

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»**

на правах рукописи



Подшибнев Владимир Александрович

**МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО МЕХАНИЗМА  
ПРИВОДА НА ОСНОВЕ ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ С ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ  
С ЗАДАННЫМ УРОВНЕМ ВИБРОУСКОРЕНИЯ**

Специальность 05.02.02

«Машиноведение, системы приводов и детали машин»

диссертация на соискание учёной степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, профессор  
Самсонович Семен Львович

Москва 2022

## Оглавление

Введение.....	4
1. Развитие теории волновой передачи и описание ее действия как позиционной следящей системы.....	14
1.1. Обоснование принципа действия волновой передачи с телами качения как следящей системы.....	14
1.2. Решение задачи о распределении нагрузки между телами качения.....	18
1.3. Определение суммарного вектора усилия и развиваемого крутящего момента.....	25
1.4. Выводы к главе 1.....	29
2. Исследование крутильной жесткости волновой передачи с телами качения.....	30
2.1. Теоретическое определение крутильной жесткости волновой передачи с телами качения.....	30
2.2. Экспериментальное определение крутильной жесткости волновой передачи с телами качения.....	40
2.3. Линеаризация функции крутильной жесткости волновой передачи с телами качения.....	44
2.4. Выводы к главе 2.....	48
3. Исследование влияния нестационарных характеристик волновой передачи с промежуточными телами качения.....	49
3.1. Определение коэффициента неравномерности распределения нагрузки в волновой передаче с телами качения.....	49
3.2. Уточнение аналитических зависимостей для геометрического, силового и прочностного расчета волновой передачи с телами качения с учетом неравномерности распределения нагрузки в механизме.....	69

3.3. Определение суммарного радиального усилия и виброускорения конструкции волновой передачи с телами качения.....	73
3.4. Выводы к главе 3.....	77
4. Разработка методики проектирования исполнительного механизма электромеханического привода на основе волновой передачи с телами качения с заданным уровнем виброускорения.....	78
4.1. Составление математической модели волновой передачи с телами качения с периодически меняющимися параметрами.....	78
4.2. Разработка методики проектирования волновой передачи с телами качения с заданным уровнем виброускорения, без возникновения неустойчивых параметрических колебаний.....	88
4.3. Результаты проектирования волновой передачи с телами качения по предложенной методике с обеспечением заданного виброускорения.....	91
4.4. Выводы к главе 4.....	104
Заключение.....	105
Список литературы.....	107
Приложения.....	115

## Введение

На современном этапе развития техники в различных ее областях широкое применение получили электромеханические приводы (ЭМП) за счет меньших масса-габаритных показателей, низкой стоимости изготовления и простоты эксплуатации по сравнению с электрогидравлическими приводами.

Применение ЭМП в авиационно-космической технике обуславливает высокие требования, предъявляемые ко всем их элементам, в том числе и к механическим передачам.

При этом, известно, что масса-габаритные показатели, предельные статические и динамические характеристики ЭМП в основном определяются параметрами элементов его исполнительного механизма (ИМ): электродвигателя (ЭД) и механической передачи (МП). При этом [1], для приводов средней и большой мощности при одинаковой потребляемой мощности масса безредукторных ИМ на основе моментных ЭД значительно больше массы ИМ на основе скоростных ЭД с редуктором. На этом основании с целью минимизации масса-габаритных параметров ИМ целесообразно строить их функционально-кинематические схемы на основе скоростных двигателей и механических передач с большим передаточным числом.

Такая схема построения ИМ ЭМП обуславливает высокие требования, предъявляемые к механическим передачам по массогабаритным параметрам, надежности, жесткости, кинематической точности и люфту.

Указанным требованиям соответствуют передачи с многопарным и многопоточным зацеплениями, к которым относятся передачи преобразующие вращательное движение во вращательное:

- планетарные передачи;
- волновые передачи с зубчатым гибким колесом (ВПГК);
- волновые передачи с телами качения (ВПТК),

и передачи, преобразующие вращательное движение в поступательное:

- шарико-винтовые передачи (ШВП);

- планетарные роliko-винтовые передачи (ПРВП).

При проектировании ЭМП систем управления беспилотных и пилотируемых летательных аппаратов (ЛА) наиболее перспективной является схема ИМ вращательного действия, расположенного соосно с осью объекта управления. При этом объект управления совершает неполноповоротное движение. На этом основании наибольший интерес представляют механические передачи преобразующие вращательное движение во вращательное [2].

Из работы [3] известно, что ВПТК обладает наименьшими массогабаритными показателями при одинаковом передаточном числе и моменте нагрузки по сравнению с другими механическими передачами, что обуславливает ее применение в составе ИМ ЭМП систем управления беспилотных и пилотируемых ЛА.

На сегодняшний день по результатам современных теоретических и практических исследований ВПТК различными коллективами можно сформировать комплексную методику проектирования этого механизма.

На рисунке В.1. представлена схема развития комплексной методики проектирования ВПТК.



Рисунок В.1 - Схема развития комплексной методики проектирования ВПТК.

В работах А.Е. Беляева [4,5] и В.С. Янгулова [6,7] рассмотрены различные кинематические схемы ВПТК и основные соотношения геометрических параметров передачи. В работе С.Л. Самсоновича и В.С. Степанова [8] ВПТК соотношения геометрических параметров ВПТК, обеспечивающие непрерывный контакт тел качения с элементами передачи.

Известны работы различных исследователей, посвященные прочностному расчету элементов ВПТК и расчету ее крутильной жесткости. В работе С.Л. Самсоновича и В.С. Степанова [9] представлены формулы расчета диаметра тел качения из условия прочности сепаратора ВПТК. В работе В.С. Янгулова [10] рассмотрена схема образования контактных сил в ВПТК с дисковым волнообразователем установленным в жёстких или подвижных опорах. В работе В.Ю. Ершова [11] рассмотрена схема формирования контактных сил в ВПТК с учетом потерь на трение. В работе Ан И-Кана [12] предложены зависимости определения усилий в зацеплении ВПТК в одном ряду передачи. Исследованию жесткости ВПТК посвящены работы В.С. Янгулова [13] и Н.В. Крылова [14].

Расчет люфта в однорядной ВПТК рассматривался в работах В.С. Янгулова [15] и Н.В. Крылова [14].

Расчет кинематической точности ВПТК приведен в работе В.С. Янгулова [16] и В.С. Степанова [17].

Вопрос определения КПД ВПТК рассматривался в работах В.С. Степанова [18], В.Ю. Ершова [19], В.С. Янгулова [20].

Определение износа элементов ВПТК и ее долговечности было рассмотрено в работе В.С. Янгулова [21].

В работе [14] представлена динамическая модель ВПТК, учитывающая жесткость и люфт в механизме.

Анализ рассмотренных работ показывает, что к достоинствам ВПТК относятся:

- возможность реализации большого передаточного числа в одной ступени при многорядном расположении тел качения;
- возможность обеспечения высоких крутящих моментов;

- малый момент инерции;
- высокая кинематическая точность;
- малый люфт;
- высокая крутильная жесткость;
- вариативность компоновки от конструкций с большим диаметром и малой длиной до конструкций с малым диаметром и большой длины за счет многорядного исполнения ВПТК.

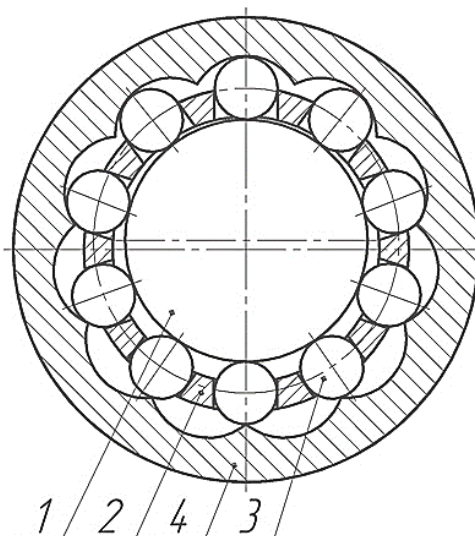
Вопросы определения пульсации радиальных сил и моментов, вызывающих вибрации в различных механических передачах, рассматривается в следующих работах: для волновых зубчатых передач в работе Д.П. Волкова и Ю.Н. Зубкова [22]; для планетарных передач в работе Ф.И. Плеханова [23]; для цилиндрических зубчатых передач в работе Д.В. Калинина [24].

