

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ СТАРТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С СОЛНЕЧНОЙ ЭЛЕКТРОРАКЕТНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ ПРИ ПЕРЕЛЕТАХ С ВЫСОКОЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ НА ГЕОСТАЦИОНАРНУЮ ОРБИТУ

Салмин В.В.* , Петрухина К.В.** , Кветкин А.А.***

*Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
Московское шоссе, 34, Самара, 443086, Россия*

** e-mail: sputnik@ssau.ru*

*** e-mail: kseniya_10.05@mail.ru*

**** e-mail: emancipee163@yandex.ru*

Статья поступила в редакцию 06.02.2021

Рассматривается задача отыскания начальных условий старта космического аппарата, при которых суммарное время пребывания его в тени на участке выведения было бы минимальным. Предлагается модель расчета продолжительности теневых участков орбиты. В качестве математической модели управляемого движения космического аппарата под действием малой реактивной тяги приняты уравнения движения космического аппарата в оскулирующих элементах. Разработан алгоритм решения задачи поиска оптимальных начальных условий перелета. В качестве критерия оптимальности принята суммарная продолжительность пребывания космического аппарата с солнечной электроракетной двигательной установкой в тени Земли на всей траектории многовиткового перелета. В качестве оптимизируемых параметров эллиптической орбиты выбраны следующие: дата старта – аргумент перигея – долгота восходящего узла. Проведены расчеты траекторий перелета космического аппарата с высокоэллиптической на геостационарную орбиту для трех наклонений начальной орбиты, выполненных с варьированием оптимизируемых параметров. На основе результатов моделирования найдены рациональные с точки зрения сокращения времени перелета окна запуска космического аппарата и соответствующие начальные условия орбиты.

Ключевые слова: теневые участки орбиты, высокоэллиптическая орбита, геостационарная орбита, модель тени, приближенно-оптимальный закон управления, электроракетный двигатель, выведение космического аппарата.

Введение

В настоящее время при выведении спутников на удаленные орбиты, включая геостационарную орбиту, всё чаще используются комбинированные схемы, предусматривающие использование двигателей большой и малой тяги. При этом предпочтительным является формирование переходной эллиптической орбиты с помощью верхней ступени ракеты-носителя, а довыведение космического аппарата (КА) на рабочую орбиту выполняется собственной электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ). Радиус апогея переходной эллиптической орбиты может быть равным радиусу рабочей орбиты, а также больше или меньше его (рис. 1).

Кроме того, существуют альтернативные баллистические схемы. Авторами статьи [1] предлагается формировать переходную орбиту ступенью с жидкостными ракетными двигателями. Концепция применения тяжелого межорбитального транспортного электроракетного буксира для доставки полезных грузов на удаленные орбиты подробно описана в работе [2].

Основным источником энергии для подавляющего большинства КА с ЭРДУ является солнечное излучение, преобразуемое в электричество с помощью фотоэлектрических солнечных батарей (СБ). Полет таких КА существенно зависит от освещенности панелей СБ. Таким образом, одним из основных вопросов, необходимых для решения

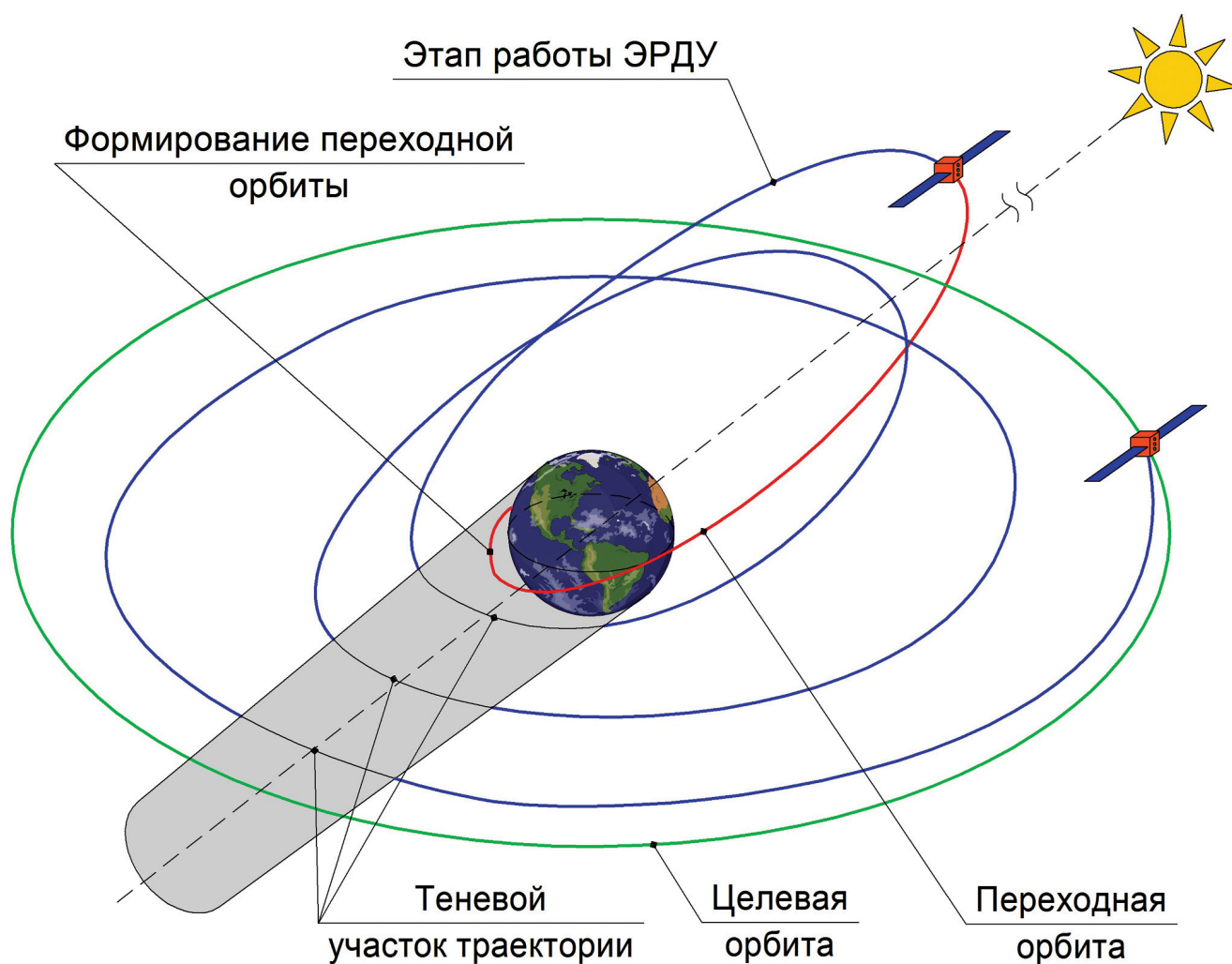


Рис. 1. Схема перелета КА с ЭРДУ с высокоэллиптической на геостационарную орбиту

задачи проектирования КА с солнечной ЭРДУ является расчет оптимальных начальных условий старта с учетом продолжительности теневых участков.

В отечественной космонавтике примером применения ЭРДУ с солнечной энергоустановкой могут служить КА «Экспресс-АМ5» и «Экспресс-АМ6» [3]. Одними из первых зарубежных КА, использующих ЭРДУ для довыведения, стали аппараты на платформе Boeing 702 [4, 5]. Задачам, возникающим при проектировании геостационарных спутников связи с собственной ЭРДУ, посвящена работа [6].

