

На правах рукописи

До Суань Зоань



**СТРУКТУРА СЖИМАЕМЫХ ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ КУЭТТА –
ТЭЙЛОРА**

Специальность 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

МОСКВА–2014

Работа выполнена на кафедре «Теоретической и прикладной аэрогидромеханики» факультета аэромеханики и летательной техники (ФАЛТ) Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)» (МФТИ).

Научный руководитель: **Игорь Иванович Липатов**, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН

Официальные оппоненты: **Максимов Федор Александрович**, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник института автоматизации проектирования РАН

Богданов Андрей Николаевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник института механики МГУ

Ведущая организация: Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования МГТУ им. Н.Э. Баумана

Защита состоится «20» июня 2014 года в 10 часов на заседании диссертационного совета Д 212.125.14 при ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Отзывы, заверенные печатью, просим направить по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4.

Автореферат разослан «___» _____ 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук, доцент



Гидаспов В. Ю.

Общая характеристика работы

Актуальность темы диссертации: Гидродинамическая неустойчивость проявляется во многих природных и технических процессах. Такого рода процессы важны и для понимания с позиций фундаментальной науки.

Целью работы является выявление особенностей неустойчивости сжимаемых течений Куэтта-Тэйлора. В рамках исследования были решены следующие задачи

1. Проведение асимптотического анализа при больших числах Рейнольдса течений Куэтта–Тэйлора сжимаемого газа.
2. Получение параметров подобия и построение диаграммы различных возможных режимов течения Куэтта-Тейлора.
3. Разработка системы уравнений для возмущений и получение численного решения для невозмущенного и возмущенного сжимаемого течения Куэтта-Тэйлора.
4. Разработка разных физических моделей течения Куэтта-Тэйлора.
5. Исследование влияния температуры на структуру вихрей при фиксированных числах Рейнольдса.
6. Влияние числа Рейнольдса на структуру течения при фиксированной температуре цилиндров.

Общие методы исследования. В диссертации использовались аналитические методы исследований при изучении линейных процессов устойчивости сжимаемых течений. При исследовании влияния температуры и числа Рейнольдса на структуру течения использованы численные методы.

Научная новизна

1. Впервые проведен асимптотический анализ течений Куэтта-Тэйлора сжимаемого газа при больших числах Рейнольдса. На основе теоретического анализа построена диаграмма различных возможных режимов течения Куэтта-Тейлора.
2. Получено численное решение линейных задач для определения характеристик неустойчивости возмущенного сжимаемого течения Куэтта-Тэйлора.

3. Получены численные решения нелинейных задач, описывающих возникновение вихрей Тэйлора в сжимаемом газе.

Практическая значимость и реализация результатов состоит в том, что предложенные автором подходы позволяют исследовать устойчивость течения Тэйлора-Куэтта в сжимаемом газе при различных значениях параметров.

Основные научные результаты, выносимые на защиту

1. Одним из основных итогов диссертационной работы является асимптотический анализ уравнений Навье-Стокса, описывающих течение сжимаемого газа между вращающимися цилиндрами, формулирование математических моделей для характерных режимов возмущенного течения. Определение параметров подобия и построение диаграмм режимов в условиях возникновения периодической системы вихрей.

2. Результаты численного исследования течения Куэтта-Тейлора вязкого сжимаемого газа. Анализ результатов для разных температур поверхностей и угловых скоростей цилиндров. Исследование влияния данных параметров на плотность и структуру вихрей в течении. Выявление немонотонных зависимостей числа вихрей (или размеров вихрей в окружном направлении) от числа Рейнольдса и от температуры поверхности внешнего цилиндра.

Достоверность результатов

Достоверность результатов подтверждается проведением одновременно численных и аналитических исследований и совпадением в тех случаях, где это возможно численных и аналитических результатов

Апробация работы: Материалы работы докладывались на следующих научно-технических конференциях:

- *Липатов М.И., До С.З.* Структура сжимаемых вихревых течений Куэтта –Тэйлора // 55-я научная конференция МФТИ, 2012.
- *До С.З, Липатов М.И.* Влияние характерных параметров на структуру вихрей в течении Куэтта-Тэйлора сжимаемого газа // 56-я научная конференция МФТИ, 2013.
- *M.I. Lipatov, Do X.D.* Stability of compressible Taylor-Couette flow. 18-th International Couette-Taylor Workshop. University of Twente, Netherlands // 24-26 June, 2013.

Публикации. По результатам научных исследований в рамках диссертационной работы опубликовано 5 работ, в том числе 2 статьи в периодических изданиях, включенных в перечень ВАК; 3 публикации в тезисах докладов Международных и Всероссийских конференций.

