На правах рукописи

Рассказова Варвара Андреевна

Математическое и программное обеспечение системы планирования производственных процессов на основе решения задач целочисленного линейного программирования

Специальность 2.3.5. Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Москва — 2025

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ)

Научный консультант: доктор физ.–мат. наук, профессор, **Кибзун Андрей Иванович**

Официальные оппоненты: **Лазарев Александр Алексеевич** доктор физ.–мат. наук, профессор, Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией «Теории расписаний и дискретной оптимизации»

Хамисов Олег Валерьевич доктор физ.–мат. наук, ст. научный сотрудник, Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН, главный научный сотрудник, заведующий отделом прикладной математики

Николаев Андрей Валерьевич доктор физ.–мат. наук, доцент, Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, заведующий кафедрой дискретного анализа

Ведущая организация: Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН (ФИЦ ИУ РАН)

Защита состоится «27» июня 2025 г. в 12 часов 30 минут на заседании диссертационного совета (ДС) 24.2.327.02 на базе МАИ по адресу: 125993, Москва, А–80, ГСП–3, Волоколамское шоссе, 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МАИ по адресу: 125993, Москва, А–80, ГСП–3, Волоколамское шоссе, 4 или на сайте МАИ по ссылке: https://mai.ru/events/defence/doctor/?ELEMENT_ID=184327.

Автореферат разослан «______» _________________ 2025 г.

Отзывы в 2-х экземплярах, заверенные печатью, просьба направлять по адресу: 125993, Москва, А–80, ГСП–3, Волоколамское шоссе, 4, Отдел подготовки кадров высшей квалификации.

Учёный секретарь ДС 24.2.327.02,
ст. научный сотрудник,
доктор физ.–мат. наук В. Ю. Гидаспов

Общая характеристика работы

Объектом исследования диссертации являются процессы планирования производства потокового и распределительного типов. Подобные процессы возникают в областях среднесрочного и оперативного планирования, где технологический маршрут производства непрерывно проходит через несколько последовательных этапов и характеризуется на каждом этапе потребностью поставки ресурсов определенного типа и качества.

Предметом исследования являются модели целочисленного линейного программирования (ЦЛП) как инструмент решения оптимизационных задач планирования, а также методы и подходы к проектированию на их основе автоматизированной системы планирования производственных процессов потокового и распределительного типов.

Актуальность темы. Актуальность темы исследования обусловлена современными тенденциями перехода промышленных предприятий на новый уровень цифровизации, где задачи планирования и управления производственными процессами выступают основополагающим фактором комплексной эффективности. На рисунке 1 представлена типовая структура производственных процессов потокового и распределительного типов.

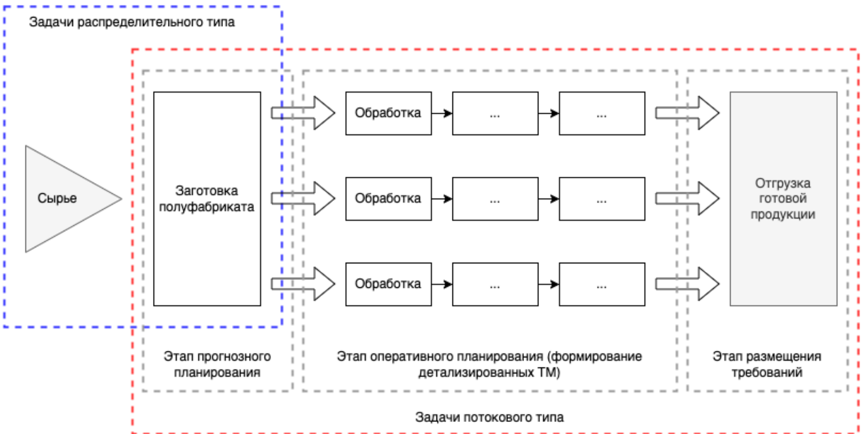

Рис. 1: Структура производственных процессов потокового и распределительного типов

Задачи потокового типа включают в себя назначение оборудования, а также планирование времени начала и завершения операций заготовки и технологической обработки полуфабриката. При этом операция заготовки полуфабриката выделяется в отдельный подготовительный этап прогнозного планирования, поскольку все рабочие центры на данном этапе являются идентичными, а выходная продукция характеризуется общими свойствами для всех типов конечной (готовой) продукции. На последующем этапе технологической обработки полуфабриката (этап оперативного планирования — формирование детализированных технологических маршрутов, ТМ) производятся специализированные операции, вариативность и длительность которых определяется конкретными целевыми свойствами конечной продукции. В общем случае финальный этап отгрузки является входными данными для предшествующих этапов прогнозного и оперативного планирования. Однако часто, ввиду большого числа технологических ограничений и ограниченных ресурсов оборудования, этапы прогнозного и (или) оперативного планирования оказываются неразрешимы при фиксированных входных данных по отгрузке. В этой связи процедура сквозного планирования производства дополнительно может включать в себя предварительный этап формирования входных данных для задачи на этапе прогнозного планирования. В терминах теории расписаний данная вспомогательная задача получила название этапа размещения требований (формирование графика отгрузки готовой продукции, разрешимого с точки зрения решения задачи на этапах прогнозного и оперативного планирования). Наконец, задачи распределительного типа имеют целью обеспечение сформированного (детализированного по операциям) производственного графика сырьем и материалами. Подобные типовые структуры производственных процессов присущи многим отраслям промышленности, например, таким как:

– деревообработка, где заготовка полуфабриката производится на прессах с последующей распиловкой и сборкой в соответствии с целевыми характеристиками готовой продукции,
– горнорудная отрасль, где заготовка полуфабриката производится на аппаратах крупного дробления с последующим дроблением до определенной фракции, обогащением, спеком и формовкой,
– кабельное производство, где полуфабрикат катанки подлежит последующему волочению до провода или токопроводящей жилы, изоляции и окраске,
– металлургическое производство, где сплав металла формируется как полуфабрикат и подлежит последующей технологической и (или) химической доводке до целевых свойств конечной продукции.

В диссертации в качестве прикладного примера внедрения результатов исследования рассматриваются процессы планирования именно в металлургической отрасли. Следуя структурной схеме, представленной на рисунке 1, работа включает исследование и решение следующих задач производственного планирования:

1. задачи потокового типа, включая
   a) этап прогнозного графикования (формирование графика загрузки оборудования на подготовительном этапе),
   b) этап размещения требований (в случае неразрешимости этапа прогнозного графикования),

   c) этап оперативного графикования (формирование детализированных технологических маршрутов обработки полуфабриката),
2. задача распределительного типа (обеспечение производственного графика сырьем и материалами).

Наиболее трудоемким этапом решения задач планирования и управления производственными процессами является разработка адекватных и целостных математических моделей, в полной мере описывающих многочисленные прикладные аспекты и особенности. В этом направлении широкое распространение получили методы имитационного моделирования и машинного обучения, активно развивающиеся в работах Карпова Ю. Г., Липатова А. А., Бусленко Н. П., Bennet K., Wang B. Q. Однако такие подходы не лишены недостатков. В первую очередь это обусловлено сложностями реализации и поддержки. Так, в частности, применение методов имитационного моделирования для решения задач планирования требует предварительной настройки верхнеуровневых сценариев, что может повлечь необходимость последующей ручной корректировки «узких» мест решения. Методы машинного обучения (Machine Learning, ML), в свою очередь, не претендуют на гарантию оптимальности или поиск приближенного решения с ограниченной погрешностью, что делает такой подход слабо применимым для задач, где целевым функционалом выступает показатель экономической эффективности производства. Кроме того, качественная реализация методов ML требует регулярного дообучения моделей на исторических данных большого объема и высокой степени детализации, что часто оказывается весьма затруднительным. Так, например, для процессов потокового типа регистрация фактических сценариев прохождения технологических маршрутов позволяет выявить определенные экспертные закономерности, но не дает полной картины относительно вариативности возможного решения. Что касается процессов распределительного типа, регистрация ключевых параметров производится, как правило, только при фактически обнаруженных отклонениях. Как следствие, разработка предиктивных моделей на такой ограниченной базе знаний характеризуется значительными рисками неустойчивости. Таким образом, актуальным остается развитие и реализация строго формализуемых подходов как основы математического обеспечения (МО) системы планирования производственных процессов в рассматриваемых классах задач.

Широкий арсенал методов для этих целей предоставляют теории расписаний и дискретной оптимизации. Разнообразными комбинаторными задачами оптимального планирования успешно занимаются Лазарев А. А., Кочетов Ю. А., Симанчев Р. Ю., Еремеев А. В., Плясунов А. В., Мелехин В. Б., Фугурян М. Г., Ерешко Ф. И., Pardalos P. M. В работах Brucker P., Lenstra J. K., Лазарева А. А., Гафарова Е. Р. обсуждались вопросы вычислительной сложности различных задач теории расписаний. В частности, известно, что задача ресурсного планирования с ограничениями (Resource-Constrained Project Scheduling Problem, RCPSP) является $\mathcal{NP}$-трудной в сильном смысле. Наиболее близким по структуре к задачам диссертации является класс RCPSP типа цехового планирования (Shop Scheduling). В фундаментальной работе Graham R. были выделены четыре основных постановки задачи цехового планирования: *open shop*, *job shop*, *flow shop* и *release dates.* Постановка open shop предполагает многостадийное выполнение каждого требования на заданном подмножестве машин в произвольном порядке. Методы решения задач open shop исследуются в работах Кононова А. В., Зака Ю. А., Пяткина А. В., Werner F., Tang L., Panneerselvam R. В случае job shop для каждого требования устанавливается строгий порядок выполнения на заданном подмножестве машин. В работах Коровина Д. И., Захаровой Ю. В., Hasan K., Joaquim A., Xu J. для различных приложений job shop разработаны точные и эволюционные подходы. В постановке flow shop каждое требование выполняется на каждой машине в установленном порядке. Эвристические и приближенные алгоритмы решения задач flow shop предложены в работах Грузликова А. М., Достовалова Д. Н., Ковалева М. Ю., Breit J., Cheng T. В постановке release dates предполагается, что для каждого требования установлены длительность и директивные сроки исполнения с учетом возможных прерываний. Различные вариации release dates и подходы к решению исследуются в работах Джунджолии М. С., Загидуллина Р. Р., Sharkey T., Chou M., Li H. В то же время практические задачи производственного планирования по ряду специфических свойств оказываются трудно формализуемыми в терминах классических моделей семейства RCPSP. Так, например, типичные для потокового производства ограничения на сменный план выпуска продукции влекут определенные модификации классических моделей, что, в свою очередь, требует дополнительной адаптации распространенных эффективных алгоритмов их решения. Для задач распределительного типа характерными являются приоритетный порядок использования ресурсов и каскадная идеология вовлечения ограничений на количественные и качественные свойства решения. Такие специализированные постановки требуют отдельных оригинальных подходов. В этой связи наиболее гибким аппаратом представляется аппарат ЦЛП, выбранный в настоящей диссертации в качестве основополагающего для разработки МО системы планирования производственных процессов потокового и распределительного типов. Важно отметить, что применение и развитие моделей ЦЛП для решения задач производственного планирования не является новым как таковым, но впервые предлагается их масштабируемая реализация в рамках универсальной системы рекомендательного характера. Здесь масштабируемость предполагает готовность к модификации целевого функционала (энергоэффективность, пропускная способность и др.) и ограничений (включение в систему или отключение разного рода технологических ограничений без вмешательства в структуру модели в целом), что влечет в свою очередь свойства универсальности МО системы в приложении к решению рассматриваемых классов задач.

Важным этапом исследования является также разработка и реализация методики формирования максимальных совместных подсистем (МСП) в задачах математического программирования. В этой области широко применяются комитетные и графовые методы, а также свойства двойственности для построения аппроксимаций заданной точности. Систематическое исследование противоречивых задач математического программирования представлено в работах Еремина И. И., Мазурова Вл. Д., Гайнанова Д. Н., Хачая М. Ю., Parker M., Chinneck J. W., Amaldi E. Отличительной особенностью настоящего исследования является то, что формируемые системы ограничений характеризуются приоритетами. Так, например, на этапе решения задачи потокового типа высшим приоритетом обладают ограничения, связанные с нормативной длительностью обработки каждого требования на соответствующих машинах. Для задачи распределительного типа ограничения, связанные с перемещением единиц подвижного состава, обладают более высоким приоритетом по сравнению с ограничениями на качественный состав требований (другими словами, регулярный оборот единиц подвижного состава между отделениями цеха имеет более высокий приоритет, чем состав конечной продукции в задаче смешения). Таким образом, возникает задача разработки оригинальной методики формирования МСП в моделях с приоритетами ограничений. Для этих целей в диссертации применяется и развивается аппарат штрафных функций. Такой подход влечет решение исходной задачи даже в случае ее изначальной несовместности. При этом вмешательство исключительно в левую часть ограничений кроме того, что позволяет преодолевать тупиковые ситуации самого процесса решения, ориентировано также и на выявление противоречий в нормативно-справочной информации (НСИ). Следует отметить, что последнее обстоятельство оказывается практически не разрешимым в ручном режиме.

