

УДК 629.78

Гравитационный маневр у луны при межпланетных перелетах космического аппарата с малой тягой

Р.В. Ельников

Аннотация

Данная статья посвящена вопросу расчета и оптимизации межпланетных траекторий космических аппаратов, оснащенных электроракетными двигательными установками, при использовании гравитационного маневра у Луны. В рамках данной работы предлагается методический подход для расчета таких траекторий. Как пример применения методики, проанализирован перелет Земля – Марс с гравитационным маневром у Луны для космической транспортной системы на базе ракеты-носителя «Союз2-1б» и химического разгонного блока «Фрегат». Приведены оценки величины выигрыша в конечной массе КА, который можно получить благодаря использованию лунного гравитационного маневра для рассматриваемого перелета.

Ключевые слова:

космический аппарат; электроракетная двигательная установка; межпланетная траектория; лунный гравитационный маневр; оптимизация

Введение

Задача оптимизации траекторий космических аппаратов (КА), оснащенных электроракетными двигательными установками (ЭРДУ), несмотря на большое количество работ, посвященных этой теме, остается актуальной задачей и в настоящее время. Существует большое количество проблемных вопросов, требующих разрешения. Одним из них является вопрос о целесообразности использования гравитационного маневра у Луны при реализации межпланетных траекторий КА с ЭРДУ. В рамках данной работы предлагается методический подход для расчета межпланетных траекторий КА с ЭРДУ при использовании гравитационного маневра у Луны. Как пример применения, методики проанализирован перелет Земля – Марс с гравитационным маневром у Луны для космической транспортной системы на базе ракеты-носителя «Союз2-1б» и химического разгонного блока «Фрегат». Приведены оценки

величины выигрыша в конечной массе КА, который можно получить благодаря использованию лунного гравитационного маневра для рассматриваемого перелета.

Основные этапы межпланетного перелета КА с ЭРДУ при использовании лунного гравитационного маневра таковы:

- Выведение КА вместе с химическим разгонным блоком (ХРБ) на опорную круговую орбиту с помощью ракеты-носителя (РН);
- Перевод КА на некоторую промежуточную высокоэллиптическую орбиту искусственного спутника Земли (ОИСЗ) с помощью ХРБ;
- Отделение ХРБ и включение ЭРДУ КА;
- Раскрутка КА в гравитационном поле Земли с помощью ЭРДУ до момента попадания КА в окрестность Луны;
- Выполнение гравитационного маневра у Луны;
- Гелиоцентрический участок перелета, в конечной точке которого должны быть выполнены условия нулевой стыковки КА с планетой назначения (1).

$$\vec{r}_{КА} \{x_{КА}, y_{КА}, z_{КА}\} = \vec{r}_{Лл} \{x_{Лл}, y_{Лл}, z_{Лл}\}; \quad \vec{V}_{КА} \{Vx_{КА}, Vy_{КА}, Vz_{КА}\} = \vec{V}_{Лл} \{Vx_{Лл}, Vy_{Лл}, Vz_{Лл}\}. \quad (1)$$

Участок полета в окрестности планеты назначения не анализируется. В качестве ЭРДУ КА рассматривается связка из двух одновременно работающих двигателей СПД-140Д. Используемые при анализе характеристики космической транспортной системы приведены в таблице 1.

Исходные данные

Таблица 1

Характеристика	Величина
Высота опорной орбиты	200 км
Наклонение опорной орбиты	51.6°
Масса транспортной системы на опорной орбите [1]	8250 кг
Удельный импульс двигательной установки ХРБ [2]	333.2 с
Конечная масса ХРБ (суммарная масса конструкции ХРБ и невырабатываемых остатков топлива) [2]	930 кг
Удельный импульс ЭРДУ КА (на базе СПД-140Д) [3]	2800 с
Тяга ЭРДУ КА (два одновременно работающих СПД-140Д) [3]	0.34 Н

Общая постановка задачи - требуется определить такие элементы промежуточной орбиты (большую полуось A_0 , эксцентриситет e_0 , наклонение i_0 , долготу восходящего узла Ω_0 , аргумент перицентра ω_0), аргумент широты точки схода с неё (u_0), дату старта (T_0), а также

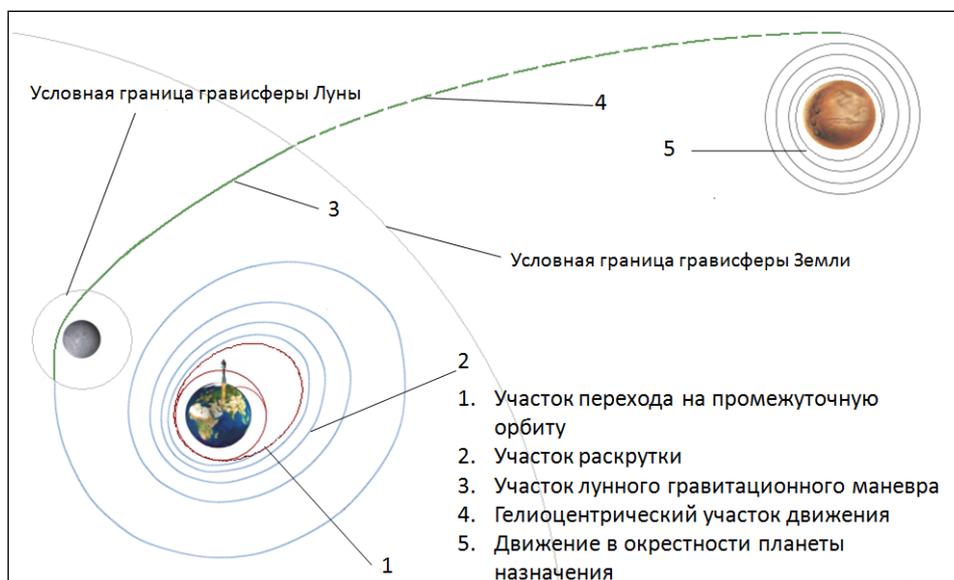
законы управления космическим аппаратом так, чтобы за фиксированное время T_n обеспечить перелет к планете назначения.

Под нахождением законов управления КА понимается нахождение временных зависимостей изменения углов тангажа и рыскания КА, определяющих направление вектора тяги, а также моментов времени включения и выключения ЭРДУ КА. При этом полагаем, что величина вектора тяги и удельный импульс ЭРДУ постоянны.

Для нахождения законов управления представляется рациональным использование принципа максимума Понтрягина. [4], [5] При использовании формализма принципа максимума вводится вектор сопряженных переменных. Задача сводится к краевой задаче. При этом требуется определить вектор сопряженных переменных в какой-либо точке траектории (например, в начальной): $\vec{\lambda}_0 (\lambda_{x0}, \lambda_{y0}, \lambda_{z0}, \lambda_{vx0}, \lambda_{vy0}, \lambda_{vz0}, \lambda_{m0})$, где

$\lambda_{x0}, \lambda_{y0}, \lambda_{z0}$ - переменные, сопряженные координатам КА. В дальнейшем, вектор этих переменных мы также будем обозначать $\vec{\lambda}_r$; $\lambda_{vx0}, \lambda_{vy0}, \lambda_{vz0}$ - переменные, сопряженные к проекциям вектора скорости КА. Далее этот вектор будем обозначать $\vec{\lambda}_v$; λ_{m0} - переменная, сопряженная к массе КА.

Неизвестными поставленной задачи являются: элементы промежуточной орбиты A_0 , e_0 , i_0 , Ω_0 , ω_0 , u_0 , T_0 , а также значения сопряженных переменных $\lambda_{x0}, \lambda_{y0}, \lambda_{z0}, \lambda_{vx0}, \lambda_{vy0}, \lambda_{vz0}, \lambda_{m0}$. Краевыми условиями задачи являются условия нулевой стыковки в окрестности планеты назначения (1) - их шесть, а также условие, обеспечивающее выполнения перелета за заданное время: $T_{\text{полета}} = T_{\text{заданное}}$. Таким образом, мы имеем задачу с четырнадцатью неизвестными и семью краевыми условиями. "Лишние" семь неизвестных (можно считать, что лишних неизвестных 6, используя однородность системы дифференциальных уравнения для сопряженной системы)



позволяют провести оптимизацию траектории перелета, при этом в качестве критерия оптимизации принята масса КА в конечной точке траектории, которая максимизируется.