Проблема управления КА с солнечной ЭРДУ рассматривалась в работах [7–12]. В работе [13] описано применение моделей освещенности КА при перелете между круговыми орбитами. В работе [14] автором решена задача оптимизации

управления КА с ЭРДУ; проводится анализ поведения управляющих углов; приведены отдельные результаты расчета квазиоптимальных перелетов с учетом теневых участков траектории и нецентральности поля тяготения Земли. Задача отыскания оптимальных условий старта КА с ЭРДУ, с точки зрения минимизации времени нахождения КА в тени Земли, исследована меньше. Так, авторами статьи [15] предложена методика отыскания «окон старта» при перелетах между круговыми некомпланарными орбитами с применением различных моделей освещенности КА.

В ходе выведения КА с ЭРДУ должно обеспечиваться отклонение вектора тяги в соответствии с заложенной программой управления, а также ориентация панелей солнечных батарей на Солнце. В работе [16] исследованы данные проблемы на примере перелетов с высокоэллиптической на

геостационарную орбиту, показана принципиальная возможность обеспечения управления с отклоняющимися электроракетными двигателями.

Критерием оптимальности перелета между произвольными околоземными орбитами с учетом светотеневой обстановки является минимум времени пребывания космического аппарата в тени Земли. Общая продолжительность теневых участков при межорбитальном перелете будет зависеть от взаимного положения Солнца и плоскости орбиты КА. Для решения задачи выбора начальных условий старта предлагается рассмотреть зависимость продолжительности теневого участка от совокупности проектно-баллистических параметров перелета: долготы восходящего узла, аргумента перигея, даты старта КА.

В реальных схемах на первом этапе (дальнего наведения) КА приводится в некоторую область параметров целевой орбиты Q по большой полуоси, эксцентриситету, наклонению и долготе стояния. На втором этапе точного наведения устраняются ошибки первого этапа. Поэтому перед интегрированием будем задавать фиксированные конечные значения эксцентриситета и наклонения, соответствующие требуемой точности решения задачи. Подробно проблема управления при переводе космического аппарата в заданную орбитальную позицию и удержания в ней рассмотрена в работах [17–20].

1. Модель учета светотеневых участков траектории полета космического аппарата

Рассмотрим задачу освещенности КА Солнцем как задачу освещения материальной точки, дви-

жущейся в окрестности планеты (Земли). Здесь будем использовать модель вычисления продолжительности теневых участков орбиты, предложенную в работе [15]. В общем случае КА в орбитальном движении будет периодически попадать в тень Земли. Длительности нахождения в тени в общем случае зависят от орбитальных параметров (прежде всего, от наклонения орбиты и высоты полета КА), а также времени года. Решение задачи предполагает известными на рассматриваемом интервале времени координаты Солнца и эфемериды КА.

В общем случае тень планеты состоит из двух областей: полной тени и полутени. Полная тень образуется в конусе со стороны, противоположной Солнцу. К полутени можно отнести область, лежащую в пространстве между полной тенью и полной освещенностью. Уменьшение интенсивности солнечного излучения обусловлено тем, что диск Солнца частично закрывается планетой.

Точность анализа условий освещенности и оценка времени нахождения КА в тени определяется характером решаемых задач. В большинстве случаев планету (Землю) можно рассматривать как сферу и не учитывать рефракцию солнечных лучей в атмосфере. Для приближенного анализа примем, что тень Земли является цилиндрической [21] (рис. 2).

Решение задачи определения светотеневых участков траектории сводится к поиску значения выражения (1) [15]

$$\Phi_T = a_3^2 (1 + e \cos \vartheta)^2 + p^2 (A \cos \vartheta + B \sin \vartheta)^2 - p^2, \quad (1)$$

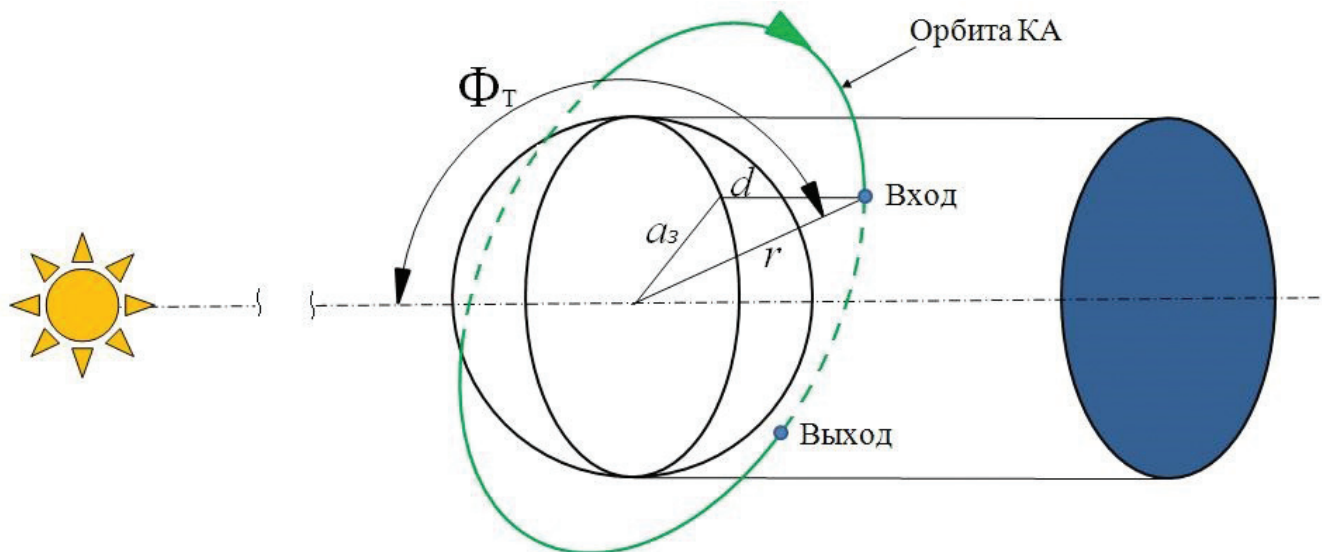


Рис. 2. К определению взаимного положения Солнца, Земли и космического аппарата

где a_3 — радиус Земли; e, p, θ — текущие значения эксцентриситета, большой полуоси и истинной аномалии орбиты КА;

$$A = \frac{X_C \cdot p_1 + Y_C \cdot p_2 + Z_C \cdot p_3}{(X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2)^{1/2}},$$

$$B = \frac{X_C \cdot q_1 + Y_C \cdot q_2 + Z_C \cdot q_3}{(X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2)^{1/2}}, \quad (2)$$

где X_C, Y_C, Z_C — координаты Солнца в геоцентрической системе координат; \bar{p}, \bar{q} — единичные векторы, описывающие положение КА в плоскости $OX_\omega Y_\omega$ (ось OX_ω направлена на перигей орбиты, OY_ω — в сторону движения КА),

$$p_X = \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i;$$

$$p_Y = \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i;$$

$$p_Z = \sin \omega \sin i; \quad (3)$$

$$q_X = -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \sin \Omega \cos i;$$

$$q_Y = -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos \Omega \cos i;$$

$$q_Z = \cos \omega \sin i.$$

Условием входа в область тени или выхода из нее является равенство $\Phi_T = 0$, а физический смысл ($\cos \phi \leq 0$) имеют те решения уравнения (1), для которых выполняются условия

$$A \cdot \cos \vartheta + B \cdot \sin \vartheta < 0.$$

При анализе условий освещенности необходимо учитывать следующее правило: если КА входит в тень, то Φ_T меняет знак с минуса на плюс, если КА выходит из тени — Φ_T меняет знак с плюса на минус [21].

