

На правах рукописи

ФАМ ТЬЮНГ

**ПРОЧНОСТЬ И РАЗРУШЕНИЕ МНОГОСЛОЙНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ
СТРУКТУР ПРИ ВЫСОКОГРАДИЕНТНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2012

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор,
Лурье Сергей Альбертович

Официальные оппоненты: **Зверьев Евгений Михайлович,**
доктор технических наук, профессор, Институт
прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
в.н.с.

Лычев Сергей Александрович,
кандидат физико-математических наук, доцент,
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлин-
ского РАН, доцент.

Ведущая организация: **Институт машиноведения им. А.А. Благонра-
вова РАН.**

Защита состоится «14» декабря 2012 г. в «15³⁰» часов на заседании диссер-
тационного совета Д 212.125.05 в ФГБОУ ВПО «Московский авиационный ин-
ститут (национальный исследовательский университет)», по адресу: 125993, г.
Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, дом 4.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке
ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследова-
тельский университет)».

Автореферат разослан «13» ноября 2012 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Федотенков Г.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В настоящее время, различные покрытия используются практически во всех отраслях промышленности для защиты конструкций от температурных и химических воздействий, для придания необходимых защитных свойств поверхностям, а также для обеспечения нужных эксплуатационных качеств конструкции в целом. Активно развиваются технологии создания тонкослойных композитных покрытий (слоистых покрытий, функциональных покрытий, армированных включениями и пр.). Такие технологии позволяют получать конструктивные элементы с повышенными эксплуатационными характеристиками и могут применяться в различных отраслях промышленности от авиации до микроэлектроники. Решение проблемы проектирования и получения покрытий специального назначения требует не только экспериментального, но и тщательного теоретического исследования на основе предварительного моделирования. При этом с точки зрения механики деформирования твердых тел, следует проводить дополнительные исследования по анализу напряженно-деформированного состояния (НДС) в покрытиях, изучать зависимость напряжений от геометрических характеристик (толщины) и физико-механических свойств отдельных слоев слоистой системы. Следует также исследовать влияние на НДС скоростей изменения температур, особенно в области межслойных границ, оценивать степень влияния дефектов на деформацию, прочность и разрушение покрытий. Указанные проблемы непосредственно связаны и с микроструктурой покрытий, что необходимо учитывать при разработке специальных защитных покрытий из неоднородных материалов с развитой микроструктурой. Решение этих проблем путем предварительного моделирования и оптимизации может позволить ускорить и упростить разработку новых типов высокоэффективных покрытий, адаптированных для различных эксплуатационных режимов работы. При описании физико-механических свойств тонких, многослойных и функциональных покрытий в условиях воздействия различных физических полей имеется существенный теоретический пробел, заключающийся как в отсутствии адекватных моделей, так и в недостатке соот-

ветствующих методик прочностного расчета. Поэтому тема диссертации, посвященной разработке моделей деформирования и методов расчета тонкослойных покрытий, является **актуальной**.

Цель диссертационной работы.

Целью диссертации является разработка моделей деформирования тонкослойных композитных структур с использованием градиентных моделей термоупругости и теплопроводности, а также формулировка соответствующих математических моделей (краевых задач), методов определения термоупругих и теплофизических характеристик структур с покрытиями микро/нано-размерной толщины. Разрабатываемые модели должны учитывать неоднородность слоистых композитных покрытий, масштабные эффекты, влияние скорости изменения температурных полей, особенности распределения температурного поля с учетом термобарьерных граничных эффектов. Определение напряженно-деформированного состояния тонкостенных слоистых структур с учетом масштабных эффектов, оценка прочности многослойных покрытий также является целью диссертации.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем.

1. Предложен вариант градиентной теории термоупругости, построенный, как обобщение прикладной модели межфазного слоя на термоупругие процессы путем использования гипотезы Дюамеля-Неймана.

2. Исследованы особенности деформирования многослойных покрытий с учетом градиентных эффектов в зависимости от скоростей изменения температур по координатам. Показано, что учет градиентных эффектов позволяет установить существенное влияние характера и скорости изменения температуры на распределение перемещений, деформаций и напряжений (неклассические эффекты).

3. Предложен деформационный критерий прочности для прогноза разрушения многослойного покрытия при увеличении его толщины. Получено теоретическое подтверждение экспериментальных данных по разрушению покрытий при наращивании их толщины.

4. Предложена модель градиентной теплопроводности, показано, что эта модель позволяет описывать эффекты термосопротивления в неоднородных структурах (эффект Капицы) с непрерывным распределением температур.

5. Показано, что решения, полученные с использованием градиентной термоупругости, позволяют прогнозировать эффект локализации НДС в окрестности межслойных зон в покрытии, который качественно объясняет имеющиеся экспериментальные данные.

6. Дана математическая постановка краевой задачи для плоской деформации в рамках градиентной модели термоупругости; получено решение плоской задачи, позволяющее оценивать напряженное состояние в сверхтонких структурах.

Практическое значение работы.

1. Прикладные градиентные модели термоупругости, построенные на их основе уточненные решения, имеют прикладное значение, так как являются основой для построения прикладных методик расчета напряженно-деформированного состояния, оценки прочности и разрушения многослойных композитных покрытий с учетом масштабных факторов, позволяющих уточнить и учесть локализацию деформаций и напряжений, возникающих за счет градиентных эффектов. Таким образом, повышается достоверность оценки прочности конструкций с тонкослойными покрытиями, работающими в условиях высокоградиентного температурного воздействия.

2. Прикладное значение имеет и модель градиентной теплопроводности, учитывающая термобарьерные эффекты в составных неоднородных структурах, ибо она позволяет в значительной степени приблизиться к моделированию реального непрерывного распределения температурного поля в тонкослойных композитных покрытиях.

3. Решения, полученные с привлечением градиентных теорий термоупругости и теплопроводности, методики оценки напряженно-деформированного состояния, прочности, разрушения, а также алгоритм оптимизации структуры с целью снижения уровня температурных напряжений и деформаций покрытий, ис-

пользуемые в работе, представляют практический интерес и могут привлекаться для проведения инженерных расчетов.

Достоверность и обоснованность научных положений и полученных результатов определяется строгостью используемых математических методов, моделей теории упругости, термоупругости и теплопроводности, а также обеспечивается последовательным анализом физической адекватности полученных результатов и сравнением полученных решений с известными экспериментальными данными, результатами, приведенными в публикациях других авторов.

