Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 1. С. 92-101.
Aerospace MAI Journal, 2025, vol. 32, no. 1, pp. 92-101. (In Russ.).

Научная статья
УДК 629.7.01, 539.4, 517.977
URL: https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=184452
EDN: https://www.elibrary.ru/ZEZWOA

Синтез законов оптимального управления законцовкой лопасти для раскрутки и торможения несущего винта вертолета в условиях ветра

Максим Владимирович Каргаев[1]✉, Олег Николаевич Корсун[2]

[1] Национальный центр вертолетостроения им. М.Л. Миля и Н.И. Камова, Томилино, Московская область, Российская Федерация
[2] Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем (ГосНИИАС), Москва, Российская Федерация
[1, 2] Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация
[1] kargaev_mv@mail.ru✉

Аннотация. Предложена методика синтеза законов оптимального управления бесщелевой законцовкой лопасти для раскрутки и торможения несущего винта (НВ) вертолета в условиях ветра. В основу методики положена параметризация искомого закона управления законцовкой лопасти и идентификация его параметров методом максимального правдоподобия путем численной оптимизации в конечномерном пространстве с использованием модифицированного метода Ньютона. Приведены результаты расчетов предельной скорости ветра для лопасти с управлением законцовкой при раскрутке несущего винта вертолета типа Ми-171А3 и без управления ею.

Ключевые слова: лопасть несущего винта, ветровое нагружение, раскрутка и торможение несущего винта, управляемая бесщелевая законцовка, метод максимального правдоподобия, оптимизация управления, модифицированный метод Ньютона

Финансирование: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-79-00045, https://rscf.ru/project/24-79-00045/

Для цитирования: Каргаев М.В., Корсун О.Н. Синтез законов оптимального управления законцовкой лопасти для раскрутки и торможения несущего винта вертолета в условиях ветра // Вестник Московского авиационного института. 2025. Т. 32. № 1. С. 92-101. URL: https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=184452

Original article

Synthesis of the Blade Tip Optimal Control Laws for the Helicopter Main Rotor Spin-Up and Deceleration under Wind Conditions

Maksim V. Kargaev[1]✉, Oleg N. Korsun[2]

[1] National Helicopter Center Mil & Kamov, Tomilino, Moscow region, Russian Federation
[2] State Scientific Research Institute of Aviation Systems (GosNIIAS), Moscow, Russian Federation
[1, 2] Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation
[1] kargaev_mv@mail.ru✉

© Каргаев М.В., Корсун О.Н., 2025

Abstract

Depending on the speed and direction of the wind at the helicopter parking lot, originating while the main rotor (MR) spin-up and deceleration, deflections of the ends of the MR blades may reach significant values and lead to the blades hitting the helicopter tail boom or other elements of its structure, and even on the runway surface. Thus, the limit wind speed, which ensures sufficient clearance between the MR blades and other parts of its structure to prevent the blades from hitting the airframe elements of the helicopter in any expected operating conditions, is of practical significance for the helicopter operator.

To expand the range of wind speeds allowing the MR safe spin-up or deceleration, the article considers the option of applying individual control of the MR blades by gapless active tips. The idea of individual control of the MR blades is consistent with the concept of active aeroelasticity. The tips application as the MR blades individual control means is not enough studied, however, it is of theoretical and practical interest due to its expected effectiveness.

The presented article adduces a method for optimal control synthesizing of a gapless blade tip during the helicopter MR spin-up and deceleration under wind conditions. The control laws are being represented in the form of the spline approximations, which parameters are being found by solving the identification task by the maximum likelihood method through solving the optimization problem in a finite-dimensional space. The modified Newton's method is used as an optimization method, and linear splines are employed for the control laws approximation. The reference dependencies of the blades end displacements during the spin-up or deceleration of the MR (observation vector) are those that occur during spin-up or deceleration in the absence of wind at the helicopter parking lot.

The study of the gapless controlled tip effectiveness to compensate for wind disturbances of the model blade when spinning the MR in wind conditions was performed in relation to the Mi-171A3 type helicopter. The article demonstrates numerically the possibility of increasing the limit wind speed when spinning the MR of the above said helicopter from 18.6 m/s to 27 m/s (by 45%) due to application of the controlled gapless tip with the largest selected restriction on the maximum angle of its deflection.

Keywords: main rotor blade, wind loading, spin-up and deceleration of the main rotor, controlled gapless tip, maximum likelihood method, control optimization, modified Newton's method

Funding: the research was carried out at the expense of a grant from the Russian Science Foundation No. 24-79-00045, https://rscf.ru/en/project/24-79-00045/

For citation: Kargaev M.V., Korsun O.N. Synthesis of the Blade Tip Optimal Control Laws for the Helicopter Main Rotor Spin-Up and Deceleration under Wind Conditions. *Aerospace MAI Journal*. 2025;32(1): 92-101. (In Russ.). URL: https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=184452

List of Figures

Fig. 1. Design diagram of the blade during spin-up and deceleration of the main rotor
Fig. 2. Flow-around diagram of the blade sections
Fig. 3. Diagram of the tip control
Fig. 4. Time dependence of changes in deflections of the blade end for specified design cases
Fig. 5. The tip control law by the time
Fig. 6. Dependences of the maximum deflections of the end of the blade during the spin-up of the MR on the magnitude of the wind gust $V_{\max}$ for the specified design cases: *1* – $y_{\bar{r}=1,\max}$ without control; *2* – $y_{\bar{r}=1,\max}$ with control at $\varphi_{з,\max} = 10°$; *3* – $y_{\bar{r}=1,\max}$ with control at $\varphi_{з,\max} = 20°$; *4* – the distance from the plane of rotation of the MR to the tail boom
Fig. 7. Dependences of the efficiency of compensation of wind disturbances due to the use of a controlled gapless tip during MR spin-up: 1 - control with $\varphi_{з,\max} = 10°$; 2 - control with $\varphi_{з,\max} = 20°$

Введение

В зависимости от скорости и направления ветра на стоянке вертолета возникающие при раскрутке и торможении несущего винта прогибы концов лопастей НВ могут быть значительными и приводить к ударам лопастей о хвостовую балку вертолета или другие элементы его конструкции и даже о поверхность взлетно-посадочной полосы. Поэтому для эксплуатанта вертолета практически значима предельная скорость ветра, при которой обеспечивается зазор между лопастями НВ и другими частями его конструкции, достаточный для предотвращения удара лопастей об элементы планера вертолета в любых ожидаемых условиях эксплуатации [1–3].