Однако, в комплексной методике проектирования ВПТК не исследовались особенности, характерные для всех механических передач с циклически меняющимися параметрами силового взаимодействия, а именно: пульсации радиальных сил и моментов, вызывающих вибрации, передающиеся другим элементам конструкции ИМ и снижающие их ресурс.

Поэтому вопросы определения пульсаций сил и моментов в ВПТК не нашли отражения в известной технической литературе.

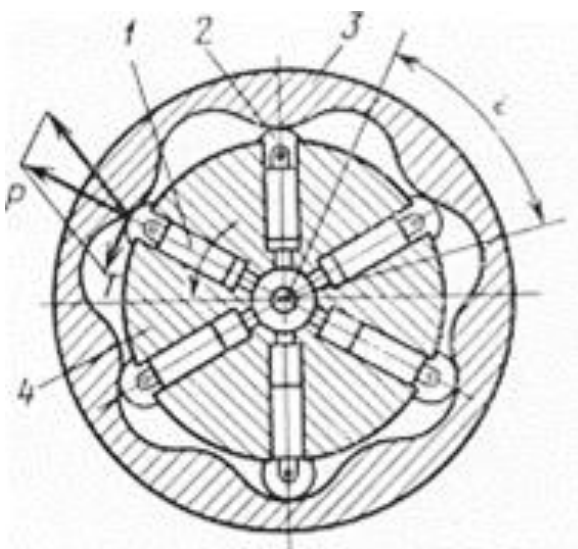
Стоит отметить, что конструкция ВПТК схожа с широко известными в технике радиальнопоршневыми гидромашинами [25] (см.рисунок В.2). Расчетная схема радиальнопоршневой гидромашины представляет собой совокупность радиально расположенных кривошипно-шатунных механизмов с общей осью вращения кривошипов, которой является ротор гидромашин, с расположенным на каждой шатуннопоршневой оси плунжером, совершающим возвратно-поступательное движение. При работе гидромашин в режиме мотора, плунжеры поочередно перемещаются по гармоническому закону под действием давления питания, воздействуют на выходное звено гидромашин, которым является статор гидромашин, приводя его в движение. При этом известно, что всем поршневым гидромашинам присущи неравномерности главной радиальной силы,

нагружающей выходное звено, развиваемого момента при работе в режиме мотора, а также неравномерности давления подачи при работе в режиме насоса [26, 27].



а) Кинематическая схема ВПТК

1 – дисковый волнообразователь; 2 – сепаратор; 3 – тела качения;  
4- жесткое колесо.



б) Кинематическая схема радиальнопоршневой гидромашины

1 – плунжер; 2 – тело качения; 3 – статор; 4 -ротор

Рисунок В.2 – Кинематические схемы

Величина пульсации давления и развиваемого момента определяется числом плунжеров в радиальном сечении гидромашины, с увеличением пульсации



уменьшаются. При работе гидромашины в режиме насоса пульсации давления подачи являются высокочастотными, связи с этим при практических инженерных расчетах принимается его среднее значение, а в некоторых технических системах между насосом и потребителем размещают гидравлический компенсатор для устранения пульсаций давления. В случаях, когда гидромашины работают в режиме мотора пульсации развиваемого момента и скорости выходного звена могут негативно сказываться на динамике приводной системы в целом, в связи с этим при конструировании радиально-поршневых гидромоторов особое внимание уделяют обеспечению минимальных пульсацией развиваемого момента и скорости выходного звена [28]. Кроме того, неравномерность распределения утечек между плунжерами поршневой группы, в зависимости от угла поворота входного вала [29] ведет к пульсации перепада давления на гидромоторе, и как следствие к изменению коэффициента упругости рабочей жидкости, что может привести к колебаниям выходного вала гидромотора. Это явление ограничивает диапазон рабочих скоростей гидромотора [30]. В связи с этим, при проектировании гидромоторов производят расчеты, определяющие диапазон рабочих скоростей. Аналогичную задачу необходимо решать и для редукторов на основе ВПТК. Конструкцию ВПТК также можно представить в виде совокупности радиально расположенных кривошипно-шатунных механизмов с общей осью вращения кривошипов (входным валом), с расположенным на каждой шатунно-поршневой оси телом качения, совершающим возвратно-поступательное движение в гнезде сепаратора и воздействующим на жесткое колесо, приводя его в движение, аналогично плунжерам в радиальнопоршневых гидромоторах.

На основании анализа методики проектирования ВПТК и сравнительного анализа ВПТК с радиальнопоршневыми гидромашинами выделены следующие проблемы:

- повышенные трудоемкость и стоимость изготовления профиля жесткого колеса по сравнению с зубчатыми передачами;

- наличие шума и вибраций из-за неуравновешенности подвижных масс и циклического изменения силового взаимодействия элементов;

- отсутствие методики выбора параметров уменьшающих виброактивность механизма.

На этом основании исследование особенностей принципа действия ВПТК и разработка методики расчета ВПТК с требуемым уровнем виброускорений является актуальной задачей, решение которой позволяет выбирать конструктивные параметры ВПТК, обеспечивающие повышенный ресурс ИМ.

**Целью исследования** является анализ влияния периодически меняющихся параметров силового взаимодействия элементов конструкции ВПТК на ее статические и динамические характеристики и разработка методики проектирования исполнительного механизма электромеханического привода на основе ВПТК с требуемым уровнем виброускорений.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи:

- анализ параметров, участвующих в силовом взаимодействии в однорядной и многорядных ВПТК, с целью определения величины пульсации радиальных сил и развиваемого момента;
- исследование характеристики крутильной жесткости ВПТК, с целью определения ее величины пульсации;
- составление математической модели ВПТК с учетом ее нестационарных параметров;
- анализ влияния выявленных нестационарных параметров ВПТК на статические и динамические характеристики ВПТК и определение конструктивных параметров, обеспечивающих требуемую величину виброускорения конструкции ИМ.

#### **Научная новизна**

- обоснован принцип действия ВПТК, аналогично волновой зубчатой передачи в виде позиционной следящей системы, который позволяет объяснить физические особенности работы передачи;
- выявлены зависимости для определения неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качения многорядных ВПТК для различных кинематических схем;

- уточнены формулы прочностного расчета ВПТК в части учета неравномерности распределения нагрузки в одном ряду и между рядами;
- выявлены параметры ВПТК, вызывающие вибрации в механизме, и предложены зависимости, позволяющие оценивать вибрационное воздействие ВПТК на конструкцию исполнительного механизма привода;
- получены аналитические и экспериментальные зависимости величины пульсаций крутильной жесткости многорядной ВПТК, влияющие на ее динамические характеристики;
- разработана методика проектирования ИМ на основе ВПТК с обеспечением требуемого уровня виброускорения.

### **Практическая значимость**

- предложенный принцип действия ВПТК в виде следящей системы расширяет область знаний о ВПТК и позволяет расширить область применения этих передач;
- результаты исследования влияния неравномерности распределения нагрузки позволяют проводить прочностной расчет ВПТК более точно;
- результаты исследования пульсаций развиваемого момента и крутильной жесткости позволяют более точно определять статические и динамические характеристики ИМ ЭМП на основе ВПТК;
- разработанная методика расчета ВПТК позволяет выбирать конструктивные параметры передачи с учетом величины требуемого виброускорения;
- результаты работы внедрены в научно-исследовательские работы АО МНПК «Авионика им. О.В. Успенского» и в учебный процесс кафедры 702 «Системы приводов авиационно-космической техники» Института №7 «Робототехнические и интеллектуальные системы» МАИ, что подтверждено актами о внедрения.

### **Положения, выносимые на защиту**

- принцип действия ВПТК в виде позиционной следящей системы, в которой малая ось симметрии условного гибкого колеса, проходящего через центры тел качения, отслеживает положение суммарного вектора усилия, создаваемого волнообразователями;

- результаты исследования неравномерности распределения нагрузки по телам качения в одном ряду и между рядами многорядных ВПТК.
- результаты исследования крутильной жесткости ВПТК в режиме редуктора и мультипликатора;
- методика проектирования исполнительного механизма электромеханического привода на основе ВПТК с учетом неравномерности распределения нагрузки по телам качения в одном ряду и между рядами под заданные требования виброускорения.