Апробация работы и публикации. Основные результаты обсуждались на заседании кафедры «Прочность авиационных и ракетно-космических конструкций» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), докладывались на объединенном научном семинаре ВЦ РАН, ИПРИМ РАН, МГУ «Междисциплинарный семинар по моделированию масштабных эффектов в проблемах механики и физики» под рук. Академика РАН Е.И. Моисеева, проф. С.Я. Степанова, проф. С.А. Лурье, на научном семинаре лаборатории «Неклассические модели механики композиционных материалов и конструкций» ИПРИМ РАН, на Московской молодежной научно-практической конференции «Инновация в авиации и космонавтике» (Москва, МАИ, 17 – 20 апреля 2012 г.).

Основные результаты диссертации опубликованы в четырёх печатных работах, в том числе в двух статьях в журналах, рекомендованных ВАК РФ.

Объём и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и содержит 117 страниц. Список используемой литературы включает 80 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность научных исследований, изложенных в диссертации, а также сформулированы цель и задачи, определена научная новизна, практическая и теоретическая ценность диссертационной работы.

В первой главе приведены краткий обзор научной литературы, посвященной развитию градиентных теорий упругости, обзор экспериментальных данных об особенностях деформирования и разрушения многослойных тонкостенных покрытий. Отмечено, что фундаментальные результаты в области построения градиентных моделей сред (микроструктурные модели сред Р.Д. Миндлина, Р.А. Тупина, В.Т. Койтера, микрополярные теории сред и другие варианты градиентных теорий упругости) были получены уже в 60-х годах прошлого века в работах Э.Л. Аэро и Е.В. Кувшинского (1960г.), Р.Д. Миндлина (1964г.), Р.А. Тупина (1964г.), В.Т. Костера, В.А. Пальмова, Хадчинсона, Флэка, Е.С. Айфантиса. Прикладные исследования в этом направлении активно развивались в России и за рубежом параллельно в рамках континуальных градиентных моделей, физических моделей теории дислокаций, а также методами молекулярного и квантово-молекулярного моделирования в работах Аскеса, Гольдштейна, Гуткина и Овидько, Лурье, Мауджина, Индейцева, Нормана, Морозова, Матвеевко, Кривцова, Шардакова и др.

Во второй главе дается постановка моделей градиентной теории упругости и термоупругости. Основной особенностью градиентных теорий является определение напряжений с учетом повышенных порядков производных от перемещений.

Модель градиентной термоупругости построена на основе, частного, наиболее простого варианта градиентных моделей - прикладной модели межфазного слоя. Лагранжиан прикладной модели межфазного слоя может быть представлен в следующем виде:

$$L = \bar{A} - \frac{1}{2} \iiint \left[2\mu \gamma_{ij} \gamma_{ij} + \left(\frac{2\mu}{3} + \lambda \right) \theta^2 + 8 \frac{\mu^2}{C} \xi_{ij} \xi_{ij} + \frac{(2\mu + \lambda)^2}{C} \theta_i \theta_i \right] dV \quad (1)$$

где, \bar{A} – работа внешних сил на векторе перемещений R_i ; μ, λ – коэффициенты

Ламе; $\omega_k = -\frac{1}{2} \frac{\partial R_i}{\partial x_j} \mathcal{E}_{ijk}$; $\theta = \frac{\partial R_k}{\partial x_k}$, $\theta_i = \frac{\partial \theta}{\partial x_i} = \frac{\partial^2 R_j}{\partial x_i \partial x_j}$; $\xi_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \frac{\partial \omega_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{4} \frac{\partial^2 R_n}{\partial x_j \partial x_m} \mathcal{E}_{nmi} - \frac{1}{4} \frac{\partial^2 R_n}{\partial x_i \partial x_m} \mathcal{E}_{nmj}$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial R_i}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \frac{\partial R_j}{\partial x_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial R_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$$

\mathcal{E}_{ijk} – компоненты тензора Леви-Чивиты; θ – объемная деформация; γ_{ij} – компоненты тензора девиатора деформаций; C – дополнительная физическая постоянная модели (неклассический модуль), которая определяет когезионные взаимодействия.

Для учёта температурных воздействий введём классическую гипотезу Дюамеля-Неймана.

$$\theta_y = \theta - \theta_T = \theta - \alpha \cdot \Delta T$$

где θ_y - упругие деформации изменения объёма, θ - полные деформации изменения объёма, $\theta_T = \alpha \cdot \Delta T$ - температурные деформации, α - коэффициент термического расширения, ΔT - изменение температуры, $\Delta T' = \frac{\partial \Delta T}{\partial x}$, $\Delta T'' = \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2}$, $T''' = \frac{\partial^3 \Delta T}{\partial x^3}$.

Тогда лагранжиан градиентной модели термоупругости имеет вид:

$$L = \bar{A} - \frac{1}{2} \iiint \left[2\mu \gamma_{ij} \gamma_{ij} + \left(\frac{2\mu}{3} + \lambda \right) \theta^2 - 2 \left(\frac{2\mu}{3} + \lambda \right) \alpha \cdot \Delta T \cdot \theta + 8 \frac{G^2}{C} \xi_{ij} \xi_{ij} + \right. \\ \left. + \frac{(2\mu + \lambda)^2}{C} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} - 2 \frac{(2\mu + \lambda)^2}{C} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \frac{\partial (\alpha \cdot \Delta T)}{\partial x_i} \right] dV \quad (2)$$

Для проведения тестовых исследований применялась одномерная постановка модели градиентной термоупругости для слоистой композитной среды. Лагранжиан такой модели имеет вид:

$$L = A - \frac{1}{2} \int \left(E(r')^2 + \frac{E^2}{C} (r'')^2 - 2\alpha \left(K \Delta T r' + \frac{E^2}{C} \Delta T r'' \right) \right) dx$$

здесь $r(x)$ - компонента перемещений в направлении оси x , E - модуль упругости,

сти, $r'(x) = \frac{\partial r(x)}{\partial x}$, $r''(x) = \frac{\partial^2 r(x)}{\partial x^2}$, $r'''(x) = \frac{\partial^3 r(x)}{\partial x^3}$, $r''''(x) = \frac{\partial^4 r(x)}{\partial x^4}$, $\left(\frac{2\mu}{3} + \lambda \right) = K$.

