

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт прикладной механики Российской академии наук
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)»

На правах рукописи

УДК 539.3

ШАЛАШИЛИН АЛЕКСАНДР ДМИТРИЕВИЧ

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИСТЕРЕЗИСА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ
КОЛЕБАНИЯХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени

кандидата технических наук

Научный руководитель

д. ф.-м. н., с.н.с.

Данилин Александр Николаевич

Москва – 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. ФЕНОМЕН ГИСТЕРЕЗИСА. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ	11
ГЛАВА 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ГИСТЕРЕЗИСА КОЛЕБАНИЙ МАЯТНИКОВЫХ ГАСИТЕЛЕЙ ТОРСИОННО-ДЕМПФЕРНОГО ТИПА	20
2.1. Пляска проводов и устройства для её подавления	20
2.2. Экспериментальный стенд	25
2.3. Результаты экспериментальных исследований	27
ГЛАВА 3. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГИСТЕРЕЗИСА НА ПРИМЕРЕ МАЯТНИКОВЫХ ГАСИТЕЛЕЙ ТОРСИОННО-ДЕМПФЕРНОГО ТИПА	32
3.1. Модель гистерезиса с использованием опорных кривых нагружения	33
3.1.1. Аппроксимация экспериментальных данных и алгоритм движения по гистерезисной кривой	34
3.1.2. Аппроксимация экспериментальных кривых нагружения с помощью полиномов Чебышева	35
3.1.3. Аппроксимация кривых, имеющих промежуточную начальную точку	39
3.1.4. Аппроксимация кривых разгрузки	40
3.1.5. Моделирование начальной стадии движения по гистерезисной кривой	40
3.1.6. Примеры моделирования	41
3.2. Кинематическая модель гистерезиса	45
3.2.1. Свойства гистерезисного процесса	46
3.2.2. Дифференциальное уравнение гистерезиса	47
3.2.3. Идентификация параметров модели	49
3.2.4. Применение кинематической модели для описания траектории гистерезиса гасителя TDD	52

ГЛАВА 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАЯТНИКОВОГО ГАСИТЕЛЯ ТОРСИОННО-ДЕМПФЕРНОГО ТИПА. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ	55
4.1. Схема взаимодействия конструктивных элементов	55
4.2. Уравнения колебаний с учётом гистерезиса энергорассеяния ...	56
4.3. Результаты моделирования	57
ГЛАВА 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИСТЕРЕЗИСА ЭЛЕКТРОРЕОЛОГИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ В УСЛОВИЯХ НЕСТАЦИОНАРНОГО ЦИКЛИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ	66
5.1. Реологические характеристики	69
5.2. Некоторые феноменологические модели электрореологического эффекта	71
5.3. Применение электрореологических материалов в демпфирующих устройствах	73
5.4. Полиимиды в качестве дисперсной фазы ЭРС	79
5.5. Исследования реологических свойств ЭРС на реоспектрометре с электрореологической приставкой	81
5.6. Кинематическая модель для описания кривых течения электрореологических материалов	83
5.7. Моделирование кривых течения электрореологической суспензии при циклическом нестационарном нагружении	87
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	98
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	99

ВВЕДЕНИЕ

Современные технические системы, как правило, включают в себя диссипативные элементы с пассивным или активным способом рассеяния механической энергии. К таким системам относятся, прежде всего, гистерезисные муфты, гистерезисные электродвигатели, демпфирующие устройства (демпферы, амортизаторы, гасители) различных конструктивных схем и различного применения.

Как известно, для динамических систем с гистерезисом зависимости между силовыми и кинематическими параметрами имеют циклический характер. На диаграммах деформирования траектория каждого цикла имеет форму петли, которая образуется двумя кривыми, соответствующими процессам роста и убывания параметра внешнего воздействия (нагрузки). Начальная точка (точка «старта») цикла определяется предысторией нестационарного процесса. Она может находиться в любой точке пространства изменений исследуемых параметров. В условиях неустановившихся колебаний гистерезисные петли процесса могут значительно отличаться друг от друга, как по форме, так и относительно расположению. Поэтому, аналитическое согласование гистерезисных кривых соседних циклов представляет собой непростую задачу. Такие математические модели часто оказываются не только сложными, но и весьма ограниченными для описания реальных процессов.

В данной работе на основе экспериментальных исследований предложены и проанализированы две феноменологические модели, пригодные для описания гистерезисных зависимостей в условиях нестационарного колебательного движения. Рассмотрены примеры эффективного их применения в расчётах энергорассеяния реальных технических систем.

Целью диссертационной работы является разработка аналитических методов описания нестационарного гистерезиса сложных систем, которые

рассматриваются как «чёрный ящик» с известными из эксперимента значениями входных и выходных параметров.

Актуальность темы исследования обусловлена в теоретическом плане малой изученностью нестационарных гистерезисных процессов в механике сложных систем. С практической точки зрения она связана с востребованностью математического описания механики деформирования (изменения конфигурации) диссипативных систем в условиях нестационарного колебательного движения.

Методы исследования. Экспериментальные методы с использованием уникального специализированного стенда и сертифицированных измерительных комплексов.

Для математического описания гистерезисных траекторий используются два подхода. Первый основан на использовании данных серии типовых экспериментов по построению опорных или «скелетных» кривых нагружения. Опорные кривые используются далее в качестве своеобразной криволинейной координатной сетки, которая позволяет построить траекторию гистерезиса между кривыми «нагрузки-разгрузки» цикла установившихся колебаний с максимальной амплитудой. Второй подход, названный кинематическим, основан на использовании обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. В отличие от подобной модели Бук-Вена, правая часть этого уравнения выбирается в виде полинома от двух переменных – параметра гистерезисного процесса, зависящего от времени, и функции этого параметра. Полиномиальные коэффициенты правой части определяются методами приближения, минимизируя невязку аналитического представления к множеству значений, полученных в экспериментах.

Достоверность и обоснованность результатов научных положений и полученных результатов подтверждается использованием строгих математических методов и сравнениями теоретических результатов с результатами экспериментальных исследований.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

1. Выполнены экспериментальные исследования гистерезиса энергорассеяния двух сложных диссипативных систем – маятникового гасителя торсионно-демпферного типа и механической системы «реовискозиметр – электрореологическая суспензия», которые легли в основу формулировок двух феноменологических моделей.

2. Впервые сформулирована феноменологическая модель с использованием опорных или «скелетных» кривых нагружения, которые строятся на основе серии типовых экспериментов и используются далее в качестве криволинейной координатной сетки, позволяющей моделировать траекторию между кривыми «нагрузки-разгрузки» цикла установившихся колебаний с максимальной амплитудой.

3. Впервые сформулирована феноменологическая модель, названная кинематической, с использованием обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с правой частью в виде полинома от двух переменных – параметра гистерезисного процесса, зависящего от времени, и функции этого параметра. Полиномиальные коэффициенты определяются методами приближения, минимизируя невязку аналитического представления к множеству значений, полученных в экспериментах для объемлющего (включающего всевозможные гистерезисные траектории) цикла установившихся колебаний.

4. Исследованы новые задачи о нестационарных колебаниях сложных технических систем с гистерезисом энергорассеяния в демпфирующих элементах.

Практическая значимость состоит в разработке методов исследования нестационарных колебаний сложных механических систем с учётом гистерезиса диссипации энергии, а также в возможности использования разработанных подходов для анализа эффективности работы устройств с пассивным или активным способом рассеивания механической энергии.

На защиту выносятся следующие основные результаты и положения.

1. Результаты экспериментальных исследований гистерезисных процессов двух диссипативных систем – маятникового гасителя торсионно-демпферного типа и механической системы «реовискозиметр – электрореологическая среда», которые легли в основу формулировок двух феноменологических моделей.

2. Формулировка феноменологической модели гистерезиса с использованием опорных или «скелетных» кривых нагружения, которые используются в качестве криволинейной координатной сетки, позволяющей моделировать траекторию между кривыми «нагрузки-разгрузки» цикла установившихся колебаний с максимальной амплитудой.

3. Формулировка феноменологической модели гистерезиса на основе обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с правой частью в виде полинома от двух переменных – параметра гистерезисного процесса, зависящего от времени, и функции этого параметра с идентификацией полиномиальных коэффициентов по экспериментальным данным для объемлющего цикла установившихся колебаний.

4. Результаты решения задач о нестационарных колебаниях сложных диссипативных систем с гистерезисом энергорассеяния в демпфирующих элементах или средах.

Апробация основных результатов работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на Российских и Международных конференциях и симпозиумах:

- II Всероссийская научная конференции «Механика наноструктурированных материалов и систем» (ИПРИМ РАН, Москва, 17–19 декабря 2013 г.);
- XVIII Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013) (Алушта, 22–31 мая 2013 г.);

- IV Всероссийский симпозиум «Механика композиционных материалов и конструкций» (ИПРИМ РАН, Москва, 4–6 декабря 2012 г.);
- Всероссийская конференция «Механика наноструктурированных материалов и систем» (ИПРИМ РАН, Москва, 13–15 декабря 2011 г.);
- Всероссийская конференция «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред» (ИПРИМ РАН, Москва, 23–25 ноября 2010 г.).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 9 печатных работах, в том числе в 2 статьях в журналах, рекомендованных ВАК РФ, 2 статьях в журналах, цитируемых интернет-платформой Web of Science и 5 тезисов докладов.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка использованных источников, включающего 121 наименование. Общий объем диссертации 111 страниц.

В первой главе дан аналитический обзор публикаций, посвященных рассматриваемой в диссертации проблеме. Рассмотрены основные математические модели и гипотезы в их основе. Акцентируется внимание на феноменологических моделях, параметры которых идентифицируются с использованием экспериментальных данных. Такие модели строятся для сложных систем, которые целесообразно рассматривать с позиции подхода «чёрного ящика». Отмечается модель Бук-Вена, которая в последнее время привлекает повышенный интерес исследователей благодаря возможности аналитического описания разнообразных по форме гистерезисных петель, возникающих в различных системах с демпфированием.

Вторая глава посвящена экспериментальным исследованиям гистерезиса энергорассеяния на примере маятникового гасителя торсионно-демпферного типа, предназначенного для демпфирования и рассогласования частот вертикальных и крутильных колебаний, возникающих при пляске (галопировании) проводов ЛЭП. Демпферный узел гасителя представляет собой систему из

двух соосных дисков – ведущего и ведомого, между которыми зажимаются резиновые шарики, способные двигаться по профилированным каналам. Движение проводов через тяги передаётся к ведущим дискам гасителя. В силу инерционности маятника происходит прокручивание ведущих дисков относительно ведомых, скреплённых с маятником. При этом происходят перемещения шариков по каналам, образуемым криволинейными углублениями на поверхностях дисков. При этом перемещение шариков сопровождается их значительным деформированием и трением о поверхности каналов, что является причиной гистерезиса. В главе приведены результаты экспериментального исследования, сформулированы определяющие положения, которые легли в основу двух феноменологических моделей.

В результате проведенных экспериментальных исследований были сформулированы достаточно общие свойства гистерезисных процессов, которые легли в основу математических формулировок двух феноменологических моделей.

В третьей главе на основе проведенных экспериментальных исследований дана формулировка двух феноменологических моделей гистерезисного процесса.

Первая модель носит «конструктивный» характер, поскольку основывается на использовании данных серии типовых экспериментов по построению опорных или «скелетных» кривых нагружения. Опорные кривые используются далее в качестве своеобразной криволинейной координатной сетки, которая позволяет построить траекторию гистерезиса между кривыми «нагрузки-разгрузки» цикла установившихся колебаний с максимальной амплитудой. Гистерезисные кривые промежуточных состояний (между опорными кривыми) строятся с использованием линейной интерполяции.

Вторая феноменологическая модель, названная кинематической, представляет собой развитие известной модели Бук-Вена. Эта модель, так же, как и модель Бук-Вена, основывается на обыкновенном дифференциальном

уравнении первого порядка, однако содержит правую часть в виде полинома от двух переменных - параметров, описывающих гистерезисный процесс. Неизвестные коэффициенты полинома определяются по экспериментальным данным для кривых объемлющего цикла, область которого содержит любую возможную траекторию гистерезиса.

В четвертой главе даётся описание математической модели нестационарных колебаний маятниковых гасителей торсионно-демпферного типа и выполнен сравнительный анализ эффективности энергорассеяния.

В пятой главе на основе кинематического подхода моделируется динамика нестационарных колебаний системы «реовискозиметр – электрореологическая среда». Математическое описание динамического поведения такого рода диссипативных систем представляет фундаментальный научный интерес. Электрореологические среды относятся к «умным материалам» и их уникальные свойства открывают широкие перспективы применения (в устройствах демпфирования колебаний, различных механизмах стабилизации и управления движением подвижных аппаратов и т.п.), реологические и механические свойства которых (вязкость, предел текучести, модуль сдвига, и др.) могут резко изменяться под воздействием внешнего электрического поля. Среда при наложении электрического поля, от маловязкой и жидкотекучей субстанции способна проявлять свойства вязкопластичного объекта.

ГЛАВА 1. ФЕНОМЕН ГИСТЕРЕЗИСА. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ

Как известно, гистерезис (греч. ὑστέρησις – отставание, запаздывание) – свойство систем (физических, биологических и т.д.), мгновенный отклик которых на приложенные к ним воздействия определяется не только их текущим состоянием, но и предысторией изменения этого состояния. Для гистерезиса характерно явление «насыщения», а также неодинаковость траекторий между крайними состояниями (отсюда наличие остроугольной петли на графиках).

Термин вошел в научный обиход для описания намагничивания ферромагнетиков. Явление было обнаружено в экспериментах на железных стержнях шотландским физиком Джеймсом Юингом (James Alfred Ewing) в 1890-х годах. Позже его начали использовать для описания других явлений, и возникла необходимость математического описания гистерезиса в зависимости от природы.

Нелинейные зависимости гистерезисного типа повсеместно возникают в различных областях естествознания и техники. Известны: магнитный и диэлектрический гистерезис [1, 2, 19, 89, 91, 114], гистерезис пластического деформирования [11, 82, 89, 97, 98], гистерезис течения вязких сред [8, 13, 74, 95, 113], термоупругий гистерезис в сплавах с памятью формы [13, 14] и т.п.

Особенности гистерезиса (форма петлеобразных траекторий, асимптотическое подобие или симметрия прямого и обратного процессов, и др.) определяются природой процесса. Поэтому для математического описания гистерезиса авторы, как правило, предлагают модели, опираясь на конкретные представления о физическом явлении. Однако, несмотря на специфику моделей, ряд из них может претендовать на определённую общность, выходящую за область специализированного исследования. Такие модели после некоторых обобщений могут быть применены для описания гистерезиса в

других системах. Это свидетельствует не только о «глубине» математических моделей, но и, в большей степени, – об общих чертах различных по природе гистерезисных процессов. Поэтому представляется целесообразным кратко остановиться на нескольких известных подходах, которые применяются для описания гистерезиса в различных областях науки и техники.

В динамике деформируемых систем широкое распространение получила гипотеза Фойгта [81, 95], в соответствии с которой рассеяние энергии зависит от частоты процесса деформирования системы. Однако для большинства конструкционных материалов, и тем более, сложных механизмов с трением, это не подтверждается экспериментально [17]. Физически обоснованной являются модель Н.Н. Давиденкова [4], предложенная в 1938 г. при анализе зависимости интенсивности поглощения звука в кристаллических твёрдых телах от амплитуды колебаний. Автор выдвинул гипотезу, что эта зависимость есть результат гистерезиса микропластической деформации, и что нелинейность микропластической деформации может быть аппроксимирована степенной функцией.

Для описания гистерезиса в металлах Рид [93, 94] впервые связал амплитудные зависимости внутреннего трения (АЗВТ) и дефект модуля упругости в цинке и меди непосредственно с движением дислокаций. Поскольку микропластическая деформация есть результат малого и, как правило, обратимого перемещения дислокаций, и можно сказать, что эксперименты Рида явились первым подтверждением гипотезы Давиденкова. Кроме того, Рид впервые экспериментально обнаружил пропорциональность между амплитудно-зависимым декрементом и дефектом модуля упругости. Это положение было развито далее в работах Новика [87]. Пропорциональность также следует из теории Гранато-Люкке [58].

Наибольшее распространение получили теории АЗВТ, основанные на «струнной» модели дислокации Келера-Гранато-Люкке [58, 62]. В таких теориях дислокационный гистерезис формируется в результате периодического

процесса «отрыва-закрепления» для распределённой системы «стопоров». В других модификациях теориях АЗВТ дислокация преодолевает не один, а несколько рядов «стопоров» [65] с учётом внутренних напряжений [70]. По классификации Асано [26], теории первого типа называют теориями отрыва, а второго – теориями трения, поскольку торможение дислокаций в этих теориях можно ассоциировать с некоторой эффективной силой трения.

Модели трения занимают важное место в теории гистерезиса. В современной литературе трение рассматривается как процесс, состоящий из последовательности двух стадий: трение предскольжения (presliding friction), которое проявляется в виде микроперемещений контактирующих тел относительно друг друга в результате упругопластических деформаций неровностей трущихся поверхностей, и трение скольжения (sliding friction) как результата возникающих сил сопротивления тангенциальному смещению трущихся шероховатых поверхностей. Важной характеристикой трения предскольжения является гистерезис зависимости относительного смещения от силы трения [25, 100, 108]. Сила трения скольжения, как известно, зависит от силы давления тел друг на друга (силы реакции опоры), от материалов трущихся поверхностей, их микрорельефа, наличия и типа смазки, от скорости относительного движения.

С таким представлениями логично связаны модели трения, которые условно разделяют на две группы – статические и динамические.

Терминами статических моделей являются: трение покоя (the stiction friction), сила трения Кулона (the Coulomb force), сила вязкостного сопротивления (the viscous force) и эффект Штрибека (the Stribeck effect). Модели статического трения симметричны относительно направления смещения, имеют разрывы при нулевой скорости [78, 115].

Модели динамического трения учитывают свойства, которые не могут быть описаны в рамках статических моделей: микросмещения в режиме предскольжения, фрикционное запаздывание (задержка изменения силы тре-

ния при изменении скорости скольжения), скачкообразность движения – спонтанные подергивания, возникающее при скольжении одного объекта по поверхности другого [51].

В настоящее время наибольшее распространение получили несколько моделей трения. Первой в хронологическом плане является статическая модель Даля (the Dahl friction model) [47], которая является обобщением модели кулоновского трения [48]. Устойчивое состояние по модели Даля в точности соответствует модели кулоновского трения. Однако модель Даля не описывает эффект Штрибека и ряд других существенных свойств трения [47, 48].

Динамическая модель LuGre является в значительной мере развитием модели трения Даля [41]. С её помощью можно учесть эффект Штрибека, гистерезис, скачкообразность скольжения [27, 100]. Поэтому в настоящее время она широко используется для моделирования трения в разнообразных механических системах [27, 88]. При линеаризации по скорости в окрестности нуля [41] модель LuGre описывает колебания элементарного осциллятора с демпфером. Необходимые и достаточные условия применения этой модели к системам с демпфированием описаны в [29]. Такая модель популярна при решении задач о компенсации трения [53, 73, 102, 109]. Способы идентификации параметров модели рассмотрены в [99, 104, 120].

В динамике сложных механических систем, составные элементы которых взаимодействуют друг с другом силами различной природы, построение теоретических моделей с идентификацией их параметров представляет собой непростую задачу. В таких случаях механическую систему можно рассматривать как «черный ящик» с известными из эксперимента значениями входных и выходных параметров. Взаимосвязи между этими параметрами устанавливаются на основе феноменологических моделей, параметры которых идентифицируются с использованием экспериментальных данных [5-8, 20, 21, 23, 59, 71, 86, 103, 116].

В этом направлении особое место занимают модели, которые строятся с использованием спектральных разложений по релейным нелинейностям. Такой подход был предложен в 1935 г. немецким физиком Ф. Прейзахом (Ferenc Preisach) в работах по магнетизму [89, 91, 114], в которых процесс намагничивания рассматривается как статистический результат перемагничивания отдельных элементарных областей (доменов). Считается, что каждая такая область может находиться только в состоянии насыщения с направлением намагниченности вдоль или против действия внешнего поля. Соответственно этому намагниченность каждой области описывается с помощью функций-переключателей, определяющих петлю гистерезиса в виде прямоугольника. Важной составляющей модели Ф. Прейзаха является функция распределения ориентаций доменов, с помощью которой определяются значения намагниченности в произвольном поле.

В настоящее время идеи Ф. Прейзаха превращены в строгий математический аппарат и существенно развиты в работах М.А. Красносельского, А.В. Покровского и их последователей [10]. Схожие феноменологические представления предложены и развиваются в различных областях механики и физики [31, 71, 101, 106]. Однако для идентификации параметров таких моделей часто требуются сложные экспериментальные исследования и интерпретации полученных данных.

В 1967 г. Бук (R. Вouc) предложил способ решения задачи о вынужденных колебаниях механической системы с гистерезисом зависимости восстанавливающей силы от перемещения [37]. Траектория гистерезиса описывалась с помощью нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, для которого идентификация коэффициентов осуществлялась с использованием опорных экспериментальных данных. В 1971 г. Бук представил модель гистерезиса уже для абстрактной физической системы, рассматривая её как «чёрный ящик» с известными данными на её входе и вы-

ходе [38]. В 1976 г. и далее модель была обобщена в работах Вена (Y.-K. Wen) [118, 119], и с тех пор она известна как модель Бук-Вена [116].

В настоящее время модель Бук-Вена привлекает повышенный интерес благодаря возможности аналитического описания разнообразных по форме гистерезисных петель, возникающих в различных системах с демпфированием [107]. В частности, модель успешно была использована для моделирования гистерезиса пьезоэлектрических элементов [76], магнитореологических амортизаторов [121], деревянных соединений [52], изоляции фундаментов зданий и сооружений [84] и пр.

В современной литературе, модель Бук-Вэна используется, как правило, в рамках подхода "черного ящика" [66, 116]. Применение методов идентификации позволяет определить параметры модели так, чтобы ошибка (расхождение) между выходными данными, полученными из эксперимента и вычислениями по алгоритмам модели, было достаточно мала. Расчёты осуществляют для заданного (опорного) входного сигнала. После этого модель используется для моделирования гистерезиса при других входных сигналах. Однако известны примеры, когда найденные параметры модели не обеспечивают соответствие результатов вычислений данным, полученных из экспериментов для иных входных сигналов. Такие примеры говорят о неоднозначности идентификации, которая может приводить к неустойчивости модели относительно входного сигнала.

В литературе сформулированы условия, которым должна удовлетворять модель Бук-Вена [63, 64, 66, 116]. Основными являются адекватность математической модели физическому процессу и её устойчивость. Модель считается устойчивой по входу, если из ограниченности сигнала на входе системы следует ограниченность сигнала на её выходе при любых начальных условиях (bounded input, bounded output (BIBO) stability).

Рассмотрим систему с гистерезисом, преобразующую входной сигнал q , зависящий от времени t , в сигнал f на выходе. В соответствии с моделью

Бук-Вена отображение $q(t) \rightarrow f(q(t))$ устанавливается с использованием нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения, в состав которого входят функции-переключатели направления процесса. Общей формой записи модели Бук-Вена является дифференциальная связь между входным и выходным сигналами в виде [66]:

$$\frac{df}{dt} = g\left(q, f, \operatorname{sgn}\left(\frac{dq}{dt}\right)\right) \cdot \frac{dq}{dt}, \quad (1.1)$$

где g – выбранная кусочно-гладкая функция, идентификация которой осуществляется по экспериментальным данным опорного сигнала. Уравнение (1.1) включается в общую систему уравнений динамики системы, содержащие $q(t)$ и $f(q(t))$ в качестве неизвестных функций.

Классическим примером использования (1.1) является уравнение Бук-Вена [118 119], описывающие динамику механической системы с гистерезисом диссипации энергии. Для одномерного осциллятора эти уравнения имеют вид [63, 64]

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + c\dot{x} + kx + \alpha z - f_0 &= p(t), \\ \dot{z} &= \delta\dot{x} - \beta\dot{x}|z|^n - \gamma z|\dot{x}||z|^{n-1}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь сумма $c\dot{x} + kx + \alpha z - f_0$ – представляет собой силу демпфирования $f(x(t))$, где c – коэффициент вязкого демпфирования, k – коэффициент жесткости, z – переменная, описывающая гистерезисную траекторию, f_0 – постоянная составляющая f . Значения $c, k, \alpha, f_0, \beta, \gamma, \delta$ и n идентифицируются по экспериментальным данным. В литературе описаны различные модификации и усложнения (1.2), позволяющие описывать с определённой точностью гистерезис разнообразных по природе физических процессов [3, 52, 63-66, 76, 84, 107, 116, 121].

В результате интегрирования уравнений динамики и (1.1) строится зависимость $f(q(t))$, определяющая кусочно-гладкую непрерывную траекторию гистерезиса. Значения q , когда $dq/dt = 0$, формируют последовательность то-

чек q_k , где k – порядковый номер при возрастании t от начала развития процесса. При переходе через эти точки производная dq/dt последовательно меняет знак и происходит смена ветви гистерезисного процесса, как это показано на рис. 1.1. Жирные стрелки во 2-ом и 4-ом квадрантах показывают соответственно прямое и обратное направления гистерезисного процесса, соответствующие росту или убыванию $q(t)$, когда $dq/dt > 0$ или $dq/dt < 0$.

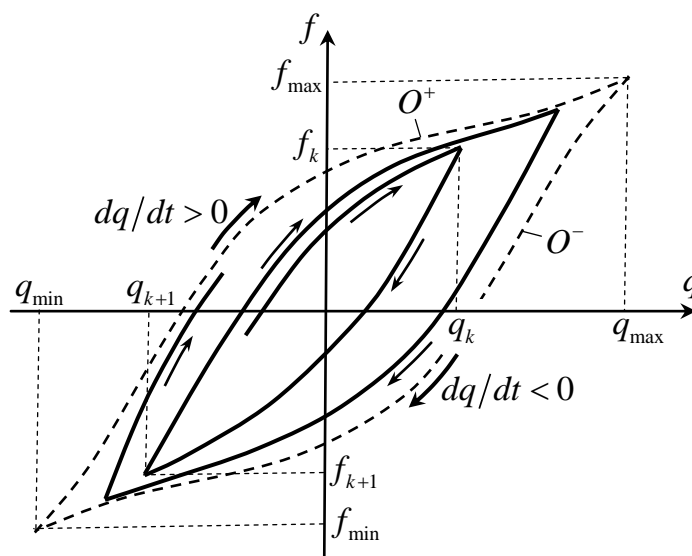


Рис. 1.1. Гистерезисная траектория внутри объемлющего цикла

В диссертационной работе предлагаются и анализируются два феноменологических подхода. Один из них – «конструктивный», основанный на использовании данных серии типовых экспериментов по построению опорных кривых нагружения. Эти кривые используются далее в качестве своеобразной криволинейной координатной сетки, которая позволяет построить траекторию гистерезиса между кривыми «нагрузки-разгрузки» объемлющего цикла – гистерезисными кривыми цикла установившихся колебаний с максимальной амплитудой.

Другой подход – кинематический (дифференциальный), основанный на представлении (1.1) с правой частью в виде полинома от двух переменных q и f [49, 50]. Неизвестные коэффициенты полинома определяются по экспериментальным данным для кривых объемлющего цикла, область которого

содержит любую возможную траекторию гистерезиса. На рис. 1.1 объемлющий цикл показан двумя пунктирными кривыми O^- и O^+ , соответствующими прямому и обратному процессам. Вычислительные эксперименты показали, что предложенный кинематический подход обладает асимптотической устойчивостью и позволяет описывать сложные гистерезисные траектории адекватно реальному процессу.

Идентификация параметров предложенных в работе феноменологических моделей осуществлялась с использованием численных данных, полученных в результате экспериментальных исследований реальных механических систем.

В результате проведенных экспериментальных исследований были сформулированы достаточно общие свойства гистерезисных процессов, которые легли в основу формулировок математических моделей.

ГЛАВА 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ГИСТЕРЕЗИСА КОЛЕБАНИЙ МАЯТНИКОВЫХ ГАСИТЕЛЕЙ ТОРСИОННО-ДЕМПФЕРНОГО ТИПА

В экспериментах изучались нестационарные вынужденные низкочастотные колебания гасителя маятникового типа, который устанавливается на провода воздушных линий электропередачи (ЛЭП). Назначение гасителя – демпфирование и рассогласование частот вертикальных и крутильных колебаний, возникающих при пляске (галопировании) проводов ЛЭП.

2.1. Пляска проводов и устройства для её подавления

Колебания проводов условно разделяют на три группы. Одну из них образуют вибрации (эоловы вибрации), которые возбуждаются в натянутых проводах ветровым потоком. Эолова вибрация обычно наблюдается при относительно слабом устойчивом ветре и отсутствии на проводах гололеда, с формированием колебаний провода в вертикальной плоскости в виде стоячих волн и с частотами примерно от 3–5 до 100–120 Гц [5, 59]. Скорость ветра при возникновении вибрации может колебаться от 0.5–0.6 до 7–8 м/с. Колебания возбуждаются из-за срыва воздушного потока за проводом в виде вихревых дорожек (вихрей Кармана).

Другим видом колебаний являются колебания фазных проводов (составляющих расщеплённой фазы), вызываемые действием аэродинамического следа [3]. Такие колебания обычно называются субколебаниями. Необходимым условием для возникновения субколебаний является наличие двух проводов, расположенных приблизительно в одной горизонтальной плоскости поблизости друг от друга. При устойчивом ветре, дующем поперек трассы рассматриваемой воздушной ЛЭП, один провод располагается в аэродинамическом следе другого. Изменения аэродинамической подъемной силы и силы лобового сопротивления, воздействующих на подветренный провод, приво-

дят к неустойчивому состоянию этого провода, который при ветре 6-15 м/с начинает колебаться. В процесс колебаний втягивается и наветренный провод.

Третью группу представляют низкочастотные колебания с большой амплитудой и большой длиной волны. Такое явление получило название «пляска» проводов (галомирование), которая возникает при сочетании устойчивого или порывистого ветра с наличием на проводе гололёдного осадка [3, 6, 49].

Гололёд обычно откладывается с наветренной стороны провода. Как правило, гололёдное отложение имеет в сечении несимметричную форму относительно оси провода (рис. 2.1), поэтому поворот провода приводит к изменению воздействующей на него подъемной силы. Пляска проводов является разновидностью флаттерных колебаний, «пик-пик» амплитуда которых может достигать нескольких метров по вертикали.

