

На правах рукописи



**Ялозо Андрей Владимирович**

**Методы одномерного,  
трехмерного и гибридного моделирования гидродинамических  
течений в инженерных гидросистемах летательных аппаратов**

Специальность 05.13.18 —  
«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Саров — 2019

Работа выполнена в Институте теоретической и математической физики Федерального государственного унитарного предприятия «Российский Федеральный Ядерный Центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики» (ИТМФ РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров).

Научный руководитель: доктор физико-математических наук  
**Козелков Андрей Сергеевич**

Официальные оппоненты: **Исаев Сергей Александрович**,  
доктор физико-математических наук,  
ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный  
университет гражданской авиации» (г. Санкт-Петербург),  
профессор кафедры механики

**Аксенов Андрей Александрович**,  
кандидат физико-математических наук,  
Инжиниринговая компания «ТЕСИС» (г. Москва),  
технический директор

Ведущая организация: Публичное акционерное общество «Авиационный  
комплекс имени С. В. Ильюшина» (г. Москва)

Защита состоится 24 апреля 2020 г. в 10 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.125.04 на базе Московского авиационного института по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского авиационного института по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4 или на сайте МАИ по ссылке: [https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT\\_ID=110597](https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=110597).

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 года.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4, отдел ученого и диссертационных советов.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 212.125.04,  
кандидат физико-математических наук



Рассказова  
Варвара Андреевна

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** В области математического моделирования инженерных гидросистем можно выделить два подхода. Первый подход – одномерное (1D) моделирование гидросистем различного назначения, оперирующее интегральными балансами потоков. Определение потерь удельной энергии (гидравлических потерь) на участках гидравлических систем при таком подходе основано на использовании эмпирических формул. Как правило, данные системы представляют собой сеть разветвленных трубопроводов сложной структуры и достаточной протяженности. Численные методы моделирования таких задач базируются на различных способах решения систем нелинейных алгебраических уравнений, основанных на законах сохранения массового баланса и импульса. Однако имеющиеся методы и алгоритмы требуют постоянного развития для обеспечения их применимости в современной автомобильной, авиационной и энергетической промышленности ввиду стремительного роста размерности и сложности построения реальных систем; возрастающей насыщенности элементами с существенно нелинейными характеристиками. Зачастую при моделировании реальных промышленных гидросистем сталкиваются с проблемами сходимости итерационного процесса. Кроме того, моделирование специализированных гидросистем часто связано с необходимостью моделирования уникальных агрегатов, численное воспроизведение алгоритмов работы которых напрямую определяет точность итогового результата. Поэтому актуальной является задача разработки методов и алгоритмов моделирования систем разветвленных трубопроводов, ориентированных на расчеты промышленных гидросистем произвольной топологии, обеспечивающих устойчивый итерационный процесс и универсальный механизм математического и алгоритмического описания произвольных гидравлических элементов.

Второй подход математического моделирования инженерных гидросистем – трехмерное (3D) моделирование турбулентных гидродинамических течений в объектах сложной геометрической конфигурации. К таким объектам относятся промышленные изделия, такие как ракеты, реакторы, турбины, корабельные установки и др. Математическое моделирование гидродинамических течений в таких изделиях осуществляется с целью точной оценки технических характеристик, учитывающих взаимодействие различных физических процессов и позволяющих максимально точно воспроизвести трехмерную картину течения. В настоящее время для решения таких задач достигнутый уровень развития вычислительной техники позволяет использовать полную трехмерную систему уравнений Навье–Стокса, что может потребовать использования сеточных моделей, содержащих миллионы расчетных ячеек, и огромного вычислительного поля, состоящего из десятков тысяч процессорных ядер. Актуальной проблемой для такого класса задач является разработка алгоритмов ускорения трехмерного моделирования гидродинамических течений и их эффективная параллельная реализация на супер-ЭВМ петафлопсного класса.

Однако существуют задачи, решение которых с применением только одного из описанных подходов является невозможным. Например, гидросистемы, содержащие элементы с неизвестными эмпирическими характеристиками либо участки, на которых важно получить детализированные по пространству результаты. Оптимальным подходом для такого класса задач является построение гибридных моделей, сочетающих в себе трехмерное численное моделирование и полуэмпирическую оценку в одномерном приближении. Такой подход позволяет получить распределение интегральных характеристик по всей системе при относительно небольших вычислительных затратах. При этом на критически важных участках сохраняется возможность получения детализированных по пространству результатов при помощи трехмерного математического моделирования.

В настоящее время существует ряд готовых инструментов моделирования одномерных течений с возможностью расчета гибридных 1D-3D моделей, которые успешно используются для решения такого класса задач. Однако в большинстве случаев в качестве исходных задач рассматриваются отдельные фрагменты либо сильно упрощенные модели

гидросистем, количество элементов в которых не превышает нескольких десятков. Для расчета гибридных моделей конечному пользователю приходится самостоятельно реализовывать интерфейсы связи между отдельными программными комплексами. Кроме того, большинство существующих программных комплексов имеют закрытую монокричную архитектуру, значительно затрудняющую адаптацию под особенности и состав оборудования конкретных гидросистем, и не являются кроссплатформенными, т.е. привязаны к определенной операционной системе. Поэтому актуальной является задача разработки отечественного кроссплатформенного программного комплекса одномерного моделирования гидросистем на основе надежных и эффективных методов и алгоритмов, обеспечивающих устойчивый итерационный процесс при моделировании систем произвольной топологии с возможностью расчета гибридных 1D-3D моделей, его верификация и внедрение для решения промышленно-ориентированных задач.

Из всех приведенных фактов вытекает актуальность исследований, выполненных в настоящей диссертации.

**Целью** данной диссертации является разработка математических методов, алгоритмов и программного комплекса для моделирования инженерных гидросистем с возможностью расчета гибридных 1D-3D моделей, а также его верификация и внедрение для решения промышленно-ориентированных задач.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Разработать методику гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах, обеспечивающую устойчивый итерационный процесс при расчете промышленных гидросистем произвольной топологии.
2. Разработать технологию ускорения трехмерного моделирования гидродинамических течений на базе многосеточного метода.
3. На основе разработанной методики реализовать кроссплатформенный программный комплекс «FlowDesigner» для моделирования инженерных гидросистем с возможностью расчета гибридных 1D-3D моделей.
4. Провести верификацию разработанных методов, алгоритмов и программ.
5. Выполнить апробацию и внедрение разработанного программного обеспечения в практическую деятельность для решения промышленно-ориентированных задач авиастроения.

**Методы исследования и степень достоверности результатов.** При выполнении работы использованы математические модели, основанные на фундаментальных законах сохранения массы, импульса и энергии в потоке жидкости или газа. Исследование разработанных методов и алгоритмов осуществляется путем сопоставления результатов моделирования с «эталонными» данными. В качестве подобных данных в некоторых случаях выступают полученные аналитические решения задач либо экспериментальные данные других авторов. Достоверность основных результатов работы подтверждена корректным использованием математического аппарата, численным моделированием, результатами верификации и практического использования разработанного программного комплекса.