Математическая постановка одномерной задачи дается вариационной формой:

$$\begin{aligned}
 \delta L = 0: \\
 \delta A - \int (Er' \delta r' + \frac{E^2}{C} r'' \delta r'' - \alpha (K \Delta T \delta r' + \frac{E^2}{C} \Delta T' \delta r'')) dx \\
 = \delta A - \int \left(-Er'' + \frac{E^2}{C} r'''' - \alpha \left(K \Delta T' - \frac{E^2}{C} \Delta T''' \right) \right) \delta r dx - \\
 - \left(Er' - \frac{E^2}{C} r''' - K \alpha \Delta T + \alpha \frac{E^2}{C} \Delta T'' \right) \delta r - \frac{E^2}{C} (r'' - \alpha \cdot \Delta T') \delta r'
 \end{aligned} \tag{3}$$

Уравнения равновесия с учетом температурного воздействия имеют соответственно вид:

$$E_i r_i'' - \frac{E_i^2}{C_i} r_i'''' + \alpha_i \left(\frac{E_i^2}{C_i} \Delta T_i''' - K_i \Delta T_i' \right) = 0, \quad (i = 1 \dots n) \tag{4}$$

а граничные и контактные условия записываются следующим образом:

$$\begin{cases} r(x)_{x=0} = 0, & r'(x)_{x=0} = 0 \\ \frac{E^2}{C} (r'' - \alpha \Delta T')_{x=x_0} = 0, & Er' - \frac{E^2}{C} r''' + \alpha \left(\frac{E^2}{C} \Delta T'' - K \Delta T \right)_{x=x_0} = 0. \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} r_i(x)|_{x_i} = r_{i+1}(x)|_{x_i}, r_i'(x)|_{x_i} = r_{i+1}'(x)|_{x_i}, \\ \frac{E_i^2}{C_i} (r_i'' - \alpha_i \Delta T_i')_{x=x_i} = \frac{E_{i+1}^2}{C_{i+1}} (r_{i+1}'' - \alpha_{i+1} \Delta T_{i+1}')_{x=x_i} \\ \left(Er_i' - \frac{E_i^2}{C_i} r_i''' + \alpha_i \left(\frac{E_i^2}{C_i} \Delta T_i'' - K_i \Delta T_i' \right) \right)_{x=x_i} = \\ = \left(Er_{i+1}' - \frac{E_{i+1}^2}{C_{i+1}} r_{i+1}''' + \alpha_{i+1} \left(\frac{E_{i+1}^2}{C_{i+1}} \Delta T_{i+1}'' - K_{i+1} \Delta T_{i+1}' \right) \right)_{x=x_i} \end{cases}, i = 1 \dots (n-1) \tag{6}$$

Во третьей главе изложены результаты моделирования деформаций в слоистых композитных структурах на основе градиентной модели термоупругости. Проведено исследование решения задачи о деформации полупространства и двухслойной структуры в рамках градиентной термоупругости. Показано, что предложенная модель термоупругости позволяет учесть влияние высокой изменчивости температурного поля на напряженно-деформированное состояние среды. Для частного случая слоистой среды продемонстрированы основные особенности распределения полей деформаций и напряжений в окрестности зон контакта. На ри-

сунках 1,2 представлена зависимость распределения деформаций и напряжений, возникающих в направлении нормали к плоскости слоёв покрытия, в случае различных физико-механических параметров материалов структуры. В тестовых задачах, в качестве модулей упругости взяты безразмерные модули упругости, масштабный параметр $\kappa = C/E$ имеет размерность $\approx 1/(\text{длина})^2$. В случае учета масштабных эффектов, модель прогнозирует возникновение локальной концентрации напряжений в области границ разнородных слоёв. Существенные поправки дает градиентное решение в отношении учета изменчивости температур по сравнению с классическим решением.

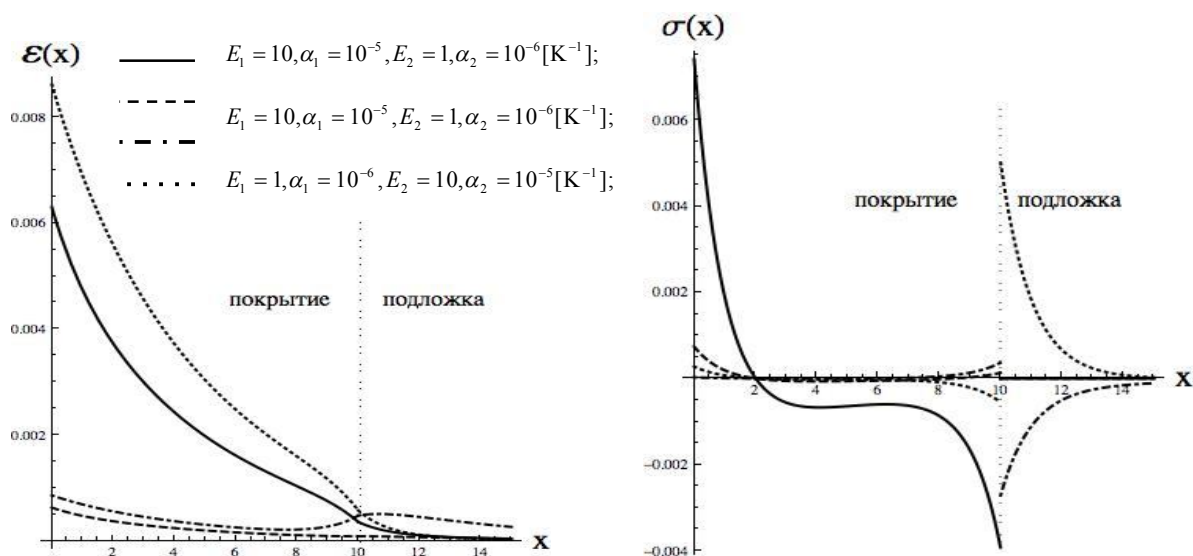


Рис. 1. Характер распределения деформаций и напряжений в двухслойной структуре при $n = 2$; $H = 10$ в случае различных значений термомеханических характеристик слоёв. Масштабный параметр $\kappa = C/E$ принят равным $\kappa = 1$. Распределение температуры задавалось по градиентному закону: $T(x) = 1000 e^{-\frac{n}{H}x}$, здесь H - протяженность рассматриваемого фрагмента среды [мкм]; $n > 0$ - параметр, характеризующий градиент температурного поля; $\alpha_1, \alpha_2 [K^{-1}]$ - коэффициенты термического расширения.