Рисунок 1 - Участки межпланетного перелета при использовании лунного гравитационного маневра

Однако, как было выявлено, решить задачу в такой постановке оказывается очень трудно. Эти трудности связаны, прежде всего, с чрезвычайно высокой чувствительностью условий в окрестности планеты назначения (правого конца траектории) к выбираемым параметрам управления - вектору сопряженных переменных $\vec{\lambda}_0$. Поэтому для упрощения решения задачи предлагается разбить всю траекторию на ряд участков (см. рисунок 1).

Первый участок - участок перехода на промежуточную орбиту с помощью ХРБ. Вторым участком, который условно назван участком раскрутки, начинается в точке схода с промежуточной орбиты и заканчивается в момент входа КА в грависферу Луны. Третий участок движения начинается на границе грависферы Луны (относительно Земли) и заканчивается на границе грависферы Земли (относительно Солнца). Первый, второй и третий участок вместе будем называть геоцентрическим участком.

Четвертый, гелиоцентрический участок начинается на границе грависферы Земли. В конечной точке гелиоцентрического участка, как было сказано выше, выполняются условия нулевой стыковки (1), при этом участок движения КА в окрестности планеты назначения в данной работе не рассматривался. Под грависферой небесного тела предлагается рассматривать грависферу Лапласа. [6]

Фазовые характеристики КА, переменные, сопряженные к ним, в конечной точке каждого из участков будем обозначать индексом с номером соответствующего участка. Например: \vec{V}_3 - вектор скорости КА в конечной точке третьего участка (начальной точке четвертого участка). Фазовые характеристики КА в начальной точке первого участка обозначим индексом "0".

Хотелось бы отметить, что при окончательном расчете на каждом из участков учитывается гравитационное влияние Земли, Луны и Солнца, при этом Земля рассматривается как сжатый по полюсам сфероид. Математическая модель движения КА остается неизменной при переходе от одного участка движения к другому. Иными словами, даже двигаясь, скажем, в грависфере Луны, помимо влияния Луны на траекторию КА, также учитывается влияние Солнца и Земли. Грависферы небесных тел в данном случае выступают лишь как некие условные границы, позволяющие разбить всю траекторию на ряд участков, каждый из которых анализируется отдельно.

1. Предварительный анализ геоцентрического участка

Прежде чем приступить к анализу, рассмотрим вспомогательную задачу - задачу набора космическим аппаратом некоторой энергии h_0 за минимальное время в центральном

ньютонском гравитационном поле Земли под действием силы тяги ЭРДУ. [7] Предполагаем, что движение («раскрутка») начинается из перицентра начальной эллиптической орбиты. Будем полагать, что движение КА – плоское, тяга ЭРДУ постоянна по величине и на траектории отсутствуют пассивные участки (так как рассматривается быстрое действие). Для нахождения законов оптимального управления применим принцип максимума. Уравнения оптимального движения этой задачи имеют вид:

$$\begin{aligned}
\frac{dV_r}{dt} &= \frac{V_n^2}{r} - \frac{\mu}{r} + \frac{P}{m_1 - \frac{P}{W}t} \cdot \frac{\lambda_{V_r}}{\sqrt{\lambda_{V_r}^2 + \lambda_{V_n}^2}}; \\
\frac{dV_n}{dt} &= -\frac{V_r \cdot V_n}{r} + \frac{P}{m_1 - \frac{P}{W}t} \cdot \frac{\lambda_{V_n}}{\sqrt{\lambda_{V_r}^2 + \lambda_{V_n}^2}}; \\
\frac{dr}{dt} &= V_r; \\
\frac{d\beta}{dt} &= \frac{V_n}{r}; \\
\frac{d\lambda_{V_r}}{dt} &= \lambda_{V_n} \frac{V_n}{r} - \lambda_r; \\
\frac{d\lambda_{V_n}}{dt} &= \frac{1}{r} (\lambda_{V_n} V_r - 2\lambda_{V_r} V_n - \lambda_\beta); \\
\frac{d\lambda_r}{dt} &= \frac{1}{r^2} \left[V_n (\lambda_\beta - \lambda_{V_n} V) + \lambda_{V_r} \left(V_n^2 - \frac{2\mu}{r} \right) \right]; \\
\frac{d\lambda_\beta}{dt} &= 0;
\end{aligned} \tag{2}$$

где V_r , V_n - радиальная и тангенциальная проекции скорости КА; r - величина радиус-вектора КА; β - текущая угловая дальность; λ_{V_r} , λ_{V_n} , λ_r , λ_β - переменные, сопряженные к соответствующим фазовым координатам; m_1 - начальная масса КА; P , W - тяга и эффективная скорость истечения рабочего тела ЭРДУ; t - текущее время; μ - гравитационный параметр Земли.

Начальными условиями поставленной задачи будут:

$$V_r(0) = 0; V_n(0) = \sqrt{\frac{2\mu}{R_\pi} - \frac{2\mu}{R_\pi + R_\alpha}}; r(0) = R_\pi; \beta(0) = 0 \tag{3}$$

где R_π , R_α - радиус перицентра и апоцентра орбиты, с которой начинается раскрутка.

Граничным условием задачи является условие набора некоторой энергии h_0 в конечный момент времени:

$$V_r(T_k)^2 + V_n(T_k)^2 - \frac{2\mu}{r(T_k)} = h_0; \quad (4)$$

Дополним его двумя условиями трансверсальности:

$$\frac{\lambda_{V_r}(T_k)}{\lambda_{V_n}(T_k)} = \frac{V_r(T_k)}{V_n(T_k)}; \quad (5)$$

$$\frac{\lambda_r(T_k)}{\lambda_{V_n}(T_k)} = \frac{\mu}{V_n(T_k) \cdot r(T_k)^2}; \quad (6)$$

Однородность системы уравнений в сопряженных переменных (последние четыре уравнения системы (2)), позволяет сократить число выбираемых параметров. Выразим переменные, сопряженные к трансверсальной и радиальной скорости КА через некий параметр α :

$$\lambda_{V_n} = \cos \alpha; \quad \lambda_{V_r} = \sin \alpha.$$

Введя, таким образом нормировку вектора сопряженных переменных, получим возможность замкнуть поставленную задачу: граничных условий три - (4), (5) и (6), выбираемых параметров задачи тоже три - λ_r , α и T_k . Кроме того, в соответствии с принципом максимума,

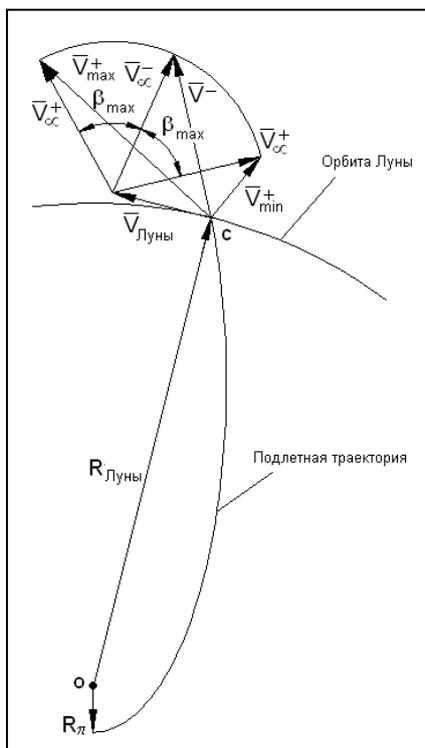


Рисунок 2 - Схема лунного гравитационного маневра

будем выполнять проверку условия положительности или равенства нулю гамильтониана в конечной точке траектории.

Решив поставленную задачу, можно определить параметры траектории, на которую перейдет КА в результате раскрутки. В дальнейшем будем называть ее "подлетной траекторией", имея ввиду то, что КА будет встречать Луну, находясь именно на этой траектории.

Рассмотрим теперь лунный гравитационный маневр с точки зрения приращения энергии КА в рамках метода грависфер нулевой протяженности. При этом примем ряд допущений:

- Орбита Луны – круговая с радиусом 384401 км;
- Подлетная траектория КА (на эту траекторию должен перейти КА в результате набора энергии h_0 при раскрутке) является коническим сечением с фокусом, располагающемся

в центре масс Земли;

- Подлетная траектория КА лежит в плоскости орбиты Луны.