В работе [4] определена предельная скорость ветра для «наихудшего» направления обдува, при которой возможна безопасная раскрутка несущего винта вертолета типа Ми-171А3. Ее значение лежит в диапазоне скоростей ветра, характерном для территории России [5]. С целью расширения

диапазона скоростей ветра, при которых выполнение раскрутки или торможения несущего винта безопасно, в настоящей работе рассмотрен вариант использования индивидуального управления лопастями НВ с помощью бесщелевых активных законцовок [6, 7].

Идея индивидуального управления лопастями НВ согласуется с концепцией активной аэроупругости [8]. До настоящего времени в большинстве теоретических исследований и при практической реализации заложенных в этой концепции идей, применительно к лопастям НВ преимущественно использовали [9–11]: управляемые закрылки, установленные на задней кромке лопасти; тяги от автомата перекоса со встроенными в них приводами; активную крутку лопасти. Применение законцовок в качестве средства индивидуального управления лопастями НВ мало исследовано, однако представляет теоретический и практический интерес по причине их ожидаемой эффективности [6, 8, 12–13]. Так, в работе [6] экспериментально исследована эффективность применения управляемой законцовки [7] в составе крыла самолета. Показана работоспособность демонстратора и возможность практической реализации разработанной конструкции адаптивных бесщелевых законцовок, а также существенный рост благодаря их использованию эффективности управления по крену при увеличении скоростного напора, а не ее снижение, как при использовании закрылков.

В настоящей работе при поиске законов оптимального управления бесщелевой законцовокой лопастей НВ применительно к задачам раскрутки и торможения несущего винта в условиях ветра использовалась полученная в [4] математическая модель изгибно-крутильных колебаний лопасти. Законы управления представляются в виде сплайн-аппроксимаций, параметры которых находятся путем решения задачи идентификации [14–17, 19, 20] методом максимального правдоподобия через решение оптимизационной задачи [18, 21] в конечномерном пространстве. В качестве метода оптимизации используется модифицированный метод Ньютона [14], а для аппроксимации законов управления применяются линейные сплайны [22, 23]. В качестве эталонных зависимостей перемещений концов лопастей при раскрутке или торможении несущего винта (вектора наблюдений) принимаются зависимости, имеющие место при раскрутке или торможении в условиях отсутствия ветра на стоянке вертолета, рассчитанные по методике [4].

Исходные уравнения

Для решения задачи синтеза оптимального индивидуального управления лопастями несущего винта воспользуемся системой дифференциальных уравнений, описывающей совместные изгибно-крутильные колебания лопасти при раскрутке и торможении несущего винта в условиях ветра, полученной в [4]. В отличие от [4] введем в состав лопасти управляемую бесщелевую законцовку, конструктивно аналогичную предложенной в работах [6, 7]. Расчетная схема лопасти с управляемой бесщелевой законцовкой приведена на рис. 1.

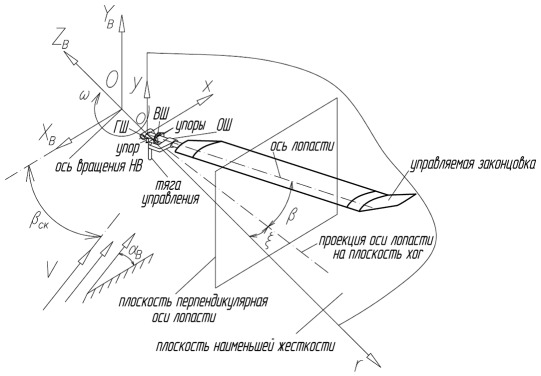


Рис. 1. Расчетная схема лопасти при раскрутке и торможении несущего винта

Система дифференциальных уравнений для лопасти с управляемой законцовкой, как и в [4], имеет вид:

$$
\begin{aligned}
&m\ddot{y}+\left(EI_x y''\right)''+\frac{3}{2}\left(EI_x y''y'^2\right)''-\left(T_y y'\right)'-\left(N_{\text{цб}}y'\right)'-\\
&-\left(Ny'\right)'-Y_n\left(1-\frac{y'^2}{2}\right)+mg-mx_{\text{цт}}\ddot{\varphi}+\omega^2\left(mx_{\text{цт}}r\varphi\right)'=0;\\
&m\ddot{x}+\left(EI_y x''\right)''+\frac{3}{2}\left(EI_y x''x'\right)''-\left(T_x x'\right)'-\\
&-\left(N_{\text{цб}}x'\right)'-(Nx')'-X_n\left(1-\frac{x'^2}{2}\right)-\omega^2 mx=0;\\
&I_m\ddot{\varphi}-[GI_{\text{кр}}\varphi']'+\omega^2(I_{my}-I_{mx})\varphi-\omega^2 mx_{\text{цт}}r[y+x_{\text{цт}}\varphi]'-\\
&-mx_{\text{цт}}\ddot{y}-M_{\text{аэр}}=0.
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

Символом «•» обозначено дифференцирование по времени t, а символом «′» – по продольной координате r.