Исследовано влияние различных значений масштабных параметров модели на уровень температурных напряжений и деформаций. Показано, что в зависимости от масштабных параметров микроструктуры в покрытии могут возникать напряжения различного знака (рис. 2).

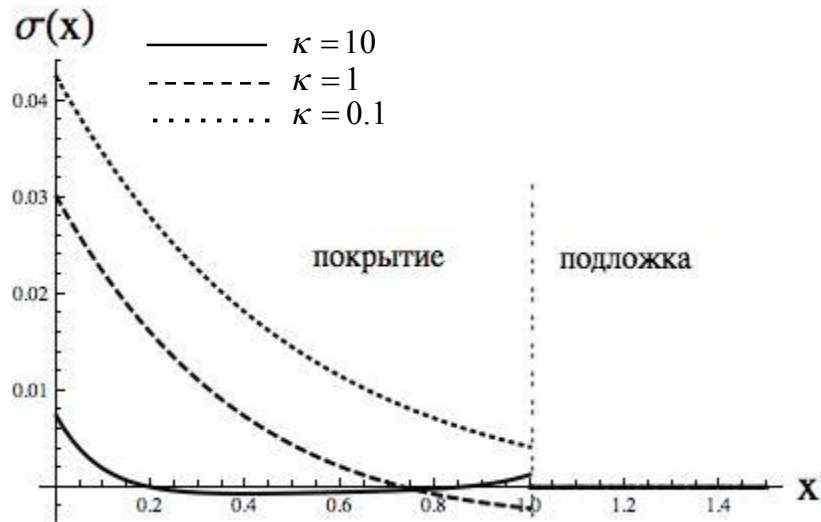


Рис. 2. Распределение напряжений в слоях структуры. Влияние масштабных параметров модели κ на распределение напряжений, возникающих в слое-покрытии. Параметры модели: $E_1 = 10$, $\alpha_1 = 10^{-5} [\text{K}^{-1}]$, $E_2 = 1$, $\alpha_2 = 10^{-6} [\text{K}^{-1}]$.

На рисунке 3 приведена модель структуры для описания многослойных структур при температурном нагружении. Рассматривалось многослойное металлокерамическое покрытие (рис. 3).

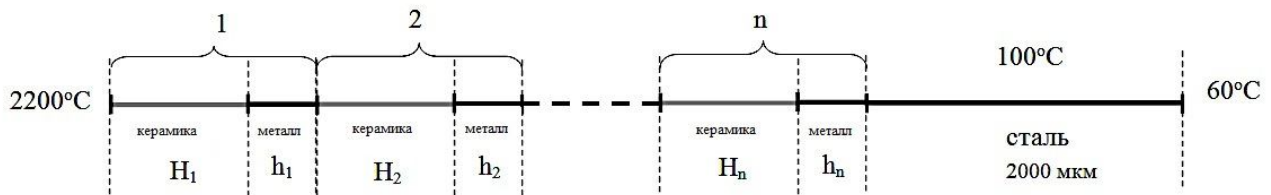


Рис. 3. Одномерная модель многослойного композитного покрытия на подложке.

В результате решения краевой задачи (4)-(6) сначала определялся характер распределения деформаций и напряжений в случае учета термосопротивления на границе слоев за счет введения “ступенчатого” распределения температуры для структур, состоящих из различного числа слоёв. На рисунке 4. приведено найденное распределение деформаций и напряжений в структуре металлокерамического покрытия, состоящего из слоёв керамики и металла.

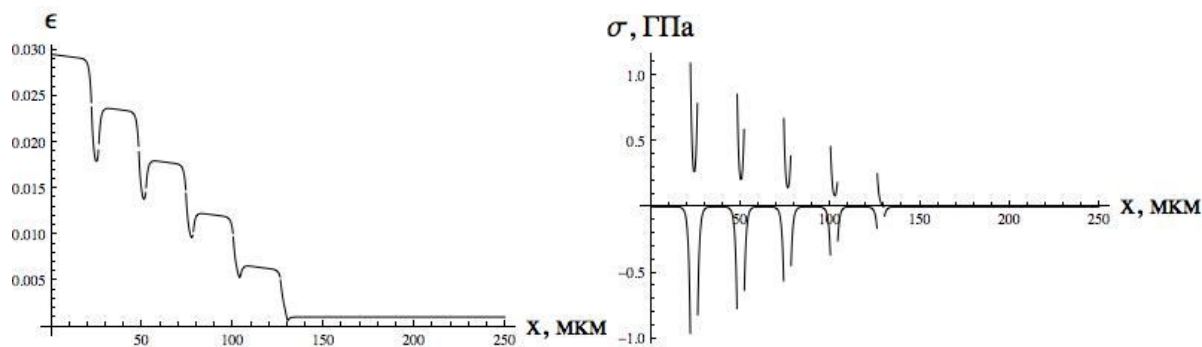


Рис. 4. Распределение деформаций и напряжений в 5-слойном покрытии в направлении нормали к плоскости слоёв.

Отметим, что в решении этой задачи по классической термоупругости напряжения отсутствуют – то есть классическое решение для рассматриваемой незакрепленной структуры предсказывает только наличие температурных деформаций, без возникновения напряжений. Представленные на рис 4. напряжения определяются лишь градиентной («моментной») составляющей найденного решения.

Предложен деформационный критерий прочности. Введено предположение, что разрушение в покрытии наступает в случае, если максимальные средние деформации в каком-либо керамическом слое покрытия достигают предельного значения, найденного из эксперимента. Предполагается, что для оценки прочности покрытий высокой твердости (керамических, твердосплавных и металлокерамических) можно использовать постановку задачи термоупругости в рамках линейной теории упругости и предполагать, что разрушение покрытия начинается в хрупких и твердых слоях керамики, которые деформируются по упругому закону вплоть до разрушения. Показано, что путём подбора толщин слоёв покрытия возможно получать структуры, в которых при заданном градиенте температурного поля уровень критических деформаций не возникает.