Личный вклад. Результаты получены совместно с соавтором М.И. Липатовым. Последнему принадлежит большая часть работы по постановке задачи и выбору методов. Автору диссертации принадлежит численный анализ и анализ получаемых результатов.

Структура и объём работы: Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, 2 приложений, списка использованной литературы из 275 наименований. Объём диссертации – 104 страницы, включая 26 рис., 8 таблиц.

Основное содержание работы

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе представлен обзор литературы по задаче об устойчивости течения между вращающимися соосными цилиндрами (течение Тейлора-Куэтта) и введение в комплекс - программу ANSYS CFD.

Отмечено, что в работе Доу Х. С. и др. [10] применяется теория градиента энергии для анализа течения Тейлора-Куэтта между концентрическими вращающимися цилиндрами с целью показать, что механизм неустойчивости теории Тейлора-Куэтта может получить объяснение на основе концепции градиента энергии.

В работе Д.А. Шалыбкова [6] автор предложил теоретическое изучение поведения неустойчивости течения Куэтта (т.е. первичной неустойчивости течения Тейлора-Куэтта) под влиянием таких факторов, как стратификация плотности и магнитное поле. В его работе, он привел общие уравнения, описывающие поведение системы и определяющие её стационарное состояние. Затем были приведены уравнения, описывающие устойчивость этого стационарного состояния в рамках линейного приближения. Эти уравнения удаётся решить, как правило, только с помощью численных

методов, которые являются стандартными и кратко обсуждаются при первом появлении линеаризованных уравнений. Для идеальной жидкости некоторые результаты удаётся получить аналитически.

В работе Городецкой Н.С. и других, [7] представлены результаты численного моделирования развития регулярных вихревых возмущений в пограничном слое над вогнутой поверхностью. Пограничный слой формируется на внутренней поверхности внешнего цилиндра после его остановки в круговом течении Куэтта между двумя вращающимися цилиндрами.

В 2003 г. в работе А.М. Балонишникова [8] предложил новые выражения для закона сопротивления и безразмерного момента сил для турбулентного течения Тэйлора-Куэтта, исходя из обобщенной модели локального баланса турбулентной энергии. Эти формулы содержат единственную постоянную — постоянную Кармана в случае предельно больших чисел Рейнольдса.

Далее, представлено описание программы ANSYS CFD и основных использованных в ней методов.

Во второй главе проведён асимптотический анализ при больших числах Рейнольдса течений Куэтта –Тэйлора.

На практике могут реализовываться течения как, с конечными так и большими числами Рейнольдса. Течение в первом случае описывается обычными уравнениями Навье-Стокса нелинейными или линейными в зависимости от рассматриваемых задач (описания среднего течения или исследовании устойчивости). Понятно, что для решения таких задач единственным способом является использование численных методов, основанных на использовании конечных разностей или представлениями в виде разложений в ряды.

Ситуация с рассмотрением течений при больших числах Рейнольдса приводит к появлению сингулярности в уравнениях Навье-Стокса, что требует или введения адаптивных сеток или применения асимптотических методов, например таких как метод сращиваемых асимптотических разложений или других и создания с их использованием соответствующих моделей. Такой путь ранее был применен к анализу течений открытого типа -

в пограничных слоях на искривленной поверхности в результате был выявлен целый класс решений, соответствующих различным длинам волн.

Аналогичный анализ можно провести и для течений закрытого типа (между вращающимися концентрическими цилиндрами). Аналогом толщины пограничного слоя здесь выступает расстояние между стенками. Иерархия режимов может быть построена для разных величин отношения длин волн возмущений к величине зазора.

При анализе течений с большими числами Рейнольдса возникает вопрос о сосуществовании инерционного и вязкого течений. Под вязким понимается течение, описываемое только диссипативной частью уравнений Навье-Стокса. На самом деле даже без предположения об отсутствии инерционности только принимая, условие одномерности течения можно получить описание с диссипативными членами (как в случае несжимаемой жидкости).

При преимущественном влиянии инерционных эффектов уравнения не содержат диссипативных членов вообще, поэтому обычной является схема рассмотрения задач, для которых (при любых числах Рейнольдса) на основное течение, описываемое диффузионными членами накладывается возмущение, описываемое инерционными членами. Таким образом можно исследовать линейные и нелинейные режимы.

Ситуация с большой величиной параметра (пропорционального отношению величин инерционных членов к диффузионным) приводит как и для течений открытого типа к локальным задачам, описывающим квадратные вихри с асимптотически одинаковыми размерами в направлениях y и z .

Можно показать, что возмущенное течение описывается в этом случае параболизированными уравнениями Навье-Стокса для несжимаемой жидкости с локальными термодинамическими величинами, соответствующими местоположению вихря (расположенному около одной из стенок или всплывшему).