**Научная новизна** диссертационной работы определяется полученными оригинальными результатами, которые подтверждены серией вычислительных экспериментов и получением новых научных результатов при моделировании инженерных гидросистем:

- Разработана методика гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений, основанная на итерационной процедуре обмена общими граничными условиями между разномасштабными областями с учетом восстановления картины развитого течения в трехмерной области.
- Впервые предложен и реализован алгоритм «каскадного сбора глобального уровня» многосеточного решателя СЛАНУ, позволяющий ускорить трехмерное моделирование гидродинамических течений в высокопараллельном режиме.

- Разработаны полуэмпирические математические модели гидравлических элементов, составляющих топливные системы маневренных самолетов.
- Составлен минимальный базис задач верификации и приведены результаты верификации разработанных методов и алгоритмов.

**Практическая значимость.** Разработанный программный комплекс «FlowDesigner» [23; 27] для моделирования инженерных гидросистем [6–10; 19–21] введен в опытную эксплуатацию в ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого», что подтверждается актом № 1/04/01/4 от 12.04.2019 г. В частности, с помощью данного программного комплекса были проведены расчетные исследования как отдельных подсистем, так и полномасштабных моделей топливных систем объектов СУ-57 и Охотник-Б на различных режимах полета. Полученные результаты хорошо согласуются с имеющимися в ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» аналитическими и экспериментальными данными. Имеющиеся функциональные возможности позволяют успешно применять программный комплекс «FlowDesigner» для имитационного моделирования работы топливных систем самолетов. Планируется его дальнейшее использование при разработке перспективных образцов летательных аппаратов, разрабатываемых ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого».

Представленный в диссертации многосеточный метод решения СЛАУ с использованием алгоритма «каскадного сбора глобального уровня» [5; 13; 15–17] может быть применен для ускорения трехмерного моделирования процессов гидродинамики. Непосредственно автором данный метод был реализован в пакете программ «ЛОГОС» (далее – ПП ЛОГОС) [24–26; 28] – отечественном программном обеспечении для инженерного анализа [1–3; 11; 12; 14]. Уже в настоящее время ПП ЛОГОС используется более чем на 20 предприятиях России для решения промышленных задач таких отраслей промышленности как авиационная, атомная энергетика, ракетно-космическая отрасль, автомобилестроение, судостроение и др.

Полученные результаты использовались в следующих российских промышленных и исследовательских проектах:

- совместный проект ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» и филиала ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» по договору №4808-5-96/2014 от 30.07.2014 «Численное исследование причин кавитации (УПВК) в линиях всасывания насосов гидросистем самолетов типа СУ 30МКИ и 10В»;
- РФФИ проект офи\_м, № 13-0712079: «Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач газо- и гидродинамики в промышленных приложениях», и проект №16-01-00267 «Развитие вычислительных технологий, направленных на решение фундаментальных задач и прогнозирование последствий астероидно-кометного воздействия на водную среду (2016-2018 гг.)»;
- ГК 14.514.12.0002 с Министерством образования РФ: «Численное исследование нестационарных отрывных турбулентных течений и генерируемых ими акустических полей для нужд авиационной промышленности»;
- проект «Развитие суперкомпьютеров и грид-технологий» (2010-2012 гг.), одобренный на заседании Комиссии при Президенте Российской Федерации по модернизации и технологическому развитию экономики;
- федеральная целевая программа «Ядерные энерготехнологии нового поколения на период 2010-2015 годов и на перспективу до 2020 года»;
- проект «Разработка отечественного программного обеспечения», утвержденный постановлением Правительства Российской Федерации №993 от 30.09.2016.
- задание № 5.5176.2017/8.9 в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности.

Данные проекты выполнялись при активном участии диссертанта. Диссертационная работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской

Федерации по государственной поддержке научных исследований молодых российских ученых-докторов наук МД-4874.2018.9. Разделы 1.2, 1.3 и 3.3 диссертационного исследования выполнены в рамках Соглашения 14.577.21.0268 от 26.09.2017, финансируемого Министерством науки и высшего образования РФ (уникальный идентификатор проекта RFMEFI57717X0268).

**Апробация работы.** Основные результаты диссертации были представлены на всероссийских и международных конференциях, таких как: XXV Международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии. ИСТ-2019» (г. Нижний Новгород, 2019 г.), Международная научно-техническая конференция «International Conference on Aerospace System Science and Engineering 2018», (г. Москва, 2018 г.), Шестой национальный суперкомпьютерный форум (г. Переславль-Залесский, 2017 г.), Первая Всероссийская Конференция с международным участием «Цифровые средства производства инженерного анализа» (г. Тула, 2017 г.), Всероссийская молодежная научно-инновационная школа «Математика и математическое моделирование» (г. Саров, 2010 г., 2017 г.), Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование» (г. Саров, 2012 г., 2014 г., 2016 г.), Всероссийская конференция «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов для решения задач математической физики» (п. Абрау-Дюрсо, 2016 г.), конференция «XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики» (г. Казань, 2015 г.), Международная конференция, посвященная 90-летию со дня рождения академика Г.И. Марчука (г. Новосибирск, 2015 г.), научно-техническая конференция «Молодежь в науке» (г. Саров, 2012 г., 2014 г.), Третий национальный суперкомпьютерный форум (г. Переславль-Залесский, 2014 г.), «Суперкомпьютерные технологии в промышленности» (ФГУП «Крыловский государственный научный центр», г. Санкт-Петербург 2014 г.), а также на совместных семинарах Института теоретической и математической физики ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» и ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

**Личный вклад.** Научным руководителем сформулирована задача диссертационного исследования. Совместно с научным руководителем сформулированы цели диссертационного исследования. Под руководством научного руководителя разработана методика гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах. На основе разработанной методики при определяющем участии автора разработан программный комплекс «FlowDesigner» одномерного моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах с возможностью совместного с ПП ЛОГОС расчета гибридных 1D-3D моделей. Автором лично разработан и реализован в рамках ПП ЛОГОС многосеточный метод решения СЛАУ с использованием алгоритма «каскадного сбора глобального уровня» для ускорения трехмерного моделирования гидродинамических течений в высокопараллельном режиме. С соавторами проведена верификация и адаптация разработанного программного обеспечения для решения промышленно-ориентированных задач авиастроения.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 28 публикациях, в том числе: 9 статей в журналах, включенных в список ВАК (7 из которых входят в индекс цитирования SCOPUS и/или Web of Science), 12 работ в трудах конференций, 6 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и двух приложений. Полный объем диссертации составляет 153 страницы, включая 82 рисунка и 11 таблиц. Список литературы содержит 106 наименований.

## Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

**Первая глава** посвящена методике гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах. Оптимальным подходом при проведении численных расчетов различных видов инженерных гидросистем, содержащих одновременно сеть разветвленных трубопроводов достаточной протяженности и элементы со сложной геометрической конфигурацией является гибридное 1D-3D моделирование. При таком подходе задача целиком решается в одномерном приближении, при этом выделяются один или несколько участков, гидродинамические характеристики которых оцениваются с помощью методов трехмерного численного моделирования.

