

Научная статья
УДК 004.92
DOI: [10.34759/trd-2022-127-24](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-24)

АЛГОРИТМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОЛИГОНАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ УПРОЩЕНИЯ РАСЧЕТА ГАЛЬВАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Александр Сергеевич Лазеев¹, Юрий Владимирович Литовка²✉

^{1,2}Тамбовский государственный технический университет,
Тамбов, Россия

¹a.lazzeev@mail.ru

²polychem@list.ru✉

Аннотация. Эффективное задание формы детали в автоматизированных системах управления гальваническими процессами может быть организованно экспортом чертежей для последующей программной обработки там, где не требуется сложных математических расчетов, связанных с поверхностями. Для решения задач, требующих сложных вычислений, применяют разбиение различных полигональных сеток на более простые фигуры. В работе рассматриваются вопросы создания алгоритмов преобразования трёхмерных полигональных моделей в воксельный формат для снижения вычислительной сложности, которая оценивается показателями: временем работы алгоритма и объемом занимаемой памяти. При сравнении наиболее производительного «наивного» алгоритма, имеющего

сложность $O(n(1/h)^3)$ с алгоритмом, разработанным в данной статье, имеющим сложность $O((\log n) \cdot (1/h)^3)$, выявлено повышение эффективности до четырехсот тысяч раз.

Ключевые слова: полигональные модели, воксель, гальванические покрытия, неравномерность покрытия

Для цитирования: Лазеев А.С., Литовка Ю.В. Алгоритм преобразования полигональных моделей для упрощения расчета гальванических процессов // Труды МАИ. 2022. № 127. DOI: [10.34759/trd-2022-127-24](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-24)

Original article

THE ALGORITHM OF TRANSFORMATION OF POLYGONAL MODELS TO SIMPLIFY THE CALCULATION OF GALVANIC PROCESSES

Alexandr S. Lazeev¹, Yury V. Litovka²✉

^{1,2}Tambov State Technical University,

Tambov, Russia

¹a.lazeev@mail.ru

²polychem@list.ru✉

Abstract. Electrochemical coatings provide special properties of the surface of the parts. In the aircraft industry, electroplating coatings are widely used to protect against corrosion and increase the wear resistance of steel and aluminum parts.

Efficient specification of the shape of a part in automated control systems for galvanic processes can be organized by exporting drawings for subsequent software processing where complex mathematical calculations associated with surfaces are not required. To solve problems that require complex calculations, various polygonal meshes are divided into simpler shapes. An algorithm for calculating the electric field in a galvanic electrolyte is presented, and the need for a mathematical description of the cathode surface to set the boundary conditions is shown. The paper considers the issues of creating algorithms for converting three-dimensional polygonal models into voxel format to reduce computational complexity, which is estimated by indicators: the time of the algorithm and the amount of memory occupied. The algorithm for converting a polygonal model into a voxel model has the form:

- the octal tree for the model is being built;
- all non-empty vertices of the octal tree are bypassed, each of them is divided into a grid and then a request is made for each cell to enter the polygon into the cell. Bypassing only filled vertices allows you to reduce the constant with computational complexity.

When comparing the most productive "naive" algorithm, which has complexity $O(n(1/h)^3)$ with the algorithm developed in this article, which has complexity $O((\log n) \cdot (1/h)^3)$, an increase in efficiency up to four hundred thousand times.

The resulting geometric mathematical model reduces the search time for optimal parameters of the galvanic cell, especially when using modern effective optimization methods.