Более интересной оказываются течения, в которых действительно сказывается влияние вязкости, а именно в таких для которых размер вихря в направлении y сравним с величиной зазора. Такого рода режимы и проанализированы в работе.

Система оценок представлена для сжимаемого течения. Оценим вначале перепад давления между стенками цилиндров, возникающий под действием центробежных сил

$$\Delta p \sim \chi d \quad (1)$$

предполагая, что скорость в окружном направлении порядка единицы, а d ширина зазора между цилиндрами.

Индукцируемая этим перепадом скорость в направлении z (предполагая, что перепад давления в радиальном направлении такой же как и в трансверсальном) оценивается следующим образом

$$w \sim \chi^{1/2} d^{1/2} . \quad (2)$$

Эта оценка, строго говоря, имеет место, если силы вязкости несущественны. Мы рассматриваем именно режимы, для которых или вязкость несущественна или граничные, для которых вязкость и инерционные силы сравнимы.

Поскольку мы ограничиваемся режимами, где от окружной координаты ничего не зависит и неустойчивость (в отличие от вихрей Тэйлора Гертлера на пластине) развивается как нестационарный процесс, то уравнение неразрывности в невырожденном виде должно содержать производные, как в радиальном направлении, так и в трансверсальном.

Тогда при заданном масштабе по z

$$\frac{w}{\lambda} \sim \frac{v}{d} \text{ или } v \sim \frac{\chi^{1/2} d^{3/2}}{\lambda} . \quad (3)$$

Оценим теперь в уравнении радиального импульса влияние вязкости

$$v \frac{v}{d} \sim \varepsilon^2 \frac{v}{d^2} \text{ или } d_v \sim \frac{\varepsilon^{4/5} \chi^{1/5}}{\lambda} . \quad (4)$$

То есть имеется такая иерархия. Если зазор и длина волны сравнимы, тогда если они совпадают с этим вязким размером получатся параболизированные уравнения Навье-Стокса, в которых вязкость работает в двух направлениях в радиальном и трансверсальном. Если эти размеры больше вязкого размера тогда у нас получаются уравнения Эйлера.

Далее если длина волны больше зазора тогда есть предельная длина волны, при которой в течении проявится влияние сил вязкости, но уже только в одном направлении радиальном. Поэтому

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial z} + \frac{\partial \rho v}{\partial r} + \rho v = 0, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \rho uv}{\partial r} + \frac{1}{r} \rho uv = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{2}{3} \left[2 \frac{\partial}{\partial z} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{r} v \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{2}{3} \left[\frac{\partial}{\partial r} \mu \left(-\frac{\partial u}{\partial z} + 2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) \right] + \mu \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right] \right\}, \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho uv}{\partial z} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} + \rho v^2 - \rho w^2 = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial z} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \mu \left[-\frac{\partial u}{\partial z} + 2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right] \right\} - \frac{2}{3} \frac{\mu}{\text{Re}} \left[-\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} + 2v \right] \end{aligned}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial (\rho uw)}{\partial z} + \frac{\partial (\rho vw)}{\partial r} + 2 \frac{1}{r} \rho vw = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \\ + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{w}{r} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right] + \frac{\mu}{\text{Re}} \left[-\frac{w}{r} + \frac{\partial w}{\partial r} \right] \end{aligned}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho u H}{\partial z} + \frac{\partial \rho v H}{\partial r} + \frac{1}{r} \rho v H = \frac{\mu}{\text{Re}} \left\{ \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \mu u \left[2 \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{r} v \right] + \right. \\ + \frac{\partial}{\partial z} \mu v \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \mu u \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \frac{2}{3} \mu v \left[-\frac{\partial u}{\partial z} + 2 \frac{\partial v}{\partial r} - v \right] + \\ + \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial z} \left[-\frac{\partial u}{\partial z} + 2 \frac{\partial v}{\partial r} - v \right] + \frac{\partial v}{\partial z} \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu u \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \\ + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu v \left(-\frac{\partial u}{\partial z} + 2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) \right] + \frac{\partial u}{\partial r} \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial r} \left[-\frac{\partial u}{\partial z} + 2 \frac{\partial v}{\partial r} - v \right] \cdot (9) \\ + \frac{1}{\text{Pr}(\gamma-1)M^2 \text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \mu \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \\ + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial z} \left[w \mu \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu w \left(-\frac{w}{r} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[\mu w \left(-\frac{w}{r} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right] \end{aligned}$$