В **параграфе 1.1** представлен метод одномерного моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах. Основная идея предлагаемого метода состоит в представлении гидросистемы в виде набора соединенных между собой гидравлических элементов. Каждый элемент описывается набором уравнений, основанных на законах сохранения и его эмпирических характеристиках, относительно объемных расходов  $Q_i$  и давлений  $P_i$  на каждом из его входов/выходов. Линеаризация получающихся уравнений осуществляется методом простых итераций. Для обеспечения лучшей сходимости итерационного процесса, в отличие от уже существующих подходов, предлагается решать общую систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для  $Q_i$  и  $P_i$ :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ P_1 \\ \vdots \\ Q_n \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_{2n} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Предполагается что в системе (1) количество уравнений совпадает с числом неизвестных и следовательно она является квадратной. Количество уравнений, которыми должен быть описана математическая модель каждого элемента, будет зависеть от количества его входов и определяется следующим утверждением.

**Утверждение.** *Для того чтобы система линейных алгебраических уравнений (1) являлась квадратной, необходимо чтобы каждый  $i$ -й гидравлический элемент описывался набором из  $p_i$  линейно независимых уравнений, где  $p_i$  – число гидравлических входов  $i$ -го элемента.*

Пусть гидросистема состоит из элементов, имеющих общее количество выходов  $p$ . Для такой системы СЛАУ (1) будет содержать  $2 \cdot p$  неизвестных. Каждый  $j$ -й узел гидросистемы соединяет между собой  $k_j \geq 2$  входов гидравлических элементов. Исходя из предложенного метода, для каждого из узлов будет записано одно уравнение, являющееся следствием закона неразрывности, и  $k_j - 1$  уравнений, требующих равенства давлений на входах соседних элементов. В сумме для всех узлов системы будет записано  $\sum_{j=1}^n 1 + (k_j - 1) = \sum_{j=1}^n k_j$  линейно независимых уравнений, где  $n$  – число узлов гидросистемы. Рассматривая замкнутую гидросистему (все выходы гидравлических элементов соединены с каким-либо из узлов системы) имеем  $\sum_{i=1}^n k_i = p$ . Поскольку СЛАУ (1) содержит  $2 \cdot p$  неизвестных, для того чтобы система являлась квадратной и

содержала  $2 \cdot p$  уравнений, оставшиеся гидравлические элементы должны дополнить данную СЛАУ  $2 \cdot p - p$  уравнениями. Таким образом все гидравлические элементы схемы, имеющие  $p$  входов должны дополнить СЛАУ (1)  $p$  уравнениями. Утверждение доказано.

В итоге решение стационарной задачи потокораспределения в гидросистеме сводится к итерационному решению серии СЛАУ с разреженной матрицей общего вида:

$$\begin{cases} Q_i^{(k+1)} = \alpha_q \cdot Q_i^{(k)} + (1 - \alpha_q) \cdot Q_i^{(k-1)}, & \alpha_q \in (0,1) \\ P_i^{(k+1)} = \alpha_p \cdot P_i^{(k)} + (1 - \alpha_p) \cdot P_i^{(k-1)}, & \alpha_p \in (0,1) \end{cases}, \quad (2)$$

где  $k = 1, 2, \dots$  – номер итерации,  $\alpha_q$  – коэффициент релаксации для  $Q_i$ ,  $\alpha_p$  – коэффициент релаксации для  $P_i$ .

В случае нестационарной задачи, решение на каждом временном шаге также сводится к решению серии СЛАУ (1). За счет обеспечения неявной связи расходов и давлений количество итераций до заданного уровня сходимости меньше, чем при отдельном нахождении расхода и давления. Это важно для систем, содержащих большое количество разнородных элементов с существенно нелинейными характеристиками. Наличие в схеме таких элементов может приводить к недоопределенной, либо переопределенной СЛАУ. Для численного решения итоговой СЛАУ используется модифицированный метод Гаусса с выделением главного элемента. Предложенный численный метод решения СЛАУ позволяет найти единственное решение недоопределенных СЛАУ и однозначно выявить случаи, при которых СЛАУ является несовместной.

Далее в параграфе описаны математические модели основных типов конструктивных элементов, составляющих гидросистемы, и, в рамках изложенного метода, представлен пример расчета простейшей гидросистемы.

В **параграфе 1.2** представлено краткое описание метода моделирования трехмерных течений в задачах гидродинамики с использованием алгоритма SIMPLE.

Нестационарное течение вязкого теплопроводного газа в трехмерном приближении описывается системой уравнений Навье–Стокса, включающей в себя уравнения неразрывности, сохранения импульса и сохранения энергии. Консервативная форма уравнений Навье–Стокса в декартовой системе координат будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \\ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i H) = \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i \tau_{ij} - q_j) \end{cases}, \quad (3)$$

где  $t$  – время,  $\rho$  – плотность,  $u_i = \{u, v, w\}$  – скорость,  $E$  – удельная полная энергия газа,  $H$  – удельная полная энтальпия газа.

В случае рассмотрения течения несжимаемой жидкости плотность транспортируемой среды  $\rho$  является постоянной величиной и система (3) существенно упрощается. Уравнение сохранения энергии можно решать независимо от уравнений неразрывности и сохранения импульса, рассматривая его как уравнение переноса пассивного скаляра. В таком случае итоговая система, описывающая течение вязкой несжимаемой жидкости, будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i) = 0 \\ \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \\ \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i T) = \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i \tau_{ij} - q_j) \end{cases}. \quad (4)$$

Одним из наиболее распространенных и универсальных методов для обеспечения связи полей давления и скорости является использование итерационного алгоритма



SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations)<sup>1</sup>. Его суть заключается в расщеплении величин скорости и давления и последующем их согласовании по ходу итерационного процесса. Такое расщепление позволяет обеспечить связь давления и скорости с помощью нахождения поля давления, удовлетворяющего уравнению неразрывности, что приводит к решению уравнения Пуассона для давления.

Описанный в данной главе алгоритм SIMPLE лежит в основе модуля расчета гидродинамических течений отечественного пакета программ инженерного анализа ЛОГОС, одним из основных разработчиков которого является диссертант [1–3; 5; 11–17]. Применение метода SIMPLE к решению СЛАУ относительно поправки давления порождает симметричную матрицу, которая не имеет строгого диагонального преобладания и, как правило, плохо обусловлена, требуя больших ресурсов для своего решения. Поэтому для ускорения расчетов трехмерных моделей в рамках ПП ЛОГОС при решении СЛАУ предлагается использовать многосеточный метод, более подробное описание которого приведено в главе 2.