Граничные условия для уравнений (1) определяются выражениями [4]:

$$
\begin{gathered}
y_{r=0}=0,\ y'_{r=0}=0;\\
y_{r=0}=0,\ \left(EI_x y''\right)_{r=0}=0;\\
\left(EI_x y''\right)_{r=l}=0,\ \left(EI_x y''\right)'_{r=l}=0;\\
x_{r=r_{\text{ВШ}}}=0,\ x'_{r=r_{\text{ВШ}}}=0;\\
x_{r=r_{\text{ВШ}}}=0,\ \left(EI_y x''\right)_{r=r_{\text{ВШ}}}=0;\\
\left(EI_y x''\right)_{r=l}=0,\ \left(EI_y x''\right)'_{r=l}=0;\\
\left(GI_{\text{кр}}\varphi'\right)_{r=r_{\text{упр}}}=C_{\text{упр}}\varphi_0,\ \left(GI_{\text{кр}}\varphi'\right)_{r=l}=0.
\end{gathered}
\qquad (2)
$$

Граничные условия для уравнений изгиба из (1) записаны: для случая нахождения лопасти на упоре горизонтального шарнира/вертикального шарнира (ГШ/ВШ); для случая отхода лопасти от упора ГШ/ВШ или при убранном упоре; для свободного конца лопасти.

В уравнениях (1) и граничных условиях (2) обозначено: EI_x – жесткость лопасти в плоскости наименьшей жесткости; EI_y – жесткость лопасти в плоскости наибольшей жесткости; $GI_{кр}$ – жесткость лопасти на кручение; I_{mx} и I_{my} – массовые моменты инерции сечений лопасти относительно ее главных осей инерции; I_m – массовый момент инерции сечений лопасти относительно оси, проходящей через линию центров жесткости сечений; x – перемещения элементов лопасти в плоскости наибольшей жесткости; y – перемещения элементов лопасти в плоскости наименьшей жесткости; φ – угол упругого закручивания рассматриваемого сечения лопасти; r – расстояние от оси ГШ до рассматриваемого сечения лопасти; g – ускорение свободного радения; m – погонная масса лопасти; ω – угловая скорость вращения несущего винта; $x_{цт}$ – расстояния от центра жесткости до центра тяжести в сечениях лопасти (положительным считается смещение центра тяжести к задней кромке лопасти); l – расстояние от оси ГШ до конца недеформированной лопасти; $r_{ВШ}$ – расстояние от оси ГШ до оси ВШ; $\varphi_0 = M_{кр}(r_{упр})/C_{упр}$ – поворот лопасти в осевом шарнире (ОШ) вследствие деформаций системы управления НВ; $M_{кр}(r_{упр})$ – крутящий момент в сечении крепления тяги системы управления; $r_{упр}$ – продольная координата сечения в котором крепится тяга поворота лопасти; $C_{упр}$ – жесткость системы управления.

Погонные аэродинамические силы и момент, а также инерционные силы определяются выражениями [4]:

$$Y_n = \frac{1}{2}\rho b\left(c_y V_x + c_x V_y\right)U + \pi\rho b\left(\frac{3}{4}b - x_0\right)U\dot{\varphi};$$

$$X_n = \frac{1}{2}\rho b\left(c_x V_x - c_y V_y\right)U - \pi\rho b\left(\frac{3}{4}b - x_0\right)U\dot{\varphi};$$

$$M_{аэр} = x_0 Y_n + \frac{1}{2}\rho b\left(m_z bU - \frac{\pi}{8}b^2\dot{\varphi}\right)U;$$

$$T_y = \int_r^l Y_n y'dr,\ T_x = \int_r^l X_n x'dr;$$

$$N = \int_r^l 2\omega\dot{x}mdr,$$

где x_0 – расстояние от передней кромки до оси жесткости лопасти; ρ – плотность воздуха; b – хорда лопасти в рассматриваемом сечении; c_y, c_x и m_z – аэродинамические коэффициенты подъемной силы, силы сопротивления и крутящего момента

V_x, V_y и U – взаимно перпендикулярные составляющие относительной скорости потока, лежащие в плоскости, нормальной к оси лопасти (причем V_x параллельна плоскости наибольшей жесткости лопасти, а V_y перпендикулярна V_x), и суммарная величина относительной скорости потока, обтекающего рассматриваемый профиль в плоскости, нормальной к упругой оси лопасти.

Относительная скорость U определяется через ее составляющие по формулам:

$$U = \sqrt{V_x^2 + V_y^2},$$

где

$$V_x = V\cos\alpha_в\sin\left(\beta_{ск} + \psi + \xi - \chi_л\right) + \\ +\omega\left(r\cos\beta + r_{гш}\right);$$

$$V_y = V\sin\alpha_B\cos\left(\beta_0 + \beta\right) - \\ -V\cos\alpha_в\cos\left(\beta_{ск} + \psi + \xi - \chi_л\right)\sin\left(\beta_0 + \beta\right) - \\ -V\cos\alpha_в\gamma\cos\psi\cos\left(\beta_0 + \beta\right) + v_{инд} - \dot{y}.$$

Здесь V – скорость ветра; $\alpha_в$ – угол атаки ветра, т. е. угол между вектором скорости ветра и плоскостью наибольшей жесткости лопасти; ψ – азимут лопасти; $\beta_{ск}$ – угол между горизонтальной проекцией вектора скорости и продольной плоскостью вертолета; β_0 – угол наклона упора ГШ; $\beta = y'(0)$ – угол взмаха лопасти; $\xi = x'(r_{ВШ})/x'$ – угол качания лопасти/углы поворота лопасти в плоскости наибольшей жесткости; $\chi_л$ – стреловидность лопасти по передней кромке; $r_{гш}$ – расстояние от оси вращения НВ до оси ГШ; $v_{инд}$ – индуктивная скорость в рассматриваемом сечении лопасти; γ – продольный угол заклинения вала НВ.