Итак, введем следующие представления координат и функций течения

$$z = \lambda z_1, \quad r = dr_1, \quad t = d^{-1/2} t_1 \lambda$$

$$w = w_0 + \dots, \quad u = d^{1/2} u_1 + \dots, \quad v = d^{3/2} \lambda^{-1} v_1 + \dots$$

$$p = p_0 + dp_1 + \dots, \quad \rho = \rho_0 + \dots$$

Подстановка разложений в исходную систему уравнений дает

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t_1} + \frac{\partial \rho_0 u_1}{\partial z_1} + \frac{\partial \rho_0 v_1}{\partial r_1} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho_0 u_1}{\partial t_1} + \frac{\partial \rho_0 u_1^2}{\partial z_1} + \frac{\partial p_1}{\partial z_1} + \frac{\partial \rho_0 u_1 v_1}{\partial r_1} = \left\{ \frac{2}{3} \left[2 \frac{\partial}{\partial z} \Pi_1 \Pi_2 \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{2}{3} \left[\Pi_1 \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{\partial u}{\partial z} + 2 \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] \right\}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho_0 w_0}{\partial t_1} + \frac{\partial (\rho_0 u_1 w_0)}{\partial z_1} + \frac{\partial (\rho_0 v_1 w_0)}{\partial r_1} = -\Pi_1 \Pi_2 \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right] - \Pi_1 \Pi_2^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \right], \quad (12)$$

$$\left[\frac{\partial \rho_0 v_1}{\partial t_1} + \frac{\partial \rho_0 u_1 v_1}{\partial z_1} + \frac{\partial \rho_0 v_0^2}{\partial r_1} \right] \Pi_2^2 + \frac{\partial p_1}{\partial r_1} - \rho_0 w_0^2 = \Pi_1 \Pi_2 \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial z} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \Pi_2^2 \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \mu \left[-\frac{\partial u}{\partial z} + 2 \frac{\partial v}{\partial r} \right] \right\}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho u H}{\partial z} + \frac{\partial \rho v H}{\partial r} = \frac{1}{\text{Pr}(\gamma - 1) M^2} \left[\Pi_1 \Pi_2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \Pi_1 \Pi_2^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \\ + \Pi_1 \Pi_2 \frac{\partial}{\partial z} \left[w \mu \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \Pi_1 \Pi_2^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu w \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \right], \quad (14)$$

где $\Pi_1 = \frac{\varepsilon^2}{d^{3/2}}$, $\Pi_2 = \frac{d}{\lambda}$.

Полученные параметры подобия имеют простой физический смысл. Параметр Π_1 определяет отношение диффузионных эффектов к инерционным эффектам. По существу это обратная величина локального числа Рейнольдса. Параметр Π_2 определяет отношение ширины зазора к длине волны пространственных возмущений (вихрей). Напомним, что во всех случаях мы имеем дело с безразмерными параметрами.

Полученные оценки можно использовать для построения диаграммы возможных режимов. Анализируемые режимы располагаются внутри треугольника ABC. Наиболее общим, с точки зрения проявляющихся эффектов, будет режим, соответствующий точке A, где течение описывается параболизированными уравнениями Навье-Стокса. Термин «параболизированные» соответствует здесь отсутствию диссипативных членов в окружном направлении. Эти эффекты проявляются лишь в направлениях по радиусу и вдоль оси цилиндров. Соответственно параметры, находящиеся на линии AB ниже точки A соответствуют режимам, для которых вязкость уже не существенна, а длина волны вихрей совпадает по порядку величины с величиной зазора.

Линии AC соответствуют вихри, на которые влияет вязкость, а характерный размер зазора много меньше, чем длина волны.

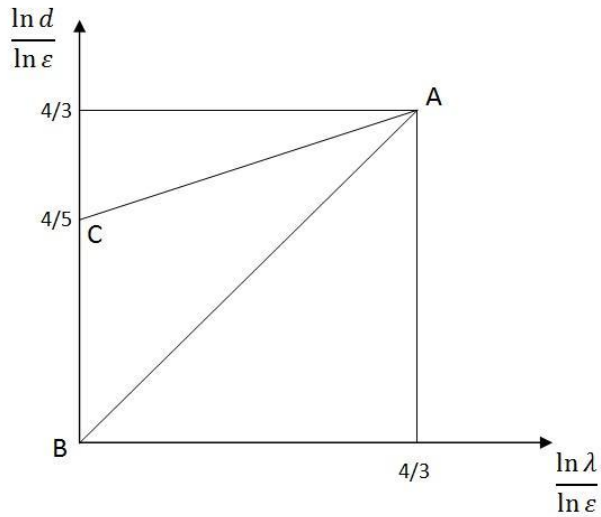


Рис 1. Диаграмма различных возможных режимов течения Куэтта-Тейлора

Решение линейной задачи для одного из режимов, описывающей развитие неустойчивости в течении между цилиндрами в условиях независимости решения от окружной координаты. Опуская полную систему уравнений для этого случая приведем окончательный вид уравнений следующего вида

$$V' = \frac{V}{ra_0^2} [-(\gamma - 1)H_0' - \frac{a_0^2}{\alpha} + w_0(\gamma - 1)(w_0' + \frac{w_0}{r})] - \frac{P\alpha}{\rho_0 ra_0^2} [1 + \frac{\lambda^2 a_0^2}{\alpha^2}] \quad (15)$$

$$P' = -V [\rho_0 \alpha + \frac{2\rho_0 w_0}{\alpha r} (w_0' + \frac{w_0}{r})] \quad (16)$$