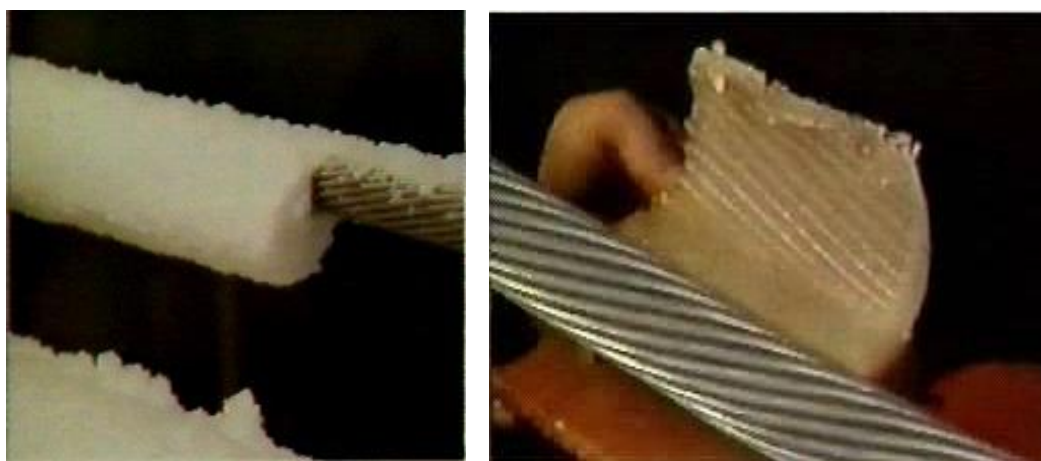


Рис. 2.1. Одна из форм гололёдно-изморозевых отложений на проводе при ветре, направленном перпендикулярно оси провода

По сравнению с одиночными проводами, расщепленная фаза ЛЭП с распорками обладает увеличенной крутильной жесткостью, что способствует наращиванию одностороннего гололёда, изморози или мокрого снега.

Опыт показывает, что возникновению пляски проводов способствует порывистый ветер при скорости 5–20 м/с, направленный под углом 30–70° к оси линии с осадком на проводах. Особенностью пляски являются значи-

тельная амплитуда крутильно-вертикальных колебаний, большая длина волны и низкая частота в диапазоне от 0.1 до 1.0 Гц. На проводах образуются стоячие волны, когда длина полуволны становится кратной длине пролёта. Провода могут колебаться длительное время (до нескольких суток). Наиболее опасными считаются одновременные колебания нескольких проводов с одной или двумя полуволнами в пролёте и значительными перемещениями (3–5 м и более).

Для расщепленной фазы ЛЭП, снабжённой распорками, частоты крутильной и вертикальной форм колебаний, находятся в одном, довольно узком, диапазоне. Поэтому между крутильными и вертикальными колебаниями возникает резонанс, способствующий пляске: резонансные вертикальные колебания возбуждаются крутильными колебаниями, что способствует развитию пляски проводов.

Хорошо известно, что пляска проводов может приводить к серьезным повреждениям ЛЭП и, как следствие, длительному нарушению электроснабжения. Поэтому при строительстве ЛЭП большое внимание уделяется мерам борьбы с этим явлением, которые могут быть направлены на ослабление или, в лучшем случае, на предотвращение пляски, а также на уменьшение вероятности схлёстывания проводов, касания проводами частей опор и т.п. [3, 49]. К активным мерам относятся устройства, способствующие успокоению колебаний. Для этих целей используют различные типы гасителей низкочастотных колебаний. К их числу относится **TDD** (Torsional Damper and Detuner) – крутильный гаситель-расстраиватель колебаний при пляске, который устанавливается на фазные провода ВЛ. Его назначение – демпфирование крутильных колебаний и разделение (расстраивание) частот вертикальных и крутильных колебаний, что в сумме приводит к ограничению передачи энергии от крутильных движений к вертикальным движениям.

На рис. 2.2 изображены два действующих однотипных варианта TDD для двух- и трехфазной ЛЭП. Ниже в качестве объекта исследований рас-

сматривается вариант для трехфазной ЛЭП, эскиз которого показан на рис. 2.3.

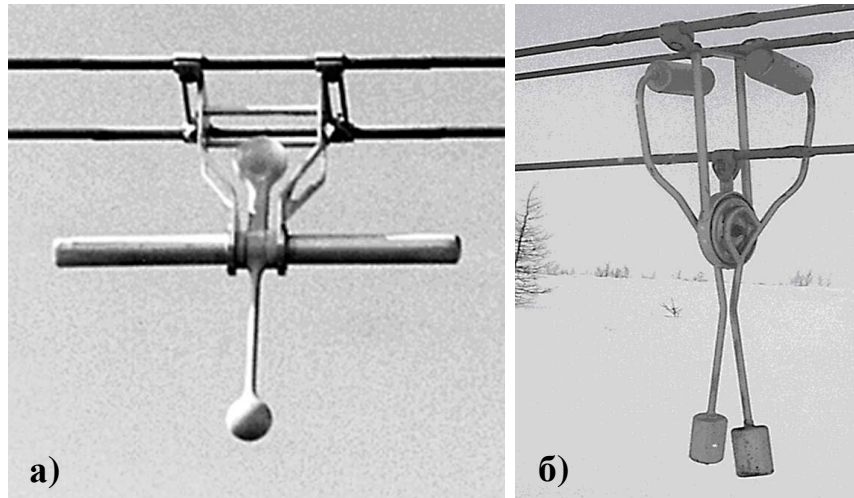


Рис. 2.2. Варианты торсионно-демпферных гасителей (TDD) пляски проводов: а) для двухфазной ЛЭП (Keutgen R., Lilien J.-L., 1998); б) для трехфазной ЛЭП (Lilien J.-L., Vinogradov A.A., 2002)

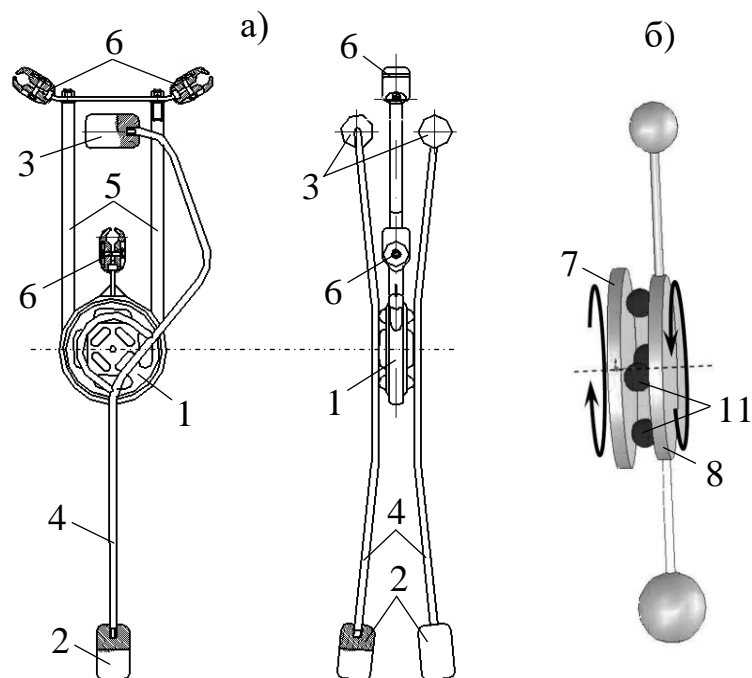


Рис. 2.3. Гаситель TDD для трёхфазной ЛЭП:
а) основные элементы конструкции; б) схема работы

Основными элементами конструкции являются: демпферный узел 1; маятник, состоящий из грузов 2, противовесов 3 и соединяющих их криволи-

нейных стержней 4; тяг 5 для соединения гасителя с проводами с помощью анкерных зажимов 6.

На рис. 2.4 показаны основные элементы демпферного узла 1. Его конструкция состоит из одного или нескольких ведущих дисков 7, скрепленных с фазными проводами, одного или нескольких ведомых дисков 8, скрепленных с маятником. Диски имеют центральную ось 9, позволяющую им вращаться друг относительно друга. Диски имеют специальные профильные углубления 10, между которыми помещаются и частично зажимаются эластомерные шарики 11, контактирующие с ведущими и ведомыми дисками. Движение проводов через тяги 5 передается к ведущим дискам гасителя. В силу инерционности маятника происходит прокручивание ведущих дисков относительно ведомых, скрепленных с маятником. При этом происходят перемещения шариков по каналам, образуемым криволинейными углублениями на поверхностях дисков. При этом перемещение шариков сопровождается их значительным деформированием и трением о поверхности каналов, что является причиной гистерезиса.

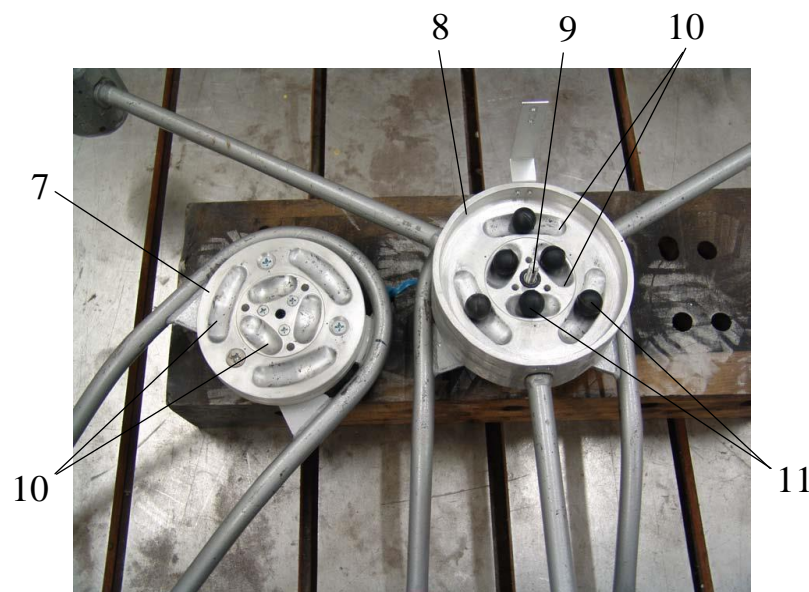


Рис. 2.4. Конструкция демпферного узла

Математическое описание гистерезиса TDD на основе фундаментальных физических принципов если и возможно, то вряд ли целесообразно. Несмот-

ря на простоту устройства, механизм диссипации энергии весьма сложен и во многом не определён, поскольку гистерезис диссипации обуславливается несколькими одновременно протекающими процессами, в том числе: сильным нелинейным деформированием эластомерных элементов при их движении по криволинейным каналам, трением и скольжением, которые сопровождаются заметным тепловыделением. На этапах проектирования задача осложняется еще и тем, что конструкция не имеет окончательного облика и изменяется с целью получения наиболее эффективного варианта. Применение феноменологических подходов даёт возможность избежать сложных предварительных исследований и получить исчерпывающие решения прикладных задач в приемлемые сроки.

2.2. Экспериментальный стенд

Для исследования свойств гистерезиса TDD и получения данных об объёмлющем цикле была использована специальная экспериментальная установка (А.А. Виноградов, Н.М. Россуканый). Экспериментальные работы проводились в опытной лаборатории производственного предприятия «Электро-сетьстройпроект» (ЗАО ЭССП, Россия, г. Москва). Схема установки показана на рис. 2.5. Фотографии установки с TDD и отдельные её элементы показаны на рис. 2.6.

Измерения угла отклонения маятников проводились с помощью аналогового угломера 9. Для измерения силы реакции демпферного узла гасителя использовался тензометрический динамометр 13, который был скреплён с основанием стенда и с концом штанги 12 – удлинителя маятника TDD. Эта штанга была жестко соединёна с маятником с помощью болтовых зажимов. Таким образом, диски 7, скреплённые с маятником TDD, штанга 12 и динамометр 13 оставались неподвижными по отношению друг к другу в процессе деформации демпферного узла TDD.

Отметим, что в эксплуатации и экспериментах на стенде ведущие и ведомые диски меняются ролями. На рис. 2.3, где TDD закреплен на проводах, диск 7 – ведущий. На схеме рис. 2.5 ведущим является диск 6.

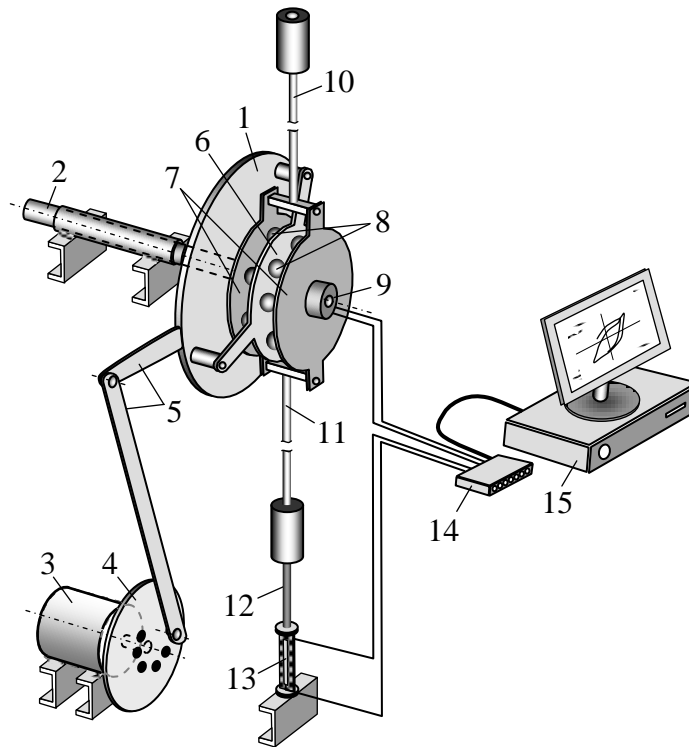


Рис. 2.5. Схема экспериментальной установки: 1 – опорная рама; 2 – ось рамы; 3 – частотно-регулируемый привод рамы; 4 – диск регулировки эксцентриситета привода; 5 – рычаги привода; 6 – ведущий диск демпферного узла; 7 – ведомые диски демпферного узла; 8 – эластомерные вкладыши; 9 – аналоговый угломер; 10, 11 – верхний и нижний маятники; 12 – штанга; 13 – тензометрический динамометр; 14 – адаптер; 15 – компьютер

С помощью электропривода 3 или вручную раме 1 сообщались угловые перемещения. Возникающая сила реакции передавалась на динамометр 13 через демпферный узел. Сигналы с аналогового угломера 9 и динамометра передавались через адаптер 14 на компьютер 15 и обрабатывались с помощью специального программного обеспечения. Информация выводилась на монитор в виде гистерезисных петель и записывалась на диск компьютера в виде массивов данных. Вид (программу) нагружения можно было задавать несколькими способами: в автоматическом режиме с использованием про-

граммируемого генератора колебаний или вручную с использованием измерительной линейки, определяющей наклон TDD по отношению к исходному состоянию.



Рис. 2.6. Экспериментальная установка: а) общий вид; б) демпферный узел с аналоговым угломером; в) штанга с тензометрическим динамометром

2.3. Результаты экспериментальных исследований

В процессе квазистатического нагружения снимались значения скручивающего момента M в демпферном узле и соответствующий этому моменту угол относительного углового положения φ . По этим значениям строились диаграммы нагружения $\{M, \varphi\}$ для различных программ нагружения демпферного узла TDD.

В результате экспериментальных исследований установлены следующие положения:

1. Форма гистерезисных петель слабо зависит от угловой скорости относительного вращения дисков (или частоты колебаний маятника TDD), поэтому демпфирование колебаний носит в основном гистерезисный характер, и вязкая составляющая в рассеянии энергии мала.

2. Работа демпферного узла характеризуется диаграммой, определяющей зависимость скручивающего момента (M) от угла поворота дисков друг относительно друга (φ). Эта зависимость представляет собой гистерезисную кривую, образующую серию петель внутри кривых предельного цикла.

3. Существует бесконечное множество траекторий между кривыми объемлющего цикла, позволяющих попасть в определенную точку пространства $\{M, \varphi\}$ в результате различных историй нагружения.

4. Реальные условия работы TDD определяют циклический характер углового движения дисков относительно друг друга, что позволяет получать осредненные по времени динамические характеристики демпферного узла.

5. Форма гистерезисных кривых зависит от силы сдавливания резиновых шариков между дисками, которая определяет жесткость демпферного узла. Поэтому экспериментальные исследования следует проводить для серии значений сдавливающей силы или при некоторой осредненной величине силы сдавливания шариков (затяжке) между дисками TDD, которая устанавливается по условиям настройки TDD на определенную частоту колебаний.

Несколько примеров гистерезисных диаграмм, полученных при квазистатических испытаниях TDD на специальном экспериментальной установке в ЭССП, показаны на рис. 2.7–2.9, где по оси абсцисс откладывается скручивающий момент M [Н·м], по оси ординат – угол поворота φ ведущего и ведомого дисков относительно друг друга. Эти зависимости были использованы при формировании модели TDD.

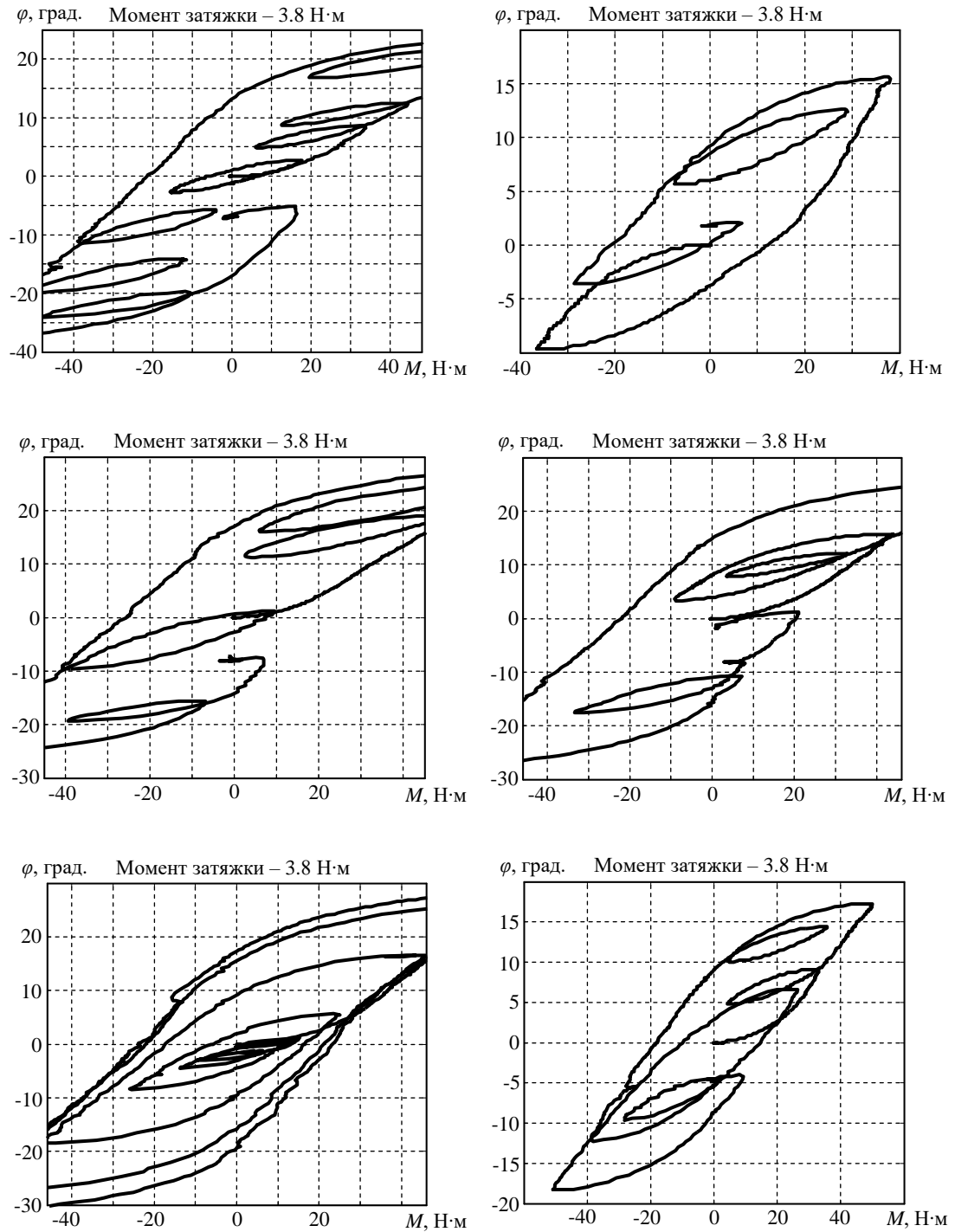


Рис. 2.7. Примеры локальных гистерезисных петель внутри кривых объемлющего цикла при квазистатических испытаниях TDD с моментом затяжки ведущего и ведомого дисков, равном 3.8 Н·м

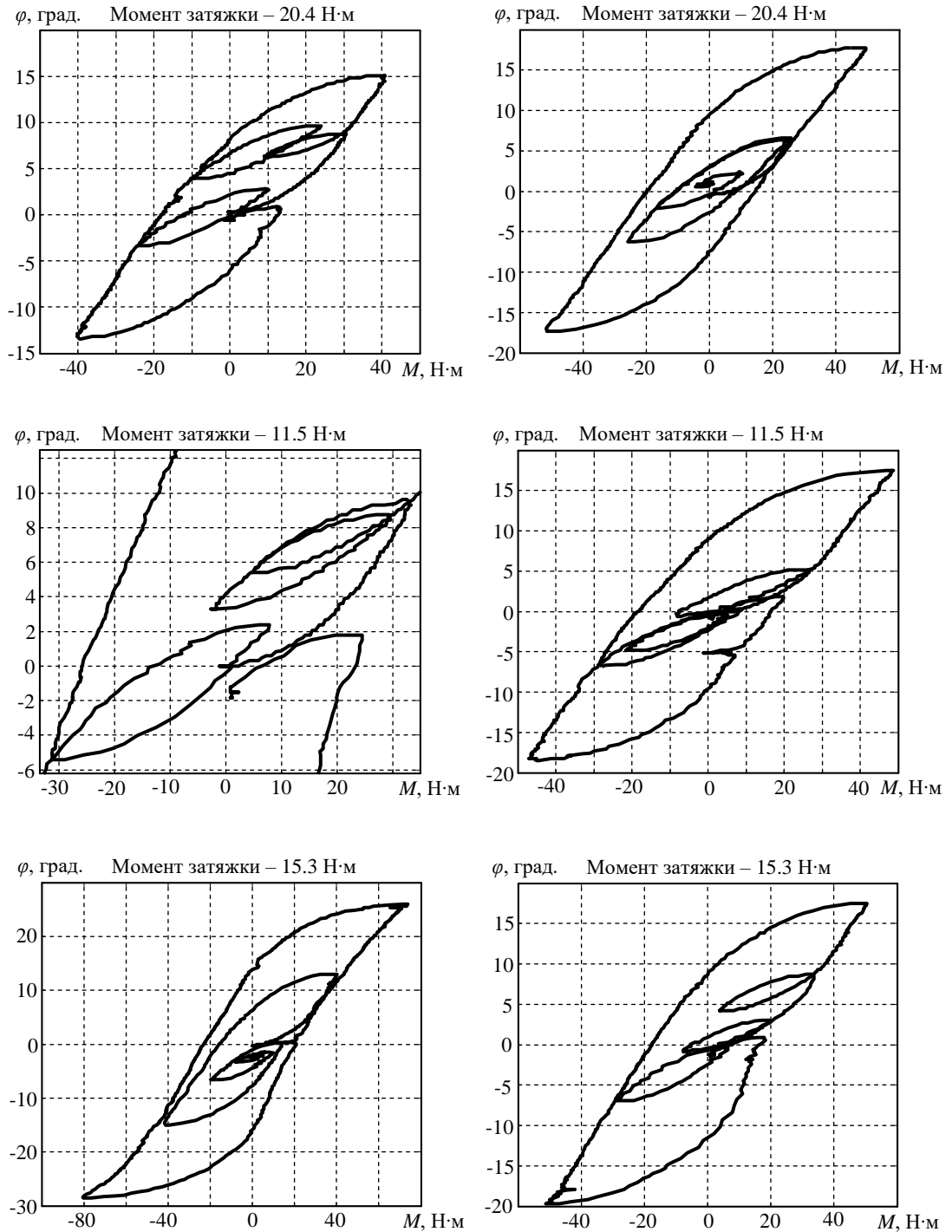


Рис. 2.8. Примеры локальных гистерезисных петель внутри кривых объемлющего цикла при квазистатических испытаниях TDD с различными моментами затяжки ведущего и ведомого дисков, равными 20.4 Н·м (верхняя строка), 11.5 Н·м (средняя строка), 15.3 Н·м (нижняя строка)

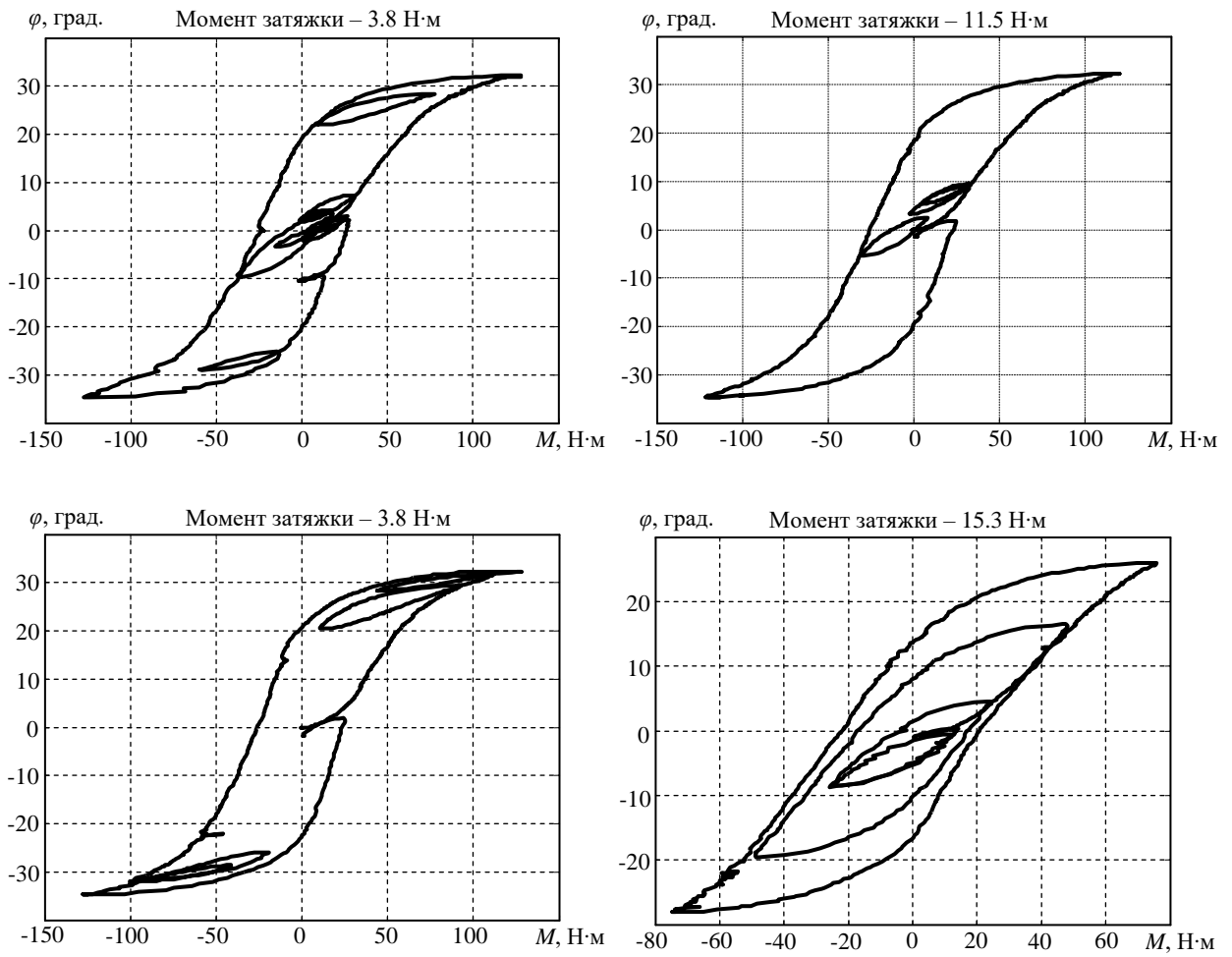


Рис. 2.9. Примеры полных и вложенных в них локальных гистерезисных петель при квазистатическом нагружении TDD с различными моментами затяжки ведущего и ведомого дисков

ГЛАВА 3. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГИСТЕРЕЗИСА НА ПРИМЕРЕ МАЯТНИКОВЫХ ГАСИТЕЛЕЙ ТОРСИОННО-ДЕМПФЕРНОГО ТИПА

В результате проведенных экспериментальных исследований были сформулированы достаточно общие свойства гистерезисных процессов, которые легли в основу математических формулировок двух феноменологических моделей. Эксперименты проводились с устройствами гашения колебаний проводов в системах воздушных ЛЭП, типовые конструкции которых описаны во второй главе настоящей диссертации. В этой же главе описаны также конструкция экспериментальной установки, методика проведения экспериментов и полученные результаты.

Первая модель носит «конструктивный» характер, поскольку основывается на использовании данных серии типовых экспериментов по построению опорных или «скелетных» кривых нагружения. Опорные кривые используются далее в качестве своеобразной криволинейной координатной сетки, которая позволяет построить траекторию гистерезиса между кривыми «нагрузки-разгрузки» цикла установившихся колебаний с максимальной амплитудой. Гистерезисные кривые промежуточных состояний (между опорными кривыми) строятся с использованием линейной интерполяции.

Вторая модель, названная кинематической [8, 20, 21, 49, 50], основывается на представлении (1.1) с правой частью в виде полинома от двух переменных q и f . Неизвестные коэффициенты полинома определяются по экспериментальным данным для кривых объемлющего цикла, область которого содержит любую возможную траекторию гистерезиса.

Идентификация параметров предложенных в работе феноменологических моделей осуществлялась с использованием численных данных, полученных в результате экспериментальных исследований нестационарных колебаний гасителей пляски проводов воздушных ЛЭП.