Значения c_y, c_x и m_z определяются по результатам круговых продувок профилей при соответствующих числах Маха $M = U/a_{зв}$ и углах атаки сечений лопасти α_r. В отличие от [4], в соответствии с рис. 2 и 3 углы атаки для лопасти с управляемой законцовкой определяются по формуле

$$\alpha_r = \alpha + \beta_{пр} + \Delta\varphi_{кз},$$

где

$$\alpha = \theta_0 - \theta_1\sin\psi - \theta_2\cos\psi - k\beta + \\ +\Delta\varphi_{кр} + \varphi + \frac{M_{кр}(r_{упр})}{C_{упр}};$$

$$\Delta\varphi_{кз} = \begin{cases} 0, & r < l_н; \\ \varphi_з(t)\dfrac{r - l_н}{l_к - l_н}, & l_н \le r < l_к; \\ \varphi_з(t), & r \ge l_к; \end{cases}$$

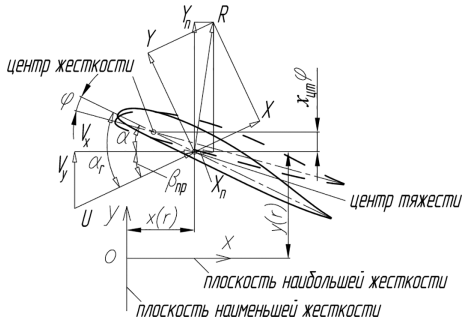


Рис. 2. Схема обтекания сечений лопасти

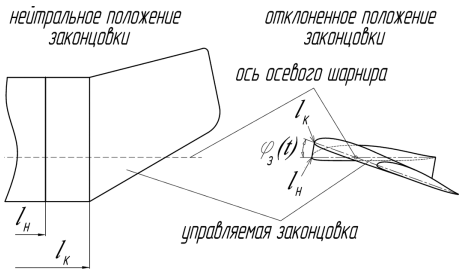


Рис. 3. Схема управления законцовкой

$$\beta_{\text{пр}} = \operatorname{arctg}\frac{V_y}{V_x} \approx \frac{V_y}{V_x},\ V_x > 0;$$

$$\beta_{\text{пр}} = \pi + \operatorname{arctg}\frac{V_y}{V_x} \approx \pi + \frac{V_y}{V_x},\ V_x < 0.$$

Здесь α – геометрический угол атаки рассматриваемого сечения лопасти; $\beta_{\text{пр}}$ – угол притекания потока; θ_0 – угол «общего шага»; θ_1 и θ_2 – углы циклического управления углом установки лопасти, образованные наклоном тарелки автомата перекоса; k – коэффициент компенсатора взмаха; $\Delta\varphi_{\text{кр}}$ – угол геометрической крутки рассматриваемого сечения лопасти; $\Delta\varphi_{\text{кз}}$ – угол крутки от управления законцовкой рассматриваемого сечения лопасти; $\varphi_{\text{з}}(t)$ – задаваемый управлением закон изменения углового отклонения законцовки; $l_{\text{н}}$ – расстояние от оси ГШ до начального сечения управляемой законцовки; $l_{\text{к}}$ – расстояние от оси ГШ до конечного сечения управляемой законцовки.

Параметризация закона управления законцовкой

Используется подход нахождения управления, аналогичный прямому методу решения задач оптимального управления [21]. Он основан на параметризации искомого управления и сведении решаемой задачи к задаче численной оптимизации [22]. Поскольку искомый закон управления законцовкой $\varphi_{\text{з}}(t)$ может быть «не гладкой» функцией времени, то представляется целесообразным представить его в виде линейного сплайна [23].

Рассмотрим последовательность узловых точек закона $\varphi_{\text{з}}(t)$ управления законцовкой $(t_1,\varphi_{\text{з}}(t_1))$, $(t_2,\varphi_{\text{з}}(t_2))$, ... , $(t_n,\varphi_{\text{з}}(t_n))$, где n – число узловых точек. Представим задаваемый управлением закон $\varphi_{\text{з}}(t)$ в виде составной кривой $S_j(t)$, $S_j(t_j) = \varphi_{\text{з}}(t_j), j = 1, 2, \ldots n$, проходящей через узловые точки, совпадающей на каждом отрезке $[t_{j-1},t_j]$, $j = 2, 3, \ldots, n$, с линейным полиномом. Данную кусочно-линейную кривую в дальнейшем будем называть линейным сплайном, а узловые точки – узлами сплайна.

Если на некотором интервале $t \in [t_1,t_n]$, $j = 1, 2, \ldots, n$ заданы n пар значений $(t_j,\varphi_{\text{з}}(t_j))$ для каждого узла сплайна, то для момента времени t из отрезка $[t_j,t_{j+1}]$ значение сплайна рассчитывается по формуле

$$S_j(t) = \frac{\left[\varphi_{\text{з}}(t_{j+1}) - \varphi_{\text{з}}(t_j)\right]\left(t - t_j\right)}{t_{j+1} - t_j} + \varphi_{\text{з}}(t_j).$$

Неизвестными параметрами для этого сплайна являются $2n - 2$ параметра, составляющие вектор a неизвестных параметров, подлежащий идентификации, – значения задаваемого углового отклонения законцовки в узловых точках $\varphi_{\text{з}}(t_j), j = 1, 2, \ldots n$, а также моменты времени t_j, $j = 2, 3, \ldots n - 1$, что позволяет существенно сократить пространство поиска. Достоинством данного представления закона управления является более широкий класс искомого управления, не ограниченный требованиями к первой и второй производным закона управления по времени.

Постановка задачи синтеза оптимального управления законцовкой

Синтез оптимального управления законцовкой лопасти при раскрутке или торможении несущего винта в условиях ветра будем выполнять на базе метода параметрической идентификации [14–17, 19–21] – метода максимального правдоподобия [14], в котором минимизируемый функционал сформирован на основе теории стохастических решений [19].

Неизвестные параметры вектора a будем рассматривать как вектор случайных величин с известной априорной плотностью распределения, которую можно уточнить по результатам наблюдений $z(t_i)$, $i = 1, 2, \ldots, N$, где N – число наблюдений.