Keywords: polygonal models, voxel, electroplating, unevenness of the plating

For citation: Lazeev A.S., Litovka Yu.V. The algorithm of transformation of polygonal models to simplify the calculation of galvanic processes. *Trudy MAI*, 2022, no. 127. DOI: [10.34759/trd-2022-127-24](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-24)

Электрохимические покрытия обеспечивают специальные свойства поверхности деталей. В авиастроении гальванические покрытия широко используются для защиты от коррозии и увеличения износостойкости стальных и алюминиевых деталей. При нанесении гальванических покрытий из-за краевых эффектов распределение металла по поверхности покрываемой детали получается неравномерным. Это приводит к браку (если толщина покрытия меньше заданной), либо к перерасходу энергии и дорогостоящих металлов (если толщина больше заданной). Как следствие, необходимо организовать технологический процесс нанесения гальванического покрытия таким образом, чтобы получить наиболее равномерное распределение металла по поверхности детали. Для достижения этой цели разработано большое количество технологических приемов [1-11]. При этом для реализации каждого метода необходимо проводить расчёты электрического поля в гальванической ванне по математической модели, так как экспериментальное определение оптимальных параметров требует существенных затрат времени, материалов и финансов.

Рассмотрим математическую модель, необходимую для расчетов гальванических процессов.

Толщина δ покрытия на элементарной площадке детали с координатами (x,y,z) , определяется формулой, полученной из закона Фарадея:

$$\delta(x, y, z, T) = \frac{\mathcal{E}}{\rho_0} \int_0^T \eta(x, y, z, \tau) i_k(x, y, z, \tau) d\tau,$$

где \mathcal{E} - электрохимический эквивалент металла покрытия; ρ - плотность металла покрытия; η – выход по току; τ – текущее время; i_k – катодная плотность тока, T – время нанесения покрытия.

Катодная плотность тока вычисляется из закона Ома в дифференциальной форме:

$$i_k = -\chi \operatorname{grad} \varphi, \quad (1)$$

где χ - электропроводность электролита, φ - потенциал электрического поля на элементарной площадке.

Для нахождения распределения потенциала φ в объеме электролита используется дифференциальное уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \approx 0, \quad (2)$$

с краевыми условиями:

$$\left. \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} \right|_{S_n} = 0; \quad (3)$$

$$\varphi + F_1(i_a) \big|_{S_a} = U, \quad (4)$$

$$\varphi - F_2(i_k) \big|_{S_k} = 0. \quad (5)$$

где $S_{и}$ – площадь поверхности изолятора; \bar{n} – нормаль к поверхности изолятора; S_a – площадь поверхности анода; $F_1(i_a)$ – функция анодной плотности тока i_a , учитывающая поляризацию на аноде; $F_2(i_k)$ – функция катодной плотности тока, учитывающая поляризацию на катоде; U – напряжение, подаваемое на гальваническую ванну.

Для снижения размерности задачи применим метод расщепления [12, 13]. Будем рассматривать сечения объема ванны горизонтальными плоскостями, параллельными плоскости XOY и для каждого сечения решать двухмерную задачу вида:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0, \\ \varphi + F_1(i_a)|_{S_a} = U, \\ \varphi + F_2(i_k)|_{S_k} = 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n}|_{S_{и}} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Обозначим через $\varphi_{i,j,k}^h$ значение потенциала в узле сетки с координатами x_i, y_j, z_k , полученное при решении задачи (7).

Разобьем пространство ванны сеткой, равномерной по координатам x и z , и в общем случае неравномерной по координате y . Тогда дискретные значения по каждой координате будут равны:

$$\begin{aligned} x_j &= jh_x, \quad j=0,1,\dots,n_1, \\ y_0 &= 0, \quad y_i = \sum_{p=1}^i h_y(p), \quad i=1,2,\dots,n_2, \\ z_k &= kh_z, \quad k=0,1,\dots,n_3, \end{aligned} \quad (6)$$

где $h_x = \text{const}$, $h_z = \text{const}$ - шаг сетки по координатам x , z ; $h_y(p)$ - шаг по координате y , зависит от координаты; n_1 , n_2 , n_3 - соответственно, количество интервалов разбиения по координатам x , y и z .