Задача состоит в нахождении собственных решений системы уравнений с однородными граничными условиями. Дисперсионное соотношение, которому должны удовлетворять параметры, при которых существуют нетривиальные решения, имеет вид

$$\alpha = F(R_2 / R_1, b_2, H_{w1}, H_{w2}, \gamma, \sigma, \beta)$$

и может быть получено в результате численного решения уравнений для невозмущенного и возмущенного течений.

Ниже представлены некоторые численные решения. Решения получены для следующих значений параметров $b_2 = 0.5$, $H_{w1} = 1.$, $H_{w2} = 1.$, $\sigma = 0.74$, $\beta = 0.7$ для которых часть течения между цилиндрами сверхзвуковая, а часть дозвуковая. На фигурах

представлены решения для первой моды (Рис.2) и для второй моды (Рис.3) при $\lambda = 1$. Этот вариант соответствует сверхзвуковому течению около внутреннего цилиндра ($M=5.$) и дозвуковому течению около внешнего цилиндра ($M=0.71$).

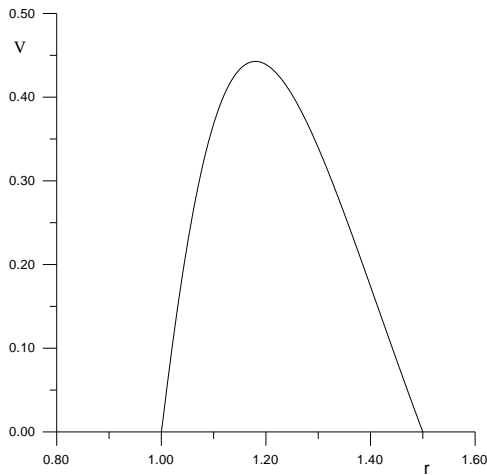


Рис. 2. Первая мода $\alpha = 0.0505$

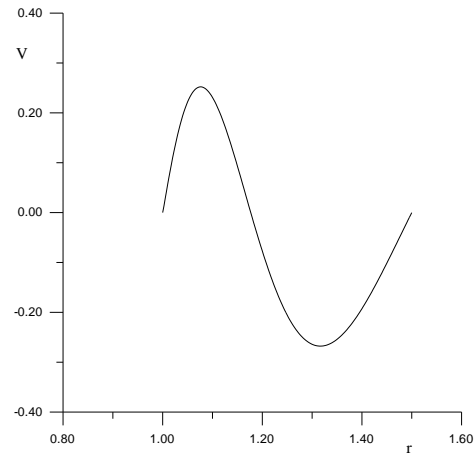


Рис. 3. Вторая мода $\alpha = 0.0252$

Следующая серия расчетов соответствует параметрам, при которых течение между цилиндрами полностью сверхзвуковое, $b_2 = 0.5$, $H_{w1} = 1.$, $H_{w2} = 0.5$, $\sigma = 0.74$, $\beta = 0.7$. На фигурах решения для первой моды (Рис 4.) и для второй моды (Рис. 5.) представлены для $\lambda = 1$. Этот вариант соответствует сверхзвуковой скорости около внутреннего цилиндра ($M=5.$) и сверхзвуковой скорости около внешнего цилиндра ($M=1.67$). Можно заключить, что увеличение числа Маха внешнего цилиндра приводит к уменьшению инкремента роста возмущений первой и второй мод.

Расчеты показали также, что инкремент роста возмущений сильно зависит от температуры цилиндров.