2. Модель управляемого возмущенного движения КА

Для космических аппаратов с двигателями малой тяги характерна большая длительность перелета. Учитывая эту особенность, наиболее

часто для описания движения таких КА используют модели движения в оскулирующих или равноденственных элементах орбит. В данной работе для удобства будет использоваться модель в оскулирующих элементах, где ускорение от работающей ЭРДУ рассмотрено как возмущающее.

Запишем выражения для компонент реактивного ускорения в орбитальной системе координат:

$$T_r = \delta a \cos \lambda \cos \psi;$$

$$S_r = \delta a \sin \lambda \cos \psi;$$

$$W_r = \delta a \sin \psi. \quad (4)$$

Здесь a — модуль полного реактивного ускорения; δ — функция включения-выключения двигателей, $\delta = \{0, 1\}$; λ — угол между проекцией вектора тяги на мгновенную плоскость орбиты и трансверсалью \vec{T} , $\lambda \in [0^\circ; 180^\circ]$; ψ — угол между проекцией вектора тяги на мгновенную плоскость местного горизонта и трансверсалью \vec{T} , $\psi \in [-90^\circ; 90^\circ]$ (рис. 3). В дальнейшем будем считать, что на теневых участках траектории двигатели отключены.

Управлениями являются углы ориентации вектора тяги λ, ψ .

3. Решение задачи приближенно-оптимального управления вектором тяги ЭРДУ

Решение задачи оптимального управления элементами орбиты в строгой постановке, вытекающей из формализма Лагранжа—Понтрягина, связано с большими вычислительными трудностями; кроме того, на первый план выходит проблема сходимости и единственности решения, устойчивости алгоритма решения краевой задачи. Предлагается решать исходную задачу на основе теории локальной оптимизации, подробное решение которой приведено в работе [7].

В соответствии с принципом взаимности в теории оптимального управления вариационная задача о минимуме продолжительности динамического маневра с фиксированными граничными условиями эквивалентна задаче минимизации обобщенной невязки по отклонениям терминальных значений компонент вектора состояния при фиксированной продолжительности маневра [22].

Упростим задачу, считая, что конечные условия на переменные ω, Ω, i не накладываются.

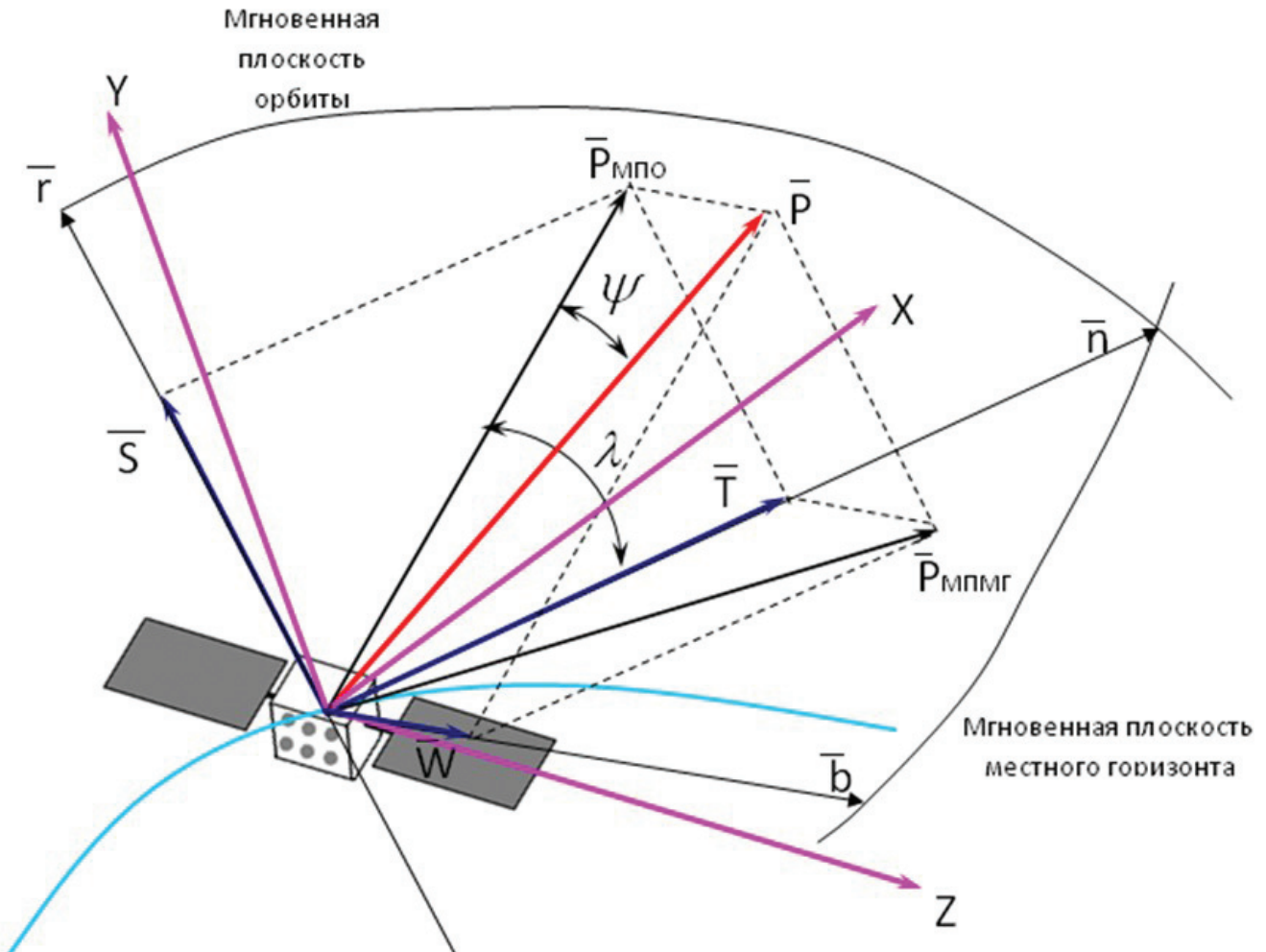


Рис. 3. Углы ориентации вектора тяги, компоненты реактивного ускорения в орбитальной системе координат

Введем терминальный критерий в виде квадратичного функционала, представляющий собой сумму квадратов невязок по большой полуоси, по эксцентриситету и наклонению орбиты, умноженные на соответствующие им постоянные весовые (неопределенные) коэффициенты:

$$I = \Delta x_K^T \alpha \Delta x_K \rightarrow \min. \tag{5}$$

Здесь

$$\Delta x_K = [\Delta A, \Delta e, \Delta i]^T;$$

$$\Delta A = A(t) - A_K, \quad \Delta e = e(t) - e_K, \quad i = i(t) - i_K;$$

$$\alpha = [\alpha_{ij}] = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{33} \end{bmatrix}; \quad \sum \alpha_{ij} = 1,$$

где $\alpha_A = \alpha_{11}$, $\alpha_e = \alpha_{22}$, $\alpha_i = \alpha_{33}$ — весовые коэффициенты (элементы диагональной матрицы) по большой полуоси, эксцентриситету и наклонению соответственно.