Схема гравитационного маневра при наличии данных допущений представлена на рисунке 2. Здесь в точке О располагается центр Земли, в точке С - центр Луны в момент выполнения гравитационного маневра КА, $R_{\text{Луны}}$ – радиус орбиты Луны, R_{π} - радиус перигея подлетной траектории КА; $\vec{V}_{\text{Луны}}$ - вектор геоцентрической скорости Луны; \vec{V}^- - вектор геоцентрической скорости КА в момент подлета к Луне; \vec{V}_{∞}^- - вектор гиперболического избытка скорости подлета к Луне; \vec{V}_{∞}^+ - вектор гиперболического избытка скорости отлета от Луны; β_{max} - максимальный угол поворота вектора гиперболического избытка скорости; \vec{V}_{min}^+ , \vec{V}_{max}^+ - соответственно минимально и максимально возможная скорость КА относительно Земли после выполнения гравитационного маневра.

Приращение полной геоцентрической энергии КА в результате выполнения гравитационного маневра при наличии допущений, представленных выше – это разность квадратов скорости КА до и после пролета Луны:

$$\Delta h = V^{+2} - V^{-2} \quad (7)$$

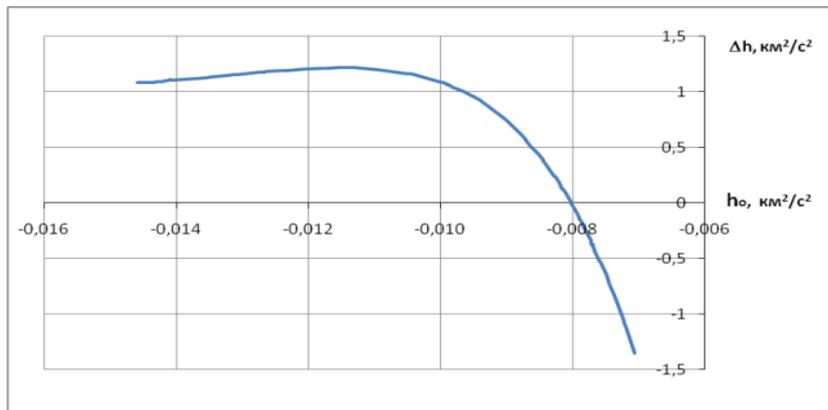


Рисунок 3 - Зависимость приращения геоцентрической энергии КА в результате гравитационного маневра у Луны от величины геоцентрической энергии, которую он приобрел в результате "раскрутки" с промежуточной орбиты ($R_{\pi}=6571\text{км}$, $R_{\alpha}=150000\text{км}$)

Таким образом, для каждой величины h_0 , для каждой траектории раскрутки, соответствующей ей, существует возможность определить приращение энергии, которое получит КА в результате гравитационного маневра у Луны. На рисунке 3 представлена связь между приращением энергии Δh , которое получает КА в результате пролета Луны.

и величиной энергии h_0 которую имеет КА до момента пролета Луны (которую он набрал при раскрутке с промежуточной орбиты с помощью ЭРДУ). Рассматривалась раскрутка с промежуточной орбиты, радиус перигея которой равен 6571 км, а радиус апогея - 150000 км.

Можно видеть, что существует некоторое оптимальное значение $h_0 = h_0^*$ при котором Лунный гравитационный маневр обеспечивает наибольшее приращение энергии КА. Решая

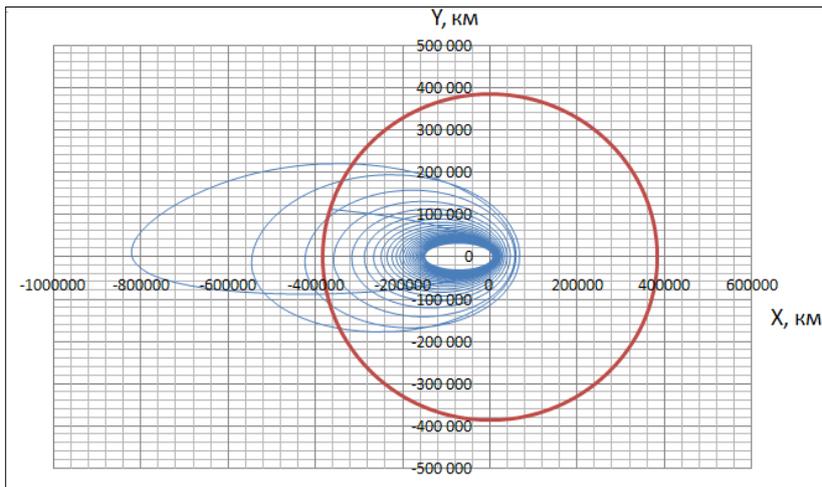


Рисунок 4 - Вид траектории, обеспечивающей наибольшее приращение энергии КА в результате лунного гравитационного маневра. Параметры промежуточной орбиты $R_{\pi}=6571\text{ км}$, $R_{\alpha}=150000\text{ км}$. Красным цветом показана орбита Луны

задачу (2) - (6) и подставляя в условие (4) величину h_0^* , найдем оптимальное по быстродействию управление (вектор сопряженных переменных в начальной точке), обеспечивающее решение задачи раскрутки. Зафиксировав полученное управление, можно найти момент времени, в который траектория раскрутки КА пересечет орбиту Луны.

Зная этот момент времени не составляет труда рассчитать радиальную и трансверсальную компоненты скорости КА (V_{r2} , V_{n2}), а также оценить его массу (m_2) в этот момент времени. Вид траектории раскрутки для рассматриваемого примера представлен на рисунке 4.

Отметим, что момент набора самой выгодной энергии не совпадает с моментом пересечения орбиты Луны. Набор h_0^* происходит на последнем витке представленной траектории несколько раньше, пересечения траектории КА орбиты Луны.

Полученные таким образом характеристики (радиальная (V_r) и трансверсальная (V_n) скорость, а также масса КА в момент входа в грависферу Луны (m_2)) будут использоваться при дальнейшем анализе.

2. Предварительный анализ гелиоцентрического участка

Можно показать, что при рассмотрении описанной выше схемы перелета, при использовании в составе космического аппарата ЭРДУ, обеспечивающей достаточно малое начальное ускорение, гравитационный маневр у Луны не дает возможности сообщить КА скорость, необходимую для попадания в окрестность даже ближайших планет - Марса и Венеры. Очевидно, что для решения транспортной задачи межпланетного перелета необходимо использование ЭРДУ и на гелиоцентрическом участке движения.

Прежде всего постараемся понять, как должен быть направлен вектор скорости КА в конечной точке геоцентрического участка - начальной точке гелиоцентрического (четвертого) участка.

Предварительный анализ четвертого участка траектории предлагается проводить при наличии ряда допущений. Перечислим их:

- Движение КА рассматривается в центральном гравитационном поле Солнца;
- Радиус-вектор КА в начальной точке гелиоцентрического участка равен радиус-вектору Земли;
- Скорость КА в начальной точке гелиоцентрического участка равна векторной сумме скорости Земли относительно Солнца и скорости КА относительно Земли в конечный момент движения на геоцентрическом участке;
- В конечной точке гелиоцентрического участка выполняются условия нулевой стыковки КА с планетой назначения (1);
- Законы управления направлением вектора тяги ЭРДУ на гелиоцентрическом участке выбираются так, чтобы перелет между начальной и конечной точками гелиоцентрического участка осуществлялся бы за минимальное время. При этом полагается, что тяга ЭРДУ постоянна и на траектории отсутствуют пассивные участки.

Отметим, что последнее допущение является достаточно серьезным. Получаемые в результате анализа данного этапа гелиоцентрические траектории будут достаточно сильно отличаться от оптимальных. Однако главной целью данного этапа исследования является выявление приближенного направления вектора скорости КА в начальной точке гелиоцентрического сегмента траектории. Введение последнего допущения позволяет выбросить из рассмотрения один независимый параметр - время гелиоцентрического перелета. Вместе с тем, было выявлено, что для рассматриваемого уровня реактивных ускорений, которым обладает КА в этой точке, угол между оптимальным вектором гелиоцентрической скорости, полученного для задачи на быстроедействие, и векторами скорости, полученными для ряда задач перелета за фиксированное время, не превышает двух градусов.

