

## О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию Юн Сон Ук «Оптимизация траекторий космического аппарата с электроракетной двигательной установкой при наличии возмущающих ускорений», представленную на соискание учёной степени кандидата технических наук по специальности 2.5.16 – Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

В диссертационной работе рассмотрена проблема оптимизации траекторий межорбитальных и межпланетных перелётов и перелётов к Луне с малой тягой при использовании реалистичной математической модели возмущающих ускорений.

В настоящее время для реализации транспортных операций в космосе часто используются электроракетные двигательные установки (ЭРДУ) с высоким удельным импульсом тяги, позволяющие сократить требуемые затраты рабочего топлива. Основной особенностью перелётов космического аппарата (КА) с ЭРДУ является малая величина реактивной тяги. У современных КА уровень реактивного ускорения, обеспечиваемый ЭРДУ, обычно не превосходит десятых долей  $\text{мм}/\text{с}^2$ . На межорбитальных перелётах возмущающие ускорения могут быть сравнимы по величине с реактивным ускорением и даже превосходить его. К числу основных возмущающих ускорений для околоземных КА нужно отнести ускорения от нецентральной гравитационного поля Земли, возмущающие ускорения от притяжения Луны и Солнца, аэродинамическое ускорение и ускорение от силы светового давления. Для КА различной конфигурации и в разных областях околоземного пространства преобладают различные типы возмущающих ускорений, и их влияние на траекторию и на программу управления вектором тяги ЭРДУ может быть сложным. Поэтому тема диссертационной работы Юн Сон Ук является **актуальной**.

Отдел документационного  
обеспечения МАИ

«10» 11 2023

Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения и приложения.

**Во введении** указываются цель работы, объект и предмет исследования, перечисляются решаемые задачи и методы исследования, приводятся подходы к обеспечению достоверности получаемых результатов.

**В первой главе** диссертации приведена математическая модель движения КА с ЭРДУ, введено понятие вспомогательной долготы, которая используется в качестве новой независимой переменной вместо времени, приведены уравнения движения КА с вспомогательной долготой в качестве независимой переменной. Для оптимизации многовитковых траекторий КА с малой тягой используются дифференциальные уравнения возмущённого движения КА в модифицированных равноденственных орбитальных элементах.

В главе рассмотрена задача перелёта между заданными орбитами с фиксированной угловой дальностью по истинной долготе и свободным временем перелёта.

**Во второй главе** рассмотрена задача оптимизации возмущённых траекторий КА с идеально-регулируемым двигателем ограниченной мощности (ОМ-задача), с минимальной тягой ( $T_{\min}$ -задача) и с ограниченной тягой (ОТ-задача). Представлена полная система необходимых условий оптимальности для рассматриваемых задач перелёта с фиксированной угловой дальностью и свободным временем, определена функция Понтрягина задачи оптимального управления, получены выражения для оптимального управления. Рассмотрен и разрешён также важный вопрос существования решения: показано, что при рассмотрении задачи минимизации затрат топлива решение существует, если располагаемая тяга будет не меньше минимальной, полученной в результате решения  $T_{\min}$ -задачи.

Для анализа гелиоцентрического участка траектории межпланетного перелёта КА с ЭРДУ в диссертации рассмотрена задача минимизации затрат

топлива на перелёте между двумя заданными точками либрации  $L_1$  и  $L_2$  за фиксированное время  $\Delta t$  с использованием уравнений движения в декартовых координатах.

**В третьей главе** диссертации предложен подход к оптимизации возмущённых траекторий КА с ЭРДУ на основе использования принципа максимума Понтрягина, метода продолжения и алгебры комплексных дуальных чисел для вычисления требуемых производных с необходимой точностью.

Принцип максимума позволяет свести задачу оптимального управления к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для его применения требуется точное вычисление производных от гамильтониана по фазовым переменным, что является достаточно сложной задачей при использовании высокоточных моделей возмущающих ускорений. Для вычисления этих производных в работе используется достаточно точное численное дифференцирование методом комплексного шага и/или автоматическое дифференцирование с применением комплексных дуальных чисел.