Примем допущение о нормальности закона распределения погрешностей наблюдений, тогда функционал максимального правдоподобия принимает вид [14]

$$J(a) = \sum_{i=1}^{N}\left[\left(z(t_i) - \hat{z}(t_i,a)\right)^T R^{-1}(t_i)\left(z(t_i) - \hat{z}(t_i,a)\right)\right]. \quad (3)$$

Здесь применительно к поставленной задаче принято: $z(t_i) = y_{\bar{r}=1}(t_i)$ – вектор наблюдений, значения которого равны прогибам конца лопасти при раскрутке или торможении несущего винта в условиях отсутствия ветра; $\hat{z}(t_i, a) = y_{\bar{r}=1}(t_i, a)$ – оценка прогноза вектора наблюдений, значения которого равны прогибам конца лопасти при раскрутке или торможении несущего винта в условиях ветра, при фиксированном значении вектора параметров a; $R(t_i) = E$ – дисперсионная матрица шумов наблюдений. Вектор наблюдений $z(t_i) = y_{\bar{r}=1}(t_i)$ и оценка вектора наблюдений $\hat{z}(t_i, a) = y_{\bar{r}=1}(t_i, a)$ (векторы состоят из одного элемента, а именно прогиба конца лопасти) могут быть получены из численного решения уравнений (1) с граничными условиями (2) по методу [4] для $t \in [t_1, t_N]$, в таком случае дисперсионная матрица шумов наблюдений может быть принята равной единице. Таким образом, уравнения (1) для алгоритма оптимизации являются моделью объекта, а модель наблюдений описана выше.

Для минимизации (3) будем использовать модифицированный метод Ньютона [14], тогда оценка вектора идентифицируемых параметров $\hat{a}$ может быть найдена из рекуррентного соотношения:

$$\hat{a}_{k+1} = a_k - \left(\frac{d^2 J(a_k)}{da_k^2} \right)^{-1} \frac{dJ(a_k)}{da_k}. \qquad (4)$$

Производная функционала (3) по вектору параметров a_k, $k = 1, 2, ..., m$, где m – число итераций процесса идентификации, определяется выражением:

$$\frac{dJ(a_k)}{da_k} = -2 \sum_{i=1}^{N} \frac{dz^T(t_i, a_k)}{da_k} R^{-1}(t_i) \left(z(t_i) - \hat{z}(t_i, a_k) \right). \qquad (5)$$

Вторая производная функционала (3) по вектору параметров a_k, согласно модифицированному методу Ньютона [14], определяется выражением:

$$\frac{d^2 J(a_k)}{da_k^2} = 2 \sum_{i=1}^{N} \frac{dz^T(t_i, a_k)}{da_k} R^{-1}(t_i) \frac{d\hat{z}(t_i, a_k)}{da_k}. \qquad (6)$$

Компоненты вектора производной оценки вектора наблюдений по вектору идентифицируемых параметров a_k определяются численно для моментов времени t_i, $i = 1, 2, ..., N$, по формулам [14]:

$$\frac{d\hat{z}(t_i, a_k)}{da_k} = \left[\frac{\partial \hat{z}(t_i, a_k)}{\partial a_{k,1}}, \frac{\partial \hat{z}(t_i, a_k)}{\partial a_{k,2}}, \cdots, \frac{\partial \hat{z}(t_i, a_k)}{\partial a_{k,2n-2}} \right]_{(1 \times 2n-2)}; \qquad (7)$$

$$\frac{d\hat{z}(t_i, a_k)}{da_{k,j}} = \frac{\hat{z}(t_i, a_k + \varepsilon e_j) - \hat{z}(t_i, a_k)}{\varepsilon},$$

где e – вектор размерности $2n - 2$, все элементы которого равны нулю за исключением j-го элемента, который равен 1; ε – малое число, обычно задаваемое на уровне 0,001 ... 0,1% от номинального значения параметров $a_{k,j}$.

Окончание процесса идентификации определяется условием $\left| \hat{a}_{k+1} - \hat{a}_k \right| < \delta \left| \hat{a}_k \right|$, где $\delta = 0{,}005 ... 0{,}02$.

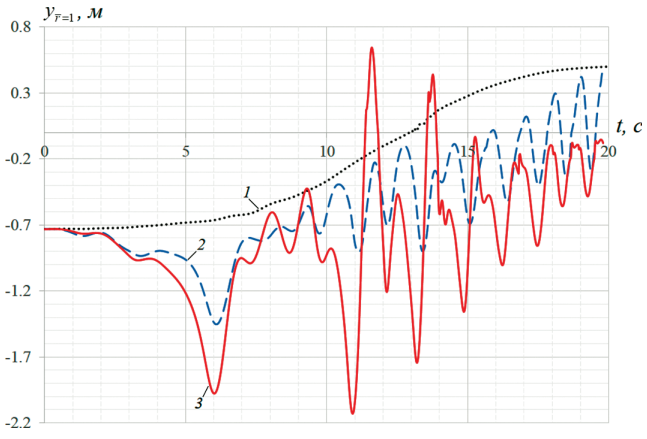
Результаты численных расчетов

Эффективность использования бесщелевой управляемой законцовки для компенсации ветровых возмущений модельной лопасти при раскрутке НВ в условиях ветра рассмотрена применительно к вертолету типа Ми-171А3. Синтез оптимальных законов управления законцовкой выполнен путем идентификации вектора их параметров, оцениваемых по рекуррентному соотношению (4) на базе решения уравнений (1) с граничными условиями (2) по методу [4].