В **параграфе 1.3** изложен метод и алгоритм расчета гибридных 1D-3D моделей с учетом восстановления картины развитого течения в трехмерной области. При проведении гибридного расчета вся система в целом представляется в виде одномерной области  $\Omega_{1D}$ , гидродинамика которой описывается методом, представленным в § 1.1. При этом выделяется одна или несколько областей  $\Omega_{3D}^i$  в которых важно получить детализированные результаты. В объеме  $\Omega_{3D}$  решаются уравнения Навье–Стокса, как это описано в § 1.2. Связь одномерной и трехмерной моделей основывается на организации обменов граничными условиями между разномасштабными областями по ходу проведения расчета. При моделировании трехмерной области  $\Omega_{3D}^i$ , в качестве граничных условий задаются значения массового расхода  $G_{in}$  на входе и полного давления  $P_{out}$  на выходе, рассчитанные в одномерной области. Из трехмерной в одномерную область передается значение перепада давления  $\Delta P = P_{in} - P_{out}$ , где  $P_{in} = \frac{\int \Gamma_{in} p ds}{|\Gamma_{in}|}$  – полное давление, усредненное по сечению трехмерной области (рис. 1).

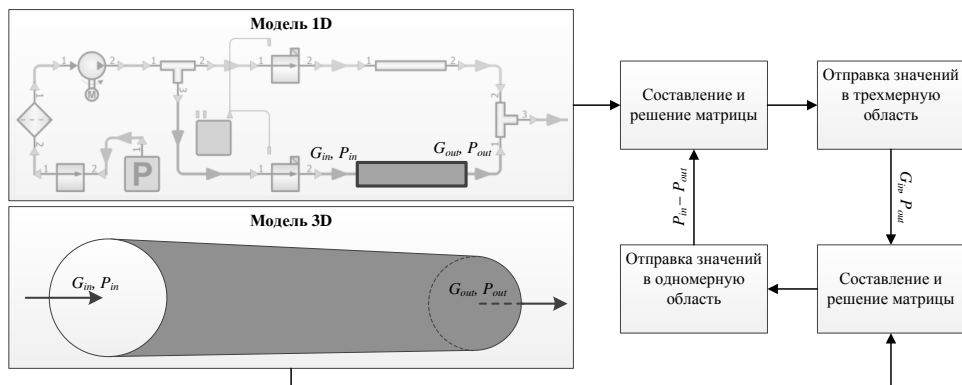


Рис. 1 – Алгоритм расчета гибридных 1D-3D моделей

На входной границе трехмерной расчетной области фиксируется интегральная величина – массовый расход, при этом профиль скорости и турбулентных параметров из

<sup>1</sup>Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей в двух томах. М. : Мир, 1991.

1D расчета неизвестны. Проблему неизвестного распределения величин можно решить, приняв допущение, что в трехмерную область всегда входит полностью развитый поток: развитый профиль скорости и турбулентных параметров. Для этого на входе трехмерной области необходимо обеспечить соблюдение заданного массовый расхода  $G_{def}$ , и равенства нулю производных скорости и турбулентных параметров по направлению нормали к границе:  $\frac{\partial u_i}{\partial n} = 0$ ,  $\frac{\partial k}{\partial n} = 0$ ,  $\frac{\partial \omega}{\partial n} = 0$ . Далее в параграфе описывается алгоритм, применение которого при итеративной процедуре получения решения обеспечит выполнение данных условий и, как следствие, полностью развитый поток на входе в трехмерную область.

Непосредственно диссертантом на основе предложенного метода была реализована возможность расчета гибридных 1D-3D моделей в рамках программного комплекса «FlowDesigner» и ПП ЛОГОС с использованием удаленной супер-ЭВМ для моделирования трехмерных областей в многопроцессорном режиме. При этом программный комплекс «FlowDesigner» может функционировать на обычной рабочей станции пользователя, имеющей связь с удаленной супер-ЭВМ по протоколу TCP/IP.

**Вторая глава** посвящена вопросу ускорения расчетов в трехмерной постановке с использованием многосеточных технологий. Как правило, при проведении гибридных 1D-3D расчетов физическое время моделирования областей в трехмерной постановке во много раз превосходит время, необходимое для расчета области в одномерной постановке. Поэтому, для достижения максимальной эффективности и сокращения общего времени гибридных расчетов, задача по ускорению моделирования трехмерных областей становится особенно актуальной.

В **параграфе 2.1** представлен краткий обзор применения многосеточных технологий для повышения эффективности вычислительного алгоритма моделирования трехмерных областей.

**Параграф 2.2** посвящен особенностям параллельной реализации многосеточного метода на произвольных неструктурированных сетках. При построении иерархии грубых уровней алгебраическим многосеточным методом в параллельном режиме на ЭВМ с распределенной памятью, огрубление происходит независимо на каждом MPI-процессе. Фиктивные ячейки огрубляются в соответствии с огрублением их действительных прообразов на соответствующих процессах. При таком подходе огрубление останавливается в случае, если на каждом процессе осталось по одной действительной ячейке. На грубых уровнях, где размерность матриц невелика, время, затрачиваемое на межпроцессорные обмены, из-за латентности коммуникационной среды начинает многократно превосходить время, затрачиваемое на вычисления. Одним из решений данных проблем является формирования матрицы глобального уровня на одном процессе и дальнейшее продолжение работы многосеточного метода в последовательном режиме. Однако использование последовательного алгоритма построения глобального уровня негативно сказывается на общей масштабируемости решателя СЛАУ при использовании большого количества процессов [1; 3; 5], поскольку все процессы, начиная от момента отправки своего грубого уровня на основной процесс и до окончания решения им скалярной СЛАУ, простаивают.

В **параграфе 2.3** описан алгоритм «каскадного сбора глобального уровня», предложенный диссертантом для ускорения многосеточного метода на высокопараллельных вычислительных системах, заключающийся в параллельной работе уменьшающегося числа процессов и схематично представленный на рисунке 2.

Теоретические оценки ускорения  $S_p$  и эффективности  $E_p$  предложенного алгоритма без учета времени межпроцессорных обменов с использованием  $n$  процессоров могут быть вычислены по формулам:

$$S_p = \frac{n-1}{\log_2 n}, \quad E_p = \frac{n-1}{p \log_2 n}. \quad (5)$$

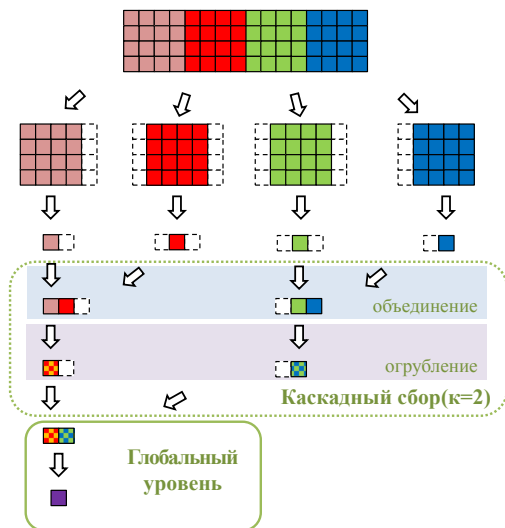


Рис. 2 — Каскадная схема алгоритма построения глобального уровня

Анализируя формулу (5) можно отметить, что с ростом числа процессоров эффективность их использования уменьшается:  $\lim_{n \rightarrow \infty} E_p \rightarrow \infty$ . Получение асимптотически ненулевой эффективности можно достичь, например, проводя объединение не пары, а  $k > 2$  матриц на одном процессоре.