3.1. Модель гистерезиса с использованием опорных кривых нагружения

В результате анализа диаграмм $\{M, \varphi\}$, полученных экспериментально при различных программах нагружения демпферного узла TDD, были приняты несколько вариантов гипотез о характере деформирования демпферного узла, позволяющие построить соответствующие им математические модели. Ниже рассматривается один из рабочих вариантов, в соответствии с которым считается, что процесс деформирования демпферного узла состоит из двух стадий. Начальная стадия связана главным образом со сдвиговой деформацией резиновых элементов узла. Эта часть диаграммы составляет незначительную часть траектории от начала до реверсивной смены знака нагружения (около $1 \div 2^\circ$ по углу поворота), однако эта зона влияет на дальнейший процесс – 2-ю стадию, связанную с качением и скольжением шариков по специальным направляющим. Фрагмент диаграммы деформирования демпфера показан на рис. 3.1, где пунктирные стрелки с номерами 1 и 2 условно делят стороны гистерезисных петель на участки, соответствующие первой и второй стадиям процессов нагрузки или разгрузки.

Рассматривается произвольная точка внутри кривых предельного цикла, которой соответствует смена знака нагружения или реверс вращения дисков друг относительно друга. Если в процессе нагружения произошла остановка вращения дисков, но реверса не было, то процесс нагружения считается непрерывным без реверса вращения дисков.

В соответствии с принятыми гипотезами движение начинается с первой стадии, связанной с перестройкой движения при существенных сдвиговых деформациях. Угол касательной в начале первой стадии примерно одинаков для точек внутри предельных кривых; затем кривая траектории плавно сливается с кривой нагружения второй стадии, связанной с качением и скольжением шариков по специальным направляющим. На основе анализа экспериментальных данных было принято, что величина отрезка вдоль оси абсцисс, с

конца которой начинается вторая фаза движения, составляет примерно 15–20% от величины момента (силы), соответствующего расстоянию по оси момента от рассматриваемой (стартовой) точки до точки на предельной кривой. Считается, что процесс разгрузки полностью аналогичен процессу нагрузки, взятому с обратным знаком (принцип центральной симметрии).

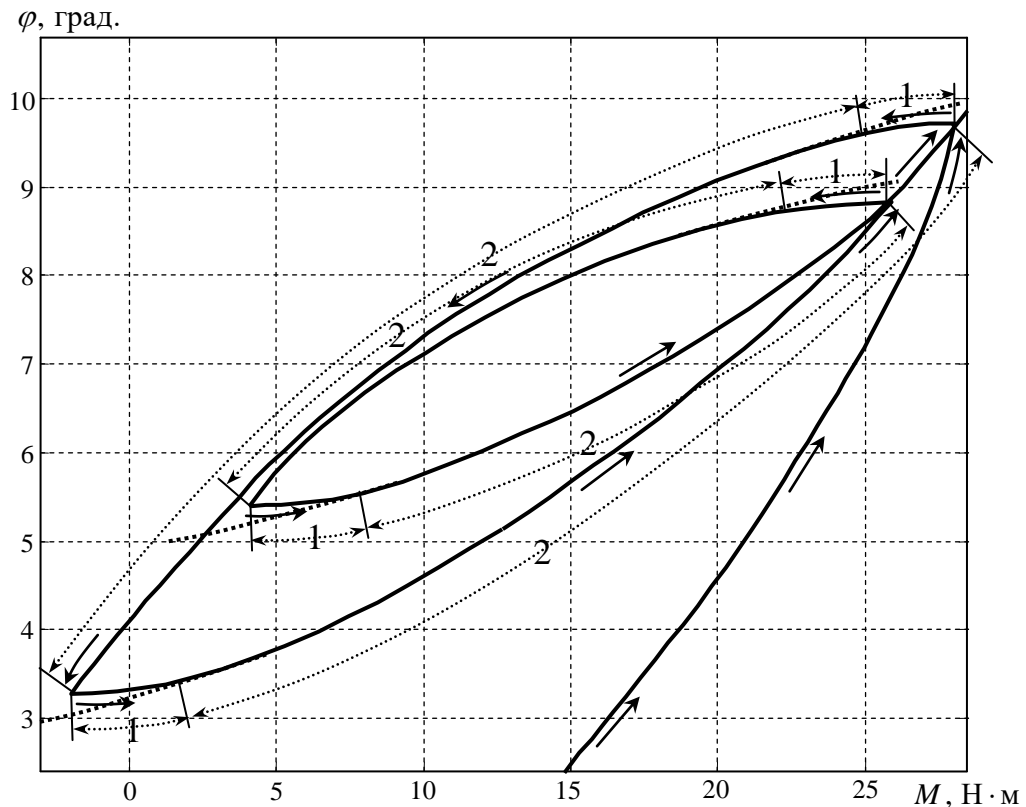


Рис. 3.1. Условные зоны гистерезисных петель: 1 – первая (начальная), связанная со сдвиговой деформацией резиновых шариков; 2 – вторая, связанная с качением и скольжением шариков по направляющим при их сильном деформировании

3.1.1. Аппроксимация экспериментальных данных и алгоритм движения по гистерезисной кривой

Экспериментальные данные были получены на стенде при квазистатическом способе нагружения демпферного узла. Рычаг демпферного узла отклонялся от начального положения до максимально возможного положения. При этом кривая разгрузки выходила на предельную кривую гистерезиса. Затем совершался ряд колебательных движений от равномерных расположенных по вертикали положений рычага демпферного узла. Эти положения разбивали

диапазон изменения углов, например, на 14 частей. Для контроля промежуточных положений использовалась вертикальная линейка. При такой методике эксперимента кривые разгрузки идут по предельной кривой гистерезиса, а кривые нагрузки образуют семейство кривых $\{M_k(t), \varphi_k(t)\}$, $k = 1, 2, \dots, 14$, имеющих одну общую предельную точку гистерезиса и начинающихся примерно на равных расстояниях на предельной кривой гистерезиса (см. рис. 3.2). Снятые таким образом экспериментальные данные представляют собой хороший методический материал для аппроксимации диаграммы нагружения, соответствующей произвольному движению демпферного узла. В отличие от рис. 2.7–2.9 на рис. 3.2 и далее по оси абсцисс откладывается, для простоты, измеряемая сила, действующая на плече $L = 1.185$ м.

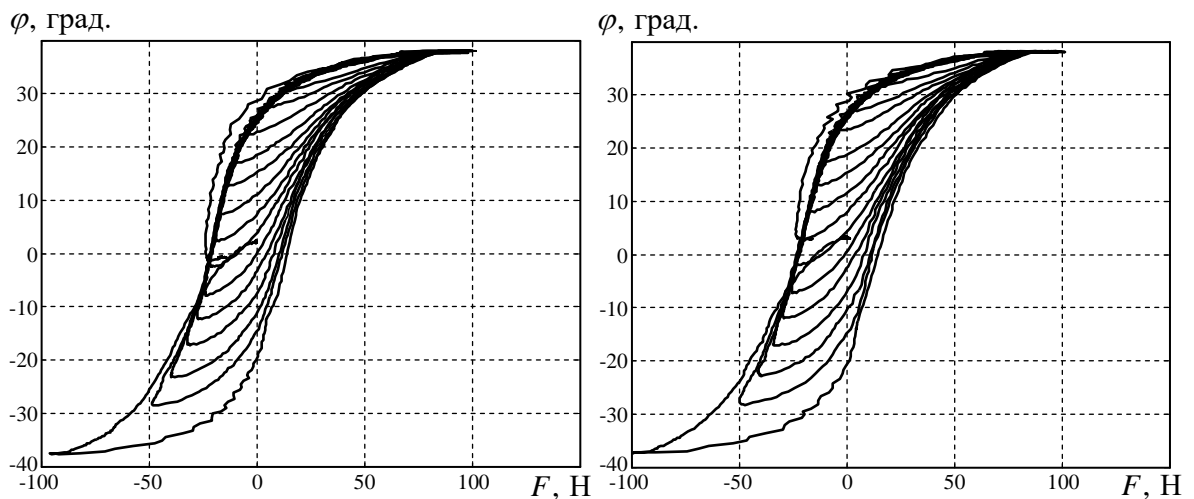


Рис. 3.2. Семейства экспериментальных кривых нагружения

3.1.2. Аппроксимация экспериментальных кривых нагружения с помощью полиномов Чебышева

Каждая кривая из описанного выше семейства экспериментальных кривых представлена достаточно большим множеством точек $\{M_{kj}, \varphi_{kj}\}$, $j = 1, 2, \dots, N_k$, $N_k \approx 100 - 250$ (k – номер эксперимента или номер экспериментальной кривой), снятых с тензометрического и углового датчика на стенде, и в своем исходном виде не приемлема для использования в матема-

тической модели демпферного узла. Поэтому для каждой из кривых производилась обработка исходных данных, а именно: для аппроксимации исходных данных строился ряд по полиномам Чебышева $p_n(t)$, $t \in (-1, 1)$. Ниже описывается методика аппроксимации, опирающаяся на стандартные численные методы построения полиномов, наименее отклоняющихся от исходных данных.

Аппроксимирующее представление $\{M_k(t), \varphi_k(t)\}$ для кривой $\{M_{kj}, \varphi_{kj}\}$ имеет следующий вид:

$$M_k(t) = \sum_{n=0}^9 A_{kn} p_n(t),$$

$$\varphi_k(t) = \frac{\varphi_{k \max} + \varphi_{k \min}}{2} + \frac{\varphi_{k \max} - \varphi_{k \min}}{2} t, \quad t \in (-1, 1),$$
(3.1)

где $\varphi_{k \max}$ и $\varphi_{k \min}$ – соответственно максимальное и минимальное значение угловой координаты:

$$\varphi_{k \max} = \max_j \varphi_{kj}, \quad \varphi_{k \min} = \min_j \varphi_{kj},$$

а $p_n(t)$ – полиномы Чебышева первого рода, вычисляемые по следующим рекуррентным соотношениям:

$$p_0(t) = 1, \quad p_1(t) = t, \quad p_{n+1}(t) = 2t p_n(t) - p_{n-1}(t); \quad n > 1.$$

Известно, что полиномы (многочлены) Чебышева часто используются для приближения функцией экспериментальных данных. Для этого область определения экспериментальных данных линейно отображается в интервал ортогональности аппроксимирующих многочленов $(-1, 1)$, как это сделано в (3.1). Свойства полиномов Чебышева позволяют использовать их для гладкой аппроксимации различных характеристик реальных устройств, в том числе и полученных экспериментально с ограниченным числом точек. Одним из важнейших свойств полиномов Чебышева являются то, что они являются набором ортогональных функций с весом $(1 - x^2)^{-0.5}$, что позволяет, например, представить однозначную статическую характеристику процесса или устройства в виде

довольно быстро сходящегося ряда.

Коэффициенты в представлении (3.1) находятся из условия наименьшей ошибки при аппроксимации (из условия наименьших квадратов):

$$\sum_{j=1}^{N_k} |M_k(t_{kj}) - M_{kj}|^2 \rightarrow \min, \quad (3.2)$$

где в соответствии с (1)

$$t_{kj} = A_{k,11} (\varphi_{kj} - A_{k,10}), \quad A_{k,10} = \frac{\varphi_{k \max} + \varphi_{k \min}}{2}, \quad A_{k,11} = \frac{2}{\varphi_{k \max} - \varphi_{k \min}}. \quad (3.3)$$

Из условия минимума функционала (3.2) получаем систему линейных уравнений (10×10) для неизвестных коэффициентов A_{kn} , $n = 0, 1, \dots, 9$:

$$\sum_{n=0}^9 C_{mn}^{(k)} A_{kn} = H_m^{(k)}, \quad m = 0, 1, \dots, 9, \quad (3.4)$$

где

$$C_{mn}^{(k)} = \sum_{j=1}^{N_k} p_m(t_{kj}) p_n(t_{kj}), \quad H_m^{(k)} = \sum_{j=1}^{N_k} M_{kj} p_m(t_{kj}); \quad k = 1, 2, \dots, 14. \quad (3.5)$$

Решая систему уравнений (3.4), (3.5) стандартными методами, например методом исключения Гаусса с выбором ведущего элемента, получаем таблицу коэффициентов A_{kn} , $n = 0, 1, \dots, 9$, для всех экспериментальных кривых (см. табл. 3.1 и 3.2); коэффициенты $A_{k,10}$ и $A_{k,11}$ определяются из (3.3).

Отметим, что 9-я степень максимального аппроксимирующего полинома является для большинства из рассматриваемых кривых хорошей оптимальной аппроксимацией, этот факт был установлен экспериментально путем подбора разных степеней аппроксимирующего полинома. Для лучшей аппроксимации в набор исходных данных добавлялась дополнительная точка, вытягивающая аппроксимирующие кривые до уровня $F \approx -98$ Н (см. рис. 3.3).

Отметим также, что для трех последних кривых ($k = 12, 13, 14$) для лучшей аппроксимации была снижена максимальная степень аппроксимирующего полинома: соответственно, 7-я – для $k = 12$, 5-я – для $k = 13$ и 3-я –

для $k = 14$. Отметим также, что $k = 1$ соответствует предельная правая гистерезисная кривая нагружения. На рис. 3.3 изображены все кривые (3.1), построенные по коэффициентам из табл. 3.1 и 3.2 при $t \in (-1, 1)$.

Таблица 3.1

k	A_{k0}	A_{k1}	A_{k2}	A_{k3}	A_{k4}	A_{k5}
1	-15.2026	62.3015	5.72437	20.3511	5.669100	7.39701
2	-21.1629	52.8903	-2.01086	13.4567	1.312150	3.51725
3	-23.5317	50.0381	-3.96038	11.0618	0.476215	2.45941
4	-25.5799	49.2457	-5.48160	9.82628	0.100130	2.17857
5	-19.8374	60.4229	3.89645	17.2811	5.730020	6.73181
6	-20.6423	60.5767	4.60745	16.6774	6.291400	6.88222
7	-21.1385	62.4367	5.59714	17.1629	6.704530	7.35970
8	-21.8508	62.4975	7.06611	16.5094	7.164200	6.76211
9	-22.3787	63.6192	8.48534	16.2772	7.482530	6.70244
10	-22.3932	65.1698	10.01610	16.1200	7.248220	6.17218
11	-24.7611	65.9323	10.31270	16.0181	7.838050	6.66221
12	-21.9103	70.7261	13.69230	14.7441	7.024790	4.28250
13	-24.6981	70.7806	15.70010	14.4827	6.391900	4.17225
14	-35.1464	55.0882	6.77423	6.72492	0	0

Таблица 3.2

k	A_{k6}	A_{k7}	A_{k8}	A_{k9}	A_{k10}	A_{k11}
1	2.711760	2.891550	1.097380	1.135600	0	0.026273
2	0.379144	1.037880	0.243455	0.265150	-4.40500	0.029704
3	0.121969	0.845850	0.076990	0.266171	-7.17300	0.032432
4	0.033793	0.582184	0.257806	0.264191	-9.95900	0.035516
5	3.539960	3.058510	1.758830	1.249260	-11.3280	0.037410
6	4.018130	3.108000	1.806880	1.196260	-13.8315	0.041264
7	4.085590	3.437060	1.647370	1.279940	-16.3375	0.045997
8	4.401490	3.187970	1.777470	1.118660	-18.8450	0.051953
9	4.285580	3.081920	1.664360	1.152010	-21.3275	0.059771
10	3.578670	2.761280	1.257930	0.969495	-23.5645	0.069120
11	3.746080	3.275730	1.297150	1.114380	-26.1205	0.083171
12	1.760210	1.074290	0	0	-28.3290	0.102754
13	0	0	0	0	-31.1075	0.142643
14	0	0	0	0	-33.3615	0.209886

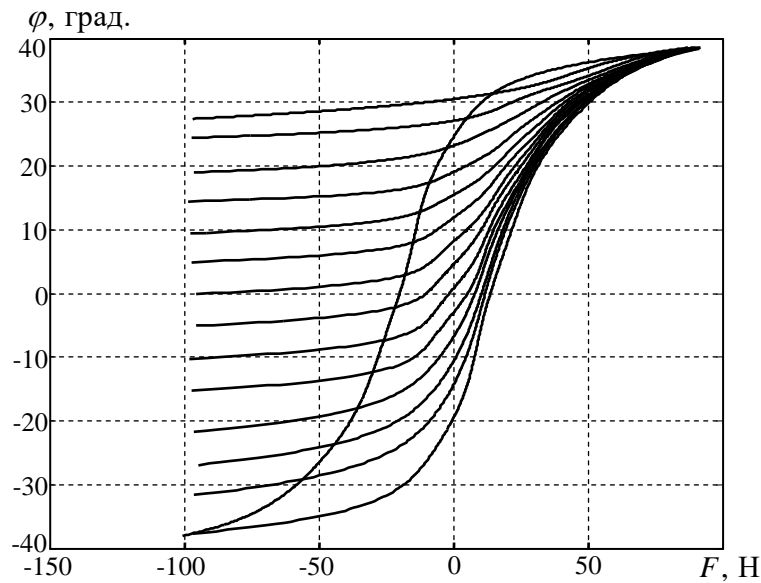


Рис. 3.3. Семейство опорных (базовых) кривых нагружения после математической обработки экспериментальных данных

3.1.3. Аппроксимация кривых, имеющих промежуточную начальную точку

Построенное семейство кривых $\{M_k(t), \varphi_k(t)\}$ (рис. 3.3) используется в качестве опорного («скелетного») семейства для воспроизведения любых других кривых нагружения, проходящих через промежуточную точку $\{M_0, \varphi_0\}$. Здесь используется линейная интерполяция следующего вида между двумя соседними кривыми из построенного семейства.

Пусть $M_k \leq M_0 < M_{k+1}$ ($1 \leq k \leq 14$), где M_k – значения по оси абсцисс на построенном семействе кривых, соответствующие угловой координате $\varphi_k = \varphi_0$. Тогда промежуточная кривая определяется в виде зависимости

$$M(\varphi) = M_k(t_k)(1 - Q) + M_{k+1}(t_{k+1})Q,$$

где

$$Q = \frac{M_{k+1} - M_0}{M_{k+1} - M_k}, \quad t_k = (\varphi - A_{k,10}) A_{k,11}, \quad t_{k+1} = (\varphi - A_{k+1,10}) A_{k+1,11}.$$

Для последней кривой ($k = 14$) в качестве M_{k+1} берется значение на предельной левой гистерезисной кривой нагружения (см. рис. 3.3).

3.1.4. Аппроксимация кривых разгрузки

Согласно сделанным предположениям кривые нагружения, соответствующие обратному движению демпферного узла (кривые разгрузки) представляют собой семейство полностью симметричное (относительно центральной точки) семейству кривых нагружения. Поэтому эти кривые воспроизводятся таким же образом, как описано в предыдущем пункте, с учетом преобразования центральной симметрии. Отметим, что это преобразование легко может быть описано на уровне коэффициентов A_{kn} в представлении (3.1):

$$A_{kn} \Rightarrow -A_{kn}, \quad n = 0, 1, \dots, 11,$$

т.е. все коэффициенты (включая $A_{k,10}$ и $A_{k,11}$) для симметрично отраженной кривой меняют свой знак.

3.1.5. Моделирование начальной стадии движения по гистерезисной кривой

Начальная стадия движения по гистерезисной кривой моделируется выпуклым сплайном третьего порядка (см. рис. 3.4), имеющим следующий вид в локальной системе координат:

$$M_{ini}(\varphi) = \sum_{n=1}^3 B_n \varphi^n,$$

где коэффициенты B_n определяются в явном виде через параметры начальной стадии движения:

$$B_1 = \tan(\alpha), \quad B_2 = \frac{\Delta M}{(\Delta \varphi)^2} - \frac{\tan(\alpha)}{\Delta \varphi} - B_3 \Delta \varphi, \quad B_3 = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{(\Delta \varphi)^2} - \frac{2 \Delta M}{(\Delta \varphi)^3}.$$

Здесь: $\Delta \varphi$ – приращение угловой координаты в конце начальной стадии

движения (равное 2°); ΔM – приращение момента (силы) в конце начальной стадии движения, определяемое из условия выхода на опорную кривую; α – начальный угол, одинаковый для всех точек и равный 80° ; β – угол в конечной точке начальной стадии движения, совпадающий с углом наклона параллельной кривой в этой точке;

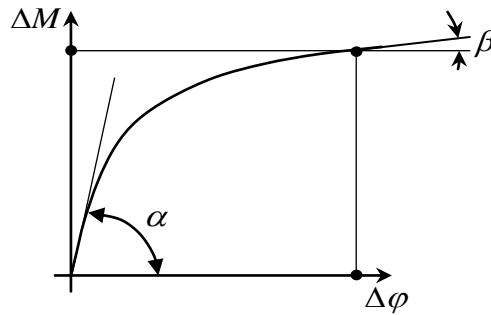


Рис. 3.4. Сплайн третьего порядка для моделирования начальной стадии движения

Заметим, что условием выпуклости кривой начальной стадии движения является неравенство

$$\tan(\alpha) \geq \frac{3 \Delta M}{\Delta \varphi} - 2 \tan(\beta),$$

которое выполняется для почти всех точек при выбранном начальном угле; в случае невыполнения этого условия мы увеличиваем начальный угол в соответствии с этим условием.

Таким образом, начальная стадия движения по гистерезисной кривой моделируется явно сплайном, плавно вписывающимся в необходимую кривую нагружения.

3.1.6. Примеры моделирования

Ниже приводятся четыре примера, соответствующие различным предписанным программам изменения относительного угла поворота φ демпферного узла.

Пример 1: моделирование серии внутренних гистерезисных циклов демпферного узла TDD. Для этого примера программа изменения угла поворота рычага определялась последовательностью:

$$\{\varphi\} = \{0; 10.0; -15.0; 14.0; -14.0; 16.0; -20.0; 20.0; -19.0; 20.0; -18.0; 30.0; -15.0; 29.0; -15.0\}.$$

Результаты моделирования представлены в виде серии гистерезисных петель на рис. 3.5.

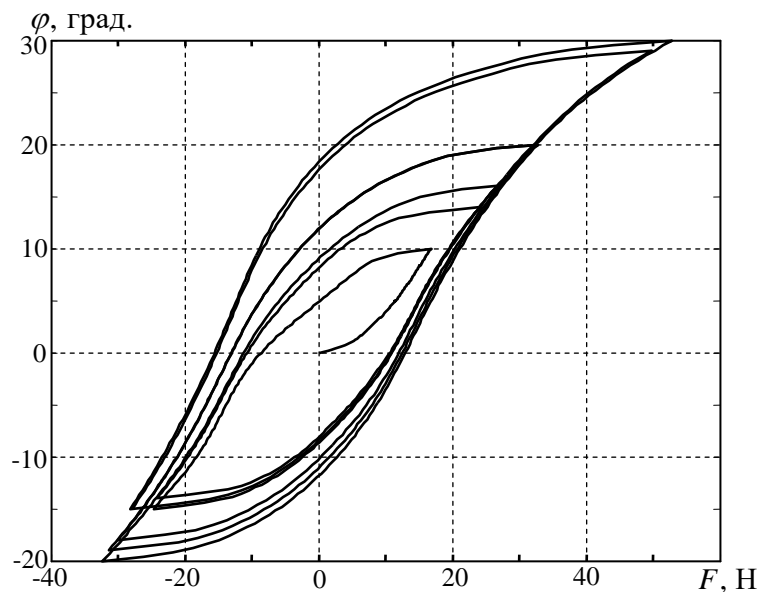


Рис. 3.5. Пример 1: гистерезисные петли внутри предельного цикла

Пример 2: моделирование опорных кривых нагружения, соответствующих данным рис. 3.2. Угол поворота рычага, скрепленного с демпферным узлом TDD, определялся программой:

$$\{\varphi\} = \{0, -38.0; 38.0; -28.86; 38.0; -22.48; 38.0; -17.62; 38.0; -11.84; 38.0; -6.77; 38.0; -2.1; 38.0; 2.69; 38.0; 8.73; 38.0; 13.16; 38.0; 17.81; 38.0; 22.39; 38.0; 28.22; 38.0; 34.22; 38.0\}.$$

Результаты расчётов траектории в пространстве $\{F, \varphi\}$ показаны на рис. 3.6. Как видно, результаты численного моделирования хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований.

Пример 3: последовательное «развёртывание» гистерезиса из «нулевой» точки. Угол поворота рычага, скрепленного с демпферным узлом TDD, определялся программой:

$$\{\varphi\} = \{0, 0.5, -0.5, 0.5, -0.5, 0.5, -0.5, 0.5, -0.5, 0.5, -0.5, 0.5, \dots, -0.5, 0.5, -2.0, 2.0, -5.0, 5.0, -10.0, 10.0, -20.0, 20.0, -30.0, 30.0\}.$$

Результаты расчётов траектории в пространстве $\{F, \varphi\}$ показаны на рис. 3.7.

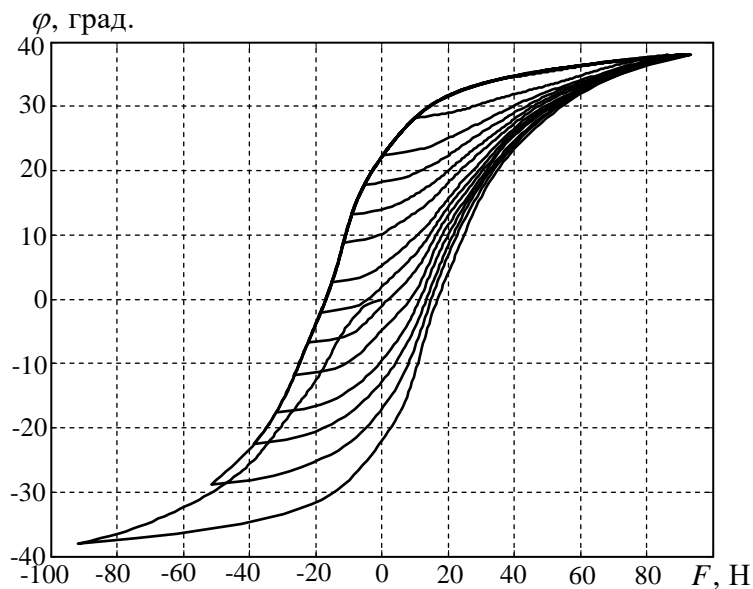


Рис. 3.6. Пример 2: моделирование опорных кривых нагружения

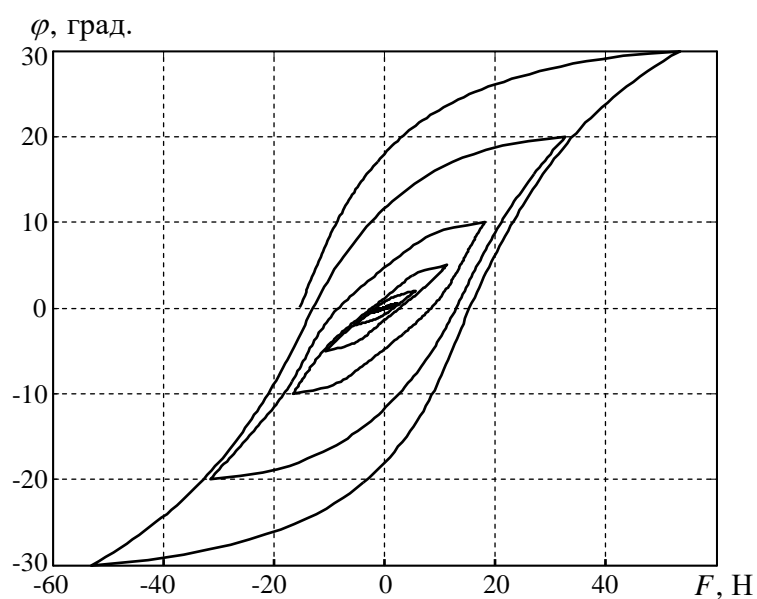


Рис. 3.7. Пример 3: развёртывание гистерезиса из «нулевой» точки

Пример 4: моделирование объемлющего и внутренних циклов, соответствующих данным рис. 2.9 (первый рисунок во второй строчке). Угол поворота рычага, скрепленного с демпферным узлом TDD, определялся программой:

$$\{\varphi\} = \{0., 33.7, 22.2, 36.6, 30.7, 38., -32.9, -29.4, -32.8, -26.4, \\ -37.9, 2.42, -1.83\}.$$

Результаты расчётов траектории в пространстве $\{F, \varphi\}$ показаны на рис. 3.8. Так же как и в примере 2, результаты численного моделирования хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований.

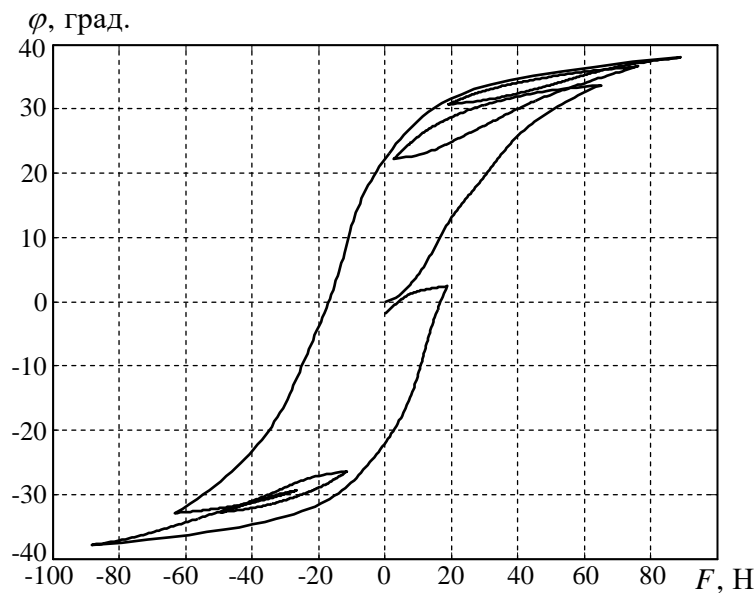


Рис. 3.8. Пример 4: моделирование объемлющего и внутренних циклов гистерезисного процесса по экспериментальным данным рис. 2.9 (первый рисунок во второй строчке)

3.2. Кинематическая модель гистерезиса

Среди феноменологических моделей наиболее эффективной оказывается модель Бук-Вена и её аналоги, которые успешно применяются в различных научно-технических областях благодаря возможности аналитического описания разнообразных по форме гистерезисных петель нестационарных процессов. В литературе отмечаются условия, которым должна удовлетворять модель Бук-Вена. Основными являются адекватность математической модели физическому процессу и её устойчивость.