Для решения поставленной задачи о перелете между двумя точками фазового пространства за минимальное время воспользуемся принципом максимума. Уравнения оптимального движения в гелиоцентрической декартовой системе координат примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{V}}{dt} &= -\frac{\mu_1 \cdot \vec{r}}{r^3} + \frac{P}{m_3 - \frac{P}{W}t} \vec{L}_V; \\ \frac{d\vec{r}}{dt} &= \vec{V}; \\ \frac{d\vec{\lambda}_V}{dt} &= -\vec{\lambda}_r; \\ \frac{d\vec{\lambda}_r}{dt} &= -\frac{\partial K}{\partial \vec{r}}; \end{aligned} \tag{8}$$

где μ_1 - гравитационный параметр Солнца; \vec{r} - радиус-вектор КА; \vec{V} - вектор скорости КА; m_3 - масса КА в начальной точке гелиоцентрической траектории; P, W - тяга и эффективная скорость истечения ЭРДУ КА; $\vec{\lambda}_V \{ \lambda_{Vx}, \lambda_{Vy}, \lambda_{Vz} \}$ - вектор переменных, сопряженных к проекциям вектора скорости КА; $\vec{\lambda}_r \{ \lambda_x, \lambda_y, \lambda_z \}$ - вектор переменных, сопряженных к проекциям радиус-вектора КА; $\vec{L}_V \{ L_{Vx}, L_{Vy}, L_{Vz} \}$ - единичный вектор, коллинеарный вектору $\vec{\lambda}_V$.

$K = \left(\vec{\lambda}_V, -\frac{\mu_1 \cdot \vec{r}}{r^3} \right)$; - часть функции Гамильтона, зависящая от координат КА.

Начальные значения фазовых координат КА (их шесть):

$$\vec{V}_3 = \vec{V}_\oplus(T_3) + V_\infty \cdot \vec{L}_V; \quad \vec{r}_3 = \vec{r}_\oplus(T_3); \quad (9)$$

где векторы, обозначенные значком " \oplus " - вектор скорости и радиус-вектор Земли в момент выхода КА из ее грависферы; V_∞ - скорость КА относительно Земли в этот же момент времени.

Граничных условий (условий в конечной точке траектории) тоже шесть:

$$\vec{V}_4 = \vec{V}_{Пл}(T_3 + t_{пол}^{\min}); \quad \vec{r}_4 = \vec{r}_{Пл}(T_3 + t_{пол}^{\min}); \quad (10)$$

где векторы с индексом "Пл" - вектор скорости и радиус-вектор планеты назначения в момент подлета КА к ней; $t_{пол}^{\min}$ - минимальное время полета, которое является функцией от момента времени выхода КА из грависферы Земли (T_3), ускорения от действия силы тяги, которым обладает КА в начальной точке гелиоцентрической траектории (f_3) и скорости КА относительно Земли в этот же момент времени (V_∞).

Введя нормировку вектора сопряженных переменных, т.е. выразив λ_{Vx} , λ_{Vy} и λ_{Vz} через некие параметры α и β : $\lambda_{Vx} = \cos \alpha \cdot \cos \beta$; $\lambda_{Vy} = \sin \alpha \cdot \cos \beta$; $\lambda_{Vz} = \sin \beta$, получим возможность замкнуть задачу: при шести начальных и шести граничных условиях имеем задачу с шестью неизвестными - четырьмя сопряженными переменными в начальной точке (λ_{x0} , λ_{y0} , λ_{z0}), параметрами α и β , а также временем полета $t_{пол}^{\min}$. Как и ранее, для каждого решения выполняем проверку условия положительности или равенства нулю гамильтониана в конечной точке.

Данная задача имеет три независимых параметра - T_3 , f_3 и V_∞ .

Величину реактивного ускорения f_3 примем такой:

$$f_3 = \frac{P \cdot W}{m_2 \cdot W - P \cdot t_{23}};$$

где m_2 - масса КА в момент входа в грависферу Луны (она была определена в разделе 1), t_{23} - время движения КА на третьем участке.

Забегая вперед, скажем, что для упрощения анализа третьего участка, в качестве одного из допущений, предлагается зафиксировать время движения КА на этом участке. В рассматриваемом примере перелета к Марсу оно составляет десять суток. Более подробно о допущениях, используемых для анализа третьего участка будет сказано ниже.

Величину скорости КА относительно Земли в конечной точке третьего участка (V_∞) на данном этапе определить затруднительно. Поэтому предлагается перебрать ряд значений V_∞ (в нашем примере от 1 км/с до 2 км/с с шагом 0.1 км/с) и для каждого из них построить зависимости координат вектора \vec{L}_V от T_3 . Впоследствии выберем то значение V_∞ (и соответствующую ей зависимость), которое будет наиболее близко к значению гелиоцентрической скорости в конечной точке третьего участка.

На этом завершается этап предварительных расчетов. Полученные зависимости позволяют нам перейти к анализу межпланетного перелета с использованием более точной математической модели движения КА. Его анализ предлагается начать с третьего участка - участка лунного гравитационного маневра.

3. Анализ участка лунного гравитационного маневра при использовании уточненной математической модели движения КА

Для упрощения задачи анализа третьего участка были приняты следующие допущения:

- длительность движения КА на третьем участке фиксирована (в рассматриваемом примере она составляет десять суток);
- закон управления направлением вектора тяги принят тангенциальным (тяга направлена вдоль геоцентрической скорости КА);
- рассматриваемый участок движения полностью активный;
- математическая модель движения учитывает гравитационное воздействие на КА со стороны Луны, Солнца и Земли (использованная нами модель эфемерид–DE405);
- Земля рассматривается как сжатый по полюсам сфероид.

Длительность движения КА на третьем участке выбирается такой, что КА в конечной точке третьего сегмента оказывается приблизительно на границе грависферы минимальных отклонений.[8] Фиксация закона управления вектором тяги КА позволяет существенно упростить задачу анализа данного участка - избавиться от выбора и оптимизации параметров про-

граммы управления КА. Полагаем, что неоптимальность выбранного закона управления не сильно влияет на общие характеристики перелета из-за относительного небольшого периода времени движения КА на третьем сегменте.

Анализ данного участка движения предлагается проводить в геоцентрической экваториальной системе координат. В этом случае, систему уравнений движения КА можно представить в виде (11):

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} + \sum_{j=1}^2 \mu_j \left(\frac{\vec{r}_j - \vec{r}}{|\vec{r}_j - \vec{r}|^3} - \frac{\vec{r}_j}{r_j^3} \right) + \vec{a}_p; \quad (11)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V};$$

где $U = \frac{\mu_{\oplus}}{r} - \frac{\mu_{\oplus}}{3r^3} \delta (3 \sin^2 \varphi - 1)$; $\delta = 66.07 \times 10^3 \text{ км}^2$.

Здесь U - гравитационный потенциал Земли как сжатого сфероида [6]; \vec{r} - радиус-вектор КА; μ_j - гравитационный параметр j -го небесного тела (индексом 1 обозначено Солнце, индексом 2 - Луна); \vec{r}_j - радиус-вектор j -го небесного тела; \vec{a}_p - вектор реактивного ускорения; φ - геоцентрическая широта подспутниковой точки КА.

Так как закон управления вектором тяги фиксирован, фиксировано время движения КА на третьем участке, то фазовые характеристики КА в конечной точке этого участка будут зависеть только от фазовых характеристик КА в начальной его точке.

Основным вопросом анализа рассматриваемого сегмента траектории будет являться нахождение таких фазовых характеристик КА в момент входа в грависферу Луны, чтобы в конечной точке данного участка вектор тяги (\vec{a} , значит, и вектор скорости) КА был бы коллинеарен вектору \vec{L}_v , координаты которого найдены из анализа гелиоцентрического участка в разделе 2.

Анализ третьего участка траектории будем проводить в два этапа. Сначала будем полагать, что вектор скорости КА в момент входа в грависферу Луны принадлежит мгновенной плоскости орбиты Луны. При этом считаем, что радиальная и трансверсальная компоненты этого вектора известны - они найдены в разделе 1.

Основная задача начального этапа расчета третьего участка состоит в том, чтобы найти такое положение Луны на орбите, т.е. юлианскую дату в момент входа КА в грависферу Луны, такую точку входа в нее (принадлежащую мгновенной плоскости орбиты Луны), чтобы КА в конечной точке геоцентрического участка имел бы по возможности максималь-

ное приращение энергии и минимальный угол между вектором скорости и вектором \vec{L}_v , координаты которого определяются с помощью зависимостей найденных в разделе 2.