С точки зрения программного обеспечения (ПО), системы для решения задач среднесрочного планирования относятся к классу APS (Advanced Planning and Scheduling). Среди отечественных систем APS можно отметить такие, как AVM.APS, BFG APS, БИА.APS и Аскон Гольфстрим. Из зарубежных аналогов широкое распространение получила система Tecnomatix Plant Simulation, сопровождение и развитие которой в настоящее время на территории РФ остановлено. Функционал оперативного управления производственными процессами традиционно сосредоточен в системах класса MES (Manufacturing Execution System), однако автоматический расчет производственных графиков в них, как правило, не осуществляется. Кроме того, комплексные системы MES на отечественном и зарубежном рынках ПО в настоящее время представлены слабо ввиду сложности их реализации как таковой, а также по причине сильной зависимости от наличия на предприятии аппаратной и программной обвязки (интеграционной инфраструктуры). В частности, отсутствие сервисов сквозной прослеживаемости производства, а также мониторинга в режиме реального времени, влекут непреодолимые трудности для внедрения полноценных MES. Особенности разработки и внедрения систем производственного планирования исследуются в работах Меденникова В. И., Зацаринного А. А., Евгенева Г. Б., Соломенцева Ю. М., Загидуллина Р. Р., Liu W., Kennerly M. Ключевым недостатком существующих систем класса APS и различных вариаций MES является высокая степень кастомизации (функционал ориентирован на потребность конкретного предприятия, но не отражает ключевые универсальные особенности отрасли внедрения). В этой связи актуальной является разработка автономного ПО, масштабируемого и адаптируемого к различным прикладным отраслям. Вместе с этим, актуальной представляется разработка комплексного ПО, реализующего функционал среднесрочного и оперативного планирования производства в едином контуре. Такой подход обеспечит синхронизацию производственных графиков разной степени детализации, повышая тем самым их релевантность с точки зрения последующего исполнения.

На рисунке 2 отражена компонентная схема системы планирования производственных процессов, разработке ПО и МО которой посвящена диссертация.

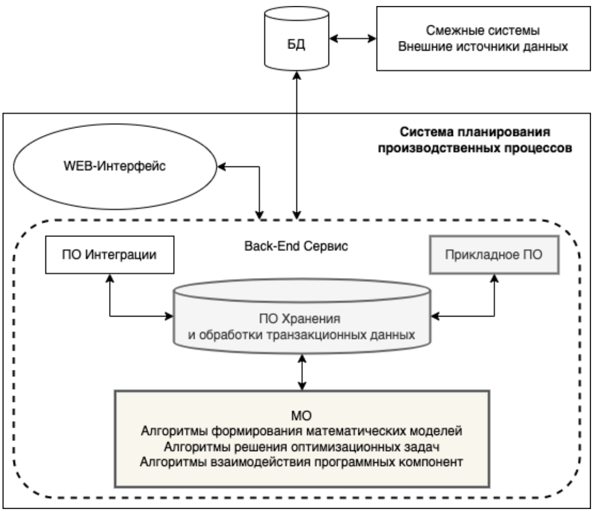

Рис. 2: Компонентная схема системы планирования производственных процессов

Таким образом, в целях универсальности и масштабируемости системы, ее МО включает:

1. алгоритмы формирования моделей ЦЛП для решения задач производственного планирования потокового и распределительного типов,
2. алгоритмы решения оптимизационных задач, возникающих в рамках построения соответствующих математических моделей,
3. алгоритмы взаимодействия программных компонент в контуре системы.

Вместе с тем, в целях автономности системы ее ПО включает:
1. прикладные процедуры и функции,
2. ПО хранения и обработки транзакционных данных.

Важно также отметить, что ПО системы реализуется на языке Python с использованием гибких и свободно распространяемых технологий и библиотек (PuLP, NumPy, get/post, rest API, json). Такой подход оказывается особенно актуальным в условиях нарастающей тенденции импортонезависимости отечественного ПО и IT-решений.

Цель диссертационной работы состоит в разработке полнофункционального математического и программного обеспечения интеллектуальной системы принятия решений, адаптируемой и масштабируемой для решения оптимизационных задач, возникающих в области планирования производственных процессов потокового и распределительного типов.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе решаются следующие **задачи**.

1) Разработка декомпозиционного подхода к решению задач потокового типа, позволяющего рассматривать этапы прогнозного и оперативного планирования отдельно в целях снижения совокупной размерности. Анализ взаимодействия этапов и проектирование компонентной архитектуры системы планирования производственных процессов, реализующей модели распределенной обработки данных в задачах потокового типа.

2) Разработка подходов и методов решения задач потокового типа на этапах прогнозного и оперативного планирования на основе моделей ЦЛП. Исследование свойств разработанных моделей ЦЛП и реализация методики формирования МСП ограничений в случае несовместности исходных постановок. Проектирование и реализация моделей параллельной обработки данных в системе планирования производственных процессов потокового типа на основе методов поиска МСП ограничений в противоречивых задачах.

3) Исследование конфигурации расчетного ядра системы планирования, реализующего модели ЦЛП для решения задач потокового типа. Анализ и оценка управляемых параметров, доставляющих значительное снижение вычислительной нагрузки на ядро, и обеспечивающих при этом гарантированную разрешимость соответствующих моделей ЦЛП.

4) Моделирование итерационного подхода, реализующего схему последовательных ограничений в задачах распределительного типа, на осно-

ве вложенных моделей ЦЛП. Декомпозиция задачи по типам ограничений 1-й и 2-й очереди. Разработка методов поиска МСП ограничений в задачах распределительного типа и реализация на их основе моделей параллельной обработки данных.

5) Проектирование и реализация моделей взаимодействия программных компонент системы планирования производственных процессов в сквозной кооперации модулей для решение задач потокового и распределительного типов. Разработка полнофункционального проблемно-ориентированного вычислительного комплекса для решения задач планирования производственных процессов. Разработка структуры запросов, алгоритмов передачи данных и эскизов интерфейсов базы данных и пользователя. Проведение вычислительных экспериментов и сравнительного анализа по ключевым показателям качества на действующих объектах производства.

Методы исследования. Основным методом исследования в работе является целочисленное булевское линейное программирование. Такой подход позволяет осуществить тонкую настройку оптимизационных моделей и детализацию ограничений любой точности в зависимости от преследуемых прикладных целей. Для решения возникающих задач ЦЛП используется открытая библиотека PuLP на языке Python, а также разрабатывается приближенный алгоритм на основе оригинальной эвристики и метода чередующихся окрестностей. Для решения задач поиска МСП, возникающих в условиях противоречивости рассматриваемых моделей ЦЛП, используется аппарат штрафных функций.

Научная новизна. В рамках диссертационного исследования получены следующие новые результаты:

1) разработаны методы проектирования функциональных компонент системы планирования производственных процессов на основе моделей ЦЛП, обеспечивающие ее гибкость к адаптации и применению в широком классе задач,

2) установлена верхняя оценка для параметра конфигурации расчетного ядра системы, позволяющая существенно снизить размерность модели ЦЛП в задаче потокового типа, что влечет значительное преимущество подхода с точки зрения вычислительных затрат на поиск решения,

3) предложен алгоритм распределенной обработки данных в задаче потокового типа, обеспечивающий снижение вычислительной нагрузки на расчетное ядро системы и гарантирующий при этом существование решения на этапах прогнозного и оперативного планирования,

4) разработан подход к параллельной обработке данных в системе планирования производственных процессов, реализующий как функционал поиска МСП в задачах ЦЛП, так и функционал автоматического и достоверного контроля входных данных на предмет противоречий в НСИ и технологических правилах,

5) разработаны модели ЦЛП для решения задач планирования производственных процессов распределительного типа, реализующие декомпозиционный подход и, как следствие, позволяющие значительно снизить размерность,

6) установлены необходимые и достаточные условия существования решения задачи планирования распределительного типа и на их основе разработана модель реализации схемы последовательных ограничений,

7) разработана методология реализации функционала приоритетной очереди ограничений в оптимизационных задачах планирования распределительного типа на основе алгоритма корректировки системы условий и целевой функции,

8) разработан алгоритм взаимодействия функциональных компонент в модуле планирования производственных процессов распределительного типа на основе синтеза локально оптимальных решений и интеграции поправочного ограничения, гарантирующего качество в совокупности.

Практическая значимость. Полученные результаты имеют высокую практическую значимость в различных отраслях промышленности, поскольку представляют собой новые методы и подходы к проектированию и реализации автоматизированных систем планирования производственных процессов широкого класса, включая модели распределенной и параллельной обработки данных, обеспечивающие значительное снижение вычислительной нагрузки для задач большой размерности.

Достоверность полученных теоретических результатов обеспечивается применением фундаментальных математических подходов и методов, а также строгими доказательствами утверждений и теорем. Для проверки корректности и эффективности разработанного программного обеспечения вычислительные эксперименты проводились с использованием реальных производственных данных, включая сравнение результатов с результатами работы аналогов.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на следующих научных конференциях и семинарах: международная научная конференция «Системный анализ, управление и навигация» (Евпатория, 2018, 2022, 2023); XIII Balkan Conference on Operational Research (BALCOR-2018) (Сербия, Белград, 2018); VII International Conference on Optimization Problems and Their Applications (OPTA-2018) (Омск, 2018); International Conference Optimization and Applications (OPTIMA) (Черногория, Петровац, 2018–2020, 2022, 2023, 2024); 3d Winter School on Data Analytics (DA-2018) (Нижний Новгород, 2018); International Conference on the Mathematical Optimization Theory and Operations Research (MOTOR) (Екатеринбург, 2019, Новосибирск, 2020, Иркутск, 2021, Петрозаводск, 2022, Екатеринбург, 2023, Омск, 2024); Learning and Intelligent Optimization Conference (LION) (Греция, Афины, 2020, 2021, Греция, Милос, 2022); 8th International Conference on Variable Neighborhood Search (ICVNS 2020)

(ОАЭ, Абу Даби, 2020); 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» (Москва, 2020, 2024); Международная научно-практическая конференция «Индустриальное программирование» (Москва, 2024); научный семинар кафедры «Теория вероятностей и компьютерное моделирование» МАИ; научный семинар кафедры «Технологии и системы автоматизированного проектирования металлургических процессов» МАИ; научный семинар кафедры «Системный анализ и управление» МАИ; научный семинар отдела математического программирования ИММ УрО РАН; научный семинар лаборатории математических моделей принятия решений ИМ СО РАН; научный семинар кафедры «Дискретный анализ» ЯрГУ; научный семинар лаборатории «Теории расписаний и дискретной оптимизации» ИПУ РАН; научный семинар лаборатории дискретных методов в управлении ИСА, ФИЦ ИУ РАН.

Публикации. Основные результаты диссертации изложены в 17 работах, из которых 6 статей опубликованы в журналах, входящих в МСЦ Scopus и Web of Science [1–6], 7 статей опубликованы в сборниках трудов конференций, входящих в Scopus [7–13] и 4 статьи опубликованы в журналах из Перечня ВАК [14-17]. Зарегистрировано 4 программы для ЭВМ [18–21]. Также по теме диссертации опубликованы 3 статьи в журналах, входящих в РИНЦ [22–24], 2 коллективные монографии, входящие в Scopus [25, 26], и 28 тезисов докладов международных научных конференций [27–54]. Общее число публикаций 54.

Личный вклад. Все результаты диссертации получены лично автором в ходе научно-исследовательской деятельности. Из результатов, опубликованных в соавторстве, в диссертацию включен только принадлежащий автору материал.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, шести глав и заключения. Полный объем диссертации 248 страниц текста с 59 рисунками и 33 таблицами. Список литературы содержит 272 наименования.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность проводимого исследования, приводится обзор существующих результатов по теме, формулируются цель и задачи, решаемые в рамках достижения цели работы, обоснованы научная новизна и практическая значимость, а также выбор методологии исследования.

