



Научная статья / Original Article

УДК 623.465; 623.465.7; 623.462; 623.462.5

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188117>

EDN: <https://www.elibrary.ru/VNIJUS>

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ УПРАВЛЯЕМОГО ОБЪЕКТА С ПРИМЕНЕНИЕМ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СРЕДЕ MATLAB – SIMULINK

Е.А. Буренко ✉ 

Публичное акционерное общество «Научно–производственное предприятие «Импульс»,
г. Москва, Россия

✉ super.evgeny-burenko2012@yandex.ru

Цитирование: Буренко Е.А. Исследование метода пропорциональной навигации управляемого объекта с применением имитационного моделирования в среде MATLAB – Simulink // Труды МАИ: электрон. журнал. № 147. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188117>

Аннотация. Проведено исследование качества процесса самонаведения управляемого объекта на подвижный объект–цель, совершающий манёвр с заданной нормальной перегрузкой при наведении методом пропорциональной навигации на разработанной среде MATLAB – Simulink имитационной модели контура радиоуправления (самонаведения). Представлены полученные в результате моделирования траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при различных значениях перегрузки цели, ракурсе цели и ракурсах пуска управляемого объекта. Экспериментально установлено, что метод пропорциональной навигации обладает высокой устойчивостью к манёврам цели и позволяет осуществлять устойчивое наведение управляемого объекта на маневрирующую цель, обеспечивая малую кривизну траектории движения управляемого объекта. Кроме того, использование информации о дополнительно измеряемом трансверсальном (поперечном) ускорении объекта–цели позволяет дополнительно уменьшить кривизну траектории управляемого объекта и

осуществлять полёт с малой перегрузкой на протяжении всего процесса самонаведения до встречи с целью.

Ключевые слова: радиосистема управления; самонаведение; метод пропорциональной навигации; контур управления; контур наведения; управляемый объект; математическое моделирование; имитационное моделирование; компьютерное моделирование; MATLAB – Simulink.

RESEARCH OF THE PROPORTIONAL NAVIGATION METHOD OF A GUIDED OBJECT USING SIMULATION MODELING IN THE MATLAB – SIMULINK ENVIRONMENT

E.A. Burenko ✉ 

Researcher, Public Joint Stock Company «Research and Production Enterprise «Impulse»,
Moscow, Russia

✉ super.evgeny-burenko2012@yandex.ru

Citation: Burenko E.A. Research of the proportional navigation method of a guided object using simulation modeling in the MATLAB – Simulink environment // Trudy MAI. 2026. No. 147. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=188117>

Abstract. The article presents an experimental study of the quality of the homing process of a guided object at a mobile object–target performing a maneuver with a given normal overload when aiming at a target using the proportional navigation method on a developed simulation model of a radio control loop (homing). The proportional navigation method is used to guide of a guided objects towards fast–moving and maneuvering targets. Currently, the widespread development of computing and computer technology makes it possible to perform mathematical modeling of various processes in real time. One of the most powerful and effective tools for modeling various systems and processes is the simulation environment MATLAB – Simulink, in which a control loop model has been developed. For modeling, the mathematical apparatus of differential equations and the equivalent apparatus of functional links were used. The article presents the trajectories of the carrier, guided object and target obtained as a result of simulation modeling for various values of target overload, target angle and guided object launch angle. Experimental data show that the proportional navigation method demonstrates high resistance to target maneuvers, providing stable guided

object guidance to a target with a small curvature of its trajectory. In addition, the use of information about the additionally measured transversal acceleration of the target also makes it possible to reduce the curvature of the guided object trajectory and fly with low overload throughout the entire homing process until meeting the target. Thus, the work shows that the proportional navigation method is the most optimal when targeting fast-moving and maneuvering targets.

Keywords: radio control system; homing; proportional navigation method; control loop; guidance loop; guided object; mathematical modeling; simulation modeling; computer modeling; MATLAB – Simulink.

Введение

Целью настоящей статьи является исследование качества процесса самонаведения управляемого объекта (УО) на маневрирующий объект-цель при наведении по методу пропорциональной навигации при различных значениях перегрузки цели, ракурсах цели и ракурсах пуска УО на разработанной в среде MATLAB – Simulink имитационной модели контура радиоуправления (самонаведения).

Самонаведение – способ радиоуправления, при котором в аппаратуре УО, называемой головкой самонаведения (ГСН) или визиром объекта-цели измеряются параметры движения объекта-цели и формируются команды управления [1, 2, 3, 4].

В зависимости от места расположения первичного источника электромагнитного излучения известны активные, полуактивные, пассивные и комбинированные системы самонаведения [1, 2, 3, 4]. Как указывается в [3], максимальная дальность действия систем активного самонаведения может достигать сотен километров.

Активные радиолокационные головки самонаведения (АРГС) осуществляют обнаружение объекта-цели и определение его относительных координат, используя радиолокационный сигнал, отражённый от цели. Передатчик зондирующего радиолокационного сигнала в этом случае устанавливается на борту управляемого объекта.

Математическая модель контура управления системы самонаведения

На рисунке 1 приведены геометрические соотношения при самонаведении, на которых показано взаимное расположение управляемого объекта (УО) и цели (Ц) в стартовой системе координат $OX_{СТ}Z_{СТ}$, неврацающей подвижной, начало которой совмещено с центром масс УО. При этом полагается, что движение цели и УО осуществляется в только одной горизонтальной плоскости, что соответствует курсовому каналу управления УО [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7].

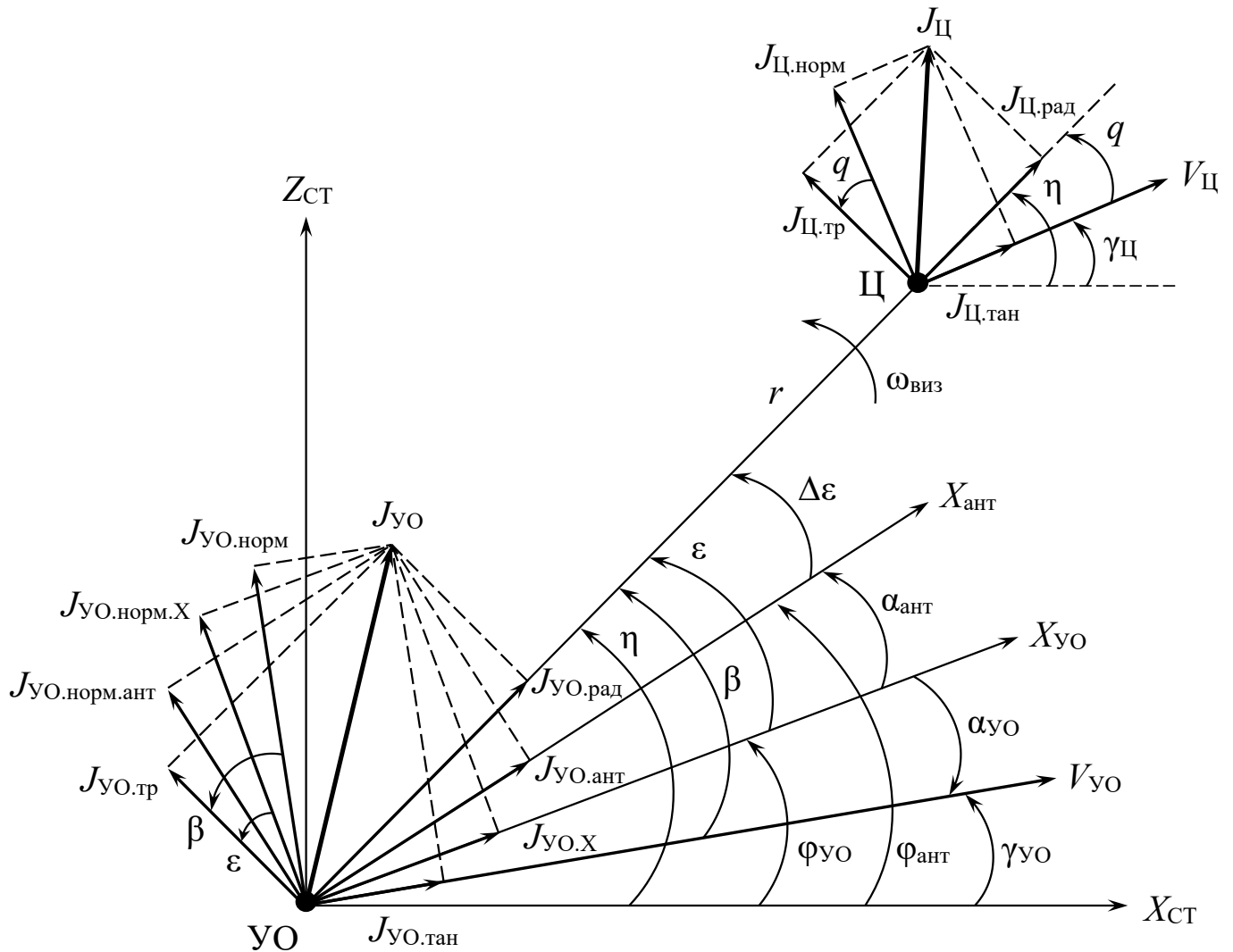


Рисунок 1 – Геометрические соотношения при самонаведении в стартовой системе координат

На рисунке 1 приняты следующие обозначения:

$V_{Ц}$ – вектор скорости цели,

$V_{УО}, X_{УО}$ – вектор скорости и строительная (продольная) ось УО,

$X_{ант}$ – ось следящей антенны ГСН УО (соответствует равносигнальному направлению антенны),

r – вектор дальности «управляемый объект – цель» (соответствует линии визирования),

$\omega_{\text{виз}}$ – угловая скорость вращения линии визирования,

$J_{\text{Ц}}$ – вектор ускорения цели,

$J_{\text{Ц.рад}}, J_{\text{Ц.тр}}$ – радиальная и трансверсальная составляющие вектора $J_{\text{Ц}}$,

$J_{\text{Ц.тан}}, J_{\text{Ц.норм}}$ – тангенциальная и нормальная составляющие вектора $J_{\text{Ц}}$,

$J_{\text{УО}}$ – вектор ускорения УО,

$J_{\text{УО.рад}}, J_{\text{УО.тр}}$ – радиальная и трансверсальная составляющие вектора $J_{\text{УО}}$,

$J_{\text{УО.Х}}, J_{\text{УО.ант}}$ – проекции вектора $J_{\text{УО}}$ на его строительную ось $X_{\text{УО}}$ и на ось следящей антенны ГСН $X_{\text{ант}}$,

$J_{\text{УО.тан}}, J_{\text{УО.норм}}$ – тангенциальная и нормальная составляющие вектора $J_{\text{УО}}$,

$J_{\text{УО.норм.Х}}, J_{\text{УО.норм.ант}}$ – составляющие вектора $J_{\text{УО}}$, перпендикулярные (нормальные) его продольной оси $X_{\text{УО}}$ и оси антенны $X_{\text{ант}}$,

$\gamma_{\text{Ц}}, \gamma_{\text{УО}}$ – углы векторов скоростей цели и УО соответственно (курсовые углы цели и УО),

η – угол линии визирования (линии дальности «УО – Ц»),

$q = \eta - \gamma_{\text{Ц}}, \beta = \eta - \gamma_{\text{УО}}$ – углы между линией дальности r и векторами скоростей цели и УО соответственно (углы упреждения цели и УО),

$\varphi_{\text{УО}} = \gamma_{\text{УО}} + \alpha_{\text{УО}}$ – угол поворота строительной оси УО (угол рысканья),

$\alpha_{\text{УО}}$ – угол скольжения (атаки) УО (в нормальном режиме полёта угол скольжения $\alpha_{\text{УО}}$ мал, т. е. $0 \leq \alpha_{\text{УО}} \leq 20^\circ$),

$\varphi_{\text{ант}}, \alpha_{\text{ант}}$ – углы поворота (рысканья) и разворота соответственно следящей антенны ГСН,

$\varepsilon = \eta - \varphi_{\text{УО}}$ – угол между продольной осью $X_{\text{УО}}$ и линией дальности r (угол пеленга цели),

$\Delta\varepsilon = \eta - \varphi_{\text{ант}}$ – ошибка слежения по углу, определяемая, как угол между направлением оси антенны $X_{\text{ант}}$ и направлением линии дальности r .

Направления отсчёта углов против часовой стрелки считаются положительными.

Как известно, модель контура управления включает в себя [3, 4, 7, 9, 14, 15]:

- модель движения цели;
- модель УО, как динамического объекта системы управления;
- модель измерителя (угломера);
- модель формирователя команд управления;
- модель относительного движения УО и цели.

Все перечисленные модели в контуре управления образуют отдельные звенья.

Модель относительного движения УО и цели, составляется в результате формирования проекций векторов их скоростей на линию дальности r и на направление, нормальное (перпендикулярное) ей (рисунок 2).

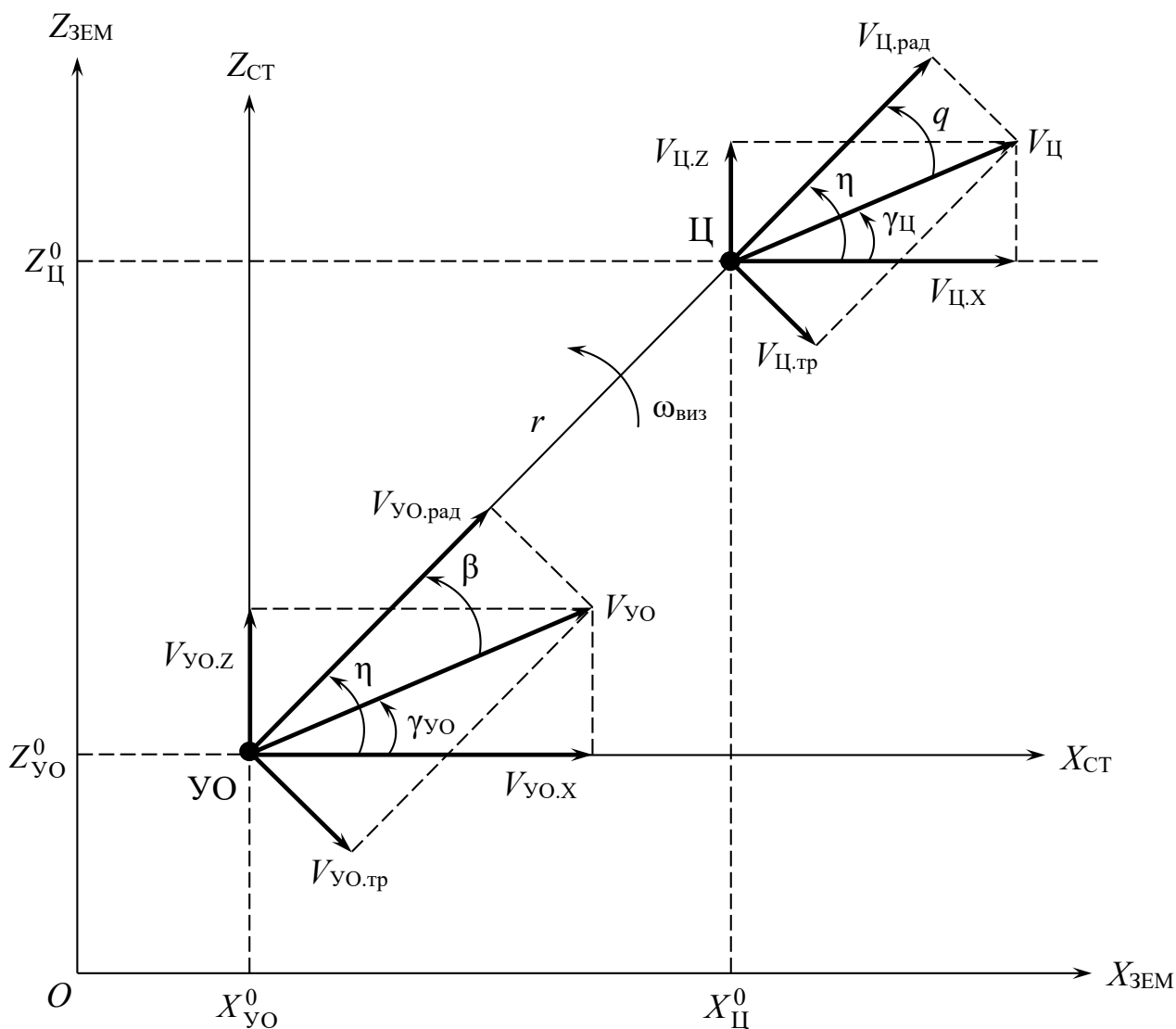


Рисунок 2 – Формирование проекций векторов скоростей управляемого объекта и цели

Соответствующая система кинематических уравнений имеет вид [3, 7]:

$$\begin{cases} V_{\text{сбл}} = V_{\text{УО,рад}} - V_{\text{Ц,рад}}, \\ \omega_{\text{виз}} = \frac{V_{\text{УО,тр}} - V_{\text{Ц,тр}}}{r}, \end{cases}$$

где приняты следующие обозначения [3, 7]:

$$\begin{cases} V_{\text{сбл}} = -\frac{dr}{dt} = -\dot{r}, \\ \omega_{\text{виз}} = \frac{d\eta}{dt} = \dot{\eta}, \end{cases}$$

$V_{\text{сбл}}$ – скорость сближения УО с целью, $\omega_{\text{виз}}$ – угловая скорость вращения линии визирования.