После этого для каждого сечения объема ванны вертикальными плоскостями, параллельными плоскости Yoz , решается двумерная задача вида:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \\ \varphi + F_1(i_a)|_{S_a} = U, \\ \varphi + F_2(i_k)|_{S_k} = 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n}|_{S_u} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Обозначим через $\varphi_{i,j,k}^v$ значение потенциала в узле сетки с координатами x_i , y_j , z_k , полученное при решении задачи (8).

Тогда решение задачи (2) будет определяться, как среднее арифметическое $\varphi_{i,j,k}^h$ и $\varphi_{i,j,k}^v$:

$$\varphi_{i,j,k} = \frac{\varphi_{i,j,k}^h + \varphi_{i,j,k}^v}{2}, \quad i=0, 1, \dots, n_1, \quad j=0, 1, \dots, n_2, \quad k=0, 1, \dots, n_3. \quad (9)$$

Приведем данное выражение к виду

$$\varphi_{i,j,k} = k_1(\varphi_{i-1,j,k} + \varphi_{i+1,j,k}) + k_2(\varphi_{i,j-1,k} + \varphi_{i,j+1,k}) + k_3(\varphi_{i,j,k-1} + \varphi_{i,j,k+1}), \quad (10)$$

$$\text{где: } k_1 = \frac{1}{2h_x^2 \left(\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2} + \frac{1}{h_z^2} \right)}, \quad k_2 = \frac{1}{2h_y^2 \left(\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2} + \frac{1}{h_z^2} \right)}, \quad k_3 = \frac{1}{2h_z^2 \left(\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2} + \frac{1}{h_z^2} \right)}.$$

Выражение для вычисления очередного приближения значений потенциалов внутренних узлов сетки будет иметь следующий вид:

$$\varphi_{i,j,k}^{(n+1)} = \varphi_{i,j,k}^{(n)} + \omega(k_1(\varphi_{i-1,j,k}^{(n+1)} + \varphi_{i+1,j,k}^{(n)}) + k_2(\varphi_{i,j-1,k}^{(n+1)} + \varphi_{i,j+1,k}^{(n)}) + k_3(\varphi_{i,j,k-1}^{(n+1)} + \varphi_{i,j,k+1}^{(n)}) - \varphi_{i,j,k}^{(n)}) \quad (11)$$

Аналогично получаем выражения для расчета очередного приближения потенциалов на границе электролит-изолятор:

$$\varphi_{0,j,k}^{(n)} = \varphi_{1,j,k}^{(n-1)}, \quad \varphi_{n_1,j,k}^{(n+1)} = \varphi_{n_1-1,j,k}^{(n+1)}, \quad \varphi_{i,0,k}^{(n+1)} = \varphi_{i,1,k}^{(n)}, \quad \varphi_{i,n_2,k}^{(n+1)} = \varphi_{i,n_2-1,k}^{(n+1)}, \quad \varphi_{i,j,0}^{(n+1)} = \varphi_{i,j,1}^{(n)}, \quad \varphi_{i,j,n_3}^{(n+1)} = \varphi_{i,j,n_3-1}^{(n+1)} \quad (12)$$

На границе электролит - анод потенциалы равны константам, определенным из граничных условий:

$$\varphi_{i_a,j_a,k_a}^{(n+1)} = U_a, \quad (13)$$

где (i_a, j_a, k_a) – узел сетки, приходящийся на анод.

На границе электролит - катод, получим следующее выражение:

$$\varphi_{i_k,j_k,k_k}^{(n+1)} = -F_k(\|i_k\|), \quad (14)$$

где (i_k, j_k, k_k) – узел сетки, приходящийся на катод.

По окончании вычисления потенциалов для всех узлов сетки в соответствии с формулами (9) – (14), мы получаем $n+1$ -е приближение потенциала. Далее проверяем критерий выхода из цикла по следующей формуле

$$\max |\varphi_{i,j,k}^{(n+1)} - \varphi_{i,j,k}^{(n)}| \leq \varepsilon, \quad (15)$$

где ε – заданная точность вычислений.