### **Методология и методы исследования**

При аналитическом решении поставленных задач использовались основные законы механики. Для исследования напряжений и деформаций методом конечных элементов использован программный пакет COSMOSWorks, экспериментальное исследование натурального образца проведено на стенде АО МНПК «Авионика» им О.В. Успенского.

### **Достоверность полученных результатов**

Подтверждается использованием апробированных современных методов расчета и экспериментальными исследованиями, совпадение результатов численного моделирования с результатами аналитического расчета составляет не менее 90%, совпадение экспериментально полученных результатов с аналитическими составляет не менее 85%.

### **Реализация результатов**

Материалы диссертационной работы использованы в учебных курсе «Основы конструирования узлов и механизмов приводных систем ЛА», курсовом и дипломном проектировании на кафедре 702 «Системы приводов авиационно-космической техники» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), что подтверждается актом о внедрении в учебный процесс.

Результаты диссертационной работы также использовались в научно-исследовательских работах АО МНПК «Авионика» им О.В. Успенского, что подтверждено актом о внедрении результатов.

### **Апробация работы**

- Основные положения работы были представлены на конференциях:
- 16-й, 17-й, 18-й и 19-й конференциях «Авиация и космонавтика», Москва, 2017, 2018, 2019, 2020 гг.
  - IV-й, V-й и VI-й научно-практических конференциях памяти О.В. Успенского, Москва, 2017, 2018, 2019
  - XLIX-й всероссийский симпозиум. Механика и процессы управления, Миасс, 2019 г.
  - V-ая Международная научно-техническая конференция, посвященная 95-летию со дня рождения член-корр. РАН, д-ра техн. наук, профессора Рыфата Рахматулловича Мавлютова, Уфа, 2021 г.
  - «2021 International Conference on Electrotechnical Complexes and Systems», Уфа, 2021 г
  - IV-ая Всероссийской научно-технической конференции Мехатронные системы (теория и проектирование), Тула 2021 г.

### **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 18 печатных работ [31-47], в том числе 3 в журналах, рекомендованных ВАК, и 4 патента Российской Федерации на изобретение.

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и содержит 118 страниц, включая 46 рисунков, 9 таблиц, список литературы из 59 наименований и приложения.

# **1. Развитие теории волновой передачи и описание ее действия как позиционной следящей системы**

## **1.1. Обоснование принципа действия волновой передачи с телами качения как следящей системы**

Известны работы [9-12], в которых рассматривается силовое взаимодействие элементов в различных схемах ВПТК, где ВПТК рассматривается как трехзвенный механизм, содержащий волнообразователь, сепаратор с телами качения и жесткое колесо. ВПТК отличается от зубчатых волновых передач, тем, что вместо гибкого колеса с зубьями используются тела качения (шарики или ролики), расположенные в гнездах сепаратора (см. рисунок 1.1.) Волнообразователь жестко связан с высокоскоростным валом, а жесткое колесо или сепаратор используются как тихоходные звенья. При остановленном жестком колесе или сепараторе механизм работает в режиме редуктора или мультипликатора, в зависимости от того какое из подвижных звеньев является входным или выходным. При передаче движения от двух звеньев к третьему звену передача работает, как дифференциальный механизм. При передаче движения с остановленным сепаратором волнообразователь и жесткое колесо вращаются в одну сторону, а при передаче движения от волнообразователя к сепаратору с остановленным жестким колесом они вращаются в противоположные стороны.

Анализ работ [9-12] свидетельствует о том, что математические зависимости, представленные в этих работах, не отражают важных, характерных для волновых передач факторов функционирования, а именно: создание волны деформации волнообразователем, организацию ее перемещения и механизм формирования крутящего момента на выходном звене.

Известна физическая модель волновой зубчатой передачи с гибким колесом (ВПГК) [49], основанная на том, что механизм действия ВПГК представлен через взаимное расположение радиальной оси, проходящей через точку, лежащую на вершине волны деформации гибкого колеса и вектора суммарного усилия, создаваемого волнообразователем. При этом действие ВПГК аналогично действию

позиционной следящей системы, в которой радиальная ось, проходящая через точку, лежащую на вершине волны деформации, отслеживает положение суммарного вектора усилия. Для ВПТК можно провести аналогию, представив гибкое колесо, как условную линию, соединяющую центры тел качений, передающих усилие, создаваемое волнообразователем, жесткому колесу.

Представим гибкое колесо, как условную линию, соединяющую центры тел качений, которая соответствует форме деформируемого гибкого колеса и имеет большую и малую оси симметрии. Большая ось симметрии  $Y$  является радиальной осью, проходящей через вершину условного гибкого колеса, а ось  $X$  перпендикулярна большой оси. Назовем ось  $X$  малой центральной осью симметрии тел качения.

В ВПТК деформация гибкого колеса осуществляется за счет радиальных сил, создаваемых волнообразователем. Суммарный вектор усилий  $F_{\Sigma}$ , действующий со стороны гибкого колеса на жесткое колесо и создаваемый волнообразователем деформирует гибкое колесо (ГК) так, что деформация ГК симметрична оси, совпадающей с направлением суммарного вектора усилий, и при отсутствии внешней нагрузки проходит через большую центральную ось симметрии. Поэтому его приводят к большой центральной оси симметрии, проходящей через центр передачи и центр вращения диска волнообразователя [48].

В ВПТК тела качения совершают возвратно-поступательные движения за счет радиальных сил, создаваемых волнообразователем, что приводит в деформации условного гибкого колеса. Однако, в ВПТК при отсутствии внешней нагрузки суммарный вектор усилий  $F_{\Sigma}$ , создаваемый волнообразователем и действующий со стороны тел качения на жесткое колесо проходит через малую ось симметрии.

Смещение суммарного вектор усилий  $F_{\Sigma}$ , являющегося суммой контактных сил  $F_i$ , действующих со стороны тел качения, лежащих по одну сторону от главной оси симметрии, на жесткое колесо, относительно малой оси симметрии под действием момента нагрузки  $M_{вх}$  на угол рассогласования  $\gamma$  приводит к возникновению окружной силы  $F_T$ , создающей крутящий момент  $M_{вых}$  на жестком

колесе и радиальной силы  $F_N$ , действующей на опорное устройство выходного звена.

На рисунке 1.1 представлена схема действия суммарного вектора усилий в ВПТК.