Локально-оптимальными управлениями в дальнейшем будем называть такие управления $\tilde{u}(t, x)$, которые минимизируют не функционал динамической задачи I (интегральный), а подынтегральное выражение, т. е. производную $\frac{dI}{dt}$ в каждый момент времени. Если подынтегральное выражение не меняет знака и представляет собой монотонную функцию, описанная постановка эквивалентна исходной [22].

Результатом поиска максимума

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dI}{dt}(\lambda(t), \psi(t))$$

по двум переменным являются аналитические выражения для углов ориентации вектора тяги λ и ψ [7].

Полученный закон управления $\dot{\psi}(t), \dot{\lambda}(t)$ имеет достаточно простую структуру и позволяет провести расчет динамического манёвра без процедуры решения краевой задачи.

Как следует из (5), от значений весовых коэффициентов $\alpha_A, \alpha_e, \alpha_i$ зависит скорость изменения большой полуоси, эксцентриситета и наклона орбиты. За счет подбора значений весовых коэффициентов можно добиться одновременности выполнения конечных условий.

4. Методика отыскания оптимальных начальных условий перелета

В случае перелетов между круговыми орбитами была предложена методика поиска [15], резуль-

В дополнение к этому проведем три цикла расчетов для различных наклонов начальной орбиты (табл. 1). Высоты апогея и перигея начальной орбиты соответствуют используемым в настоящее время при перелетах на ГСО, причем высота апогея совпадает с высотой ГСО.

Для расчетов зададимся следующими модельными характеристиками КА с ЭРДУ [14]:

- удельный импульс двигателя $I = 1500$ с;
- тяга двигателя $P = 0.332$ Н;
- масса КА $m = 1320$ кг.

Учитывая большой массив данных, баллистическое моделирование было выполнено с помощью специального программного обеспечения (ПО) «NEOS», решающего задачу расчета межорбитальных перелетов КА с оптимальным управлением [7]. Функциональные возможности ПО были существенно расширены: добавлена модель тени, выполнена автоматизация процесса перебора начальных параметров орбиты в заданных интерва-

Таблица 1

Характеристики орбит для моделирования перелетов

| Начальная орбита | | | Конечная орбита |
|-------------------|--------------------|-------------------|--|
| Вариант 1 | Вариант 2 | Вариант 3 | |
| $i_0 = 75^\circ$ | $i_0 = 51,6^\circ$ | $i_0 = 28^\circ$ | $i_k = 0,001^\circ$ $A_k = 42165$ км $e_k = 0,001$ |
| $H\pi_0 = 500$ км | $H\pi_0 = 500$ км | $H\pi_0 = 500$ км | |
| $Ha_0 = 35800$ км | $Ha_0 = 35800$ км | $Ha_0 = 35800$ км | |

татом которой является зависимость времени перелета от долготы восходящего узла и даты старта. Для эллиптических орбит добавляется дополнительный параметр — аргумент перигея.

Предлагаемая в данной работе методика для эллиптических начальных орбит заключается в следующем. На первом этапе задается интервал поиска по дате старта и разбивается на элементы с шагом по дате. В нашем случае зададимся интервалом с 01.01.2020 по 31.12.2020 г. Выбранный шаг может быть различным по величине. На начальных этапах поиска можно задать его большим для определения «окон старта» космического аппарата, на последующих этапах шаг может быть уменьшен до требуемой точности решения задачи.

Для выбранных дат старта проводится моделирование серии перелетов, с варьированием характеристик начальной орбиты на сетке:

$$\omega_{\pi} \in [0 \dots 350]^\circ, \Omega \in [0 \dots 350]^\circ.$$

лах. Результаты расчетов передавались в среду Excel, где производилась дальнейшая обработка результатов и поиск оптимальных результатов методом сканирования по сетке.

5. Результаты расчетов

В соответствии с приведенной методикой был проведен комплекс расчетов на различные даты старта, с перебором параметров начальной орбиты, в том числе для трех разных наклонов. Для представления результатов были выбраны некоторые даты старта, для которых проведено отыскание наилучших комбинаций параметров начальной орбиты. Так, в табл. 2—4 приведены оптимальные сочетания ω_{π}, Ω и соответствующие им время перелета и время теневых участков для некоторых дат старта, соответствующих первому числу каждого календарного месяца. На рис. 4—6 приведена зависимость времени перелета от ω_{π} и Ω при $i_0 = 75, 51,6$ и 28° .

Таблица 2

Оптимальные сочетания параметров начальной орбиты Ω и ω_{Π} для некоторых дат старта при $i_0 = 75^\circ$

| Дата старта | Время перелета, сут. | Общее время в тени, сут. | $\Omega, ^\circ$ | $\omega_{\Pi}, ^\circ$ |
|-------------|----------------------|--------------------------|------------------|------------------------|
| 01.01.20 | 167,31 | 0,14 | 80 | 250 |
| 01.02.20 | 167,28 | 0,04 | 60 | 10 |
| 01.03.20 | 167,29 | 0,04 | 90 | 30 |
| 01.04.20 | 167,64 | 0,65 | 150 | 100 |
| 01.05.20 | 168,22 | 1,67 | 180 | 260 |
| 01.06.20 | 167,76 | 1,39 | 210 | 70 |
| 01.07.20 | 167,31 | 0,02 | 20 | 190 |
| 01.08.20 | 167,29 | 0,05 | 100 | 320 |
| 01.09.20 | 167,27 | 0,04 | 90 | 270 |
| 01.10.20 | 167,80 | 0,90 | 140 | 120 |
| 01.11.20 | 168,21 | 1,63 | 180 | 80 |
| 01.12.20 | 167,71 | 1,23 | 50 | 220 |

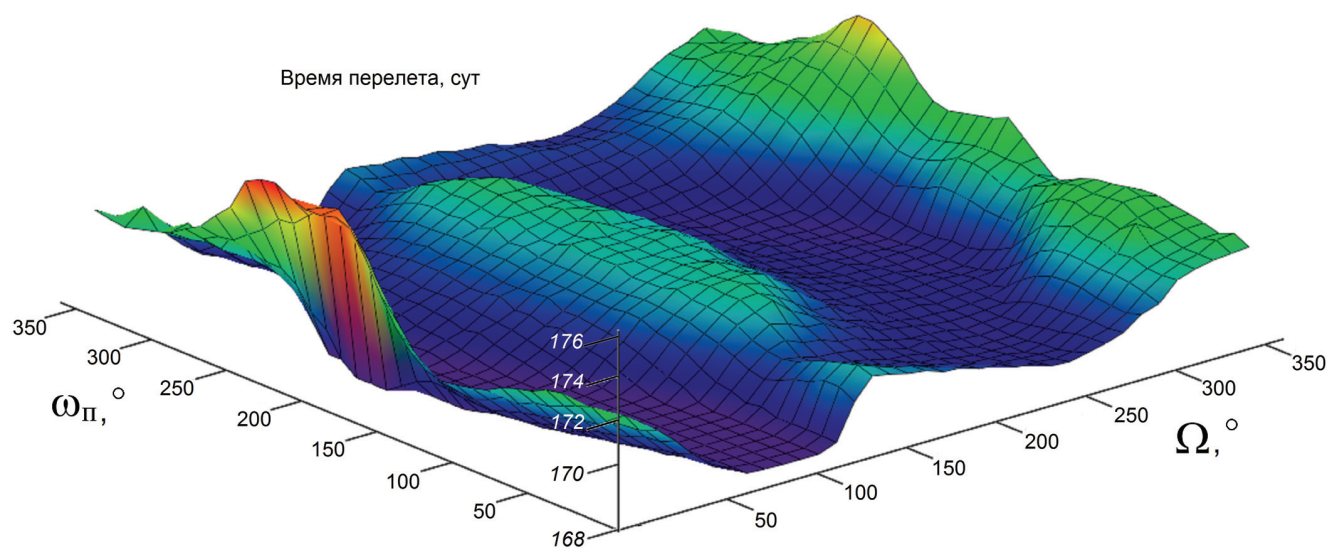


Рис. 4. Зависимость времени перелета от орбитальных параметров для даты старта 01.08.2020, $i_0 = 75^\circ$