Предложенная методика позволяет рассчитывать структуры и с переменными толщинами слоев. Например, было проведено моделирование варианта покрытия с переменными толщинами металлических и керамических слоев в металлокерамическом слоистом покрытии (см. рис. 5). На рисунке 5 представлено распределение деформаций в структуре из 8 пар слоёв с толщиной слоёв керамики и металла:

$H = \{30, 20, 10, 10, 10, 10, 10, 10\}$, $h = \{1, 1, 4, 4, 4, 4, 4, 4\}$.

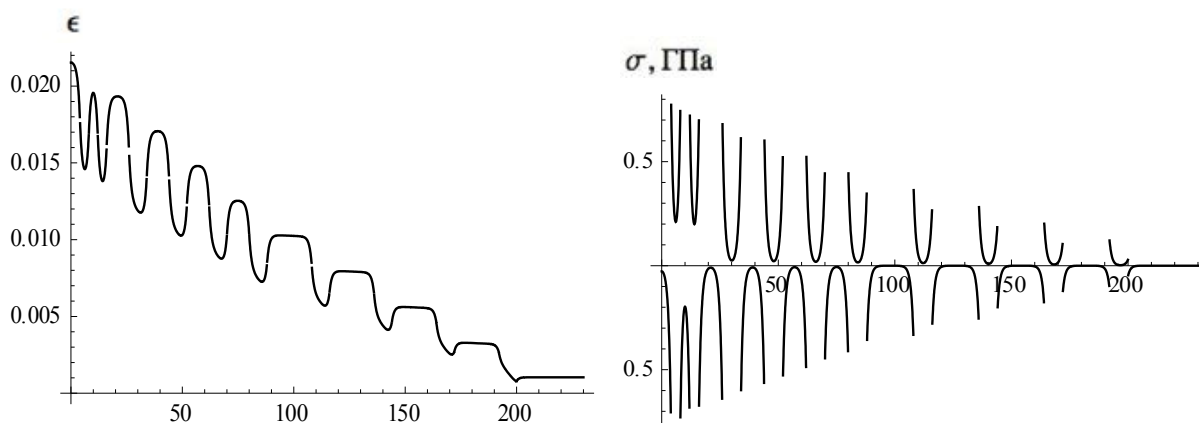


Рис. 5. Распределение деформаций и напряжений в структуре из 8 пар слоёв с переменной толщиной слоёв керамики и металла.

В четвертой главе исследуется влияние характера распределения температурного поля на напряженно-деформированное состояние слоистых структур. Рассмотрены различные варианты задания функций температурного поля в тонких композитных покрытиях: 1). классическое (линейное) распределение температуры в каждом слое, 2). распределение с учетом скачков температурного поля на межслойных границах (учет термосопротивления), 3). распределение температурного поля, найденное по градиентной модели теплопроводности.

Впервые предложена модель градиентной теплопроводности для описания процессов стационарной теплопроводности в слоистых структурах с учетом термобарьерных граничных эффектов. Уравнение теплопроводности в одномерной постановке имеет вид:

$$\lambda(T'' - \ell^2 \cdot T^{IV}) = 0 \quad (7)$$

Граничные условия следуют из вариационной постановки модели:

$$\begin{cases} T = T_0, & \lambda(T' - \ell^2 T''') = Q_0 \\ T' = t_0, & \lambda \cdot \ell^2 \cdot T'' - R_s \cdot T' = q_0 \end{cases} \quad (8)$$

Здесь T_0 , t_0 , Q_0 , q_0 - заданные значение температуры, производной от температуры, потока и неклассического потока на границе среды, λ - коэффициент теплопроводности, ℓ - масштабный параметр модели, определяющий протяжённость

локальных градиентных эффектов, которые реализуются в данной среде в области границ раздела, $T' = \frac{\partial T}{\partial x}$, $T'' = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, $T''' = \frac{\partial^3 T}{\partial x^3}$. На контактных границах ставятся четыре условия:

$$\begin{cases} T_1 = T_2, & T_1' = T_2', \\ \lambda_1 (T_1' - \ell_1^2 \cdot T_1''') = \lambda_2 (T_2' - \ell_2^2 \cdot T_2'''), \\ \lambda_1 \cdot \ell_1^2 \cdot T_1'' - R_{s1} \cdot T_1' = \lambda_2 \cdot \ell_2^2 \cdot T_2'' - R_{s1} \cdot T_2' \end{cases} \quad (9)$$

Здесь индексами обозначены параметры, относящиеся к различным фазам. Последнее контактное граничное условие в (9), с учетом равенства производных от функций температуры на границе среды, может быть записано следующим образом:

$$\lambda_1 \cdot \ell_1^2 \cdot T_1'' - R_{s1} \cdot T_1' = \lambda_2 \cdot \ell_2^2 \cdot T_2''$$

где $R_s = R_{s1} - R_{s2}$ - термосопротивление контактной границы, определяемое разностью соответствующих параметров контактирующих фаз.

В работе показано, что предложенная модель позволяет описывать эффекты изменения температуры в окрестности границ с непрерывным распределением температурного поля. Эффект термосопротивления учитывается за счет параметра термосопротивления R_s в градиентной модели. Примеры распределения температур по длине пятислойного покрытия при различных значениях параметра R_s приведены на рисунке 6.

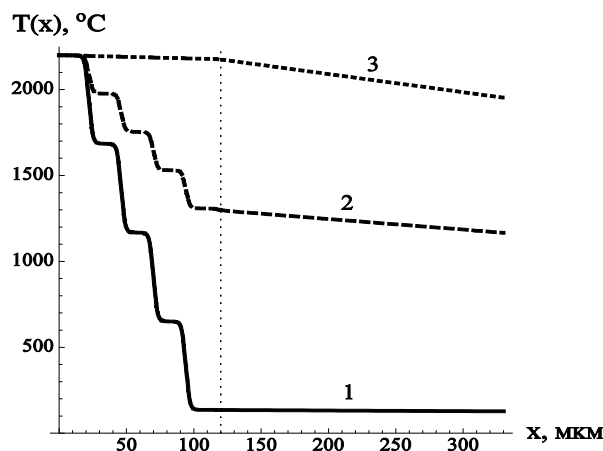


Рис. 6. Распределение температуры в покрытии и в подложке в случае различных значений параметров R_s [Вт.К⁻²]. 1: $R_s = 0.7289$, 2: $R_s = 0.725$, 3: $R_s = 0$. Вертикальная линия соответствует границе раздела покрытия с подложкой.