Выразив радиальные $(V_{\text{УО,рад}}, V_{\text{Ц,рад}})$ и тангенциальные $(V_{\text{УО,тр}}, V_{\text{Ц,тр}})$ составляющие скоростей через векторы скоростей и соответствующие углы, согласно рисунку 2, образуется следующая система из двух дифференциальных уравнений [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 15]:

$$\begin{cases} V_{\text{УО}} \cos(\eta - \gamma_{\text{УО}}) - V_{\text{Ц}} \cos(\eta - \gamma_{\text{Ц}}) = -\dot{r}, \\ V_{\text{УО}} \sin(\eta - \gamma_{\text{УО}}) - V_{\text{Ц}} \sin(\eta - \gamma_{\text{Ц}}) = r \dot{\eta}. \end{cases} \quad (1)$$

Данная система описывает кинематические связи УО и цели при самонаведении. Для удобства уравнения (1) могут быть представлены в правильной форме Коши:

$$\begin{cases} \dot{r} = V_{\text{Ц}} \cos(\eta - \gamma_{\text{Ц}}) - V_{\text{УО}} \cos(\eta - \gamma_{\text{УО}}), \\ \dot{\eta} = \frac{V_{\text{УО}} \sin(\eta - \gamma_{\text{УО}}) - V_{\text{Ц}} \sin(\eta - \gamma_{\text{Ц}})}{r}. \end{cases} \quad (2)$$

В контуре управления соотношения (2) составляют систему уравнений, описывающих *кинематическое звено* [17, 18]. При имитационном моделировании в среде MATLAB – Simulink [16, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24], модель кинематического звена, реализующая уравнения (2), может быть представлена схемой (рисунок 3).

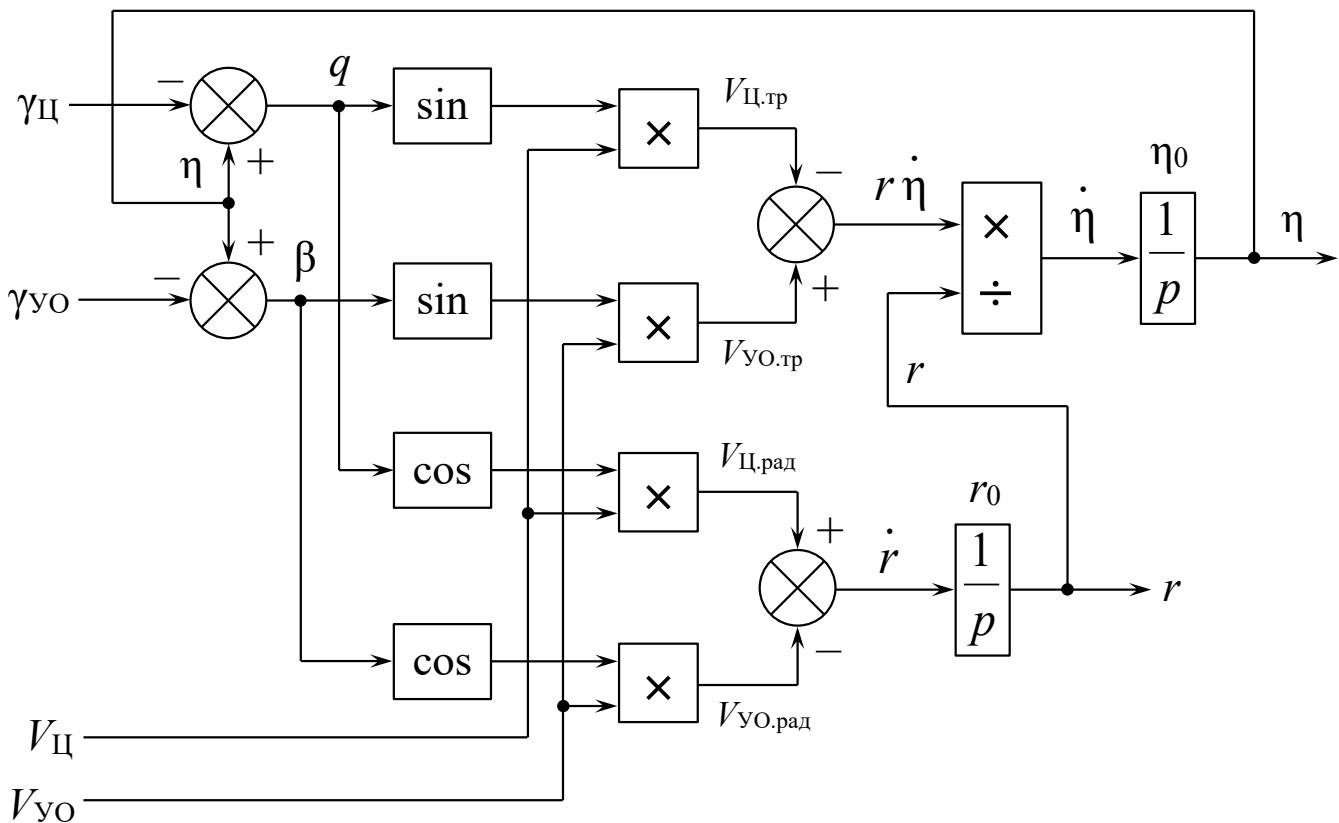


Рисунок 3 – Модель кинематического звена контура самонаведения

Начальные значения дальности «управляемый объект – цель» r_0 и угла линии визирования η_0 , соответствующие моменту пуска УО, определяются, согласно рисунку 2, через начальные координаты УО $(X_{УО}^0, Z_{УО}^0)$ и цели $(X_{Ц}^0, Z_{Ц}^0)$ известными выражениями [17]:

$$r_0 = \sqrt{(X_{Ц}^0 - X_{УО}^0)^2 + (Z_{Ц}^0 - Z_{УО}^0)^2},$$

$$\eta_0 = \arctg\left(\frac{Z_{Ц}^0 - Z_{УО}^0}{X_{Ц}^0 - X_{УО}^0}\right),$$

и задаются в виде соответствующих начальных условий интеграторов $\boxed{1/p}$ кинематического звена в схеме на рисунке 3.

Для наведения управляемого объекта могут использоваться различные методы наведения и их комбинации [8, 9, 19]. В частности, необходимость обеспечить устойчивое наведение УО на цель в передней полусфере и стремление к получению траекторий с наименьшей кривизной привело к методу наведения, при котором требуемое трансверсальное (поперечное) ускорение УО в плоскости управления пропорционально угловой скорости вращения линии визирования и

скорости сближения УО с целью. Таким методом является *метод пропорциональной навигации (пропорционального наведения)* [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7], который широко используется в современных системах самонаведения управляемых объектов различного назначения [8, 9, 15, 17].

Сущность метода пропорциональной навигации состоит в том, чтобы обеспечить движение УО с требуемым (оптимальным) трансверсальным ускорением $J_{УО.тр}^{опт}(t)$ от момента старта (отделения УО от носителя) до встречи с целью. Закон управления имеет следующий вид [2, 3, 7]:

$$J_{УО.тр}^{опт}(t) = N_0 \left[|V_{сбл}| \omega_{виз}^* + 1,5 J_{Ц.тр}^*(t) \right], \quad (3)$$

где $N_0 = 3$ – постоянная метода наведения (навигационная константа),

$V_{сбл} = -\frac{dr}{dt} = -\dot{r}$ – скорость сближения УО с целью (r – текущая дальность

«управляемый объект – цель»), $\omega_{виз}^* = \frac{d\eta^*}{dt} = \dot{\eta}^*$ – измеренная бортовой аппаратурой

УО угловая скорость вращения линии визирования (η^* – измеренный аппаратурой

УО угол линии визирования), $J_{Ц.тр}^*(t)$ – измеренное трансверсальное ускорение

цели.

С целью упрощения аппаратуры УО наиболее часто применяется *метод упрощённого пропорционального наведения (пропорционального сближения)*, т. е. без учёта ускорения цели [3, 7, 17]:

$$J_{УО.тр}^{опт}(t) = N_0 |V_{сбл}| \omega_{виз}^*. \quad (4)$$

Измерение скорости сближения $V_{сбл}$ осуществляется доплеровским измерителем скорости [3, 7, 9, 13, 14]. Современные методы позволяют измерять скорость сближения с высокой точностью, что позволяет при моделировании напрямую использовать значение \dot{r} , непосредственно выработанное кинематическим звеном (рисунок 3).

Реализация метода осуществляется посредством использования специального силового следящего гироскопического привода (гиروпривода), основанного на управляемом позиционном гироскопе. В основе его лежит

вращающийся с высокой скоростью вокруг собственной оси цилиндр, называемый *ротором* (рисунок 4). Гироскоп выполняет функции как следящего, так и стабилизирующего устройств. Ключевая особенность позиционного гироскопа – сохранение неизменным направления вращающегося ротора, ось которого совпадает с основной осью $x_{гир}$ гироскопа, при воздействии различных возмущений, например, при наличии колебаний корпуса летательного аппарата (ЛА). В управляемом позиционном гироскопе возможно создание моментов M_y и M_z на осях $y_{гир}$ и $z_{гир}$ гироскопа, перпендикулярных его основной оси. Под действием этих моментов основная ось гироскопа безынерционно поворачивается таким образом, чтобы вектор кинетического момента ротора гироскопа по кратчайшему пути совместился с моментами M_y и M_z (рисунок 4). Другими словами, при воздействии момента M_z ось гироскопа вращается вокруг оси $y_{гир}$, а при воздействии момента M_y – вокруг оси $z_{гир}$. Данное явление носит название *прецессии*. При этом проекции вектора угловой скорости разворота оси $x_{гир}$ на плоскости, соответствующие каналам управления ЛА по курсу и тангажу, пропорциональны создаваемым моментам.

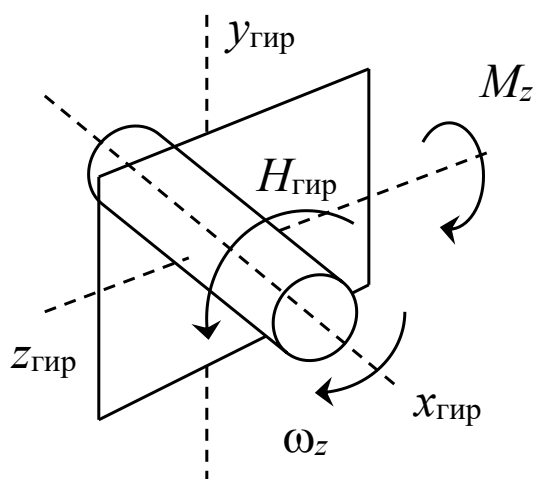


Рисунок 4 – Прецессия гироскопа

По типу радиопеленгаторов системы самонаведения можно разделить на системы со сканированием (со сканирующими антеннами) и моноимпульсные системы. С точки зрения помехозащищённости моноимпульсные системы наиболее перспективны, так как обладают способностью частично компенсировать помеховый сигнал за счёт вычитания сигналов, принимаемых

парой антенн. Системы со сканированием восприимчивы к воздействиям синхронных помех на частоте сканирования. Моноимпульсные системы избавлены от этого недостатка.

Радиопеленгатор моноимпульсной системы имеет волноводно-щелевую антенну, формирующую две пары диаграмм направленности во взаимно ортогональных (перпендикулярных) плоскостях обзора. Антенна ГСН расположена на гиросtabilизированной платформе и имеет три степени свободы. Направления максимумов диаграмм направленности пар имеют угол $\frac{\theta}{2}$ относительно равносигнального направления (РСН) [12, 13]. На рисунке 5 показаны диаграммы направленности в одной из плоскостей.

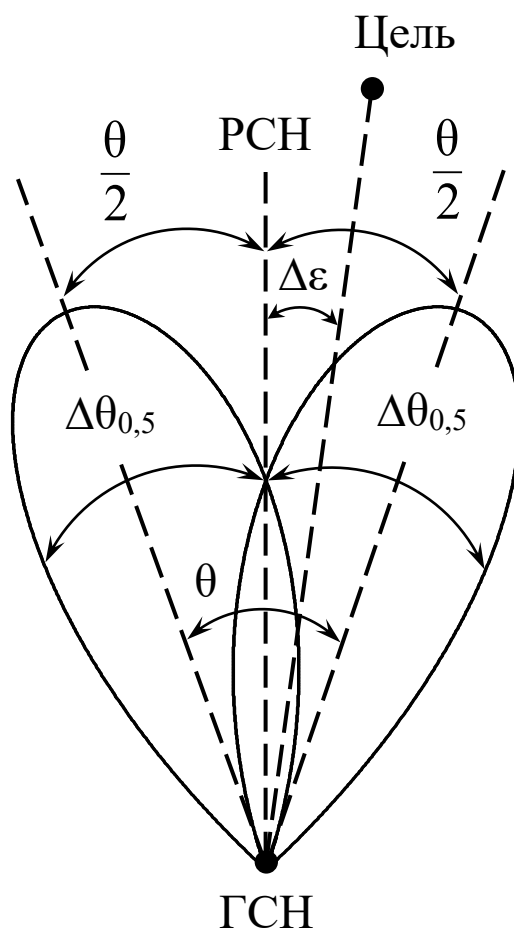


Рисунок 5 – Направление максимумов диаграмм направленности следящей антенны ГСН в одной из плоскостей при моноимпульсном способе пеленгации ($\Delta\theta_{0,5}$ – ширина по уровню половинной мощности, $\Delta\varepsilon$ – ошибка слежения по углу)

Совмещение подвижного элемента радиопеленгатора с ротором гироскопа и использование его выходного сигнала для создания управляющих моментов M_y и M_z в каждом из каналов управления по курсу и тангажу соответственно,

позволяет реализовать замкнутую следящую систему (рисунок 6), в цепь отрицательной обратной связи которой включается интегратор.

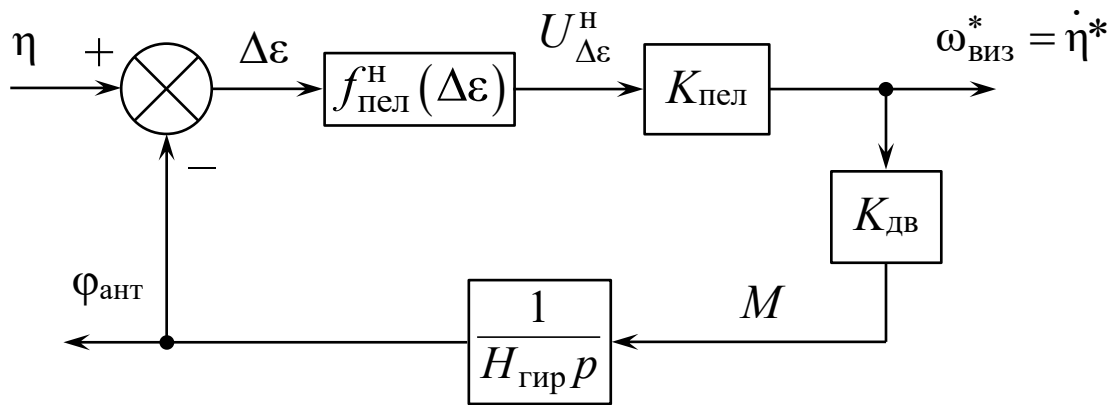


Рисунок 6 – Модель угломерного устройства ГСН с моноимпульсным пеленгатором и силовым следящим гирос приводом

В разработанной модели пеленгатор представлен в виде последовательного соединения безынерционного нелинейного звена (БНЗ) с амплитудной характеристикой вида $U_{\Delta\varepsilon}^H = f_{\text{пел}}^H(\Delta\varepsilon)$ и линейного динамического звена (ЛДЗ) с коэффициентом передачи $K_{\text{пел}}$. При этом амплитудная характеристика БНЗ соответствует *нормированной пеленгационной характеристике* пеленгатора. Важно отметить, что наклон пеленгационной характеристики в точке $\Delta\varepsilon = 0$ совпадает с коэффициентом передачи ЛДЗ $K_{\text{пел}}$. Для моноимпульсного пеленгатора, использующего суммарно–разностный метод измерения угловых координат, выражение для нормированной пеленгационной характеристики имеет следующий вид [12, 13]:

$$U_{\Delta\varepsilon}^H = f_{\text{пел}}^H(\Delta\varepsilon) = \text{tg}\left(\pi \cdot \frac{d}{\lambda} \cdot \sin \Delta\varepsilon\right), \quad (5)$$

где λ – длина волны,

$d = \frac{\lambda}{4}$ – расстояние между излучающими щелями антенны,

$U_{\Delta\varepsilon}^H$ – нормированное напряжение на выходе пеленгатора.