Схема данного этапа приведена на рисунке 5.

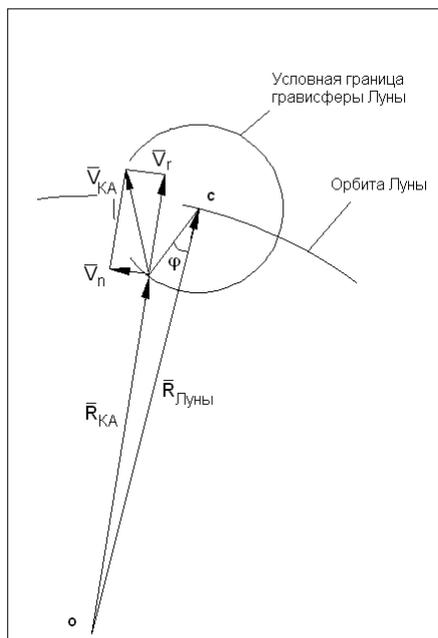


Рисунок 5 - Схема первого этапа анализа участка лунного гравитационного маневра

На данном рисунке: $\vec{V}_{КА}$ - скорость КА относительно Земли в момент входа в грависферу Луны; \vec{V}_r, \vec{V}_n - радиальная и трансверсальная компоненты этой скорости; $\vec{R}_{КА}$ - радиус-вектор КА в геоцентрической экваториальной системе координат в момент входа в грависферу Луны; $\vec{R}_{Луны}$ - радиус-вектор Луны в этой же системе координат; φ - угол, характеризующий положение точки входа КА в грависферу Луны.

На рисунке 5, точка, характеризующаяся радиус-вектором $\vec{R}_{КА}$ - это точка входа КА в грависферу Луны.

Последовательность действий, выполняемых на рассматриваемом этапе анализа такова:

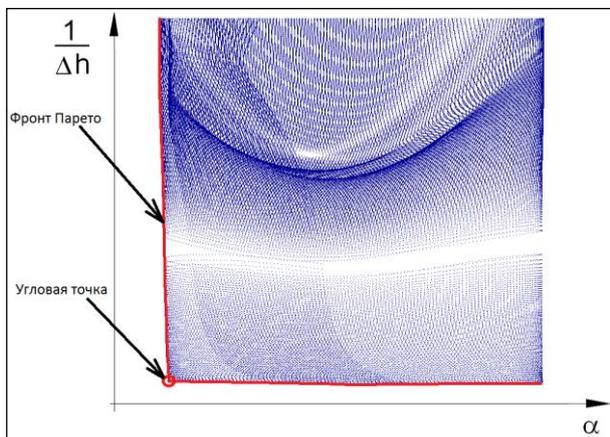


Рисунок 6 - Диаграмма решений первого этапа расчета участка лунного гравитационного маневра

1. Перебираем с некоторым небольшим шагом юлианскую дату в диапазоне одного лунного месяца в окрестности оптимальной даты с точки зрения перелета к планете назначения (T_2).

2. Для каждой юлианской даты T_2 перебираем значение угла φ в диапазоне от 0° до 360° .

3. Для каждой пары T_2 и φ строим траекторию с использованием численного интегрирования системы (11). Для каждой полученной траектории находим величину приращения

энергии (Δh), а также угол между вектором скорости КА в конечной точке третьего участка и вектором $\vec{L}_v(\alpha)$.

Таким образом, каждая полученная траектория характеризуется двумя параметрами - Δh и α . Эти параметры можно нанести на координатную плоскость. Каждая точка такой диа-

граммы будет характеризовать одну из полученных траекторий. С другой стороны, каждой точке диаграммы можно поставить в соответствие некоторую пару чисел - T_2 и φ .

Пример такой диаграммы для рассматриваемого нами примера перелета к Марсу представлен на рисунке 6. Одну из этих точек, представленных на диаграмме, предлагается использовать в качестве начального приближения для следующего этапа расчета. Как уже упоминалось ранее, такая точка (траектория) должна иметь как можно большее приращение энергии и как можно меньшее значение угла между вектором \vec{L}_v и вектором скорости КА в конечной точке третьего участка.

Построив фронт Парето на представленной диаграмме, видим, что он имеет вид почти прямого угла. Именно угловая точка фронта (т.е. соответствующая ей траектория) будет использована в качестве начального приближения для второго этапа расчета.

Таким образом, могут быть получены юлианская дата T_2 момента входа КА в грависферу Луны и фазовые характеристики КА в этот же момент времени.

Для выбранной траектории можно легко определить углы склонения (δ_0) и прямого восхождения (η_0) радиус-вектора КА в момент входа в грависферу (T_{20}). Упомянутые углы предлагается строить в селеноцентрической невращающейся системе координат. Ось X данной системы координат направлена в точку весеннего равноденствия, а плоскость XY - параллельна плоскости земного экватора для рассматриваемой эпохи.

Цель следующего этапа расчета - уточнение полученного решения, определение такой точки входа в грависферу Луны (уже не принадлежащей мгновенной плоскости орбиты Луны), при которой угол между вектором скорости КА и вектором \vec{L}_v будет близок к нулю.

Модуль радиус-вектора КА относительно Луны в начальной точке третьего участка траектории равен радиусу грависферы Луны. Угол между вектором скорости КА и вектором \vec{L}_v в конечной точке третьего участка можно рассматривать как функцию шести параметров: юлианской даты (T_2), склонения (δ) и прямого восхождения (η) радиус-вектора КА в селеноцентрической системе координат, наклонения оскулирующей орбиты КА (определенного в геоцентрической экваториальной системе координат) - i , а также радиальной и трансверсальной скорости в момент входа КА в грависферу Луны. Радиальную и трансверсальную скорость предлагается зафиксировать и использовать значения V_{r2} , V_{n2} , полученные с помощью методики, описанной в первом разделе данной работы. Таким образом: $\alpha = F(T_2, \delta, \eta, i)$

В результате мы получаем возможность свести поставленную задачу к задаче поиска локального минимума функционала F в пространстве четырех переменных: $\alpha = F(T_2, \delta, \eta, i) \rightarrow \min$.

Величина этого минимума оказывается весьма близкой к нулю. При этом в качестве начальной точки для поиска используются значения T_{20}, δ_0, η_0 , найденные на первом этапе. В качестве начального приближения для наклона подлетной траектории используется значение наклона орбиты Луны в момент T_2 : $i_0 = i_{\text{Луны}}(T_2)$. Переменные, обеспечивающие минимум этого функционала обозначим $T^{\min}, \delta^{\min}, \eta^{\min}, i^{\min}$.

На последнем шаге расчета третьего участка произведем переход от набора переменных $T^{\min}, \delta^{\min}, \eta^{\min}, i^{\min}, V_{r2}, V_{n2}$ к координатам и проекциям вектора скорости КА, определенных в геоцентрической экваториальной системе координат: $x_2, y_2, z_2, V_{x2}, V_{y2}, V_{z2}$. Масса КА в начальной точке третьего участка (m_2) была определена в разделе 1. Проинтегрировав систему (11) по времени от 0 до t_k (в рассматриваемом примере $t_k=10$ суток) при данных полученных начальных условиях, найдем фазовые характеристики КА в конечной точке третьего участка. Обозначим их так: $x_3, y_3, z_3, V_{x3}, V_{y3}, V_{z3}, m_3$.

Итак, в результате расчета третьего участка траектории, нам удалось определить фазовые характеристики КА, а также его массу в начальной и конечной точках третьего участка.

4. Совместный анализ участка перехода на промежуточную орбиту и участка раскрутки (первого и второго участков) при использовании уточненной математической модели движения КА

Основной задачей настоящего этапа расчета является определение параметров (кеплевских элементов) промежуточной орбиты, точки старта с неё, а также законов управления вектором тяги ЭРДУ, которые обеспечивают переход КА с промежуточной орбиты в конечную точку второго участка за минимальное время. Математическая модель движения КА не отличается от той, что была представлена в предыдущем разделе. Для решения поставленной задачи, также как и в разделах 1 и 2, воспользуемся принципом максимума.

Подставив в систему (11) вектор реактивного ускорения в виде $\vec{a}_p = \frac{P}{m} \vec{L}_v$ и дополнив её системой уравнений для сопряженных переменных (12), получим систему уравнений оптимального движения.