Если условие (15) не выполняется, переписываем значения потенциалов на n -ой и $n+1$ -й итерациях в соответствии с выражением

$$\varphi_{i,j,k}^{(n)} = \varphi_{i,j,k}^{(n+1)},$$

в противном случае, распределение потенциалов на $n+1$ -й итерации можно считать решением уравнения Лапласа (2) для граничных условий (10-14).

В краевые условия уравнения Лапласа (4) и (5) входит форма поверхности детали, на которую наносится покрытие. Эффективное задание формы детали в

автоматизированных системах управления гальваническими процессами может быть организованно экспортом чертежей из-за своей простоты для последующей программной обработки там, где не требуется сложных математических расчетов. Для решения задач, требующих сложных вычислений, применяют различные методы [12, 13, 15], в том числе разбиение различных полигональных сеток на более простые фигуры, преобразовывая их в прямоугольную сетку.

Целью данной работы является преобразование полигональной модели в воксельную для использования в расчётах на прямоугольной сетке для снижения вычислительной сложности.

Вычислительная сложность алгоритма может быть оценена различными методами [14, 17-19]. При этом сложность зависит от процессора, типа данных, языка программирования и множества других параметров. Мы будем рассматривать лишь асимптотическую сложность, что позволяет определить, как быстро увеличивается время работы алгоритма с увеличением объёма получаемых данных, где размер входных данных стремится к бесконечности. При этом воспользуемся O -символикой [14]:

Функция будет иметь вид $O((\log n) \cdot (1/h)^3)$ или можно представить как $O = \log n \cdot (1/h)^3$, где O показывает верхнюю границу зависимости между входными параметрами функции и количеством операций, что и отражает время, затраченное на выполнение алгоритма, которые выполнит вычислитель. n – количество многоугольников, составляющих полигональную модель, а h – шаг прямоугольной сетки.

Расчёты на прямоугольной сетке требуют проверки на наличие поверхности детали в каждой ячейке сетки. Для проверки можно использовать один из наиболее быстрых методов - «наивный» алгоритм [14], заключающийся в прохождении по всему списку полигонов и выполнению теста на пересечение полигона с ячейкой; он имеет сложность $O(n(1/h)^3)$. Чтобы не производить проверку каждый раз, можно преобразовать полигональную модель в воксельный формат.

Это преобразование позволит не выполнять лишние вычисления во время расчётов. Так как точность приближения обратно пропорциональна шагу сетки и прямо пропорциональна количеству полигонов, то плохая масштабируемость «наивного» алгоритма может привести к значительной задержке между вводом исходной модели и выполнением последующих действий, что снизит скорость и качество результатов интерактивного проектирования.

Для ускорения запросов к пространственным структурам широко используются BVH (Bounding volume hierarchy, иерархии ограничивающих объёмов) — древовидные пространственные структуры, разбивающие его последовательно на всё более мелкие части. Основная идея метода иерархий ограничивающих объёмов заключается в приближенном описании сложных геометрических объектов с немного большим объёмом и простыми геометрическими элементами, так что только объекты с перекрывающимися ограничивающими прямоугольниками необходимо дополнительно проверять на пересечение [15, 16]. Кроме того, путем построения древовидной иерархической структуры можно приближаться к геометрической модели объекта все больше и

больше, пока геометрические характеристики объекта не будут почти полностью получены.

Для создания 3D-сцен в реальном времени иерархия ограничивающих объемов (BVH) является наиболее часто используемой структурой пространственных данных. Например, иерархический ограничивающий объем часто используется для иерархического усечения. Сцена организована в виде иерархической древовидной структуры, включая корневой узел, некоторые внутренние узлы и некоторые листовые узлы (листья). Верхний узел является корневым, и у него нет родительского узла. Листовой узел содержит фактическую геометрию для визуализации и не имеет дочерних узлов. В случае применения иерархической декомпозиции пространства равных частей плоскостями, перпендикулярными каждой из координатных осей, получается обобщенное октальное дерево. В трехмерном случае каждая вершина октального дерева содержит восемь дочерних вершин, ассоциированных с соответствующими октантами пространственного разбиения. Верхняя вершина дерева соответствует параллелепипеду всей сцены. Пример пространственной декомпозиции и полученного октального дерева приведен на рис.1.