График нормированной пеленгационной характеристики (5) при заданных параметрах пеленгатора ГСН представлен на рисунке 7.

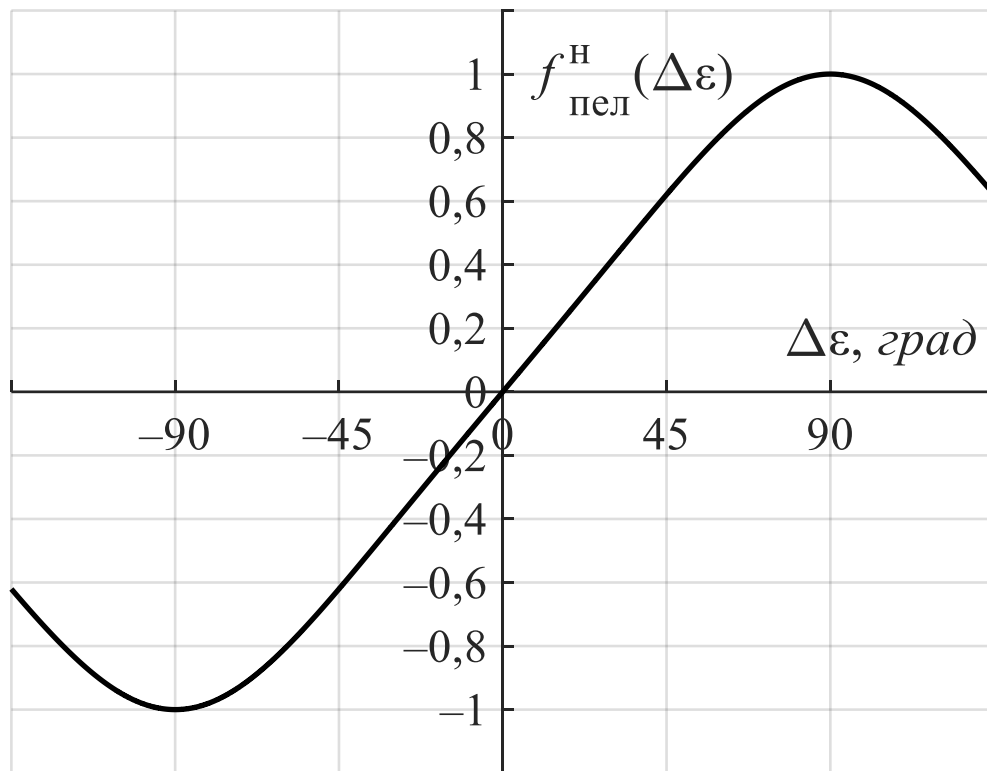


Рисунок 7 – Нормированная пеленгационная характеристика моноимпульсного пеленгатора с суммарно–разностным методом измерения угловых координат в соответствии с выражением (5)

При отклонении оси подвижного элемента пеленгатора (оси гироскопа $x_{\text{гир}}$) от направления на цель на угол $\Delta\varepsilon$, пеленгатор вырабатывает сигнал рассогласования $K_{\text{пел}}U_{\Delta\varepsilon}^{\text{H}}$. Этот сигнал поступает на вход моментного электродвигателя с коэффициентом передачи $K_{\text{дв}}$. В результате действия момента M , создаваемого электродвигателем, ось $x_{\text{гир}}$, а, следовательно, и подвижный элемент пеленгатора поворачиваются в направлении цели с угловой скоростью $\dot{\varphi}_{\text{ант}} = \frac{M}{H_{\text{гир}}}$, где $H_{\text{гир}}$ – кинетический момент гироскопа, определяемый как $H_{\text{гир}} = \frac{I_x \omega^2}{2}$, где I_x – момент инерции вращающегося тела гироскопа относительно оси $x_{\text{гир}}$, ω – угловая скорость вращения. В схеме на рисунке 6 интегратор в цепи отрицательной обратной связи моделирует динамику поворота оси $x_{\text{гир}}$ гироскопа и подвижного элемента пеленгатора.

Устройство (рисунок 6) называется *угломером*, и может быть описано системой уравнений:

$$\begin{cases} \Delta\varepsilon = \eta - \varphi_{\text{ант}}, \\ U_{\Delta\varepsilon}^{\text{H}} = f_{\text{пел}}^{\text{H}}(\Delta\varepsilon), \\ M = K_{\text{дв}} K_{\text{пел}} U_{\Delta\varepsilon}^{\text{H}}, \\ \dot{\varphi}_{\text{ант}} = \frac{M}{H_{\text{гир}}}. \end{cases} \quad (6)$$

В результате исключения промежуточных переменных, система (6) трансформируется в одно дифференциальное уравнение:

$$\dot{\varphi}_{\text{ант}} = \frac{K_{\text{дв}} \cdot K_{\text{пел}} \cdot f_{\text{пел}}^{\text{H}}(\eta - \varphi_{\text{ант}})}{H_{\text{гир}}}. \quad (7)$$

С выхода угломера (рисунок 6) снимается измеряемая им оценка угловой скорости вращения линии визирования, определяемая как $\omega_{\text{виз}}^* = K_{\text{пел}} U_{\Delta\varepsilon}^{\text{H}}$. В модели контура управления угломер является *измерительным звеном (ИЗ)*.

Информационным признаком при наведении методом пропорциональной навигации является рассогласование $\Delta J_{\text{УО.тр}}$ реального (измеряемого) трансверсального ускорения с вычисляемым оптимальным (требуемым). Изменение пространственного состояния УО достигается обработкой команды управления $U_{\text{К}}$, являющейся приборным аналогом рассогласования $\Delta J_{\text{УО.тр}}$. Связь этих величин в общем случае нелинейная и может быть представлена зависимостью вида [3, 7]:

$$U_{\text{К}} = f(\Delta J_{\text{УО.тр}}),$$

где f – оператор, определяющий вид функциональных преобразований над параметром рассогласования $\Delta J_{\text{УО.тр}}$.

Устройство формирования команд (формирователь команд) располагается на борту УО, и реализуется, как правило, программными средствами в бортовой аппаратуре УО. В модели контура самонаведения формирование команды управления на борту УО осуществляется пропорционально рассогласованию $\Delta J_{\text{УО.тр}}$, то есть:

$$U_{\text{К}} = K_{\text{ЗВК}} \cdot \Delta J_{\text{УО.тр}} = K_{\text{ЗВК}} \cdot (J_{\text{УО.тр}}^{\text{опт}} - J_{\text{УО.тр}}^{\text{изм}}), \quad (8)$$

где $K_{\text{ЗВК}}$ – коэффициент передачи звена *выработки и передачи команд (ЗВК)*, которое представлено статическим линейным безынерционным звеном.

Для определения реального трансверсального ускорения УО используются датчики линейных ускорений (ДЛУ), совмещённые с осью $X_{\text{ант}}$ следящей антенны ГСН. Размещение ДЛУ может осуществляться как на подвижном элементе пеленгатора, так и непосредственно на корпусе ЛА. При установке на подвижном элементе пеленгатора ДЛУ вырабатывает напряжение, пропорциональное составляющей ускорения $J_{\text{УО.норм.ант}}$, перпендикулярной оси $X_{\text{ант}}$ следящего элемента пеленгатора. Учитывая, что угловое отклонение $\Delta\varepsilon = \eta - \varphi_{\text{ант}}$ оси антенны $X_{\text{ант}}$ от линии визирования незначительно ($\Delta\varepsilon \approx 0$), можно считать, что $J_{\text{УО.норм.ант}} \approx J_{\text{УО.тр}}^{\text{изм}}$. В случае, когда подвижный элемент пеленгатора обладает малой массой и габаритами, установка ДЛУ на нём становится невозможной. В этом случае на корпусе ЛА устанавливаются два ДЛУ для измерения составляющих ускорения $J_{\text{УО.Х}}$ и $J_{\text{УО.норм.Х}}$ (рисунок 1). Для получения напряжения, пропорционального трансверсальному ускорению, показания этих ДЛУ пересчитываются с помощью формул преобразования координат [3, 7, 17]. Поскольку на борту ЛА направление линии визирования отождествляется с направлением оси $X_{\text{ант}}$, пересчёт позволяет определить составляющую ускорения $J_{\text{УО.норм.ант}}$, которая приблизительно равна $J_{\text{УО.тр}}^{\text{изм}}$.

В обоих случаях при моделировании системы самонаведения, модель УО должна формировать составляющую ускорения $J_{\text{УО.норм.ант}}$ (рисунок 1). Для этого $J_{\text{УО.норм.ант}}$ вычисляется по формулам преобразования координат [3, 7, 17]. Учитывая, что $J_{\text{УО.тан}} \approx 0$, то из геометрических соотношений на рисунке 1 получается, что:

$$J_{\text{УО.норм.ант}} \approx J_{\text{УО.норм}} \cos(\varphi_{\text{ант}} - \gamma_{\text{УО}}).$$

Нормальное скоростное ускорение (т. е. перпендикулярное вектору скорости УО) определяется как

$$J_{\text{УО.норм}} = V_{\text{УО}} \dot{\gamma}_{\text{УО}}.$$

Поскольку угол скольжения $\alpha_{\text{УО}} = \tau \dot{\gamma}_{\text{УО}}$, то

$$J_{\gamma_{\text{УО.норм}}} = \frac{V_{\gamma_{\text{УО}}} \alpha_{\gamma_{\text{УО}}}}{\tau},$$

где τ – аэродинамическая постоянная времени управляемого объекта по курсу, характеризующая скорость разворота ЛА при появлении угла скольжения $\alpha_{\gamma_{\text{УО}}}$.

Таким образом, реальное (измеряемое) трансверсальное ускорение УО, пересчитанное в антенную систему координат, равно:

$$J_{\gamma_{\text{УО.гр}}}^{\text{изм}} \approx \frac{V_{\gamma_{\text{УО}}} \alpha_{\gamma_{\text{УО}}}}{\tau} \cdot \cos(\varphi_{\text{ант}} - \gamma_{\gamma_{\text{УО}}}). \quad (9)$$

Замыкание контура управления осуществляется через звено «управляемый объект – автопилот» (УО – АП), на вход которого поступает командный сигнал $U_{\text{К}}$, сформированный в ЗВК (8), а на выходе формируется курсовой угол $\gamma_{\gamma_{\text{УО}}}$, определяющий направление вектора скорости УО.

Управляемый объект (крестокрылый осесимметричный ЛА) моделируется в виде последовательного соединения колебательного и интегрирующего звеньев [3, 7, 8, 17, 18] (рисунок 8).

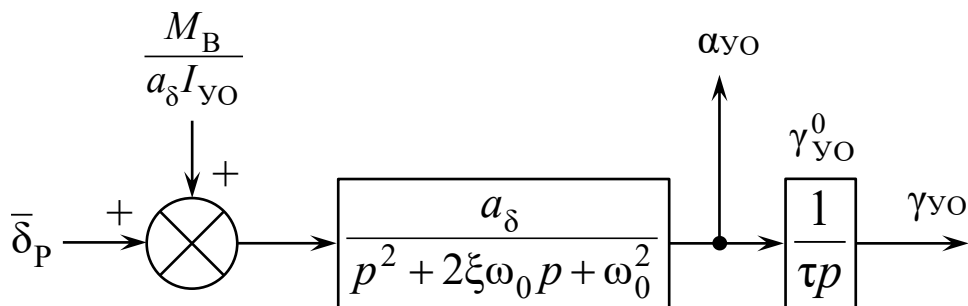


Рисунок 8 – Модель управляемого объекта (крестокрылого осесимметричного ЛА) как динамического объекта системы управления

На схеме на рисунке 8 показаны два независимых входных возмущения: угол отклонения рулей $\bar{\delta}_p$ и внешний возмущающий аэродинамический момент M_B , которые, согласно рисунку 8, могут быть сведены в единое воздействие $\left(\bar{\delta}_p + \frac{M_B}{a_{\delta} I_{\gamma_{\text{УО}}}} \right)$. Начальное значение курсового угла $\gamma_{\gamma_{\text{УО}}}^0$, соответствующего моменту пуска УО, задаётся в виде соответствующего начального условия интегрирующего звена.

Коэффициенты передаточных функций звеньев в схеме на рисунке 8 рассчитываются через коэффициенты сил и моментов, действующих на управляемый объект [3, 4, 7]:

$$K_1 = C_Y^\alpha \cdot \frac{\rho V^2}{2} \cdot S \quad - \quad \text{коэффициент пропорциональности аэродинамической}$$

(подъёмной) силы, где $S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площадь миделя ЛА (площадь поперечного сечения ЛА), d – диаметр ЛА по корпусу,

C_Y^α – производная коэффициента аэродинамической (подъёмной) силы по углу скольжения α_{yO} ,

V – скорость управляемого объекта,

ρ – плотность воздуха.

Множитель $\frac{\rho V^2}{2}$ представляет собой динамическое давление набегающего потока воздуха (скоростной напор). Плотность воздуха рассчитывается по стандарту атмосферы СА-81:

$$\rho = \rho_0 \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^{4,26},$$

где $\rho_0 = 1,225 \text{ кг/м}^3$ – стандартная плотность воздуха на уровне моря,

T – температура воздуха [К].

В соответствии со стандартом атмосферы СА-81 температура воздуха на произвольной высоте H над уровнем моря рассчитывается по формуле:

$$T = T_0 - 0,0065 \cdot H,$$

где $T_0 = 288,15 \text{ К}$ – стандартная температура воздуха на уровне моря,

H – высота полёта ЛА, [м].

$$K_2 = S_p \cdot \frac{\rho V^2}{2} \cdot l_p \quad - \quad \text{коэффициент пропорциональности активного вращающего}$$

момента, создаваемого отклонением рулей, имеет размерность [Н · м/рад], где

S_p – площадь рулей [м²],

l_p – плечо руля [м] (расстояние от центра руля до центра масс УО).

$K_3 = 0,01 \cdot K_2$ – коэффициент пропорциональности демпфирующего момента, создаваемого торможением атмосферы, и противодействующего вращению УО, имеет размерность $[\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2]$.

$K_4 = C_Y^\alpha \cdot \frac{\rho V^2}{2} \cdot S \cdot l_A = K_1 \cdot l_A$ – коэффициент пропорциональности статического (стабилизирующего) момента, создаваемого аэродинамической силой относительно центра масс УО, где l_A – плечо аэродинамической силы [м] (смещение центра приложения аэродинамической силы относительно центра масс УО).

Аэродинамическая постоянная времени τ УО по курсу, характеризующая скорость разворота ЛА при появлении угла скольжения $\alpha_{\text{УО}}$, определяется как

$$\tau = \frac{mV}{K_1 + T_{\text{ДВ}}},$$

где m – масса ЛА,

$T_{\text{ДВ}}$ – сила тяги двигателя,

V – скорость УО, которая определяется из равенства силы тяги двигателя и силы лобового сопротивления:

$$T_{\text{ДВ}} = C_X \cdot \frac{\rho V^2}{2} \cdot S,$$

где C_X – коэффициент лобового сопротивления. Откуда

$$V = \sqrt{\frac{2T_{\text{ДВ}}}{C_X \rho S}}.$$

Постоянная времени τ (входит в интегрирующее звено в схеме на рисунке 8) характеризует скорость разворота ЛА при появлении угла скольжения $\alpha_{\text{УО}}$. При развороте в вертикальной плоскости соотношения аналогичны, при этом вместо угла скольжения имеет место *угол атаки* $\alpha_{\text{УО}}$.

В зависимости от аэродинамических характеристик, скорости, массы УО, величина τ может находиться в пределах от долей секунды до нескольких секунд. Кроме того, коэффициент K_1 зависит как от скорости УО, так и от плотности

атмосферы ρ , изменяющейся в зависимости от высоты полёта УО. Таким образом, управляемый объект является *нестационарным динамическим звеном*.

Коэффициенты передаточной функции колебательного звена УО определяются в следующем порядке. Сначала находится момент инерции УО $I_{УО}$ относительно поперечных осей $OY_{св}$ и $OZ_{св}$ связанной системы координат. В предположении, что УО является цилиндрическим телом

$$I_{УО} = \frac{ml^2}{12} \text{ [кг} \cdot \text{м}^2\text{]},$$

где l – длина ЛА [м].