В настоящей главе для описания гистерезиса предлагается модель, в соответствии с которой силовые и кинематические параметры связываются специальным дифференциальным уравнением первого порядка. В отличие от модели Бук-Вена, правая часть этого уравнения подбирается в виде полинома от двух переменных, определяющих траекторию гистерезиса на диаграмме процесса. Указывается, что такое представление обеспечивает асимптотическое приближение решения к кривым объемлющего (включающего) гистерезисного цикла. Этот цикл образуется кривыми прямого и обратного процессов (процессов «нагрузки-разгрузки»), которые строятся по экспериментальным данным для максимально возможных или допустимых интервалов изменения параметров в условиях установившегося процесса. Коэффициенты в правой части определяются по экспериментальным данным для объемлющего гистерезисного цикла в условиях установившихся колебаний. Для этого строится аппроксимация кривых объемлющего цикла с использованием методов минимизации невязки аналитического представления к множеству экспериментальных точек. Предлагаемый метод позволяет одним дифференциальным уравнением описать траекторию гистерезиса с произвольной точкой старта внутри области объемлющего цикла.

3.2.1. Свойства гистерезисного процесса

Как известно, для динамических систем с гистерезисом зависимости между силовыми и кинематическими параметрами имеют циклический характер. На диаграммах гистерезиса траектория каждого цикла имеет форму петли, которая образуется двумя кривыми (ветвями), соответствующими росту или убыванию параметра процесса $q(t)$. Начальная точка каждой ветви определяется предысторией нестационарного процесса. Она может находиться в любой точке пространства изменений исследуемых параметров. В условиях неустановившихся колебаний гистерезисные петли могут быть замкнутыми и незамкнутыми, отличаться друг от друга, как по форме, так и относительно расположению. опыты показывают, что для широкого круга гистерезисных систем однотипные ветви локальных циклов асимптотически приближаются к соответствующим кривым объемлющего цикла при монотонном изменении параметра процесса.

В настоящей работе для описания подобных гистерезисных процессов в рамках дифференциального подхода в виде (1.1) используется физическая модель, удовлетворяющая нижеследующим свойствам.

Свойство 1. Считается, что любая физически возможная траектория гистерезиса принадлежит области объемлющего цикла, который строится по экспериментальным данным для максимально допустимого диапазона изменения параметра процесса $q_{\min} \leq q(t) \leq q_{\max}$.

Свойство 2. Гистерезисный процесс рассматривается как частотно-независимый. В этом случае гистерезисные кривые объемлющего цикла можно получить на основе квазистатических испытаний.

Свойство 3. Считается, что все локальные кривые прямых процессов асимптотически подобны кривой O^+ , так же как и все локальные кривые обратных процессов асимптотически подобны O^- . Это означает, что при монотонном изменении параметра q каждая локальная кривая стремится к соответствующей кривой объемлющего цикла. Например, на рис. 1.1 кривая с

начальной точкой (q_k, f_k) стремится с уменьшением q к кривой O^- , кривая с начальной точкой (q_{k+1}, f_{k+1}) стремится с возрастанием q к кривой O^+ и т.д. Причём, все локальные кривые, продолженные при $q \rightarrow q_{\min}$ или $q \rightarrow q_{\max}$, сходятся в точках (q_{\min}, f_{\min}) и (q_{\max}, f_{\max}) согласно направлению процесса.

Предлагаемый подход заключается в использовании обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка в виде (1.1), устанавливающего зависимость $f(q(t))$ для каждой ветви гистерезисной траектории. Правая часть уравнения $g(q, f)$ подбирается из класса функций, обеспечивающих асимптотическое приближение решения к соответствующим кривым O^+ или O^- объемлющего цикла. В этом случае удаётся описать бесконечное множество ветвей прямого и обратного процессов, имеющих разные точки «старта», но приближающиеся к кривым O^+ или O^- в зависимости от направления процесса.

3.2.2. Дифференциальное уравнение гистерезиса

В работе для моделирования ветвей гистерезисной траектории используется обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка с правой частью в виде полинома от двух переменных q и f :

$$\frac{df}{dq} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m C_{ij} q^{i-1} f^{j-1}. \quad (3.6)$$

Коэффициенты C_{ij} в (3.6) определяются методами приближения с использованием экспериментальных данных для двух кривых (ветвей) объемлющего цикла. Поэтому матрица $\|C_{ij}\|$ имеет два набора значений. Будем обозначать их соответственно, как $\|C_{ij}^+\|$ и $\|C_{ij}^-\|$. Выбор между ними осуществляется по правилу:

$$C_{ij} = \begin{cases} C_{ij}^+, & dq/dt \geq 0, \\ C_{ij}^-, & dq/dt < 0. \end{cases} \quad (3.7)$$

Уравнение (3.6) должно быть присоединено к уравнениям движения системы для интегрирования по времени при заданных начальных условиях. Для этого производная df/dq преобразуется к виду $df/dq = (df/dt) \cdot (dq/dt)^{-1}$ и подставляется в левую часть (3.6). Последующее умножение на dq/dt приводит к дифференциальному соотношению

$$\frac{df}{dt} = \frac{dq}{dt} \cdot \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m C_{ij} q^{i-1} f^{j-1}, \quad (3.8)$$

которым дополняются уравнения движения системы. Знак dq/dt определяет направление гистерезисного процесса, а также набор констант в соответствии с (3.7).

В силу (3.7) прямой и обратный процессы описываются разными уравнениями. В точках q_k , когда $dq/dt = 0$, происходит смена одного уравнения на другое, однако непрерывность $q(t)$ не нарушается. Эта смена чередуется в процессе интегрирования по времени.

Уравнения (3.8), соответствующие двум наборам констант (3.7), можно объединить, если воспользоваться функцией-переключателем $\text{sgn}(v)$, где $v = \dot{q} = dq/dt$ – скорость. Тогда вместо (3.8) и (3.7) можно записать одно уравнение

$$\frac{df}{dt} = \frac{v}{2} \cdot \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m [(1 + \text{sgn } v) C_{ij}^+ + (1 - \text{sgn } v) C_{ij}^-] q^{i-1} f^{j-1}, \quad (3.9)$$

которым моделируются как прямой, так и обратный процессы. Уравнение (3.9) является частной формой записи уравнения (1.1).

Во многих случаях можно считать, что прямой и обратный процессы протекают одинаково, т.е. отличаются лишь направлением изменения параметра процесса $q(t)$. В этом случае кривые объемлющего цикла симметричны относительно начала координат, как показано на рис. 3.9. На диаграмме произвольной точке k с координатами (q_k, f_k) кривой прямого процесса от-

вечает точка \tilde{k} с координатами $(-q_k, -f_k)$ кривой обратного процесса и наоборот.

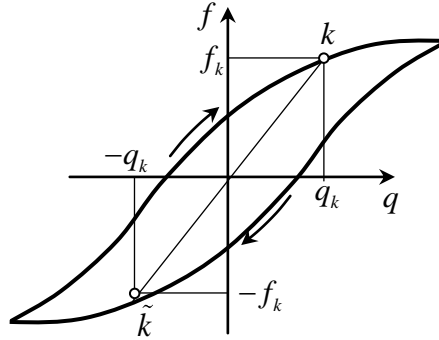


Рис. 3.9. Ветви цикла, симметричные относительно начала координат

Следовательно, обратный процесс описывается уравнением прямого процесса

$$\frac{d\tilde{f}}{d\tilde{q}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m C_{ij} \tilde{q}^{i-1} \tilde{f}^{j-1} \quad (3.10)$$

с переменными $\tilde{q} = -q$, $\tilde{f} = -f$. Обратный переход к q и M вместо (3.10) даёт

$$\frac{df}{dq} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m C_{ij} (-1)^{i+j} q^{i-1} f^{j-1} \quad (3.11)$$

Тогда уравнения прямого (3.6) и обратного (3.11) процессов можно объединить и записать аналогично (3.9) в виде

$$\frac{df}{dt} = \frac{v}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m \left[1 + \operatorname{sgn} v + (1 - \operatorname{sgn} v)(-1)^{i+j} \right] C_{ij} q^{i-1} f^{j-1}. \quad (3.12)$$

3.2.3. Идентификация параметров модели

Коэффициенты C_{ij} в (3.6) определяются методами приближения, минимизируя невязку представления $g(q, f)$ в виде полинома при заданных k и m к множеству значений df/dq , полученных с использованием экспериментальных данных для кривых объемлющего цикла.

Пусть в результате экспериментов получена последовательность N точек $\{(q_i, f_i), i = \overline{1, N}\}$, определяющих одну из кривых объемлющего цикла. Для

построения последовательности точек $\{(q_i, (df/dq)_i), i = \overline{1, N}\}$ можно использовать конечно-разностное выражение для производной df/dq по двум или нескольким экспериментальным точкам. Однако такой подход может оказаться неприемлемым, если экспериментальных точек мало или измеряемые величины имеют сильный разброс своих значений.

В работе используется обратный подход – по аналитической аппроксимации ветви гистерезиса вычисляется её производная. Например, при использовании аппроксимации в виде полинома

$$f = \sum_{j=1}^n C_j q^{j-1} \quad (3.13)$$

минимизация квадратичного функционала $F = \sum_{i=1}^N (y_i - f_i)^2$ приводит к системе n уравнений для определения C_j

$$\sum_{j=1}^n C_j a_{jp} = b_p, \quad p = 1, \dots, n, \quad (3.14)$$

где $a_{jp} = \sum_{i=1}^N q_i^{j+p-2}$, $b_p = \sum_{i=1}^N f_i q_i^{p-1}$, причём если $j > p$, то

$$a_{j,p} = a_{j-1,p+1} = \dots = a_{p+1,j-1} = a_{p,j}.$$

Тогда из (3.13) следует $df/dq = \sum_{j=2}^n (j-1)C_j q^{j-2}$, где C_j определяются из решения системы (3.14). Отсюда, полагая $q = q_i$, где $i = 1, \dots, N$, приходим к искомому множеству точек $\{(q_i, (df/dq)_i), i = \overline{1, N}\}$.

Далее символом f'_i будем обозначать величину $(df/dq)_i$. Множество этих величин может быть получено вышеописанным способом.

В соответствии с точечным методом наименьших квадратов построим функцию невязки в виде квадратичного функционала

$$F = \sum_{l=1}^N (y_l - f'_l)^2, \quad (3.15)$$

где

$$y_l = g(q_l, f_l) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m C_{ij} q_l^{i-1} f_l^{j-1};$$

N – число экспериментальных точек.

Минимизация (3.15) приводит к системе алгебраических уравнений относительно величин C_{ij}

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m C_{ij} a_{ijpq} = b_{pq}, \quad (3.16)$$

с коэффициентами

$$a_{ijpq} = \sum_{l=1}^N q_l^{i+p-2} f_l^{j+q-2}, \quad b_{pq} = \sum_{l=1}^N q_l^{p-1} f_l^{q-1} f_l'; \quad p = 1, \dots, k; \quad q = 1, \dots, m.$$

Систему (3.16) можно также свести к обычной форме записи системы линейных алгебраических уравнений. Для этого введем вектор неизвестных \mathbf{x} с элементами

$$x_{k(i-1)+p} = C_{pi}, \quad (3.17)$$

и вектор правых частей \mathbf{r} с элементами

$$r_{k(i-1)+p} = b_{pi} = \sum_{l=1}^N q_l^{p-1} f_l^{i-1} f_l'. \quad (3.18)$$

Тогда вместо (3.16) получим

$$D\mathbf{x} = \mathbf{r}, \quad (3.19)$$

где элементы квадратной матрицы D имеют вид

$$d_{k(i-1)+p, k(j-1)+q} = \sum_{l=1}^N q_l^{p+q-2} f_l^{i+j-2}; \quad i, j \leq m, \quad p, q \leq k. \quad (3.20)$$

Из (3.19) определяется вектор \mathbf{x} , элементами которого являются коэффициенты C_{ij} в соответствии с (3.17). Вычисления C_{ij} выполняются для кривых прямого и обратного процессов объемлющего цикла при заданных значениях k и m – верхних пределов суммирования полинома в (3.6).

Параметры k и m выбираются в результате серии численных экспериментов так, чтобы обеспечить наилучшую аппроксимацию кривых объем-

лющего цикла, также как и скорость приближения локальных ветвей к соответствующим кривым объемлющего цикла. Вычисления проводятся для каждого сочетания k и m , ограничивая их некоторыми максимально допустимыми значениями $K \geq k$ и $M \geq m$. По экспериментальным данным находят C_{ij} для каждого сочетания k и m . Затем уравнение (3.6) интегрируется по параметру q , который принимается в качестве независимого аргумента. Начальная точка (q_0, f_0) произвольной ветви задаётся внутри области объемлющего цикла. В частности, начальная точка может лежать на границе области объемлющего цикла. В этом случае после интегрирования (3.6) получается улучшенная аппроксимация кривой объемлющего цикла по сравнению с аппроксимацией квадратичным полиномом (3.13). Примеры подобного рода вычислительных экспериментов даны в работах [6, 20, 21, 49].

3.2.4. Применение кинематической модели для описания траектории гистерезиса гасителя TDD

В качестве примера применения кинематической модели далее рассматриваются вынужденные низкочастотные колебания маятникового гасителя торсионно-демпферного типа. Как было сказано выше, назначение гасителя – демпфирование и рассогласование частот вертикальных и крутильных колебаний, возникающих при галопировании проводов [3, 6, 49], которое возникает при ветре и отложении на проводах ледяного нароста и представляет собой автоколебательный процесс, подобный флаттеру крыла самолёта

В результате экспериментальных исследований были получены серии траекторий гистерезисной зависимости скручивающего момента M от φ – угла поворота дисков друг относительно друга. Экспериментальные серии отличались друг от друга установочными параметрами, характеризующими «жесткость» демпферного узла: количеством ведомых дисков, количеством резиновых шариков и их распределением в направляющих каналах, силой зажатия (сдавливания) резиновых шариков между ведущим и ведомыми дис-

ками. Эксперименты проводились при различных программах нагружения демпферного узла TDD в автоматическом и ручном режимах, как это описано в главе 2.

В экспериментах были получены данные для построения кривых объемлющего цикла O^+ и O^- . Установлено также, что прямой и обратный процессы протекают одинаково, т.е. на гистерезисной диаграмме $M(\varphi)$ кривые O^+ и O^- симметричны относительно начала координат. Поэтому для моделирования гистерезиса использовалось уравнение (3.12). На рис. 3.10 изображены несколько экспериментальных кривых, которые использовались для идентификации параметров (коэффициентов) математической модели вида (3.6), (3.7). Стрелками указаны направления гистерезисного процесса по схеме «нагрузка-разгрузка».

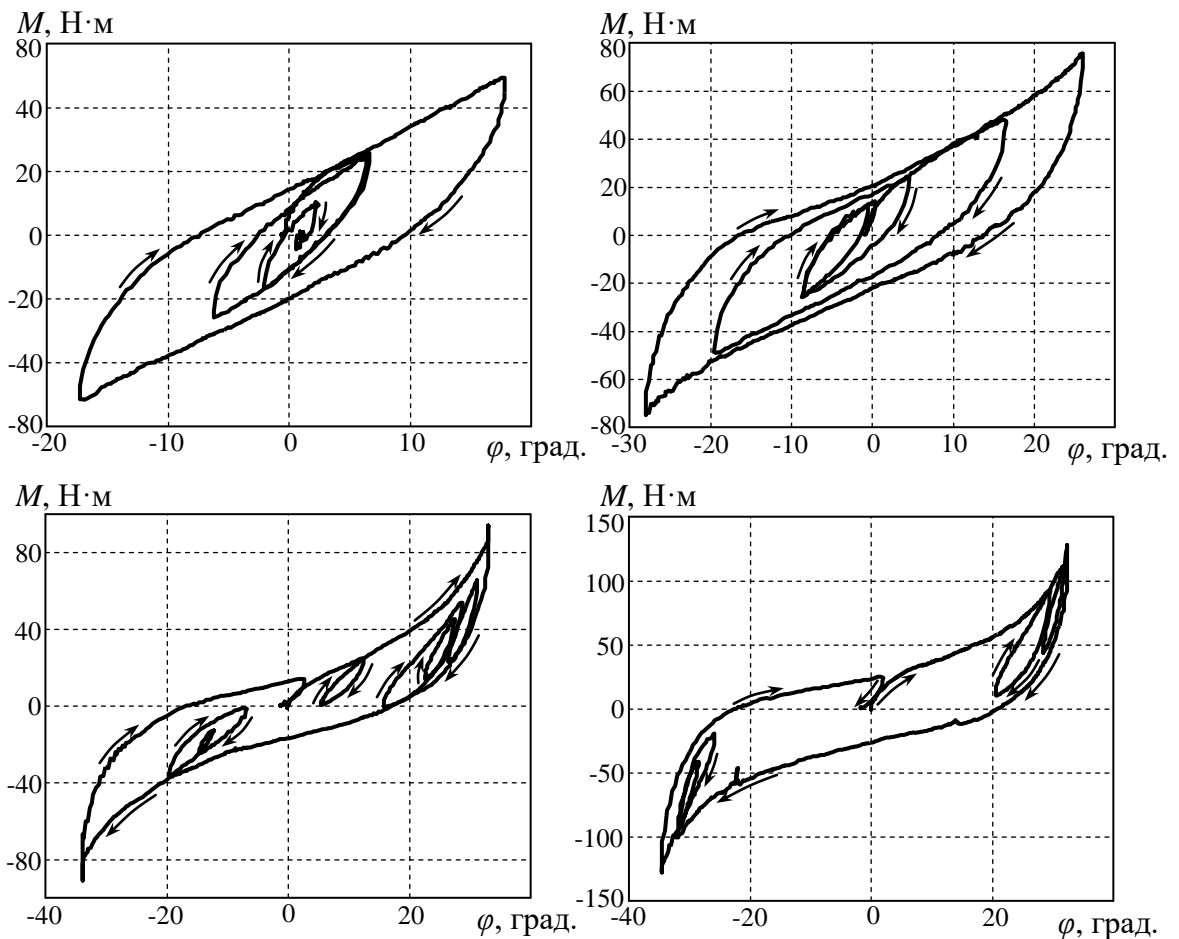


Рис. 3.10. Примеры гистерезисных зависимостей $M(\varphi)$ при квазистатических вынужденных колебаниях маятника гасителя

Для определения коэффициентов C_{ij} (3.7) минимизировалась невязка представления правой части в (3.6) в виде многочлена к множеству значений $dM/d\varphi$, полученных с использованием экспериментальных данных для кривых объемлющего цикла. Вычисления проводились для различных сочетаний k и m по вышеописанному алгоритму с использованием (3.17)-(3.20). Выбирались такие k и m , которые обеспечивали наилучшую аппроксимацию экспериментальных кривых. В результате численных экспериментов были выбраны $k = 6$ и $m = 2$. Для этих значений минимизация квадратичного функционала (3.15) дала следующие значения коэффициентов: $C_{11} = 650.9$; $C_{21} = 1422.2$; $C_{31} = 10.027$; $C_{41} = 1.088$; $C_{51} = 0,103$; $C_{61} = 0.015$; $C_{12} = -23.9$; $C_{22} = -4.1$; $C_{32} = -2.0$; $C_{42} = -0.35$; $C_{52} = 143.2$; $C_{62} = 419.8$. Если угол φ измеряется в радианах, то коэффициенты C_{i1} имеют размерность $[N \cdot m]$, а коэффициенты C_{i2} – безразмерны.

Следует отметить, что верхние границы суммирования k и m , по сути, определяют различные варианты аппроксимации гистерезисных кривых. Для различных их значений метод наименьших квадратов приводит к различным значениям коэффициентов C_{ij} . В работе были проведены тестовые расчёты при различных сочетаниях k (в пределах от 2 до 8) и m (в пределах от 2 до 4). Результаты контролировались по величине функции невязки и соответствию аналитической кривой экспериментальным данным. Достаточно хорошие приближения обеспечивали сочетания $k = 6, \dots, 8$ и $m = 2$. Наиболее простую форму аппроксимации даёт сочетание $k = 6$ и $m = 2$, которая была выбрана за основную для сравнения с другими вариантами. Вычисления показали, что функции невязки для форм с $k > 6$ отличаются от функции невязки основной формы не более чем на 10-12%, что вполне приемлемо для инженерных расчётов.

ГЛАВА 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАЯТНИКОВОГО ГАСИТЕЛЯ ТОРСИОННО-ДЕМПФЕРНОГО ТИПА. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ

4.1. Схема взаимодействия конструктивных элементов

Схема взаимодействия основных элементов конструкции TDD показана на рис. 4.1 (нумерация элементов продолжена с рис. 2.3 а). Диски 7 и 12 имеют общую центральную ось, позволяющую им вращаться друг относительно друга. К диску 8 крепится маятник. Диски 8 и 12 могут соединяться друг с другом через упругую вставку 13, например, в виде пружины. Диск 7 крепится к проводам, колебания которых необходимо демпфировать. Этот диск является ведущим. Диски 8 и 12 являются ведомыми. Между дисками 7 и 12 помещаются резиновые шарики 11, препятствующие свободному вращению дисков относительно друг друга.

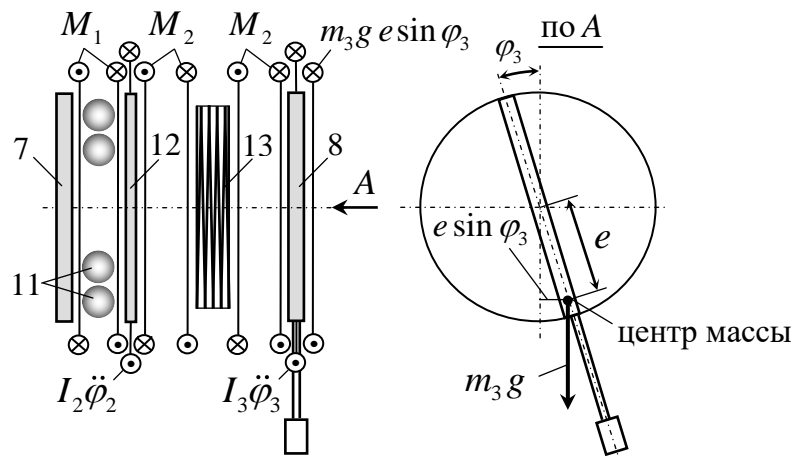


Рис. 4.1. Моменты взаимодействия составных частей

На рис. 4.1 через φ_1 , φ_2 , φ_3 обозначены углы поворотов соответственно ведущего и ведомого дисков, а также маятника, которые отсчитываются от вертикали против часовой стрелки. Момент $M_1 = M_1(\varphi_2 - \varphi_1)$ порождается в результате взаимодействия ведущего 7 и ведомого 12 дисков через систему элементов демпфирования 11. В дальнейшем его будем обозначать как $M = M(\varphi)$, где $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Момент M_2 возникает вследствие скручивания

упругого элемента 13. Считается, что этот момент пропорционален углу $\varphi_3 - \varphi_2$. Тогда по закону Гука $M_2 = (\varphi_3 - \varphi_2)(GJ_t/l)$, где GJ_t – крутильная жесткость упругого элемента, l – его длина.

При вращении дисков возникают также инерционные моменты $I_2\ddot{\varphi}_2$ и $I_3\ddot{\varphi}_3$, где I_2 и I_3 – моменты инерции дисков 12 и 8.

4.2. Уравнения колебаний с учётом гистерезиса энергорассеяния

С учётом перечисленных моментов уравнения колебаний связанных дисков записываются в виде

$$\begin{aligned} I_2\ddot{\varphi}_2 + M - M_2 &= 0, \\ I_3\ddot{\varphi}_3 + M_2 + m_3g e \sin \varphi_3 &= 0, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где m_3 – суммарная масса маятника с диском 8, e – эксцентриситет центра масс, g – ускорение свободного падения.

Для моделирования гистерезиса и оценки эффективности энергорассеяния TDD необходимо определить закон движения ведущего диска. Принимается, что $\varphi_1(t) = \Phi \sin \Omega t$, где Φ и $\Omega = \dot{\varphi}_1$ – амплитуда, и круговая частота вынужденных гармонических колебаний; если f – частота, выражаемая в герцах, то $\Omega = 2\pi f$.

В итоге уравнения (4.1) записываются совместно с (3.12) в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \omega, \quad \dot{\varphi}_2 = \omega_2, \quad \dot{\varphi}_3 = \omega_3, \\ I_2\dot{\omega}_2 &= M_2 - M, \quad I_3\dot{\omega}_3 = -M_2 - m_3g e \sin \varphi_3, \\ \dot{M} &= \frac{\omega}{2} \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^2 \left[1 + \operatorname{sgn} \omega + (1 - \operatorname{sgn} \omega)(-1)^{i+j} \right] C_{ij} \varphi^{i-1} M_1^{j-1}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

где $M_2 = (GJ_t/l)(\varphi_3 - \varphi_2)$, $\varphi = \varphi_2 - \Phi \sin(2\pi ft)$. Система (4.2) интегрируются численно при начальных условиях

$$\varphi_2(0) = \varphi_3(0) = 0, \quad \dot{\varphi}_2(0) = \dot{\varphi}_3(0) = 0. \quad (4.3)$$

Эффективность гасителей оценивалась по мощности диссипации энергии

$$W = \frac{1}{t} \int_t M d\varphi = \frac{1}{t} \int_t M \dot{\varphi} dt. \quad (4.4)$$

Дифференцирование (4.4) по t даёт $t\dot{W} + W = M_1\dot{\varphi}$, откуда следует уравнение

$$\dot{W} = \frac{1}{t}(M\dot{\varphi} - W), \quad (4.5)$$

которое удобно интегрировать по времени совместно с (4.2).

Решение (4.5) имеет горизонтальную асимптоту, соответствующую мощности рассеяния установившихся вынужденных колебаний.

4.3. Результаты моделирования

Ниже представлены результаты анализа эффективности энергорассеяния двух вариантов TDD, схематично изображенных на рис. 4.2. По характеру их работы первый вариант был назван инерционным и обозначен буквой I, второй – гравитационным и обозначен буквой G. Далее они называются также как I- и G-гасители.

Для I-гасителя расстояния между осью вращения и центрами масс грузов $l_1 = 0.6$ м, $l_2 = 0.4$ м; массы грузов $m_1 = 5$ кг, $m_2 = 7$ кг. Для G-гасителя расстояние $l_3 = 0.6$ м; масса $m_3 = 12$ кг. Момент инерции ведомого диска принимался равным $I_0 = 0.004$ кг·м².

На рис. 4.3-4.8 показаны результаты интегрирования уравнений (4.2) с начальными условиями (4.3). Интегрирование осуществлялось в диапазоне $0 \leq t \leq 80$ сек., где правая граница выбиралась во временном интервале установившихся колебаний.

На рис. 4.3 (а)-4.6 (а) показаны результаты моделирования траектории гистерезиса $M(\varphi(t))$ при гармонических колебаниях ведущего диска с угловой амплитудой $\Phi = 0.3$ рад. и частотами $f = 0.2, 0.4, 0.6$ и 0.8 Гц. Гладкие аппроксимации кривых O^+ и O^- предельного цикла показаны пунктирными

линиями. На рис. 4.3 (б)–4.6 (б) даны графики углов отклонения $\varphi(t)$ маятника от вертикали.

Результаты интегрирования (4.4) показаны на рис. 4.7. Как видно, с течением времени графики зависимостей $W(t)$ приближаются к соответствующим горизонтальным асимптотам, ординаты которых – суть мощности диссипации энергии установившихся колебаний I- и G-гасителей.

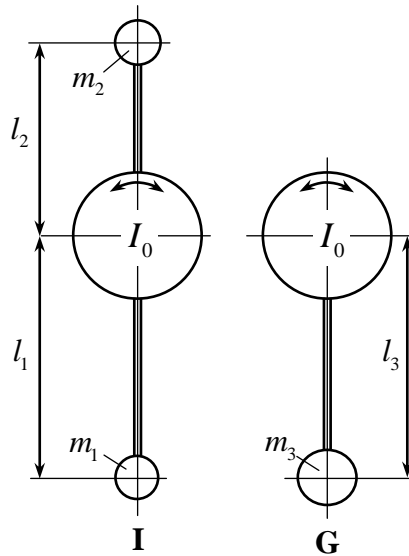


Рис. 4.2. Конструктивные варианты гасителя маятникового типа:
I – инерционный (I-гаситель), G – гравитационный (G-гаситель)

Расчёты мощности диссипации энергии W установившихся колебаний при различных значениях частот f позволили построить зависимости $W(f)$. Они показаны на рис. 4.8 (а), откуда видно, что G-гаситель эффективнее I-гасителя в начальном частотном диапазоне до ~ 0.5 Hz. Однако мощность G-гасителя в этом диапазоне не превышает 1 W, что говорит о малой эффективности обоих вариантов. В частотном диапазоне от 0.65 до 0.85 Hz энергорассеяние у I-гасителя существенно больше, чем у G-гасителя. При частотах до 0.75 Hz G-гаситель практически не работоспособен, тогда как энергорассеяние I-гасителя в окрестности 0.75 Hz составляет около 40 W. После 1 Hz мощности диссипации энергии колебаний I- и G-гасителей практически сравниваются. Таким образом, можно считать, что I-гаситель эффективен в

частотном диапазоне $0.65 < f < 0.85$ Гц, который характерен для начала возникновения пляски проводов.

Полученные выводы более наглядно демонстрирует рис. 4.8 (б), где показана зависимость передаточной функции T от частоты f вынужденных гармонических колебаний ведущего диска. Под передаточной функцией понимается отношение амплитуды колебаний маятника относительно ведущего диска (или опорной рамы) к амплитуде гармонических колебаний ведущего диска. Из графика видно, что в окрестности частоты 0.65 Гц амплитуды колебаний ведущего и ведомого дисков I-гасителя сравниваются, тогда, как для G-гасителя ведомый диск колеблется практически синхронно с колебаниями ведущего диска.

На рис. 4.9 показана схема конструкции гасителя с двумя маятниками, угол между которыми составляет 90° . Момент инерции ведомого диска, как и прежде, принят равным $I_0 = 0.004$ кг·м². Для каждого груза $l_4 = 0.65$ м, $m_4 = 6$ кг.