Основным преимуществом предложенного подхода является лучшая масштабируемость. При этом фактически снимается ограничение на максимальный размер решаемой задачи из-за возможной нехватки памяти процесса, на котором производится формирование глобального уровня. Кроме того, увеличивается скорость построения глобального уровня, поскольку его составные части формируются и огрубляются независимо друг от друга.

В параграфе 2.4 приведены результаты верификации и исследования эффективности многосеточного метода с использованием алгоритма «каскадного сбора глобального уровня», реализованного диссертантом в рамках ПП ЛОГОС на серии численных экспериментов.

На рисунке 3 приведены графики общего времени и пиковое потребление памяти при решении задач различной размерности (от 14 миллионов до 1 миллиарда расчетных ячеек), при одинаковом количестве счетных ячеек на процесс, равном 60 тыс. Данное число расчетных ячеек установлено экспериментально и является оптимальным по соотношению ускорения и эффективности для текущей реализации многосеточного метода в рамках ПП ЛОГОС. Результаты приводятся для последовательной и каскадной версий алгоритма построения глобального уровня.

По результатам приведенных в данном параграфе численных экспериментов можно сделать вывод, что алгоритм каскадного сбора позволяет значительно ускорить общее время решения задачи, и основное его преимущество начинает проявляться с увеличением используемого процессорного поля (рисунок 3а). Процедура каскадного сбора позволяет снять ограничение на максимально возможный размер решаемой многосеточным методом СЛАУ из-за возрастающего пикового потребления памяти процессом, на котором выполняется последовательная процедура построения глобального уровня (рисунок 3б). Показано, что многосеточный метод с использованием алгоритма

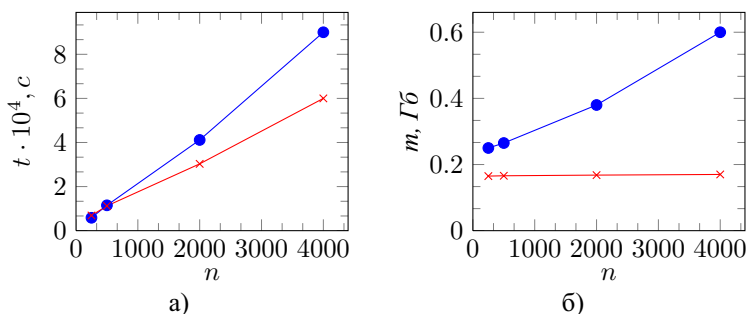


Рис. 3 — Общее время  $t$  и пик потребления памяти  $m$  при решении задач с использованием  $n$  процессов в случае последовательной (—●—) и каскадной версии (—×—) алгоритма глобального уровня

«каскадного сбора глобального уровня» при использовании большого процессорного поля (1500 процессоров) позволяет до 10 раз ускорить время решения СЛАУ по сравнению с известной внешней реализацией многосеточного метода с открытым исходным кодом BoomerAMG<sup>2</sup>, в котором процедура построения глобального уровня не реализована.

**Третья глава** посвящена описанию разработанного программного комплекса «FlowDesigner», основанного на методике, представленной в первой главе, и предназначенного для моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах с возможностью расчета гибридных 1D-3D моделей. Диссертант является основным разработчиком данного программного комплекса [6–10; 19–21].

В **параграфе 3.1** описаны основные элементы графического интерфейса разработанного программного комплекса. Программный комплекс «FlowDesigner» позволяет создавать в интерактивном режиме модель гидросистемы из набора конструктивных элементов и выполнять математическое моделирование ее работы. В текущей версии программного комплекса заложен основной необходимый инструментарий для создания структурной схемы системы разветвленных трубопроводов, задания начальных данных составляющих ее конструктивных элементов и проведения расчета. По составу конструктивных элементов программный комплекс полностью адаптирован для моделирования работы топливных систем маневренных самолетов.

**Параграф 3.2** посвящен особенностям программной реализации «FlowDesigner». Особое внимание при проектировании структуры было уделено простоте добавления в программу новых конструктивных элементов. Предусмотрен механизм, когда каждый отдельный конструктивный элемент может быть реализован независимым разработчиком в рамках отдельных модулей – динамически подключаемых библиотек.

Также в данном параграфе описан подход к моделированию логических управляющих подсистем, позволяющий совместно моделировать гидравлические и логические гидросистем (и, как частный случай, логических систем – электрические цепи).

В **параграфе 2.3** представлены результаты верификации программного комплекса «FlowDesigner» на примере типичных задач, возникающих при моделировании инженерных гидросистем. Расчет трехмерных областей гибридных 1D-3D моделей проводился модулем расчета гидродинамики ПП ЛОГОС.

Одна из задач представляет собой моделирование системы городского водоснабжения, имеющей сложную структуру и состоящей из резервуаров и насосных станций, соединенных между собой трубами различного диаметра и протяженности. Вид

<sup>2</sup>Emden H. van, Meier-Yang U. BoomerAMG: a parallel algebraic multigrid solver and preconditioner // Applied Numerical Mathematics. 2001. Vol. 41, no. 1. P. 155–177.

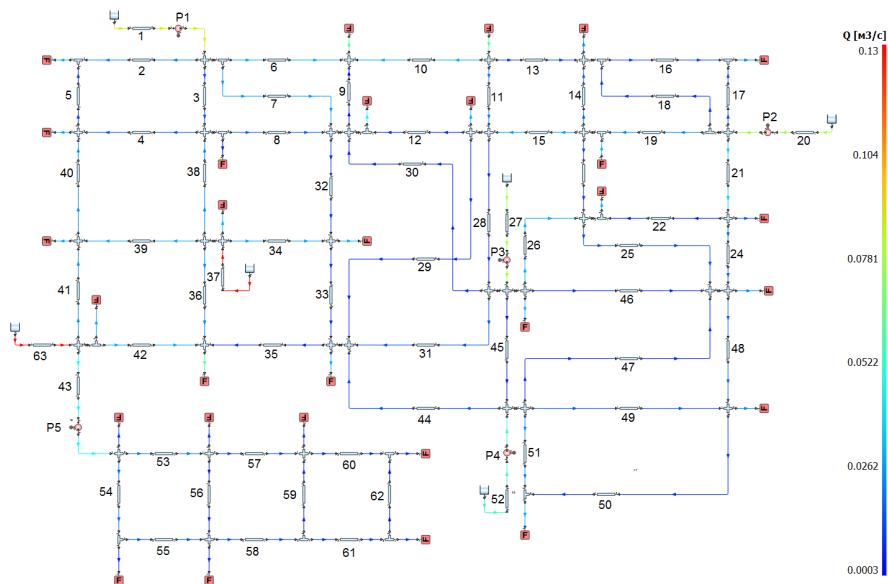


Рис. 4 — Распределение значений объемного расхода системы городского водоснабжения в программном комплексе «FlowDesigner»

соответствующей системы и распределение объемных расходов полученного решения в программном комплексе «FlowDesigner» приведены на рисунке 4.