Таблица 3

Оптимальные сочетания параметров начальной орбиты Ω и ω_{Π} для некоторых дат старта при $i_0 = 51,6^\circ$

| Дата старта | Время перелета, сут. | Общее время в тени, сут. | $\Omega, ^\circ$ | $\omega_{\Pi}, ^\circ$ |
|-------------|----------------------|--------------------------|------------------|------------------------|
| 01.01.20 | 139,73 | 0,00 | 50 | 280 |
| 01.02.20 | 139,73 | 0,00 | 60 | 260 |
| 01.03.20 | 139,73 | 0,00 | 90 | 250 |
| 01.04.20 | 139,73 | 0,00 | 110 | 340 |
| 01.05.20 | 140,04 | 0,60 | 200 | 240 |
| 01.06.20 | 140,55 | 1,49 | 240 | 220 |
| 01.07.20 | 139,83 | 0,15 | 50 | 110 |
| 01.08.20 | 139,73 | 0,00 | 70 | 90 |
| 01.09.20 | 139,73 | 0,00 | 90 | 90 |
| 01.10.20 | 139,73 | 0,00 | 160 | 310 |
| 01.11.20 | 140,22 | 0,83 | 200 | 60 |
| 01.12.20 | 140,56 | 1,45 | 240 | 40 |

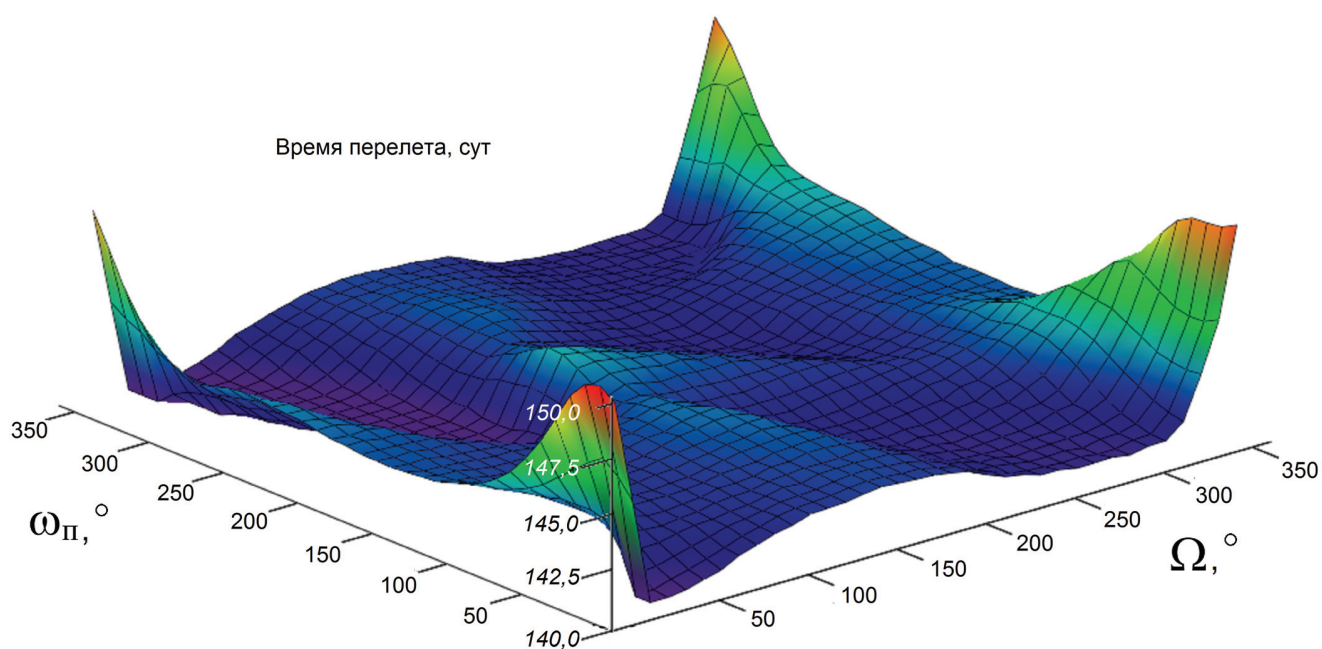


Рис. 5. Зависимость времени перелета от орбитальных параметров для даты старта 01.02.2020, $i_0 = 51,6^\circ$

Таблица 4

Оптимальные сочетания параметров начальной орбиты Ω и ω_{Π} для некоторых дат старта при $i_0 = 28^\circ$

| Дата старта | Время перелета, сут. | Общее время в тени, сут. | $\Omega, ^\circ$ | $\omega_{\Pi}, ^\circ$ |
|-------------|----------------------|--------------------------|------------------|------------------------|
| 01.01.20 | 113,22 | 1,58 | 240 | 20 |
| 01.02.20 | 112,63 | 0,36 | 60 | 280 |
| 01.03.20 | 112,34 | 0,00 | 80 | 270 |
| 01.04.20 | 112,34 | 0,00 | 110 | 260 |
| 01.05.20 | 112,34 | 0,00 | 150 | 250 |
| 01.06.20 | 112,75 | 0,73 | 250 | 200 |
| 01.07.20 | 113,30 | 1,60 | 240 | 210 |
| 01.08.20 | 113,03 | 1,57 | 240 | 220 |
| 01.09.20 | 112,34 | 0,00 | 80 | 90 |
| 01.10.20 | 112,34 | 0,00 | 100 | 100 |
| 01.11.20 | 112,34 | 0,00 | 140 | 90 |
| 01.12.20 | 112,87 | 0,92 | 240 | 30 |

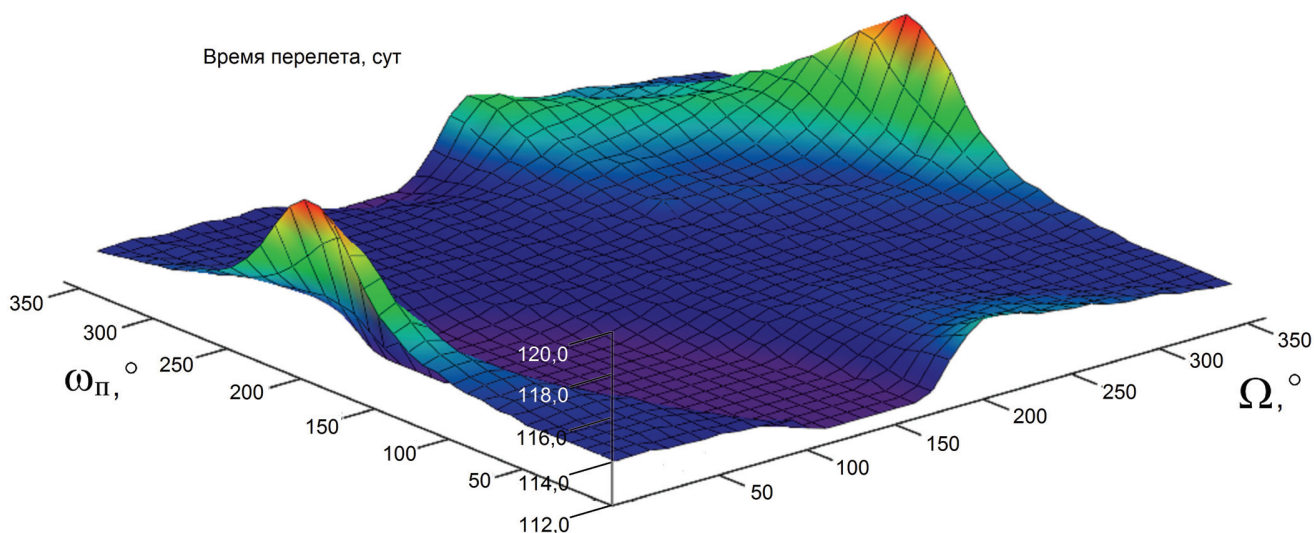


Рис. 6. Зависимость времени перелета от орбитальных параметров для даты старта 01.10.2020, $i_0 = 28^\circ$