Главным достоинством октальных структур является их простота, обусловленная априори известным положением секущих плоскостей и, как следствие, исключением дополнительного пространственного анализа при проведении разбиения.

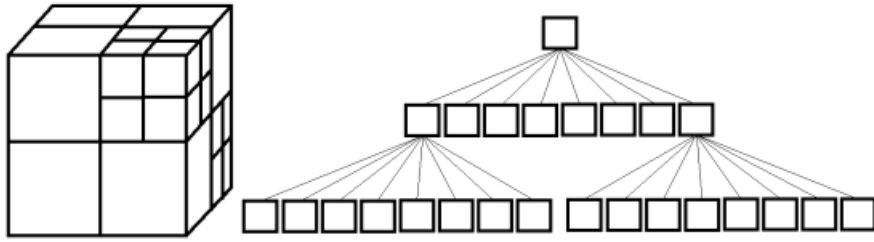


Рис 1. Пример пространственной декомпозиции и соответствующего ей октального дерева.

Алгоритм преобразования полигональной модели в воксельную выглядит следующим образом:

- 1) Строится октальное дерево для модели. Сложность данного шага: $O(n \cdot \log n)$.
- 2) Обходятся все непустые вершины октодерева, каждая из них разбивается на сетку с шагом h и потом для каждой ячейки выполняется запрос на вхождение полигона в ячейку. Сложность запроса: $O(\log n)$. Обход только заполненных вершин позволяет уменьшить константу при вычислительной сложности.

Итоговый алгоритм имеет сложность $O(n \cdot \log n) + O(\log n \cdot (1/h)^3)$ или можно сказать, что эффективность по сравнению с «наивным» алгоритмом повышается до четырехсот тысяч раз. Использование ускоряющей структуры является выгодным при $(1/h)^3 > n$. Это предположение должно выполняться почти всегда, потому что использование большого количества полигонов с большим шагом сетки нецелесообразно, так как не добавит значительной точности.

Полученная геометрическая математическая модель позволяет сократить время поиска оптимальных параметров гальванической ячейки, особенно при использовании современных эффективных методов оптимизации [20].

Список источников

1. Каданер Л.И. Равномерность гальванических покрытий. - Харьков: Изд-во Харьковский государственный университет, 1960. - 414 с.
2. Дутов А.В., Литовка Ю.В., Нестеров В.А., Соловьев Д.С., Соловьева И.А., Сыпало К.И. Поиск оптимального управления токовыми режимами в гальванических процессах со многими анодами при разнообразии номенклатуры обрабатываемых изделий // Известия РАН. Теория и системы управления. 2019. № 1. С. 78–88. DOI: [10.1134/S0002338819010062](https://doi.org/10.1134/S0002338819010062)
3. Литовка Ю.В., Као В.З., Соловьёв Д.С. Оптимальное управление технологическим процессом нанесения гальванического покрытия в ванне с дополнительными катодами и биполярными электродами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 8. С. 547–552.
4. Birlik I., Azem F.A. Influence of Bath Composition on the Structure and Properties of Nickel Coatings Produced by Electrodeposition Technique // Journal of Science and Engineering, 2018, vol. 20 (59), pp. 689-697. DOI:[10.21205/deufmd.2018205954](https://doi.org/10.21205/deufmd.2018205954)
5. Банников А.А., Литовка Ю.В. Расчётно-логическая интеллектуальная система управления многокатодной гальванической ванной // Труды МАИ. 2022. № 122. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=164273>. DOI: [10.34759/trd-2022-122-18](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-18)