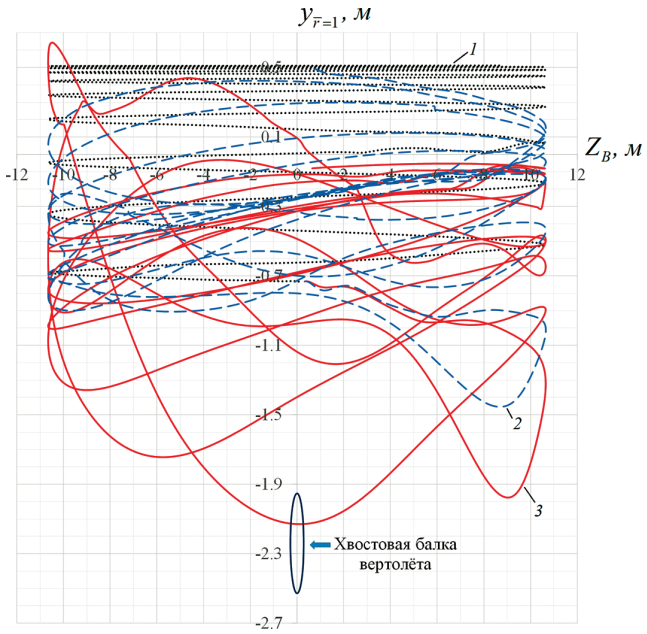
Результаты расчетов перемещений конца лопасти в зависимости от времени при раскрутке НВ в условиях «ступенчатого» порыва ветра с максимальными скоростями $V_{max} = 0$, 20 м/с, действующего на протяжении всего времени раскрутки винта, при угле ветра к горизонту $\alpha_в = -15°$, угле общего шага $\theta_0 = 4°$, при нейтральном положении кольца автомата перекоса приведены на рис. 4,*а*, где обозначения кривых соответствуют расчетным случаям: *1* – $\psi_0 = 0°$, раскрутка без ветра; *2* – $\psi_0 \approx -178°$, управление законцовкой с ограничением по $\varphi_{з.max} = 20°$, ветер с $V_{max} = 20$ м/с в направлении $\beta_{ск} = 178°$; *3* – $\psi_0 \approx -178°$, без управления законцовкой, ветер с $V_{max} = 20$ м/с в направлении $\beta_{ск} = 178°$. Направления ветра $\beta_{ск}$ и начальные азимутальные положения лопасти ψ_0 определены по результатам численных экспериментов исходя из достижения максимальных перемещений конца лопасти на участке ее траектории, соответствующем азимутальному положению хвостовой балки вертолета. Те же зависимости (обозначения сохранены) в боковой проекции, соответствующей виду на вертолет сзади, приведены на рис. 4,*б*.

Соответствующий расчетному случаю 2 закон управления законцовкой с ограничением по управлению $\varphi_{з,max} = 20°$ приведен на рис. 5.

Из рассмотрения зависимостей, приведенных на рис. 4,*а* и *б*, можно сделать выводы: эффективность применения управляемой законцовки повышается с ростом угловой скорости вращения несущего винта; наименьшая эффективность наблюдается при первом обороте лопасти, и, соответственно, наибольший прогиб конца лопасти достигается при первом обороте НВ, в отличие от случая раскрутки без управления законцовкой, когда максимальный прогиб конца лопасти, с определенной скорости



а



б

Рис. 4. Зависимости изменения прогибов конца лопасти от времени для заданных расчетных случаев

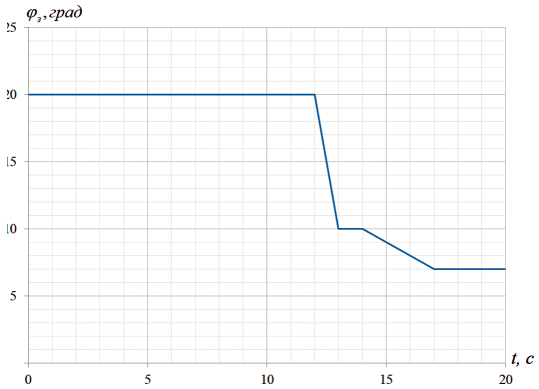


Рис. 5. Закон управления законцовкой по времени

ветра, реализуется при втором обороте НВ. Анализ полученных законов управления законцовкой, и в частности приведенного на рис. 5, показывает наличие характерных временных отрезков управления: начальный отрезок с постоянным максимальным угловым отклонением законцовки, связанный с ее малой эффективностью при малых оборотах НВ; чередующиеся отрезки с понижающимся и постоянным углом отклонения законцовки.

Зависимости от величины порыва ветра максимальных за раскрутку НВ прогибов конца лопасти на участке ее траектории, соответствующем азимутальному положению хвостовой балки вертолета без управления законцовкой и с управлением ею, приведены на рис. 6 (для рассматриваемых «наихудших» расчетных случаев).

Предельной является скорость ветра, при которой прогиб конца лопасти становится равным расстоянию от плоскости вращения НВ до ближайшего элемента планера вертолета, в данном случае до хвостовой балки.

Как видно из рис. 6, предельные скорости ветра для заданных расчетных случаев составляют для рассматриваемого вертолета значения порядка: 18,6 м/с – без управления законцовкой; 23,6 м/с – при управлении, имеющем ограничение на $\varphi_{з,max} = 10°$; 27 м/с – при управлении, имеющем ограничение на $\varphi_{з,max} = 20°$.

Зависимости эффективности компенсации ветровых возмущений за счет использования управляемой бесщелевой законцовки при раскрутке НВ от величин ограничений на максимальный угол ее отклонения и порыва ветра V_{max}, приведены на рис. 7,*а* и 7,*б* соответственно.

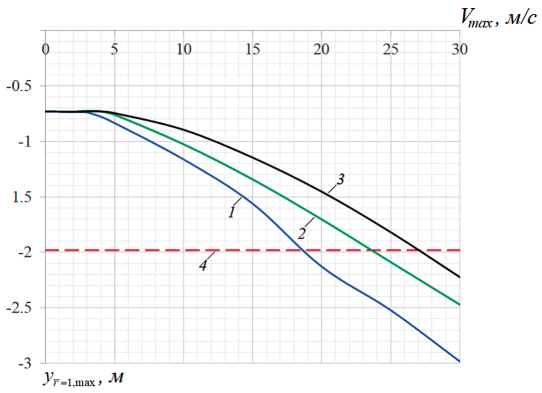
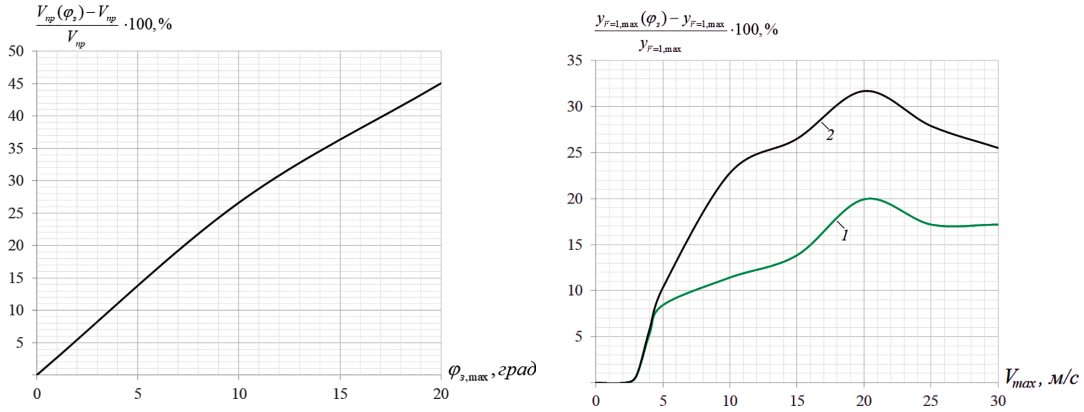