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{\lambda}_v}{dt} &= -\vec{\lambda}_r; \\ \frac{d\vec{\lambda}_r}{dt} &= -\frac{\partial K}{\partial \vec{r}};\end{aligned}\tag{12}$$

$$\text{где } K = \left(\vec{\lambda}_v, \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} + \sum_{j=1}^2 \mu_j \left[\frac{\vec{r}_j - \vec{r}}{|\vec{r}_j - \vec{r}|^3} - \frac{\vec{r}_j}{r_j} \right] \right).$$

Анализ движения КА на участке раскрутки предлагается проводить в обратном времени, совместно интегрируя системы (11) и (12) от конечной точки второго участка к начальной. В этом случае, начальными условиями задачи будут выступать фазовые характеристики КА в момент входа в грависферу Луны: $T_2, x_2, y_2, z_2, V_{x2}, V_{y2}, V_{z2}, m_2$.

Особенностью данной задачи будет то, что масса КА является заданной с двух концов рассматриваемых участков траектории, т.е. известна масса КА на опорной орбите m_0 - эта та масса, выведение которой обеспечивает РН, а также известна масса КА в конечной точке участка раскрутки - m_2 .

Граничными условиями поставленной задачи будут:

– условие равенства масс КА на промежуточной орбите, полученных из расчета первого и второго участка:

$$g_1 = m_1 - m_0 \exp\left(-\frac{\Delta V_\Sigma}{W_{хим}}\right) - m_{хрб} = 0; \text{ где } m_1 - \text{масса КА в начальной точке второго участка, по-}$$

лученная из обратного расчета; $m_0 \exp\left(-\frac{\Delta V_\Sigma}{W_{хим}}\right) - m_{хрб}$ - масса КА в конечной точке первого

участка (масса КА на промежуточной орбите после отброса ХРБ, полученная из расчета первого сегмента траектории с помощью импульсной аппроксимации активных участков ХРБ).

В этом выражении: m_0 - масса связки КА-ХРБ на опорной орбите; ΔV_Σ - суммарная характеристическая скорость маневра перехода с опорной на промежуточную орбиту; $W_{хим}$ - эффективная скорость истечения для двигательной установки ХРБ; $m_{хрб}$ - конечная масса ХРБ.

– условие равенства наклонений опорной и промежуточной орбиты:

$$g_2 = \cos(i_0) - \frac{\sigma_z}{\sigma} = 0; \text{ в этом выражении: } i_0 - \text{наклонение опорной орбиты; } \frac{\sigma_z}{\sigma} - \text{отношение } z\text{-}$$

ой координаты вектора площадей к модулю этого вектора в начальной точке второго участка.

Дополним эти условия четырьмя условиями трансверсальности для начальной точки второго участка:

$$\lambda_{z1} - \frac{\partial g_1}{\partial z} v_1 - \frac{\partial g_2}{\partial z} v_2 = 0;$$

$$\bar{\lambda}_{v1} - \frac{\partial g_1}{\partial \bar{V}} v_1 - \frac{\partial g_2}{\partial \bar{V}} v_2 = 0;$$

$$\text{где } v_1 = \frac{1}{\frac{\partial g_1}{\partial x}} \left(\lambda_{x1} - \frac{\partial g_2}{\partial x} v_2 \right); \quad v_2 = \frac{\lambda_{x1} \frac{\partial g_1}{\partial y} - \lambda_{y1} \frac{\partial g_1}{\partial x}}{\frac{\partial g_1}{\partial y} \frac{\partial g_2}{\partial x} - \frac{\partial g_1}{\partial x} \frac{\partial g_2}{\partial y}}.$$

Представленные условия являются некоторыми функциями от семи неизвестных: времени раскрутки (T_p) и шести сопряженных переменных в конечной точке второго участка ($\lambda_{x2}, \lambda_{y2}, \lambda_{z2}, \lambda_{vx2}, \lambda_{vy2}, \lambda_{vz2}$).

Сопряженная система (12) является однородной. Это обстоятельство, как и раньше, позволяет ввести нормировку вектора сопряженных переменных: $\lambda_{vx2} = \cos \alpha \cdot \cos \beta$; $\lambda_{vy2} = \sin \alpha \cdot \cos \beta$; $\lambda_{vz2} = \sin \beta$. Уменьшив таким образом число неизвестных на один, замкнем задачу, которая при шести краевых условиях (четыре условия трансверсальности и условия $g_1=0$ и $g_2=0$) имеет шесть выбираемых параметров ($T_p, \lambda_{x2}, \lambda_{y2}, \lambda_{z2}, \alpha, \beta$).

На рисунке 7 представлен вид геоцентрического участка траектории движения КА под действием силы тяги ЭРДУ для рассматриваемого примера (на рисунке полностью представлен второй и часть третьего участка).

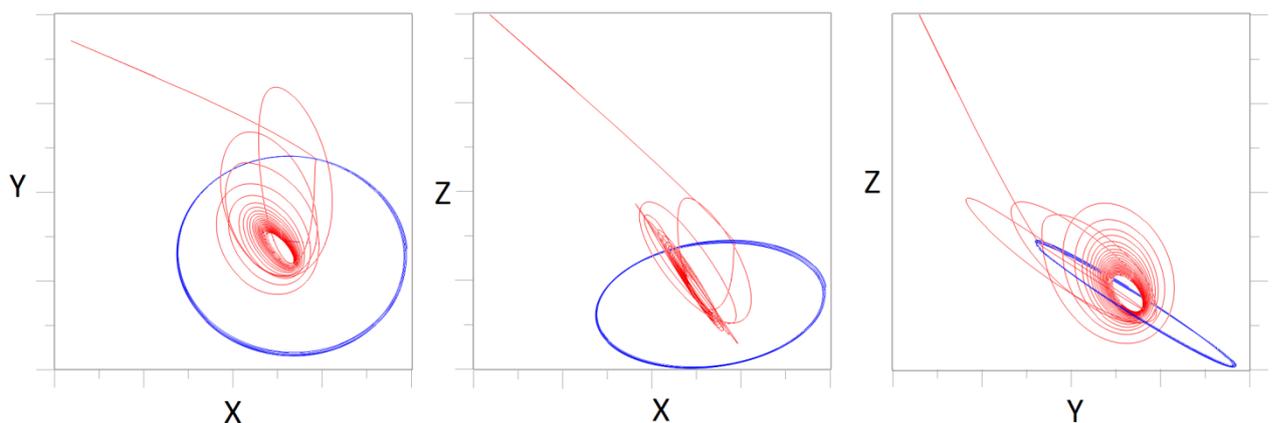


Рисунок 7 - Общий вид траектории движения КА в геоцентрической экваториальной системе координат. Синим цветом показана оскулирующая траектория Луны

5. Анализ гелиоцентрического участка при использовании уточненной математической модели движения КА

Теперь, после завершения расчета геоцентрического сегмента, приступим к анализу и оптимизации гелиоцентрического участка. В данном случае, в отличие от расчета, проведенного в разделе 2, анализ движения будет проводиться в рамках математической модели (11), пренебрегая тяготением только планеты назначения. Начальной точкой этого сегмента траектории будет являться точка с фазовыми координатами $x_3, y_3, z_3, V_{x3}, V_{y3}, V_{z3}, m_3$ для момента времени T_3 , полученная в результате расчета третьего участка. В конечной точке гелиоцентрической траектории должны быть выполнены условия нулевой стыковки (1), также как и в разделе 2. Таким образом, перед нами вновь задача о перелете между двумя точками фазового пространства, однако в этот раз критерием оптимальности перелета будет не минимум времени перелета, как в разделе 2, а минимум затрачиваемого рабочего тела ЭРДУ (максимум массы КА в конечной точке) при фиксированном времени перелета. Тяга ЭРДУ КА постоянна по величине, однако предполагается, что на гелиоцентрической траектории КА могут существовать пассивные участки движения.

Дополним систему (11) уравнением для массы КА:

$$\frac{dm}{dt} = -\delta \frac{P}{w}, \quad (13)$$

а систему в сопряженных переменных (12) - уравнением для переменной, сопряженной к массе КА:

$$\frac{d\lambda_m}{dt} = \frac{\delta P}{m^2} \lambda_v; \quad (14)$$

Подставив в систему (11) $\vec{a}_p = \delta \frac{P}{m} \vec{L}_v$, получим систему оптимального движения КА для поставленной задачи.