Обобщим ранее полученные результаты при различных наклонениях начальной орбиты. Для полноты анализа для каждой даты старта приведем значения времени перелета для оптимальных сочетаний ω_{Π} и Ω ($T_{\text{пер}}^{\min}$), а также для наихудших их сочетаний ($T_{\text{пер}}^{\max}$) (табл. 5).

тельность «окон» старта в среднем равна трем месяцам, периодичность составляет шесть месяцев. По мере уменьшения наклонения «окна» старта сдвигаются ближе к концу года.

В целом разница во времени перелета в зависимости от даты старта при выборе наиболее удачных ω_{Π} и Ω не слишком существенна и лежит в пределах одних суток для наиболее удачных и не-

Таблица 5

Результаты расчетов для различных наклонений начальной орбиты

| Дата старта | Время перелета $T_{\text{пер}}$, сут. | | | | | |
|-------------|--|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | $i_0 = 75^\circ$ | | $i_0 = 51,6^\circ$ | | $i_0 = 28^\circ$ | |
| | $T_{\text{пер}}^{\min}$ | $T_{\text{пер}}^{\max}$ | $T_{\text{пер}}^{\min}$ | $T_{\text{пер}}^{\max}$ | $T_{\text{пер}}^{\min}$ | $T_{\text{пер}}^{\max}$ |
| 01.01.2020 | 167,31 | 175,55 | 139,73 | 149,58 | 113,22 | 125,21 |
| 01.02.2020 | 167,28 | 176,10 | 139,73 | 149,85 | 112,63 | 123,15 |
| 01.03.2020 | 167,29 | 177,16 | 139,73 | 150,24 | 112,34 | 121,18 |
| 01.04.2020 | 167,64 | 179,88 | 139,73 | 151,06 | 112,34 | 119,94 |
| 01.05.2020 | 168,22 | 179,11 | 140,04 | 153,36 | 112,34 | 119,04 |
| 01.06.2020 | 167,76 | 176,05 | 140,55 | 153,00 | 112,75 | 120,09 |
| 01.07.2020 | 167,31 | 175,37 | 139,83 | 149,74 | 113,30 | 125,57 |
| 01.08.2020 | 167,29 | 175,82 | 139,73 | 149,75 | 113,03 | 123,33 |
| 01.09.2020 | 167,27 | 176,95 | 139,73 | 150,42 | 112,34 | 121,59 |
| 01.10.2020 | 167,80 | 179,94 | 139,73 | 150,91 | 112,34 | 119,95 |
| 01.11.2020 | 168,21 | 178,58 | 140,22 | 153,44 | 112,34 | 119,07 |
| 01.12.2020 | 167,71 | 175,82 | 140,56 | 151,70 | 112,87 | 120,24 |

6. Анализ полученных результатов

После рассмотрения полученных результатов времени перелета $T_{\text{пер}}^{\min}$, приведенных в табл. 5, можно сделать вывод, что в году имеется два «окна» старта, в которых для оптимальных параметров начальной орбиты наблюдается минимальное время перелета. Для начальной орбиты с $i_0 = 75^\circ$ «окна» старта лежат в интервалах январь-март и июль-сентябрь; для $i_0 = 51,6^\circ$ — в интервалах январь-апрель и август-октябрь; для $i_0 = 28^\circ$ — в интервалах март-май и сентябрь-ноябрь. Дли-

удачных месяцев. Это связано с тем, что для оптимальных параметров начальных орбит основной интервал прохождения теневых участков лежит в области перигея орбиты, время нахождения в котором для высокоэллиптических орбит невелико.

С другой стороны, могут быть такие сочетания ω_{Π} и Ω , при которых основное время витка будет приходиться на теневой участок. Этим объясняется достаточно большая разница между оптимальным временем перелета $T_{\text{пер}}^{\min}$ и временем перелета $T_{\text{пер}}^{\max}$, соответствующим наихудшему со-

четанию начальных ω_{Π} и Ω для выбранной даты старта (табл. 5).

Стоит отметить тот факт, что с уменьшением наклона начальной орбиты прослеживается увеличение относительной разницы между $T_{\text{пер}}^{\min}$

и $T_{\text{пер}}^{\max}$. Так, для $i_0 = 75^\circ$ эта разница составляет 6,5%, для $i_0 = 51,6^\circ$ — 9,5%, а для $i_0 = 28^\circ$ — уже 11,8%. Эту закономерность можно объяснить менее выгодным, с точки зрения освещенности, положением орбиты относительно плоскости эклиптики на начальном этапе перелета, что при некоторых комбинациях ω_{Π} и Ω приводит к многочисленным прохождениям аппарата в тени Земли.

Для дат, соответствующих «окнам» старта, сочетания ω_{Π} и Ω , дающие наименьшее время перелета, лежат в широких интервалах, составляющих до нескольких десятков градусов (см. рис. 4—6), что расширяет разнообразие оптимальных начальных орбит.

Выводы

Сформирована методика расчета начальных условий старта при переводе КА с ЭРДУ с высокоэллиптической на геостационарную орбиту. Для заданных характеристик орбит был проведен комплекс расчетов для интервала дат старта и на сетке параметров начальной высокоэллиптической орбиты (по аргументу перигея — долготе восходящего узла). В дополнение к этому исследованы три варианта наклонов начальной орбиты $i_0 = 75^\circ$, $51,6^\circ$ и 28° . Общее количество просчитанных перелетов составило более 45 тыс.

При обработке полученного массива результатов выявлены оптимальные «окна» старта в 2020 году для частных орбит, а также оптимальные параметры начальной орбиты — аргумент перигея, долгота восходящего узла.

В ходе анализа массива результатов моделирования выявлено, что при оптимальных сочетаниях аргумента перигея и долготы восходящего узла выбор даты старта существенно не влияет на время перелета, разница по времени для перелетов в 2020 году лежит в пределах 1%.

Сочетания начальных значений долготы восходящего узла и аргумента перигея оказывают значительно большее влияние, чем выбор даты старта. Наихудшие сочетания этих параметров

могут увеличить время маневра на 12% от минимального значения, что делает их оптимизацию наиболее приоритетной. Таким образом, выбор начальных условий перелета является важной задачей оптимизации межорбитальных перелетов с малой тягой.

Также можно отметить, что при моделировании перелетов с тремя начальными значениями наклонами орбиты обнаружена тенденция на увеличение относительной разницы по времени перелета между оптимальными и неоптимальными начальными условиями перелета с уменьшением наклона начальной орбиты. В результате, орбиты с меньшими начальными наклонами более требовательны к подбору начальных параметров.