6. Liu L. et al. Influence of Current Density on Orientation-Controllable Growth and Characteristics of Electrochemically Deposited Au Films // Journal of The Electrochemical Society, 2019, vol. 166 (1), pp. 3232-3237. DOI:[10.1149/2.0291901jes](https://doi.org/10.1149/2.0291901jes)
7. Mahapatro A., Suggu S.K. Modeling and simulation of electrodeposition: Effect of electrolyte current density and conductivity on electroplating thickness // Advanced Materials Science, 2018, vol. 3 (2), pp. 1-9. DOI:[10.15761/AMS.1000143](https://doi.org/10.15761/AMS.1000143)
8. Пчелинцева И.Ю., Литовка Ю.В. Система автоматизированного управления процессом нанесения гальванического покрытия в ванне с токонепроводящим экраном // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23. № 4. С. 188-196. DOI: [10.17587/mau.23.188-196](https://doi.org/10.17587/mau.23.188-196)
9. Лютов А.Г., Ишкулова А.Р. Многопараметрическое оптимальное управление процессом нанесения гальванического покрытия с учетом изменения условий электролиза // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2019. Т. 23. № 2 (84). С. 138-144.
10. Соловьева И.А., Соловьев Д.С. Реализация многоанодной системы для управления равномерностью гальванического покрытия // Пятая Всероссийская молодежная научная конференция «Радиоэлектроника. Проблемы и перспективы развития» (Тамбов, 06-07 мая 2020): тезисы докладов. – Тамбов: ТГТУ, 2020. С. 97-98.
11. Соловьева И.А., Соловьев Д.С. Алгоритм работы автоматизированной системы для оптимизации гальванических процессов // Международный научно-

исследовательский конкурс «The Best Solutions For Research Challenges»: сборник статей. – Петрозаводск: МЦНП «Новая наука». 2020. С. 37-42.

12. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1989. - 608 с.

13. Марчук Г.И. Методы расщепления. - М.: Наука, 1988. - 274 с.

14. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. - М.: МЦНМО, 2014. - 320 с.

15. Золотов В.А., Семенов В.А. Современные методы поиска и индексации многомерных данных в приложениях моделирования больших динамических сцен // Труды Института системного программирования. 2013. № 24. С. 381-416.

16. Денискина Г.Ю. CAD/CAM/CAE-система для изготовления конструкций из волокнистых композиционных материалов методом 3D-печати // Труды МАИ. 2022. № 126. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=169007>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-21](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-21)

17. Таныгин М.О., Чеснокова А.А., Ахмад А.А. Повышение скорости определения источника сообщений за счет ограничения множества обрабатываемых блоков данных // Труды МАИ. 2022. № 125. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=168192>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-20](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-20)

18. Таныгин М.О., Алшаиа Х.Я., Митрофанов А.В. Сложность алгоритма определения источника данных // Труды МАИ. 2021. № 117. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=156256>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-12](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-12)

19. Аминова Ф.Э. Исследование эффективности алгоритмов наведения и стабилизации системы управления ракетно-космического комплекса «Старт-1» //

Труды МАИ. 2020. № 111. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=115168>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-16](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-16)

20. Торишный Р.О. О применении численных методов второго порядка к задачам стохастического программирования с функцией вероятности // Труды МАИ. 2021. № 121. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=162664>. DOI: [10.34759/trd-2021-121-17](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-17)