Далее определяются сами коэффициенты:

$$a_{\delta} = \frac{K_2}{I_{УО}} \text{ – коэффициент числителя передаточной функции колебательного}$$

звена в схеме на рисунке 8,

$$\omega_0^2 = \frac{K_3}{\tau \cdot I_{УО}} + \frac{K_4}{I_{УО}} = \frac{K_3 + K_4 \tau}{\tau \cdot I_{УО}} \text{ – свободный член полинома знаменателя}$$

передаточной функции, равный квадрату угловой частоты собственных колебаний УО,

$$2\xi\omega_0 = \frac{1}{\tau} + \frac{K_3}{I_{УО}} = \frac{I_{УО} + K_3\tau}{\tau \cdot I_{УО}} \text{ – коэффициент при первой степени полинома}$$

знаменателя передаточной функции,

$$\xi = \frac{I_{УО} + K_3\tau}{2\sqrt{\tau \cdot I_{УО}} \cdot (K_3 + K_4\tau)} \text{ – коэффициент демпфирования (затухания),}$$

определяющий колебательные свойства УО.

Циклическая частота собственных колебаний УО $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ лежит в пределах от десятых долей до единиц Гц. Коэффициент затухания ξ определяет характер переходного процесса и зависит от конструктивных характеристик УО, скорости и высоты полёта (может меняться в пределах $0 < \xi < 1$, не включая границы).

Неотъемлемой составной частью системы управления ЛА является *автопилот* – бортовое устройство, осуществляющее отклонение (поворот) рулей.

В модели контура управления рассматривается автопилот по каналу курса (рисунок 9).

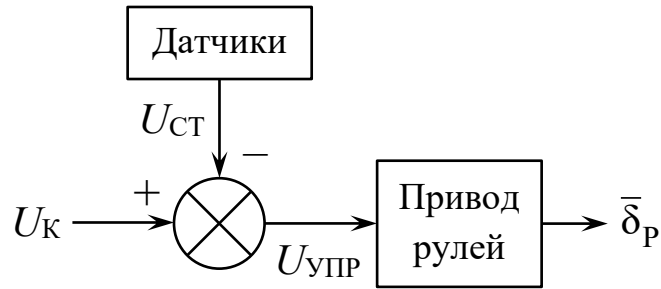


Рисунок 9 – Схема автопилота ЛА

В его состав входят:

- система чувствительных элементов (датчиков), вырабатывающих стабилизирующие сигналы $U_{СТ}$;
- разностное звено, реализованное в виде сумматора с вычитающим входом, осуществляющее формирование управляющего сигнала $U_{УПР}$ путём алгебраического суммирования командного $U_{К}$ и стабилизирующего $U_{СТ}$ сигналов, то есть $U_{УПР} = U_{К} - U_{СТ}$;
- исполнительное устройство – привод рулей (ПР), осуществляющий поворот рулей УО от нейтрального положения на угол $\bar{\delta}_P$ пропорционально управляющему сигналу $U_{УПР}$.

Привод рулей в модели автопилота представляется линейным безынерционным звеном с коэффициентом передачи $K_{ПР}$.

Особенностью привода рулей является нелинейность типа «ограничение», так как рулевые органы имеют предел отклонения рулей, связанный с допустимыми перегрузками и устойчивостью полёта. В нормальном режиме полёта значение перегрузки не должно превышать 20 единиц. Ограничение перегрузки до 20-ти единиц выбирается исходя из условия прочности ЛА.

В модели привода рулей ограничитель представляется кусочно-линейной функцией $\bar{\delta}_P = G(U_{УПР})$, типовой вид которой приведён на рисунке 10. Область наклонного участка характеристики (рисунок 10) имеет крутизну $S = K_{ПР}$.

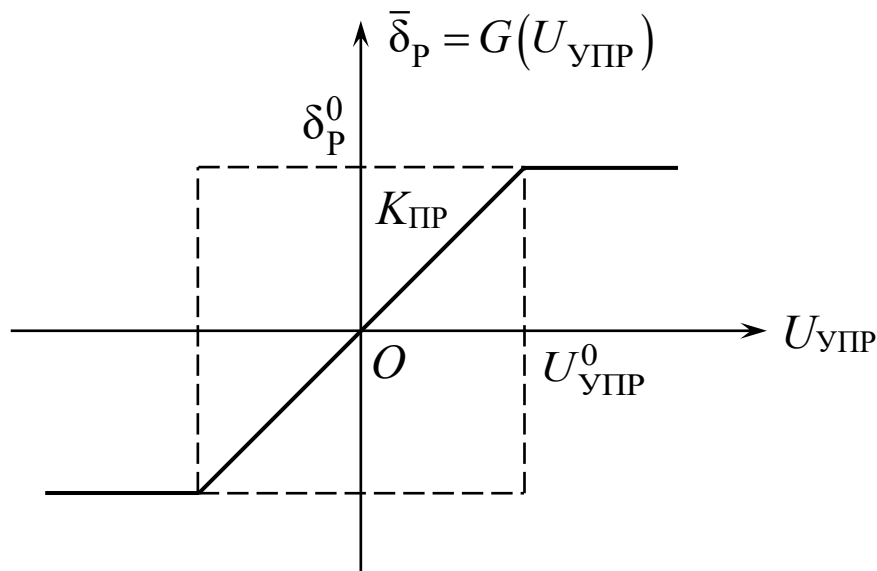


Рисунок 10 – Кусочно–линейная модель «ограничения» привода рулей

Автопилот осуществляет:

- обеспечение устойчивости ЛА, улучшение и стабилизацию его динамических характеристик;
- противодействие разворотам ЛА, которые могут возникать из-за аэродинамических возмущений;
- обеспечение функциональной связи между командным сигналом U_K и углом отклонения рулей $\bar{\delta}_P$.

Взаимодействие управляемого объекта с автопилотом осуществляется путём замыкания обратных связей через различные датчики автопилота. Поскольку пропорциональное наведение применяется для наведения ЛА на быстродвижущиеся и маневрирующие цели, в автопилоте оставлена только гибкая обратная связь (то есть через скоростной гироскоп с коэффициентом передачи K_{CG}), как наиболее эффективная. Выходной сигнал гироскопа, являющийся стабилизирующим сигналом, определяется следующим образом:

$$U_{CT} = K_{CG} \dot{\phi}_{YO} = K_{CG} \cdot (\dot{\gamma}_{YO} + \dot{\alpha}_{YO}). \quad (10)$$

Таким образом, модель звена «управляемый объект – автопилот» может быть представлена схемой (рисунок 11).

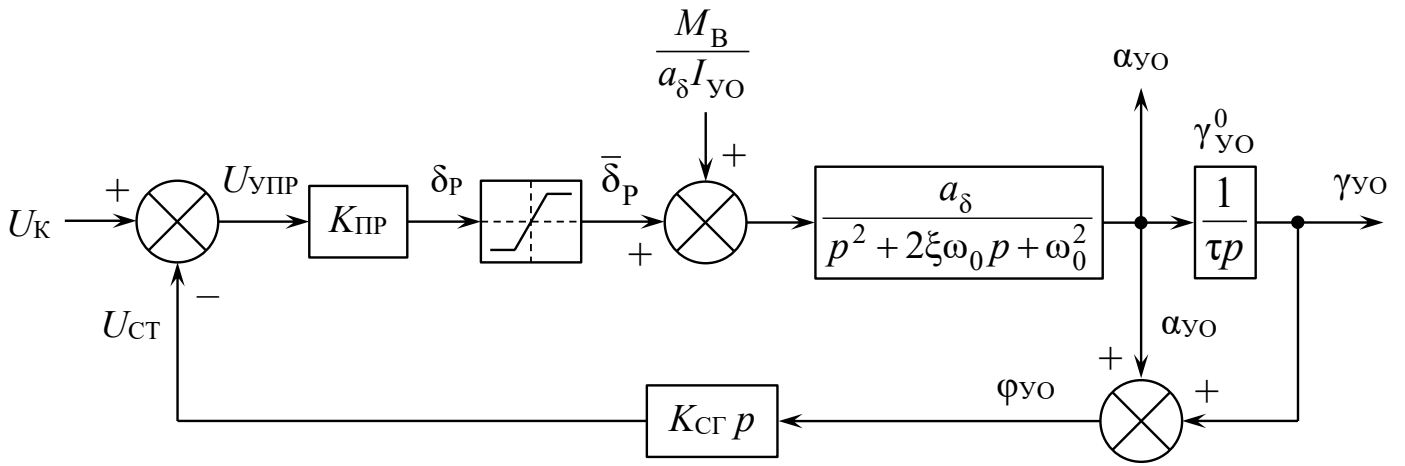


Рисунок 11 – Модель звена «управляемый объект – автопилот»

Общая модель контура управления получается в результате объединения моделей кинематического звена, угломера, устройства формирования команд и самого ЛА с автопилотом. Все перечисленные модели были рассмотрены выше. Структура модели контура зависит от метода наведения и состава аппаратуры УО. В частности, результирующая схема модели контура самонаведения для метода пропорциональной навигации, получаемая при объединении моделей рассмотренных выше звеньев, может быть представлена в виде (рисунок 12).

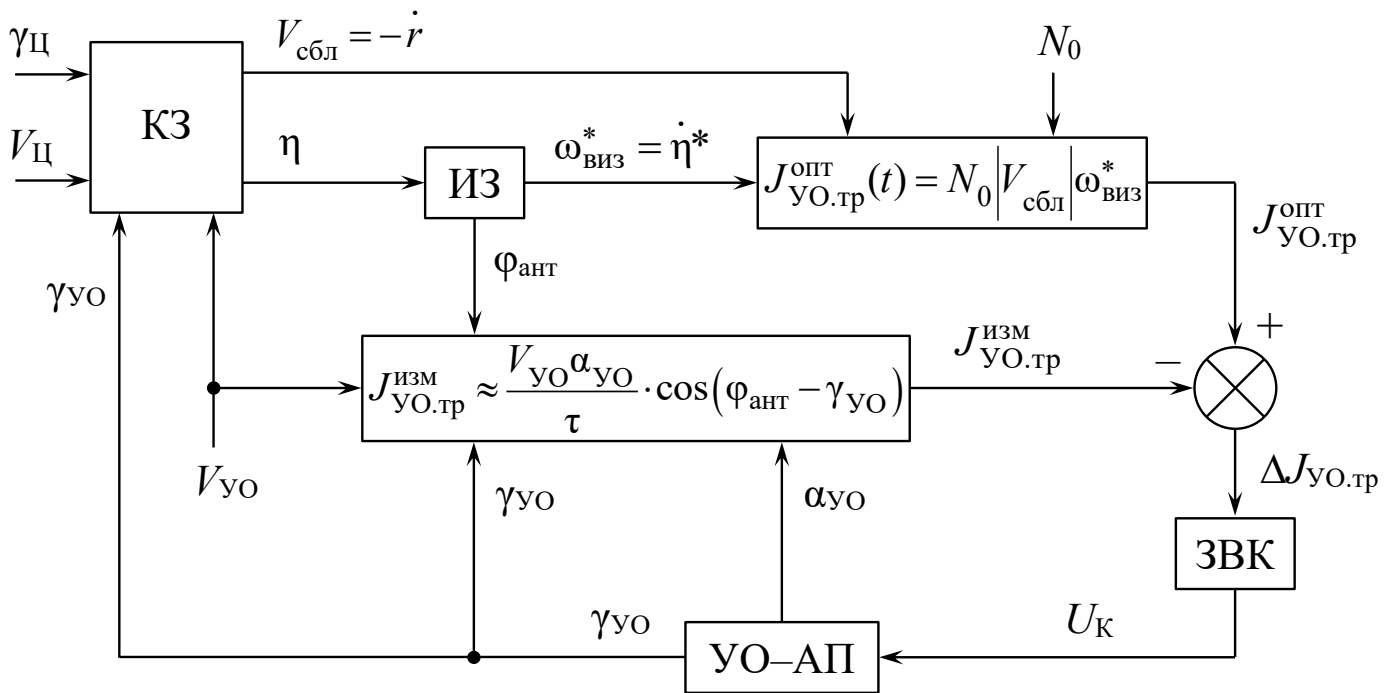


Рисунок 12 – Обобщённая схема моделирования контура самонаведения для метода пропорциональной навигации

В схеме на рисунке 12 приняты следующие обозначения:

- КЗ – кинематическое звено (формирует параметры линии «УО – цель»),
- ИЗ – измерительное звено (угломер с силовым следящим гирос приводом),
- ЗВК – звено выработки и передачи команд управления (формирователь команд),
- УО – АП – звено «управляемый объект – автопилот» (ЛА с автопилотом).

Движение цели и носителя в модели – в общем случае по окружностям радиусов $R_{Ц}$ и $R_{Н}$, с постоянными скоростями $V_{Ц}$ и $V_{Н}$, и постоянными нормальными перегрузками $n_{Ц}$ и $n_{Н}$ соответственно (рисунок 13), в частности – прямолинейное и равномерное, когда $n_{Ц}=0$ и $n_{Н}=0$. Соответствующие дифференциальные уравнения, описывающие динамику их движения, имеют вид [2, 3, 7, 17, 18]:

$$\dot{\gamma}_{Ц} = \pm \frac{V_{Ц}}{R_{Ц}} = \pm \frac{n_{Ц}g}{V_{Ц}}, \quad (11)$$

$$\dot{\gamma}_{Н} = \pm \frac{V_{Н}}{R_{Н}} = \pm \frac{n_{Н}g}{V_{Н}}, \quad (12)$$

где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли,

$R_{Ц} = \frac{V_{Ц}^2}{n_{Ц}g}$ – радиус кривизны траектории цели, $R_{Н} = \frac{V_{Н}^2}{n_{Н}g}$ – радиус кривизны

траектории носителя, а знак « \pm » обусловлен направлением движения цели и носителя (рисунок 13).

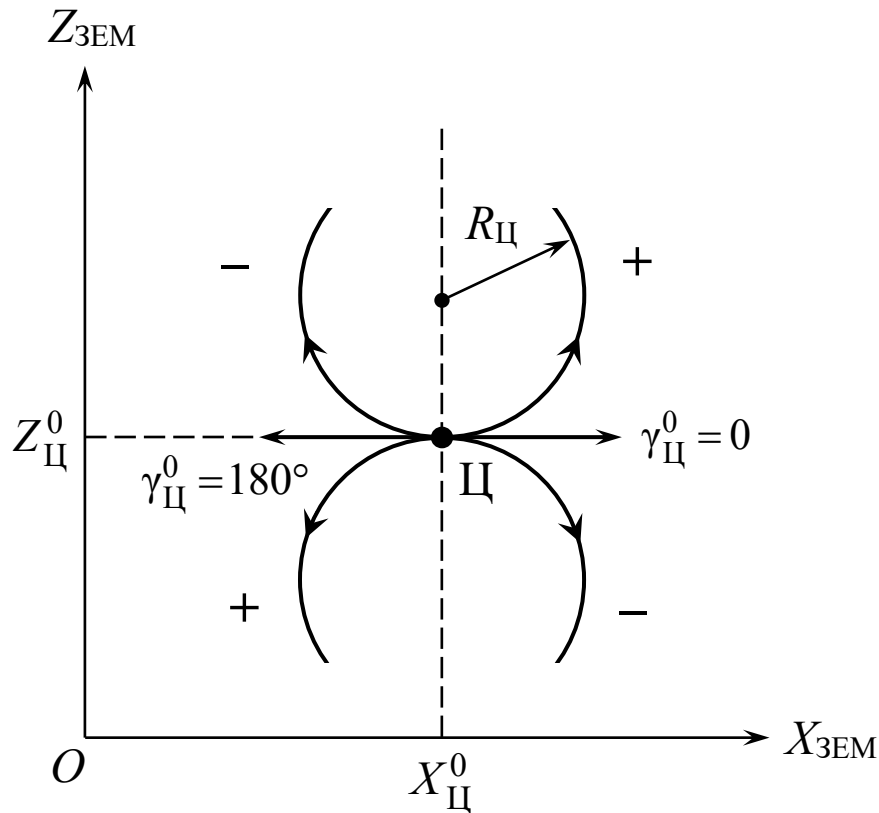


Рисунок 13 – Возможные направления движения цели (носителя) по окружности в зависимости от знака « \pm » в уравнениях (11) и (12) для двух значений начального курсового угла $\gamma_{Ц}^0$ ($\gamma_{Н}^0$) = 0 и 180°

Начальные значения курсовых углов $\gamma_{Ц}^0$ и $\gamma_{Н}^0$ задаются в виде соответствующих начальных условий уравнений (11) и (12).