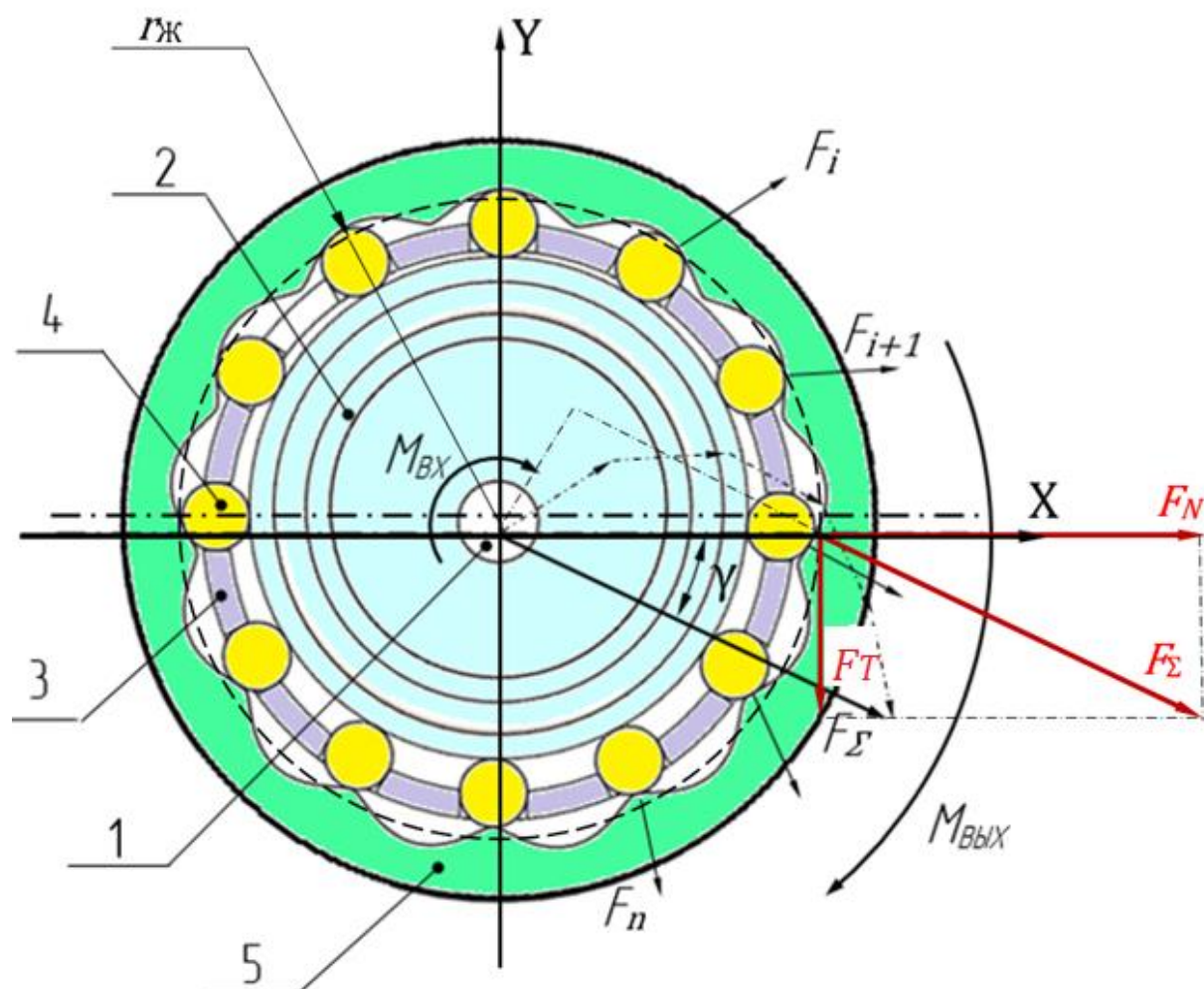


Рисунок 1.1. Схема действия суммарного вектора усилий в ВПТК.

1 – высокоскоростной вал, 2 – волнообразователь, 3 – сепаратор,  
4 – шарик (ролик), 5 – жесткое колесо.

Выражение для крутящего момента при этом можно записать в виде:

$$M_{\text{ВЫХ}} = F_T r_{\text{Ж}} = F_{\Sigma} r_{\text{Ж}} \sin(\gamma), \quad (1.1)$$

где  $r_{\text{Ж}}$  – средний радиус профиля жесткого колеса.

Таким образом, развиваемый ВПТК момент  $M_{\text{ВЫХ}}$  зависит от величины



вектора суммарного усилия  $F_{\Sigma}$  и угла рассогласования  $\gamma$ . В режиме редуктора, когда момент на валу волнообразователя меньше момента трения сцепления  $M_{ВХ} < M_{ТР}$ , центральная ось симметрии тел качения, совпадает с суммарным вектором усилий. Однако, при моменте на валу волнообразователя больше момента трения сцепления  $M_{ВХ} > M_{ТР}$  и неподвижном жестком колесе или при наличии внешнего момента на жестком колесе и неподвижном вале волнообразователя между центральной осью симметрии тел качения и суммарным вектором усилий появляется угол рассогласования  $\gamma$ . При моменте на валу волнообразователя  $M_{ВХ} > M_{ТР}$  и наличии момента нагрузки угол рассогласования образуется как за счет изменения положения суммарного вектора усилий, так и за счет смещения центральной оси симметрии тел качений. Смещение центральной оси симметрии тел качения определяется суммой угла поворота волнообразователя и угла упругого доворота сепаратора относительно волнообразователя, которое приводит к изменению угловых положений тел качений, а, следовательно, и к смещению центральной оси симметрии тел качения.

Величину угла рассогласования в ВПТК возможно определить аналогично ВПГК как разницу углов поворота суммарного вектора усилия и центральной оси симметрии тел качения и определить следующим выражением:

$$\gamma = \psi - (\varphi_{В} + \beta), \quad (1.2)$$

где  $\psi$  – текущее угловое положение суммарного вектора усилий,  $\varphi_{В}$  – угол поворота волнообразователя,  $\beta$  – угол смещения малой центральной оси симметрии тел качения за счет упругого смещения центров тел качения под действием нагрузки.

Таким образом, механизм действия ВПТК характеризует угол рассогласования  $\gamma$  между положением вектора суммарного усилия и малой осью симметрии. Этот угол является ошибкой позиционной следящей системы. Чем больше угол рассогласования, тем больше развиваемый момент  $M_{ВЫХ}$ .

## 1.2. Решение задачи о распределении нагрузки между телами качения

Для определения величины суммарного вектора усилия  $F_{\Sigma}$  необходимо определить величину и направление всех сил  $Fi$ , действующих со стороны тел качений и передающих усилие, на жесткое колесо. На рисунке 1.2 показана схема передачи усилия от волнообразователя к жесткому колесу.

Момент, приложенный к валу волнообразователя можно разложить на момент, движущий волнообразователь  $M_B$  и момент, преодолевающий силы трения  $M_{TR}$ . Движущий момент  $M_B$  можно представить, как сумму произведений сил, каждая из которых приложена к точке контакта волнообразователя с телом качения передающем усилие, на плечо равное расстоянию между осью вращения волнообразователя и линией действия этой силы:

$$M_B = n \sum_{i=1}^{z_M} P_i \cdot e \cdot \sin(\pi - (\lambda_i + \varphi_i)), \quad (1.3)$$

где  $M_B$  – движущий момент на валу волнообразователя,  $n$  – число рядов тел качений,  $z_M$  – число тел качения, расположенных по одну сторону от большой центральной оси симметрии тел качения  $Y$  в одном ряду тел качения (см. рисунок 1.1.),  $P_i$  – контактная сила между волнообразователем и  $i$ -ым телом качения,  $e$  – эксцентриситет,  $\lambda_i$  – угол давления на  $i$ -ое тело качения,  $\varphi_i$  – угол между радиальной осью, проходящей через центр  $i$ -го качения, и большой центральной осью симметрии, тел качения т.е. между осями  $Y$  и  $y_i$  (см. рисунок 1.2.).

Рассмотрим треугольник  $OO_{TK}O_B$  и по теореме синусов выразим угол  $\lambda_i$ :

$$\lambda_i = \arcsin \left( \frac{e \cdot \sin(\varphi_i)}{r_B + r_{TK}} \right), \quad (1.4)$$

где  $r_B$  – радиус диска волнообразователя,  $r_{TK}$  – радиус тела качения.

Момент развиваемый жестким колесом  $M_{ВЫХ}$  представим, как сумму произведений сил, каждая из которых приложена в точке контакта, передающих усилия тел качения жесткому колесу, на плечо равное расстоянию между осью вращения жесткого колеса и линией действия этой силы:

$$M_{\text{ВЫХ}} = n \sum_{i=1}^{Z_M} F_i \cdot r_i \cdot \sin(\xi_i), \quad (1.5)$$

где  $F_i$  – контактная сила между  $i$ -ым телом качения и жестким колесом,  $r_i$  – расстояние от центральной продольной оси вращения волнообразователя до точки приложения силы  $F_i$ , т.е. расстояние  $OЖ$  (см. рисунок 1.2),  $\xi_i$  – угол между линией действия силы  $F_i$  и линией  $OЖ$