Показана возможность использования приближенно-оптимального метода управления [7] и программного обеспечения «NEOS» для задач перелета с учетом светотеневой обстановки, в том числе при проведении большого количества моделирований.

Библиографический список

1. Бирюков В.И., Кургузов А.В. Формирование циклограммы работы энергодвигательной системы перспективного межорбитального транспортного аппарата с электроракетной и жидкостной ступенями // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 1. С. 180–190. DOI: 10.34759/vst-2020-1-180-190
2. Хамиц И.И., Филиппов И.М., Бурылов Л.С. и др. Концепция космической транспортно-энергетической системы на основе солнечного межорбитального электроракетного буксира // Космическая техника и технологии. 2017. № 1(16). С. 32–40.
3. Булыгин Ю.Л., Попов В.В., Яковлев А.В. Результаты баллистического обеспечения запуска на геостационарную орбиту спутника «Экспресс-AM5» // Системный анализ, управление и навигация: Сборник тезисов докладов XIX Международной научной конференции (29 июня—6 июля 2014; Анапа, Россия). — М.: Изд-во МАИ, 2014. С. 256–262.
4. Goebel D., Polk J., Sandler I. et al. Evaluation of 25-cm XIPS Thruster Life for Deep Space Mission Application // 31st International Electric Propulsion Conference (20–24 September 2009; University of Michigan, USA). IEPC-2009-152. URL: <http://electricrocket.org/IEPC/IEPC-2009-152.pdf>
5. Clark S. Boeing's first two all-electric satellites ready for launch. 2015. URL: <https://spaceflightnow.com/2015/03/01/boeings-first-two-all-electric-satellites-ready-for-launch/>
6. Prakasha A.S., Hegde P. Operational solution for electric propulsion inclusion in a two ton

- communications satellite // 70th International Astronautical Congress 2019. Paper ID 54029.
7. *Салмин В.В., Петрухина К.В., Кветкин А.А.* Расчет приближенно-оптимальных перелетов космического аппарата с двигателями малой тяги с высокоэллиптической на геостационарную орбиту // *Космическая техника и технологии.* 2019. № 4(27). С. 94–108. DOI: 10.33950/spacetech-2308-7625-2019-4-94-108
 8. *Николаичев И.А.* Оптимизация многовитковых межорбитальных перелетов с двигателями малой тяги // *Вестник Московского авиационного института.* 2013. Т. 20. № 5. С. 66–76.
 9. *Константинов М.С., Мин Т.* Метод оптимизации траектории выведения КА с электроракетной двигательной установкой на ГСО // *Вестник Московского авиационного института.* 2009. Т. 16. № 5. С. 282–290.
 10. *Ghosh P.* A survey of the methods available for the design of many-revolution low-thrust planetocentric trajectories // 29th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting 2019. AAS 19-297, pp. 395–414.
 11. *Yang D., Xu B., Zhang L.* Optimal low-thrust spiral trajectories using Lyapunov-based guidance // *Acta Astronautica.* 2016. Vol. 126, pp. 275–285. DOI: 10.1016/j.actaastro.2016.04.028
 12. *Петухов В.Г., Иванюхин А.В., Вук В.С.* Совместная оптимизация управления и основных траекторных и проектных параметров межпланетного космического аппарата с электроракетной двигательной установкой // *Космические исследования.* 2019. Т. 57. № 3. С. 212–228. DOI: 10.1134/S0023420619030075
 13. *Салмин В.В.* Оптимизация космических перелетов с малой тягой. Проблемы совместного управления траекторным и угловым движением. – М.: Машиностроение, 1987. – 208 с.
 14. *Петухов В.Г.* Оптимизация многовитковых перелетов между некомпланарными эллиптическими орбитами // *Космические исследования.* 2004. № 3(42). С. 260–279.
 15. *Ishkov S.A., Petrukhina K.V., Salmin V.V.* Calculating Launch Windows for Transfers of Solar Powered EP Spacecraft between Low-earth Non-coplanar Circular Orbits // *Procedia Engineering.* 2017. Vol. 185, pp. 338–344. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.03.313
 16. *Обухов В.А., Покрышкин А.И., Попов Г.А., Яшина Н.В.* Использование маршевой электроракетной двигательной установки для управления ориентацией КА // *Вестник Московского авиационного института.* 2009. Т. 16. № 3. С. 30–40.
 17. *Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федоров А.В.* Автономная реализация динамических операций на геостационарной орбите. I. Формализация задачи управления // *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления.* 2015. №6. С. 82–96. DOI: 10.7868/S0002338815060116
 18. *Войсковский А.П., Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федоров А.В.* Автономная реализация динамических операций на геостационарной орбите. II. Синтез алгоритмов управления // *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления.* 2016. № 6. С. 107–128. DOI: 10.7868/S0002338816060111
 19. *Козорез Д.А., Красильщиков М.Н., Кружков Д.М., Сыпало К.И.* Автономная навигация при довыведении космического аппарата на геостационарную орбиту. I. Концепция построения автономной интегрированной навигационной системы // *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления.* 2015. №5. С. 137–146. DOI: 10.7868/S0002338815050078
 20. *Войсковский А.П., Козорез Д.А., Красильщиков М.Н., Кружков Д.М., Сыпало К.И.* Автономная навигация при довыведении космического аппарата на геостационарную орбиту. II. Моделирование процессов функционирования интегрированной автономной системы навигации и управления космического аппарата // *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления.* 2016. №5. С. 107–117. DOI: 10.7868/S0002338816050139
 21. *Попович П.Р., Скребушевский Б.С.* Баллистическое проектирование космических систем. – М.: Машиностроение, 1987. – 240 с.
 22. *Моисеев Н.Н.* Элементы теории оптимальных систем. – М.: Наука, 1975. – 528 с.

APPROXIMATE CALCULATION OF INITIAL CONDITIONS OF A SPACECRAFT WITH SOLAR ELECTRIC-ROCKET PROPULSION PLANT STARTING WHILE TRANSFERRING FROM HIGHLY ELLIPTIC ORBIT TO GEOSTATIONARY ONE

Salmin V.V.^{*}, Petrukhina K.V.^{**}, Kvetkin A.A.^{***}

*Samara National Research University named after academician S.P. Korolev
(Samara University),*

34, Moskovskoe shosse, Samara, 443086, Russia

** e-mail: sputnik@ssau.ru*

*** e-mail: kseniya_10.05@mail.ru*

**** e-mail: emancipee163@yandex.ru*

Abstract

The subject of this research is ballistic schemes optimization for the spacecraft with solar electric propulsion system. The article considers the problem of the initial conditions search for a spacecraft launch, at which the total time of its staying in the shadow at the insertion phase would be minimal.

The total duration of shadow sections during interorbital flight will depend on the relative position of the Sun and the spacecraft's orbital plane. To solve the problem of the initial launch conditions selection, the dependence of the shadow section duration on the set of ballistic parameters, such as the ascending node longitude, the perigee argument, and the launch date of the flight, is being considered.

A ballistic scheme for leading out, at which elliptical transfer orbit forming is being performed by the upper stage of the rocket-carrier is selected, and a spacecraft finishing up to the working orbit is being performed by its own electric propulsion unit.