Рис. 6. Зависимости максимальных за раскрутку НВ прогибов конца лопасти от величины порыва ветра V_{max} для заданных расчетных случаев:
1 – $y_{\bar{r}=1,max}$ без управления;
2 – $y_{\bar{r}=1,max}$ с управлением при $\varphi_{з,max} = 10°$;
3 – $y_{\bar{r}=1,max}$ с управлением при $\varphi_{з,max} = 20°$;
4 – расстояние от плоскости вращения НВ до хвостовой балки



а б

Рис. 7. Зависимости эффективности компенсации ветровых возмущений за счет использования управляемой бесщелевой законцовки при раскрутке НВ:
1 – управление с $\varphi_{э,max} = 10°$; *2* – управление с $\varphi_{э,max} = 20°$;

Практически более значима зависимость, приведенная на рис. 7,*а*, из которой следует, что наибольшая эффективность компенсации ветровых возмущений управляемой бесщелевой законцовкой лопасти при раскрутке НВ вертолета типа Ми-171А3 составила 45% (увеличение предельной скорости ветра) и достигнута при ограничении $\varphi_{э,max} = 20°$ на максимальный угол ее отклонения. Зависимость, приведенная на рис. 7,*б*, свидетельствует о снижении эффективности компенсации ветровых возмущений (изменения прогибов конца лопасти) после превышения некоторой величины порыва ветра при любом (из рассмотренного диапазона) ограничении на угловое отклонение законцовки.

Выводы

1. Предложено использование управляемой бесщелевой законцовки в конструкции лопасти НВ для компенсации ветровых возмущений при раскрутке и торможении несущего винта вертолета.

2. Изложена методика синтеза оптимального управления бесщелевой законцовкой лопасти при раскрутке и торможении НВ вертолета в условиях ветра.

3. Выполнено моделирование раскрутки НВ в условиях ветра при оптимальном управлении бесщелевой законцовкой лопасти, имеющей различные ограничения на максимальное угловое отклонение.

4. Численно показана возможность увеличения предельной скорости ветра при раскрутке НВ для вертолета типа Ми-171А3 с 18,6 м/с до 27 м/с (на 45%) благодаря использованию управляемой бесщелевой законцовки при ограничении $\varphi_{э,max} = 20°$ на максимальный угол ее отклонения.

Список источников

1. Нормы летной годности гражданских вертолетов СССР. 2-е изд. М.: Междуведомственная комиссия по нормам летной годности гражданских самолетов и вертолетов СССР, 1987. 411 с.
2. Межгосударственный авиационный комитет. Авиационные правила. Ч. 29. Нормы летной годности винтокрылых аппаратов транспортной категории. М.: Авиаиздат, 2018. 185 с.
3. Нормы летной годности винтокрылых аппаратов транспортной категории НЛГ-29. М.: ЦЕНТРМАГ, 2024. 252 с.
4. *Каргаев М.В.* Расчет совместных изгибно-крутильных колебаний лопасти при раскрутке и торможении несущего винта вертолета в условиях ветра // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 4. С. 101-112. URL: https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=183588
5. СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85. М.: Стандартинформ, 2018. 95 с.
6. *Амирьянц Г.А., Григорьев А.В.* Расчетно-экспериментальные исследования управляемой формой крыла // Труды ЦАГИ. 2023. Выпуск 2819. С. 82-85.
7. *Амирьянц Г.А.* Активная законцовка крыла. Патент RU 2787983 C1. Бюл. № 2, 16.01.2023.
8. *Амирьянц Г.А.*, *Зиченков М.Ч.*, *Калабухов С.И.* и др. Аэроупругость / Под ред. П.Г. Карклэ. М.: Инновационное машиностроение, 2019. 650 с.
9. *Анимица В.А.*, *Борисов Е.А.*, *Крицкий Б.С.*, *Миргазов Р.М.* Анализ расчетно-экспериментальных исследований по системам индивидуального управления лопастями винта вертолета // Труды МАИ. 2016. №85. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=65452
10. Вертолеты: Труды ОКБ МВЗ им. М.Л. Миля. Вып. 2 / Под ред. А.Г. Самусенко. М.: Машиностроение-Полет, 2012. 334 с.