Полёт самолёта-носителя до пуска УО осуществляется в течение некоторого времени ΔT . При этом в момент пуска $t = \Delta T$ выполняются условия:

$$\begin{cases} \gamma_{Н}(\Delta T) = \gamma_{УО}^0, \\ X_{Н}(\Delta T) = X_{УО}^0, \\ Z_{Н}(\Delta T) = Z_{УО}^0. \end{cases} \quad (13)$$

В соответствии с уравнением (12) мгновенный курсовой угол носителя $\gamma_{Н}$ определяется как:

$$\gamma_{Н} = \gamma_{Н}^0 \pm \int_0^t \frac{n_{Н\mathcal{G}}}{V_{Н}} dt = \gamma_{Н}^0 \pm \frac{n_{Н\mathcal{G}}}{V_{Н}} \cdot t. \quad (14)$$

В момент $t = \Delta T$ имеем:

$$\gamma_{УО}^0 = \gamma_{Н}^0 \pm \frac{n_{Н\mathcal{G}}}{V_{Н}} \cdot \Delta T,$$

откуда начальный курсовой угол носителя

$$\gamma_H^0 = \gamma_{Y0}^0 \mp \frac{n_H g}{V_H} \cdot \Delta T. \quad (15)$$

Для вычисления мгновенных координат носителя $\{X_H(t), Z_H(t)\}$, УО $\{X_{Y0}(t), Z_{Y0}(t)\}$ и цели $\{X_{Ц}(t), Z_{Ц}(t)\}$ необходимо проинтегрировать по времени проекции векторов их скоростей на оси $OX_{ЗЕМ}$ и $OZ_{ЗЕМ}$ земной системы координат, которые определяются геометрическими соотношениями на рисунке 2. Эти проекции являются производными по времени мгновенных координат и, в соответствии с рисунком 2, определяются выражениями:

$$\begin{cases} V_{H.X} = \dot{X}_H = V_H \cos \gamma_H, \\ V_{H.Z} = \dot{Z}_H = V_H \sin \gamma_H, \\ V_{Y0.X} = \dot{X}_{Y0} = V_{Y0} \cos \gamma_{Y0}, \\ V_{Y0.Z} = \dot{Z}_{Y0} = V_{Y0} \sin \gamma_{Y0}, \\ V_{Ц.X} = \dot{X}_{Ц} = V_{Ц} \cos \gamma_{Ц}, \\ V_{Ц.Z} = \dot{Z}_{Ц} = V_{Ц} \sin \gamma_{Ц}. \end{cases} \quad (16)$$

Решением системы (16) являются мгновенные координаты всех объектов. При интегрировании задаются начальные условия – начальные координаты носителя (X_H^0, Z_H^0) , УО (X_{Y0}^0, Z_{Y0}^0) и цели $(X_{Ц}^0, Z_{Ц}^0)$.

В соответствии с (13), (14), (15) и (16) начальные координаты носителя в общем случае определяются как:

$$X_H^0 = \begin{cases} X_{Y0}^0 \mp \frac{V_H^2}{n_H g} \cdot \left[\sin \left(\gamma_H^0 \pm \frac{n_H g}{V_H} \cdot \Delta T \right) - \sin(\gamma_H^0) \right], & \text{если } n_H \neq 0, \\ X_{Y0}^0 - V_H \cdot \Delta T \cdot \cos(\gamma_H^0), & \text{если } n_H = 0, \end{cases}$$

$$Z_H^0 = \begin{cases} Z_{Y0}^0 \pm \frac{V_H^2}{n_H g} \cdot \left[\cos \left(\gamma_H^0 \pm \frac{n_H g}{V_H} \cdot \Delta T \right) - \cos(\gamma_H^0) \right], & \text{если } n_H \neq 0, \\ Z_{Y0}^0 - V_H \cdot \Delta T \cdot \sin(\gamma_H^0), & \text{если } n_H = 0. \end{cases}$$

Траектории движения объектов представляют собой кривые

$$Z_H = F_1(X_H),$$

$$Z_{Y0} = F_2(X_{Y0}),$$

$$Z_{\Pi} = F_3(X_{\Pi}),$$

построенные совместно на одном поле графика.

Модель контура управления (рисунок 12) может быть также задана в виде дифференциальных уравнений, представленных в правильной форме Коши [10, 11]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\gamma}_{\Pi} = \pm \frac{n_{\Pi} g}{V_{\Pi}}, \\ \dot{\gamma}_{H} = \pm \frac{n_H g}{V_H}, \\ \dot{r} = V_{\Pi} \cdot \cos(\eta - \gamma_{\Pi}) - V_{yO} \cdot \cos(\eta - \gamma_{yO}), \\ \dot{\eta} = \frac{V_{yO} \cdot \sin(\eta - \gamma_{yO}) - V_{\Pi} \cdot \sin(\eta - \gamma_{\Pi})}{r}, \\ \dot{\varphi}_{\text{ант}} = \frac{K_{\text{дв}} \cdot K_{\text{пел}} \cdot f_{\text{пел}}^H(\eta - \varphi_{\text{ант}})}{H_{\text{гир}}}, \\ \dot{\gamma}_{yO} = \frac{\alpha_{yO}}{\tau}, \\ \dot{\alpha}_{yO} = \mu, \\ \dot{\mu} = \left(\bar{\delta}_P + \frac{M_B}{a_{\delta} \cdot I_{yO}} \right) \cdot a_{\delta} - 2\xi\omega_0\mu - \omega_0^2\alpha_{yO}, \\ \dot{X}_H = V_H \cos \gamma_H, \\ \dot{Z}_H = V_H \sin \gamma_H, \\ \dot{X}_{yO} = V_{yO} \cos \gamma_{yO}, \\ \dot{Z}_{yO} = V_{yO} \sin \gamma_{yO}, \\ \dot{X}_{\Pi} = V_{\Pi} \cos \gamma_{\Pi}, \\ \dot{Z}_{\Pi} = V_{\Pi} \sin \gamma_{\Pi}. \end{array} \right. \quad (17)$$

В уравнениях (17):

$\bar{\delta}_P = G(U_{\text{упр}}) = G(U_K - U_{\text{СТ}})$ – угол отклонения руля,

$U_{\text{СТ}} = K_{\text{СТ}} \dot{\varphi}_{yO} = K_{\text{СТ}} \cdot \left(\dot{\gamma}_{yO} + \dot{\alpha}_{yO} \right) = K_{\text{СТ}} \cdot \left(\frac{\alpha_{yO}}{\tau} + \mu \right)$ – стабилизирующий сигнал с

автопилота ЛА (сигнал скоростного гироскопа), μ – дополнительно введённая

вспомогательная фазовая переменная, $U_K = K_{\text{ЗВК}} \cdot \Delta J_{yO.\text{тр}} = K_{\text{ЗВК}} \cdot \left(J_{yO.\text{тр}}^{\text{опт}} - J_{yO.\text{тр}}^{\text{изм}} \right)$ –

команда управления, $J_{УО.тр}^{опт}$ – оптимальное трансверсальное ускорение ЛА в соответствии с (3) или (4), $J_{УО.тр}^{изм}$ – измеряемое трансверсальное ускорение ЛА в соответствии с (9).

Проинтегрировав численно уравнения (17), можно определить основные фазовые переменные модели, характеризующие процесс наведения УО на цель.

Точность наведения характеризуется величиной пролёта Δh [2, 7]. Под мгновенным (текущим) пролётом $\Delta h(t)$ понимается кратчайшее расстояние, на котором УО пролетит относительно цели, если начиная с данного момента времени t , УО и цель будут двигаться прямолинейно с постоянными скоростями (рисунок 14).

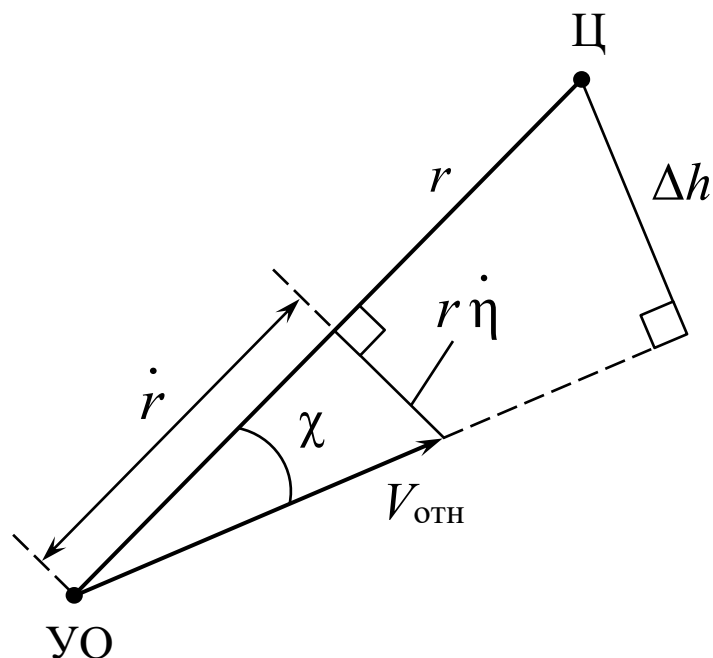


Рисунок 14 – Формирование пролёта Δh управляемого объекта относительно цели

Выражение для текущего пролёта определяется из подобных треугольников дальностей и скоростей на рисунке 14.

Из треугольника дальностей:

$$\sin \chi = \frac{\Delta h}{r}.$$

Из треугольника скоростей:

$$\sin \chi = \frac{r \cdot \dot{\eta}}{V_{отн}} = \frac{r \cdot \omega_{виз}}{V_{отн}}.$$

Откуда

$$\Delta h = \frac{r^2 \omega_{\text{ВИЗ}}}{V_{\text{ОТН}}},$$

где $V_{\text{ОТН}}$ – скорость УО относительно цели. Полагая, что $V_{\text{ОТН}} \approx \left| \dot{r} \right|$, то есть примерно равна модулю скорости сближения, то получаем

$$\Delta h \approx \frac{r^2 \omega_{\text{ВИЗ}}}{\left| \dot{r} \right|}.$$

На рисунке 15 представлена схема модели контура управления (самонаведения), соответствующая рисунку 12 и уравнениям (17), реализованная в среде имитационного моделирования MATLAB – Simulink.

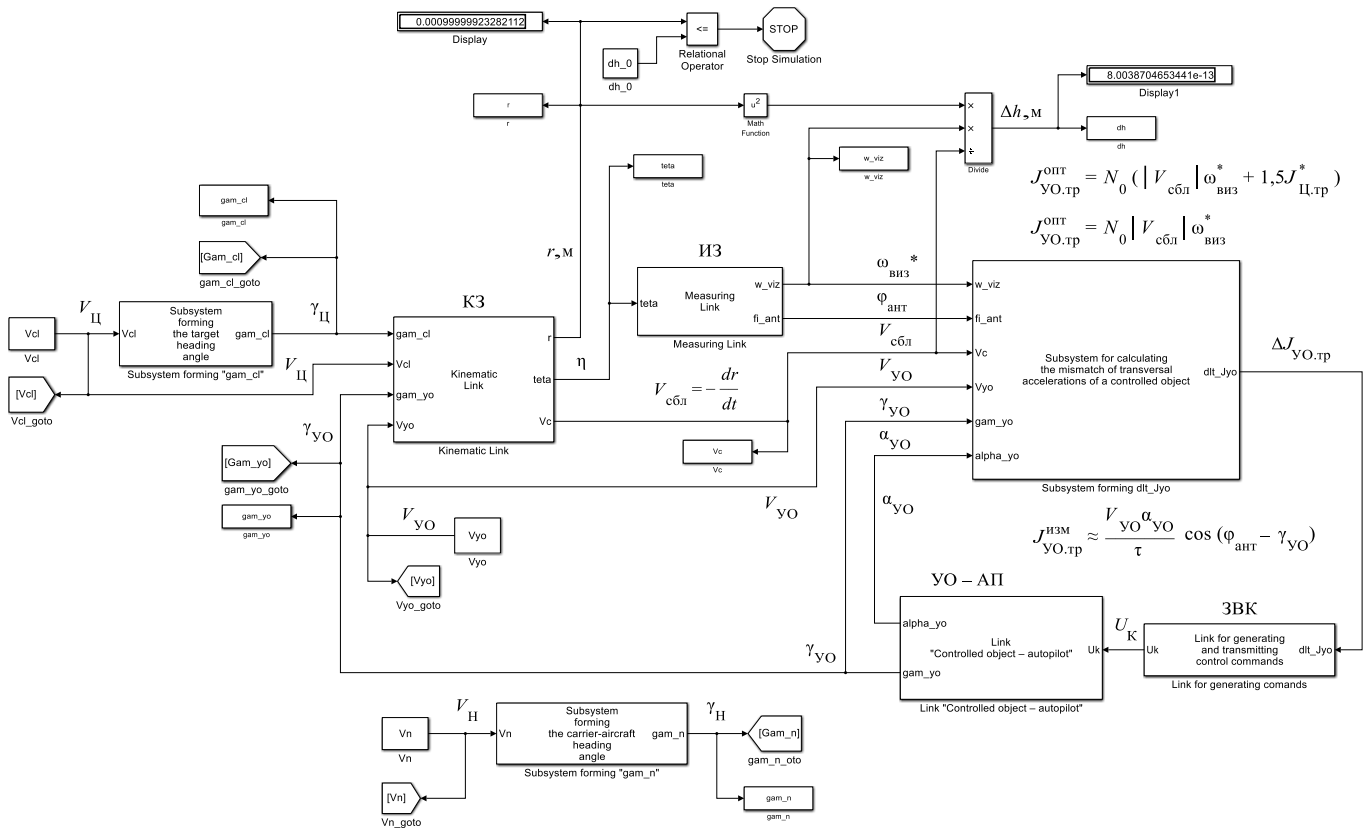


Рисунок 15 – Схема имитационной модели контура управления (самонаведения) для метода пропорциональной навигации, реализованная в среде MATLAB – Simulink

На рисунке 16 представлена схема модуля вычисления текущих координат носителя, УО и цели, соответствующая уравнениям (16), которые входят в общую систему уравнений (17). Модель (рисунок 15) и подсистема (рисунок 16) находятся в одном окне Simulink-модели.

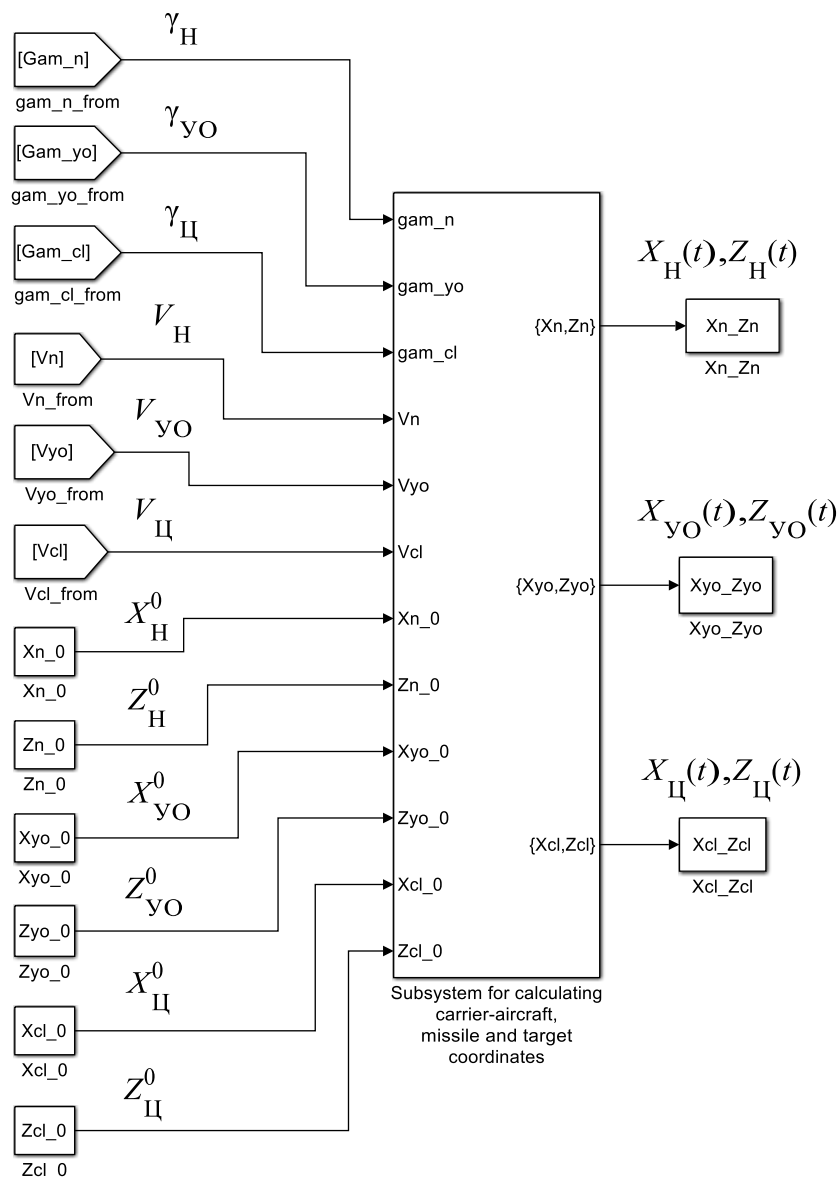


Рисунок 16 – Схема модуля вычисления мгновенных координат движущихся объектов в составе имитационной модели контура самонаведения в среде MATLAB – Simulink

Результаты моделирования

В результате моделирования были исследованы свойства контура управления при наведении на быстродвижущуюся цель, совершающую манёвр с заданной нормальной перегрузкой n_{Π} . Получены расчётные траектории движения носителя, управляемого объекта и цели в плоскости наведения в земной системе координат при различных значениях перегрузки цели и ракурсах пуска управляемого объекта (рисунки 17 – 28).