В **первой главе** разрабатывается МО модуля прогнозного планирования процессов потокового типа.

Обозначим множество индексов требований через $\{1, ..., S\}$, множество индексов машин конечной обработки требований через $\{1, ..., R\}$ и множество индексов подготовительных агрегатов через $\{1,...,K\}$. Ключевые аспекты задачи прогнозного планирования:

- для всех $i \in \overline{1,S}$ определена машина конечной обработки $r_i \in R$,
- время начала обработки t_i определено для всех $i \in \overline{1,S}$,
- длительность конечной обработки m_i для всех $i \in \overline{1,S}$ определена в установленных пределах $m_i \in [\mu_i, \hat{\mu}_i]$,
- допустимое совокупное время обработки (продолжительность ТМ) от момента завершения подготовки требования i до момента начала его обработки на конечной машине ограничено интервалом $[\tau_i, \hat{\tau}_i]$,
- для каждого $j \in \overline{1,K}$ определена длительность λ_j подготовки требований,
- для каждого $j \in \overline{1,K}$ определена длительность δ_j переподготовки при последовательном назначении требований.

Всюду далее будем полагать, что для каждого требования i время t_i представлено целым числом в формате timestamp, и длительности $\tau_i, \hat{\tau}_i, m_i$, а также длительности λ_j, δ_j для агрегатов $j \in K$, представлены целым числом в формате количества минут.

Введем в рассмотрение множество интервалов недоступности подготовительных агрегатов. Обозначим его через $\mathbb{I} = \{I_1, I_2, ...\}$, где для каждого $I_l \in \mathbb{I}$ определены $k_l \in \overline{1,K}$ — агрегат подготовки, и s_l, f_l — время начала и завершения периода недоступности соответственно.

Для практических задач прогнозного планирования потокового производства характерны специфические ограничения на совокупное количество требований, назначенных на обработку в течение определенных интервалов времени в пределах рассматриваемого периода планирования. В этих целях введем в рассмотрение множество интервалов $\mathbb{P} = \{P_1, P_2, ...\}$, где для каждого $P_l \in \mathbb{P}$ определены $n_l \in \mathbb{N}$ — совокупное количество требований, подлежащих назначению на подготовку в интервале P_l, и s'_l, f'_l — время начала и завершения интервала P_l соответственно.

Задача прогнозного планирования состоит в построении отображения вида

$$f\colon \{1,...,S\} \longrightarrow \left\{(k,t') \,|k \in \overline{1,K}, t' \in \mathbb{N}\right\}, \qquad (1)$$

где $f(s) = (k,t')$, если для подготовки требования $s \in \overline{1,S}$ назначены агрегат $k \in \overline{1,K}$ и время завершения подготовки t', с ограничениями:

1. для всех $f(i) = (k_i, t'_i)$ выполняется $t'_i \in [\tau_i, \hat{\tau}_i]$,
2. для всех $I_l \in \mathbb{I}$ и $f(i) = (k_i, t'_i)$ таких, что $k_i = j$ и $k_l = j$, выполняется $t_i - t'_i \notin [s_l, f_l]$ и $t_i - t'_i - \lambda_j \notin [s_l, f_l]$,
3. для всех $j \in \overline{1,K}$ и $f(i_1) = (k_1, t'_1)$, $f(i_2) = (k_2, t'_2)$ таких, что $k_1 = j$, $k_2 = j$ и $t'_1 \leqslant t'_2$, выполняется $t'_1 + \delta_j \leqslant t'_2 - \lambda_j$,
4. для всех $P_k \in \mathbb{P}$ выполняется
   $|\,\{f(i) = (k_i, t'_i)\,|k_i = j, t'_i - \lambda_j \in [s'_k, f'_k)\}\,| = n_k$.

На рисунке 3 приводится схематическая иллюстрация постановки и ограничений задачи прогнозного планирования, где пунктирными линиями обозначены возможные варианты назначения подготовительного агрегата для обработки требования i.

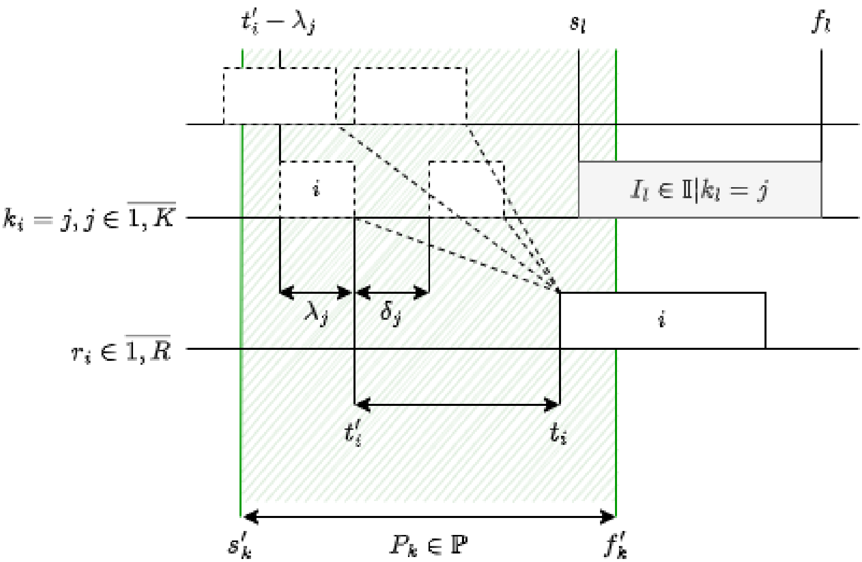

Рис. 3: Ограничения задачи прогнозного планирования

Для решения задачи (1) в разделе 1.1 разрабатывается базовая модель ЦЛП. Для каждого возможного назначения вида (1) определим целочисленную переменную $x_i \in \{0, 1\}$ и вектор параметров $(s(i), k(i), t(i))$, характеризующих соответственно требование $s(i) \in \overline{1, S}$, агрегат подготовки $k(i) \in \overline{1, K}$ и время завершения подготовки $t(i) \in \mathbb{N}$. Будем полагать, что $x_i = 1$, если для исполнения требования $s(i)$ назначен агрегат подготовки $k(i)$ и время завершения подготовки $t(i)$, и $x_i = 0$ иначе.

Обозначим через h размерность подмножества функционального пространства для каждой фиксированной пары требований и агрегатов подготовки. Тогда для каждой пары i, j подмножество переменных примет вид:

$$\{x_l | s(l) = i, k(l) = j, t(l) = t_i - \hat{\tau}_i + h \cdot (l - 1)\} \tag{2}$$

где $l = \overline{1, \left[\frac{\hat{\tau}_i - \tau_i}{h}\right]}$ и

$$\left[\frac{\hat{\tau}_i - \tau_i}{h}\right] = \begin{cases} \min\limits_n \left\{n \in \mathbb{N} | n \geqslant \frac{\hat{\tau}_i - \tau_i}{h}\right\}, \text{ если } \frac{\hat{\tau}_i - \tau_i}{h} \geqslant 1, \\ 1, \text{ иначе.} \end{cases}$$

Упорядочим множество переменных модели по лексикографическому правилу относительно индексов $i \in \overline{1,S}$, $j \in \overline{1,K}$:

$$X = \bigcup_{i \in \overline{1,S}} \bigcup_{j \in \overline{1,K}} \{x_l | s(l) = i, k(l) = j\} = \left\{x^1, ..., x^N\right\}, \tag{3}$$

и всюду далее вектор параметров будем обозначать как $\left(s^i, k^i, t^i\right)$ для всех $x^i \in X$.

Будем полагать, что качество назначения x^i определяется совокупной длительностью ТМ обработки требования s^i от момента завершения подготовки t^i до начала его обработки на конечной машине. Такое правило отражает условие минимизации совокупных затрат на исполнение требований, поскольку более продолжительная обработка влечет последующий дополнительный расход производственных ресурсов. В этой связи положим:

$$\alpha^i = t_s - t^i \text{ для всех } x^i | s^i = s. \tag{4}$$

Тогда для заданных S, K, $\mathbb{I}$ и $\mathbb{P}$ задача прогнозного планирования может быть сведена к рассмотрению ЦЛП вида:

$$\sum_{i=1}^{N} \alpha^i \cdot x^i \longrightarrow \min_x \tag{5}$$

с ограничениями

$$\begin{cases} \sum\limits_{\substack{i=\overline{1,N} \\ s^i = s}} x^i = 1 \text{ для всех } s \in \overline{1,S}, \\ \sum\limits_{\substack{i=\overline{1,N} \\ k^i = k_l \\ t^i \in [s_l, f_l]}} x^i = 0 \text{ для всех } I_l \in \mathbb{I}, \\ x^i + \sum\limits_{\substack{j=\overline{1,N} \\ s^j \neq s^i \\ t^i \leqslant t^j \\ k^i = k^j = k \\ t^i + \delta_k > t^j - \lambda_k}} x^j \leqslant 1 \text{ для всех } i \in \overline{1,N}, \\ \sum\limits_{j=\overline{1,K}} \sum\limits_{\substack{i=\overline{1,N} \\ k^i = j \\ s'_k \leqslant t^i - \lambda_j < f'_k}} x^i = n_k \text{ для всех } P_k \in \mathbb{P}, \\ x^i \in \{0{,}1\}. \end{cases} \tag{6}$$

В разделе 1.2 обсуждаются вопросы размерности предложенной модели.

Введем обозначения $H_i = \left[\frac{\hat{\tau}_i - \tau_i}{h}\right]$ и $H = \max_i \{H_i\}$. Тогда справедлива следующая оценка.

Утверждение (оценка сложности). *Сложность алгоритма формирования функционального пространства модели ЦЛП (5), (6) равна $O(HS^2)$ в худшем случае.*

Таким образом, размерность задачи оказывается обратно пропорциональной выбранному значению параметра h. В то же время малые значения параметра h обеспечивают значительное расширение оптимизационных возможностей подхода, ввиду размерности множества переменных. В этой связи возникает задача поиска балансового значения параметра h, обеспечивающего разрешимость модели ЦЛП на этапе прогнозного планирования.

Рассмотрим множество требований типа непрерывной серии, где длительность обработки на конечной машине, а также нормативы совокупной продолжительности технологического маршрута, эквивалентны для всех требований и равны соответсвенно m, τ и $\hat{\tau}$. Рассмотрим также подготовительный агрегат $k \in \{1, ..., K\}$ такой, что $\lambda_k = \lambda$ и $\delta_k = \delta$.

Теорема (о верхней оценке параметра). *Для непрерывной серии работ $i = \overline{1, S}$ и подготовительного агрегата k таких, что $m \geqslant \lambda$ и $\delta \leqslant \left[\frac{\hat{\tau}-\tau}{S}\right]$, решение задачи прогнозного планирования гарантировано существует для любого $h \leqslant \delta$.*

Иными словами, полученная оценка h позволяет снизить размерность функционального пространства так, чтобы основная задача ЦЛП была гарантировано разрешима, если только она разрешима при минимальной величине дискрета.

В случае, если решения основной задачи не существует в ее исходной постановке, в разделе 1.3 рассматривается вспомогательный этап оптимизации входных данных по эвристическому критерию.

Для каждого требования $i \in \overline{1, S}$ определим $\rho_i \subseteq \{1, ..., R\}$ как подмножество машин конечной обработки, доступных для размещения соответствующего требования.

Определим период времени $[T_0, T]$, доступный для размещения требований $\{1, ..., S\}$ по машинам $\{1, ..., R\}$, где T_0 – произвольный момент времени, и

$$T = T_0 + \sum_{i=\overline{1,S}} \hat{\mu}_i. \tag{7}$$

Задача размещения требований $\{1, ..., S\}$ по машинам $\{1, ..., R\}$ состоит в построении отображения вида

$$f\colon \{1, ..., S\} \longrightarrow \{(r, t, m) | r \in \overline{1, R}, t, m \in \mathbb{N}\}, \tag{8}$$

где $f\,(i) = (r_i, t_i, m_i)$, если требование i размещается для конечной обработки на машине $r_i \in \rho_i$ с началом в момент времени t_i, где $T_0 \leqslant t_i - \hat{\tau}_i < t_i \leqslant T$, и продолжительностью m_i, где $\mu_i \leqslant m_i \leqslant \hat{\mu}_i$.