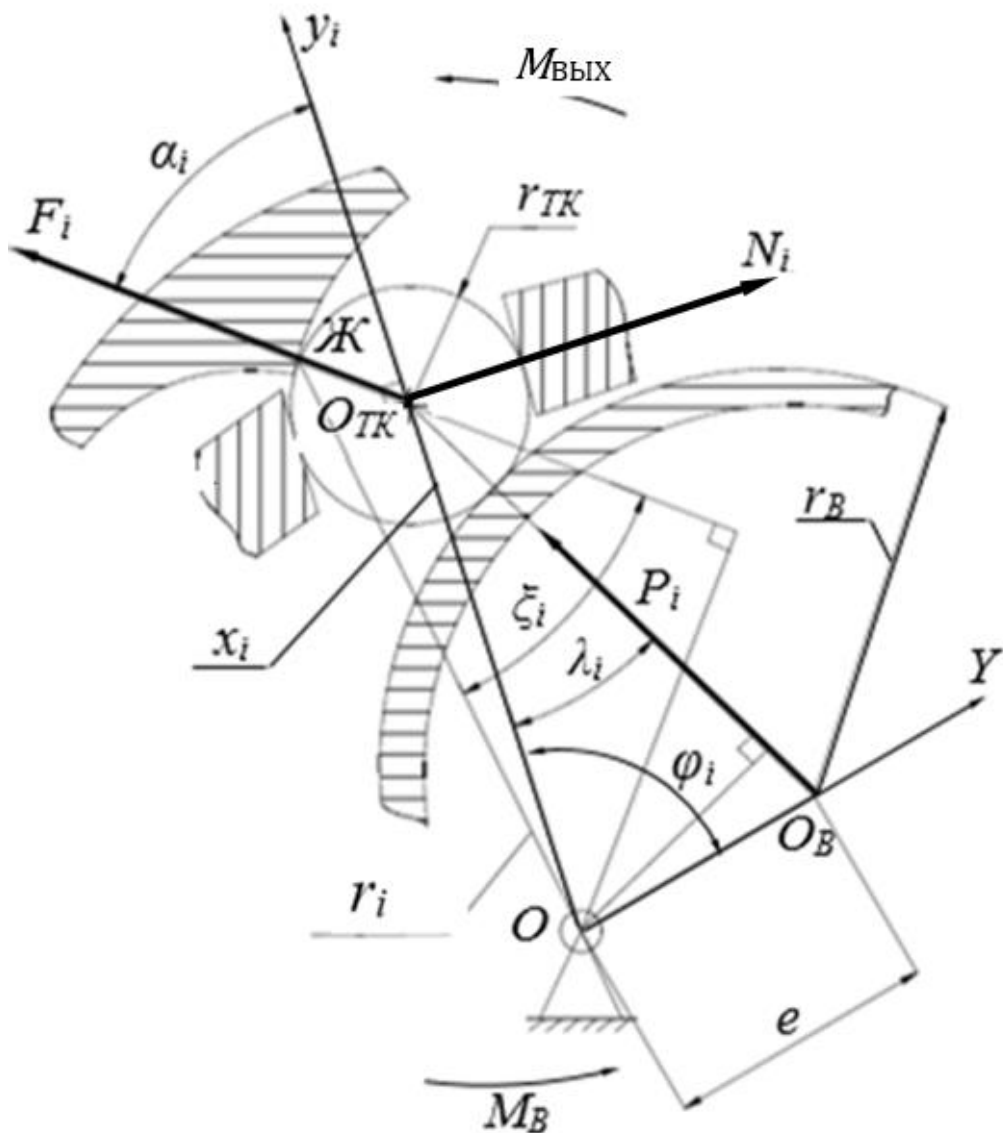


Рисунок 1.2. Схема передачи усилия от волнообразователя к жесткому колесу

Рассмотрим треугольник  $OЖО_{TK}$  и определим расстояние  $R_i$  по теореме косинусов:

$$R_i = \sqrt{r_{TK}^2 + x_i^2 - 2 \cdot r_{TK} \cdot x_i \cdot \cos(\pi - \alpha_i)}, \quad (1.6)$$

где  $x_i$  – расстояние от центральной продольной оси вращения волнообразователя до центра  $i$ -того тела качения, т.е. расстояние  $OO_{TK}$  (см. рисунок 1.2.),  $\alpha_i$  – угол давления  $i$ -го тела качения на профиль жесткого колеса.

Рассмотрим треугольник  $OO_{TK}O_B$  и по теореме косинусов определим расстояние  $x_i$ :

$$x_i = \sqrt{e^2 + (r_{TK} + x_i)^2 - 2 \cdot e \cdot (r_{TK} + x_i) \cdot \cos(\pi - (\lambda_i + \varphi_i))} \quad (1.7)$$

Угол  $\xi_i$  выразим по теореме синусов из треугольника  $OЖO_{TK}$ :

$$\xi_i = \arcsin\left(\frac{x_i \cdot \sin(\pi - \alpha_i)}{r_i}\right) \quad (1.8)$$

Угол давления  $i$ -го тела качения на профиль жесткого колеса  $\alpha_i$  является углом между радиальной осью  $y_i$  и линией действия силы  $F_i$ , направленной по нормали к профилю жесткого колеса. Данный угол определен в работе [6] и определяется по формуле:

$$\alpha_i = \arctg\left(\frac{(z+1) \cdot e \cdot \sin((z+1) \cdot \varphi_i)}{\sqrt{(r_{TK} + x_i)^2 - e^2 \cdot \sin^2((z+1) \cdot \varphi_i)}}\right), \quad (1.9)$$

где:  $z$  – число тел качения в одном ряду ВПТК.

Связь между контактной силой между  $i$ -ым телом качения и жестким колесом  $F_i$ , контактной силой между волнообразователем и  $i$ -ым телом качения  $P_i$  и контактной силой между  $i$ -ым телом качения и боковой поверхностью гнезда сепаратора  $N_i$  определяется системой уравнений:

$$\begin{cases} F_i \cos(\alpha_i) = P_i \cos(\lambda_i) \\ F_i \sin(\alpha_i) - P_i \sin(\lambda_i) = N_i \end{cases} \quad (1.10)$$

Однако задача, описанная уравнениями (1.3-1.10) является статически неопределенной, так как не определен закон распределения нагрузки между телами качения. Для ее решения примем следующее допущение, характерное для циклоидальных передач [50] с промежуточными телами качения и шариковым подшипникам, а именно, допущение о синусоидальном распределении сил между

телами качения, воспринимающими нагрузку. Распределение сил называется синусоидальным так как, величина контактной силы, пропорционально углу между осью симметрии тел качения и линией действия силы.

Для рассматриваемого примера силы  $F_i$  пропорциональны синусу угла  $(\pi - \xi_i)$ , т.е:

$$F_i = k \cdot \sin(\pi - \xi_i), \quad (1.11)$$

где:  $k$  – коэффициент пропорциональности.

Определим величину коэффициента пропорциональности  $k$ , подставив выражение (1.11) в выражение (1.3) с учетом зависимости (1.10)

$$M_B = \sum_{i=1}^{Z_M} \left( k \cdot \sin(\pi - \xi_i) \cdot \frac{\cos(\alpha_i)}{\cos(\lambda_i)} \right) e \cdot \sin(\pi - (\lambda_i + \varphi_i)) \quad (1.12)$$

Выразим  $k$  из выражения (1.12):

$$k = \frac{M_B}{\sum_{i=1}^{Z_M} \left( \sin(\pi - \xi_i) \cdot \frac{\cos(\alpha_i)}{\cos(\lambda_i)} \right) e \cdot \sin(\pi - (\lambda_i + \varphi_i))} \quad (1.13)$$

Окончательно получим уравнение для определения силы  $P_i$  в виде:

$$P_i = \frac{M_B \sin(\pi - \xi_i) \frac{\cos(\alpha_i)}{\cos(\lambda_i)}}{\sum_{i=1}^{Z_M} \left( \sin(\pi - \xi_i) \cdot \frac{\cos(\alpha_i)}{\cos(\lambda_i)} \right) e \cdot \sin(\pi - (\lambda_i + \varphi_i))} \quad (1.14)$$

Таким образом, выражения (1.3-1.14) полностью описывают силовое взаимодействие элементов ВПТК в статике.

Очевидно, что контактные силы в ВПТК являются периодически меняющимися с периодом равным числу тел качения в силу периодического изменения углов  $\lambda_i$  и  $\alpha_i$ .