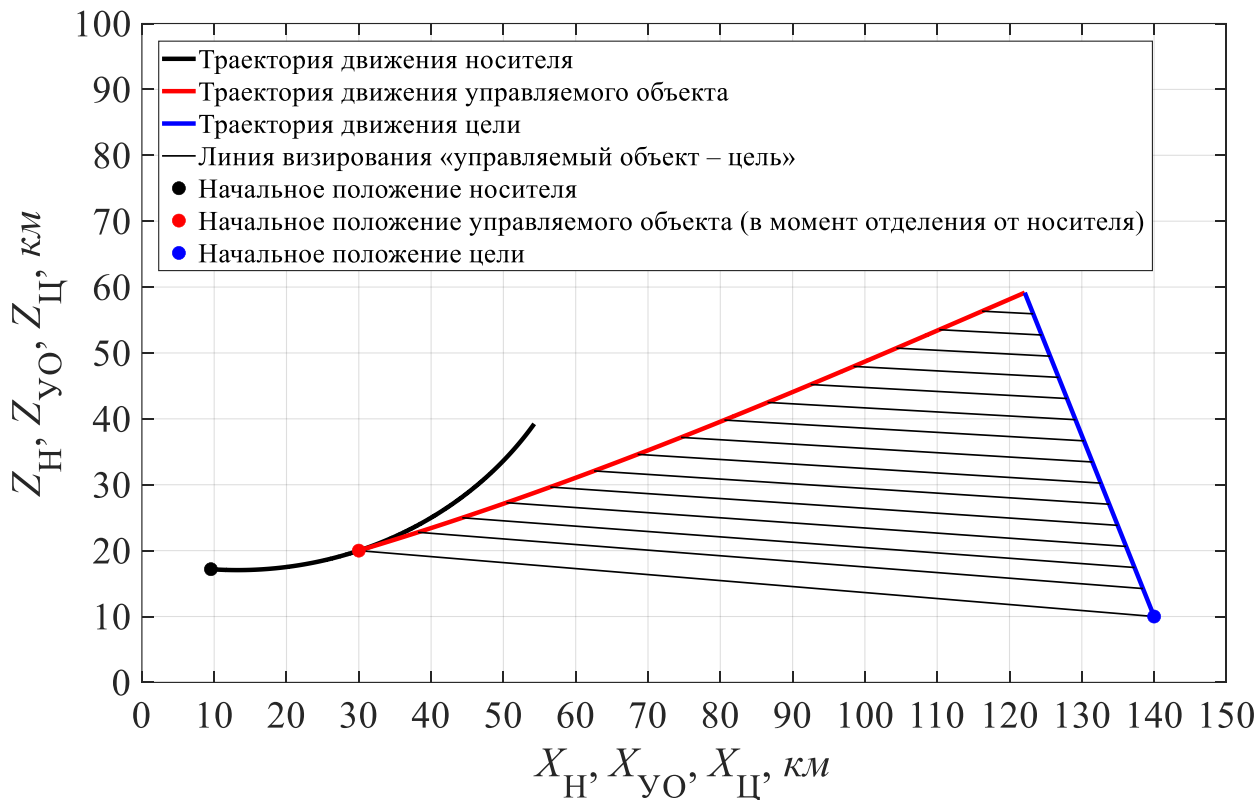


Рисунок 17 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_H = 1$ ед. п.,

$$\gamma_{YO}^0 = 20^\circ, n_{Ц} = 0 \text{ и } \gamma_{Ц}^0 = 110^\circ$$

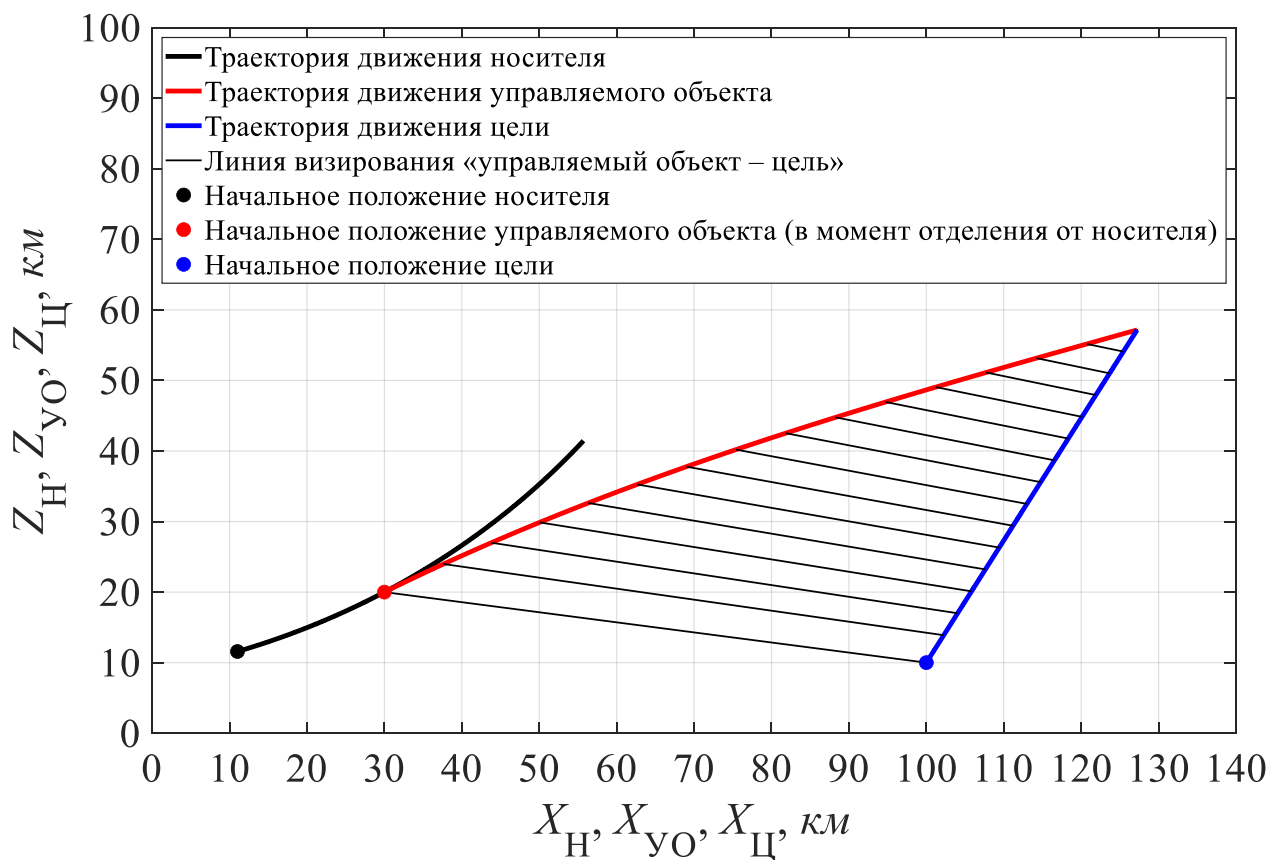


Рисунок 18 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_H = 0,5$ ед. п.,

$$\gamma_{YO}^0 = 30^\circ, n_{Ц} = 0 \text{ и } \gamma_{Ц}^0 = 60^\circ$$

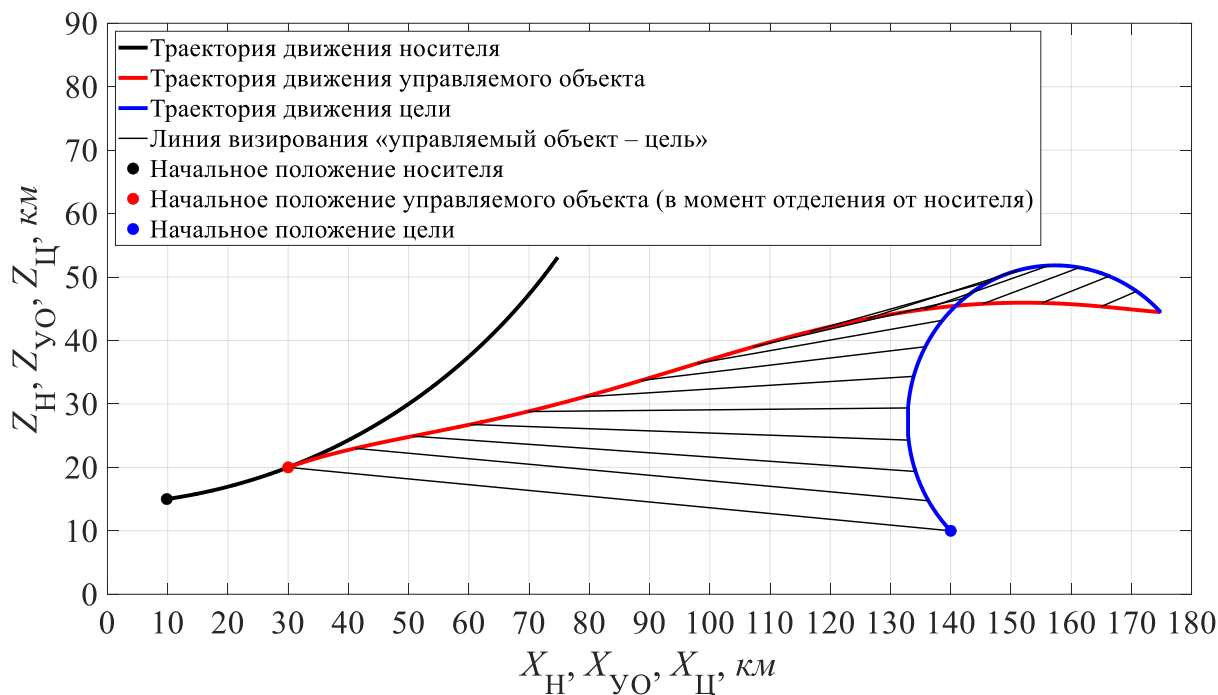


Рисунок 19 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_H = 0,5$ ед. п.,

$$\gamma_{YO}^0 = 20^\circ, n_{Ц} = 2 \text{ ед. п. и } \gamma_{Ц}^0 = 135^\circ$$

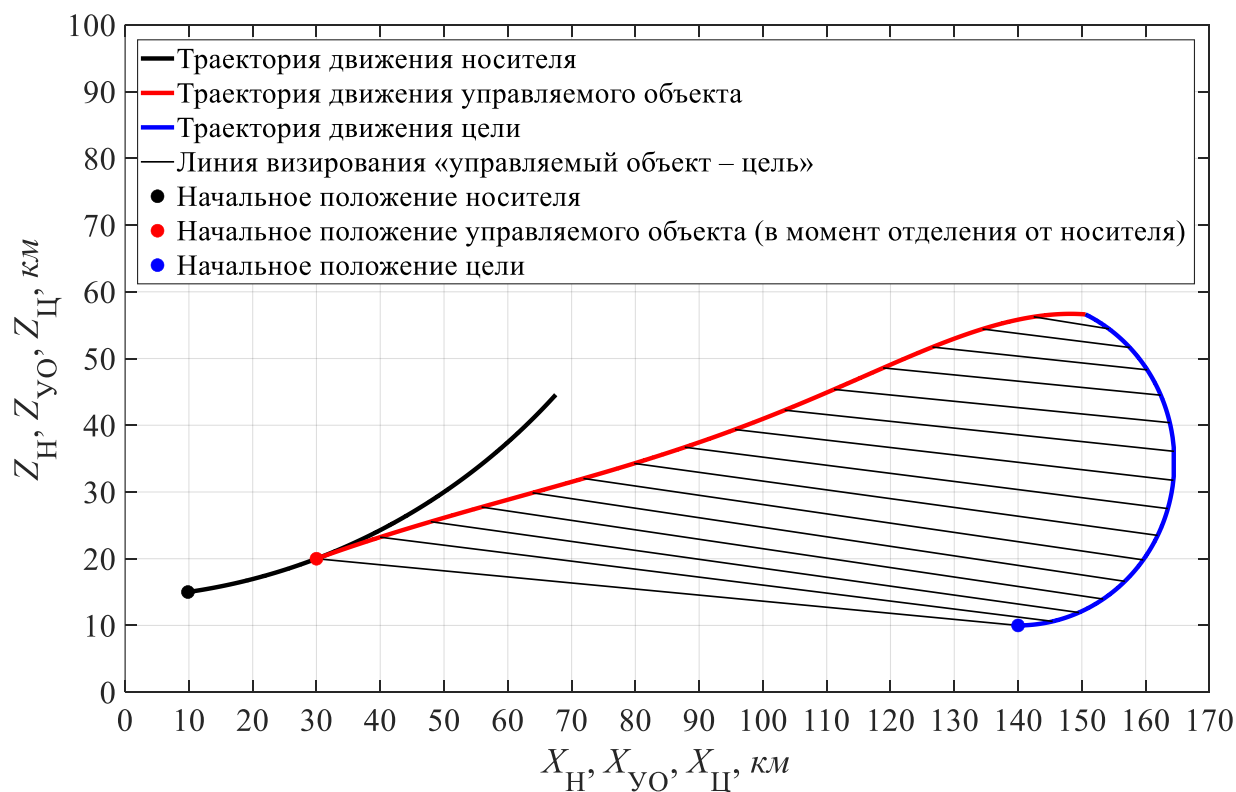


Рисунок 20 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_H = 0,5$ ед. п.,

$$\gamma_{YO}^0 = 20^\circ, n_{Ц} = 2 \text{ ед. п. и } \gamma_{Ц}^0 = 0$$

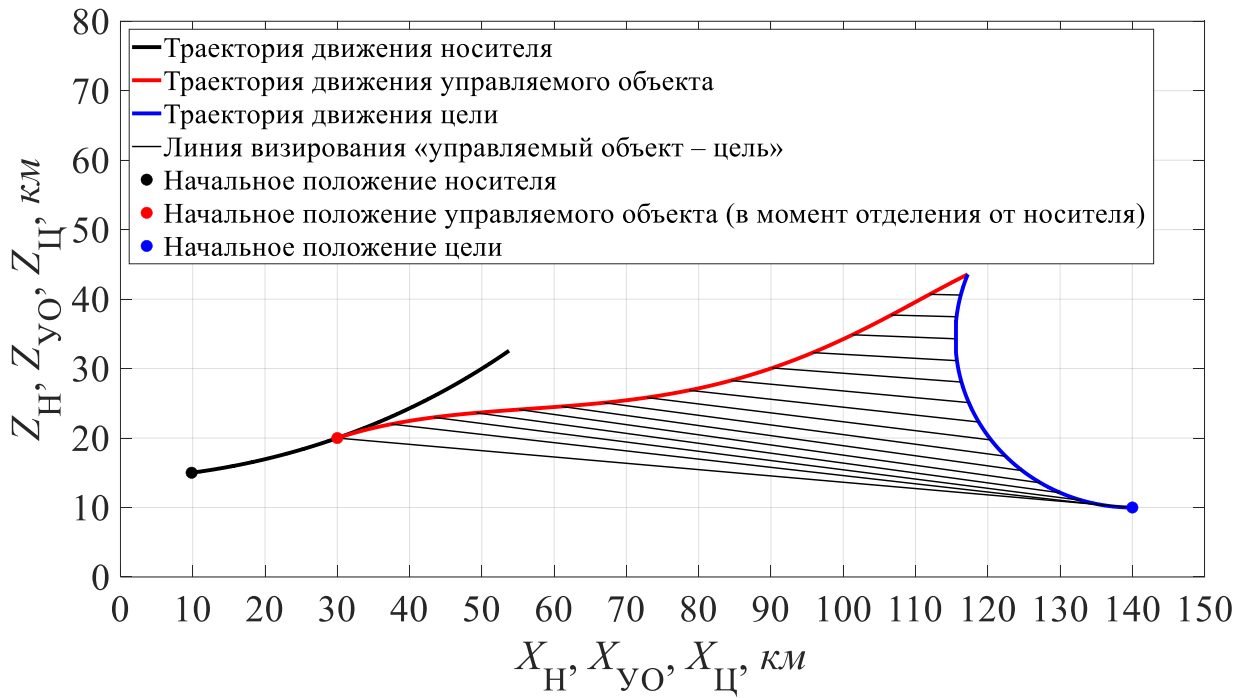


Рисунок 21 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_H = 0,5$ ед. п.,

$$\gamma_{yO}^0 = 20^\circ, n_{Ц} = 2 \text{ ед. п. и } \gamma_{Ц}^0 = 180^\circ$$