Обозначим через $\mathcal{F}$ множество всех возможных назначений вида (8) и для каждого $f \in \mathcal{F}$ определим множество $\mathcal{I}_f$ следующим образом:

$$\mathcal{I}_f = \bigcup_{i=\overline{1,S}} \{t_i - \hat{\tau}_i, t_i - \tau_i\}. \tag{9}$$

Пусть длительность подготовки любого требования $i \in \overline{1,S}$ постоянна для всех агрегатов $j \in \overline{1,K}$ и равна λ. Для любых $f \in \mathcal{F}$ и $d_k \in \mathcal{I}_f, k = \overline{1, |\mathcal{I}_f| - 1}$ определим величину

$$L(d_k, d_{k+1}, f) = \frac{\lambda \cdot |\{f(i) \colon d_k \leqslant t_i - \hat{\tau}_i < d_{k+1}\}|}{K \cdot |d_{k+1} - d_k|} \tag{10}$$

и критерий

$$P(f) = \max_{k=\overline{1,|\mathcal{I}_f|-1}} L(d_k, d_{k+1}, f). \tag{11}$$

Величина (10) по сути своей отражает количество требований, потенциально задействующих каждый из K агрегатов подготовки в момент времени d_k. Следующая теорема показывает, что в ряде случаев критерий вида (11) гарантирует разрешимость этапа прогнозного планирования для соответствующего размещения требований.

Утверждение (о значении критерия). *Решение задачи прогнозного планирования (1) существует для $f \in \mathcal{F}$, если $P(f) \leqslant 1$ и $|d_{k+1} - d_k| = \lambda$ для всех $k = \overline{1, |\mathcal{I}_f| - 1}$.*

Тогда для заданных S, R, K и $[T_0, T]$, задача размещения требований $i \in \overline{1,S}$ по машинам $r \in \overline{1,R}$ может быть сведена к оптимизационной задаче поиска отображения вида (8) такого, что

$$P(f) \longrightarrow \min_{f \in \mathcal{F}}. \tag{12}$$

Для решения этой задачи в разделе 1.3 разрабатывается генетический алгоритм.

Таким образом, в главе 1 диссертации получены следующие результаты в области разработки МО модуля прогнозного планирования процессов потокового типа:

– разработана базовая модель ЦЛП, в полной мере описывающая прикладную специфику рассматриваемой задачи,
– установлена верхняя оценка параметра модели ЦЛП и получены достаточные условия разрешимости задачи для случая производства типа непрерывной серии,
– в случае, если задача в исходной постановке не разрешима, предложен генетический алгоритм оптимизации входных данных по эвристическому критерию потенциальной нагрузки на ресурсы.

Во **второй главе** разрабатывается МО системы планирования производственных процессов потокового типа на этапе оперативного графикования. На данном этапе формируется детализированный график исполнения прогнозного плана производства.

В разделе 2.1 разрабатывается базовая модель ЦЛП для решения задачи. Пусть T — количество различных типов оборудования, K, K' и K'' — совокупное количество технологических агрегатов (машин), подготовительных агрегатов и машин конечной обработки соответственно.

Обозначим через $\Delta = \|\delta_{ij}\|$ нормативную длительность транспортировки между машинами $i, j = \overline{1, K}$, и через $\Pi = (\pi_1, ..., \pi_T)$ — нормативы настройки машин при последовательном назначении.

Аналогично обозначим матрицы длительностей транспортировки требований от подготовительных агрегатов и до машин конечной обработки:

$$\Delta' = \|\delta'_{ij}\|,\, \Delta'' = \|\delta''_{jk}\|,\, i \in \overline{1, K'},\, j = \overline{1, K},\, k \in \overline{1, K''}.$$

Пусть также задано множество интервалов недоступности машин $R = \{\rho_i\}$ с параметрами $m(\rho_i) \in \overline{1, K}, s(\rho_i), f(\rho_i)$ — время начала и завершения.

Пусть для рассматриваемого потокового производства задано множество технологических групп требований $\{1,..., s\}$. Нормативные минимальную и максимальную длительности обработки для каждой технологической группы и для каждого типа машин определим матрицами $M = \|\mu_{ij}\|$ и $\hat{M} = \|\hat{\mu}_{ij}\|, i = \overline{1,s}, j = \overline{1,T}$, где $\mu_{ij}, \hat{\mu}_{ij} \in \{0\} \cup \mathbb{N}$ характеризуют соответственно минимальное и максимальное время обработки (в минутах) для технологической группы i на машине типа j.

Пусть для каждой технологической группы i также определены допустимые типы технологических маршрутов (множество обобщенных технологических маршрутов, обобщенных ТМ), т.е. $P(i) = \big\{p_1(i), ..., p_n(i)\big\}$, где $n = n(i) \in \mathbb{N}$ – количество различных обобщенных ТМ для обработки требований группы i, и каждый обобщенный ТМ $p_j(i)$ представляет собой последовательность типов машин вида

$$p_j(i) = \big(\tau_1(i,j), ..., \tau_l(i,j)\big),$$

где $l = l(i, j) \in \mathbb{N}$ – количество машин в обобщенном ТМ j для обработки требований группы i, и $\tau_k(i,j) \in \{1, ..., T\}$ – тип k-й машины в рассматриваемом ТМ. При этом для всех i множество $P(i)$ содержит первым элементом основной ТМ и допустимые альтернативные в порядке убывания приоритета.

Пусть $Z = \{\zeta_i | (\sigma_i, k_i, t'_i, r_i, t_i)\}$ — решение этапа прогнозного планирования, где $\sigma_i \in \overline{1, s}$ — технологическая группа продукции требования i. Задача оперативного планирования состоит в назначении для всех $\zeta_i \in Z$ детализированного ТМ вида

$$f(\zeta_i) = \big(s_1(i), m_1(i), f_1(i), ..., s_l(i), m_l(i), f_l(i)\big),$$

где $s_j(i)$, $f_j(i)$ — время начала и завершения операции на машине $m_j(i) \in K \cup K' \cup K''$, и $l = l(i)$ — длина (по количеству машин) ТМ $f(\zeta_i)$, такого, что

$$\sum_{i=1}^{|Z|} \sum_{j=1}^{l(i)} (f_j(i) - s_j(i)) \longrightarrow \max .$$

Выбор данного функционала обусловлен тем, что длительная транспортировка влечет необходимость в доводке требований на очередной машине в ТМ и сопутствующие дополнительные расходы ресурсов (например, температурный или химический нагрев).

Структура функционального пространства базовой модели ЦЛП для решения задачи оперативного планирования имеет следующий вид. Пусть для $x_i \in \{0,1\}$ определены id_i – идентификатор работы, σ_i — группа продукции, p_i – ТМ, num_i, m_i – порядковый номер и идентификатор машины в ТМ, s_i, f_i – время начала и завершения обработки, α_i – коэффициент целевой функции.

Через $\sum\{x|$ условие$\}$ обозначим сумму переменных, параметры которых удовлетворяют заданному условию. Тогда задача оперативного планирования потокового производства сводится к ЦЛП вида:

$$\sum_{i=1}^{c} \alpha_i \cdot x_i \longrightarrow \min_x \tag{13}$$

с ограничениями

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{c} \{x_i | id_i = id, num_i = 1\} = 1, \\ \sum\limits_{i=1}^{c} \{x_i | id_i = id, p_i = p\} = l(\sigma_i,p) \cdot \sum\limits_{i=1}^{c} \{x_i | id_i = id, p_i = p, num_i = 1\}, \\ \sum\limits_{i=1}^{c} \{x_i | id_i = id, p_i = p, num_i = k\} \leqslant 1, \text{ для всех } k = \overline{1, l\left(\sigma_i, p\right)}, \\ x_i + \sum\limits_{j=1, j\neq i}^{c} \{x_j | m_i = m_j, k = num_i, \tau_k\left(\sigma_i, p_i\right) = t, |s_i - f_j| \leqslant \pi_t\} \leqslant 1, \\ \sum\limits_{i=1}^{c} \left\{x_i | s(\rho) \leqslant s_i \leqslant f(\rho), m_i = m(\rho)\right\} = 0, \text{ для всех } \rho \in R \\ \sum\limits_{i=1}^{c} \left\{x_i | s_i \leqslant s(\rho) \leqslant f_i, m_i = m(\rho)\right\} = 0, \text{ для всех } \rho \in R \\ x_i \in \{0,1\}, \end{cases}$$

где c — размерность функционального пространства и коэффициенты α_i устанавливаются согласно минимальной нормативной длительности обработки требований id_i на технологическом оборудовании m_i.

В разделе 2.2 исследуется случай несовместности предложенной базовой модели ЦЛП. Следуя методу штрафных функций, введем в рассмотрение вектор $\mathbf{y} = (y_1, ..., y_m)$ с коэффициентами $\mathbf{d} = (d_1, ..., d_m)$ и модификацию базовой модели вида:

$$\sum_{i=1}^{c} \alpha_i \cdot x_i + \sum_{j=1}^{m} d_j \cdot y_j \longrightarrow \min_{x,y} \tag{14}$$

с ограничениями

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{c} a_{ji} \cdot x_i - d_j \cdot y_j \leqslant b_j \text{ для всех } j = \overline{1, m}, \\ x_i \in \{0, 1\} \text{ для всех } i = \overline{1, c}, \\ y_j \in \{0, 1\} \text{ для всех } j = \overline{1, m}, \end{cases}$$

где m — число ограничений базовой модели и a_{ij} — коэффициенты j-го ограничения при переменной x_i. В предположении, что ограничения задачи характеризуются определенными приоритетами с точки зрения строгости их исполнения, справедливой оказывается следующая теорема.

Теорема (о МСП ограничений). *Существует* $\mathbf{d} = (d_1, ..., d_m)$ *такой, что решение расширенной задачи* (14) *определяет максимальную (по включению) совместную подсистему ограничений в задаче оперативного планирования в форме базовой модели ЦЛП* (13).

Содержательный смысл данной теоремы заключается в том, что предложенная модификация базовой модели ЦЛП гарантирует ее разрешимость даже в случае противоречивости исходной постановки. Таким образом, расширенная задача моделирует процедуру параллельной обработки несовместных ограничений за один проход решения, что позволяет существенно сократить вычислительную трудоемкость в целом.

Полученное базовое решение задачи подлежит последующему расширению по основному критерию максимизации длительности технологической обработки требований.

Пусть $\mathbf{x}_{opt} = (x_1, ..., x_n)$ — базовое решение, где для каждого x_i определен вектор параметров $(id_i, p_i, num_i, m_i, s_i, f_i, \alpha_i)$. Определим для всех $x_i = 1$ целочисленные переменные $d_i^f, d_i^s \in \mathbb{Z}$, $i = \overline{1, n}$. Будем полагать, что $d_i^f, d_i^s \neq 0$, если длительность обработки, установленная переменной $x_i = 1$, должна быть увеличена на d_i^f минут от f_i и на d_i^s минут до момента времени s_i.

Тогда, для заданного $\mathbf{x}_{opt}$ задача сводится к ЦЛП вида:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(d_i^f + d_i^s \right) \longrightarrow \max_i$$

с ограничениями

$$\begin{cases} d_i^f = 0 \text{ для всех } i, \rho \in R | m_i = m(\rho) \text{ и } s(\rho) \leqslant f_i + d_i^f \leqslant f(\rho), \\ d_i^s = 0 \text{ для всех } i, \rho \in R | m_i = m(\rho) \text{ и } s(\rho) \leqslant s_i - d_i^s \leqslant f(\rho), \\ f_i + d_i^f - s_i + d_i^s \leqslant \hat{\mu}_{\sigma t} \text{ для всех } i, \sigma, t | \sigma_i = \sigma, num_i = k \text{ и } \tau_k(\sigma_i, p_i) = t, \\ |f_i + d_i^f - s_j + d_j^s| \leqslant \pi_t \\ \qquad \text{для всех } i, j, t | num_i = l, num_j = r, \tau_l(\sigma_i, p_i) = \tau_r(\sigma_j, p_j) = t, \\ |f_i + d_i^f - s_j + d_j^s| \geqslant \delta_{lr} \\ \qquad \text{для всех } i, j | id_i = id_j, num_i = l, num_j = r \text{ и } |l - r| = 1, \\ d_i^f, d_i^s \in \mathbb{Z}^+ \text{ для всех } i = \overline{1, n}. \end{cases}$$

Отметим, что модификация может быть достигнута и посредством жадного поиска, однако такой подход имеет риски одностороннего смещения длительности обработки в направлении выбранной стратегии.