Гаситель по этой схеме был изготовлен на предприятии «Электросетьстройпроект» и испытан на специализированном стенде. С целью проверки модели гистерезиса был произведен расчёт гасителя по описанной выше методике. Исследовались свободные колебания ведомого диска с маятниками при зафиксированном ведущем диске.

На рис. 4.10 представлены результаты исследований при начальном отклонении диска с маятниками на угол 0.4 рад. и старте без начальной скорости. Зависимости угла поворота диска φ от времени t показаны на рис. 4.10 (а), где сплошная и пунктирная кривые представляют собой соответственно гладкие аппроксимации данных, полученных из эксперимента и в результате численного интегрирования уравнений (4.2). На рис. 4.10 (б) показан гистерезис зависимости $M(\varphi)$.

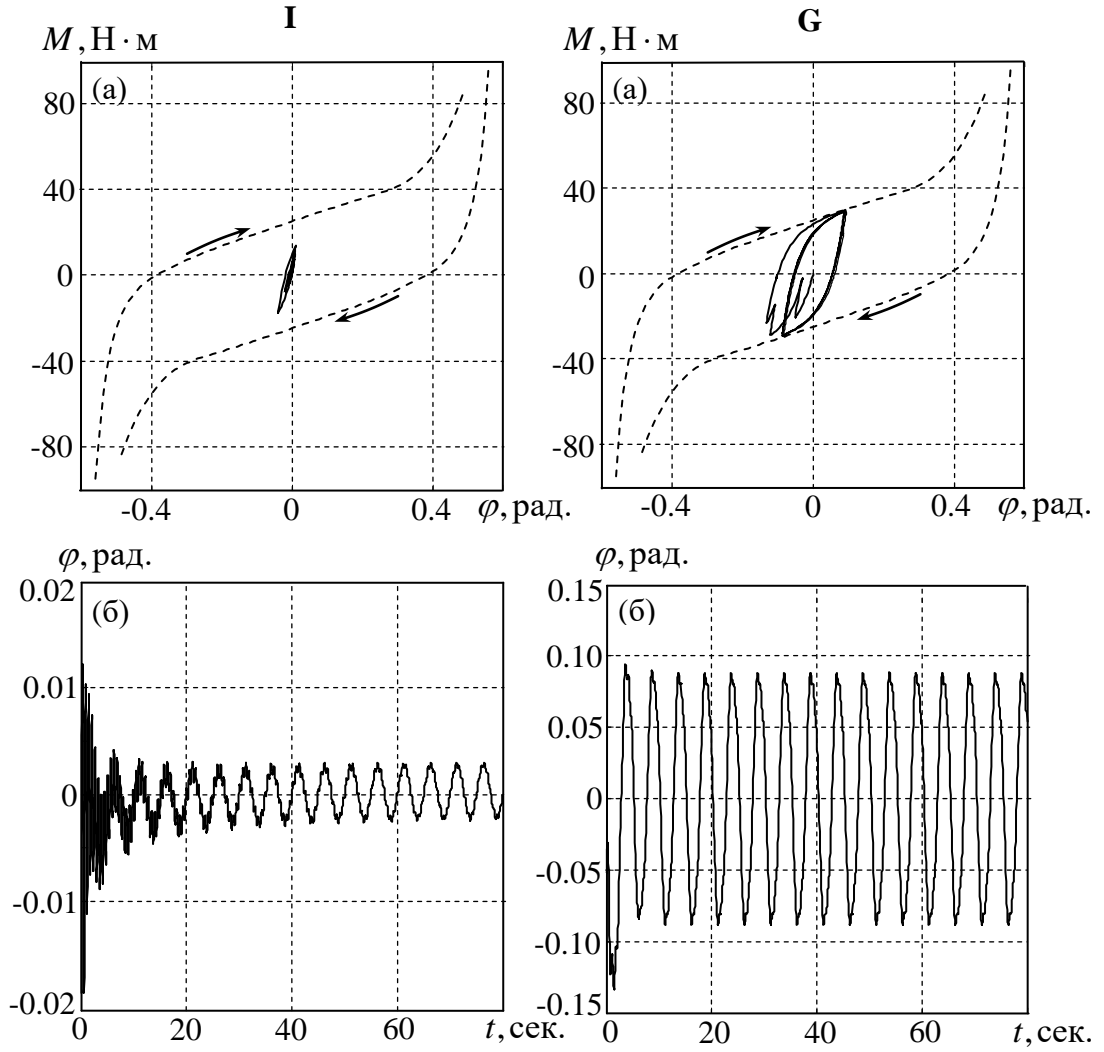


Рис. 4.3. Гистерезисные и временные зависимости $M(\varphi)$, $\varphi(t)$ при $\Phi = 0.3$ рад., $f = 0.2$ Гц

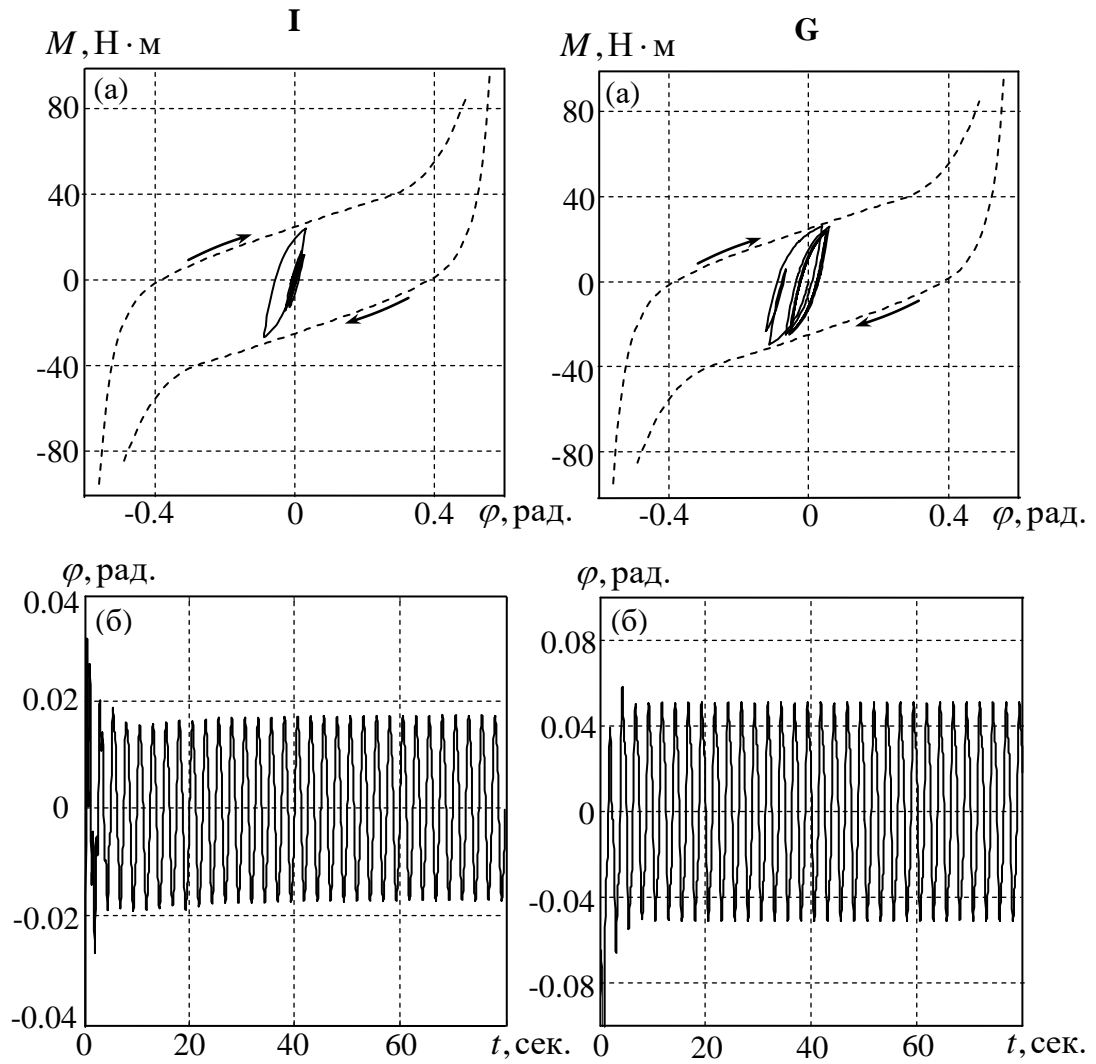


Рис. 4.4. Гистерезисные и временные зависимости $M(\varphi)$, $\varphi(t)$
при $\Phi = 0.3$ рад., $f = 0.4$ Гц

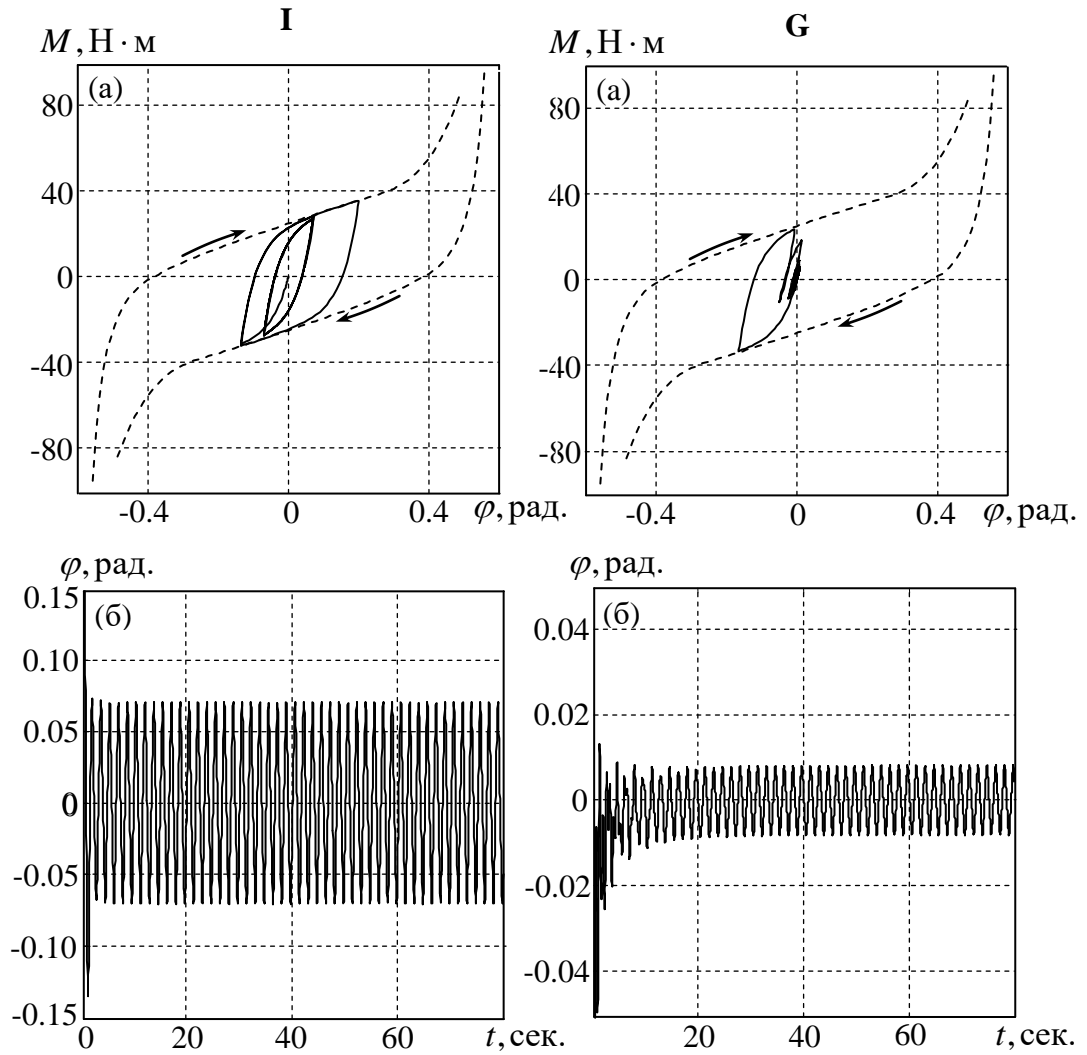


Рис. 4.5. Гистерезисные и временные зависимости $M(\varphi)$, $\varphi(t)$ при $\Phi = 0.3$ рад., $f = 0.6$ Гц

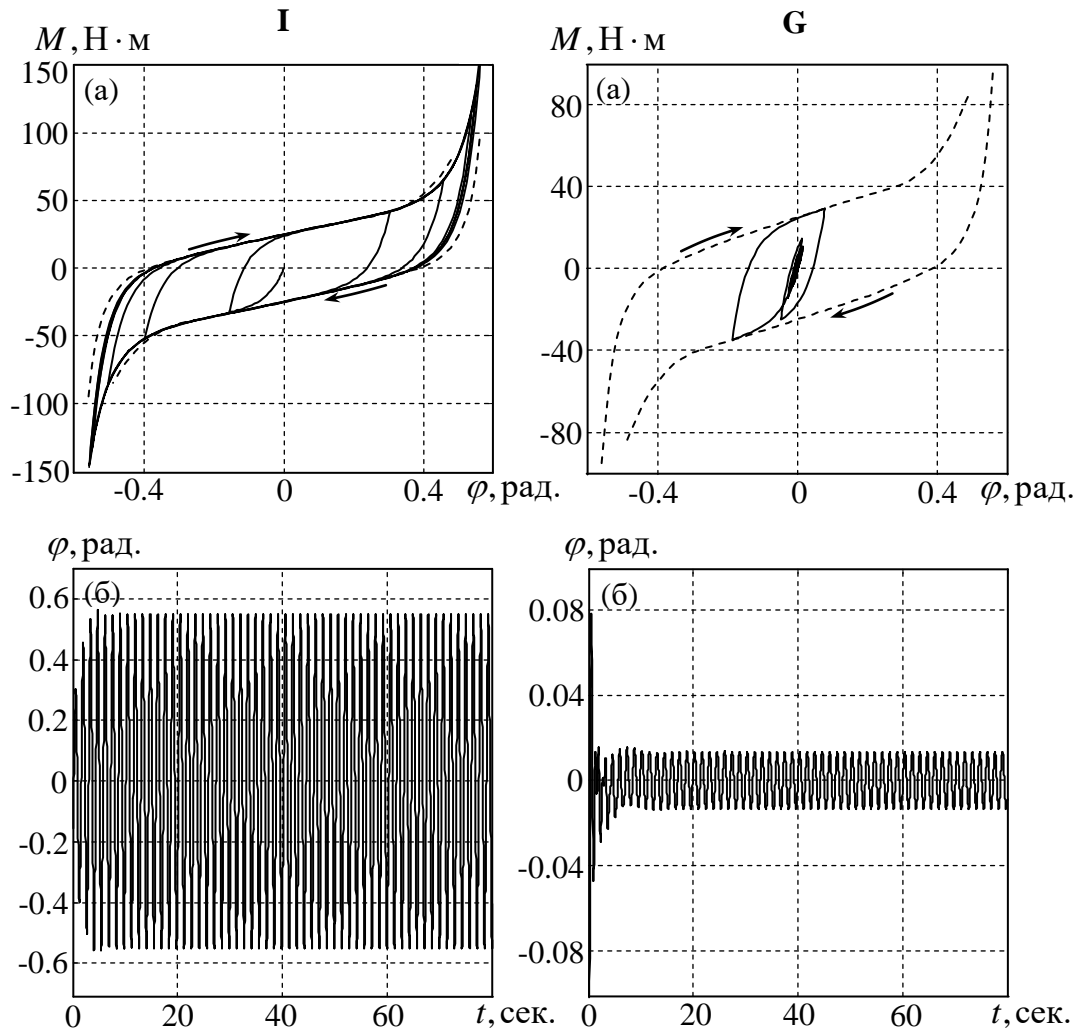


Рис. 4.6. Гистерезисные и временные зависимости $M(\varphi)$, $\varphi(t)$ при $\Phi = 0.3$ рад., $f = 0.8$ Гц

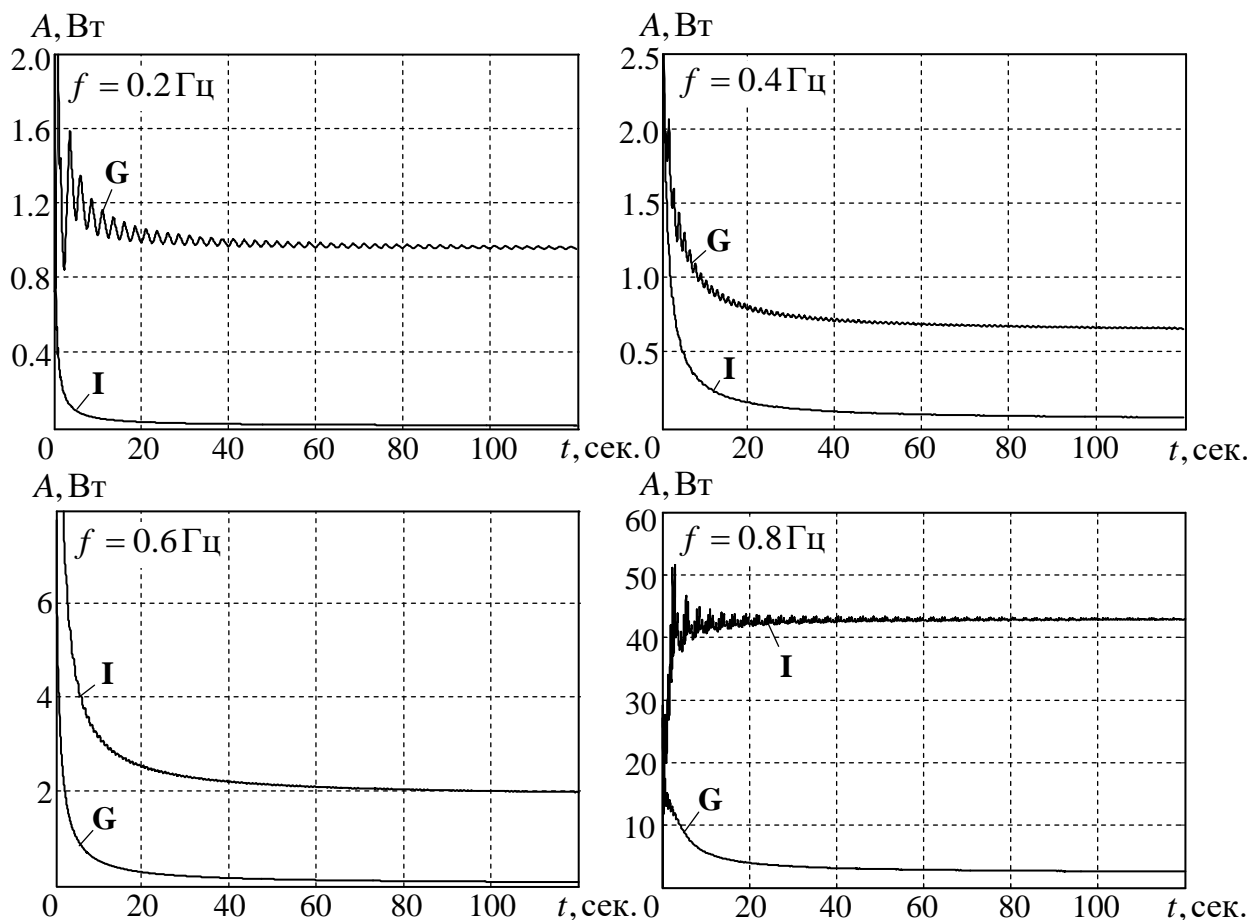


Рис. 4.7. Зависимости мощности диссипации от времени при $\Phi = 0.3$ рад

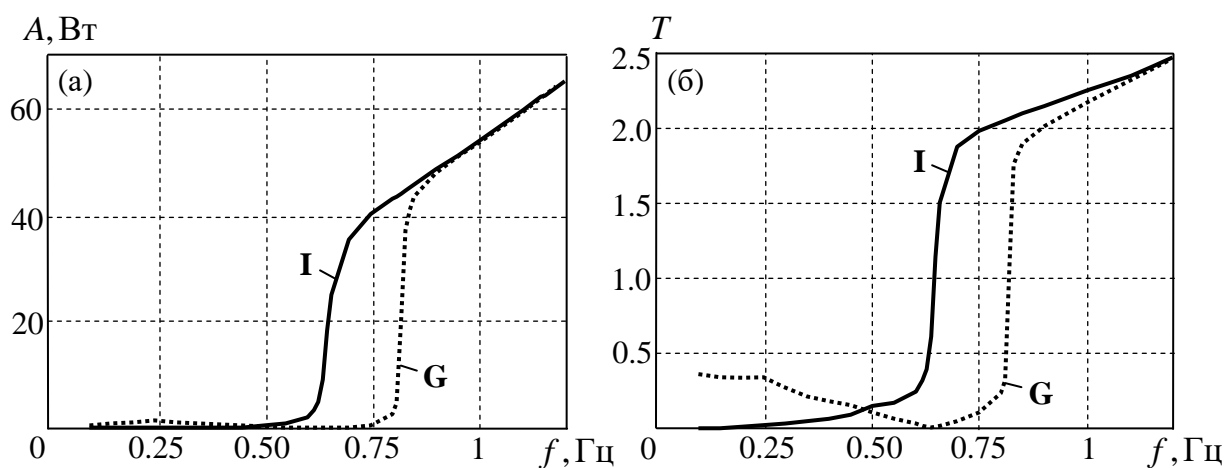


Рис. 4.8: (а) Зависимость мощности диссипации энергии от частоты вынужденных колебаний при амплитуде $\Phi = 0.3$ рад.;
(б) передаточная функция

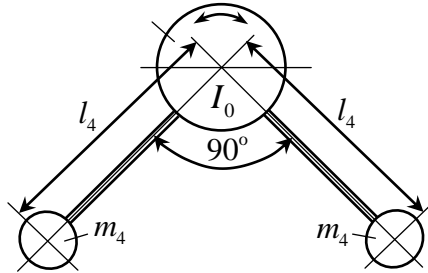


Рис. 4.9. Схема экспериментального варианта гасителя с двумя грузами

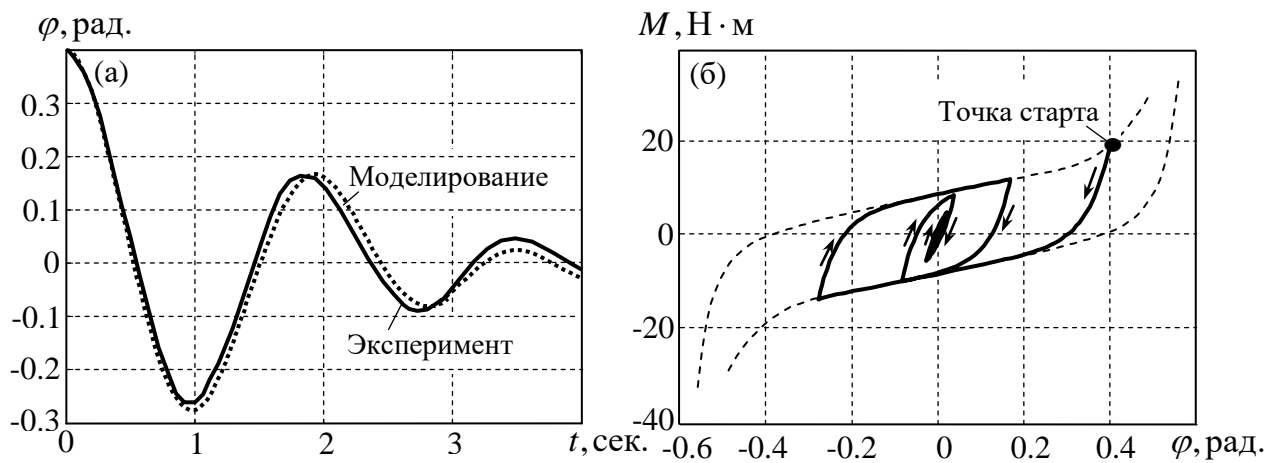


Рис. 4.10. Результаты исследования свободных колебаний диска с двумя маятниками: (а) — зависимость угла поворота диска от времени; (б) — зависимость момента сопротивления от угла поворота диска

ГЛАВА 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИСТЕРЕЗИСА ЭЛЕКТРОРЕОЛОГИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ В УСЛОВИЯХ НЕСТАЦИОНАРНОГО ЦИКЛИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ

Математическое описание реологических свойств вязких сред, в том числе, суспензий с нано- и микроразмерной дисперсной фазой, представляет фундаментальный научный интерес. Прежде всего, это связано с их применением в различных технических устройствах. Например, использование в качестве дисперсной фазы электро- или магниточувствительных частиц даёт возможность управлять свойствами таких жидкостей путем наложения соответствующих физических полей. Такие жидкие среды относятся к «умным материалам» и их уникальные свойства открывают широкие перспективы применения, в частности, в устройствах демпфирования колебаний, различных механизмах стабилизации и управления движением подвижных аппаратов, и т.п.

Исследование реологических свойств вязких сред предполагают установление зависимостей напряжений сдвига (τ), вязкости (η) и иных параметров от скорости сдвига ($\dot{\gamma}$) или времени. Для этого, в экспериментах используют различные методы и устройства вискозиметрии, ограничиваясь лишь измерениями параметров в предписанном диапазоне изменения $\dot{\gamma}$. Как правило, этот диапазон соответствует максимально возможным степеням свободы устройства, где предполагается использовать вязкие среды.

Ниже приводятся результаты реологических исследований электрореологических суспензий (ЭРС), которые, как известно, относятся к числу, так называемых, «умных материалов», реологические и механические свойства которых (вязкость, предел текучести, модуль сдвига, и др.) могут резко изменяться под воздействием внешнего электрического поля [33, 34, 60, 72, 77]. Поскольку указанные трансформации происходят в течение миллисекунд и обратимы, а среда при наложении электрического поля, от

маловязкой и жидкотекучей субстанции способна проявлять свойства вязкопластичного объекта, подобные материалы перспективны с практической точки зрения. Известно, что ЭРС могут использоваться в качестве рабочих тел в электрически управляемых механических передаточных устройствах, например, в демпферах с электрическим контролем, электромагнитных муфтах, различных устройствах виброзащиты и др. Известно, что они востребованы в космической технике, биомеханике, биомедицине и т.д. [15, 90]. Практический интерес к ЭРС стимулировало появление ряда важных теоретических и экспериментальных исследований [9, 16, 28, 43, 68, 92, 110, 111].

Изменение реологических свойств ЭРС зависит от состава суспензии. Подобные объекты могут представлять собой коллоидные системы и дисперсии, состоящие из неполярной или слабо полярной дисперсионной среды с низкой диэлектрической проницаемостью и твердой дисперсной фазой с достаточно высокой диэлектрической проницаемостью. Дисперсионными средами могут служить слабо полярные органические жидкости. В качестве дисперсной фазы на практике широко применяются, в первую очередь, различные модификации кремнезема – силикагель, аэросил, а также оксиды титана, бария, стронция. Используются также крахмал, целлюлоза, алюмосиликаты и др. Однако ЭРС на основе вышеперечисленных традиционных твердых фаз имеют ряд недостатков, к которым, прежде всего, относится сравнительно низкая агрегативная стабильность из-за значительной разницы в плотности наполнителя и дисперсионной среды и, как следствие, потери ими поляризационных свойств. Их недостатком является также невысокий электроструктурный отклик на электрическое воздействие, характеризуемый небольшим приростом эффективной вязкости среды в электрическом поле.

Электрореологические материалы – это объекты, реологические и механические свойства которых при течении и деформировании сильно

зависят от приложенных напряжений и напряженности электрического поля [22, 117]. Подобные материалы, как правило, жидкие среды (хотя известны пасты, гели или даже эластомеры), но в сильных электрических полях структурируются (обратимо) и проявляют свойства вязкоупругих тел. Даже в твердом состоянии такие параметры как разрывная прочность, трение, внутреннее трение, способность поглощать энергию при ударе, также сильно зависят от величины приложенного электрического поля. Кроме того, все физико-механические особенности подобных материалов, вызванные приложением электрического поля, практически мгновенно обратимы при снятии поля. Ряд подобных материалов могут также застывать, сжиматься и т.п. после приложения и снятия поля. В жидкообразном состоянии при течении эти среды оказывают сопротивление течению, которое может быть повышено в сотни или в тысячи раз с применением электрического поля.

Электрочувствительные материалы могут быть структурированы таким образом, что их вязкость будет близка к вязкости воды при нулевом поле, но стремится к бесконечности под влиянием поля в несколько тысяч вольт на миллиметр. В твердом состоянии эти материалы могут выдерживать сдвиговые напряжения до 10000 Па при величине напряженности электрического поля около 5000 В/мм.

С физико-химической точки зрения электрореологические материалы, как правило, представляют собой дисперсии тонких гигроскопичных частиц в гидрофобной непроводящей дисперсионной среде [34, 96]. Обычно размер частиц ЭР сред находится в диапазоне от 1 до 10 мкм, хотя и частицы большего размера демонстрировали ЭР-эффективность. Также известно, что и некоторые макромолекулы в растворе проявляют электрореологический эффект. Примерами являются: кукурузный крахмал, различные глины, силикагели, тальк, ряд полимерных материалов, которые хорошо работают в качестве дисперсной фазы ЭРС.

Жидкая фаза ЭРС также может быть представлена широким спектром жидкостей и смазок, которые, в общем, имеют высокое электрическое сопротивление, так, что большие электрические поля могут быть приложены к жидкостям при невысоких значениях электрического тока. В качестве дисперсионной фазы находят широкое применение такие жидкости, как керосин, минеральные масла, толуол и силиконовые масла.

Для усиления ЭР эффекта и повышения устойчивости эмульсий в смеси включают различные типы добавок, в том числе, различные поверхностно-активные вещества. Принцип их работы не всегда ясен, но они, безусловно, влияют на поверхностные свойства частиц, дисперсионную среду и на содержание воды в смеси.

5.1. Реологические характеристики

Реология определяется как область науки о взаимосвязи между напряжением сдвига (τ) и деформацией сдвига (γ) в твердых материалах, и взаимосвязи между напряжением сдвига и скоростью деформации сдвига ($\dot{\gamma}$) для жидкостей [67]. Для жидкостей оно связано с понятием текучести. В реологии основными параметрами, измеряемыми в режиме установившегося сдвигового течения, являются указанные выше напряжение сдвига, скорость сдвига или скорость деформации сдвига ($\dot{\gamma}$), а также динамическая (η) и кинематическая (ν) вязкости.