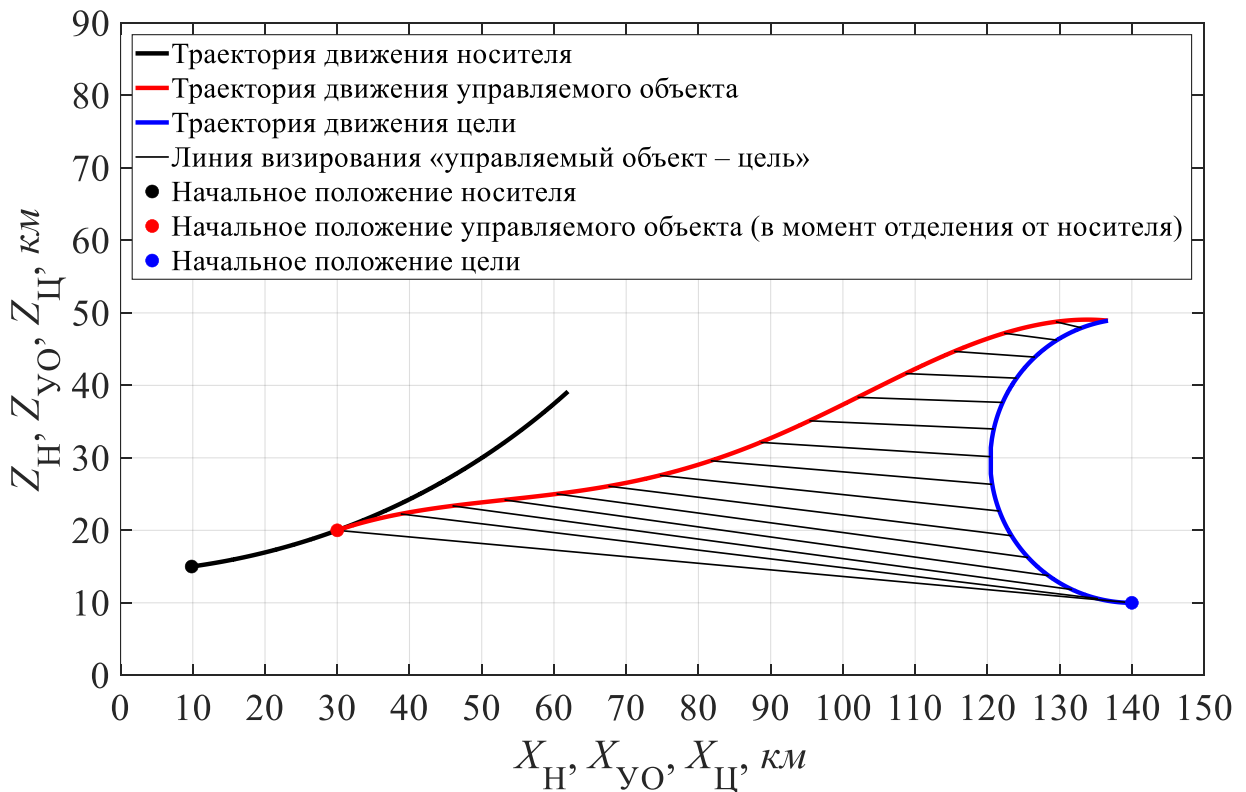


Рисунок 22 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_H = 0,5$ ед. п.,

$$\gamma_{yO}^0 = 20^\circ, n_{Ц} = 2,5 \text{ ед. п. и } \gamma_{Ц}^0 = 180^\circ$$

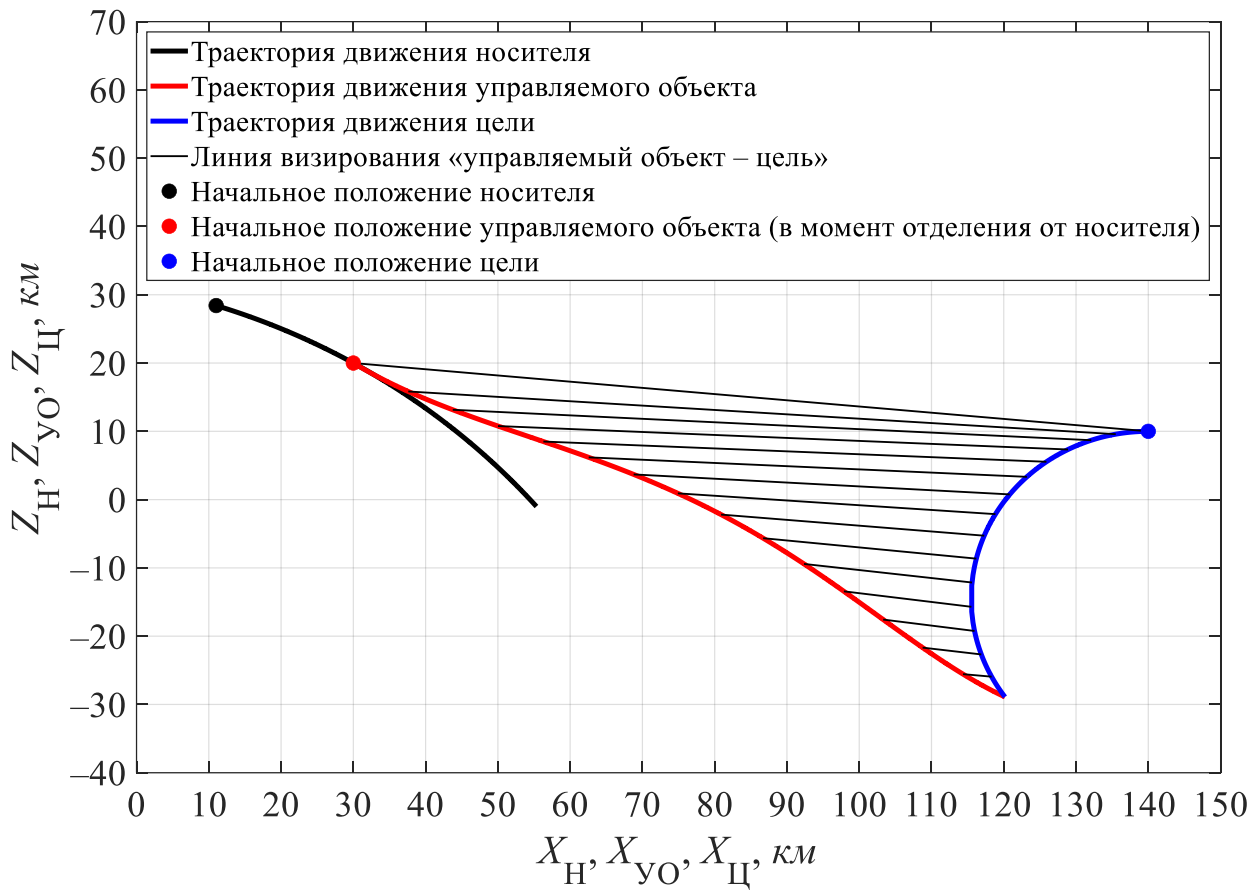


Рисунок 23 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_{\text{Ц}} = 0,5$ ед. п.,

$$\gamma_{\text{УО}}^0 = -30^\circ, n_{\text{Ц}} = 2 \text{ ед. п. и } \gamma_{\text{Ц}}^0 = 180^\circ$$

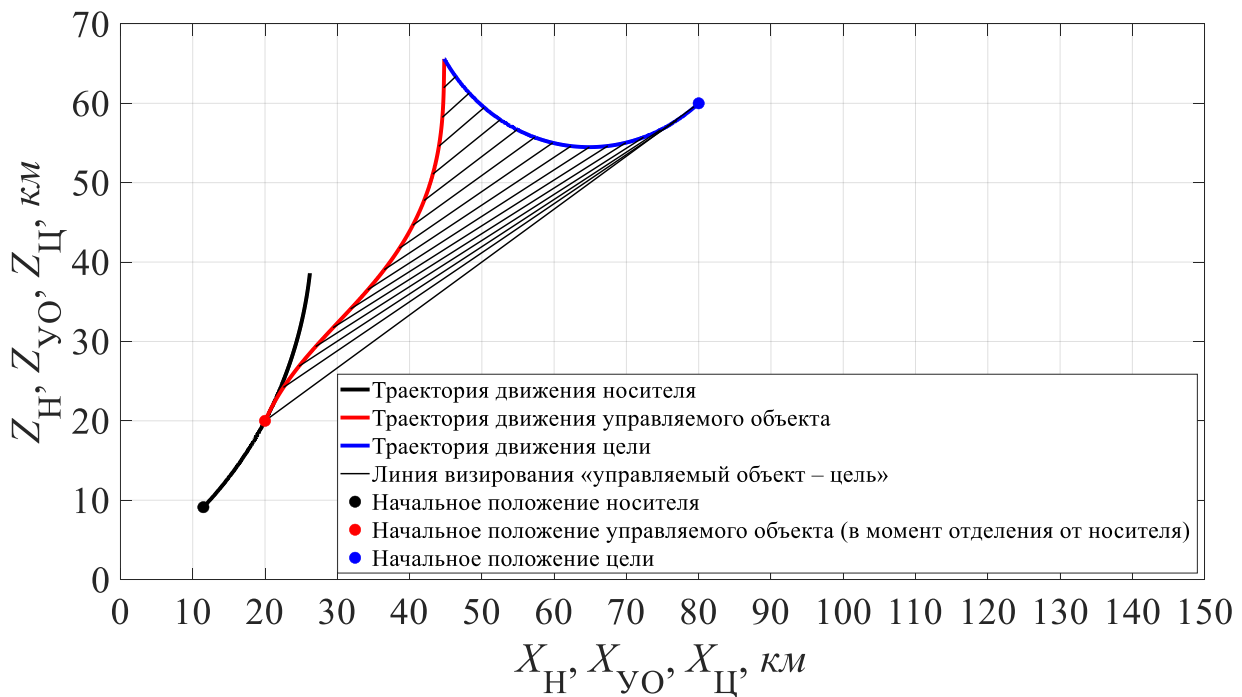


Рисунок 24 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_{\text{Ц}} = 0,5$ ед. п.,

$$\gamma_{\text{УО}}^0 = 60^\circ, n_{\text{Ц}} = 3 \text{ ед. п. и } \gamma_{\text{Ц}}^0 = 220^\circ$$

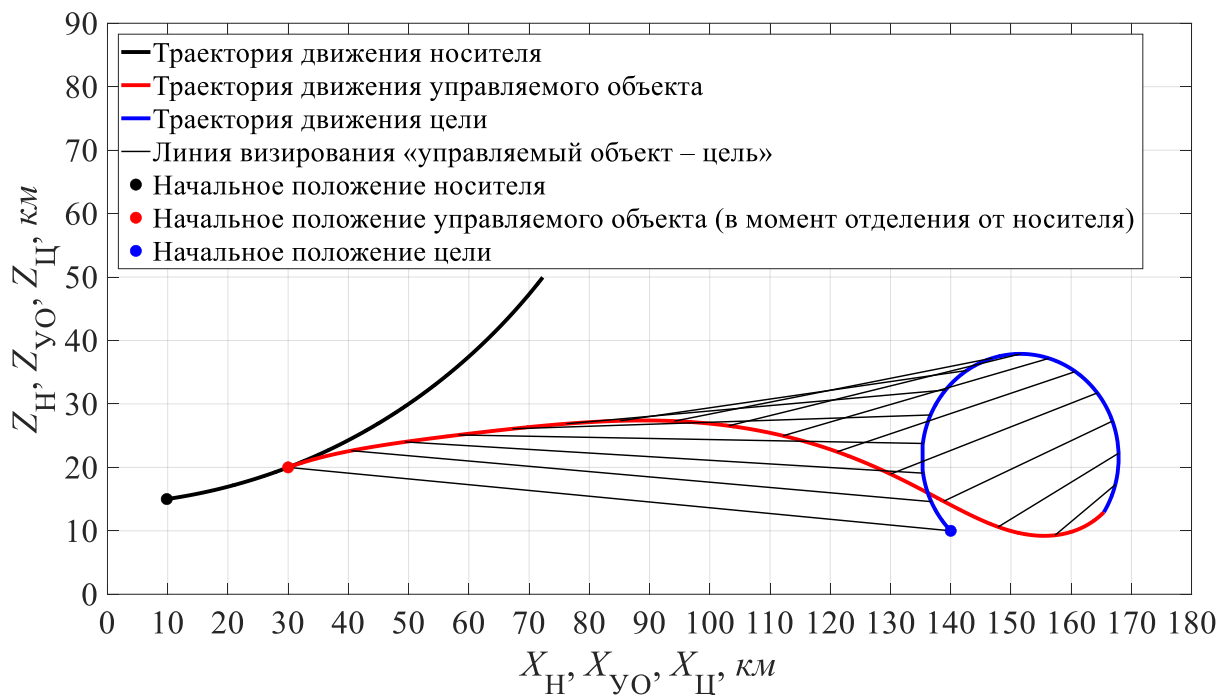


Рисунок 25 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_H = 0,5$ ед. п.,

$$\gamma_{yO}^0 = 20^\circ, n_{Ц} = 3 \text{ ед. п. и } \gamma_{Ц}^0 = 135^\circ$$

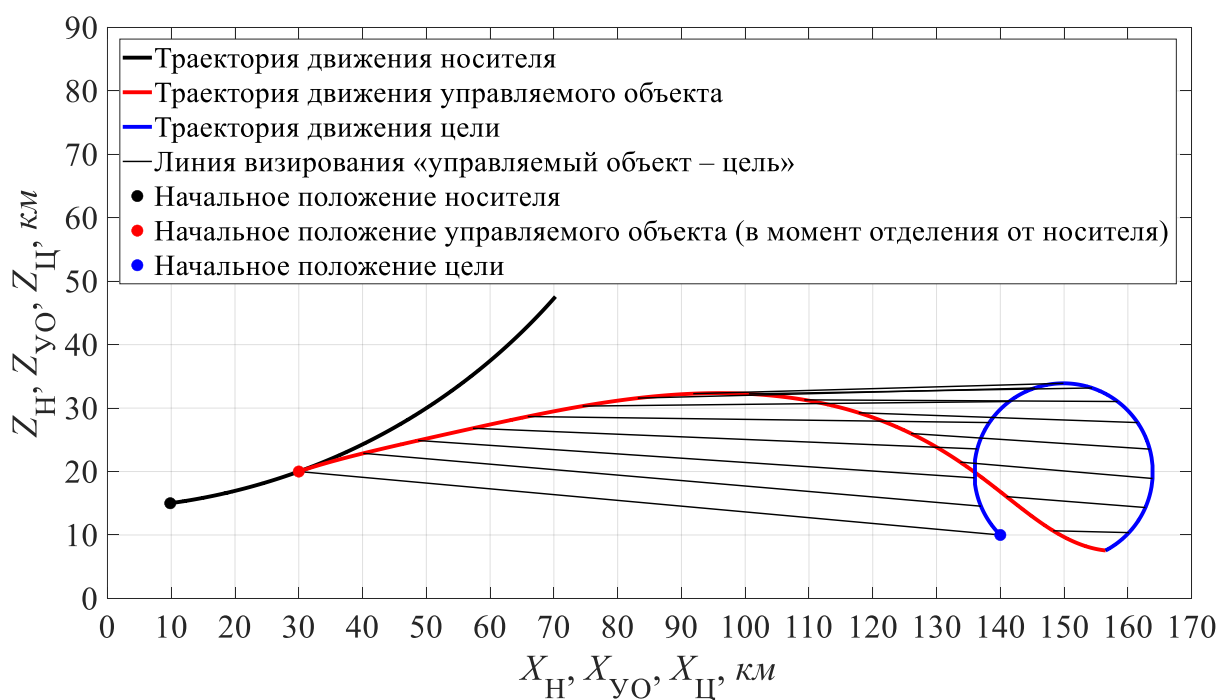


Рисунок 26 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_H = 0,5$ ед. п.,

$$\gamma_{yO}^0 = 20^\circ, n_{Ц} = 3,5 \text{ ед. п. и } \gamma_{Ц}^0 = 135^\circ$$