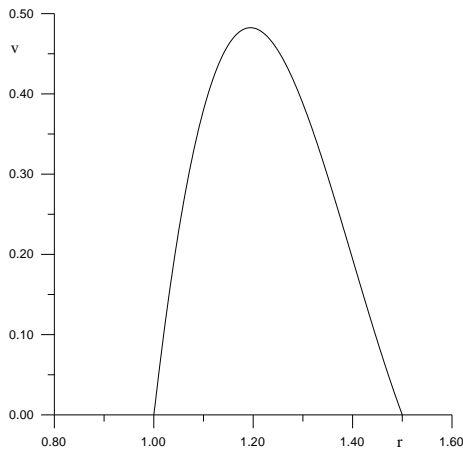


Рис. 4. Первая мода $\alpha = 0.0438$

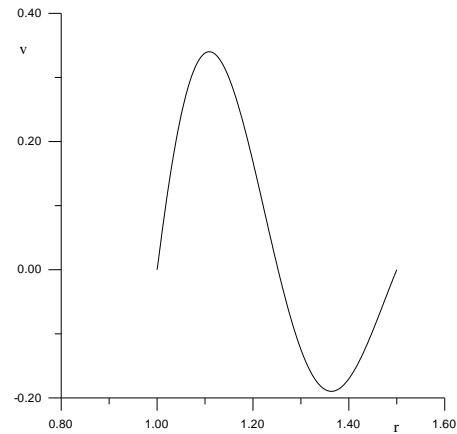


Рис. 5. Вторая мода $\alpha = 0.0225$

В третьей главе представлены результаты расчетов с применением коммерческой программы ANSYS CFX (лицензия МФТИ). Исследованы две геометрических конфигурации: первая с $h = 0.01\text{ м}$, $R_1 = 0.01\text{ м}$ и $R_2 = 0.011\text{ м}$ и вторая ($h = 0.1\text{ м}$, $R_1 = 0.100\text{ м}$ и $R_2 = 0.101\text{ м}$)

При аналитическом решении задачи рассматривается бесконечный цилиндр. Однако, при численном моделировании необходимо ограничивать длину цилиндров, соблюдая условие: $h \gg \Delta = |R_2 - R_1|$

При достаточно малых угловых скоростях цилиндров, параметры течения не зависят от угловой координаты. Поэтому достаточно рассмотреть двумерную осесимметричную задачу. В расчёте для этой первой модели рассматривался круговой сектор с углом 1° . При $R_1 \ll \Delta$, данный круговой сектор можно приближенно рассматривать как прямоугольный параллелепипед с размерами $0.001\text{ м} \times 0.01\text{ м} \times 0.01\text{ м}$ для модели I и $0.000175\text{ м} \times 0.001\text{ м} \times 0.1\text{ м}$ для модели II.

Для второй модели рассмотрено влияние температуры и числа Рейнольдса на структуру течения.

При изменении температуры внешнего цилиндра, поле скоростей остается в рассмотренном диапазоне изменения параметров стационарным. Пары вихрей образуют периодическую структуру. Плотность пар вихрей (количество пар вихрей в размере одного метра цилиндра) незначительно изменяется (см. рис. 6).

Сначала, при $\bar{T} \leq 4$ или $T_2 < 1200^\circ\text{ K}$ количество пар монотонно увеличивается с повышением температуры. После этого оно уменьшается и, наконец, стабилизируется при $\bar{T} \geq 7$ или $T_2 > 2000^\circ\text{ K}$.

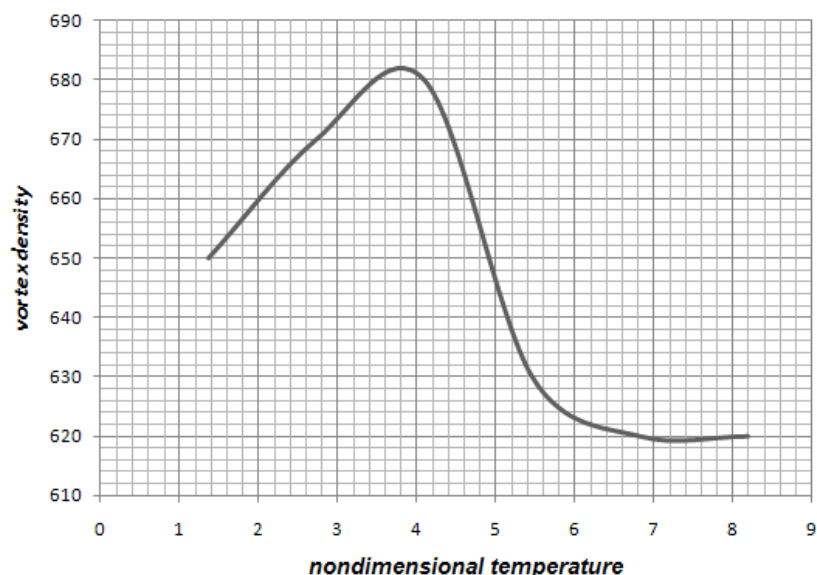


Рис. 6. Зависимость плотности пар вихрей от температуры внешнего цилиндра

Анализ полученных результатов показывает, что при изменении числа Рейнольдса от $4 \cdot 10^4$ до $4 \cdot 10^5$ (угловой скорости Ω_1 от 10 об./сек до 100 об./сек) количество пар вихрей изменяется в соответствии с кривой, показанной на рис. 7. При числе Рейнольдса $Re=41583.05$ ($\Omega_1 = 10$ об./сек) поле является стационарным и не содержит вихрей. Из рис. 7 видно, что при числе Рейнольдса $Re < 20 \cdot 10^4$ ($\Omega_1 < 50$) количество пар вихрей монотонно возрастает с увеличением числа Рейнольдса (т.е. угловой скорости). В диапазоне изменения числа Рейнольдса от $20 \cdot 10^4$ до $30 \cdot 10^4$ (т.е. $\Omega_1 \in [50, 70]$) количество вихрей быстро уменьшается при увеличении Ω_1 . После этого оно почти остается постоянным, хотя угловая скорость продолжает увеличиваться. При $\Omega_1 \geq 50$ вихри начинают нестационарный режим течения. Пары вихрей изменяют свою форму и становятся разными (см. рис. 8)