11. Вертолеты: Труды ОКБ МВЗ им. М.Л. Миля. Вып. 3 / Под ред. Н.С. Павленко. М.: Машиностроение-Полет, 2018. 327 с.
12. *Norris G.*, *Wagner M.* Boeing 787 Dreamliner. Osceola, Wisconsin: Zenith Press, 2009. 160 p.
13. *Amiryants G.A.*, *Paryshev S.E.*, *Grigoriev A.V.* Aeroelastic properties of active winglets // 31st Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS 2018; 09–14 сентября 2018; Belo Horizonte, Brazil).
14. *Корсун О.Н.* Методы параметрической идентификации технических систем. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 69 с.
15. *Jategaonkar R.V.* Flight vehicle system identification. A time domain methodology. USA, Reston: AIAA, 2006. 410 p.
16. *Овчаренко В.Н.* Аэродинамические характеристики летательных аппаратов: Идентификация по полетным данным. М.: ЛЕНАНД, 2019. 236 с.
17. *Булгаков В.В.*, *Корсун О.Н.*, *Кулабухов В.С.* и др. Алгоритмы повышения точности расчета углов ориентации летательного аппарата // Известия РАН. Теория и системы управления. 2016. № 1. С. 159-170. DOI: 10.7868/S0002338815050030
18. *Карпенко А.П.* Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой. 3-е изд., испр. М.: МГТУ им. Баумана, 2021. 449 с.
19. *Morelli E.*, *Grauer J.* Advances in Aircraft System Identification at NASA Langley Research Center // Journal of Aircraft. 2023. Vol. 60. No. 4, pp. 1354-1370. DOI: 10.2514/1.C037274
20. *Wang Y.*, *Dong J.*, *Liu X.*, *Zhang L.* Identification and standardization of maneuvers based upon operational flight data // Chinese Journal of Aeronautics. 2015. Vol. 28, No. 1, pp. 133-140. DOI: 10.1016/j.cja.2014.12.026
21. *Rao A.V.* A Survey of Numerical Methods for Optimal Control // Advances in the Astronautical Sciences. 2010. Vol. 135. No. 1, pp. 497-582.
22. *Корсун О.Н.*, *Стуловский А.В.* Восстановление параметров движения летательного аппарата с использованием алгоритмов оптимального управления // Известия РАН. Теория и системы управления. 2023. № 1. С. 44-55. DOI: 10.31857/S0002338823010055
23. *Вермель В.Д.* Основы вычислительной (инженерной) геометрии. М.: Инновационное машиностроение, 2021. 352 с.

References

1. *Airworthiness standards of civil helicopters of the USSR*. 2nd ed. Moscow: Mezhduvedomstvennaya komissiya po normam letnoi godnosti grazhdanskikh samoletov i vertoletov SSSR; 1987. 411 p. (In Russ.).
2. *Interstate Aviation Committee. Civil Aviation Safety Regulations. Part 29. Airworthiness standards for rotorcraft in the transport category*. Moscow: Aviaizdat; 2018. 185 p. (In Russ.).
3. *Standards of airworthiness of rotorcraft of the NLG-29 transport category*. Moscow: TSENTRMAG; 2024. 252 p. (In Russ.).
4. Kargaev MV. Calculation of joint bending and torsional oscillations of the blade during the spin-up and deceleration of the helicopter main rotor in wind conditions. *Aerospace MAI Journal*. 2024;31(4):101-112. (In Russ.). URL: https://vestnikmai.ru/eng/publications.php?ID=183588
5. *Loads and actions*. SR 20.13330.2016. Moscow: Standartinform; 2018. 95 p. (In Russ.).
6. Amir'yants GA, Grigor'ev AV. Computational and experimental studies of the controlled wing shape. *Trudy TsAGI*. 2023(2819):82-85. (In Russ.).
7. Amiryants GA. Active Wing Tip. *Patent RU 2787983 C1*, 16.01.2023. (In Russ.).
8. Amir'yants GA, Zichenkov MCh, Kalabukhov SI, et al. *Aeroelasticity*. Moscow: Innovatsionnoe mashinostroenie; 2019. 650 p. (In Russ.).
9. Animitsa VA, Borisov AE, Kritsky BS, et al. Analysis of computational and experimental researches on systems for individual control of the blades of the helicopter. *Trudy MAI*. 2016(85). (In Russ.). URL: https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=65452
10. *Helicopters: Proceedings of the MVZ Design Bureau named after ML. Mil*. Issue 2. Moscow: Mashinostroenie-Polet; 2012. 334 p. (In Russ.).
11. *Helicopters: Proceedings of the MVZ Design Bureau named after ML. Mil*. Issue 3. Moscow: Mashinostroenie-Polet; 2018. 327 p. (In Russ.).
12. Norris G, Wagner M. *Boeing 787 Dreamliner*. Osceola, Wisconsin: Zenith Press; 2009. 160 p.
13. Amiryants GA, Paryshev SE, Grigoriev AV. Aeroelastic properties of active winglets. *31st Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS 2018; September 09–14, 2018; Belo Horizonte, Brazil)*.
14. Korsun ON. *Methods of parametric identification of technical systems*. Moscow: Bauman Moscow State Technical University; 2011. 69 p. (In Russ.).
15. Jategaonkar RV. *Flight vehicle system identification. A time domain methodology*. USA, Reston: AIAA; 2006. 410 p.
16. Ovcharenko VN. *Aerodynamic characteristics of aircraft: Identification from flight data*. Moscow: LENAND; 2019. 236 p. (In Russ.).
17. Bulgakov VV, Korsun ON, Kulabukhov VS, et al. Algorithms for improving the accuracy of calculating aircraft orientation angles. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*. 2016(1):159-170. (In Russ.). DOI: 10.7868/S0002338815050030
18. Karpenko AP. *Modern search engine optimization algorithms. Algorithms inspired by nature*. 3rd ed. Moscow: Bauman Moscow State Technical University; 2021. 449 p. (In Russ.).
19. Morelli E, Grauer J. Advances in Aircraft System Identification at NASA Langley Research Center. *Journal of Aircraft*. 2023;60(4):1354-1370. DOI: 10.2514/1.C037274

20. Wang Y, Dong J, Liu X, et al. Identification and standardization of maneuvers based upon operational flight data. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2015;28(1):133-140. DOI: 10.1016/j.cja.2014.12.026
21. Rao AV. A Survey of Numerical Methods for Optimal Control. *Advances in the Astronautical Sciences*. 2010;135(1):497-582.
22. Korsun ON, Stulovskii AV. Restoration of aircraft motion parameters using optimal control algorithms. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*. 2023(1):44-55. (In Russ.). DOI: 10.31857/S0002338823010055
23. Vermel' V.D. *Fundamentals of computational (engineering) geometry*. Moscow: Innovatsionnoe mashinostroenie; 2021. 352 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию / Received 11.01.2025
Одобрена после рецензирования / Revised 07.02.2025
Принята к публикации / Accepted 12.02.2025