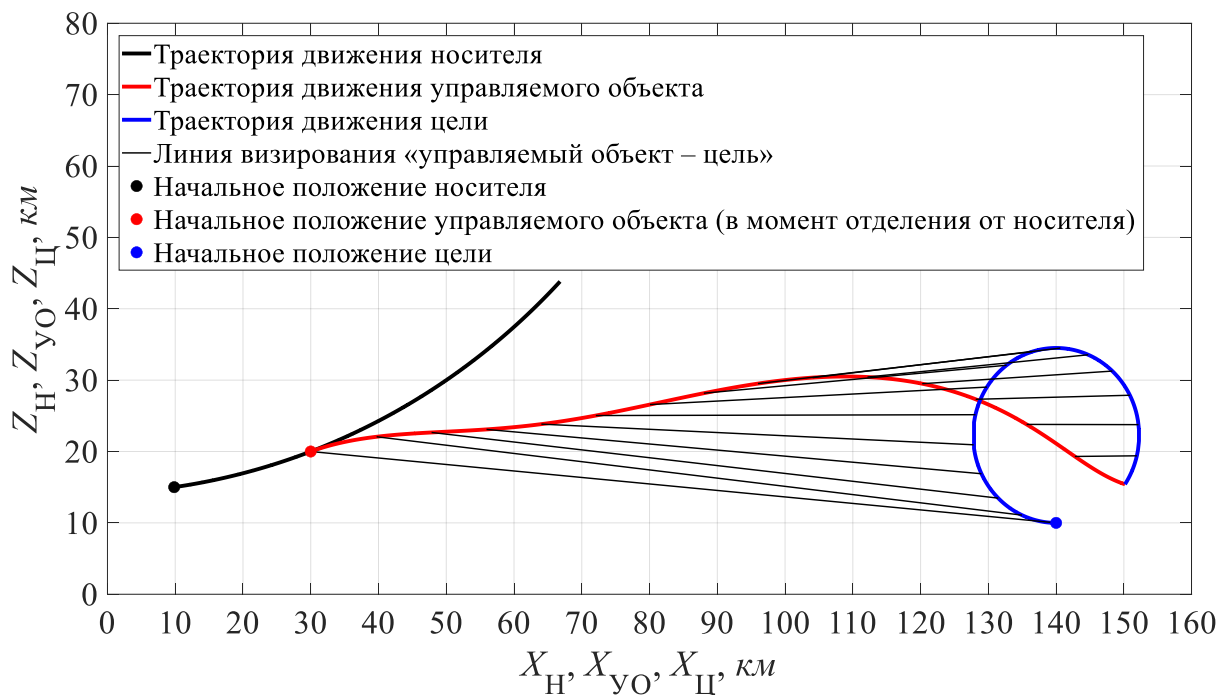


Рисунок 27 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_{\text{Ц}} = 0,5$ ед. п.,

$$\gamma_{\text{YO}}^0 = 20^\circ, n_{\text{Ц}} = 4 \text{ ед. п. и } \gamma_{\text{Ц}}^0 = 180^\circ$$

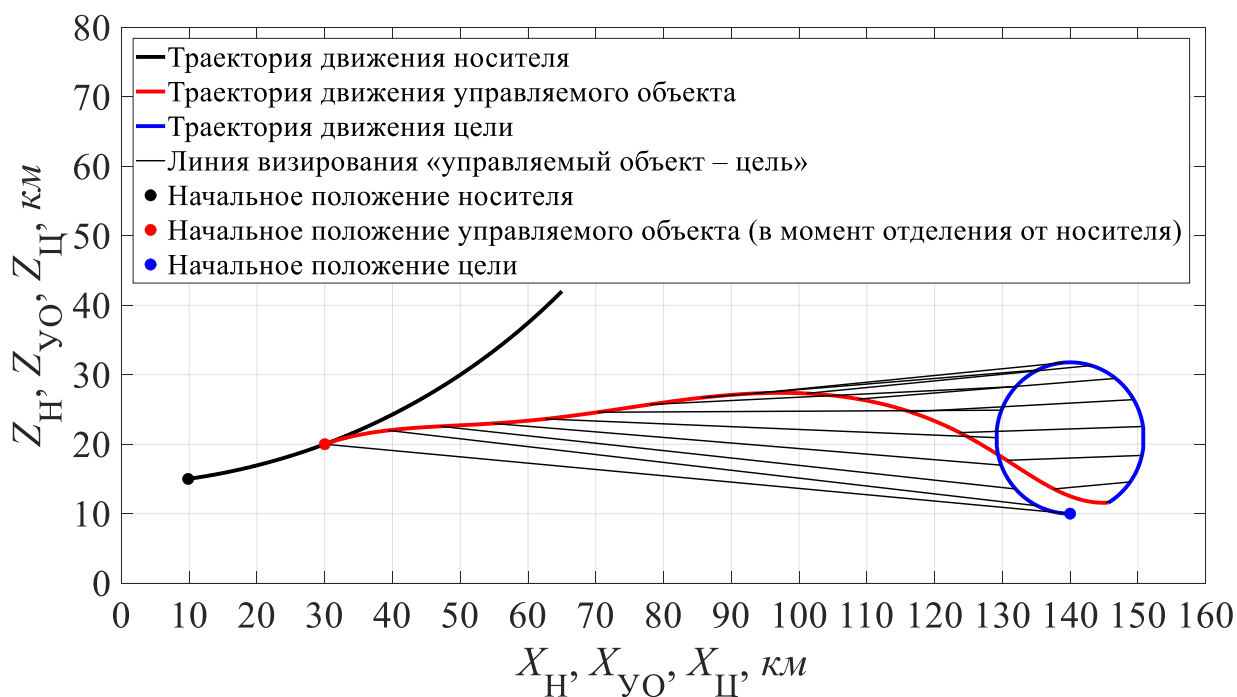


Рисунок 28 – Траектории движения носителя, управляемого объекта и цели при $n_{\text{Ц}} = 0,5$ ед. п.,

$$\gamma_{\text{YO}}^0 = 20^\circ, n_{\text{Ц}} = 4,5 \text{ ед. п. и } \gamma_{\text{Ц}}^0 = 180^\circ$$

Заключение и выводы

Таким образом, в работе исследованы свойства контура управления (самонаведения) для метода пропорциональной навигации при различных значениях перегрузки цели, ракурсе цели и ракурсах пуска управляемого объекта.

Экспериментальные данные показывают, что метод пропорциональной навигации демонстрирует высокую устойчивость к манёврам цели, обеспечивая устойчивое наведение управляемого объекта на цель с малой кривизной его траектории. Кроме того, использование информации о дополнительно измеряемом трансверсальном (поперечном) ускорении цели также позволяет уменьшить кривизну траектории управляемого объекта и осуществлять полёт с малой перегрузкой на протяжении всего процесса самонаведения до встречи с целью.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The author declares no conflict of interest.

Список источников

1. Проектирование управляемых ракет класса «воздух – воздух» (теория, конструкция, технология, испытания, экономика, техника безопасности). В 2-х частях. Под ред. Соколовского Г.А. – М.: Изд-во ГосМКБ «Вымпел», 2005. – 1168 с.
2. Основы проектирования ракет класса «воздух – воздух» и авиационных катапультных установок для них. Под общей ред. В.А. Нестерова. – М.: Изд-во МАИ, 1999. – 792 с.
3. Вейцель В.А., Волковский А.С., Волковский С.А. и др. Радиосистемы управления. Под ред. В.А. Вейцеля. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.
4. Вейцель В.А. Радиосистемы и комплексы управления. – М.: Вузовская книга, 2016. – 574 с.
5. Толпегин О.А., Кашин В.М., Новиков В.Г. Математические модели систем наведения ракет. – СПб.: Балтийский государственный технический университет, 2016. – 154 с.
6. Мазепа Р.Б., Догаев А.В. Моделирование и оценка эффективности радиосистем управления. – М.: Горячая линия – Телеком, 2019. – 182 с.
7. Быков А.В., Нестеров С.В. Моделирование радиосистем управления. – Волгоград: Изд-во Волгоградского государственного университета, 2013. – 247 с.

8. Бухалев В.А. Основы автоматики и теории управления. – М.: Изд-во ВВИА им. профессора Н.Е. Жуковского, 2006. – 406 с.
9. Меркулов В.И., Дрогалин В.В., Канащенков А.И. Авиационные системы радиоуправления. В 3-х томах. Т. 2. Радиоэлектронные системы самонаведения. Под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова. – М.: Радиотехника, 2003. – 392 с.
10. Быков А.В., Харитонов В.В. Основы математического моделирования радиоэлектронных устройств. – Волгоград: Изд-во Волгоградского государственного университета, 2012. – 232 с.
11. Борисов Ю.П., Цветнов В.В. Математическое моделирование радиотехнических систем и устройств. – М.: Радио и связь, 1985. – 176 с.
12. Леонов А.И., Фомичев К.И. Моноимпульсная радиолокация. – М.: Советское радио, 1970. – 392 с.
13. Гришин Ю.П., Ипатов В.П., Казаринов Ю.М. и др. Радиотехнические системы. Под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Высшая школа, 1990. – 496 с.
14. Казаринов Ю.М., Коломенский Ю.А., Пестов Ю.К. и др. Радиотехнические системы. Под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Советское радио, 1968. – 496 с.
15. George M. Siouris. Missile Guidance and Control Systems. – New York: Springer, 2004. – 681 p.
16. Лосин А.А. Математическая модель системы самонаведения противотанковой управляемой ракеты // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2018. №11. С. 337 – 346.
17. Буренко Е.А. Моделирование контура управления для радиосистем самонаведения при наведении методом пропорциональной навигации // Международный научно-исследовательский журнал. 2021. №5 (107). Ч. 1. С. 40 – 60. DOI: [10.23670/IRJ.2021.107.5.007](https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.107.5.007)
18. Буренко Е.А. Математическая модель контура управления системы радиотеленаведения // Труды МАИ. 2023. №132. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=176855>
19. Фам К.Ф., Филимонов Н.Б. Компьютерный анализ эффективности методов самонаведения крылатой ракеты на маневрирующие воздушные цели //

Мехатроника, автоматика и робототехника. 2022. № 9. С. 17 – 22.
DOI: [10.26160/2541-8637-2022-9-17-22](https://doi.org/10.26160/2541-8637-2022-9-17-22)

20. Прохоренко В.В., Чепурнов И.А., Черваков В.О., Захаров Д.А. Математическая модель системы самонаведения управляемой ракеты в пространстве состояний // 8-я Международная межведомственная научно-практическая конференция «Военная безопасность России: Взгляд в будущее». Москва. 16 марта 2023. С. 450 – 459. EDN: <https://elibrary.ru/item.asp?id=59949333>

21. Прохоренко В.В., Чепурнов И.А., Черваков В.О., Захаров Д.А. Моделирование процесса наведения управляемой ракеты на воздушную цель с использованием системы MATLAB // V Всероссийская научно-практическая конференция Военного учебного центра МГТУ им. Н.Э. Баумана «Актуальные вопросы состояния и перспектив развития вооружения, военной и специальной техники воздушно-космических сил». Москва. 28 апреля 2023. С. 229 – 236. EDN: <https://elibrary.ru/item.asp?id=54776972>

22. Фадин Д.А. Использование среды MATLAB – Simulink для реализации вычислительных алгоритмов в целочисленных микропроцессорных системах // Труды МАИ. 2015. № 80. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=57021>

23. Калягин М.Ю., Волошин Д.А., Мазаев А.С. Моделирование системы управления полётом квадрокоптера в среде Simulink и Simscape Multibody // Труды МАИ. 2020. № 112. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=116625>. DOI: [10.34759/trd-2020-112-20](https://doi.org/10.34759/trd-2020-112-20)

24. Гуськов А.А., Спирин А.А., Норинская И.В. Имитационная модель электромеханического рулевого привода малогабаритного высокоманевренного летательного аппарата // Труды МАИ. 2020. № 111. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=115157>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-14](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-14)

References

1. Design of “air-to-air” guided missiles (theory, design, technology, testing, economics, safety). In 2 parts. Ed. Sokolovsky G.A. – М.: Izd-vo GosMKB «Vympel», 2005. – 1168 p.

2. Fundamentals of designing “air-to-air” missiles and aircraft ejection systems for them. Under the general editorship. V.A. Nesterov. – M.: Moscow Aviation Institute Publishing House, 1999. – 792 p.
3. Veitsel' V.A., Volkovsky A.S., Volkovsky S.A. and others. Radio control systems. Ed. V.A. Veitsel'. – M.: Drofa, 2005. – 416 p.
4. Veitsel' V.A. Radio systems and control complexes. – M.: Vuzovskaya kniga, 2016. – 574 p.
5. Tolpegin O.A., Kashin V.M., Novikov V.G. Mathematical models of missile guidance systems. – St. Petersburg: Baltic State Technical University, 2016. – 154 p.
6. Mazepa R.B., Dogaev A.V. Modeling and evaluation of the effectiveness of radio control systems. – M.: Hotline – Telecom, 2019. – 182 p.
7. Bykov A.V., Nesterov S.V. Modeling of radio control systems. – Volgograd: Volgograd State University Publishing House, 2013. – 247 p.
8. Bukhalev V.A. Fundamentals of automation and control theory. – M.: Publishing house VVIA im. Professor N.E. Zhukovsky, 2006. – 406 p.
9. Merkulov V.I., Drogalin V.V., Kanashchenkov A.I. Aviation radio control systems. In 3 volumes. T. 2. Radio-electronic homing systems. Ed. A.I. Kanashchenkov and V.I. Merkulov. – M.: Radio engineering, 2003. – 392 p.
10. Bykov A.V., Kharitonov V.V. Fundamentals of mathematical modeling of radio-electronic devices. – Volgograd: Volgograd State University Publishing House, 2012. – 232 p.
11. Borisov Yu.P., Tsvetnov V.V. Mathematical modeling of radio engineering systems and devices. – M.: Radio and Communications, 1985. – 176 p.
12. Leonov A.I., Fomichev K.I. Monopulse radiolocation. – M.: Soviet radio, 1970. – 392 p.
13. Grishin Yu.P., Ipatov V.P., Kazarinov Yu.M. and others. Radio engineering systems. Ed. Yu.M. Kazarinov. – M.: Higher School, 1990. – 496 p.
14. Kazarinov Yu.M., Kolomensky Yu.A., Pestov Yu.K. and others. Radio engineering systems. Ed. Yu.M. Kazarinova. – M.: Soviet radio, 1968. – 496 p.
15. George M. Siouris. Missile Guidance and Control Systems. – New York: Springer, 2004. – 681 p.

16. Losin A.A. A Mathematical model of the guidance system anti-tank guided missile // News of Tula State University. Technical Sciences. 2018. No. 11. pp. 337 – 346.
17. Burenko E.A. A simulation of a control loop for radio homing systems via proportional navigation guidance // International Scientific Research Journal. 2021. No. 5 (107). Part 1. pp. 40 – 60. DOI: [10.23670/IRJ.2021.107.5.007](https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.107.5.007)
18. Burenko E.A. Mathematical model control loop guidance system of radio beam riding. *Trudy MAI*, 2023, no. 132. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=176855>
19. Pham Q.Ph., Filimonov N.B. Computer analysis of efficiency of cruise missile homing methods on maneuvering aerial targets // Mechatronics, automation and robotics. 2022. No. 9. pp. 17 – 22. DOI: [10.26160/2541-8637-2022-9-17-22](https://doi.org/10.26160/2541-8637-2022-9-17-22)
20. Prokhorenko V.V., Chepurnov I.A., Chervakov V.O., Zakharov D.A. Mathematical model of a guided missile homing system in state space // 8th International Interdepartmental Scientific and Practical Conference “Military Security of Russia: A Look into the Future”. Moscow. March 16, 2023. pp. 450 – 459. EDN: <https://elibrary.ru/item.asp?id=59949333>
21. Prokhorenko V.V., Chepurnov I.A., Chervakov V.O., Zakharov D.A. Modeling the process of pointing a guided missile at an air target using the MATLAB system // V All-Russian Scientific and Practical Conference of the Military Training Center of MSTU. N.E. Bauman “Current issues of the state and prospects for the development of weapons, military and special equipment of the aerospace forces”. Moscow. April 28, 2023. pp. 229 – 236. EDN: <https://elibrary.ru/item.asp?id=54776972>
22. Fadin D.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 80. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=57021>
23. Kalyagin M.Yu., Voloshin D.A., Mazaev A.S. *Trudy MAI*, 2020, no. 112. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=116625>. DOI: [10.34759/trd-2020-112-20](https://doi.org/10.34759/trd-2020-112-20)
24. Gus'kov A.A., Spirin A.A., Norinskaya I.V. *Trudy MAI*, 2020, no. 111. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=115157>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-14](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-14)

Информация об авторах

Евгений Андреевич Буренко, научный сотрудник, Публичное акционерное общество «Научно-производственное предприятие «Импульс», ПАО «НПП «Импульс», г. Москва, Россия;

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0660-0843>

e-mail: super.evgeny-burenko2012@yandex.ru

Information about the authors

Evgeny A. Burenko, researcher, Public Joint Stock Company “Research and Production Enterprise “Impulse”, PJSC “NPP “Impulse”, Moscow, Russian;

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0660-0843>

e-mail: super.evgeny-burenko2012@yandex.ru

Получено 02 марта 2026 ● Принято к публикации 06 апреля 2026 ● Опубликовано 30 апреля 2026
Received 02 March 2026 ● Accepted 06 April 2026 ● Published 30 April 2026