На рисунке 1.3. представлены эпюры изменения контактных сил  $P_i$ ,  $N_i$ ,  $F_i$  в зависимости от угла поворота волнообразователя для ВПТК со следующими конструктивными параметрами:  $z=12$ ,  $r_B=18,5$  мм,  $r_{TK}=2$  мм,  $e=1$  мм,  $M_B=1$  Н·м,

$M_{TP} = 0$  Н·м. На рисунке 1.3. отображено двенадцать эпюр в соответствии с количеством тел качения в одном ряду ВПТК. Тело качения с индексом 1 – тело качения, лежащее на главной оси симметрии (см. рисунок 1.1.). Индекс меняется с переходом к рассмотрению следующего тела качения по часовой стрелке.

Из рисунка 1.3. видно, что контактные силы  $P_i$  между волнообразователем и телами качения и контактные силы  $F_i$  между телами качения и жестким колесом имеют наибольшие значения, когда соответствующие тела качения лежат вблизи малой оси симметрии.

Кроме того, в механизме присутствует существенная неравномерность распределения нагрузки между телами качения в одном ряду. Для численной оценки неравномерности распределения нагрузки введем коэффициенты неравномерности передачи усилия волнообразователя к телу качения  $k_P$ , от тела качения к сепаратору  $k_N$  и от тела качения к жесткому колесу  $k_F$ .

Определим эти коэффициенты по следующим формулам:

$$k_F = \frac{k_{F\text{cp}}}{k_{F\text{max}}}, \quad (1.15)$$

$$k_N = \frac{k_{N\text{cp}}}{k_{N\text{max}}}, \quad (1.16)$$

$$k_P = \frac{k_{P\text{cp}}}{k_{P\text{max}}}, \quad (1.17)$$

где  $k_{F\text{cp}}, k_{N\text{cp}}, k_{P\text{cp}}$  – средние значения контактных сил, действующих между телом качения и жестким колесом, телом качения и сепаратором, телом качения и волнообразователя, соответственно;  $k_{F\text{max}}, k_{N\text{max}}, k_{P\text{max}}$  – максимальные значения контактных сил, действующих между телом качения и жестким колесом, телом качения и сепаратором, телом качения и волнообразователя, соответственно.

Коэффициенты  $k_P, k_N$  и  $k_F$  зависят от числа тел качения в одном ряду ВПТК, определяющего соотношения геометрических параметров в механизме и не зависят

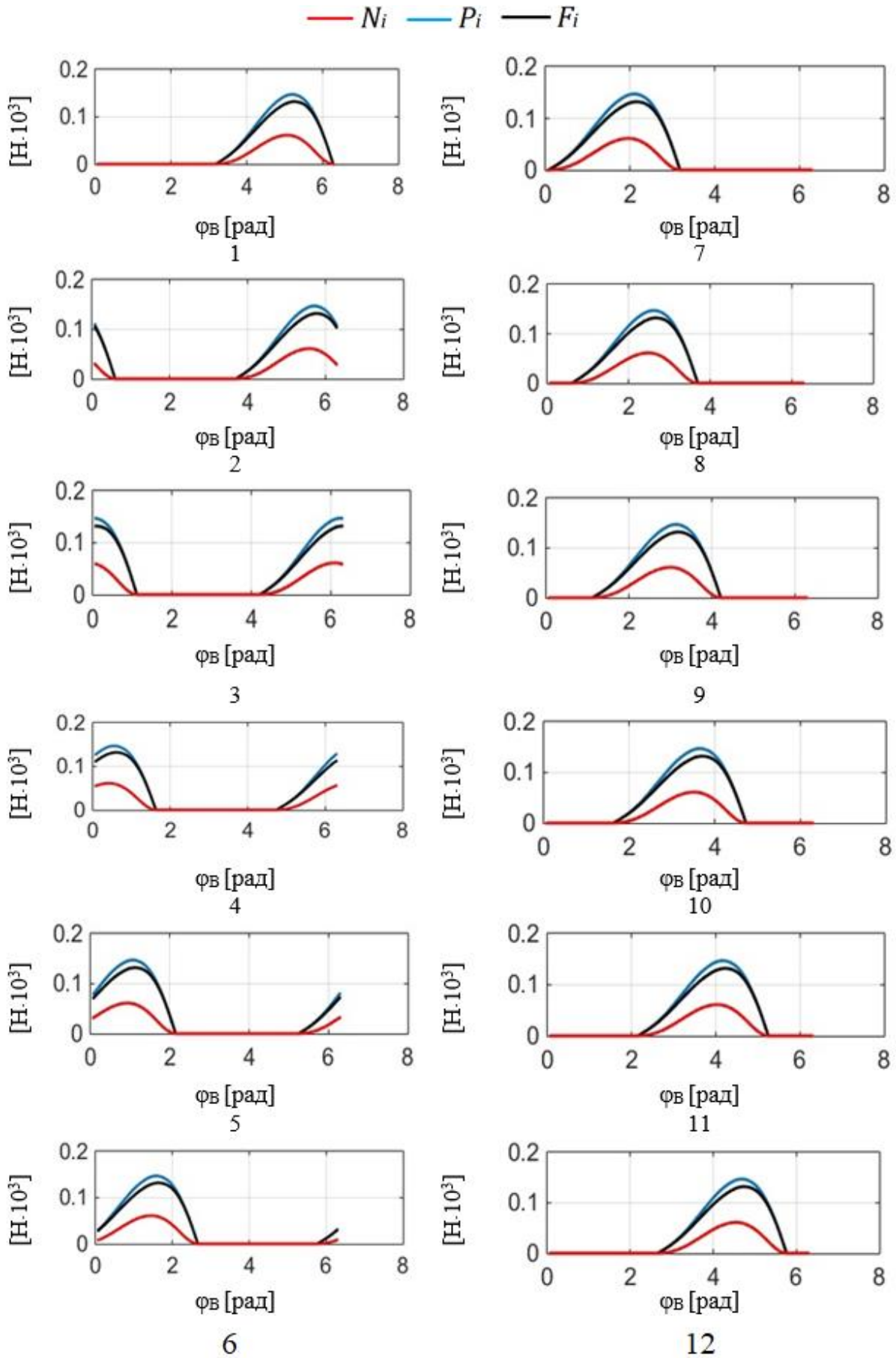


Рисунок 1.3. Эпюры контактных сил

от передаваемого момента.

Коэффициенты  $k_P$ ,  $k_N$  и  $k_F$  определены в широком диапазоне передаточных чисел  $q$  ВПТК от 10 до 30, при этом, их значения лежат в пределах от 0,5 до 0,63 и приведены в таблице 1.1. На этом основании для инженерных расчетов данные коэффициенты предлагается принимать равными 0,6.

Таблица 1.1. Таблица коэффициентов передачи усилия

$q$	$k_P$	$k_N$	$k_F$
10	0,59	0,52	0,59
11	0,63	0,56	0,63
12	0,57	0,51	0,57
13	0,61	0,56	0,61
14	0,57	0,51	0,57
15	0,61	0,55	0,61
16	0,57	0,51	0,57
17	0,61	0,55	0,61
18	0,57	0,51	0,57
19	0,61	0,54	0,61
20	0,57	0,5	0,57
21	0,61	0,54	0,61
22	0,57	0,5	0,57
23	0,6	0,54	0,6
24	0,58	0,5	0,58
25	0,6	0,53	0,6
26	0,58	0,5	0,58
27	0,6	0,52	0,6
28	0,58	0,5	0,58
29	0,6	0,52	0,6
30	0,58	0,5	0,58



### 1.3. Определение суммарного вектора усилия и развиваемого крутящего момента

Для определения величины развиваемого момента  $M_{\text{ВЫХ}}$  необходимо определить величину суммарного вектора усилия  $F_{\Sigma}$  и угла рассогласования  $\gamma$ .

На рисунке 1.4. предоставлены сечения ВПТК, на которых обозначены положение элементов ВПТК, а также контактные силы  $F_i$  и суммарный вектор усилий  $F_{\Sigma}$ . При взаимных расположениях элементов ВПТК, при которых угол  $\varphi_{\text{В}}$  равен 0 и  $2\pi/z$  рад, показанных на рисунке 1.4., большая ось симметрии  $Y$  проходит через центр тела качения, расположенного в центре впадины жесткого колеса. При этом значения суммарных векторов усилия  $F_{\Sigma}$ , и угла рассогласования  $\gamma$  в обоих случаях одинаковы. Таким образом, момент развиваемый на жестком колесе одинаков при данных положениях элементов ВПТК, согласно выражению (1.1.). Однако, при переходе из положения, показанного на рисунке 1.4.а, в положения показанное на рисунке 1.4.б, происходит мгновенный вход в зацепление тела качения № 7, а углы давления тел качения №2-6 уменьшаются, что приводит к изменению величины суммарного вектора усилия  $F_{\Sigma}$ , и угла рассогласования  $\gamma$ .