Результаты моделирования в разработанном программном комплексе хорошо согласуются с опубликованными данными. Различия по объемному расходу для каждой из труб не превышают 2,25 %. Для получения численного решения на персональном компьютере с относительной точностью  $10^{-7}$  потребовалось 0,5 с физического времени.

Расчет задачи моделирования течения в прямой трубе круглого поперечного сечения показал (рис. 5), что разница результатов по трехмерной и гибридной моделям не превышает 0,2 %. Погрешность результатов численного моделирования относительно аналитического решения не превышает 0,5 %. Это подтверждает корректность предложенного в главе 1 метода расчета гибридных 1D-3D моделей.

Результаты расчета задачи перетекания жидкости между двумя баками для одномерной, трехмерной и гибридной моделей также хорошо согласуются между собой. Машинное время расчета полностью трехмерной модели с использованием одного вычислительного ядра составило 38 минут, гибридной 1D-3D модели – 18 минут. Использование гибридной 1D-3D модели позволяет значительно сократить общее время решения задачи, при этом не приводя к существенным погрешностям в итоговом результате.

В четвертой главе представлены результаты применения разработанного программного комплекса «FlowDesigner» для решения промышленно-ориентированных задач моделирования работы топливных и гидравлических систем маневренных самолетов, проектируемых ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого».

В параграфе 4.1 приводится общее описание топливной системы самолета и составляющих ее подсистем

Параграф 4.2 содержит серию численных экспериментов моделирования отдельных подсистем топливной системы самолета. Приведены результаты моделирования подсистем приводного топлива, перекачки, заправки и надува топливных баков. По результатам моделирования каждой из подсистем было получено хорошее согласие с

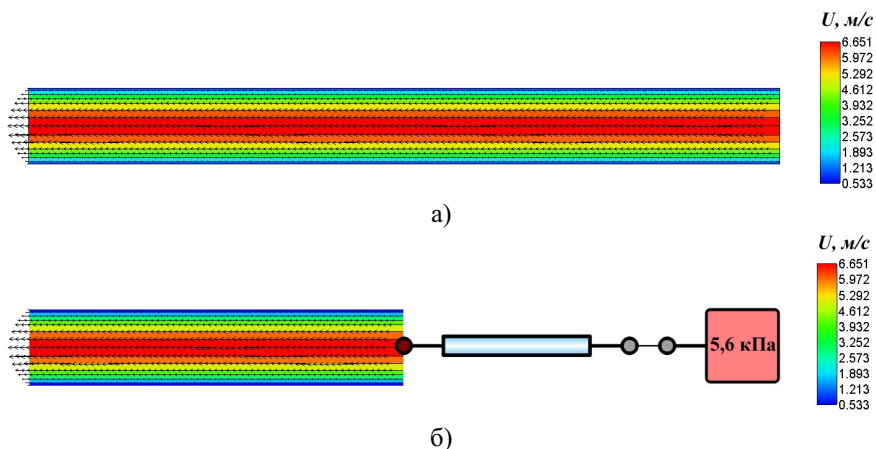


Рис. 5 — Векторное поле скорости: 3D модель (а); гибридная 1D-3D модель (б) референсными данными, что позволило перейти к моделированию полномасштабной модели топливной системы.

В **параграфе 4.3** приведены результаты численных экспериментов на полномасштабной модели топливной системы перспективного маневренного самолета, проектируемого ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого». Разработанная модель содержит около 2500 конструктивных элементов: топливные баки, бачки-аккумуляторы, различные виды магистральных элементов, насосы, а также логические элементы, моделирующие электрическую часть управляющей автоматики.

На рисунке 6 представлены графики изменения безразмерной массы топлива от времени в первом и втором топливных баках, полученные в результате моделирования работы топливной системы в режиме заправки топливом, в сравнении с теоретическими и экспериментальными данными.

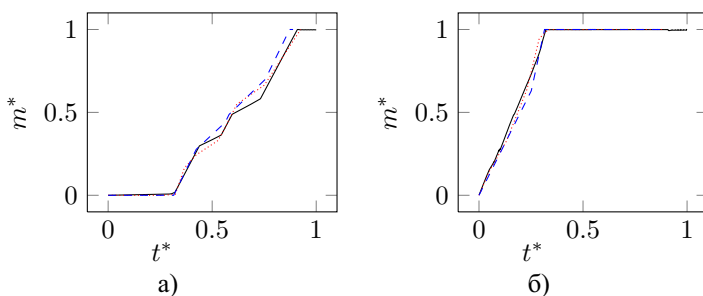


Рис. 6 — Изменение безразмерной массы  $m^*$  топлива от времени полета  $t^*$  в баках 1 (а) и 2 (б) в режиме заправки: результаты моделирования (—), экспериментальные данные (⋯), теоретические данные (---)

На рисунке 7 показаны безразмерные референсные значения мгновенного расхода с датчиков  $D_1, D_2$  в контрольные моменты времени и соответствующие значения, полученные по результатам моделирования работы топливной системы в крейсерском режиме.

Полученные по результатам моделирования значения хорошо согласуются с исходными данными. В целом порядок заправки топливных баков хорошо соотносится

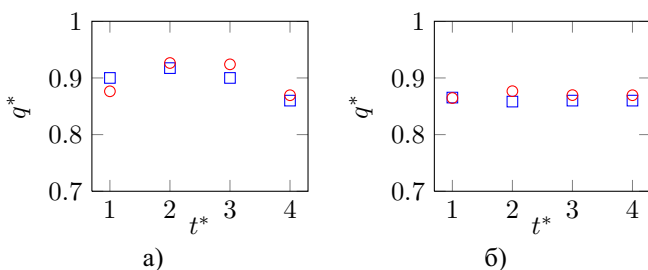


Рис. 7 — Безразмерные значения  $q^*$  датчиков расхода Д1 (а) и Д2 (б) на моменты времени  $t^*$  в крейсерском режиме:  $\square$  – результаты моделирования,  $\circ$  – экспериментальные данные с референсными данными. Максимальное отклонение от экспериментальных данных мгновенного потребления топлива в крейсерском режиме не превышает 4,3 %. Среднее отклонение от экспериментальных данных составило 1,7 %, что является очень хорошим результатом для такого класса задач. Полученные результаты позволяют сделать вывод о корректности поведения гидравлической модели, а также элементов, моделирующих электрическую часть управляющей автоматики топливной системы.

В настоящее время разработанная полная модель топливной системы перспективного маневренного самолета используется ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» для проведения расчетных исследований более сложных режимов полета, включая различные аварийные ситуации.

**Параграф 4.4** содержит результаты численных экспериментов, целью которых являлась разработка и верификация гибридной 1D-3D модели гидравлического стенда, представляющий из себя макет части гидравлической системы маневренного самолета. Фрагмент модели гидравлического стенда в программном комплексе «FlowDesigner» представлен на рисунке 8а.