δ в этих соотношениях - коэффициент, равный 1, когда двигатель малой тяги включен и 0 - когда выключен. Его значение определяется с помощью функции переключения ψ таким образом:

$$\delta = \begin{cases} 1, & \text{если } \psi \geq 0; \\ 0, & \text{если } \psi < 0; \end{cases}$$

где $\psi = \frac{\lambda_v}{m} - \frac{\lambda_m}{w}; \quad (15)$

Начальными условиями задачи являются:

$$\vec{r}(T_3) = \vec{r}_3; \quad \vec{V}(T_3) = \vec{V}_3; \quad m(T_3) = m_3.$$

Краевые условия - шесть условий нулевой стыковки КА с планетой назначения (1).

Выбираемыми параметрами для поставленной задачи являются семь сопряженных переменных в начальной точке гелиоцентрической траектории: $\lambda_{x3}, \lambda_{y3}, \lambda_{z3}, \lambda_{v_{x3}}, \lambda_{v_{y3}}, \lambda_{v_{z3}}, \lambda_{m3}$.

Следуя принципу максимума для поставленной задачи перелета за фиксированное время, будем требовать выполнения условия (16) в конечной точке гелиоцентрической траектории.

$$\lambda_m(t_{k4}) \geq 0 \quad (16)$$

Из уравнения (14) видим, что $\frac{d\lambda_m}{dt} \geq 0$ для любого момента времени. Таким образом, для удовлетворения условия (16) необходимо и достаточно, чтобы переменная, сопряженная к массе, в начальной точке была бы положительна либо равна нулю: $\lambda_{m3} \geq 0$.

Выполним нормировку вектора сопряженных переменных в начальной точке, приняв $\lambda_{m3} = 1$. Уменьшив таким образом число выбираемых параметров на единицу, замкнем задачу. Не забудем при этом выполнять проверку условия равенства нулю гамильтониана в конечной точке гелиоцентрической траектории.

Решив поставленную краевую задачу при фиксированном времени полета (T_n), можно

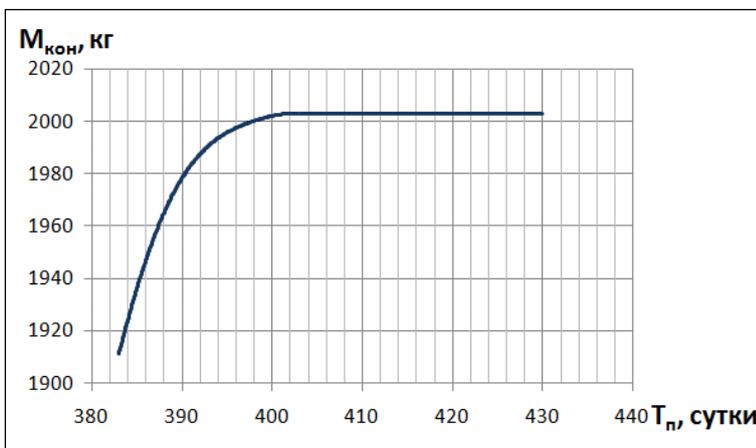


Рисунок 8 - Масса КА в конечной точке гелиоцентрического участка как функция от времени полета на гелиоцентрическом участке

найти массу КА в конечной точке гелиоцентрической траектории. В результате появилась возможность построить зависимость конечной массы КА как функции от времени перелета на гелиоцентрическом участке траектории. Вид такой зависимости для рассматриваемого нами примера перелета Земля-Марс представлен на рисунке 8.

Время перелета, соответствующее самой нижней точке графика (около 383 суток) соответствует минимально возможному времени гелиоцентрического перелета для данного примера. В районе 403 суток конечная масса КА выходит на свое предельное значение и дальнейшее увеличение времени перелета не дает увеличения конечной массы КА (для полученного семейства решений). Уточним, что получаемая таким образом зависимость справедлива только для единственной геоцентрической траектории, полученной в рамках методики, описанной в разделах 1-4. Время движения на геоцентрической части обозначим $T_{гео}$. В дальнейшем, при варьировании

времени геоцентрического движения, будем маркировать зависимости массы КА от времени гелиоцентрического перелета соответствующим им значением $T_{\text{гео}}$.

В рассматривавшемся примере время движения КА на геоцентрическом участке составило приблизительно 179,1 суток.

Таким образом, возникает два важных вопроса - вопрос о построении результирующей зависимости конечной массы КА от суммарного времени полета, включающего время движения на гео- и гелиоцентрическом участке и вопрос об оптимальном распределении суммарного времени движения КА между гео- и гелиоцентрическим участком. Анализ этих вопросов и посвящен следующий раздел.

6. Пример результирующей зависимости конечной массы КА от суммарного времени перелета. Оценка выигрыша в конечной массе КА от использования лунного гравитационного маневра на примере перелета Земля-Мартс

Пользуясь методическим подходом, описанным в разделах 1-5, можно построить ряд зависимостей типа той, что представлена на рисунке 8 для различных геоцентрических траекторий. Каждая из них будет характеризоваться своим временем движения на геоцентрическом участке. Сдвинув график зависимости конечной массы КА от времени движения на гелиоцентрическом участке по оси абсцисс вправо на величину времени движения на гео-

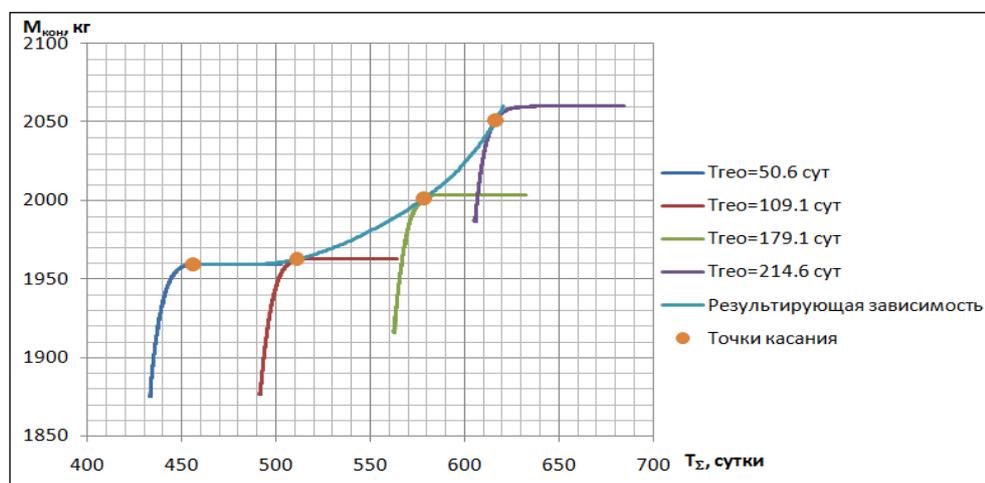


Рисунок 9 - Конечная масса КА как функция суммарного времени полета для четырех различных геоцентрических траекторий, характеризующихся временем движения на геоцентрическом участке $T_{\text{гео}}$. Огибающая эти графики кривая - результирующая зависимость конечной массы КА от суммарного времени полета при использовании лунного гравитационного маневра.

трическом участке, получим зависимость конечной массы КА от суммарного времени полета. Варьирование времени движения КА на геоцентрическом участке возможно благодаря выбору соответствующих параметров промежуточной орбиты и законов управления на участке раскрутки.

Рассмотрим вид и взаимное расположение таких зависимостей для транспортной системы, характеристики которой приведены в таблице 1. На рисунке 9 представлены зависи-

мости конечной массы КА от суммарного времени полета для четырех различных геоцентрических сегментов, характеризующихся временами движения 50.6, 109.1, 179.1 и 214.6 суток.

Огибающая эти графики кривая (на рисунке 9 она показана голубым цветом) - результирующая зависимость, показывающая связь между суммарным временем транспортной операции и конечной массы КА для межпланетного перелета Земля-Марс, использующего гравитационный маневр у Луны. Конечно же, она справедлива только для транспортной системы, рассматриваемой здесь в качестве примера. Абсциссы точек касания огибающей определяют оптимальное суммарное время перелета для геоцентрических траекторий, характеризующихся указанными временами $T_{\text{гео}}$. Таким образом, используя полученный график можно ответить на вопрос о рациональном соотношении между временем движения на геоцентрической и гелиоцентрическом участках траектории.

