik S.A., Morzhukhina A.V., Nenarokomov A.V., Titov D.M., Marchetti M. Carbon/Carbon high thickness shell for advanced space vehicles // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2019. V. 128. Pp. 613-622.
54. Delfini A, Pastore R., Santoni F., Piergentili F., Albano M., Alifanov O.M., Budnik S.A., Morzhukhina A. V., Nenarokomov A.V., Titov D.M., Marchetti M. Thermal analysis of advanced plate structures based on ceramic coating on carbon/carbon substrates for aerospace Re-Entry Re-Useable systems // Acta Astronautica. 2021. V. 183. Pp. 153-161.

55. Михалев А.М., Резник С.В. Метод определения теплофизических свойств ортотропных материалов на основе решения двумерной обратной задачи теплопроводности // ИФЖ. 1989. Т. 56. № 3. С. 483-491.

56. Резник С.В., Тимошенко В.П., Просунцов П.В., Миаль Л.В. Теоретические основы определения продольной теплопроводности тонкостенных элементов конструкций из композиционных материалов // ИФЖ. 2014. Т. 87. № 4. С. 838-844.

57. Резник С.В., Просунцов П.В., Денисов О.В., Петров Н.М., Шуляковский А.В., Денисова Л.В. Расчетно-экспериментальное определение теплопроводности углепластика в плоскости армирования на основе бесконтактного измерения температуры // Тепловые процессы в технике. 2016. Т. 8. № 12. С. 557-563.

58. Резник С.В., Просунцов П.В., Денисов О.В., Петров Н.М., Хеонг Л.В. Расчетно-экспериментальная методика определения теплопроводности композиционного материала корпуса наноспутника // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2017. Т. 18. № 3. С. 345-352.

59. Резник С.В., Денисов О.В., Просунцов П.В., Денисова Л.В., Бондалетов Д.Н., Петров Н.М. Отработка методики исследования коэффициента теплопроводности анизотропных композитов // Материалы XXI Международной конференции «Проблемы управления и моделирования в сложных системах», Самара, 3-6 сентября 2019 года. – Самара: ООО «Офорт». 2019. С. 443-446.

60. Cheng, C.H.H., Chung S. A three-dimensional inverse problem of estimating the volumetric heat generation for a composite material // Numerical Heat Transfer. Part A: Applications. 2001. V. 39. № 4. Pp. 383-403. DOI: 10.1080/10407780151063179

61. Kim S.K., Jung B.S., Kim H., Lee W.I. Inverse estimation of thermophysical properties for anisotropic composite // Experimental Thermal and Fluid Science. 2013. V. 27. № 6. Pp. 697-704. DOI: 10.1016/S0894-1777(02)00309-6.

62. Al-Mahdawi H. Development the Numerical Method to Solve the Inverse Initial Value Problem for the Thermal Conductivity Equation of Composite Materials //

Journal of Physics: Conference Series. 2021. V. 1879. 10 p. DOI: 10.1088/1742-6596/1879/3/032016.

63. Ozisik M. N. Heat transfer. – USA: McGraw-Hill Book Co. 1985. 611 p.

64. Романовский М.Р. Математическое моделирование экспериментов с помощью обратных задач // ИФЖ. 1989. Т. 57. № 3. С. 494-500.

65. Романовский М.Р. Планирование эксперимента при идентификации математических моделей // ИФЖ. 1990. Т. 58. № 6. С. 1018-1026.

66. Rektorys K. Variational methods in mathematics, science and engineering. Second edition. – USA: D. Reidel publishing company. 1980. Pp. 22, 34-35, 48-49, 94.

67. Компаунд STYCAST 2850 FT: [Электронный ресурс] // Компания Альтитэк. URL: <http://altitek.ru/catalog/manufacturer/489/2777/>. (Дата обращения: 24.12.2021).

68. Алифанов О.М., Будник С.А., Михайлов В.В., Ненарокомов А.В. Экспериментально-вычислительный комплекс для исследования теплофизических свойств теплотехнических материалов // Космонавтика и ракетостроение. 2006. Т. 42. № 1. С. 126-139.

69. Alifanov O.M., Budnik S.A., Mikhailov V.V., Nenarokomov A.V. An Experimental-Computational System for Materials Thermal Properties Determination and its Application for Spacecraft Testing // Acta Astronautica. 2007. V.61. Pp. 341-351.

70. Лившиц М.Ю., Бородулин Б.Б. Оптимальное управление температурными режимами приборных конструкций автономных объектов // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ. 2015. Т. 10. С. 31-34.

71. Лившиц М.Ю. Системная оптимизация процессов тепло- и массопереноса технологической теплофизики // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ. 2016. № 11 (93). С. 104-114.

72. Викулов А. Г., Ненарокомов А. В. Уточненное решение вариационной задачи идентификации математических моделей теплообмена с сосредоточенными параметрами // ТВТ. 2019. Т. 57. № 2. 234-245.

73. Викулов А.Г., Ненарокомов А.В. Параметрическая идентификация математических моделей теплообмена в космических аппаратах // ИФЖ. 2019. Т. 92. № 1. С. 32-45.

74. Alifanov O.M. Inverse Heat Transfer Problems. – Springer. 1994. 348 p.

75. Алифанов О.М., Вабищевич П.Н., Михайлов В.В., Ненарокомов А.В., Полежаев Ю.В., Резник С.В. Основы идентификации тепловых процессов и систем. – М.: Логос. 2001. 400 с.