References

1. Kadaner L.I. *Ravnomernost' gal'vanicheskikh pokrytii* (Uniformity of electroplated coatings), Khar'kov, Izd-vo Khar'kovskii gosudarstvennyi universitet, 1960, 414 p.
2. Dutov A.V., Litovka Yu.V., Nesterov V.A., Solov'ev D.S., Solov'eva I.A., Sypalo K.I. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2019, no. 1, pp. 78–88. DOI: [10.1134/S0002338819010062](https://doi.org/10.1134/S0002338819010062)
3. Litovka Yu.V., Kao V.Z., Solov'ev D.S. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 547–552.
4. Birlik I., Azem F.A. Influence of Bath Composition on the Structure and Properties of Nickel Coatings Produced by Electrodeposition Technique, *Journal of Science and Engineering*, 2018, vol. 20 (59), pp. 689-697. DOI:[10.21205/deufmd.2018205954](https://doi.org/10.21205/deufmd.2018205954)
5. Bannikov A.A., Litovka Yu.V. *Trudy MAI*, 2022, no. 122. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=164273>. DOI: [10.34759/trd-2022-122-18](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-18)

6. Liu L. et al. Influence of Current Density on Orientation-Controllable Growth and Characteristics of Electrochemically Deposited Au Films, *Journal of The Electrochemical Society*, 2019, vol. 166 (1), pp. 3232-3237. DOI:[10.1149/2.0291901jes](https://doi.org/10.1149/2.0291901jes)
7. Mahapatro A., Suggu S.K. Modeling and simulation of electrodeposition: Effect of electrolyte current density and conductivity on electroplating thickness, *Advanced Materials Science*, 2018, vol. 3 (2), pp. 1-9. DOI:[10.15761/AMS.1000143](https://doi.org/10.15761/AMS.1000143)
8. Pchelintseva I.Yu., Litovka Yu.V. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 4, pp. 188-196. DOI: [10.17587/mau.23.188-196](https://doi.org/10.17587/mau.23.188-196)
9. Lyutov A.G., Ishkulova A.R. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2019, vol. 23, no. 2 (84), pp. 138-144.
10. Solov'eva I.A., Solov'ev D.S. *Pyataya Vserossiiskaya molodezhnaya nauchnaya konferentsiya «Radioelektronika. Problemy i perspektivy razvitiya»*: tezisy dokladov. Tambov, TGTU, 2020, pp. 97-98.
11. Solov'eva I.A., Solov'ev D.S. *Mezhdunarodnyi nauchno-issledovatel'skii konkurs «The Best Solutions For Research Challenges»*: sbornik statei. Petrozavodsk, MTsNP «Novaya nauka», 2020, pp. 37-42.
12. Marchuk G.I. *Metody vychislitel'noi matematiki* (Methods of computational mathematics), Moscow, Nauka, 1989, 608 p.
13. Marchuk G.I. *Metody rasshchepleniya* (Splitting methods), Moscow, Nauka, 1988, 274 p.
14. Dasgupta S., Papadimitriou Kh., Vazirani U. *Algoritmy* (Algorithms), Moscow, MTsNMO, 2014, 320 p.

15. Zolotov V.A., Semenov V.A. *Trudy Instituta sistemnogo programmirovaniya*, 2013, no. 24, pp. 381-416.
16. Deniskina G.Yu. *Trudy MAI*, 2022, no. 126. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=169007>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-21](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-21)
17. Tanygin M.O., Chesnokova A.A., Akhmad A.A. *Trudy MAI*, 2022, no. 125. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=168192>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-20](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-20)
18. Tanygin M.O., Alshaia Kh.Ya., Mitrofanov A.V. *Trudy MAI*, 2021, no. 117. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=156256>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-12](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-12)
19. Aminova F.E. *Trudy MAI*, 2020, no. 111. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=115168>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-16](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-16)
20. Torishnyi R.O. *Trudy MAI*, 2021, no. 121. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=162664>. DOI: [10.34759/trd-2021-121-17](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-17)

Статья поступила в редакцию 25.11.2022

Статья после доработки 26.11.2022

Одобрена после рецензирования 30.11.2022

Принята к публикации 26.12.2022.

The article was submitted on 25.11.2022; approved after reviewing on 30.11.2022; accepted for publication on 26.12.2022