В диссертации разработаны метод и соответствующее программное обеспечение, которые обеспечивают возможность проведения оптимизации траектории без необходимости задания начального приближения для неизвестных параметров краевой задачи принципа максимума. Они продемонстрировали хорошую вычислительную устойчивость (благодаря использованию метода продолжения и последовательности оптимизации траекторий с идеально-регулируемым двигателем и с двигателем ограниченной тяги) и скорость сходимости.

Как правило, оптимизация возмущённых траекторий основана на непрямых подходах. Автор обошёлся без трудоёмкого вывода выражений или специализированных алгоритмов вычислений производных от возмущающих ускорений по фазовым координатам при рассмотрении нового состава или математической модели возмущающих ускорений. Для

разработанного диссертантом метода достаточно вычисления самих возмущающих ускорений в комплексной дуальной области, что облегчается специально созданной библиотекой программ.

Для численного интегрирования используется метод Грегга-Булриша-Штёра с адаптивными шагом и порядком. После каждого успешного шага численного интегрирования дифференциальных уравнений проводилась коррекция результатов численного интегрирования ограниченным числом итераций метода Ньютона или гибридного алгоритма Пауэлла. Для решения этой задачи использовано последовательное решение задач оптимизации траектории КА с идеально-регулируемым двигателем и минимизации тяги. В процессе вычислений проводится проверка существования решения и, в случае его отсутствия, предусмотрена выработка рекомендаций для изменения исходных данных (тяги или угловой дальности перелёта) до значений, при которых решение существует.

**В четвёртой главе** приведены численные результаты оптимизации траекторий КА с ЭРДУ между различными околоземными орбитами. Приведены численные результаты решения краевых задач принципа максимума для невозмущённых и возмущённых траекторий. Проанализировано влияние на параметры оптимальных возмущённых траекторий времени начала перелёта, угловой дальности перелёта и состава учитываемых возмущающих ускорений. Проведено сравнение полученных оптимальных возмущённых траекторий с результатами оптимизации возмущённых траекторий, полученными другими авторами, и показана близость этих результатов. Показана возможность использования созданного автором диссертации метода оптимизации возмущённых траекторий КА с ЭРДУ с угловой дальностью до 500 витков. Приведен пример.

**В пятой главе** рассмотрена задача оптимизации перелёта КА с ЭРДУ к Луне с использованием методов из глав 1, 2 и 3. Для вычисления возмущающих ускорений использована эфемеридная модель движения небесных тел. Предложен подход к решению задачи минимизации тяги и

затрат топлива для многовитковых траекторий перелёта между околоземной и окололунной орбитами со стыковкой геоцентрического и селеноцентрического участков в точке либрации  $EML_1$  системы Земля – Луна. Время полёта КА точки либрации  $EML_1$  фиксируется. В этой точке векторы положения и скорости КА равны векторам положения и скорости  $EML_1$ , а времена отлёта с начальной околоземной орбиты и прибытия на конечную окололунную орбиту должны удовлетворять необходимым условиям оптимальности. На обоих (гео- и селеноцентрическом) участках траектории решается задача оптимизации траектории с фиксированной угловой дальностью и свободным временем перелёта.

В главе представлены численные результаты оптимизации перелётов с эллиптической околоземной орбиты на круговую и эллиптическую окололунную орбиту, а также с круговой околоземной орбиты на гало-орбиту вокруг точек либрации  $EML_1$  и  $EML_2$ .

В качестве примера рассмотрен перелёт КА с ЭРДУ с высокоэллиптической околоземной орбиты, имеющей высоту перигея 4500 км, высоту апогея 50000 км, наклонение  $25^\circ$ , аргумент перигея  $248^\circ$  и долготу восходящего узла  $4^\circ$ , на круговую окололунную орбиту высотой 5000 км с нулевым наклонением относительно лунного экватора.

Для анализа зависимости основных параметров оптимальных ОТ-траекторий с заданными угловыми дальностями от величины тяги, значение тяги варьировалось от минимального значения 0.3 Н до 0.33 Н. Результаты моделирования показали, что при увеличении тяги одновременно увеличивается и конечная масса КА, и оптимальная длительность перелёта. Конечная масса КА растёт из-за уменьшения потерь характеристической скорости при сокращении длины активных участков, а оптимальная длительность перелёта растёт из-за увеличения длительности пассивных участков.