76. Алифанов О.М., Викулов А.Г., Ненарокомов А.В., Моржухина А.В., Ильин В.В. Идентификация теплофизических свойств высокотемпературного керамического материала // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: Тезисы докладов XXIII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева, 24-28 мая 2021 года, Екатеринбург. – М.: Издательский дом МЭИ. 2021. С. 208-209.

77. Alifanov O.M., Nenarokomov A.V., Vikulov A.G., Morzhukhina A.V., Budnik S.A., Ilyin V.V. Modeling and identification of mathematical model of high-temperature superconducting coil // Proceedings of CHT-21 ICNMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer. 2021. Pp. 293-304.

78. Алифанов О.М., Викулов А.Г., Ненарокомов А.В., Моржухина А.В., Ильин В.В., Будник С.А. Идентификация теплофизических свойств многослойных обмоток сверхпроводящих катушек // Сборник тезисов докладов всероссийской конференции «XXXVII Сибирский теплофизический семинар», Новосибирск, 14-16 сентября 2021 года. – Новосибирск: Изд-во Института теплофизики СО РАН. С. 255.

79. Ильин В.В. Перспективы использования высокотемпературных сверхпроводниковых генераторов в составе энергоустановки космического аппарата. // Гагаринские чтения – 2023: Сборник тезисов докладов XLIX Международной молодежной научной конференции, Москва, 11-14 апреля 2023 года. – М: Изд-во «Перо». 2023. С. 366-367.

80. Алифанов О.М., Будник С.А., Викулов А.Г., Ненарокомов А.В., Титов Д.М., Моржухина А.В., Ильин В.В. Идентификация математических

моделей теплопереноса ВТСП катушек. 1. Технические средства и методика проведения эксперимента // ИФЖ. 2023. Т. 96, № 5. С. 1381-1391.

Имеется перевод: Alifanov O.M., Budnik S.A., Vikulov A.G., Nenarokomov A.V., Titov D.M., Morzhukhina A.V., Il'in V.V. Identification of mathematical models of heat transfer of HTSC coils. 1. Technical tools and experimental technique // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2023. V. 96. № 5. Pp. 1370-1381. DOI: 10.1007/s10891-023-02803-z.

81. Ильин В.В., Моржухина А.В., Викулов А.Г., Двухмодельный метод решения обратных задач теплообмена для идентификации модели катушки из высокотемпературного сверхпроводника // Авиация и космонавтика: Тезисы 22-ой Международной конференции, Москва, 20-24 ноября 2023 года. – М: Изд-во «Перо». 2023. С. 211.

82. Алифанов О.М., Будник С.А., Викулов А.Г., Ненарокомов А.В., Титов Д.М., Моржухина А.В., Ильин В.В. Идентификация математических моделей теплопереноса ВТСП катушек. 2. Алгоритм решения ОЗТ и результаты обработки экспериментальных данных // ИФЖ. 2023. Т. 96, № 6. С. 1405-1418.

Имеется перевод: Alifanov O.M., Budnik S.A., Vikulov A.G., Nenarokomov A.V., Titov D.M., Morzhukhina A.V., Il'in V.V. Identification of mathematical models of heat transfer of HTSC coils. 2. Algorithm for solving IHP and the results of experimental data processing // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2023. V. 96. № 6. Pp. 1393-1406. DOI: 10.1007/s10891-023-02807-9.

83. Ильин В.В., Моржухина А.В., Викулов А.Г. Идентификация теплофизических свойств сверхпроводниковой катушки статора генератора для силовой криогенной энергосистемы космических аппаратов // XLVIII Академические чтения по космонавтике: Сборник тезисов, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых-пионеров освоения космического пространства, Москва, 23-26 января 2024 года. – М.: Изд-во МГТУ. 2024. С. 378-380.

84. Будник С.А., Викулов А.Г., Ильин В.В., Моржухина А.В. Расчётно-экспериментальное определение теплофизических характеристик катушек из

высокотемпературного сверхпроводящего материала // Материалы XVII Минского международного форума по тепло- и массообмену, 20-24 мая 2024 года. – Минск: Изд-во Института тепло- и массообмена НАН Беларуси. 2024. С.569-570.

85. Alifanov O.M., Nenarokomov A.V., Vikulov A.G., Morzhukhina A.V., Budnik S.A., Ilyin V.V., Titov D.M. Identification of heat transfer mathematical model of high-temperature superconducting coil // Conference Proceedings: 11th International Conference on Inverse Problems in Engineering, Búzios, Rio de Janeiro, June 23-28, 2024. – Brazil: ABCM. 2024. 11 p.

86. Будник С.А., Викулов А.Г., Моржухина А.В., Ильин В.В. Методика определения теплофизических свойств катушки из высокотемпературного сверхпроводника, входящей в состав статора генератора для энергетической установки // Современные проблемы теплофизики и энергетики: Материалы IV международной конференции, Москва, 21-25 октября 2024 года. – М.: Изд-во МЭИ. 2024. С. 323-324.

87. Ильин В. В., Моржухина А.В. Анализ текущего состояния проблемы исследования теплофизических свойств сверхпроводниковых материалов в составе электрических машин // Инженерная физика. 2025. № 5. С. 11-20.