Установлено, что характер распределения температур в структуре оказывает значительное влияние на распределение напряжений. Поэтому здесь при расчете напряжений были рассмотрены различные варианты распределения температуры (по разным моделям учета эффекта термосопротивления на контактных границах). Показана существенная зависимость НДС покрытий от выбранной модели теплопроводности. Заметим, что использование градиентной теплопроводности дает более адекватную физическую картину в распределении температур (непрерывное поле температур). Установлено, что использование градиентной модели теплопроводности приводит, в результате, к изменению знака напряжений в структуре по сравнению со случаем, когда термосопротивление приближенно моделируется скачком температуры (рис. 7).

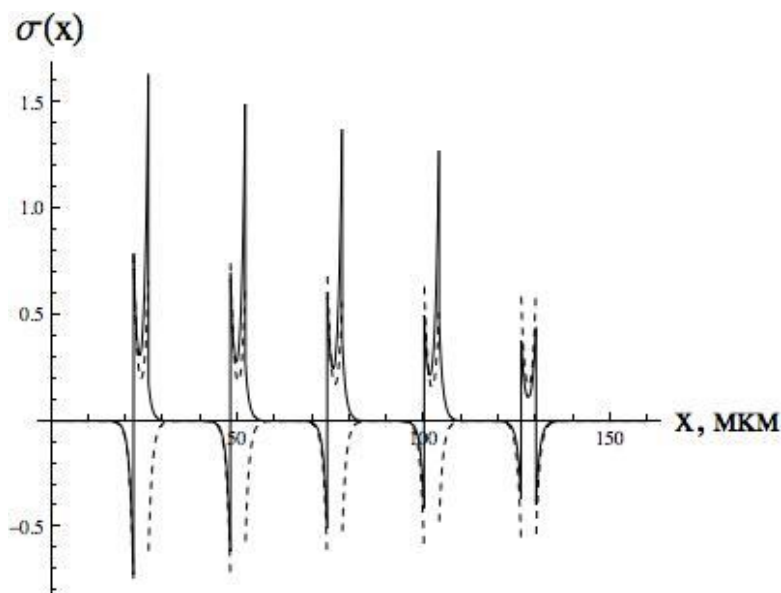


Рис. 7. Характер распределения напряжений в металлокерамической структуре в направлении нормали к плоскости слоёв. Сплошная линия – задано градиентное непрерывное распределение температуры, пунктирная линия – задано распределение температуры со скачками на границе слоёв.

В пятой главе получена плоская постановка модели градиентной теории термоупругости и проводится решение задачи о равновесии бесконечного слоя и двухслойной структуры на жестком основании при действии силовых и температурных нагрузок.

На основе вариационного принципа получены уравнения равновесия и граничные условия.

Уравнения равновесия плоской задачи термоупругости имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{E^2}{C} \frac{\partial^4 R_1}{\partial x^4} + \frac{G^2}{C} \frac{\partial^4 R_1}{\partial y^4} + \frac{E^2 + G^2}{C} \frac{\partial^4 R_1}{\partial x^2 \partial y^2} - E \frac{\partial^2 R_1}{\partial x^2} - G \frac{\partial^2 R_1}{\partial y^2} + \frac{E^2 - G^2}{C} \frac{\partial^4 R_2}{\partial x^3 \partial y} + \frac{E^2 - G^2}{C} \frac{\partial^4 R_2}{\partial x \partial y^3} - (E - G) \frac{\partial^2 R_2}{\partial x \partial y} + \\ + \left(\frac{(E^*)^2}{C} \alpha \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 T}{\partial x \partial y^2} \right) - K \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \\ \frac{E^2}{C} \frac{\partial^4 R_2}{\partial y^4} + \frac{G^2}{C} \frac{\partial^4 R_2}{\partial x^4} + \frac{E^2 + G^2}{C} \frac{\partial^4 R_2}{\partial x^2 \partial y^2} - E \frac{\partial^2 R_2}{\partial y^2} - G \frac{\partial^2 R_2}{\partial x^2} + \frac{E^2 - G^2}{C} \frac{\partial^4 R_1}{\partial x^3 \partial y} + \frac{E^2 - G^2}{C} \frac{\partial^4 R_1}{\partial x \partial y^3} - (E - G) \frac{\partial^2 R_1}{\partial x \partial y} + \\ + \left(\frac{(E^*)^2}{C} \alpha \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 T}{\partial y^3} \right) - K \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Граничные условия на границе слоя ($X = Const$):

$$\begin{cases} \frac{E^2}{C} \frac{\partial^3 R_1}{\partial x^3} + \frac{E^2 + G^2}{C} \frac{\partial^3 R_1}{\partial x \partial y^2} - E \frac{\partial R_1}{\partial x} + \frac{E^2}{C} \frac{\partial^3 R_2}{\partial y^3} + \frac{E^2 - G^2}{C} \frac{\partial^3 R_2}{\partial x^2 \partial y} - (E - 2G) \frac{\partial R_2}{\partial y} = - \left(K \alpha T - \frac{(E^*)^2}{C} \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \right) \\ \frac{G^2}{C} \frac{\partial^3 R_2}{\partial x^3} + \frac{E^2 + G^2}{C} \frac{\partial^3 R_2}{\partial x \partial y^2} - G \frac{\partial R_2}{\partial x} - \frac{G^2}{C} \frac{\partial^3 R_1}{\partial y^3} + \frac{E^2 - G^2}{C} \frac{\partial^3 R_1}{\partial x^2 \partial y} - G \frac{\partial R_1}{\partial y} = - \left(- \frac{(E^*)^2}{C} \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \right) \\ \frac{G^2}{C} \frac{\partial^2 R_2}{\partial x^2} - \frac{G^2}{C} \frac{\partial^2 R_1}{\partial x \partial y} - B \frac{\partial R_2}{\partial x} = 0 \\ \frac{E^2}{C} \frac{\partial^2 R_1}{\partial x^2} + \frac{E^2}{C} \frac{\partial^2 R_2}{\partial x \partial y} - A \frac{\partial R_1}{\partial x} = - \left(\frac{(E^*)^2}{C} \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (11)$$

Решение задачи проводилось с использованием интегрального преобразования Фурье.

$$\begin{aligned} F_1(x, \omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} R_1(x, y) e^{i\omega y} dy, & R_1(x, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(x, \omega) e^{-i\omega y} d\omega \\ F_2(x, \omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} R_2(x, y) e^{i\omega y} dy, & R_2(x, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(x, \omega) e^{-i\omega y} d\omega \\ \Phi(x, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} T(x, y) e^{i\omega y} dy, & T(x, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x, \omega) e^{-i\omega y} d\omega \end{aligned} \quad (12)$$

Исходная система уравнений в частных производных была сведена к единственному уравнению восьмого порядка относительно скалярной функции-потенциала.