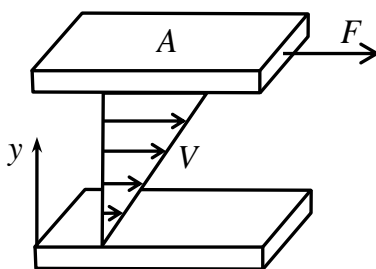


Рис. 5.1. Распределение скоростей в среде между подвижной и неподвижной пластинами в условиях сдвигового нагружения

Напряжение сдвига может быть рассчитано (см. рис. 5.1) через сдвигающую силу (F) и эффективную площадь (A): $\tau = F/A$.

Если напряжение сдвига и скорость деформации сдвига известны, то могут быть рассчитаны динамическая и кинематическая вязкости по формулам [30]:

$$\eta = \tau / \dot{\gamma} = \tau / (dV/dy), \quad \nu = \eta / \rho, \quad (5.1)$$

где V – скорость течения; ρ – плотность среды. В случае двух параллельных плоскостей с линейным градиентом скорости поперёк зазора величины $\dot{\gamma} = V_{\max}/h$, где h – расстояние между плоскостями.

Первое уравнение (5.1) постулировано Ньютоном [85]. Если коэффициент η постоянный, т.е. независим от скорости сдвига, то жидкость называют ньютоновской. Однако течение суспензий часто не подчиняется уравнению Ньютона.

Вязкость разбавленных монодисперсных суспензий впервые была описана А. Эйнштейном [61, 67]:

$$\eta = \eta_0 (1 + k_E \varphi),$$

где η_0 – вязкость дисперсионной среды, k_E – константа, учитывающая форму и ориентацию частиц, φ – объемная концентрация дисперсной фазы.

Для описания зависимости динамической вязкости от концентрации дисперсной фазы суспензий предложено множество уравнений. Например, в работе [46] вязкость представлена как функция объемной концентрации частиц и объемной доли частиц с максимальной плотностью упаковки:

$$\eta = \left[1 + 0.75 \left(\frac{\varphi / \varphi_m}{1 - \varphi / \varphi_m} \right) \right]^2.$$

Для неньютоновских жидкостей характерна степенная зависимость между напряжением сдвига и скоростью сдвига [61]:

$$\tau = K \dot{\gamma}^n,$$

где K и n – коэффициент и индекс степенной зависимости.

Если вязкость суспензии уменьшается с ростом скорости сдвига, то поведение жидкости называется псевдопластичным, если вязкость растет с ростом скорости сдвига – дилатантным. Для псевдопластичных жидкостей $n < 1$, для дилатантных жидкостей $n > 1$. В наиболее простом случае течение псевдопластической жидкости может быть описано уравнением Бингама-Шведова [24, 35]:

$$\tau = \tau_0 + \eta \dot{\gamma}.$$

Для ЭРС, напряжение сдвига может также быть представлено в виде, вытекающем из закона Бингама-Шведова:

$$\tau = \tau_E + \tau_v,$$

где τ_E – бингамовское напряжение сдвига, возникающего от наложения электрического поля, τ_v – напряжение сопротивления течению без воздействия электрического поля (гидродинамическая или вязкостная составляющая).

5.2. Некоторые феноменологические модели электрореологического эффекта

В настоящее время наиболее серьезным препятствием для инновационных разработок различных типов устройств, использующих ЭР материалы, является отсутствие адекватных математических моделей, которые бы описывали, по крайней мере, качественно, поведение этих материалов. Во многом это связано с большой вариабельностью свойств ЭР суспензий, которые подбираются или синтезируются для конкретных практических целей, минимизируя нежелательные эффекты. Однако имеется достаточное число литературных данных, которые позволяют обобщить и математически описать известные электрореологические эффекты поведения суспензий для их использования в уравнениях состояния. Тем не менее, достаточно общей и адекватной электрореологической модели в настоящее время не существует.

Известна модель Боллоу и Фоксона [39], которая используется для моделирования реологии вязкоупругих жидких сред. Схематично модель показана на рис. 5.2 а), откуда видно, что в схеме используется звено из двух последовательно соединённых элементов – упругого и демпфирующего с переменной вязкостью. Это позволяет учесть в расчётах нелинейность диссипативных сил. Тем не менее, такая модель оказывается не пригодной для описания динамического поведения ЭР материалов, поскольку она не учитывает ряд нелинейных эффектов, свойственных именно реологии ЭР материалов (подобие кулоновского трения, параметры течения и др.). Модель Шульмана [105] похожа на модель Боллоу-Фоксона, но обладает большими возможностями, и поэтому она может применяться для моделирования (в первом приближении) вязкоупругости ЭР материалов под воздействием электрического поля.

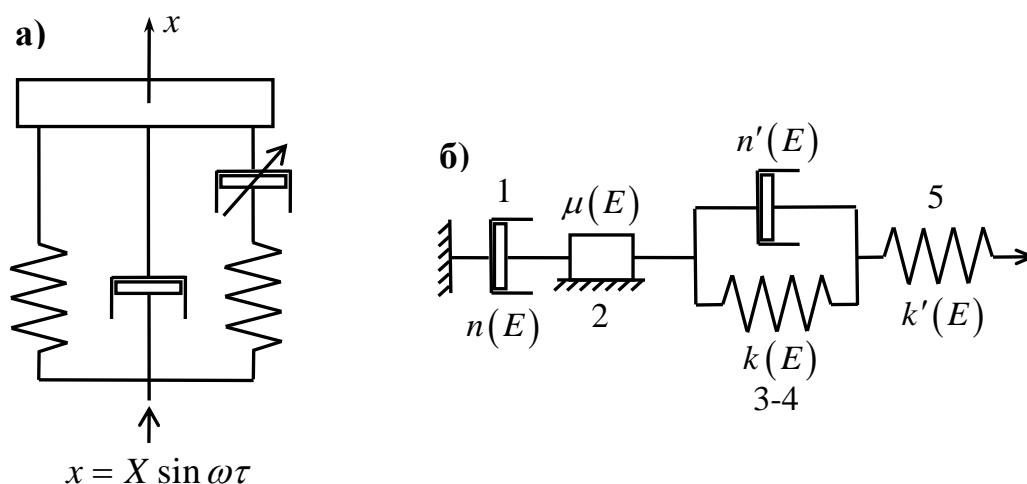


Рис. 5.2. Модели вязкоупругих жидких сред:
 а) вибрационная модель Боллоу-Фоксона;
 б) механико-реологическая модель Гаммото-Филиско

Наибольший интерес представляет собой модель Гаммото и Филиско [54], схематично изображённая на рис. 5.2 б). Она даёт результаты, которые качественно коррелируют с экспериментальными данными. Например, модель позволяет учесть в расчётах дотекущее поведение материала.

На схеме рис. 5.2 б) цифрами обозначены элементы: 1 – буфер, который является, по сути, независимым от поля, но регулирует наклон зависимости напряжения сдвига от скорости сдвига; 2 – элемент кулоновского трения, который строго зависит от поля и управляет величиной ЭР отклика на статический сдвиг; 3 и 4 – образуют элемент Фойхта, зависят от величины поля и ответственны за переходную характеристику и демпфирующую защиту от удара или вибрации; 5 – упругий элемент, зависящий от поля и влияющий на общую динамику деформирования. Важно, что при постоянной скорости сдвига, элементы 3, 4 и 5 быстро достигают равновесия и далее на стационарный поток не влияют. Суммируя отметим, что элемент 1 определяет лишь наклон кривой зависимости сдвигового напряжения от деформации, не зависящей от напряженности электрического поля, а элемент 2 отвечает за текучесть жидкости под воздействием внешнего электрического поля. При внешних нагрузках с малой амплитудой элемент трения 2 может практически не деформироваться и тогда только элементы 3, 4 и 5 определяют состояния материала. При более сложном нагружении все элементы модели отражают различные аспекты реологического поведения ЭР материалов.

5.3. Применение электрореологических материалов в демпфирующих устройствах

Как отмечалось ранее, исключительно важной особенностью ЭРС является то, что они меняют свои реологические свойства быстро и обратимо в ответ на воздействие электрического поля даже малой мощности, и поэтому на них можно воздействовать дистанционно с использованием компьютеризированных систем управления [12, 36, 39, 40, 44, 45, 55, 56, 69, 79, 112]. Это свойство позволяет создавать надёжные и простые устройства, которые могут быть небольшого размера с относительно малым весом и меньшей стоимостью по сравнению с подобными устройствами без ЭРС.

Например, такими устройствами являются: передаточные муфты, тормоза, амортизаторы, механизмы для контроля и управления механическими колебаниями. Представляют значительный интерес ЭР устройства, которые могут использоваться в гидравлически нагруженных системах (цепях), где жидкость перекачивается при повышенном давлении через клапана, управляющие давлением и расходом. Сфера применения таких устройств обширна: от микромашин до тяжелой техники.

Демпфирующие устройства с применением ЭРС можно классифицировать по режиму их функционирования. Различают устройства поточного, сдвигового и смешанного (комбинированного) типов. Устройства, работающие в режиме потока, используют псевдо-пуазейлевское течение ЭРС в каналах с электрифицированными границами, создающими стационарное по отношению к потоку электромагнитное поле [55, 56, 75]. Устройства, работающие в режиме сдвига, используют псевдо-куэттовское течение ЭРС в каналах в виде отверстий или зазорах. Устройства смешанного типа используют сочетание режимов сдвига и потока в каналах. Схемы этих устройств показаны на рис. 5.3.

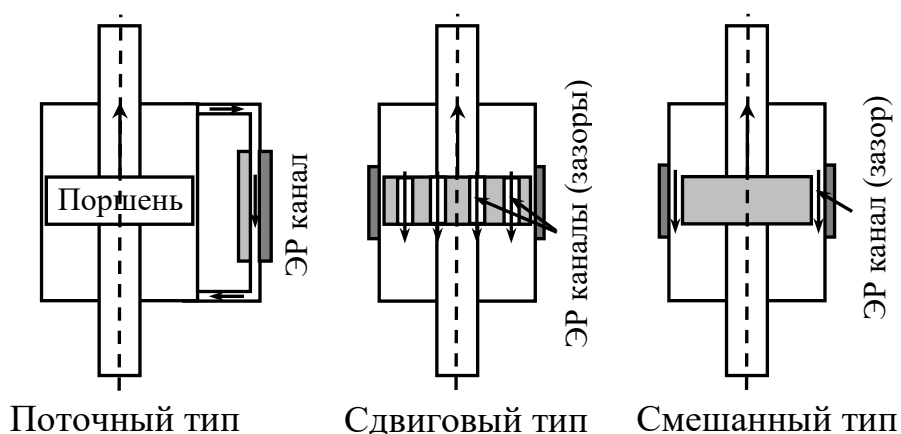


Рис. 5.3. Типы возможных демпфирующих устройств

Для всех этих типов электрическое поле, действующее поперек потоку ЭРС, создает силу, препятствующую движению поршня.

Каждое демпфирующее устройство преобразует механическую энергию в тепловую. В устройствах поточного типа действие поля распространяется только на небольшую часть жидкости в канале клапана. Это накладывает жесткие требования на скорость потока в канале и нагреву жидкости.

В устройствах сдвигового типа эффективно используется значительная часть ЭРС. Однако конструкции таких устройств представляются значительно более сложными по сравнению с конструкциями устройств поточного типа. Например, конструкция демпферного узла может содержать ряд концентрических цилиндров или пластин, расположенных продольно или поперечно (рис. 5.4), на которые подается электрическое напряжение [39]. Эти устройства оптимально используют ЭР эффект, деформируя значительную массу жидкости под воздействием электрического поля. С помощью таких устройств можно также преобразовывать линейное движение во вращательное.

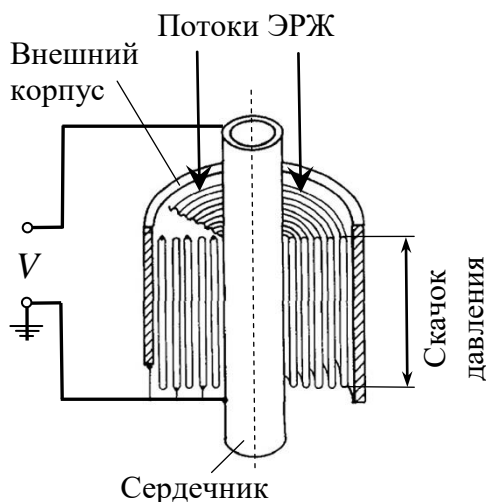


Рис. 5.4. Устройство сдвигового типа

Устройства смешанного типа объединяют свойства устройств сдвигового и поточного типа.

Применение демпфирующих устройств может быть разнообразным. Они могут использоваться для минимизации или устранения негативного воздействия вибрации на различного рода технические объекты и

сооружения, например, для вибрационной изоляции двигателя транспортного средства, вибрационной защиты чувствительного электронного оборудования и вооружения летательных аппаратов или морских судов, для защиты зданий, мостов и других строительных сооружений от сейсмического воздействия и пр. Виброизолирующие устройства, как правило, не подвергаются значительным эксплуатационным воздействиям и поэтому их тип в основном поточный.

В отличие от изолирующих устройств гидравлические демпфирующие устройства связаны с их длительной эксплуатацией в условиях больших относительных смещений или колебаний рабочих элементов, которые сопровождаются высокими скоростями потоков и сдвига ЭРС, а также значительным нагревом. Поэтому к конструкции демпферов и используемым ЭРС предъявляются значительно более жесткие требования. Примерами являются амортизаторы подвески современных автомобилей. Тем не менее, до настоящего времени ЭР демпферы широкого применения в автомобилестроении не нашли. Основными ограничительными мотивами являются их высокая стоимость, сложность конструкции и высокие эксплуатационные требования к используемым рабочим средам – ЭРС, которые должны не терять своих свойств при эксплуатации и обеспечивать демпфирование не хуже традиционных аналогов.

Весьма интересной областью использования ЭР демпферов являются большая энергетика, связанная с передачей электроэнергии на значительные расстояния по проводам воздушных линии электропередачи (ЛЭП). Ветровой поток вызывает колебательные движения проводов и появление в них переменных динамических напряжений, вызывающих их разрушение. Для защиты проводов от колебаний используют специальные устройства – гасители колебаний, основным назначением которых является снижение и рассогласование (расстраивание) динамических нагрузок на провода вследствие рассеяния и перераспределения энергии колебаний.

На воздушных ЛЭП в настоящее время используются разнообразные гасители колебаний: для демпфирования высокочастотных колебаний (эоловых вибраций), подавления субколебаний фазных проводов, вызываемых действием аэродинамического следа, а также для демпфирования и рассогласования пляски (галопирования) обледеневших проводов – низкочастотных колебаний проводов с большой амплитудой и большой длиной волны [3]. Как правило, принцип действия гасителей пляски основан на использовании сил гравитации, инерции, а также трения рабочих элементов внутри демпфирующих узлов. Любое из этих устройств имеет ряд недостатков и условий для их использования. Например, гасители пляски проводов при низких температурах могут частично или полностью потерять свои функции из-за гололедно-изморозевых отложений внутри демпферных узлов. Это является одним из основных ограничений использования гасителей в холодных, полярных и высокогорных климатических зонах. В этой связи, поиск новых принципов демпфирования колебаний проводов ЛЭП представляет значительный интерес.

Одним из путей создания гасителей колебаний нового типа является использование в качестве рабочего тела управляемых материалов, к которым относятся ЭРС.

Возможны разнообразные варианты исполнения демпферного узла гасителя пляски. Как правило, все они имеют маятник для демпфирования колебаний силами гравитации и инерции. Использование свойств ЭРС предоставляет уникальные возможности управления колебаниями маятника с помощью электрических полей. Существуют и другие преимущества гасителей с ЭРС по сравнению с механическими вариантами. Например, взаимодействие исполнительных элементов конструкции с жидкостью в каналах можно сделать бесконтактным и дистанционным, используя электрические силы. При наличии вращающихся валов их герметизацию можно осуществлять с помощью ЭРС. Попадание влаги в демпферный узел

невозможно, поскольку жидкости содержатся в герметичном корпусе (оболочке). Точка замерзания дисперсионной среды может быть существенно ниже точки замерзания воды.

Общий вид конструкций гасителей с ЭРС подобен механическому варианту. Однако конструкции демпферных узлов гасителей с ЭРС отличаются по принципам рассеяния энергии колебаний от механических аналогов.

Возможные конструктивные варианты демпферных узлов гасителей с ЭРЖ показаны на рис. 5.5.

Например, согласно схеме а) гаситель может иметь маятник 1, с которым жестко связан поршневой диск 2, заставляющий циклично перетекать жидкость 3 по герметичному каналу, образуемому боковыми стенками корпуса 4, внутренней цилиндрической поверхностью 5 корпуса 4 и внешними поверхностями 6 поршневого диска 2. Маятник может отсутствовать. В этом случае движение поршневого диска 2 относительно корпуса 4, связанного с проводами через систему промежуточных элементов, осуществляется за счёт сил инерции поршневого диска 2.

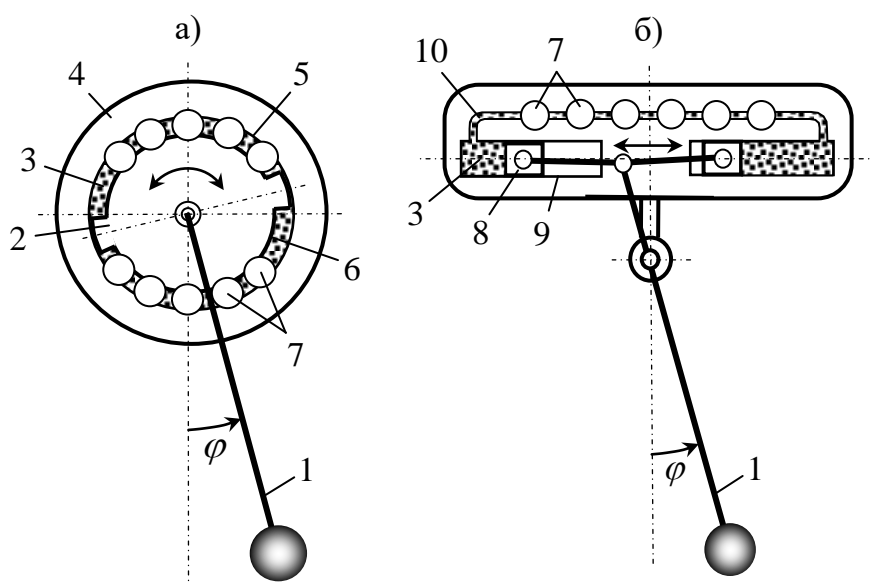


Рис. 5.5. Схемы ЭР гасителя пляски

Источники поля 7 помещаются на пути перемещения жидкости с внешней стороны рабочего объема. Магнитные или электрические поля локально воздействуют на жидкость, увеличивая её вязкость в зоне воздействия и, как следствие, увеличивая силы сопротивления течению. В этом случае, воздействием электрического или магнитного поля на жидкости можно управлять частотами колебаний маятника, подбирая наиболее эффективные режимы для рассеяния энергии колебаний. Источники поля (например, магниты) могут быть установлены в поршни, контактирующие с ЭРЖ.

Демпферный узел может быть выполнен также по схеме б), аналогичной а). В этом случае поршни 8 двигаются внутри цилиндров 9, заставляя циклично перетекать жидкость 3 из одного цилиндра в другой по трубопроводу 10, на внешних поверхностях которого устанавливаются источники поля 7.

5.4. Полиимиды в качестве дисперсной фазы ЭРС

Полиимиды (ПИ) обладают комплексом уникальных свойств: высокой термической, криогенной, радиационной стойкостью, огнестойкостью, отличными прочностными показателями в большом температурном диапазоне. Это обеспечивает им широкое применение в высокотехнологичных областях, таких как аэрокосмический комплекс, атомная энергетика, транспортное машиностроение, электроника, электротехника и т.д. Особенную привлекательность имеют входящие в группу т.н. «суперпластиков» полиимидные термопласты типа UltemR 1000, ExtremR, которые обладают ключевыми свойствами ПИ и при этом способны к переработке в объемные изделия литьем под давлением, экструзией и т.п., а также могут использоваться в качестве связующих для полимерных композиционных материалов.

Для синтеза полиимидов были использованы следующие реагенты: 4,4'-диаминодифенилсульфид, диангидрид 3,3,4,4-бифенилтетракарбоновой кислоты, диангидрид 1,2,4,5-тетракарбоновой кислоты, диангидрид 3,3,4,4-дифенилоксикарбоновой кислоты, мезитилен, ДМФА, дибутилфталат, ПМС-500 и силиконовое масло, которые являются коммерчески доступными и использовались без дополнительной очистки. Синтез полимеров проводили методом одностадийной высокотемпературной поликонденсации в растворе. В качестве растворителя использовали смесь диметилформамид/мезитилен 1:1, в которой полностью растворимы исходные реагенты и в то же время нерастворим образующийся полимер, который в ходе поликонденсации выпадал в осадок. Исходные диамин и диангидриды вводили в реакции в соотношении 1:1. Полученные полиимиды отфильтровывали, промывали этилацетатом и спиртом, либо толуолом и петролейным эфиром и сушили при 50°C. В качестве диаминной компоненты был выбран 4,4'-диаминодифенилсульфид.

В качестве дисперсионной среды были взяты полиметилсилоксан (ПМС-400) с плотностью 0.95 г/см³. ЭР жидкости готовили весовым методом с содержанием твердой фазы 5%, 10%, 15% и 20%. Необходимые количества твердой фазы и ПМС предварительно перед смешением тщательно растирали в агатовой ступке до получения однородной устойчивой суспензии. После приготовления образцов ЭР дисперсии выдерживали в течение часа для удаления пузырьков воздуха. При измерении электрореологических характеристик на реологическом приборе использовали свежеприготовленные среды (в день эксперимента). Все измерения электрореологического эффекта проводили при температуре 25±5°C.

Оценка размеров частиц порошков полиимидов осуществлялась с использованием просвечивающей микроскопии с обработкой изображений при помощи программного пакета SPIP (Scanning Probe Image Processor, Дания). Обнаружен бимодальный тип распределения с максимумами в

области 20 и 90 нм; частицы порошка имеют округлую форму и размер около 20 нм; частицы объединены в агрегаты размером около 90 нм.

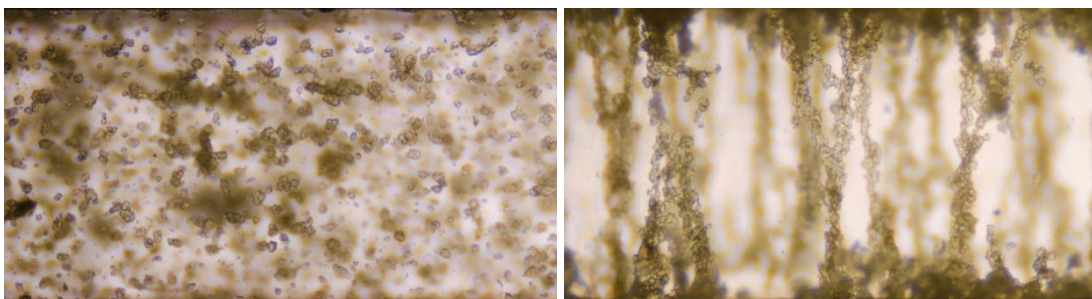


Рис. 5.6. Микрофотографии суспензии полиимида PI-I без поля (слева) и в поле 2.5 кВ (справа)

Результаты исследований оптической микроскопии показаны на рис. 5.6. После приложения электрического напряжения к зазору с суспензией, частички полиимидов выстраивались вдоль силовых линий, от катода к аноду, создавая своеобразную сетку. Затраты энергии на разрушение этой структуры и приводят к возникновению электрореологического эффекта.

5.5. Исследования реологических свойств ЭРС на реоспектрометре с электрореологической приставкой

Одним из современных приборов для исследования реологических свойств неньютоновских вязкоупругих сред, в том числе с явно выраженными тексотропными свойствами является реовискозиметры, представляющие собой сложную исследовательскую технику с широкими возможностями варирования параметров и режимов деформирования. Для изучения электрореологических эффектов такие приборы имеют специальные узлы позволяющие создавать электрические поля в рабочих зазорах реовискозиметров.

В исследованиях использовали реовискозиметр Rheostress RS 150 (НААКЕ Германия) с измерительным электрореологическим узлом (приставкой) вида «плоскость-плоскость». Измерительный узел представляет собой конструкцию, содержащую два электрода из нержавеющей стали.

Первый электрод жестко скреплен с изолирующей керамической осью, которая, в свою очередь, соединяется с механизмом вращения вискозиметра, обеспечивающего вращение оси с заданной скоростью, которая может ступенчато изменяться. Второй неподвижный электрод в форме диска жестко скреплён с основанием прибора строго под первым электродом. Специальная конструкция креплений ячейки к стационарной части вискозиметра с использованием цилиндрических направляющих из полиметилметакрилата жестко фиксирует взаимное положение пластин. В связи с требованиями к равномерности зазора между пластинами расстояние между ними тщательно тарируется и составляет 1 мм. Этим обеспечивается высокая однородность электрического поля и возможность наложения на зазор высоких напряжений. Напряжение на ячейку подается через скользящий контакт на подшипник, который соединен с нижней металлической осью верхнего электрода, и нижний неподвижный электрод. Схема измерительной ячейки показана на рис. 5.7.

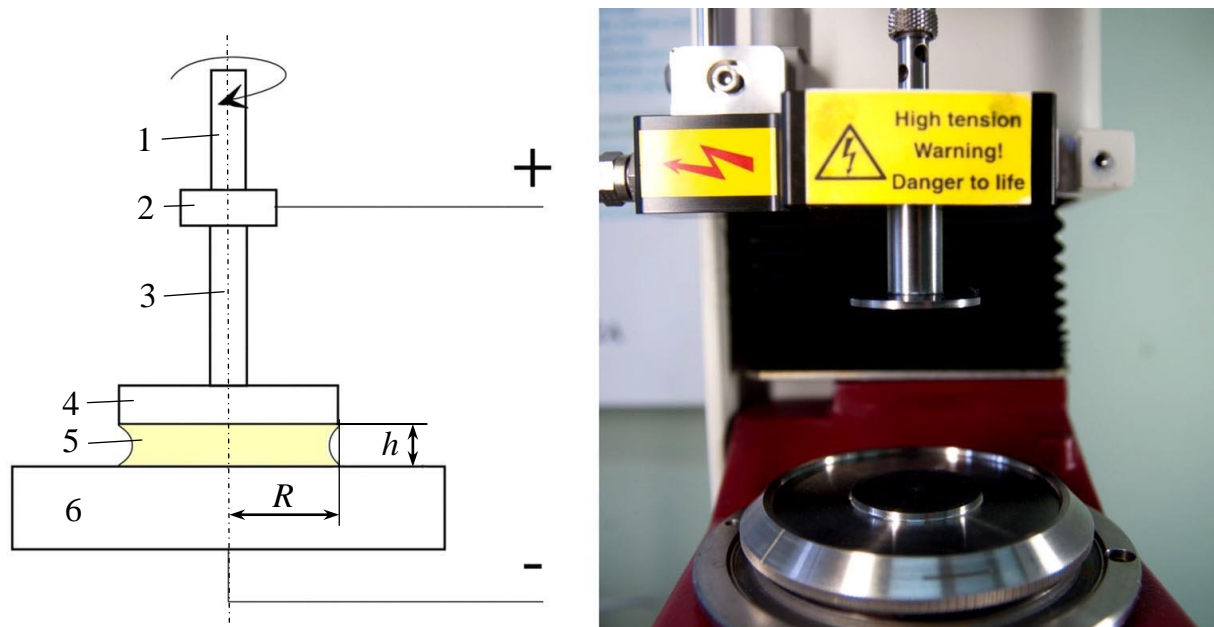


Рис. 5.7. Измерительная ячейка вискозиметра: 1 – изолирующая керамическая ось; 2 – подшипник, на который подается электрическое напряжение; 3 – проводящая металлическая ось; 4 – верхний вращающийся электрод; 5 – образец электроореологической жидкости; 6 – нижний стационарный электрод

Образцы испытывались в статическом и динамическом режимах с использованием узла «плоскость-плоскость». Диаметр рабочей поверхности ротора $2R = 35$ мм, зазор $h = 1$ мм. Измерения проводились при напряжениях 2.5 кВ и 3.5 кВ и в его отсутствии. В статическом режиме образцы испытывались при постоянной скорости сдвига равной 27 с^{-1} и 12 с^{-1} и при увеличении скорости сдвига от 10 до 200 с^{-1} .

5.6. Кинематическая модель для описания кривых течения электрореологических материалов

Применим кинематическую модель, описанную в главе 3 диссертации, к описанию кривых течения ЭРС при нестационарном и циклическом внешнем воздействии. Аналогично (3.6) используем обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка вида [8, 50]

$$\frac{d\tau}{d\dot{\gamma}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m C_{ij} \dot{\gamma}^{i-1} \tau^{j-1}, \quad (5.2)$$

где $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига, τ – напряжение сдвига; коэффициенты C_{ij} определяются методами приближения, минимизируя невязку аналитического представления $d\tau/d\dot{\gamma}$ в виде правой части (5.2) к множеству значений $d\tau/d\dot{\gamma}$, полученных из экспериментов для предельного цикла. Числа k и m подбираются в результате простых численных экспериментов. Значения этих параметров определяют характер (скорость) асимптотического приближения решения с начальной точкой $(\dot{\gamma}_0, \tau_0)$ во внутренней или внешней окрестностях гистерезиса к кривой предельного цикла.

Будем считать, что в результате экспериментальных измерений получена последовательность m точек $(\dot{\gamma}_i, \tau_i)$, где i – текущий номер точки. Для построения последовательности точек $(\dot{\gamma}_i, (d\tau/d\dot{\gamma})_i)$, по которой будет строиться аналитическое представление в форме правой части (5.2), можно воспользоваться конечно-разностным выражением $(\tau_i - \tau_{i-1})/(\dot{\gamma}_i - \dot{\gamma}_{i-1})$. Как

было уже сказано в п. 3.2.3 диссертации, таким способом пользоваться нельзя, если экспериментальных точек мало, или если измеряемые величины имеют сильный разброс своих значений. Эту трудность можно преодолеть, если предварительно получить аналитическую аппроксимацию $\tau(\dot{\gamma})$ по измеренным значениям, например, методом наименьших квадратов.