В разделе 2.3 разрабатывается альтернативный подход к решению задачи оперативного планирования с элементами метода экспертных систем.

Пусть $Z = \{\zeta_i | (\sigma_i, k_i, t'_i, r_i, t_i, \Delta_i)\}$ — решение этапа прогнозного планирования, где $\Delta_i = t_i - t'_i$.

Пусть $D = \{\hat{z}_i\}$ — множество фактически реализованных сценариев производства, где для каждого $\hat{z}_i$ определен детализированный ТМ вида $\left(\hat{\sigma}_i, \hat{k}_i, \hat{r}_i, \hat{t}'_i, \hat{t}_i, \hat{\Delta}_i, \hat{t}_i^1, \hat{m}_i^1, \hat{t}_i^2, \hat{m}_i^2, ...\right)$, где $\hat{t}_i^k$ — время начала обработки требования $\hat{z}_i$ на машине $\hat{m}_i^k$.

Для каждого требования $\zeta_i \in Z$ и возможного детализированного ТМ $p_j(\sigma_i)$ рассмотрим подмножество $D(i, j) \subseteq D$ такое, что

$$\hat{z}_l \in D(i, j) \iff \begin{cases} \hat{\sigma}_l = \sigma_i, \\ \hat{k}_l = k_i, \\ \hat{r}_l = r_i, \\ \tau\left(\hat{m}_l^k\right) = \tau_k(\sigma_i, j) \text{ для всех } k = 1, 2, ..., \end{cases} \tag{15}$$

где $\tau\left(\hat{m}_l^k\right) \in \{1, ..., T\}$ — тип оборудования на k-м этапе фактического маршурта производства.

Таким образом, подмножество $D(i, j)$ представляет собой набор точек $\mathcal{A} = \left(a^1, a^2, ...\right)$ в $2k + 1$-мерном пространстве.

Пусть $Conv(\mathcal{A})$ — выпуклая оболочка множества $\mathcal{A}$. Отметим, что множество $Conv(\mathcal{A})$ обладает тем свойством, что любая точка $a \in Conv(\mathcal{A})$ соответствует некоторому детализированному ТМ обработки требования ζ_i, совместимого с базой фактических сценариев производства. Обозначим через $\mathcal{S}$ гиперплоскость, соответствующую установленной на этапе прогнозного планирования длительности Δ_i обработки рассматриваемого требования ζ_i.

Пусть далее $\mathcal{B}$ — множество точек пересечения $\mathcal{S}$ и $Conv\,(\mathcal{A})$. Тогда параметры обработки требования ζ_i по детализированному ТМ $p_j\,(\sigma_i)$ определим внутренней точкой $b \in \mathcal{B}$ такой, что:

$$\sum_{b^i \in \mathcal{B}} \rho\left(b, b^i\right) \longrightarrow \min$$

с ограничением

$$\sum_{j=1}^{2k+1} x_j^b = \Delta,$$

где

$$\rho\left(b, b^i\right) = \sum_{j=1}^{2k+1} \left(x_j^b - x_j^i\right)^2.$$

Выполнив процедуру поиска внутренний точки для всех требований прогнозного графика, для каждого из них будет сформировано множество различных детализированных ТМ. Рассмотрим построенное таким образом множество $\{\hat{p}_i\}$ детализированных маршрутов обработки требований $\zeta_i \in Z$, где каждый элемент $\hat{p}_i$ представлен вектором $\left(k_i, t_i', s_i^1, m_i^1, f_i^1, s_i^2, m_i^2, ..., t_i, r_i\right)$.

Пусть $\overrightarrow{G} = (V, E)$ — ориентированный граф, определенный для $\{\hat{p}_i\}$, где $v_i \in V | \left(m_i, s_i, f_i\right)$, и

$$(v_i, v_j) \in E \iff \begin{cases} m_i = m_j \\ f_i \leqslant s_j + \delta \end{cases} \tag{16}$$

для некоторого $\delta > 0$. Иными словами, в графе $\overrightarrow{G} = (V, E)$ вершины соответствуют допустимым технологическим операциям с указанием машины, времени начала и завершения, а ребра характеризуют возможную последовательность операций.

Тогда задача выбора подмножества детализированных ТМ для обработки требований прогнозного графика может быть сведена к поиску покрытия вершин графа $\overrightarrow{G}$ вида (16) минимальным числом ориентированных путей. Для решения ее в разделе 2.3 установлен ряд свойств, позволяющих существенно снизить размерность, а также эвристический алгоритм последовательной сортировки множества путей.

Таким образом, в главе 2 диссертации получены следующие результаты:

– разработан декомпозиционный подход к решению задачи оперативного планирования, в рамках которого рассматривается базовая модель ЦЛП и ее последующая модификация по основному критерию, что позволяет существенно снизить размерность по сравнению с полномасштабной моделью,

– разработана расширенная модель ЦЛП, решение которой определяет МСП приоритетных ограничений исходной задачи оперативного планирования,
– разработан альтернативный подход к решению задачи оперативного планирования с элементами экспертных множеств, в рамках которого построено сведение к задаче о минимальном покрытии вершин неориентированного графа,
– для задачи о покрытии вершин неориентированного графа установлены достаточные условия существования решения среди элементов множества максимальных по включению путей и разработан эвристический алгоритм последовательной сортировки.

Третья глава посвящена разработке МО модуля планирования производственных процессов распределительного типа. В задачах распределительного типа на вход системы поступает множество работ, подлежащих исполнению посредством заданного набора ресурсов. С прикладной точки зрения, задачи распределительного типа характеризуют обеспечение прогнозного графика производства ресурсами и материалами. При этом важнейшую роль играет порядок поступления и приоритеты использования ресурсов.

В задачах распределительного типа различают две группы ограничений на количественные (1-ая очередь) и качественные (2-ая очередь) характеристики решения соответсвенно. В разделе 3.1 разрабатывается модель смешанного ЦЛП (СЦЛП) для решения задачи с ограничениями 1-й очереди.

Пусть $C = \{c_i\}, i \in \{1, ..., k\}$ — множество требований с параметрами $\omega_i, \hat{\omega}_i, \alpha_i, \hat{\alpha}_i$, где $\omega_i, \hat{\omega}_i$ — минимальный и максимальный объемы исполнения требования, $\alpha_i, \hat{\alpha}_i$ — допуски по некоторому технологическому показателю, и $T = \{t_j\}, j \in \{1,..., n\}$ — множество ресурсов с параметрами μ_j, τ_j, a_j, где μ_j, τ_j — доступный объем и приоритет использования ресурса, и a_j — значение рассматриваемого технологического показателя.

Для исполнения избыточных требований вводится вспомогательный ресурс t_0 с неограниченным объемом μ_0 и приоритетом $\tau_0 < \tau_n$. Аналогично, для использования избыточных ресурсов вводится вспомогательное требование c_0 с неограниченным объемом ω_0.

Введем обозначения $C_0 = C \cup \{c_0\}$, $T_0 = T \cup \{t_0\}$ и $S = T_0 \times [0; +\infty) = \{(t, z) | t \in T_0, z \in [0; +\infty)\}$ для множества пар (ресурс, объем). Пусть $\mathcal{Q}(S)$ — множество всех подмножеств S. Тогда задача планирования распределительного типа сводится к построению отображения

$$f \colon C_0 \longrightarrow \mathcal{Q}(S),$$

где $f(c_i) = \{(t_{j_1}, \hat{\mu}_{j_1}), (t_{j_2}, \hat{\mu}_{j_2}), ...\}$, если для исполнения требования c_i используются ресурсы $t_{j_1}, t_{j_2}, ...$ в объемах $\hat{\mu}_{j_1}, \hat{\mu}_{j_2}, ...$ соответственно.

Ограничения 1-й очереди включают в себя следующие условия.

1. Для исполнения каждого требования может быть использовано не более r ресурсов: $|f(c_i)| \leqslant r$ для всех $c_i \in C$.
2. Каждый ресурс может быть использован не более, чем для s требований: $|f^{-1}(t_j)| \leqslant s$ для всех $t_j \in T$.
3. Суммарный объем ресурсов, использованных для каждого требования, должен удовлетворять заданному интервалу:

$$\omega_i \leqslant \sum_{j=1}^{n} \{\hat{\mu}_j | t_j \in f(c_i)\} \leqslant \hat{\omega}_i,$$

   где $\hat{\mu}_j \leqslant \mu_j$ и $\sum\limits_{i=1}^{k} \sum\limits_{j=1}^{n} \{\hat{\mu}_j | t_j \in f(c_i)\} = \mu_j$.
4. Для исполнения каждого требования могут быть использованы ресурсы либо с одним, либо со смежными приоритетами:
   $|\tau_i - \tau_j| \leqslant 1$ для всех $c_k \in C | t_i, t_j \in f(c_k)$.
5. Ресурсы должны использоваться в порядке установленных приоритетов.

Для каждой пары $c_i \in C$, $t_j \in T$, определим $x_{ij} \geqslant 0$ и $y_{ij} \in \{0, 1\}$. Будем полагать, что $y_{ij} = 1$ если для исполнения требования c_i используется ресурс t_j в объеме $x_{ij} > 0$. Тогда задача распределительного типа с ограничениями 1-й очереди 1)–3) сводится к базовой СЦЛП вида:

$$\frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} y_{ij} + \sum_{i=1}^{k} y_{i0} + \sum_{i=1}^{k} x_{i0} \longrightarrow \min_{x,y} \tag{17}$$

с ограничениями

$$\begin{cases} \hat{\omega}_i \leqslant \sum\limits_{i=1}^{n} x_{ij} + x_{i0} \geqslant \omega_i \text{ для всех } i = \overline{1,k}, \\ \sum\limits_{i=1}^{k} x_{ij} + x_{0j} = \mu_j \text{ для всех } j = \overline{1,n}, \\ \sum\limits_{i=1}^{n} y_{ij} \leqslant r \text{ для всех } i = \overline{1,k}, \\ \sum\limits_{i=1}^{k} y_{ij} \leqslant s \text{ для всех } j = \overline{1,n}, \\ x_{ij} \leqslant y_{ij} \cdot \mu_j \text{ для всех } i = \overline{1,k}, j = \overline{1,n}, \\ x_{i0} \leqslant y_{i0} \cdot \hat{\omega}_i \text{ для всех } i = \overline{1,k}, \\ x_{ij} \geqslant 0, y_{ij} \in \{0,1\} \text{ для всех } i = \overline{0,k}, j = \overline{0,n}, \end{cases}$$

Предложенная базовая модель СЦЛП не учитывает ограничения на приоритеты и порядок использования ресурсов 4)–5). В этой связи в разделе 3.1 дополнительно разрабатывается динамическая схема формирования подмножества требований, допустимых к исполнению посредством ресурсов со смежными приоритетами.

Теорема (о существовании решения). *Если для* $C' = \{c_k, c_{k+1}, ..., c_n\}$ *и* $T' = \{t_j\}$ *такого, что* $\tau_j = \tau$ *или* $\tau_j = \tau - 1$, *существует решение базовой модели СЦЛП, то также существует решение задачи распределительного типа с ограничениями 1)–5), где*

$$\begin{cases} x_{i0} = 0 \text{ для всех } i \in \overline{1, n-1}, \\ x_{n0} \geqslant 0, \\ x_{0j} = 0 \text{ для всех } j \text{ таких, что } \tau_j = \tau. \end{cases}$$

Таким образом, на каждой итерации динамической схемы задача (17) решается многократно. Однако размерности ее для каждого обращения крайне малы и увеличиваются пропорционально не более, чем на одно требование. Такой подход позволяет ограничиваться рассмотрением только значимых переменных модели, что влечет потенциальный выигрыш по быстродействию по сравнению с решением задачи для полномасштабного функционального пространства и расширенной системы ограничений 1-й очереди.

В разделе 3.2 в рассмотрение вводятся ограничения 2-й очереди, соответствующие качественным характеристикам решения.