Вводятся следующие обозначения для дифференциальных операторов при записи уравнений равновесия:

$$\begin{aligned} L_{11} &= \frac{E^2}{C} \frac{\partial^4}{\partial x^4} - \left(\frac{E^2 + G^2}{C} \omega^2 + E \right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega^2 \left(G + \frac{G^2}{C} \omega^2 \right); & L_{12} &= i\omega \left[\frac{E^2 - G^2}{C} \frac{\partial^3}{\partial x^3} - \left(\frac{E^2 - G^2}{C} \omega^2 + E - G \right) \frac{\partial}{\partial x} \right] \\ L_{21} &= i\omega \left[\frac{E^2 - G^2}{C} \frac{\partial^3}{\partial x^3} - \left(\frac{E^2 - G^2}{C} \omega^2 + E - G \right) \frac{\partial}{\partial x} \right]; & L_{22} &= \frac{G^2}{C} \frac{\partial^4}{\partial x^4} - \left(\frac{E^2 + G^2}{C} \omega^2 + G \right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega^2 \left(E + \frac{E^2}{C} \omega^2 \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Для записи граничных условий вводятся следующие дифференциальные операторы:

$$\left\{ \begin{array}{l} Lb_1 = \left[-\frac{E^2}{C} \frac{\partial^3}{\partial x^3} + \left(\frac{E^2 + G^2}{C} \omega^2 + E \right) \frac{\partial}{\partial x} \right] \#_1 + \left[-\frac{E^2 - G^2}{C} i\omega \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{E^2}{C} i\omega^3 + (E - 2G)i\omega \right) \right] \#_2 \\ Lb_2 = \left[-\frac{E^2 - G^2}{C} i\omega \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(Gi\omega - \frac{G^2}{C} i\omega^3 \right) \right] \#_1 + \left[-\frac{G^2}{C} \frac{\partial^3}{\partial x^3} + \left(\frac{E^2 + G^2}{C} \omega^2 + G \right) \frac{\partial}{\partial x} \right] \#_2 \\ Lb_3 = \left(-\frac{G^2}{C} i\omega \frac{\partial}{\partial x} \right) \#_1 + \left(\frac{G^2}{C} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - B \frac{\partial}{\partial x} \right) \#_2 \\ Lb_4 = \left(\frac{E^2}{C} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - A \frac{\partial}{\partial x} \right) \#_1 + \left(\frac{E^2}{C} i\omega \frac{\partial}{\partial x} \right) \#_2 \end{array} \right. \quad (14)$$

После введения потенциала перемещений в пространстве изображений Фурье:

$$F_2 = -L_{11}\varphi; \quad F_1 = L_{12}\varphi$$

Уравнения равновесия и граничные условия в операторском виде имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{11}F_1 + L_{12}F_2 = -\frac{(E^*)^2}{C} \alpha \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} + \alpha \left(\frac{(E^*)^2}{C} \omega^2 + K \right) \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ L_{21}F_1 + L_{22}F_2 = -\frac{(E^*)^2}{C} \alpha \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} i\omega + \alpha i\omega \phi \left(\frac{(E^*)^2}{C} \omega^2 + K \right) \\ Lb_1[F_1, F_2] = -K\alpha\phi + \frac{(E^*)^2}{C} \alpha \left((i\omega)^2 \phi + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \\ Lb_2[F_1, F_2] = \frac{(E^*)^2}{C} \alpha \frac{\partial \phi}{\partial x} (i\omega) \\ Lb_3[F_1, F_2] = 0 \\ Lb_4[F_1, F_2] = -\frac{(E^*)^2}{C} \alpha \frac{\partial \phi}{\partial x} \end{array} \right.$$

В качестве иллюстрации, был исследован ряд прикладных задач о деформировании однослойных и двухслойных покрытий в условиях силового нагружения. При этом получено следующее дифференциальное уравнение восьмого порядка

$$\begin{aligned} & -\frac{G^2}{C} \frac{E^2}{C} \frac{\partial \phi^8}{\partial x^8} + \left(\frac{EG(C(E+G) + 4EG\omega^2)}{C^2} \right) \frac{\partial \phi^6}{\partial x^6} - \left[\frac{EG(C^2 + 3C(E+G)\omega^2 + 6EG\omega^4)}{C^2} \right] \frac{\partial \phi^4}{\partial x^4} \\ & + \left[\frac{EG\omega^2(2C^2 + 3C(E+G)\omega^2 + 4EG\omega^4)}{C^2} \right] \frac{\partial \phi^2}{\partial x^2} - \left(\frac{E^2}{C} \omega^4 + E\omega^2 \right) \left(\frac{G^2}{C} \omega^4 + G\omega^2 \right) \phi = 0 \end{aligned}$$

Общее решение записанного уравнения имеет вид:

$$\varphi(x) = C_1 e^{\sqrt{\frac{C+G\omega^2}{G}}x} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{C+G\omega^2}{G}}x} + C_3 e^{\sqrt{\frac{C+G\omega^2}{E}}x} + C_4 e^{-\sqrt{\frac{C+G\omega^2}{E}}x} + C_5 e^{-\omega x} + C_6 x e^{-\omega x} + C_7 e^{\omega x} + C_8 x e^{\omega x}$$

Обратное преобразование Фурье было построено численно. Затем деформации рассчитывались по формулам Коши $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$, $\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$, $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$. Напряжения определялись по формулам закона Гука.