Действительно, построим функцию невязки

$$F = \sum_{i=1}^m (y_i - \tau_i)^2 = \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n C_j \dot{\gamma}_i^{j-1} - \tau_i \right)^2, \quad (5.3)$$

где $y_i = y(\dot{\gamma}_i)$ – значения полиномиальной аппроксимации зависимости $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ в виде

$$y = \sum_{j=1}^n C_j \dot{\gamma}^{j-1}. \quad (5.4)$$

Здесь: индекс i – номер экспериментальной точки со значениями $(\dot{\gamma}_i, \tau_i)$; m – число экспериментальных точек; n – число членов полиномиального ряда.

Минимизация функции (5.3) приводит к системе n уравнений для определения C_j

$$\sum_{j=1}^n C_j a_{jp} = b_p, \quad p = 1, \dots, n, \quad (5.5)$$

где

$$a_{jp} = \sum_{i=1}^m \dot{\gamma}_i^{j+p-2}, \quad b_p = \sum_{i=1}^m \tau_i \dot{\gamma}_i^{p-1},$$

причём если $j > p$, то $a_{j,p} = a_{j-1,p+1} = \dots = a_{p+1,j-1} = a_{p,j}$.

Из (5.4) следует

$$d\tau/d\dot{\gamma} = \sum_{j=2}^n (j-1)C_j \dot{\gamma}^{j-2}, \quad (5.6)$$

где C_j определяются из решения системы (5.5). Отсюда, полагая $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_i$, где $i = 1, \dots, m$, приходим к искомому множеству точек $(\dot{\gamma}_i, (d\tau/d\dot{\gamma})_i)$.

Далее символом τ'_i будем обозначать величину $(d\tau/d\dot{\gamma})_i$.

В соответствии с методом наименьших квадратов построим функцию невязки в виде

$$F = \sum_{l=1}^n (y_l - \tau'_l)^2, \quad (5.7)$$

где

$$y_l = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m C_{ij} \dot{\gamma}_l^{i-1} \tau_l^{j-1};$$

n – число экспериментальных точек.

Минимизация (5.7) приводит к системе алгебраических уравнений относительно величин C_{ij}

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m C_{ij} a_{ijpq} = b_{pq}, \quad (5.8)$$

где

$$a_{ijpq} = \sum_{l=1}^n \dot{\gamma}_l^{i+p-2} \tau_l^{j+q-2}, \quad b_{pq} = \sum_{l=1}^n \dot{\gamma}_l^{p-1} \tau_l^{q-1} \tau'_l; \quad p = 1, \dots, k; \quad q = 1, \dots, m.$$

Для выяснения структуры системы (5.8) рассмотрим частный случай, когда $k = m = 3$. Тогда (5.8) можно записать в развёрнутом матричном виде

$$\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{13} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{pmatrix} \mathbf{C} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

где $\mathbf{C} = (C_{11} \ C_{21} \ C_{31} \ C_{12} \ C_{22} \ C_{32} \ C_{13} \ C_{23} \ C_{33})^T$ – вектор-столбец искомых констант, а матричные блоки:

$$\begin{aligned} B_{11} &= \begin{pmatrix} S_{00} & S_{01} & S_{02} \\ S_{01} & S_{02} & S_{03} \\ S_{02} & S_{03} & S_{04} \end{pmatrix}, \quad B_{12} = \begin{pmatrix} S_{10} & S_{11} & S_{12} \\ S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{13} & S_{14} \end{pmatrix}, \quad B_{13} = \begin{pmatrix} S_{20} & S_{21} & S_{22} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{22} & S_{23} & S_{24} \end{pmatrix}, \\ B_{23} &= \begin{pmatrix} S_{30} & S_{31} & S_{32} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \\ S_{32} & S_{33} & S_{34} \end{pmatrix}, \quad B_{33} = \begin{pmatrix} S_{40} & S_{41} & S_{42} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} \\ S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{pmatrix}; \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$b_1 = (S'_{00} \ S'_{01} \ S'_{02})^T, \quad b_2 = (S'_{10} \ S'_{11} \ S'_{12})^T, \quad b_3 = (S'_{20} \ S'_{21} \ S'_{22})^T.$$

Здесь:

$$\begin{aligned}
S_{00} &= n, \quad S_{01} = \sum_{l=1}^n \dot{\gamma}_l, \quad S_{02} = \sum_{l=1}^n \dot{\gamma}_l^2, \quad S_{03} = \sum_{l=1}^n \dot{\gamma}_l^3, \quad S_{04} = \sum_{l=1}^n \dot{\gamma}_l^4, ; \\
S_{10} &= \sum_{l=1}^n \tau_l, \quad S_{11} = \sum_{l=1}^n \tau_l \dot{\gamma}_l, \quad S_{12} = \sum_{l=1}^n \tau_l \dot{\gamma}_l^2, \quad S_{13} = \sum_{l=1}^n \tau_l \dot{\gamma}_l^3, \quad S_{14} = \sum_{l=1}^n \tau_l \dot{\gamma}_l^4, ; \\
S_{20} &= \sum_{l=1}^n \tau_l^2, \quad S_{21} = \sum_{l=1}^n \tau_l^2 \dot{\gamma}_l, \quad S_{22} = \sum_{l=1}^n \tau_l^2 \dot{\gamma}_l^2, \quad S_{23} = \sum_{l=1}^n \tau_l^2 \dot{\gamma}_l^3, \quad S_{24} = \sum_{l=1}^n \tau_l^2 \dot{\gamma}_l^4, ; \\
S_{30} &= \sum_{l=1}^n \tau_l^3, \quad S_{31} = \sum_{l=1}^n \tau_l^3 \dot{\gamma}_l, \quad S_{32} = \sum_{l=1}^n \tau_l^3 \dot{\gamma}_l^2, \quad S_{33} = \sum_{l=1}^n \tau_l^3 \dot{\gamma}_l^3, \quad S_{34} = \sum_{l=1}^n \tau_l^3 \dot{\gamma}_l^4, ; \\
S_{40} &= \sum_{l=1}^n \tau_l^4, \quad S_{41} = \sum_{l=1}^n \tau_l^4 \dot{\gamma}_l, \quad S_{42} = \sum_{l=1}^n \tau_l^4 \dot{\gamma}_l^2, \quad S_{43} = \sum_{l=1}^n \tau_l^4 \dot{\gamma}_l^3, \quad S_{44} = \sum_{l=1}^n \tau_l^4 \dot{\gamma}_l^4, ; \\
S'_{00} &= \sum_{l=1}^n \tau'_l, \quad S'_{01} = \sum_{l=1}^n \tau'_l \dot{\gamma}_l, \quad S'_{02} = \sum_{l=1}^n \tau'_l \dot{\gamma}_l^2, ; \\
S'_{10} &= \sum_{l=1}^n \tau'_l \tau_l, \quad S'_{11} = \sum_{l=1}^n \tau'_l \tau_l \dot{\gamma}_l, \quad S'_{11} = \sum_{l=1}^n \tau'_l \tau_l \dot{\gamma}_l^2, ; \\
S'_{20} &= \sum_{l=1}^n \tau'_l \tau_l^2, \quad S'_{21} = \sum_{l=1}^n \tau'_l \tau_l^2 \dot{\gamma}_l, \quad S'_{21} = \sum_{l=1}^n \tau'_l \tau_l^2 \dot{\gamma}_l^2 ..
\end{aligned}$$

Из формул (5.9), (5.10) видна симметричная структура матриц, позволяющая эффективно построить вычислительные алгоритмы:

Систему (5.8) можно также свести к обычной форме записи системы линейных алгебраических уравнений. Для этого введем вектор неизвестных \mathbf{x} с элементами

$$x_{k(i-1)+p} = C_{pi}, \quad (5.11)$$

и вектор правых частей \mathbf{r} с элементами

$$r_{k(i-1)+p} = b_{pi} = \sum_{l=1}^n \dot{\gamma}_l^{p-1} \tau_l^{i-1} \tau'_l. \quad (5.12)$$

Тогда вместо (5.8) получим

$$D\mathbf{x} = \mathbf{r}, \quad (5.13)$$

где элементы квадратной матрицы D имеют вид

$$d_{k(i-1)+p, k(j-1)+q} = \sum_{l=1}^n \dot{\gamma}_l^{p+q-2} \tau_l^{i+j-2}; \quad i, j \leq m, \quad p, q \leq k. \quad (5.14)$$

После определения C_{ij} из (5.13) с учетом обозначений (5.11), (5.12) и (5.14), правая часть дифференциального уравнения (5.2) сформирована и его можно интегрировать любым численным методом с начальной точкой $(\dot{\gamma}_0^{(s)}, \tau_0^{(s)})$ в окрестности области гистерезисной петли. Индекс s – порядковый номер кривой течения при «нагрузке» или «разгрузке». В итоге приходим к функции, аппроксимирующей кривую течения с началом в области опорного цикла. Конечная точка каждой кривой является начальной точкой для построения кривой «разгрузки» текущего цикла с номером s или для $s + 1$ – кривой «нагрузки» следующего цикла.

5.7. Моделирование течения электрореологической суспензии при циклическом нестационарном нагружении

В опытах было выполнено около 11 циклов «нагрузки» и «разгрузки» электрореологических суспензий для нескольких значений напряженности внешнего электрического поля E . Ниже приводятся результаты экспериментов для значения $E = 2.5 \text{ кВ}$: были получены 22 массива экспериментальных данных, каждый из которых состоял примерно из 200 пар значений $(\dot{\gamma}_i, \tau_i)$. Сравнительный анализ данных показал, что кривые течения циклов, начиная с 9, близки к соответствующим кривым 8 цикла. Это свидетельствовало о стабилизации процесса и позволило ограничиться первыми 8 циклами для моделирования реологического процесса. По данным каждой группы была построена аналитическая аппроксимация в соответствии с уравнением (5.2) и начальным приближением (5.4). Результаты экспериментальных исследований и аналитической аппроксимации показаны на рис. (5.8)-(5.10), где левая колонка графиков соответствует процессу «нагрузки», вторая – обратному процессу

«разгрузки». Здесь и далее на графиках по оси ординат откладывается τ [Па], по оси абсцисс – $\dot{\gamma}$ [1/с].

На рис. 5.11 изображены вместе кривые «нагрузки» и «разгрузки» для всех циклов, полученных в результате экспериментальных исследований. Кривые «нагрузки» и «разгрузки» изображены соответственно сплошными и пунктирными линиями.

Из графиков рис. 5.8-5.11 видна нестыковка кривых «нагрузки» и «разгрузки» для каждого и соседних циклов. Это свидетельствует об инструментальных погрешностях и несовершенстве экспериментальной технологии. Однако предложенная аналитическая технология позволяет построить модель непрерывного процесса. Для этого достаточно определить интервалы изменений скорости сдвига в соответствии с опытными данными и воспользоваться предложенной методологией на основе интегрирования уравнения (5.2). Результаты представлены на рис. 5.12, где кривые «нагрузки» показаны сплошными линиями, кривые «разгрузки» – пунктирными.

В табл. 5.1 представлены параметры модели. Первая колонка – порядковый номер цикла, вторая колонка – порядковый номер кривой течения (КТ), третья колонка – степень полинома предварительной аппроксимации (5.4), четвёртая и пятая колонки – значения параметров m и k в соответствии с представлением (5.2). Интервалы изменения $\dot{\gamma}$ даны в табл. 5.2. Интегрирование осуществлялось при начальном условии $\tau_0 = 75 \text{ Па}$.

Первая кривая «нагрузки» строилась на отрезке [10 199.5], вторая кривая «разгрузки» – на отрезке [199.5 9.9]. Остальные – аналогично в соответствии с табл. 5.2.

В табл. 5.3 указаны иные интервалы изменений $\dot{\gamma}$. Соответствующая аналитическая аппроксимация представлена на рис. 5.13. Интегрирование осуществлялось при начальном условии $\tau_0 = 80 \text{ Па}$.

Уравнение (5.2) имеет феноменологический смысл и описывает процесс физической связи между напряжением и скоростью сдвига. Поэтому оно определяет множества решений, зависящих от начальной точки и внешнего воздействия на систему. Коэффициенты этого уравнения определяются по характерным кривым, полученным в результате типовых экспериментов. Такими кривыми, например, могут быть петли опорных циклов, смысл которых был определен выше.

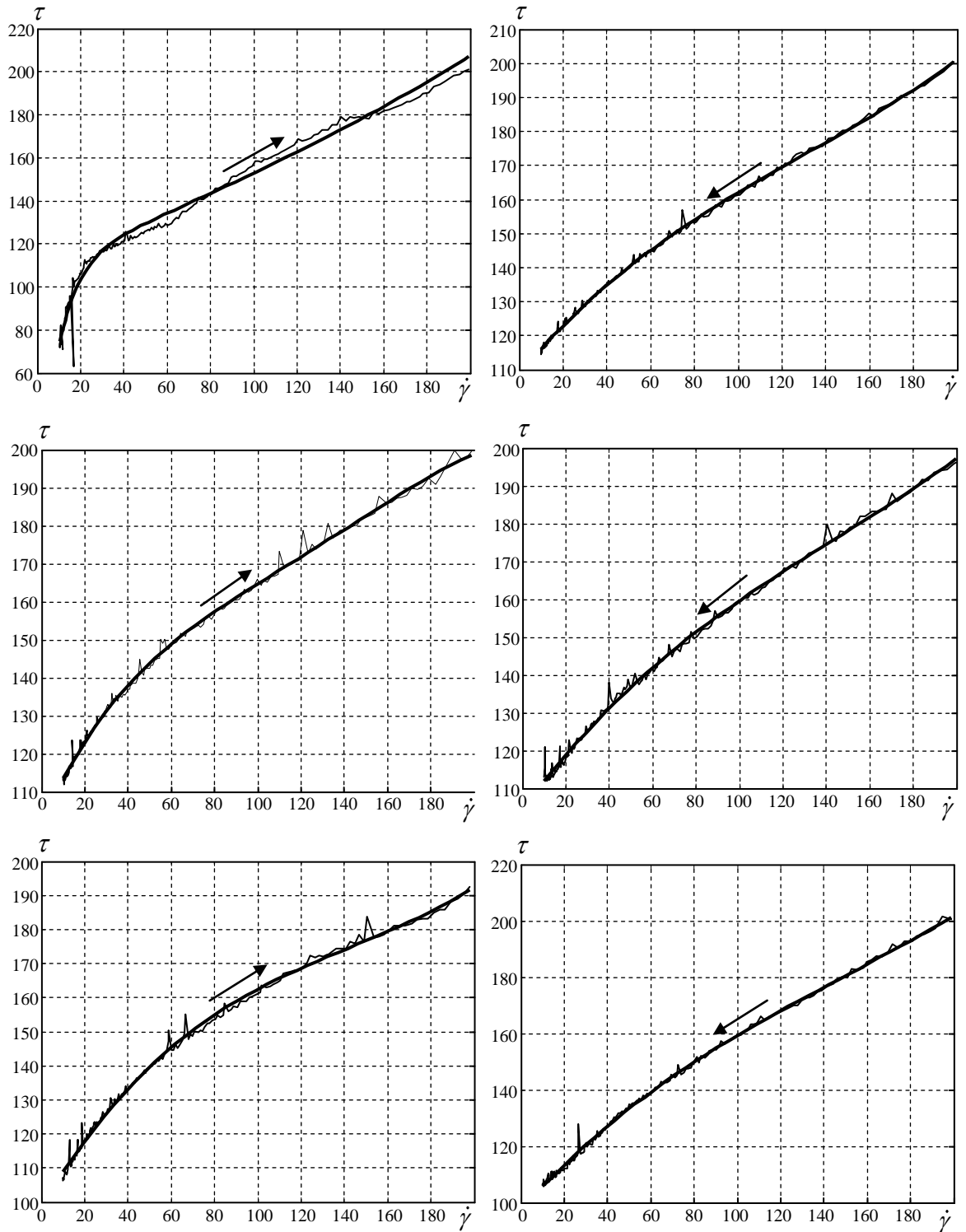


Рис. 5.8. Кривые первых трех циклов «нагрузки» и «разгрузки». Волнистые тонкие линии – результат обработки опытных данных. Гладкие жирные линии получены теоретически в результате аппроксимации данных экспериментов

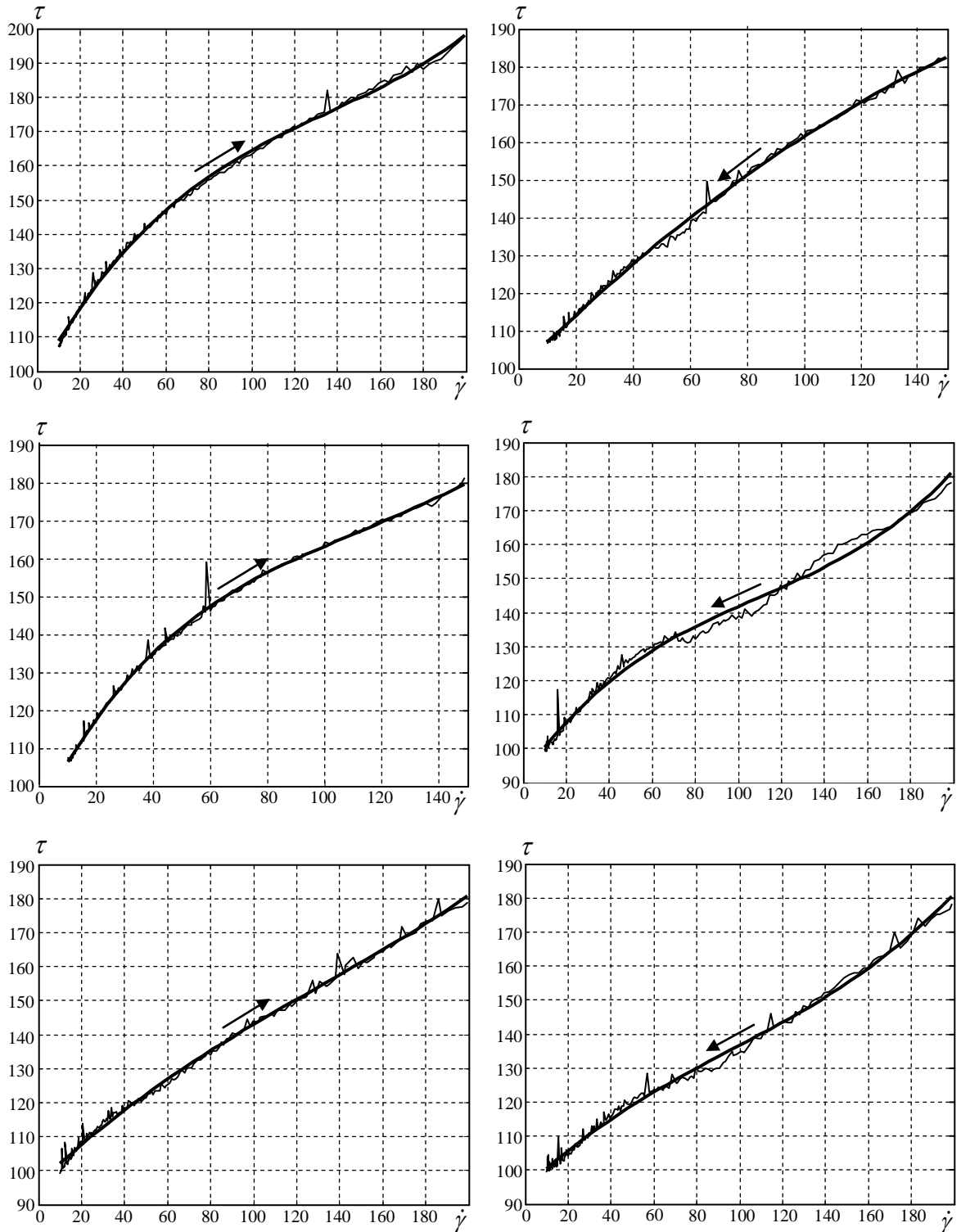


Рис. 5.9. Кривые 4,5 и 6 циклов «нагрузки» и «разгрузки».
 Волнистые тонкие линии – результат обработки опытных данных.
 Гладкие жирные линии получены теоретически в результате
 аппроксимации данных экспериментов

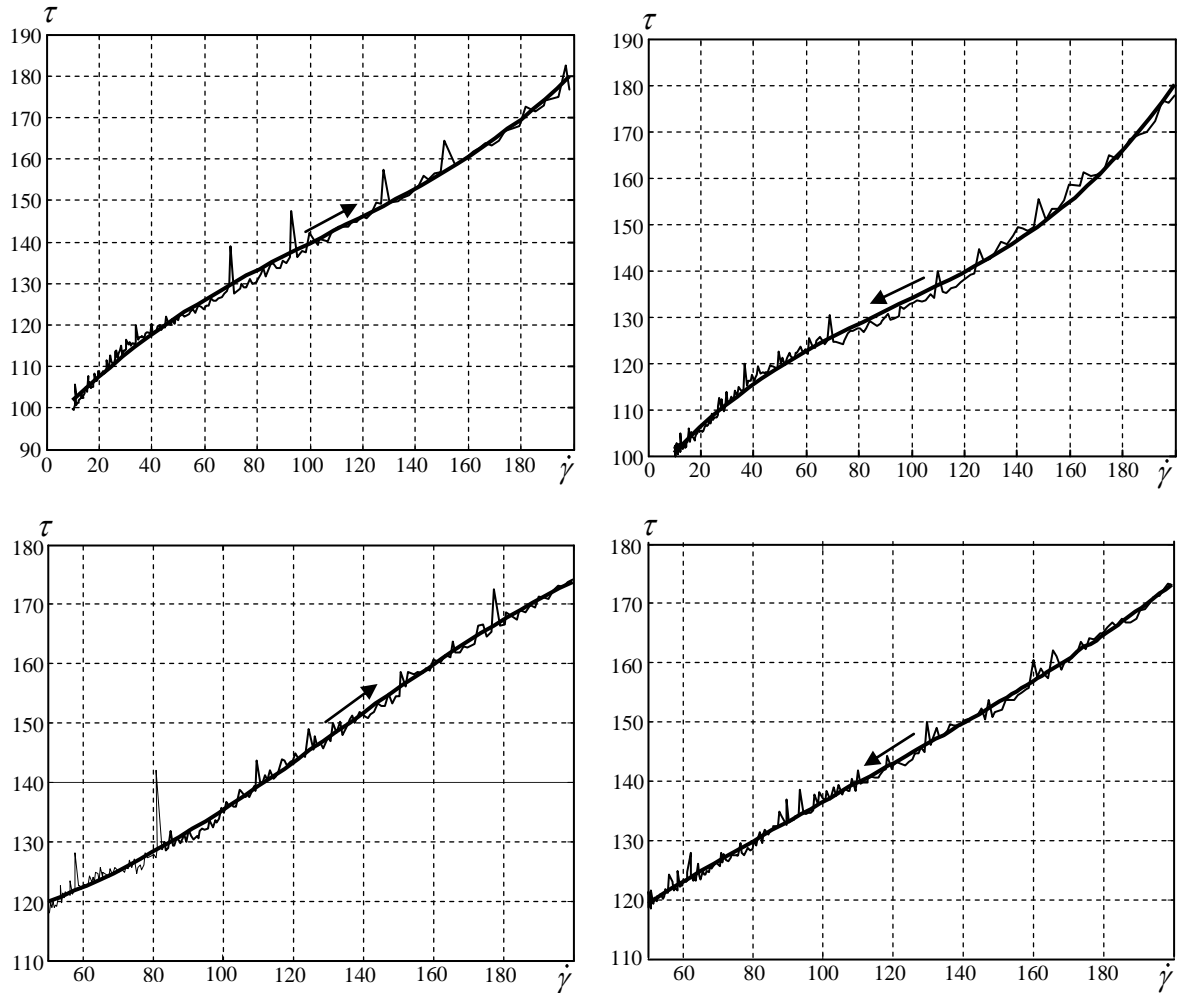


Рис. 5.10. Кривые 7 и 8 циклов «нагрузки» и «разгрузки».
 Волнистые тонкие линии – результат обработки опытных данных.
 Гладкие жирные линии получены теоретически в результате
 аппроксимации данных экспериментов

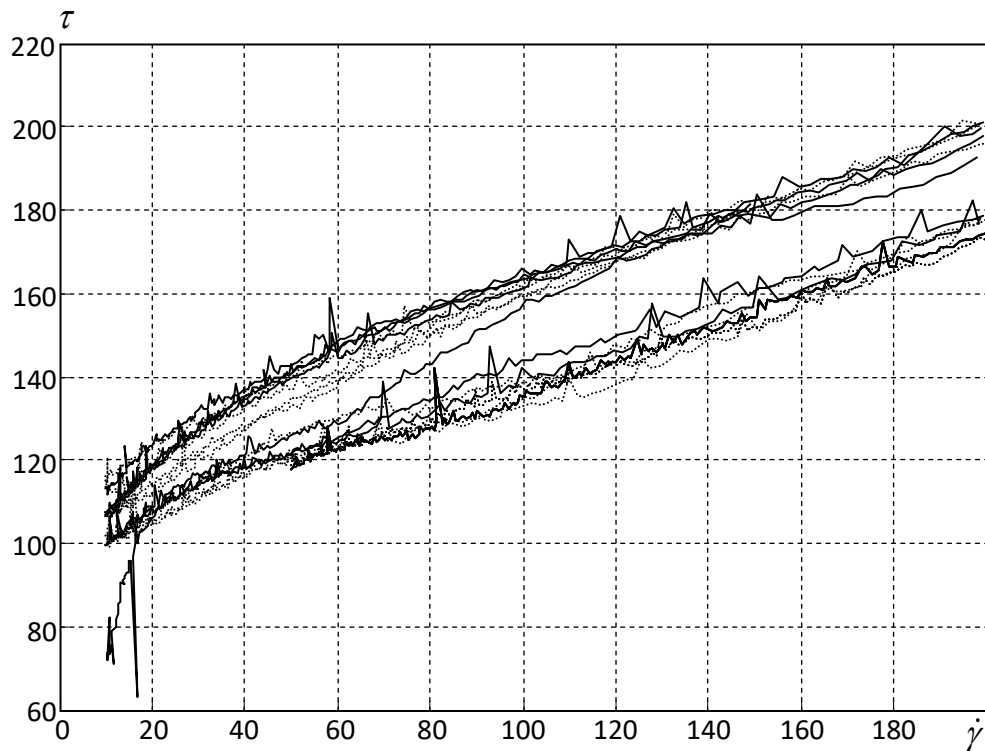


Рис. 5.11. Экспериментальные кривые «нагрузки-разгрузки» для всех циклов нагружения

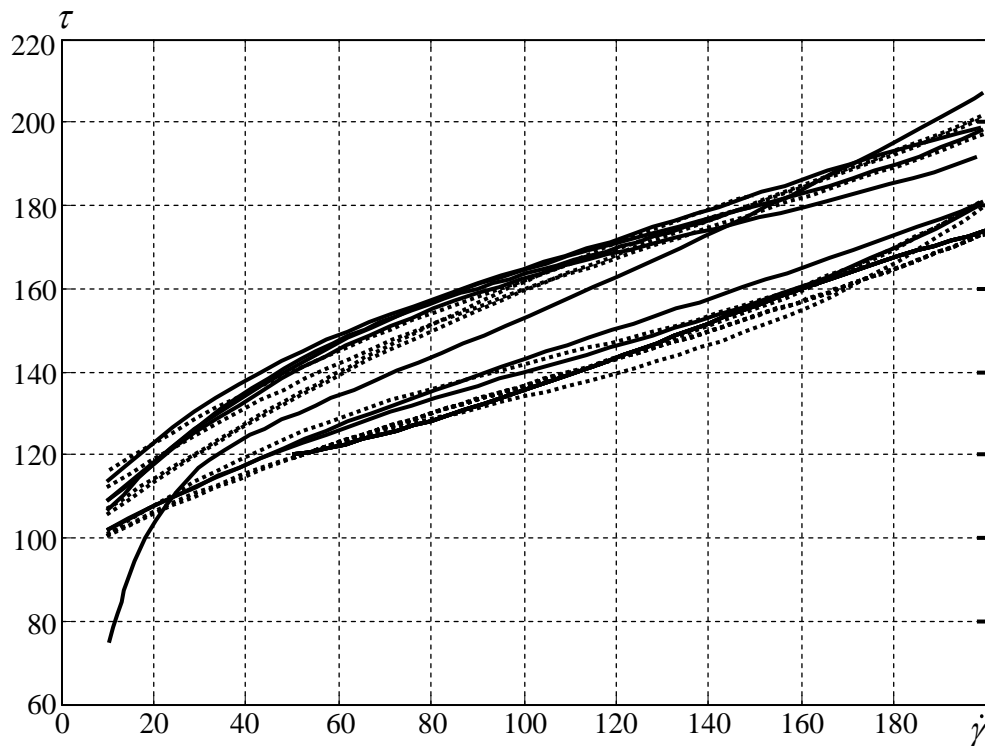


Рис. 5.12. Реконструкция непрерывной истории нагружения с использованием кинематического уравнения (5.2)

Таблица 5.1

Параметры математической модели течения

Номер цикла	Номер КТ	Степень полинома	Параметр m	Параметр k
1	1	8	2	2
	2	4	3	3
2	3	5	3	3
	4	4	3	3
3	5	4	5	5
	6	4	3	3
4	7	4	5	5
	8	4	3	3
5	9	5	4	4
	10	4	3	3
6	11	4	3	3
	12	4	3	3
7	13	4	3	3
	14	4	3	3
8	15	4	3	3
	16	4	3	3

Таблица 5.2

Интервалы изменения скорости сдвига $\dot{\gamma}$ [1/с]

№ п/п	Минимальные значения	Максимальные значения
1	10	199.5
2	9.9	198.7
3	10.08	198
4	10.07	199.5
5	10.02	148.9
6	10	199.4
7	10	198.6
8	10.4	199.4
9	50.02	199.8
10	50.02	199.8
11	50.02	199.8
12	50.02	199.8

Таблица 5.3
Интервалы изменения скорости сдвига $\dot{\gamma}$ [1/c]

№ п/п	Минимальные значения	Максимальные значения
1	10	170
2	10	160
3	15	190
4	5	140
5	9	160
6	10	140
7	14	170
8	40	160
9	50	170
10	40	130
11	30	120
12	30	120

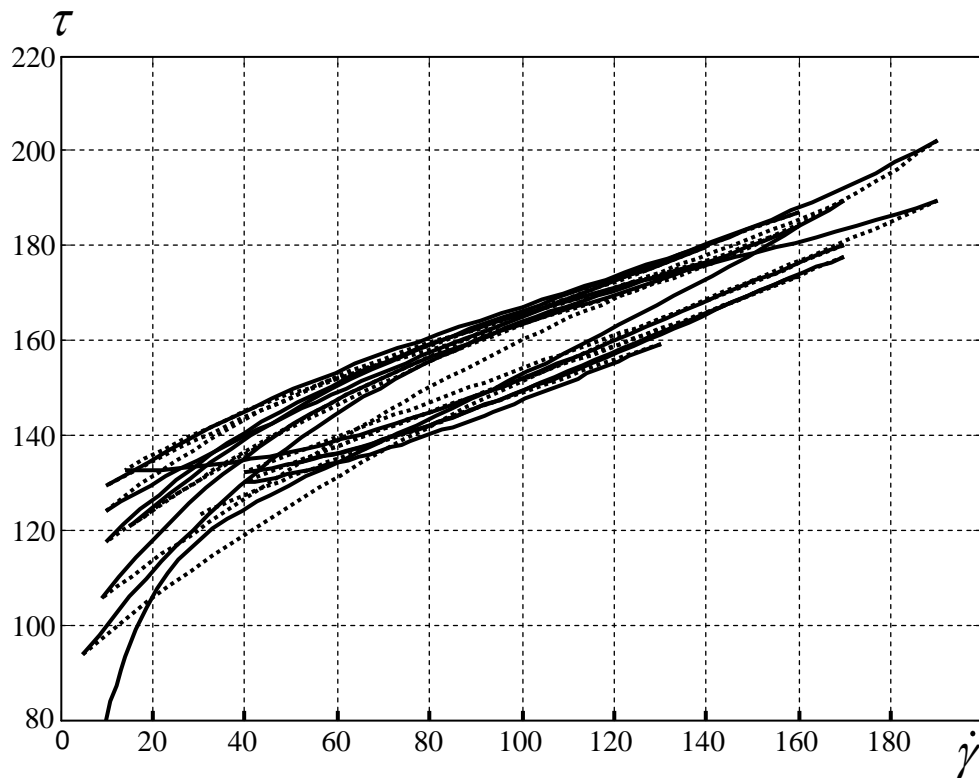


Рис. 4.13. Моделирование процесса течения при циклическом нагружении в соответствии с табл. 5.3

Уравнение (5.2) может быть введено в общую систему уравнений, описывающих динамику механической системы с жидкими средами со сложными реологическими свойствами. Составление таких уравнений представляет собой непростую задачу. Записываются они в дифференциальных или интегральных формулировках Эйлера или Лагранжа относительно переменных, зависящих от пространственных координат и времени.