Приведена формулировка задачи сквозной оптимизации траектории перелёта к Луне КА с идеально-регулируемым двигателем и описание метода

её решения. Показано, что по результатам расчётов увеличение количества витков приводит к уменьшению реактивного ускорения и к уменьшению расстояния от оптимальной точки стыковки до  $EML_1$ . Это связано с тем, что чем меньше значение реактивного ускорения КА, тем меньше ширина допустимой горловины в окрестности точки либрации  $EML_1$  при входе в сферу Хилла Луны, при прохождении через которую возможен захват КА на околосолнечную орбиту с использованием располагаемой ограниченной тяги.

**В шестой главе** рассмотрена задача оптимизации гелиоцентрического участка траектории межпланетного перелёта при использовании схемы полёта со стыковкой планетоцентрических и гелиоцентрических участков траектории в точках либрации  $L_2$  системы Солнце – Земля и  $L_1$  системы Солнце – «планета назначения» с учётом притяжения Солнца, Земли и «планеты назначения». Показана возможность сокращения требуемых затрат характеристической скорости по сравнению с оценками, полученными с применением метода точечных сфер действия (ТСД).

В диссертации представлен метод оптимизации гелиоцентрических траекторий между коллинеарными точками либрации различных планет и приведены численные примеры оптимальных траекторий между точками либрации  $L_2$  системы Солнце – Земля и точками либрации  $L_1$  системы Солнце – Марс, Солнце – Юпитер, Солнце – Сатурн. В рассмотренных случаях оказалось, что затраты характеристической скорости на перелёт между точками либрации существенно (на 8 % – 22 %) меньше оценки характеристической скорости перелёта, которую можно получить с использованием метода ТСД. При этом, чем ближе орбита планеты к орбите Земли, тем больше относительная разность в затратах характеристической скорости.

**В Приложении** представлена реализация библиотеки программ для вычислений в комплексно-дуальной области и её особенности, а также результаты тестирования разработанной библиотеки программ, используемые преобразования между системами координат и результаты

тестирования корректности преобразований фазовых и сопряжённых переменных.

Таким образом, основные результаты работы, на мой взгляд, состоят в следующем:

- предложен метод, основанный на решении ОМ-задачи с последующим продолжением оптимальной ОМ-траектории в оптимальную ОТ-траекторию;
- для решения ОМ-задачи также используется метод продолжения, причём в качестве начального приближения используются нулевые начальные значения сопряжённых переменных;
- предложен метод диагностики существования ОТ-траектории с заданным значением тяги с помощью решения  $T_{\min}$ -задачи ( $T_{\min}$ -траектория и минимальная тяга также вычисляется продолжением из оптимальной ОМ-траектории).

Таким образом, метод, предложенный автором диссертации, позволяет автоматизировать процесс вычисления оптимальной ОТ-траектории.

Достоверность результатов работы обеспечивается использованием строгих математических методов и известных фундаментальных подходов, например, принципа максимума и метода продолжения при решении задачи оптимизации траекторий КА. Решения, полученные с помощью разработанных в этой диссертационной работе методов, сравнивались с известными результатами других авторов, исследующих параметры оптимальных траекторий КА с ЭРДУ с учётом возмущающих ускорений от притяжения удалённых небесных тел и гармоник геопотенциала.

Результаты диссертационной работы обладают научной новизной, которая заключается в том, что

- разработан новый метод оптимизации возмущённых траекторий с малой тягой на основе использования комплексных дуальных чисел для автоматического вычисления производных при использовании высокоточных моделей возмущающих ускорений;

- предложен новый подход к оптимизации многовитковых траекторий КА с ЭРДУ с использованием угловой переменной вспомогательной долготы в качестве новой независимой переменной вместо времени;
- предложен подход к решению задачи сквозной оптимизации траекторий перелёта КА с малой тягой между околоземной и окололунной орбитами на базе использования канонического преобразования;
- проведён качественный и количественный анализ полученных с помощью разработанной методики решений возмущённых задач оптимизации межорбитального и межпланетного перелётов, а также перелёта к Луне с малой тягой.