The article proposes a model for duration computing of the orbit shadow sections. Equations of motion in osculating elements are assumed as a mathematical model of the spacecraft controlled motion under the impact of the electric propulsion. An algorithm for solving the problem of optimal initial flight conditions search has been developed. The total duration of a spacecraft with the solar propulsion unit staying in the Earth shadow along the whole trajectory of the multi-turn flight was accepted as an optimality criterion. The following parameters, namely the launch date - perigee argument - the ascending node longitude, were selected as the optimized parameters of the elliptical orbit.

Computations of the spacecraft flight trajectories from high-elliptical orbit to the geostationary one for three initial orbit inclinations, performed with variation of the parameters being optimized, were carried out. The spacecraft launch windows and corresponding initial conditions of the orbit, rational

in terms of the flight duration reduction, were found based on the simulation results.

Analysis of the simulation results array revealed that launching date selection did not affect significantly the flight time at optimal combinations of the perigee argument and the ascending node longitude, and the time difference for the flights in 2020 lies within the limits of 1%.

The combination of the initial ascending node longitude and the perigee argument has a much greater impact than the launch date selection. The worst combinations of these parameters may increase the maneuver time by 12% of the minimum value, which gives their optimization the highest priority. Thus, the flight initial conditions selecting is an important problem of the low-thrust interorbital flights optimizing.

It may be noted as well that while flights with three initial values of the orbital inclinations simulating, a tendency for the increase in the relative difference in flight time between the optimal and non-optimal initial flight conditions with a decrease in the initial orbit inclination was found. As the result, the orbits with lower initial inclinations are more demanding in the initial parameters selection.

The article demonstrates the possibility of the approximate optimal control method and the "NEOS" software application for the flight tasks with account for shadow sections, including those with multiple simulation.

The obtained results can be applied for evaluating the design ballistic parameters of a spacecraft with electric propulsion unit flight, as well as determining the optimal initial launch conditions.

Keywords: orbital eclipse period, highly elliptical orbit, geostationary orbit, shadow area model, close-optimal control law, electric propulsion engine, spacecraft launch.

References

1. Biruykov V.I., Kurguzov A.V. Forming cyclogram of energy-propulsion system for prospective inter-orbital space transportation vehicle with electric propulsion and liquid stages. *Aerospace MAI Journal*, 2020, vol. 27, no. 1, pp. 180-190. DOI: 10.34759/vst-2020-1-180-190
2. Khamits I.I., Filippov I.M., Burylov L.S., et al. *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii*, 2017, no. 1(16), pp. 32-40.
3. Bulynin Yu.L., Popov V.V., Yakovlev A.V. *Materialy XIX Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii (29 June - 6 July 2014; Anapa, Russia) "Sistemnyi analiz, upravlenie i navigatsiya"*, Moscow, MAI, 2014, pp. 256-262.
4. Goebel D., Polk J., Sandler I., et al. Evaluation of 25-cm XIPS Thruster Life for Deep Space Mission Application. *31st International Electric Propulsion Conference (20-24 September 2009; University of Michigan, USA)*. IEPC-2009-152. URL: <http://electricrocket.org/IEPC/IEPC-2009-152.pdf>
5. Clark S. *Boeing's first two all-electric satellites ready for launch*. 2015. URL: <https://spaceflightnow.com/2015/03/01/boeings-first-two-all-electric-satellites-ready-for-launch/>
6. Prakasha A.S., Hegde P. Operational solution for electric propulsion inclusion in a two ton communications satellite. *70th International Astronautical Congress 2019*. Paper ID 54029.
7. Salmin V.V., Petrukhina K.V., Kvetkin A.A. *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii*, 2019, no. 4(27), pp. 94-108. DOI: 10.33950/spacetechn-2308-7625-2019-4-94-108
8. Nikolichev I.A. Optimization of the multirevolutional non-coplanar low-thrust orbital transfers. *Aerospace MAI Journal*, 2013, vol. 20, no. 5, pp. 66-76.
9. Konstantinov M.S., Min T. A trajectory optimization method to solve a problem of spacecraft insertion into geostationary orbit using electric thrusters. *Aerospace MAI Journal*, 2009, vol. 16, no. 5, pp. 282-290.
10. Ghosh P. A survey of the methods available for the design of many-revolution low-thrust planetocentric trajectories. *29th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*. 2019. AAS 19-297, pp. 395-414.
11. Yang D., Xu B., Zhang L. Optimal low-thrust spiral trajectories using Lyapunov-based guidance. *Acta Astronautica*, 2016, vol. 126, pp. 275-285. DOI: 10.1016/j.actaastro.2016.04.028
12. Petukhov V.G., Ivanyukhin A.V., Sang W.W. Joint optimization of control and main trajectory and design parameters of an interplanetary spacecraft with an electric propulsion system. *Cosmic Research*, 2019, vol. 57, no. 3, pp. 188-203. DOI: 10.1134/S0010952519030079
13. Salmin V.V. *Optimizatsiya kosmicheskikh pereletov s maloi tyagoi. Problemy sovmestnogo upravleniya traektornym i uglovym dvizheniem* (Optimization of low-thrust space flights. Problems of trajectory and angular motion joint control), Moscow, Mashinostroenie, 1987, 208 p.
14. Petukhov V.G. Optimization of multi-orbit transfers between noncoplanar elliptic orbits. *Cosmic Research*, 2004, vol. 42, no. 3, pp. 250-268. DOI: 10.1023/B: COSM.0000033300.18460.a4
15. Ishkov S.A., Petrukhina K.V., Salmin V.V. Calculating Launch Windows for Transfers of Solar Powered EP Spacecraft between Low-earth Non-coplanar Circular Orbits. *Procedia Engineering*, 2017, vol. 185, pp. 338-344. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.03.313
16. Obukhov V.A., Pokryshkin A.I., Popov G.A., Yashina N.V. The usage of a sustainer electric propulsion system for spacecraft attitude control. *Aerospace MAI Journal*, 2009, vol. 16, no. 3, pp. 30-40.
17. Krasil'shchikov M.N., Malyshev V.V., Fedorov A.V. Autonomous implementation of dynamic operations in a geostationary orbit. I. Formalization of control problem. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2015, vol. 54, no. 6, pp. 916-930. DOI: 10.1134/S1064230715060118
18. Voiskovskii A.P., Krasil'shchikov M.N., Malyshev V.V., Fedorov A.V. Autonomous implementation of dynamic operations in a geostationary orbit. II. Synthesis of control algorithms. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2016, vol. 55, no. 6, pp. 948-968. DOI: 10.1134/S1064230716060113
19. Kozorez D.A., Krasil'shchikov M.N., Kruzhkov D.M., Sypalo K.I. Autonomous navigation during the final ascent of a spacecraft into the geostationary orbit. autonomous integrated navigation system concept. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2015, vol. 54, no. 5, pp. 798-807. DOI: 10.1134/S106423071505007X
20. Voiskovskii A.P., Kozorez D.A., Krasil'shchikov M.N., Kruzhkov D.M., Sypalo K.I. Autonomous navigation during the final ascent of a spacecraft into the geostationary orbit. II. Simulation of operation of an integrated autonomous navigation and control system. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2016, vol. 55, no. 5, pp. 785-795. DOI: 10.1134/S1064230716050130
21. Popovich P.R., Skrebushevskii B.S. *Ballisticheskoe proektirovanie kosmicheskikh sistem* (Ballistic design of space systems), Moscow, Mashinostroenie, 1987, 240 p.
22. Moiseev N.N. *Elementy teorii optimal'nykh sistem* (Elements of optimal systems theory), Moscow, Nauka, 197, 528 p.