Попробуем теперь ответить на самый важный вопрос о целесообразности использования гравитационного маневра у Луны для рассматриваемого проекта межпланетной миссии. Оценим выигрыш в конечной массе КА от использования гравитационного маневра у Луны для представленного примера перелета Земля-Марс.

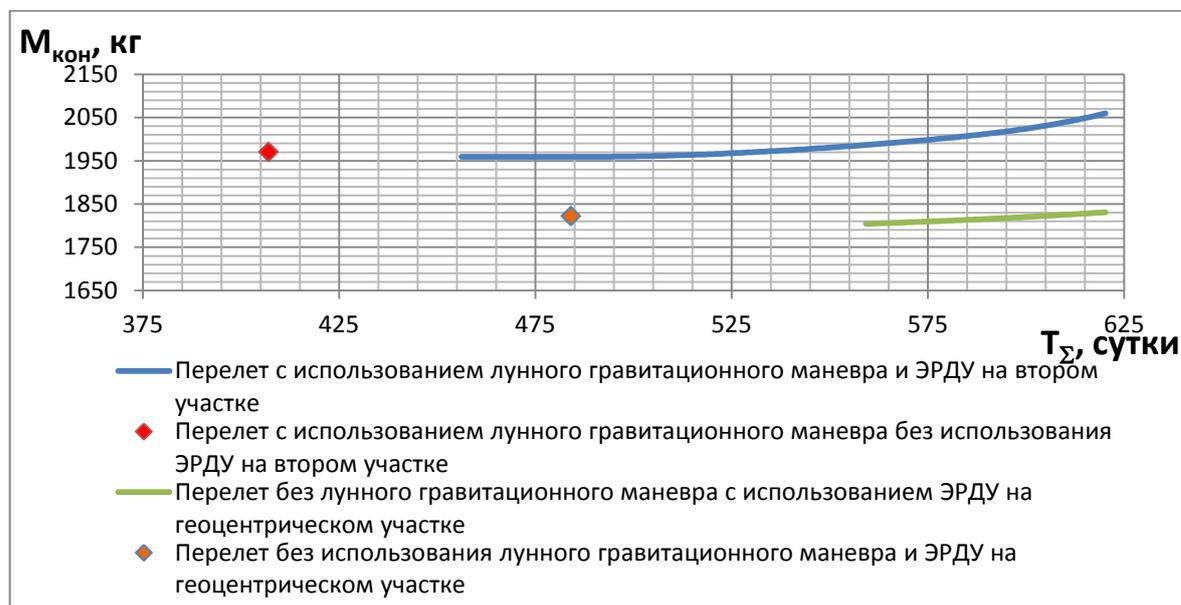


Рисунок 10 - Зависимости конечной массы КА от суммарного времени перелета

На рисунке 10 синим цветом показана зависимость конечной массы КА от суммарного времени полета при использовании ЭРДУ на втором сегменте траектории, а также лунного гравитационного маневра. Эта зависимость обсуждалась на рисунке 9. Зеленым цветом показана аналогичная зависимость для схемы, использующей только оптимальную раскрутку с помощью ЭРДУ в окрестности Земли до набора параболической скорости без гравитацион-

ного маневра. Каждой точке на этих кривых соответствуют некоторые параметры промежуточных орбит, с которых начинается раскрутка. Крайним левым точкам этих графиков (не путать с отдельно стоящими точками) соответствуют промежуточные орбиты с радиусами апогея порядка 600000 км. Для дальнейшего уменьшения времени перелета необходимо было бы использовать раскрутку с эллиптических орбит с еще большим радиусом апогея - то есть с орбит уже очень близких к параболической траектории.

Отдельно стоящие точки построены для схем перелета, когда КА с помощью только ХРБ переводится на параболическую траекторию, минуя стадию раскрутки. Высота перигея данной параболической траектории соответствует высоте опорной орбиты (200 км). В первом случае (красная точка), КА, двигаясь по параболической орбите, попадает в окрестность Луны и выполняет гравитационный маневр, включение ЭРДУ происходит в момент входа в грависферу Луны. Во втором случае (оранжевая точка) - КА по параболической траектории выходит из грависферы Земли не встречая Луну, включение ЭРДУ происходит в начальной точке гелиоцентрического участка. Время движения на гелиоцентрическом участке в обоих случаях выбирается оптимальным - максимально возможным, при котором еще наблюдается рост конечной массы КА (вид зависимости конечной массы КА от времени полета аналогичен той, что представлена на рисунке 8).

Интересно, что схема полета, использующая лунный гравитационный маневр и не использующая раскрутку, для ряда времен перелета оказывается наиболее выгодной. Так, для

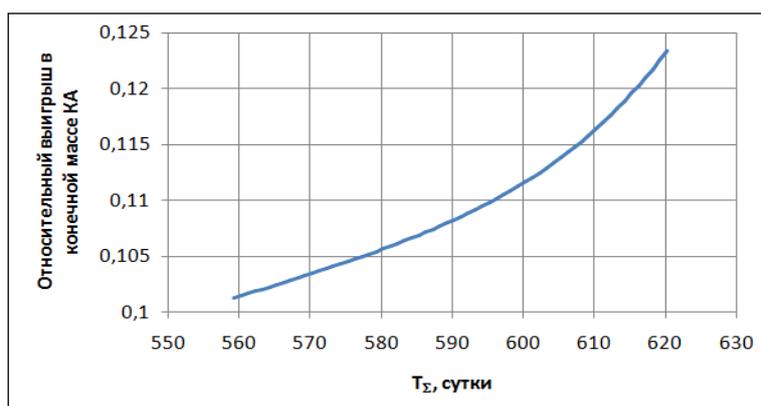


Рисунок 11 - Относительный выигрыш в массе КА из-за использования лунного гравитационного маневра как функция от суммарного времени полета

суммарного времени полета, перекрываемого синим и зеленым графиком рисунка 10 (от 559.2 до 620.2 суток). Как видим из представленного рисунка, для рассматриваемой транспортной системы выигрыш в конечной массе КА из-за использования гравитационного

рассматриваемого диапазона времен перелета, она всегда более выгодна, чем схема без гравитационного маневра у Луны. По сравнению со схемой, использующей лунный гравитационный маневр и раскрутку, она является более выгодной (и по времени перелета, и по конечной массе КА) при использовании перелетов с временем, меньшим чем 529.8

маневра у Луны достигает почти 12.5%. Такой выигрыш нам представляется достаточно значительным, чтобы его использовать для практического применения.

Заключение

Итак, в рамках данной работы представлена методика анализа и оптимизации межпланетных траекторий при использовании лунного гравитационного маневра. Применение ее было проиллюстрировано на примере перелета Земля-Мартс.

Для рассматриваемого диапазона времен перелета, схема с использованием лунного гравитационного маневра позволяет выиграть в конечной массе КА от 10% до 12,5%. В данном рассматриваемом примере использование раскрутки в окрестности Земли становится рациональным только при переходе на времена полета, большие, чем 529.8 суток.

Полагаем, что использование гравитационного маневра у Луны может быть полезно при планировании межпланетных космических миссий, требующих чрезвычайно больших энергетических затрат.

Библиографический список

1. http://www.samspace.ru/RN/souz_2.htm; 08.09.2011
2. http://www.laspace.ru/rus/fregat_construction.php; 08.09.2011
3. М.Б. Мартынов, В.Г. Петухов, Концепция применения электроракетной двигательной установки в научных космических проектах: преимущества и особенности, примеры реализации, Вестник ФГУП «НПО им. С.А. Лавочкина» № 2, 2011, стр. 3-11
4. Л.С. Полнотрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко, Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969
5. В.А. Иванов, Н.В. Фалдин, Теория оптимальных систем автоматического управления. М.: Наука, 1981
6. М.С. Константинов, Е.Ф. Каменков, Б.П. Перельгин, В.К. Безвербый; Под.ред. В.П. Мишина, Механика космического полета. М.: Машиностроение, 1989
7. Г.Л. Гродзовский, Ю.Н. Иванов, В.В. Токарев, Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975
8. Е.В. Тарасов, Космонавтика. М.: Машиностроение, 1977

Сведения об авторах

Ельников Роман Викторович, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета), тел.: (499)478-32-09; e-mail: elnikov_rv@mail.ru

тел.: (499)478-32-09; e-mail: elnikov_rv@mail.ru