Следует также отметить практическую ценность работы диссертанта, которая состоит в том, что автором диссертации разработана и теоретически обоснована эффективная методика решения задачи оптимизации межорбитальных перелётов с малой тягой с учётом влияния возмущающих ускорений. Работа имеет практическое значение для реализации высокоэкономичных схем выведения космических аппаратов увеличенной массы на высокие целевые орбиты с помощью электроракетных двигательных установок. Разработанный метод и программное обеспечение могут применяться для проектного баллистического анализа и оперативного планирования перспективных космических миссий.

К диссертации имеются следующие замечания.

1. Представляется избыточным количество глав, некоторые из которых можно было бы объединить.
2. Не рассмотрен случай: как модель, представленная уравнениями (1.1.1) возмущённого движения КА в модифицированных равноденственных элементах (МЭЕ), будет регулярно описывать траекторию КА с нулевым наклоном.
3. Для интегрирования системы дифференциальных уравнений использован метод Грегга-Булриша-Штёра с адаптивным шагом и порядком. В тоже



время следует заметить, что упомянутый метод – это метод решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с гладкими правыми частями. Гладкость правых частей является необходимой для работы метода. Если же правые части рассматриваемой системы не являются гладкими или содержат разрывы, то предпочтительней использовать классический метод Рунге-Кутты четвёртого порядка. При этом следует заметить, что в задачах управления правые части обыкновенных дифференциальных уравнений далеко не всегда являются гладкими функциями.

4. В работе встречаются грамматические ошибки (например – «перелет у Луне с малой тягой» с. 127), не унифицировано использование буквы ё (например – слово «перелет» встречается рядом со словом «перелёт» на с. 87, 91, 96 и т.д.).

5. Библиография к диссертации насчитывает 123 источника и достаточно полно представляет публикации по теме исследования. Тем более досадно, что список литературы оформлен неряшливо: то названия работ помещены в кавычки, то кавычки опущены; то год издания заключён в круглые скобки, то эти скобки опущены. Между тем в соответствии с ГОСТ Р.7.0.11-2011 «СИБИД. Диссертация и автореферат диссертации. Структура и правила оформления» следовало руководствоваться ГОСТ Р 7.0.5-2008 «СИБИД. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». На наш взгляд, предпочтительнее использовать более поздний ГОСТ Р 7.0.100-2018 «СИБИД. Библиографическая запись. Библиографическое описание. Общие требования и правила составления», максимально приближенный к международным стандартным правилам библиографического описания ISBD.

Указанные замечания, тем не менее, не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы.

Результаты диссертационной работы Юн Сон Ук «Оптимизация траекторий космического аппарата с электроракетной двигательной

установкой при наличии возмущающих ускорений» достаточно полно представлены в его публикациях (4 работы в изданиях из списка ВАК и МРБД, 3 работы в иностранных изданиях в системе цитирования Web of Science и Scopus) и правильно отражены в автореферате.

Считаю, что работа «Оптимизация траекторий космического аппарата с электроракетной двигательной установкой при наличии возмущающих ускорений» **удовлетворяет** всем требованиям Положения ВАК к диссертациям на соискание учёной степени кандидата технических наук по специальности 2.5.16 – «Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов», а её автор, Юн Сон Ук, **заслуживает** присуждения ему искомой степени.

Главный научный сотрудник  
Федерального государственного учреждения  
«Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша  
Российской академии наук»,  
доктор физико-математических наук

Г.К. Боровин

“ 09 ” ноября 2023 г.

Подпись официального оппонента Г.К. Боровина заверяю  
Ученый секретарь ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,  
кандидат физико-математических наук



А.А. Давыдов

“ 09 ” ноября 2023 г.

Адрес: 125047, г. Москва, Миусская пл., д. 4  
Тел.: 8-499-978-13-14  
e-mail: gkborovin@mail.ru  
сайт: www.keldysh.ru

*Сотзавалл ознакомлен*

*10.11.2023 Юн Сон Ук*