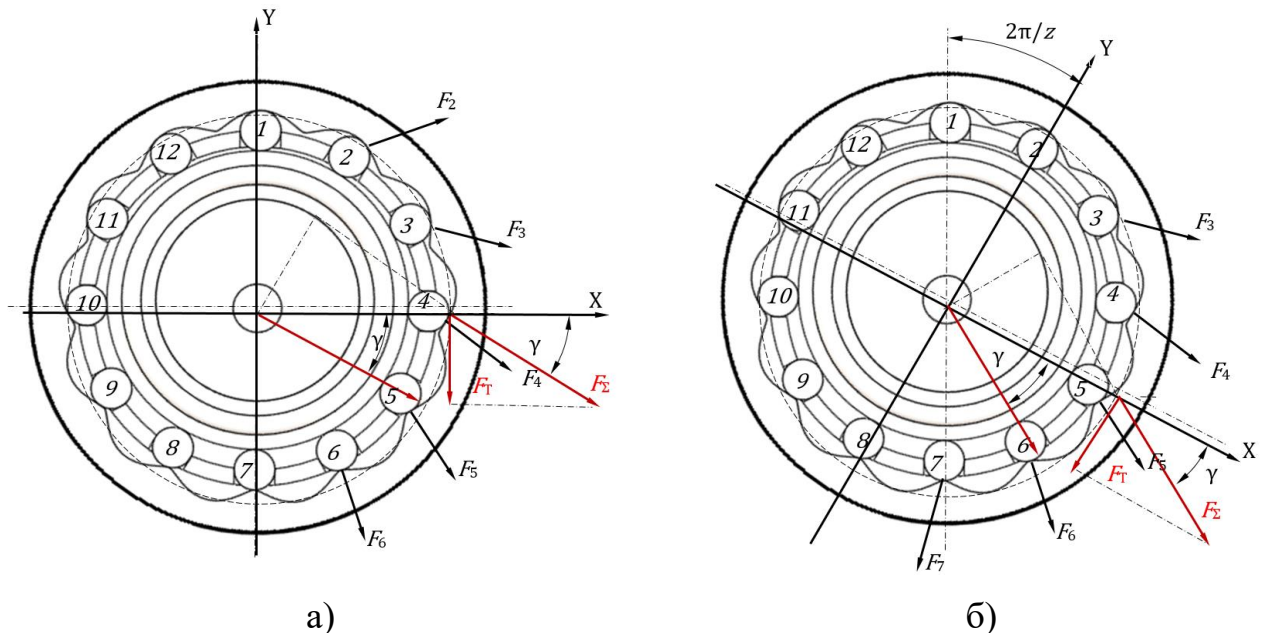


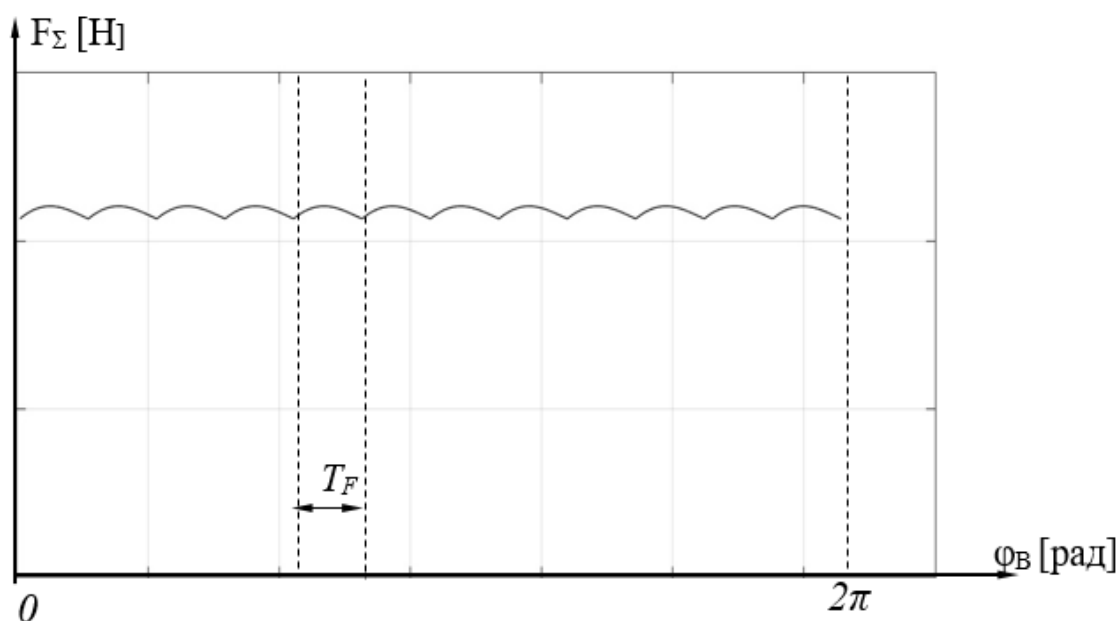
Рисунок 1.4. Схема действия контактных сил

а) угол действия поворота волнообразователя 0 рад, б) угол действия поворота волнообразователя  $2\pi/z$  рад

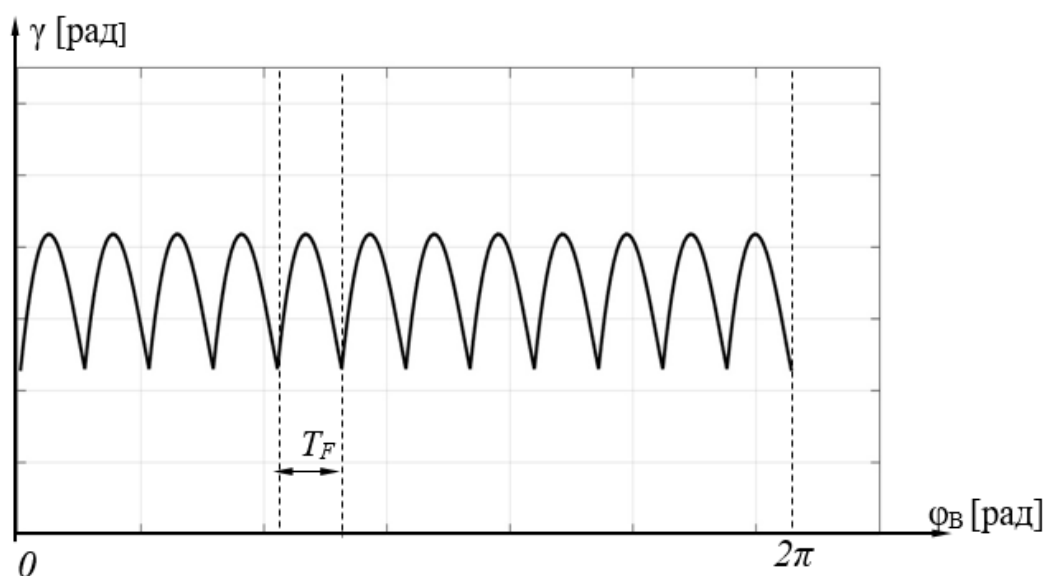
На рисунке 1.5. представлена диаграмма изменения величины суммарного вектора усилия, угла рассогласования и развиваемого момента от угла поворота волнообразователя  $\varphi_B$  для ВПТК со следующими конструктивными параметрами:  $z=12$ ,  $n=2$ ,  $r_B=18,5$  мм,  $r_{TK}=2$  мм,  $e=1$  мм,  $M_B=1$  Н·м,  $M_{TP} = 0$  Н·м.