На рис. 8 представлен характер распределения перемещений в структуре покрытия под действием нормальной силы.

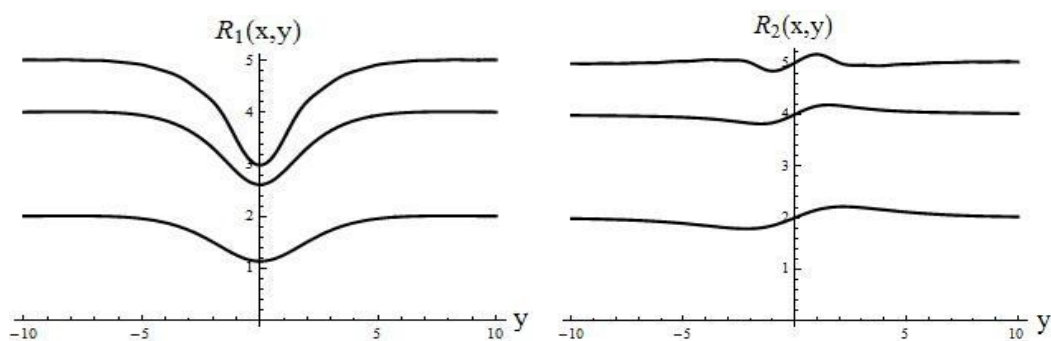


Рис. 8. Распределение перемещений по толщине слоя под действием нормальной распределённой силы на участке $y=\{-1,1\}$.

Исследована зависимость изменения перемещений покрытия от его толщины и градиентного параметра модели C (см. рис. 9). Показано, что максимальные нормальные перемещения уменьшаются для покрытий меньшей толщины. При этом учет масштабного эффекта (параметр C) приводит к эффекту ужесточения основания. Отметим, что малое значение масштабного параметра C соответствует большей протяженности градиентных эффектов в окрестности границ ($C = \infty$ соответствует классической теории упругости).

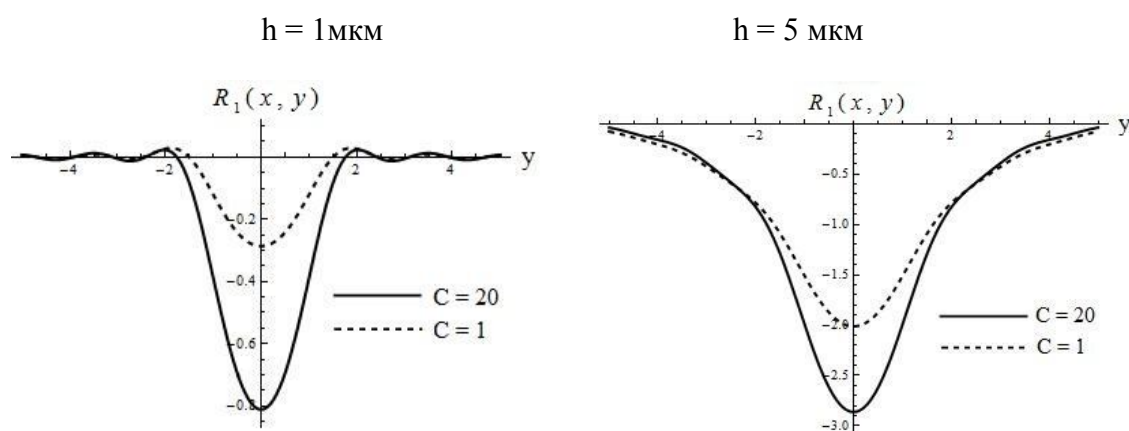


Рис. 9. Характер изменения нормальных перемещений на верхней границе покрытия при увеличении толщины слоя и в зависимости от градиентного параметра модели C .

Построенное решение позволяет определять напряженное состояние и для сверхтонких однородных покрытий в случае силового и температурного нагружения, даже если толщина покрытия соизмерима с длиной взаимодействий пограничных градиентных - «моментных» эффектов (масштабные эффекты), когда классические модели упругости неприменимы. Такие ситуации могут возникать, например, при моделировании специальных покрытий в микроэлектронике. Очевидно, что приведенная в работе процедура построения решения для плоской задачи градиентной упругости может использоваться и для моделирования слоистых покрытий.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Построена градиентная модель термоупругости в одномерной и двумерной постановке в приложении к определению напряженно-деформированного состояния тонкослойных структур.

2. Построена градиентная модель теплопроводности слоистых покрытий, учитывающая термобарьерные граничные эффекты.

3. Получена оценка влияния характера распределения температурного поля с учетом граничных термобарьерных эффектов (в рамках классической и градиентной моделей теплопроводности) на уровень напряжений и деформаций в композитном покрытии.

4. На основе предложенного деформационного критерия прочности для тонкослойных покрытий, подверженных нагреву с быстрой изменяемостью температуры, разработан алгоритм выбора оптимальных толщин слоёв композитного покрытия с целью повышения его термочности.

5. Дана постановка плоской задачи для градиентной термоупругости. Получено решение задачи градиентной теории упругости для бесконечного слоя с целью учета масштабных эффектов в распределении напряжений для сверхтонких структур.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемых научных изданиях и журналах:

1. Лурье С. А., Фам Тьунг, Соляев Ю. О. Градиентная модель термоупругости и её приложения к моделированию тонкослойных композитных структур // Механика композиционных материалов и конструкций / Изд. ИПРИМ РАН, 2012. Т. 18. № 3. С. 440 – 449.

2. Лурье С. А., Соляев Ю. О., Тарасов С.С., Фам Т. Сопоставление модели градиентной теории упругости и классической модели сред с переменными свойствами // Электромагнитные волны и электронные системы / Изд. Радиотехника, 2012. № 3. С. 25-30.

В других научных изданиях и журналах:

1. Лурье С. А., Фам Тьунг, Соляев Ю. О. Метод расчёта на прочность тонкослойных композитных структур при высокоградиентных воздействиях // Сборник докладов Московской молодежной научно-практической конференции «Инновация в авиации и космонавтике-2012». Москва, МАИ, 17 – 20 апреля 2012г.

2. Фам Тьунг. Градиентные эффекты в тонкостенных структурах при градиентной термоупругости // Сборник докладов 11-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика 2012» . Москва, МАИ, 13 – 15 ноября 2012г.