Пусть для всех $f(c_i) = \{(t_{j_1}, \hat{\mu}_{j_1}), (t_{j_2}, \hat{\mu}_{j_2}), ...\}$ дополнительно требуется

$$\alpha_i \leqslant \sum \{a_j | t_j \in f(c_i)\} \leqslant \hat{\alpha}_i.$$

Пусть $\hat{M}_c$ — совокупное число ресурсов $t_j \in T'$ для исполнения требований $c_i \in C'$ на этапе решения задачи с ограничениями 1-й очереди. Тогда:

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \leqslant \hat{M}_c.$$

Рассмотрим $\zeta_i \in \{0, 1\}$ для всех $i = \overline{1, k}$. Тогда задача распределительного типа с ограничениями 2-й очереди сводится к расширенной СЦЛП вида:

$$\frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} y_{ij} + \sum_{i=1}^{k} y_{i0} + \sum_{i=1}^{k} x_{i0} + A \cdot \sum_{i=1}^{k} \zeta_i \longrightarrow \min_{x,y,\zeta}$$

с ограничениями 1-й очереди, верхней оценкой $\hat{M}_c$ и

$$\omega_i \cdot \alpha_i - A \cdot \zeta_i \leqslant \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \cdot a_j \leqslant \hat{\omega}_i \cdot \hat{\alpha}_i + A \cdot \zeta_i$$

для всех $i = \overline{1, k}$, где $A \in \mathbb{R}^+$.

Аналогично результатам, полученным в главе 2, в разделе 3.2 исследуется случай несовместности расширенной СЦЛП для задачи распределительного типа.

Теорема (о существовании решения). *Пусть T', C' сформированы посредством динамической схемы, и $\hat{M}_c$ — установленная верхняя оценка на количественные характеристики решения. Тогда найдется $A \in \mathbb{R}^+$ такое, что решение задачи распределительного типа с ограничениями 2-й очереди в форме расширенной СЦЛП существует для данных T', C' и $\hat{M}_c$.*

В частности, в разделе 3.2 получено предиктивное правило гарантирующего подбора значения $A \in \mathbb{R}^+$ вида:

$$A = \sum_{i=1}^{k} \hat{\omega}_i \cdot \hat{\alpha}_i + \sum_{j=1}^{n} \mu_j \cdot a_j,$$

где $\hat{\omega}_i$, $\hat{\alpha}_i$ и μ_j, a_j — заданные параметры требований $c_i \in C'$ и ресурсов $t_j \in T'$ соответственно.

Теорема (о МСП ограничений). *Решение задачи распределительного типа в форме расширенной СЦЛП, где $A \in \mathbb{R}^+$ установлено согласно предложенному предиктивному правилу, определяет МСП ограничений 2-й очереди.*

В разделе 3.3 рассматривается частный случай с полным исчерпанием ресурсов. Показано, что предложенный подход СЦЛП для решения задачи распределительного типа оказывается весьма гибким и легко масштабируемым даже с учетом ввода в рассмотрение дополнительных ограничений на интервалы и локации обслуживания требований и использования ресурсов.

Таким образом, в главе 3 получены следующие результаты:

- разработан декомпозиционный подход для решения задачи планирования распределительного типа, в рамках которого рассматриваются базовая и расширенная модели СЦЛП, в полной мере отражающие ограничения количественного и качественного характера,
- для задачи с количественными ограничениями 1-й очереди разработана динамическая схема формирования модели СЦЛП, отражающая приоритетный порядок использования ресурсов, что позволяет существенно снизить размерность функционального пространства и гарантировать при этом существование решения на данном этапе,
- для решения задачи по критерию качества разработан подход формирования МСП ограничений 2-й очереди и установлено гарантирующее предиктивное правило подбора штрафных коэффициентов,
- для частного случая задачи распределительного типа с полным исчерпанием ресурсов разработана модификация расширенной модели СЦЛП, отражающая гибкость подхода и его масштабируемось в условиях дополнительных прикладных ограничений топологического характера.

В основе разрабатываемого в диссертации МО системы планирования производственных процессов лежат подходы ЦЛП. При этом задача ЦЛП в общем случае является $\mathcal{NP}$-трудной в сильном смысле. Таким образом, справедливо полиномиальное сведение ее к любой другой $\mathcal{NP}$-трудной задаче. В **четвертой главе** в рассмотрение вводится специализированный неориентированный граф такой, что наибольшее независимое множество вершин (Maximum Independent Set, MIS) в нем моделирует решение задачи ЦЛП, и разрабатывается метаэвристический алгоритм решения на примере MIS.

В разделе 4.1 предложена базовая эвристика Simplicial Vertex Test (SVT) для задачи MIS.

Пусть $G = (V, E)$ — неориентированный граф и

$$\mathcal{N}(v) = \{u | u \in V, (u, v) \in E\}.$$

Индуцированным подграфом называется граф $G\langle V'\rangle$ такой, что $V' \subseteq V$ и

$$E' = \{(u, w) | (u, w) \in E, u, w \in V'\}.$$

Для целого числа $k \in \overline{1, n-1}$ вершина $v \in V$ графа $G = (V, E)$ называется k–вершиной (симплициальной вершиной), если $k = |\mathcal{N}(v)|$ и индуцированный подграф $G\langle\mathcal{N}(v)\rangle$ является полным. Через $S \subseteq V$ будем далее обозначать независимое множество вершин в графе — подмножество вершин, никакие две из которых не связаны в графе G ребром. Иными словами, независимое множество вершин определяет пустой индуцированный подграф. Задача MIS состоит в поиске независимого множества наибольшего (по числу вершин) размера.

Алгоритм $SVT(G, S)$ имеет следующий вид.

1. **Пока** в графе $G\langle V\rangle$ есть k-вершины **повторять**.
   a) Включить в множество S выбранную k-вершину v.
   b) Исключить из множества V вершину v и все смежные с ней вершины.
   c) Исключить из множества E все ребра, инцидентные вершинам, удаленным на предыдущем шаге.
2. **Вернуть** S, V.

При этом если по завершению алгоритма SVT выполняется $V = \{\}$, то полученное решение S задачи MIS является оптимальным.

В разделе 4.2 обсуждается расширение SVT (Extended Simplicial Vertex Test, ESVT) и доказано, что полученное посредством ESVT решение определяет абсолютную оценку отклонения от оптимального.

Обозначим через $\max S(G)$ мощность наибольшего независимого множества вершин графа G.

Алгоритм $ESVT(G, S)$ имеет следующий вид.

1. **Пока** множество V не пусто **повторять**.

a) Включить в S вершину v графа $G\langle V\rangle$ с минимальным значением

$$m = \frac{k\cdot(k-1)}{2} - \left|\{(u,w)\in E | u,w\in\mathcal{N}(v)\}\right|,$$

где $k = |\mathcal{N}(v)|$.

b) Выполнить шаги 1.2, 1.3 алгоритма $SVT(G)$.

2. **Вернуть** S.

Теорема (об оценке приближенного решения задачи MIS). *Пусть даны граф $G = (V, E)$, множество ребер $\{e_1, \dots, e_m\} \notin E$ и граф $G' = (V, E')\,|E' = E \cup \{e_1, \dots, e_m\}$. Тогда*

$$\max S\,(G) \geqslant \max S\,(G') \geqslant \max S\,(G) - m.$$

В разделе 4.3 в контур ESVT вводится шаг Interchange (IC) как элемент метода чередующихся окрестностей (алгоритм $ESVTwIC(G, S)$. Шаг IC в окрестности порядка k определим как переход от решения S к решению S' по правилу

$$N_k(S) = \{S' | \rho(S, S') = k\},$$

где $\rho(S, S')$ — расстояние Хэмминга между 0-1 массивами, соответствующими множествам S и S'.

Алгоритм $ESVTwIC(G, S)$ имеет следующий вид.

Выполнить алгоритм $ESVT(G, S_0)$ для $S_0 = \{\}$ и найти S.

Пока не выполнено условие останова **повторять**.

1. Начать с окрестности порядка $k = 1$.
2. **Пока** не выполнено $k = k_{\max}$ **повторять**.
   a) Выполнить шаг IC в окрестности порядка k и найти S'.
   b) Выполнить алгоритм $ESVT(G, S')$ и найти S''.
   c) **Если** $|S''| > |S|$ **то** объявить S'' текущим решением.
   d) **Иначе** увеличить порядок $k = k + 1$.

В результате эксперимента на графах тестовой библиотеки DIMACS показано, что алгоритм ESVT с шагом Interchange доставляет приемлемое качество решения и характеризуется экстремальной эффективность с точки зрения вычислительных затрат.

Таким образом, результатами главы 4 являются:

– разработана жадная эвристика для решения $\mathcal{NP}$-трудных задач комбинаторной оптимизации на примере задачи о наибольшем независимом множестве, гарантирующая в ряде случаев оптимальное решение,

– разработан расширенный эвристический алгоритм с абсолютной оценкой точности приближенного решения,

– разработана модификация расширенного алгоритма с элементами метода чередующихся окрестностей, обеспечивающая приемлемое качество приближенного решения и экстремально высокую вычислительную эффективность.

Пятая глава посвящена проектированию ПО системы планирования, реализующего разработанные модели, подходы и методы. В состав ПО входят модуль для решения потоковых задач, включая компоненты прогнозного и оперативного планирования, а также модуль планирования процессов распределительного типа. Показано, что архитектура ПО идентична для каждого из рассматриваемых компонентов и модулей и поддерживает интеграцию как в контуре системы, так и с любыми внешними источниками.

Непосредственно прикладные функции ПО реализуются на языке Python 3.8. Выбор данного языка программирования продиктован его гибкостью и разнообразием открытых библиотек, в том числе интеграционных, таких как requests для реализации HTTP запросов, confluent-kafka для взаимодействия с Apache Kafka или sqlalchemy для работы с СУБД. При этом особенности быстродействия языка Python в рамках реализации ПО системы компенсируются подходами и методами, лежащими в основе математического обеспечения — декомпозиция моделей ЦЛП и алгоритмы поиска МСП ограничений противоречивых задач оптимизации. Таким образом, главный недостаток Python как интерпретируемого языка оказывается нивелированным, открывая масштабный и гибкий инструментарий для реализации сложных математических операций, а также интеграционных и графических возможностей.

Раздел 5.1 посвящен проектированию функциональной архитектуры системы. На рисунке 4 представлена схема интеграционного взаимодействия, где блоки ОКП (объемно-календарное планирование), MDM (Master Data Management), ERP (Enterprise Resource Planning) и ТОиР (техническое обслуживание и ремонт оборудования) — внешние источники данных.

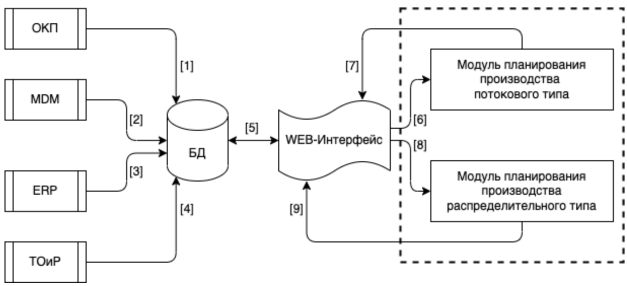

Рис. 4: Интеграционная архитектура системы планирования производственных процессов

Раздел 5.2 посвящен проектированию логической модели данных, справочников нормативно-технической документации (НТД) и прикладной (компонентной) архитектуры системы.

На рисунке 5 представлена компонентная архитектура модуля планирования производственных процессов потокового типа.

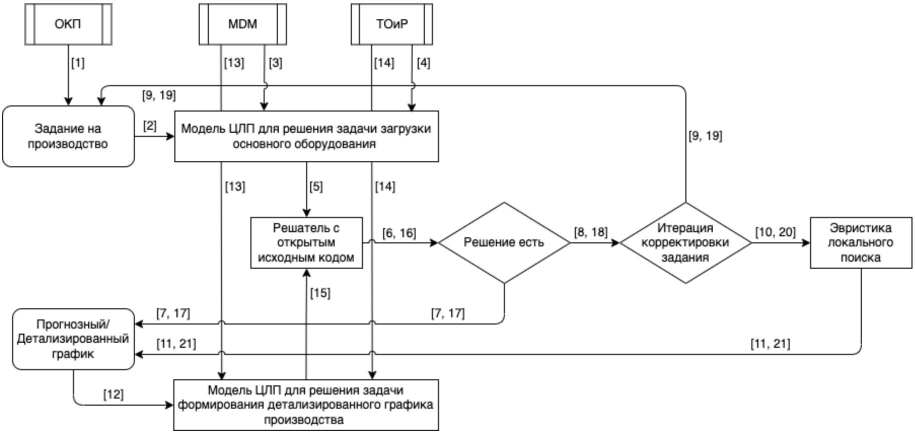

Рис. 5: Прикладная архитектура модуля планирования производственных процессов потокового типа

В параграфе 5.2.1 подробно обсуждаются детали реализации ПО модуля. На рисунках 6, 7 представлены блок-схемы алгоритмов взаимодействия программного блока формирования целевой функции базовой модели ЦЛП (прогнозное планирование) и внешних источников данных, а также алгоритма оптимизации входных данных в случае несовместности модели в ее исходной постановке.

