

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института  
механики Уральского  
отделения РАН

д.т.н. В.Б. Дементьев

«31 » 05 2016 г.



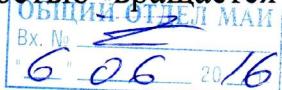
## ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Бизяева Ивана Алексеевича «Методы качественного анализа различных гидродинамических систем», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика»

Диссертационная работа посвящена актуальной задаче - исследованию гидродинамических систем возникающих в различных приложениях. **Актуальность** данных исследований определяется, прежде всего, современным развитием методов качественного анализа динамических систем, которые находят применение в гидродинамике. В представленной работе представлены теоретические исследования в таких областях гидродинамики, как динамика жидкой самогравитирующей массы, а также систем гидродинамического типа и теории вихрей.

Во **введении** представлен инструктивный исторический обзор работ, выполненных по теме диссертации.

**Первая глава** посвящена анализу фигур равновесия изолированной самогравитирующей жидкости. Рассмотрен эллипсоид вращения со стратификацией плотности и стационарным полем скоростей. В этом случае найдено совместное решение уравнений гидродинамики описывающее поле скоростей и давление. Подробно проанализирован случай гомофокальной стратификации плотности, для которой найден гравитационный потенциал. Показано, что в этом случае слои с постоянной плотностью вращаются с



собственной угловой скоростью. Кроме того, рассмотрен однородный сфероид в пространстве постоянной положительной кривизны. Показано, что в этом случае сфероид не может вращаться, как твердое тело, так как распределение угловой скорости частиц жидкости зависит от расстояния до оси симметрии.

**Во второй главе** рассмотрены системы гидродинамического типа сводящиеся, после аппроксимации Галеркина, к конечному числу степеней свободы и обладающие двумя квадратичными интегралами. Подробно исследуются случаи, в которых размерность фазового пространства равна четырем и пяти. Доказано, что в случае четырехмерного фазового пространства уравнения движения представляются в гамильтоновой форме, а их решение выражается через эллиптические функции от времени. Для пятимерного фазового пространства найден приводящий множитель после умножения на который уравнения движения представляются в гамильтоновой форме. Кроме того, указаны частные случаи в которых решение представляется в квадратурах.

**Третья глава** посвящена исследованию динамики трех вихреисточников. Указаны их относительные положения равновесия, которые являются обобщением известных относительных равновесий в задаче трех вихрей. После редукции получена приведенная система на форм-сфере, которая описывает эволюцию трех вихрей с точностью до подобия. Кроме того, выполнено исследование устойчивости равносторонней конфигурации вихрей и в зависимости от параметров системы построены различные фазовые портреты системы на форм-сфере.

**Научная новизна** исследований состоит в следующем:

Показано, что эллипсоид вращения с конфокальной стратификацией в котором каждый слой вращается с собственной угловой скоростью является фигурой равновесия. Доказано, что на внешней поверхности эллипса вращения значение угловой скорости совпадает со значением угловой скорости сфероида Маклорена. Впервые рассмотрена задача о фигурах равновесия в пространствах постоянной кривизны. В первом приближении по степеням

кривизны указано поле скоростей однородного сфEROида. Получены новые условия интегрируемости в квадратурах систем гидродинамического типа, сводящихся конечному числу степеней свободы и обладающих двумя первыми интегралами. Показано, что если размерность фазового пространства равна четырем, тогда уравнения движения представляются в гамильтоновой форме. Для пятимерного фазового пространства найден тензорный инвариант – пуассонова структура после замены времени. Получены новые результаты в задаче о движении трех вихреисточников на плоскости. Показана интегрируемость в квадратурах данной системы по теореме Эйлера-Якоби-Ли. Выполнена редукция по полям симметрий, связанных с инвариантностью системы относительно поворотов и сдвигов. Получены относительные положения равновесия трех вихреисточников, являющиеся аналогами относительных равновесий в небесной механике. Подробно исследуется устойчивость по части переменных равносторонней конфигурации. Показано, что указанная задача сводится к исследованию векторного поля на форм-сфере.

**Достоверность** полученных в диссертационной работе результатов обеспечивается использованием строго доказанных методов и теорем. Используемые математические модели имеют ясную физическую интерпретацию.

По диссертации можно сделать следующие **замечания**:

1. В первой главе при построении зависимости угловой скорости гомофокального сфEROида отсутствует обоснование выбранной функции распределения плотности.

2. Во второй главе указаны интегрируемые случаи систем гидродинамического типа. Однако, не для всех указанных интегрируемых случаев приведена гидродинамическая задача, которая в результате галеркинской аппроксимации сводится к изучению найденных интегрируемых случаев.

Отмеченные замечания не снижают ценность работы и не противоречат основным положениям и полученным результатам.

**Заключение.** Диссертация Бизяева И.А. является законченным научно-квалификационным исследованием, выполненным на высоком научном уровне с использованием современных математических методов, результаты имеют существенное значение в области исследования динамики гидродинамических систем. Полученные результаты являются новыми и строго обоснованными, полностью отражены в 4 публикациях в журналах из перечня ВАК, из которых 3 опубликованы в журналах, входящих в базу данных Web of Science, что подтверждает высокий научный уровень диссертационной работы. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Диссертационная работа «Методы качественного анализа различных гидродинамических систем» отвечает требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор, Бизяев Иван Алексеевич, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика».

Отзыв обсужден и согласован на заседании научного семинара лаборатории физико-химической механики Института механики Уральского отделения РАН, протокол № 4 от 31 мая 2016 г.

Карпов Александр Иванович

заведующий лабораторией физико-химической механики  
Института механики Уральского отделения РАН,  
д.ф.-м.н.

426067, г. Ижевск, ул. Т.Барамзиной, 34.  
Тел.: +7 (3412) 20-34-76

E-mail: karpov@udman.ru

Болкисев Андрей Александрович

научный сотрудник лаборатории физико-химической механики  
Института механики Уральского отделения РАН,  
к.ф.-м.н.

426067, г. Ижевск, ул. Т.Барамзиной, 34.  
Тел.: +7 (3412) 20-34-76  
E-mail: celsior.izh@gmail.com