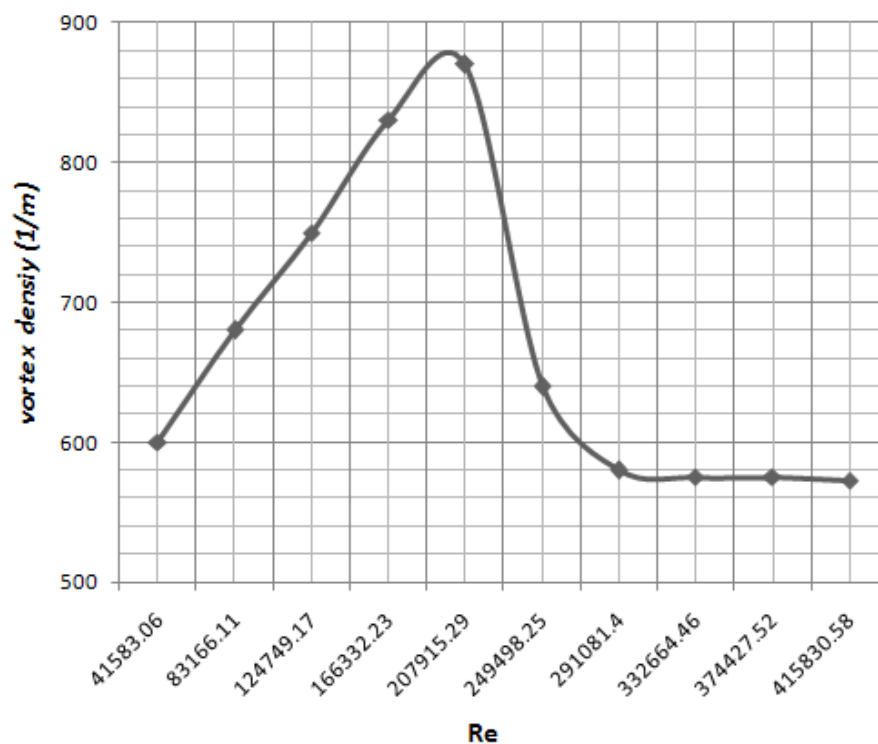


Рис. 7. Зависимость плотности пар вихрей от вращательной скорости внутреннего цилиндра