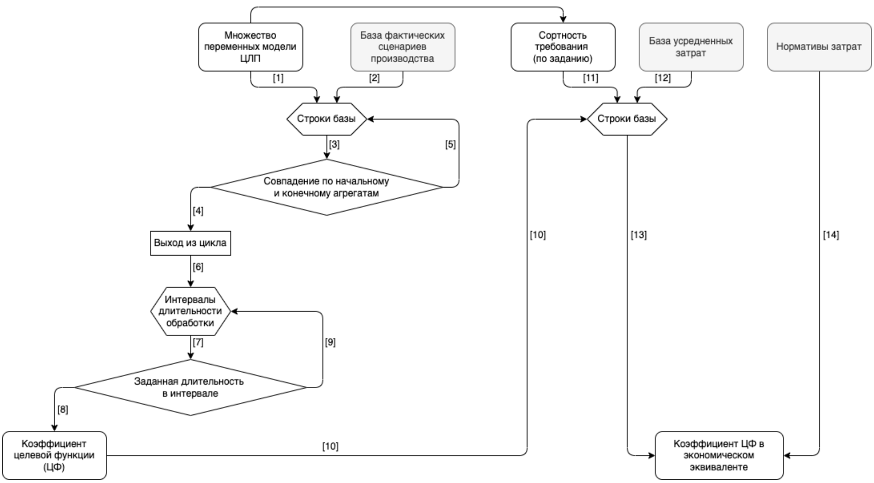

Рис. 6: Блок-схема взаимодействия компонента формирования функции весовых коэффициентов с внешними источниками данных

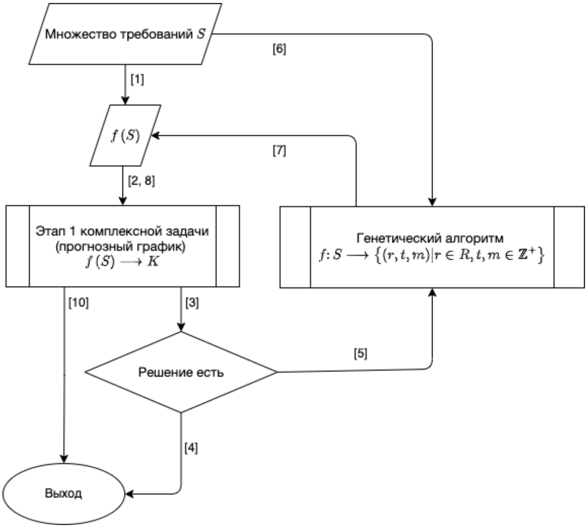

Рис. 7: Схема взаимодействия алгоритмов прогнозного планирования и оптимизации входных данных

На рисунке 8 представлена компонентная архитектура модуля планирования производственных процессов распределительного типа.

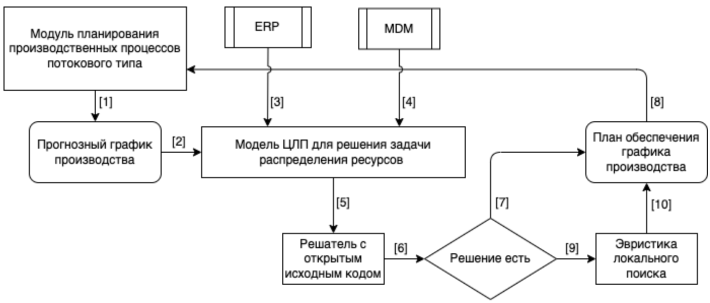

Рис. 8: Прикладная архитектура модуля планирования производственных процессов распределительного типа

Подробное описание алгоритмов и функций, реализуемых в ПО данного модуля, приводится в параграфе 5.2.2. диссертации. На рисунке 9 представлена схема взаимодействия функциональных блоков в составе модуля, условно разделенного на процедуры формирования решения задачи планирования распределительного типа с ограничениями 1-й и 2-й очереди соответственно.

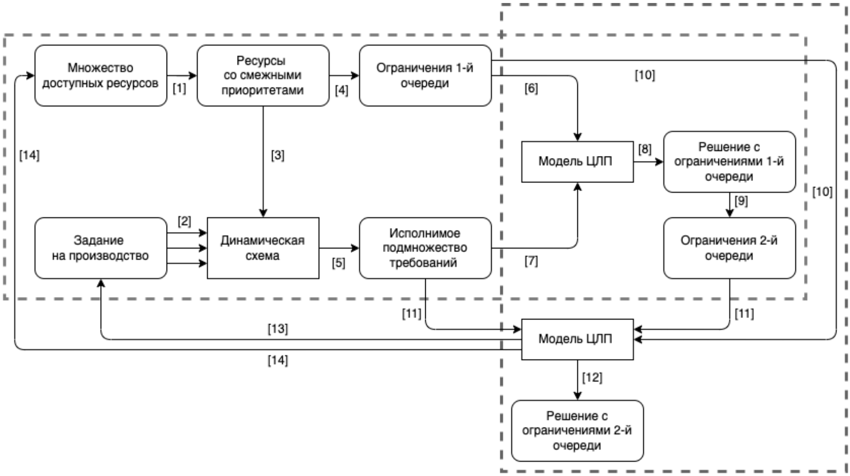

Рис. 9: Схема взаимодействия функциональных блоков в составе модуля планирования производственных процессов распределительного типа

В **шестой главе** рассматриваются прикладные задачи планирования производственных процессов, для решения которых используется разработанное ПО. В основе методики сравнительного анализа лежит фактическая база производства крупного металлургического предприятия на горизонте 1 год. Такой подход в современной теории ведения ИТ-проектов получил название Proff of Concept (PoC) — проверка гипотезы о целесообразности разработки и внедрения информационной системы. Данная тенденция продиктована тем обстоятельством, что тестовые данные для прикладных задач реальных размерностей оказываются крайне сложными в реализации. Так, в частности, для классической задачи MIS, исследуемой в главе 4, а также для других фундаментальных задач комбинаторной оптимизации, богатый арсенал размеченных данных представлен в библиотеке DIMACS. Однако практические задачи характеризуются множеством специфических особенностей, отражение которых в заранее установленной структуре входных данных не представляется возможным на сегодняшний день. В этой связи целесообразным является проведение сравнительного анализа с реальными данными (фактически реализованными графиками производства). В этом случае base line алгоритмом для сравнения выступает решение, достигнутое непосредственно ключевым пользователем системы. И хотя сравнение при этом ограничено единственной альтернативой, сама идеология такого эксперимента гарантирует эффективность и работоспособность предложенного подхода в приложении для решения конкретных практических задач.

В разделе 6.1 в качестве примера потокового типа рассматривается задача планирования производственных процессов в конвертерном цехе металлургического предприятия. Производственный процесс в данном случае охватывает этапы выливки металла на конвертере, транспортировки сталь-ковша и обработки его на внепечных агрегатах и доставки на машину непрерывной разливки в строго определенной последовательности и к установленному моменту времени.

Рассматриваются две оптимизационные постановки. Первая постановка связана с потенциалом оптимизации по совокупной длительности производства. В качестве тестовых данных был выбран годовой период, где для каждой позиции в задании фиксируются машина и время начала разливки, тип продукции и соответствующий допустимый интервал длительности производства. Для второй постановки в качестве критерия оптимизации рассматривается потенциал производительности основных сталеплавильных агрегатов (конвертеров). В этом случае фиксируются интервалы занятости конвертеров с учетом фактически зафиксированных сценариев производства.

Гипотеза о возможном решении в случае оптимизации по длительности производства связана с сокращением расходов по типам ресурсов. Для рассматриваемого годового периода вычисляются совокупные фактические затраты по каждому типу ресурсов в разрезе групп продукции. Гипотеза в данном случае заключается в том, что применение разрабатываемого математического и алгоритмического аппарата позволит строить графики производства, существенно выигрывающие по совокупным затратам в сравнении с фактически зафиксированными сценариями (см. таблица 1). Вместе с тем, перераспределение рабочей нагрузки конвертеров влечет теоретическую возможность увеличения объемов производства по году, что составляет основу второй гипотезы, связанной с производительностью основных сталеплавильных агрегатов.

Гр.	Al, факт	Al, опт	Δ, кг	ЭЭ, факт	ЭЭ, опт	Δ, МВт*ч
1	111.4	110.6	−0.8	4.132	4.050	−0.082
2	63.8	62.8	−1	1.764	1.579	−0.185
4	79.5	78.8	−0.7	3.443	3.308	−0.135
5	103.6	101.9	−1.7	1.941	1.792	−0.149
7	29.1	29	−0.1	0.046	0.043	−0.003
8	125.5	124.6	−0.9	3.024	2.894	−0.13
9	102.8	101.6	−1.2	2.224	2.009	−0.215
10	158.1	157.6	−0.5	4.006	3.907	−0.036
11	85.1	83.1	−2.0	7.887	6.872	−1.015
14	183.0	170.4	−12.6	0.863	0.832	−0.031
15	7.2	6.5	−0.7	2.736	2.288	−0.448

Таблица 1: Оптимизация по ресурсам

В разделе 6.2 в качестве примера задачи распределительного типа рассматривается другой передел металлургического предприятия — миксерное отделение конвертерного цеха. В данном случае задача планирование заключается в распределении поступающих ресурсов (чугуновозный ковш, ЧВК) по позициям задания (чугунозаливной ковш, ЧЗК) с учетом ограничений на объемы ресурсов и приоритетного порядка их использования. Здесь так же рассматривается годовой период производства и фиксируются сценарии распределения ресурсов. Потенциалом для оптимизации при этом выступает средняя оборачиваемость подвижного состава, что оказывает существенное влияние на стабилизацию качества и сроков исполнения задания в целом.

В **заключении** подводятся итоги проведенного исследования, формулируются выводы.

Результаты, выносимые на защиту, и соответствие паспорту специальности 2.3.5.

1. Разработаны методы проектирования функциональных компонент системы планирования производственных процессов на основе моделей ЦЛП (п. 1 паспорта, методы проектирования программ). [1, 3, 8, 9, 11, 14, 15]
2. Установлена верхняя оценка для параметра конфигурации расчетного ядра системы, гарантирующая существование решения в задаче потокового типа на этапе прогнозного планирования (п. 1 паспорта, методы анализа программ). [5, 13]
3. Разработан алгоритм распределенной обработки данных в задаче планирования потокового типа, обеспечивающий снижение вычислительной нагрузки на расчетное ядро системы и гарантирующий существование допустимого решения на этапе оперативного планирования (п. 8 паспорта, модели распределенной обработки данных). [4, 13, 17]
4. Разработан подход к параллельной обработке данных в системе планирования производственных процессов на основе алгоритмов модификации моделей ЦЛП и поиска МСП ограничений (п. 8 паспорта, модели параллельной обработки данных). [4, 13]
5. Разработан алгоритм формирования вложенных моделей ЦЛП для реализации процедуры предобработки исходных данных в задаче планирования распределительного типа с установленными приоритетами ограничений (п. 3 паспорта, модели взаимодействия программных компонент). [6, 12, 16]
6. Разработан алгоритм взаимодействия программных компонент системы планирования производственных процессов для реализации ограничений 2-й очереди в задаче распределительного типа (п. 3 паспорта, модели взаимодействия программных компонент). [6, 12, 16]
7. Разработаны архитектура и форматы взаимодействия внешних источников данных, пользовательского интерфейса и функциональных компонент системы планирования производственных процессов (п. 7 паспорта, архитектуры, форматы и протоколы человеко-машинных интерфейсов). [18–21]

8. Разработан проблемно-ориентированный комплекс программ для решения прикладных задач планирования производственных процессов потокового и распределительного типов (п. 7 паспорта, программные средства человеко-машинных интерфейсов). [2, 7, 10, 18–21]

Публикации в изданиях, индексируемых WoS и (или) Scopus

1. *Гайнанов Д. Н., Кибзун А. И., Рассказова В. А.* Задача о декомпозиции множества путей ориентированного графа и ее приложение // Автоматика и телемеханика. 2018, № 12, с. 142–166. (ВАК, Scopus, WoS, К1)

2. *Gainanov D. N., Mladenovic N., Rasskazova V. A.* Maximum Independent Set in Planning Freight Railway Transportation // Frontiers of Engineering Management, 2018, 5(4): 499–506. (WoS, K1)

3. *Гайнанов Д. Н., Игнатов А. Н.,Наумов А. В., Рассказова В. А.* О задаче назначения “технологического окна” на участках железнодорожной сети // Автоматика и телемеханика, 2020, № 6, с. 3–16. (ВАК, Scopus, WoS, К1)

4. *Кибзун А. И., Рассказова В. А.* Модель целочисленного линейного программирования как математическое обеспечение системы оптимального планирования производства на этапе оперативного графикования // Автоматика и телемеханика, 2023, № 5, с. 3–16. (ВАК, Scopus, WoS, К1)

5. *Kibzun A. I., Rasskazova V. A.* On the Propeties of the LIP model in class of the RCPSPs. Mathematics (2023). 11, 2086. (Scopus, WoS, K1)

6. *Рассказова В А.* Декомпозиционный подход в задаче планирования распределительного типа с приоритетами ограничений // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование», 2024, т. 17(3), с. 87–101. (ВАК, Scopus, WoS, К2)

Публикации в сборниках трудов конференций, индексируемых Scopus

7. *Gainanov D. N., Mladenovic N., Rasskazova V. A., Urosevic D.* Heuristic Algorithm for Finding the Maximum Independent Set with Absolute Estimate of the Accuracy // CEUR-WS Proceedings, vol. 2098, 2018, pp. 141–149.