В этой связи, использование кинематического уравнения в виде (5.2), где в левой части имеется производная по скорости сдвига, вряд ли удобно. Более рациональной формой будет запись с учётом связи

$$\frac{d\tau(\dot{\gamma})}{d\dot{\gamma}} = \frac{d\tau(\dot{\gamma})}{dt} \cdot \frac{dt}{d\dot{\gamma}},$$

которая позволяет переписать (5.2) аналогично (3.8) в виде

$$\frac{d\tau}{dt} - \frac{d^2\gamma}{dt^2} \cdot \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m C_{ij} \dot{\gamma}^{i-1} \tau^{j-1} = 0. \quad (5.15)$$

Это уравнение определяет физическую связь между скоростью изменения напряжения сдвига и ускорением сдвига.

Полная система разрешающих уравнений, включающей (5.15), является существенно нелинейной. Она может быть решена лишь с использованием различных методов дискретизации по пространственным координатам и времени.

Следует также отметить, что коэффициенты C_{ij} в (5.2) определяются методами приближения с использованием экспериментальных данных для двух кривых (ветвей) опорного цикла. Поэтому матрица $\|C_{ij}\|$ имеет два набора значений. Выбор между ними осуществляется по правилу (3.7).

Уравнения прямого и обратного процессов объединяются с использованием функции-переключателя $\text{sgn} \ddot{\gamma}$, где $\ddot{\gamma} = d\dot{\gamma}/dt$. Тогда, аналогично (3.9) вместо (5.2) с условием в виде (3.7) можно записать одно уравнение

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{\ddot{\gamma}}{2} \cdot \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m \left[(1 + \operatorname{sgn} \ddot{\gamma}) C_{ij}^+ + (1 - \operatorname{sgn} \ddot{\gamma}) C_{ij}^- \right] \dot{\gamma}^{i-1} \tau^{j-1}, \quad (5.16)$$

которым моделируются как прямой, так и обратный процессы. Уравнение (5.16) является частной формой записи уравнения Бук-Вена (1.1).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Проведены экспериментальные исследования гистерезисных процессов двух диссипативных систем – маятникового гасителя торсионно-демпферного типа и механической системы «реовискозиметр – электрореологическая среда», которые легли в основу формулировок двух феноменологических моделей гистерезиса.

2. Дана формулировка феноменологической модели гистерезиса с использованием опорных или «скелетных» кривых нагружения, которые используются в качестве криволинейной координатной сетки, позволяющей моделировать траекторию между кривыми «нагрузки-разгрузки» цикла установившихся колебаний с максимальной амплитудой.

3. Дана формулировка феноменологической модели гистерезиса на основе обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с правой частью в виде полинома от двух переменных – параметра гистерезисного процесса, зависящего от времени, и функции этого параметра с идентификацией полиномиальных коэффициентов по экспериментальным данным для объемлющего цикла установившихся колебаний.

4. Разработана математическая модель нелинейных колебаний маятникового гасителя торсионно-демпферного типа, на основе которой построен и реализован алгоритм для анализа эффективности и оптимизации конструкций маятниковых гасителей с гистерезисом энергорассеяния.

5. Получены решения задач о нестационарных колебаниях двух диссипативных систем с гистерезисом энергорассеяния – маятникового гасителя торсионно-демпферного типа и механической системы «реовискозиметр – электрореологическая среда», для которых выполнены экспериментальные исследования с целью идентификации параметров математических моделей гистерезиса.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Безлюдько Г.Я., Волохов С.А., Соломаха Р.Н.* Изменение магнитного состояния металла стальной конструкции при механических воздействиях // *Техническая диагностика и неразрушающий контроль.* – 2006. – № 3. – С.42-47.

2. *Борин Д.Ю., Михайлов В.П., Базиненков А.М.* Моделирование магнито-реологического дросселя модуля линейных сверхточных перемещений // *Вест. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Машиностроение.* 2007. № 4. С.58-71.

3. *Виноградов А.А., Данилин А.Н., Рабинский Л.Н.* Деформирование многослойных проволочных конструкций спирального типа. Математическое моделирование, примеры использования. – М.: Изд-во МАИ, 2014. – 168 с.

4. *Давиденков Н.Н.* О рассеянии энергии при вибрациях // *Журнал технической физики.* – 1938. – Т.8, № 6. – С.15-21.

5. *Данилин А.Н., Козлов К.С., Кузнецова Е.Л., Шалашилин А.Д.* Моделирование колебаний гасителей Стокбриджа с учётом гистерезиса энергорассеяния // *Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013), 22-31 мая 2013 г., Алушта – М.: Изд-во МАИ, 2013. – С. 326-328.*

6. *Данилин А.Н., Курдюмов Н.Н., Тарасов С.С., Шалашилин А.Д.* Моделирование гистерезиса энергорассеяния на примере колебаний гасителя пляски проводов ЛЭП // *Известия ТулГУ. Технические науки.* – 2014. – Вып. 6. – С.110-118.

7. *Данилин А.Н., Семенов Н.А., Шалашилин А.Д., Яновский Ю.Г., Юмашев О.Б., Карандин В.И., Рожков А.Г.* Сравнительный анализ реологических свойств биологических жидкостей человека в норме и патологии // *Тезисы докладов Всероссийской конференции «Механика*

композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред», 23–25 ноября 2010 г. Изд-во ИПРИМ РАН: Москва, 2010. – С.61.

8. Данилин А.Н., Яновский Ю.Г., Семёнов Н.А., Шалашилин А.Д. Кинематическая модель реологического поведения неньютоновских жидкостей в условиях нестационарного циклического нагружения // *Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2012. – Т.18. – № 3. – С.369-383.

9. Краев А.С., Агафонов А.В., Давыдова О.И., Нефедова Т.А., Трусова Т.А. Физико-механические характеристики электрореологической жидкости на основе наноразмерного диоксида титана // *Изв. ВУЗов. Хим. и хим. технол.* – 2007. – Т.50. – Вып. 6. – С.35-39.

10. Красносельский М.А., Покровский А.В. Системы с гистерезисом. – М.: Наука, 1983. – 271 с.

11. Лебедев А.Б. Амплитудно-зависимый дефект модуля упругости в основных моделях дислокационного гистерезиса // *Физика твердого тела*. 1999. – Т.41. – Вып.7. – С.1214-1222.

12. Мацепуро А.Д. Электрореология: исследования и приложения. – Минск: ИТМО АН БССР, 1981. – С.27-51.

13. Мишустин И.В., Мовчан А.А. Моделирование фазовых и структурных превращений в сплавах с памятью формы, происходящих под действием немонотонно меняющихся напряжений // *Известия РАН. МТТ*. – 2014. – №1. – С.37-53.

14. Мишустин И.В., Мовчан А.А. Аналог теории пластического течения для описания деформации мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы // *Известия РАН. МТТ*. – 2015. – №2. – С.78-95.

15. Нефедова Т.А., Агафонов А.В., Давыдова О.И., Краев А.С. Золь-гель синтез гибридного материала диоксид кремния / полипропиленгликоль и электрореологические характеристики его дисперсий в полидиметилсилоксане // *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2006. – Т.12. – № 3. – С.391-406.

16. *Нефедова Т.А., Агафонов А.В.* Золь-гель синтез гибридного органонеорганического нанокompозита диоксид кремния-полиэтиленимин, переходящего в мезопористое состояние при термической обработке // *Коллоид. журн.* – 2008. – Т.70. – № 1. – С.54-60.

17. *Пановко Я.Г.* Внутреннее трение при колебаниях упругих систем.– М.: Физматгиз, 1960. – 193 с.

18. *Рейнер М.* Реология. М.: Наука, 1965. 224 с.

19. *Шадров В.Г.* Межкристаллитное магнитное взаимодействие и свойства магнитных наноструктур. – Минск: Изд. Центр БГУ. 2010. – 234 с.

20. *Шалашилин А.Д., Семенов Н.А., Яновский Ю.Г.* Экспериментальное исследование реологических свойств магнитоуправляемых сред в условиях циклических нагрузок и их кинематическое моделирование // «Механика наноструктурированных материалов и систем». Тезисы докладов 2-й Всероссийской научной конференции. Москва, 17 декабря – 19 декабря 2013 г. – Москва, ИПРИМ РАН. 2013. – С. 78.

21. *Шалашилин А.Д., Семенов Н.А., Данилин А.Н.* Исследование магнитореологических свойств суспензий на основе магнетита в условиях нестационарного циклического нагружения // Тезисы докладов IV-го Всероссийского симпозиума «Механика композиционных материалов и конструкций», 4–6 декабря 2012 г. Изд-во ИПРИМ РАН, Москва. – С.83-84.

22. *Шульман З.П., Коробко Е.В., Левин М.Л.* // Электрореологические жидкости, состав и основные свойства. Препринт №4 ИТМО НАНБ. Минск: ИТМО НАНБ, 2001. – С.75.

23. *Юмашев О.Б., Шалашилин А.Д., Гусева М.А., Густова Т.А.* Исследование магнитных свойств магнетита, полученного различными способами, в зависимости от изменения температуры // Тезисы докладов Всероссийской конференции «Механика наноструктурированных материалов и систем», 13–15 декабря 2011 г. Изд-во ИПРИМ РАН: Москва. – С. 59.

24. *Яновский Ю.Г., Згаевский В.Э., Карнет Ю.Н., Образцов И.Ф.* Электрореологические жидкости. Теоретические и экспериментальные

подходы к их описанию // Физическая мезомеханика. – 2003. – Т.6. – № 6. – С.61-69.

25. *Al-Bender F., Lampaert V., Swevers J.* Modeling of dry sliding friction dynamics: from heuristic models to physically motivated models and back // Chaos. – 2004. – Vol.14. – №2. – P.446-445.

26. *Asano S.* Theory of nonlinear damping due to dislocation hysteresis // Journal of the Physical Society of Japan. – 1970. – Vol.29. – №4. – P.952-963.

27. *Astrom K.J., Canudas de Wit C.* Revisiting the LuGre friction model // IEEE Control Systems Magazine. – 2008. – Vol.28. – №6. – P.101-114.

28. *Bagshaw S.A., Prouzet E., Pinnavaia T.J.* Templating of Mesoporous Molecular Sieves by Nonionic Polyethylene Oxide Surfactants // Science. – 1995. – Vol.269. – P.1242.

29. *Barahanov N., Ortega R.* Necessary and sufficient conditions for passivity of the LuGre friction model // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2000. – Vol.45. – №4. – P.830–832.

30. *Bauer H., Cypra A., Dinkier F., Kiinne P., Roder J.* Bosch Autoteknillinen taskukirja. (Translated from the original book: Bosch Kraftfahrttechnische Taschenbuch, Robert Bosch GmbH 1991) // Gummerus Oy, Jyvaskyla, Finland. – 1993. – Vol.797.

31. *Berkovski B., Bashtovoy V.* Magnetic Fluids and Applications. – New York: Begell House Inc. Publishers, 1996. – 350 p.

32. *Bertotti G.* Hysteresis in magnetism: for physicists, materials scientists, and engineers, Ch. 2. – Boston: Elsevier, Academic Press, 1998. – 558 p.

33. *Block H., Kelly J.P., Qin A., Watson T.* Materials and mechanisms in electrorheology // Langmuir. 1990. V.6. P.6-14.

34. *Block H., Kelly J.P.* Electrorheology // J. Phys. D. – 1988. – Vol.21. – P.1661-1677.

35. *Bosch R.* Autoteknillinen taskukirja (In Finnish). Gummerus Oy 1986. 684 p. ISBN 951-9155-09-0.

36. *Bose H., Berkemeier H.-J.* Haptic device working with an electrorheological fluid // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. – 1999. – Vol.10. – P.714
37. *Bouc R.* Forced vibrations of a mechanical system with hysteresis // *Proceedings of the Fourth Conference on Nonlinear Oscillations, Prague, Czechoslovakia*. – 1967. – P.315-321.
38. *Bouc R.* Modèle mathématique d'hystérésis (A mathematical model for hysteresis) // *Acustica*. – 1971. – Vol.21. – P.16-25.
39. *Bullough W.A., Foxon M.B.* A proportionate Coulomb and viscously damped isolation system // *J. Sound Vibr.* – 1978. – Vol.56 (1). – P.35-44.
40. *Bullough W.A., Johnson A.R., Hosseini-Sianaki A., Makin J.* The Electro-Rheological Clutch: Design, Performance Characteristics and Operation // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*. – 1993. – Vol.207. – P.87.
41. *Canudas de Wit C., Olsson H., Astrom K., Lischinsky P.* A new model for control of systems with friction // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 1995. – Vol.40. – №3. – P.419-425.
42. *Chen S.M., Bullough W.A.* CFD Study of the Flow in a Radial Electrorheological Fluid Clutch // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. – 2010. – Vol.21. – P.1569.
43. *Choi H.J., Cho M.S., Kang K.K., Ahn W.S.* *Electrorheological properties of a suspension of a mesoporous molecular sieve (MCM-41)* // *Microporous and Mesoporous Materials*. – 2000. – Vol.39. – P.19.
44. *Choi S.B., Yook Ji Y., Choi M.K., Nguyen Q.H., Lee Y.-S., Han M.-S.* Speed Control of DC Motor using Electrorheological Brake System // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. – 2007. – Vol.18. – P.1191.
45. *Choi S.B., Lee D.Y.* Rotational Motion Control of a Washing Machine Using Electrorheological Clutches and Brakes // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. – 2005. – Vol.219. – P.627.

46. *Chong J.S., Christiansen E.B., Baer A.D. Rheology of Concentrated Suspensions // Journal of Applied Polymer Science. – 1971. – Vol.15. – P.2007-2021.*
47. *Dahl P.R. A solid friction model. – California: The Aerospace Corporation El Segundo, TOR-0158 (3107-18), 1968.*
48. *Dahl P.R. Solid friction damping of mechanical vibration // AIAA Journal. – 1976. – Vol.14. – №2. – P.1675-1682.*
49. *Danilin A.N., Shalashilin A.D. Hysteresis modelling of mechanical systems at nonstationary vibrations // Mathematical Problems in Engineering. – Vol.2018. – Article ID 7102796. – 15 p.*
50. *Danilin A.N., Yanovsky Yu.G., Semenov N.A., Shalashilin A.D. Kinematic model of the rheological behavior of non-Newtonian fluids in conditions of nonstationary cyclic loading // Composites: Mechanics, Computations, Applications: An International Journal. – 2012. – Vol.3. – №4. – P.1-15.*
51. *De Wit C.C., Olsson H., Astrom K.J., Lischinsky P. Dynamic friction models and control design // American Control Conference. – 1993. – P.1920-1926.*
52. *Foliente G.C. Hysteresis modelling of wood joints and structural systems // ASCE Journal of Structural Engineering. – 1995. – Vol.121. – №6. – P.1013–1022.*
53. *Freidovich L., Robertsson A., Shiriaev A., Johansson R. LuGre-model-based friction compensation // IEEE Transactions on Control Systems Technology. – 2010. – Vol.18. – №1. – P.194-200.*
54. *Gamota D.R., Filisko F.E. Dynamic mechanical studies of electrorheological materials: Moderate frequencies // J. Rheol. – 1991. – Vol.35 (3). – P.399-426.*
55. *Gavin H.P. Multi-Duct ER Dampers // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2001. – Vol.12. – P.353.*
56. *Gavin H.P. Design method for high-force electrorheological dampers // Smart Mater. Struct. – 1998. – Vol.7. – P.664.*

57. *Gong X., Xu Ya., Xuan S., Guo C., Zong L.* The investigation on the nonlinearity of plasticine-like magnetorheological material under oscillatory shear rheometry // *Journal of Rheology*. – 2012. – Vol.56. – №6. – P.1375-1391.
58. *Granato A., Lücke K.* Theory of mechanical damping due to dislocations // *Journal of Applied Physics*. – 1956. – Vol.27. – P.583-593.
59. *Hagedorn P., Gutzer U.* On the mechanical hysteresis and bending stiffness of conductors and cables // *Proceedings of the Sixth International Offshore and Polar Engineering Conference (Los Angeles)*. – 1996. – Vol.2. – P.175-181.
60. *Hao T.* Electrorheological fluids // *Adv. Mater.* – 2001. – Vol.13. – P.1847-1852.
61. *Harris J.* *Rheology and non-Newtonian flow* – New York, USA: Longman Inc., 1977. – P.28-33.
62. *Hollomon J.H., Maurer R., Seitz F.* Imperfections in Nearly Perfect Crystals (ed. by W. Shockley). – N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1952. – 502 p.
63. *Ikhouane F., Mañosa V., Rodellar J.* Dynamic properties of the hysteretic Bouc-Wen model // *Systems & Control Letters*. – 2007. – Vol.56. – P.197–205.
64. *Ikhouane F., Rodellar J.* On the hysteretic Bouc-Wen model // *Nonlinear Dynamics*. – 2005. – Vol. 42. – P.63–78.
65. *Ishii K.* Modulus change associated with amplitude-dependent internal friction in crystals // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 1983. – Vol. 52. – № 1. – P.141-148.
66. *Ismail M., Ikhouane F., Rodellar J.* The hysteresis Bouc-Wen model, a survey // *Archives of Computational Methods in Engineering*. – 2009. – Vol.16. – P.161-188.
67. *Jacobson B.O.* *Rheology and elastohydrodynamic lubrication* – Amsterdam, the Netherlands: Elsevier science publishers B.V., 1991. – P.382.
68. *Kresge C.T., Leonowicz M.E., Roth W.J., Vartuli J.C., Beck J.S.* Ordered mesoporous molecular sieves synthesized by a liquid-crystal template mechanism // *Nature*. – 1992. – Vol.359. – P.710.

69. *Krivenkov K., Ulrich S., Bruns R.* Extending the operation range of electrorheological actuators for vibration control through novel designs // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. – Vol.23 (12). – P.1323-1330.

70. *Lazan B.J.* *Damping of Materials and Members in Structural Mechanics*. – Oxford: Pergamon Press, 1968. – 317 p.

71. *Leenen R.* The modelling and identification of an hysteretic System. The wire-rope as a nonlinear shock vibration isolator. – Report DCT 2002.72 (December 2002). Department of Mechanical Engineering Eindhoven University of Technology. – 2002.

72. *Lengálová A., Pavlinek V., Sába P., Stejskal J., Kitano T., Quadrat O.* The effect of dielectric properties on the electrorheology of suspensions of silica particles coated with polyaniline // *Physica A*. – 2003. – Vol.321. – P.411.

73. *Lian K.-Y., Hung C.-Y., Chiu C.-S., Liu P.* Induction motor control with friction compensation: an approach of virtual-desired-variable synthesis // *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*. – 2005. – Vol.20. – № 5. – P.1066-1074.

74. *Lim H.T., Ahn K.H., Hong J.S., Hyun K.* Nonlinear viscoelasticity of polymer nanocomposites under large amplitude oscillatory shear flow // *J. Rheol.* 2013. – Vol. 57. – № 3. – P.767-789.

75. *Lou Z., Winkler C.B., Ervin R.D., Filisko F.E., Venhovens P.J., Johnson G.E.* *Electrorheology for smart automotive suspensions*. – Final Technical Report.

76. *Low T., Guo W.* Modelling of a three-layer piezoelectric bimorph beam with hysteresis // *IEEE Journal of Microelectromechanical Systems*. – 1995. – Vol.4. – № 4. – P.230–237.

77. *Lu K., Lan Y., Men Sh., Xu X., Zhao X., Xu S.* The dependence of particle permittivity on the shear stress of electrorheological fluids // *Intern. J. Modern Phys. B*. 2001. – Vol.15. – P.938.

78. *Marques M.* *Differential Inclusions in Nonsmooth Mechanical Problems: Shocks and Dry Friction*. – Cambridge, MA: Birkhauser, 1993. – 182 p.

79. *Masrit S.F., Kumart R., Ehrgottj R.C.* Modeling and control of an electrorheological device for structural control applications // *Smart Mater. Struct.* 1995. – Vol.4. – P.121.
80. *Mayergoyz I.D.* Mathematical models of hysteresis and their applications: 2nd edn. (Electromagnetism). – Amsterdam: Elsevier, Academic Press, 2003. – 498 p.
81. *Meyers M.A., Chawla K.K.* Mechanical behavior of materials. – Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2009. – 856 p.
82. *Mielke A.* *Analysis of energetic models for rate-independent materials* // Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Beijing, China. – 2002. – Vol.3. – P.817-828.
83. *Mielke A., Roubíček T.* A rate-independent model for inelastic behavior of shape-memory alloys // *Multiscale Modeling and Simulation.* – 2003. – Vol.1. – № 4. – P.571-597.
84. *Nagarajaiah S., Xiaohong S.* Response of base-isolated USC hospital building in Northridge earthquake // *ASCE Journal of Structural Engineering.* – 2000. – Vol.126. – № 10. – P.1177-1186.
85. *Newton I.* *Philosophiae naturales principia mathematica* // *Imprimature S. Pepys, Reg. Soc. Praeses, 5 July 1686, London, England.*
86. *Nová I., Zemánek I.* Analytical model with flexible parameters for dynamic hysteresis loops modeling // *Journal of Electrical Engineering.* – 2010. – Vol.61. – № 7. – P.46-49.
87. *Nowick A.S.* Variation of amplitude-dependent internal friction in single crystals of copper with frequency and temperature // *Physical Review.* – 1950. – Vol.80. – P.249-257.
88. *Padthe A.K., Drincic B., Oh J., Rizos D.D., Fassois S.D., Berstein D.S.* Duhem modeling of friction-induced hysteresis // *IEEE Control Systems Magazine.* – 2008. – Vol. 28. – № 5. – P.90-107.

89. *Parker S.F.H., Faunce C.A., Grundy P.J., Maylin M.G., Ludlow J.L.C., Lane R.* Preisach modeling of magnetization changes in steel // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials.* – 1995. – Vol.145. – P.51-56.
90. *Parthasarathy M., Klingenberg D.J.* Transient behavior of electrorheological fluids in shear flow // *Mater. Sci. Eng.* – 1996. – R 17. – P.57.
91. *Preisach F.* Über die magnetische Nachwirkung // *Zeitschrift für Physik.* – 1935. – P.277-302.
92. *Prouzet E., Pinnavaia T.J.* Assembly of Mesoporous Molecular Sieves Containing Wormhole Motifs by a Nonionic Surfactant Pathway: Control of Pore Size by Synthesis Temperature // *Angewandte Chemie International Edition in English.* – 1997. – Vol.36. – P.516.
93. *Read T.A.* The internal friction of single metal crystals // *Physical Review.* – 1940. – Vol.58. – № 4. – P.371-380.
94. *Read T.A.* Internal friction of single crystals of copper and zinc // *Trans. AIME.* – 1941. – Vol.143. – P.30-44.
95. *Reiner M.* Rheology: in book: *Elasticity and Plasticity* (Ed. Flügge S.). – Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag OHG, 1958. – P.434-550.
96. *Rejon L., Ponce M.A., De la Luz C., Nava R.* Effect of dielectric constant of the liquid phase of electrorheological fluids // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures.* – 1995. – Vol.6. – P.840-845.
97. *Rieger M.O.* Young measure solutions for nonconvex elastodynamics // *SIAM Journal on Mathematical Analysis.* – 2003. – Vol.34. – № 6. – P.1380-1398.
98. *Rieger M.O.* A model for hysteresis in mechanics using local minimizers of Young measures // *Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications.* – 2005. – Vol.63. – P.403-414.
99. *Rizos D., Fassois S.* Friction identification based upon the LuGre and Maxwell slip models // *IEEE Transactions on Control Systems Technology.* – 2009. – Vol.17. – № 1. – P.153-160.
100. *Rizos D., Fassois S.* Presliding friction identification based upon the Maxwell slip model structure // *Chaos.* – 2004. – Vol.14. – № 2. – P.431-445.

101. *Rosensweig R.E.* Ferrohydrodynamics. – New York: Dover Publications, Inc., 2014. – 348 p.

102. *San P.P., Ren B., Ge S.S., Lee T.H., Liu J.-K.* Adaptive neural network control of hard disk drives with hysteresis friction nonlinearity // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. – 2011. – Vol.19. – № 2. – P.351-358.

103. *Sauter D., Hagedorn P.* On the hysteresis of wire cables in Stockbridge dampers // *International Journal of Nonlinear Mechanics*. – 2002. – Vol.37. – P.1453-1459.

104. *Shirazi F.A., Mohammadpour J., Grigoriadis K.M., Song G.* Identification and control of an MR damper with stiction effect and its application in structural vibration mitigation // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. – 2012. – Vol.20. – № 5. – P.1285-1301.

105. *Shulman Z.P., Khusid B.M., Korobkov E.V., Khizhinsky E.P.* Damping of mechanical-system oscillations by a non-Newtonian fluid with electric-field dependent parameters // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 1987. – Vol.25 – P.329-346.

106. *Smith R.* Smart material systems: model development. – Philadelphia: SIAM, 2005. – 525 p.

107. *Smyth A.W., Masri S.F., Kosmatopoulos E.B., Chassiakos A.G., Caughey T.K.* Development of adaptive modeling techniques for non-linear hysteretic systems // *International Journal of Non-Linear Mechanics*. – 2002. – Vol.37. – P.1435–1451.

108. *Swevers J., Al-Bender F., Ganseman C.G., Projogo T.* An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2000. – Vol.45. – № 4. – P.675-686.

109. *Tan Y., Chang J., Tan H.* Adaptive backstepping control and friction compensation for AC servo with inertia and load uncertainties // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2003. – Vol.50. – № 5. – P.944-952.

110. *Tanev P.T., Pinnavaia T.J. A Neutral Templating Route to Mesoporous Molecular Sieves // Science. – 1995. – Vol.267. – P.865.*
111. *Tian Y., Wen S., Meng Y. Compressions of electrorheological fluids under different initial gap distances // Phys. Rev. E. – 2003. – Vol.67.*
112. *Tian Y., Yu H., Meng Y., Wen S. A Prototype of an Exercising Bicycle based on Electrorheological Fluids // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2006. – Vol.17. – P.807.*
113. *Tong Z., Sun W.X., Yang Y.R., Wang T., Liu X.X., Wang C.Y. Large amplitude oscillatory shear rheology for nonlinear viscoelasticity in Hectorite suspensions containing poly(ethylene glycol) // Polymer. – 2011. – Vol.52. – № 6. – P.1402–1409.*
114. *Torre E.D. A Preisach model for accommodation // IEEE Transactions on Magnetics. – 1994. – Vol.30. – № 5. – P.2701-2707.*
115. *Virgala I., Frankovsky' P., Kenderova M. Friction effect analysis of a DC motor // American Journal of Mechanical Engineering. – 2013. – Vol. 1. – № 1. – P.1-5.*
116. *Visintin A. Differential Models of hysteresis (Applied Mathematical Sciences). – Berlin: Springer, 1994. – 418 p.*
117. *Weiss Keith D., Carlson J. David Material aspects of electrorheological systems // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 1993. – Vol.4. – P.13-35.*
118. *Wen Y.K. Method for random vibration of hysteretic systems // Journal of the Engineering Mechanics Division. – 1976. – Vol.102 (EM2). – P.246-263.*
119. *Wen Y.K. Equivalent linearization for hysteretic systems under random excitation // Journal of Applied Mechanics. – 1980. – Vol.47. – P.150-154.*
120. *Wu X.D., Zuo S.G., Lei L., Yang X. W., Li Y. Parameter identification for a LuGre model based on steady-state tire conditions // International Journal of Automotive Technology. – 2011. – Vol.12. – № 5. – P.671–677.*

121. *Yoshioka H., Ramallo J.C., Spencer Jr. B.F.* “Smart” base isolation strategies employing magnetorheological dampers // *Journal of Engineering Mechanics.* – 2002. – Vol.128. – № 5. – P.540–551.