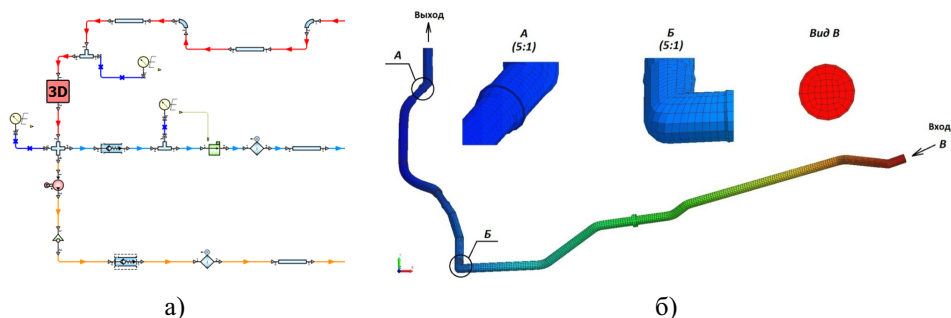


Рис. 8 — 1D фрагмент гидравлического стенда в программном комплексе «FlowDesigner» (а) и 3D фрагмент всасывающей магистрали (б)

В качестве верификационного был выбран режим при скачкообразном изменении расхода в линии слива в диапазоне: 38 – 135 л/мин. Данный режим исследуется на гидравлическом стенде с целью выявления причин возникновения кавитационной эрозии в магистрали всасывания. Данный участок представляет собой трубопровод со сложной геометрией, сеточная модель которого представлена на рисунке 8б. Течение на данном участке моделировалось в трехмерной постановке с использованием ПП ЛОГОС. С экспериментом сравнивается значение давления на входе в магистраль всасывания.

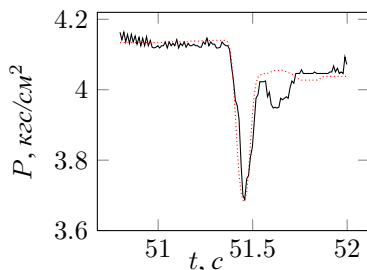


Рис. 9 — Давление экспериментальное (—) и расчетное (.....)

На рисунке 9 представлен график давления на входе в магистраль всасывания в сравнении с экспериментальными данными. Формы кривых очень похожи, что свидетельствует как о корректности моделирования всего стэнда в целом, так и о корректности представленной в главе 1 методики расчета гибридных 1D-3D моделей. Падение давления в момент роста объемного расхода в эксперименте составляет  $0,43 \text{ кгс/см}^2$ , в расчете —  $0,45 \text{ кгс/см}^2$ . Полученные при моделировании трехмерной области детализированные профили давления и газосодержания позволили проанализировать возможные предпосылки к возникновению кавитационных явлений. По величине давления были сделаны выводы о том, что в штатных режимах работы отсутствуют условия для возникновения кавитации.

**В заключении** приведены основные результаты диссертационного исследования, которые соответствуют основным положениям, выносимым на защиту. **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Методика гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений, основанная на итерационной процедуре обмена общими граничными условиями между разномасштабными областями с учетом восстановления картины развитого течения в трехмерной области.
2. Многосеточный метод решения СЛАУ с использованием алгоритма «каскадного сбора глобального уровня» для ускорения трехмерного моделирования гидродинамических течений в высокопараллельном режиме.
3. Кроссплатформенный программный комплекс «FlowDesigner» одномерного моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах с возможностью совместного с ПП ЛОГОС расчета гибридных 1D-3D моделей.
4. Минимальный базис задач верификации и результаты верификации разработанных методов и алгоритмов.
5. Результаты численного моделирования промышленно-ориентированных задач авиастроения и внедрение разработанного программного комплекса «FlowDesigner» в практическую деятельность по разработке перспективных образцов летательных аппаратов.

## Публикации автора по теме диссертации

### В журналах из Перечня ВАК РФ и/или из МСЦ (Scopus, Web of Science)

1. Козелков А. С., Курулин В. В., Лашкин С. В., Шагалев Р. М., Ялозо А. В. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2016. — Т. 56, № 8. — С. 1524—1535. — (0,8 п. л. / 0,2 п. л.) (ВАК, Scopus, Web of Science) (Предложена



методика ускорения расчета индустриальных задач с использованием многосеточных технологий. Проведено исследование эффективности предложенного подхода.)

2. Лашкин С. В., Козелков А. С., Мелешкина Д. П., Ялозо А. В., Тарасова Н. В. Моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости разделенным и совмещенным алгоритмом типа SIMPLE // Математическое моделирование. — 2016. — Т. 28, № 6. — С. 64—76. — (0,8 п. л. / 0,15 п. л.) (**ВАК, Scopus**) (Проведено сравнение эффективности разделенного и совмещенного SIMPLE алгоритмов при моделировании турбулентных течений.)
3. Лашкин С. В., Козелков А. С., Ялозо А. В., Герасимов В. Ю., Зеленский Д. К. Исследование эффективности параллельной реализации алгоритма SIMPLE на многопроцессорных ЭВМ // Вычислительная механика сплошных сред. — 2016. — Т. 9, № 3. — С. 298—315. — (1,1 п. л. / 0,3 п. л.) (**ВАК, Scopus**) (Описаны особенности и проведено исследование эффективности параллельной реализации алгоритма SIMPLE.)
4. Emelyanov V. N., Karpenko A. G., Kozelkov A. S., Teterina I. V., Volkov K. N., Yalozo A. V. Analysis of impact of general-purpose graphics processor units in supersonic flow modeling // Acta Astronautica. — 2017. — Vol. 135. — P. 198—207. — (0,6 п. л. / 0,15 п. л.) (**Scopus**) (Приведены результаты адаптации алгоритмов решения уравнений Навье-Стокса на произвольных неструктурированных сетках для эффективной реализации на ЭВМ гибридной архитектуры.)
5. Волков К. Н., Козелков А. С., Лашкин С. В., Ялозо А. В. Параллельная реализация алгебраического многосеточного метода для решения задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2017. — Т. 57, № 12. — С. 2079—2097. — (1,2 п. л. / 0,7 п. л.) (**ВАК, Scopus, Web of Science**) (Предложен алгоритм повышения масштабируемости многосеточного метода для численного решения уравнений Навье-Стокса на неструктурированных сетках.)
6. Ялозо А. В., Козелков А. С., Стрелец Д. Ю., Корнев А. В., Матерова И. Л., Левченко Е. А. [и др.]. Математическое моделирование работы топливной системы самолета // Общероссийский научно-технический журнал «Полет». — 2018. — № 6. — С. 12—24. — (0,8 п. л. / 0,5 п. л.) (**ВАК**) (Предложена методика моделирования течений сжимаемых и несжимаемых сред в одномерном приближении, основанная на использовании основных законов сохранения и эмпирических характеристиках гидравлических элементов. Проведена верификация разработанной методики на задачах моделирования топливной системы самолета.)
7. Ялозо А. В., Козелков А. С., Курулин В. В., Матерова И. Л., Корнев А. В., Стрелец Д. Ю. Моделирование систем разветвленных трубопроводов // Математическое моделирование. — 2018. — Т. 30, № 10. — С. 123—138. — (1,0 п. л. / 0,6 п. л.) (**ВАК, Scopus**) (Предложена методика моделирования работы разветвленных трубопроводов, ориентированная на расчеты систем, состоящих из большого количества гидравлических элементов. Описаны математические модели элементов трубопроводов и их применение в рамках программного комплекса «FlowDesigner».)
8. Ялозо А. В. Гибридный метод математического моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. — 2019. — 3(126). — С. 57—66. — (0,7 п. л.) (**ВАК**) (Предложен гибридный метод математического моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах и приведены результаты его верификации на серии численных экспериментов.)