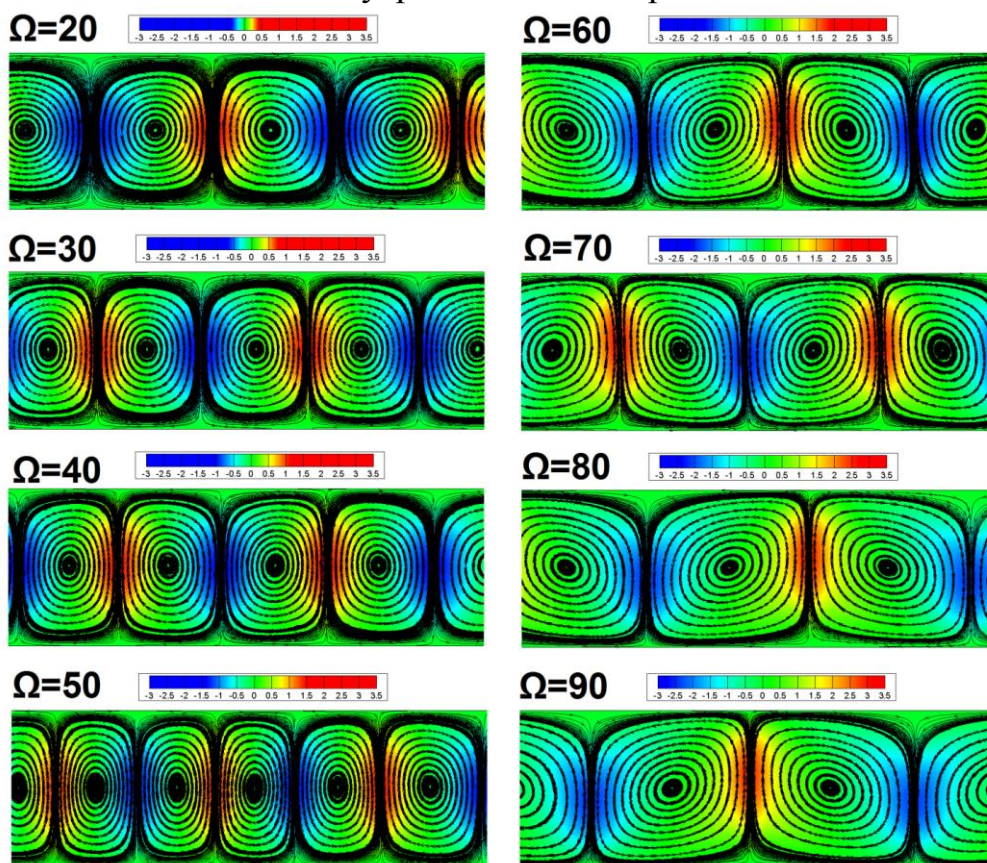


Рис. 8. Изменение поля вихрей при увеличении вращательной скорости

Основные научные результаты диссертационной работы

1. Проведение асимптотического анализа при больших числах Рейнольдса течений Куэтта–Тэйлора сжимаемого газа.
2. Получение параметров подобия и построение диаграммы различных возможных режимов течения Куэтта-Тейлора.
3. Разработка системы уравнений для возмущений и получение численного решения для невозмущенного и возмущенного сжимаемого течения Куэтта-Тэйлора.
4. Разработка разных физических моделей течения Куэтта-Тэйлора.
5. Исследование влияния температуры на структуру вихрей при фиксированных числах Рейнольдса.
6. Влияние числа Рейнольдса на структуру течения при фиксированной температуре цилиндров.

Список опубликованных работ по теме диссертации

I. В изданиях, рекомендованных перечнем ВАК:

1. *Липатов М.И., До С.З.* Структура сжимаемых вихревых течений Куэтта –Тэйлора // Труды МФТИ 2014, том 6, №1, страницы 112 –116.
2. *С.З. До, М.И. Липатов, Т.В. Фам* Влияние характерных параметров на структуру вихрей в течении Куэтта-Тэйлора сжимаемого газа // Вестник МГТУ ГА 2014, № 200 (2), страницы 126 – 133.

II. В других изданиях:

3. *Липатов М.И., До С.З.* Структура сжимаемых вихревых течений Куэтта –Тэйлора // 55-я научная конференция МФТИ. Сборник тезисов докладов. Москва. 2012.
4. *До С.З, Липатов М.И.* Влияние характерных параметров на структуру вихрей в течении Куэтта-Тэйлора сжимаемого газа // 56-я научная конференция МФТИ. Сборник тезисов докладов, Москва, 2013.
5. *M. I. Lipatov, Do X.D.* Stability of compressible Taylor-Couette flow, 18-th International Couette-Taylor Workshop, University of Twente, Netherlands // 24-26 June, 2013.

Список использованных источников

1. *Kao K.H., Chow C.Y.* Linear stability of compressible Taylor–Couette flow // *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* –V.4, V5 –P. 984–996.
2. *Боголепов В.В., Лунатов И.И.* Влияние сжимаемости на структуру вихрей Гертлера // *Механика жидкости и газа.* – 1997. – Т. 1. С. 36–47.
3. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика М.: Физматлит, 1963.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидромеханика. – М.: Наука, 1986.
5. *Richard D. Sandberg* Governing equations for a new Navier-Stokes Solver in general cylindrical coordinates //Report No. AFM-07/07, University of Southampton, 2007.
6. *Д.А. Шалыбков* Гидродинамическая и гидромагнитная устойчивость течения Куэтта // *Успехи физических наук*, том 179, №9, 2009.
7. *Н.С. Городецкая, В.И. Никишов, Л.В. Ткаченко* Численное моделирование развития вихрей тейлора-гертлера в нестационарном течении куэтта. Влияние начальной энергии возмущений // ISSN 1561-9087 Прикладная гидромеханика, 2012, том 14, N 2 С. 3-16.
8. *А.М. Балонишников* Закон сопротивления для турбулентного течения Тэйлора-Куэтта при очень больших числах Рейнольдса // *Журнал технической физики*, 2003, том 73, вып. 2.
9. *Ф.А. Максимов* Течение между вращающимися цилиндрами разной температуры // *Сборник аннотаций конференции "Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости" (НЕЗАТЕГИУС)*, Звенигород, 2014.
10. *Х.С. Доу, Б.С. Кхоо, К.С. Йео* Нестабильность течения Тэйлор- Куэтта между концентрическими вращающимися цилиндрами // *Международный журнал Наука теплота*, Том 47, № 11, С. 1422-1435.