8. *Chernavin P. F., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* Convex Hulls in Solving Multiclass Pattern Recognition Problem // Lecture Notes in Computer Science, 2020, vol. 12096, pp. 390–401.

9. *Gainanov D. N., Korablev I. G., Rasskazova V. A.* On solving the warehouse procession optimization problem using a tuple of heuristics // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, 927(1), 012058.

10. *Gainanov D. N., Mladenovic N., Rasskazova V. A.* Simplicial Vertex Test in Solving the Railway Arrival and Departure Paths Assignment Problem // Lecture Notes in Computer Science, 2021, vol. 12559, pp. 123–137.

11. *Berenov D. A., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* Algorithm for Predicting the Quality of the Product Based on Technological Pyramids in Graphs // Lecture Notes in Computer Science, 2021, vol. 12931, pp. 128–141.
12. *Berenov D. A., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* Integer Linear Programming in Solving an Optimization Problem at the Mixing Department of the Metallurgical Production. Lecture Notes in Computer Science, 2023, vol. 13621, pp. 145–161.
13. *Rasskazova V. A.* LIP Model in Solving RCPSP at the Flow Type Production. Communications in Computer and Information Science, 2024, vol. 1913, pp. 75–88.

Публикации в изданиях, входящих в Перечень ВАК

14. *Гайнанов Д. Н., Рассказова В. А., Чернавин П. Ф.* Выпуклые оболочки и выпукло отделимые множества в задаче многоклассового распознавания образов // Труды МАИ. 2019. Т. 104. (К1)
15. *Беренов Д. А., Рассказова В. А.* Модель объектных отношений для интеллектуального управления на основе производственных данных. Моделирование и анализ данных. 2023. Т. 13. № 1. С. 5–18. (К3)
16. *Рассказова В. А., Скуридин А. А.* Задача о назначении производственных ресурсов с системой ограничений. Моделирование и анализ данных. 2023. Т. 13. № 2. С. 142–150. (К3)
17. *Кибзун А. И., Рассказова В. А.* Генетический алгоритм размещения требований в задаче планирования производственных процессов потокового типа. Программные продукты и системы. 2025. Т. 38. № 1. С. 27–38. (К1)

Свидетельства о регистрации ПО

18. *Гайнанов Д. Н., Кибзун А. И., Рассказова В. А.* Программа для решения обобщенной задачи о назначениях методом покрытия вершин ориентированного графа. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019663227 от 09 декабря 2019 г.
19. *Беренов Д. А., Гайнанов Д. Н., Рассказова В. А. [и др.]* Data PLAN. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021665276 от 13 сентября 2021 г.
20. *Рассказова В А.* Программа для решения NP-трудных задач комбинаторной оптимизации методом ESVT с шагом Interchange. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022686586 от 29 декабря 2022 г.
21. *Рассказова В. А., Скуридин А. А.* Программа для решения задачи о назначениях производственных ресурсов с ограничениями в виде задачи ЦЛП. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023617643 от 07 апреля 2023 г.

Другие публикации

22. *Золотарев И. А., Рассказова В. А.* Практическая реализация алгоритма декомпозиции путей ориентированного графа // Моделирование и анализ данных. 2020. Т. 10. № 3. С. 60–68. (РИНЦ)

23. *Князятов М. О., Рассказова В. А.* Алгоритм покрытия вершин ориентированного графа // Моделирование и анализ данных. 2021. Т. 11. № 1. С. 33–39. (РИНЦ)

24. *Золотарев И. А., Рассказова В. А.* Модификация алгоритма декомпозиции путей ориентированного графа для учета расписания // Моделирование и анализ данных. 2021. Т. 11. № 2. С. 51–58. (РИНЦ)

Коллективные монографии, индексируемые Scopus

25. *Pardalos P. M., Rasskazova V. A., Vrahatis M.* Black Box Optimization, Machine Learning, and No Free Lunch Theorems (Eds.) Springer Optimization and Its Applications, 2021.

26. *Archetti F., Kotsireas I. S., Pardalos P. M., Rasskazova V. A., Simos D. S.* Learning and Intelligent Optimization. Springer Cham (2023). ISBN: 978-3-031-24866-5, P. 566.

Тезисы докладов

27. *Гайнанов Д. Н., Кибзун А. И., Рассказова В. А.* Декомпозиция путей ориентированного графа в задаче организации грузового железнодорожного движения. XXIII Международная научная конференция «Системный анализ, управление и навигация». Евпатория, Крым, 1–8 июля 2018 г.

28. *Gainanov D. N., Mladenovic N., Rasskazova V. A., Urosevic D.* Two-Sided estimate of the maximum independent set of vertices in an undirected graph. XIII Balkan Conference on Operational Research (BALCOR-2018). Beograd, Serbia, 2018 May 25–28.

29. *Gainanov D. N., Mladenovic N., Rasskazova V. A., Urosevic D.* Heuristic algorithm for the maximum independent set with absolute estimate of the accuracy. VII Int. Conference on Optimization Problems and Their Applications (OPTA-2018). Omsk, Russia, 2018 July 8–14.

30. *Gainanov D. N., Mladenovic N., Rasskazova V. A., Urosevic D.* Constructive heuristic with guaranteed bounds (CHwGB). IX Int. Conference Optimization and Applications (OPTIMA-2018). Petrovac, Montenegro, 2018 October 1–5.

31. *Rasskazova V. A.* Maximum independent set problem (MISP) and effective methods for MISP. 3d Winter School on Data Analytics (DA-2018). Nizhny Novgorod, November 2018.

32. *Gainanov D. N., Mladenovic N., Rasskazova V. A.* Simplicial vertex heuristic in solving the railway arrival and departure paths assignment problem.

Int. Conference on the Mathematical Optimization Theory and Operations Research (MOTOR-2019). Ekaterinburg, July 2019.

33. *Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* The polarization of an undirected multigraph with regard to a set of directed routes. X Int. Conference Optimization and Applications (OPTIMA-2019). Petrovac, Montenegro, October 2019.

34. *Chernavin P. F., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* Convex hulls in solving multiclass pattern recognition problem. 14th Learning and Intelligent Optimization Conference (LION 14). May 2020, Athens, Greece.

35. *Chernavin P. F., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* Convex hulls algorithm to solving multiclass pattern recognition problem. Int. Conference on Mathematical Optimization Theory and Operations Research (MOTOR 2020), July 2020, Novosibirsk, Russia.

36. *Berenov D. A., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* On the assignment of resources for discrete production. XI Int. Conference Optimization and Applications (OPTIMA-2020), September 28 – October 2, 2020, Moscow, Russia (online).

37. *Gainanov D. N., Mladenovic N., Rasskazova V. A.* Simplicial vertex test in solving the railway arrival and departure paths assignment problem. 8th Int. Conference on Variable Neighborhood Search (ICVNS 2020), October 22–25, 2020, Abu Dhabi, U.A.E.

38. *Золотарев И. А., Рассказова В. А.* Практическая реализация алгоритма декомпозиции путей ориентированного графа. 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика», Москва, 2020.

39. *Berenov D. A., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* Algorithm for predicting the quality of the product based on technological pyramids in graphs. 15th Learning and Intelligent Optimization Conference (LION 15). June 20–25, 2021, Athens, Greece.

40. *Berenov D. A., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* Integer linear programming in solving optimal dispatching problem at the metallurgical production. 15th Learning and Intelligent Optimization Conference (LION 15). June 20–25, 2021, Athens, Greece.

41. *Berenov D. A., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* Integer linear programming in solving optimal dispatching problem at the metallurgical production. Int. Conference on Mathematical Optimization Theory and Operations Research (MOTOR 2021), July 5–10, 2021, Irkutsk, Russia.

42. *Berenov D. A., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* Integer linear programming model in scheduling of out-of-furnace metal processing. XII Int. Conference Optimization and Applications (OPTIMA-2021), September 27 – October 1, 2021, Petrovac, Montenegro.

43. *Berenov D. A., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* Integer linear programming in solving an optimization problem at the mixing department

of the metallurgical production. 16th Learning and Intelligent Optimization Conference (LION 16). June 5–10, 2022, Milos Island, Cyclades, Greece.
44. *Berenov D. A., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* Integer linear programming in solving the problem on pour at the mixing department of the steel making production. Int. Conference on Mathematical Optimization Theory and Operations Research (MOTOR 2022), Petrozavodsk, Karelia, Russia, July 2–6, 2022.
45. *Беренов Д. А., Гайнанов Д. Н., Рассказова В. А.* Целочисленное линейное программирование в задаче оптимальной диспетчеризации и логистики миксерного отделения конвертерного цеха металлургического предприятия. Системный анализ, управление и обработка информации. Евпатория, Крым, Россия, 3–10 июля 2022.
46. *Berenov D. A., Gainanov D. N., Rasskazova V. A.* On the out-of-furnace processing at the converter shop-floor of the metallurgical production. XIII Int. Conference on Optimization and Applications (OPTIMA-2022), September 26 – October 2, 2022, Petrovac, Montenegro.
47. *Berenov D. A., Rasskazova V. A.* Object relation technique for modelling of digital production solutions. XXII Int. Conference on Mathematical Optimization Theory and Operations Research (MOTOR 2023), Ekaterinburg, Russia, July 2–8, 2023.
48. *Rasskazova V. A.* LIP Model in solving RCPSP at the flow type production. XXII Int. Conference on Mathematical Optimization Theory and Operations Research (MOTOR 2023), Ekaterinburg, Russia, July 2–8, 2023.
49. *Рассказова В А.* Модели параллельной обработки данных в задачах планирования потокового производства и цеховой логистики. XXVII Международная научная конференция «Системный анализ, управление и навигация». Евпатория, Крым, Россия, 3-10 июля 2023.
50. *Rasskazova V. A.* LIP Model in solving RCPSP at the flow type production. XVI Int. Conference on Optimization and Applications (OPTIMA-2023), September 18–22, 2023, Petrovac, Montenegro.
51. *Рассказова В А.* Декомпозиционный подход в задаче планирования распределительного типа с приоритетами ограничений. Индустриальное программирование (ИНПРО 2024). Москва, 4–5 апреля 2024.
52. *Rasskazova V. A.* Sequential constraints scheme in distribution planning problem. XXIII Int. Conference on Mathematical Optimization Theory and Operations Research (MOTOR-2024), Omsk, Russia, June 30 – July 06, 2024.
53. *Rasskazova V. A.* A genetic algorithm for assigning requirements in flow shop scheduling problems. XVII Int. Conference on Optimization and Applications (OPTIMA-2024), September 16–20, 2024, Petrovac, Montenegro.
54. *Рассказова В. А.*. Модель ЦЛП в задаче оптимального распределения ресурсов с лексикографическим порядком критериев. 23-я Международная конференция «Авиация и космонавтика», Москва, 2024.