9. **Ялозо А. В., Козелков А. С., Куркин А. А., Курулин В. В., Матерова И. Л., Уткин Д. А.** Методика связанного моделирования одномерных и трехмерных задач вычислительной гидродинамики // Математическое Моделирование. — 2019. — Т. 31, № 12. — С. 3—20. — (1,1 п. л. / 0,8 п. л.) (**ВАК, Scopus**) (Представлена методика связанного 1D-3D моделирования задач вычислительной гидродинамики и ее реализация в программном комплексе «FlowDesigner» и ПП ЛОГОС.)

## **В сборниках трудов конференций**

10. **Ялозо А. В., Козелков А. С.** Разработка программного комплекса моделирования работы топливной системы реактивного самолета // Сборник материалов IV Всероссийской молодежной научно-инновационной школы «Математика и математическое моделирование». — Саров : СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2010. — С. 270.
11. **Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Зеленский Д. К., Полищук С. Н., Лашкин С. В., Жучков Р. Н.** [и др.]. Многофункциональный пакет программ ЛОГОС для расчета задач гидродинамики и тепломассообмена на супер-эвм // Тезисы «XIV Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование». — Саров, 2012. — С. 108.
12. **Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Денисова О. В., Дерюгин Ю. Н., Курулин В. В., Ялозо А. В.** [и др.]. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // Тезисы «XV Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование». — Саров, 2014. — С. 82—83.
13. **Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Курулин В. В., Лашкин С. В., Ялозо А. В., Денисова О. В.** Актуальные проблемы высокопроизводительных вычислений в промышленных приложениях // Сборник докладов конференции «Суперкомпьютерные технологии в промышленности», ФГУП «Крыловский Государственный Научный Центр». — Санкт-Петербург, 2014. — С. 16—24.
14. **Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Денисова О. В., Дерюгин Ю. Н., Курулин В. В., Ялозо А. В.** [и др.]. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // Тезисы «Третий Национальный Суперкомпьютерный Форум». — Переславль-Залесский, 2014. — С. 165.
15. **Ялозо А. В., Козелков А. С., Силаев Д. П., Лашкин С. В.** Реализация алгоритма каскадного сбора глобального уровня в многосеточном решателе пакета программ ЛОГОС // Супервычисления и математическое моделирование. Труды XV Межд. Конф. — Саров : ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2015. — С. 496—502.
16. **Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Курулин В. В., Ялозо А. В., Лашкин С. В.** Проблемы использования суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // Сборник трудов семинара «Вычислительные технологии в естественных науках. Методы суперкомпьютерного моделирования». — Россия, Таруса, 2015. — С. 133—150.
17. **Козелков А. С., Лашкин С. В., Ялозо А. В.** Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // Сборник докладов XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. — Казань, 2015. — С. 1853—1855.

18. *Девятайкин В. П., Козелков А. С., Лашкин С. В., Ялозо А. В., Курулин В. В.* Реализация специализированного формата хранения матриц СЛАУ для ускорения вычислений задач гидродинамики на ЭВМ с гибридной архитектурой // Сборник материалов XI Всероссийской молодежной научно-инновационной школы «Математика и математическое моделирование». — Саров : СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2017. — С. 85—86.
19. *Ялозо А. В., Матерова И. Л., Курулин В. В., Козелков А. С., Герасимов В. Ю., Лапенков И. Н.* [и др.]. Математическое моделирование работы топливных систем самолетов // Тезисы докладов XXI Всероссийской конференции и Молодежной школы-конференции «Теоретические основы конструирования численных алгоритмов и решение задач математической физики», посв. памяти К. И. Бабенко (Дюрсо, 5–11 сентября, 2016). — М. : Ин-т прикладной математики им. М.В. Келдыша, 2016. — С. 58—59.
20. *Ялозо А. В., Матерова И. Л., Курулин В. В., Козелков А. С., Герасимов В. Ю.* Математическое моделирование работы топливных систем самолетов // Супервычисления и математическое моделирование. Труды XVI Межд. Конф. — Саров : ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2017. — С. 344—349.
21. *Ялозо А. В., Матерова И. Л., Курулин В. В., Козелков А. С., Корнев А. В., Лапенков И. Н.* [и др.]. Разработка инженерного программного обеспечения в интересах проектирования топливной системы самолета // Цифровые средства производства инженерного анализа: Сб. материалов Первой всерос. конф. с междунар. участием. — Тула : Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого, 2017. — С. 171—182.

#### **В прочих изданиях**

22. *Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Циберева Ю. А., Корнев А. В., Денисова О. В., Стрелец Д. Ю.* [и др.]. Минимальный базис задач для валидации методов численного моделирования турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. — 2014. — 4 (104). — С. 21—69.

#### **Свидетельства о регистрации**

23. *Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Ялозо А. В.* [и др.] Программа для ЭВМ «Программный продукт для моделирования работы топливной системы реактивного самолета» от 14.12.2010 № 2010618045.
24. *Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С. Зеленский Д. К., Глазунов В. А., Полищук С. Н., Ялозо А. В.* [и др.] Программа для ЭВМ «Пакет программ «ЛОГОС», версия 4.0» от 25.07.2012 № 2012616677.
25. *Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С. Зеленский Д. К., Глазунов В. А., Полищук С. Н., Ялозо А. В.* [и др.] Программа для ЭВМ «Пакет программ «ЛОГОС», версия 5.0» от 20.02.2017 № 2017612306.
26. *Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С. Зеленский Д. К., Глазунов В. А., Полищук С. Н., Ялозо А. В.* [и др.] Программа для ЭВМ «Программный модуль пакета программ «ЛОГОС» для моделирования аэрогидродинамики и теплопереноса (ЛОГОС-ТМП), версия 2016» от 11.01.2018 № 2018610488.
27. *Козелков А. С., Ялозо А. В.* [и др.] Программа для ЭВМ «Программа для имитационного моделирования работы топливной системы маневренного самолета» от 06.02.2018 № 2018611749.
28. *Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С. Зеленский Д. К., Глазунов В. А., Полищук С. Н., Ялозо А. В.* [и др.] Программа для ЭВМ «Программный модуль пакета программ «ЛОГОС» для моделирования аэрогидродинамики и теплопереноса (ЛОГОС-ТМП), версия 2017» от 30.01.2019 № 2019611655.