Из рисунка 1.5 видно, что угол рассогласования уменьшается с ростом величины вектора суммарного усилия, а моменты переходов соответствуют прохождению тел качения через ось симметрии выступа жесткого колеса. Период этой функции  $T_F$  определяется числом тел качения в одном ряду:

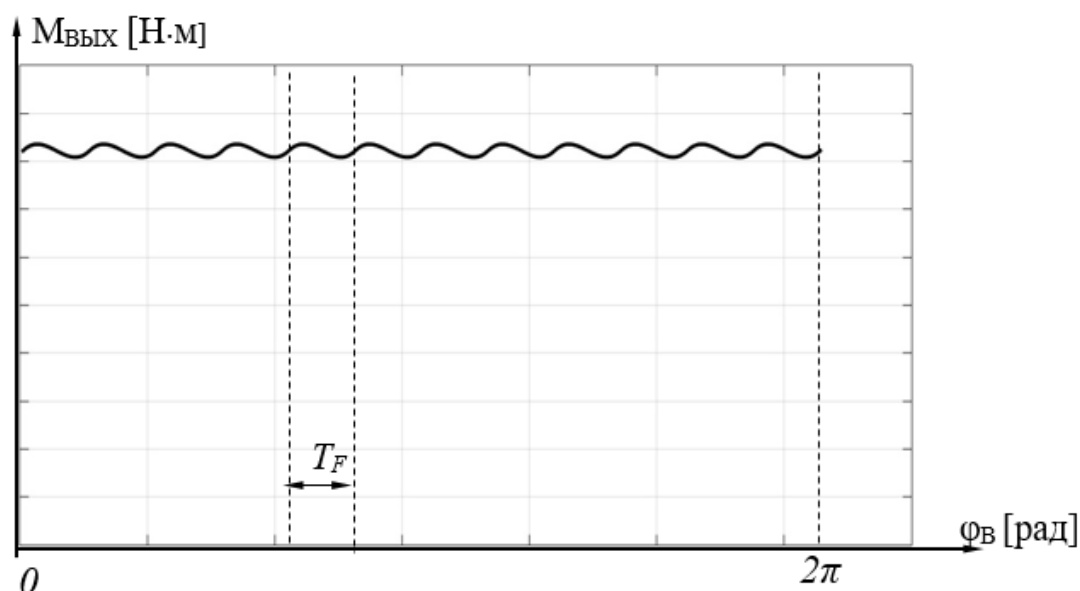
$$T_F = \frac{2\pi}{z} = \frac{2\pi}{q-1} \quad (1.18)$$



а) Диаграмма изменения величины суммарного вектора усилия



б) Диаграмма изменения величины угла рассогласования



в) Диаграмма изменения величины угла развиваемого момента

Рисунок 1.5. Диаграмма изменения величины суммарного вектора усилия, угла рассогласования и развиваемого момента

Стоит ометить, что пульсацию развиваемого момента, которые могут приводить к торсионным колебаниям, определяет пульсация окружной составляющей суммарного вектора усилия  $F_T$ , а пульсации радиальной составляющей  $F_N$  могут вызывать вибрации корпуса ВПТК.

Учитывая, что изменение величины развиваемого момента  $M_{\text{ВЫХ}}$  происходит в течении каждого периода  $T_F$ , а период зависит от числа тел качения, которое, в свою очередь, определяют передаточное число передачи  $q$ , интерес представляет изменение величины разницы пульсации развиваемого момента  $M_{\text{ВЫХ}}$  с ростом передаточного числа.

Зависимость величины пульсации момента  $M_{\text{ВЫХ}}$ , определяемая, как  $\frac{M_{\text{ВЫХ}}^{\text{max}} - M_{\text{ВЫХ}}^{\text{min}}}{M_{\text{ВЫХ}}^{\text{max}}} \cdot 100\%$ , от числа тел качения в одном ряду показана на рисунке 1.6.

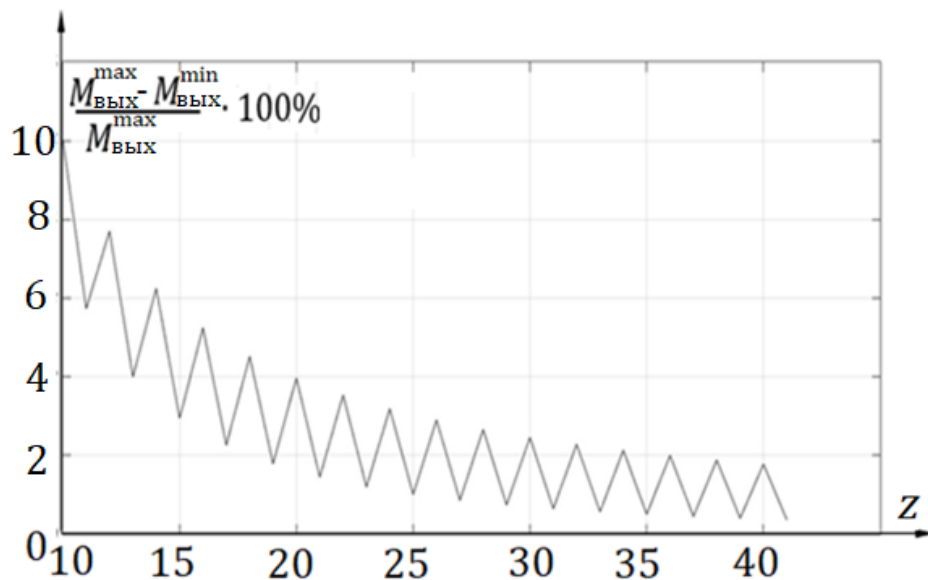


Рисунок 1.6. Зависимость пульсаций развиваемого момента от числа тел качения.

Из рисунка 1.6 видно, что с ростом передаточного числа амплитуда пульсации момента уменьшается. Из работы [3] следует, что при расчете оптимальных габаритных размеров минимальный наружный диаметр передачи обеспечивается при передаточных числах  $q=8...15$ . Однако, при наличии требований к пульсации момента на выходном валу передаточное число ВПТК следует выбирать с учетом обеспечения этого требования. Кроме того, на величину

пульсаций влияет кратность тел качения. Наибольшие пульсации соответствуют механизмам с четным числом тел качения.

#### **1.4. Выводы к главе 1**

- Предложено и обосновано рассмотрение ВПТК в виде позиционной следящей системы, в которой малая ось симметрии условного гибкого колеса отслеживает положение суммарного вектора усилия.
- Получены зависимости для расчета контактных сил в ВПТК, формирующих суммарный вектор усилия.
- Определены коэффициенты неравномерности передачи усилия волнообразователя к телу качения, от тела качения к сепаратору и от тела качения к жесткому колесу, позволяющие более точно производить прочностные расчеты ВПТК.
- Выявлены зависимости амплитуды и периода пульсаций суммарного вектора усилия и развиваемого момента от количества тел качения в одном ряду ВПТК, позволяющие использовать эти параметры на этапе синтеза конструктивно-кинематической схемы исполнительных механизмов на основе ВПТК.

## **2. Исследование крутильной жесткости волновой передачи с телами качения**

### **2.1. Теоретическое определение крутильной жесткости волновой передачи с телами качения**

Одним из наиболее важных параметров любой механической передачи, влияющих на статические и динамические характеристики приводных систем, является ее жесткость. Недостаточная жесткость конструкции механической передачи исполнительного механизма (ИМ) приводной системы или ее периодически меняющийся характер в системе автоматического управления могут привести к возникновению автоколебаний [49]. Известно, что механические передачи с многопарным и многопоточным зацеплением обладают наибольшей жесткостью.

Известны работы [50-53] по исследованию крутильной жесткости ВПТК. Данные исследования показывают, что крутильная жесткость не всех типов механических передач может быть выражена как постоянный коэффициент, являющийся отношением момента нагрузки к углу закручивания нагружаемого вала. Аналогично, и для ВПТК крутильная жесткость не является постоянной величиной.

Для определения крутильной жесткости ВПТК приняты следующие допущения:

1. Механизм представлен в виде расчетной схемы, состоящей из сосредоточенных масс и соединительных упругих связей;
2. Силы и моменты, действующие в системе приложены к центру сосредоточенных масс;
3. Сосредоточенные массы не подвержены деформациям;
4. Деформация упругих связей линейна, подчиняется закону Гука;
5. Упругие звенья невесомы.

Схема передачи усилий в ВПТК в редукторном режиме с учетом упругих связей представлена на рисунке 2.1.

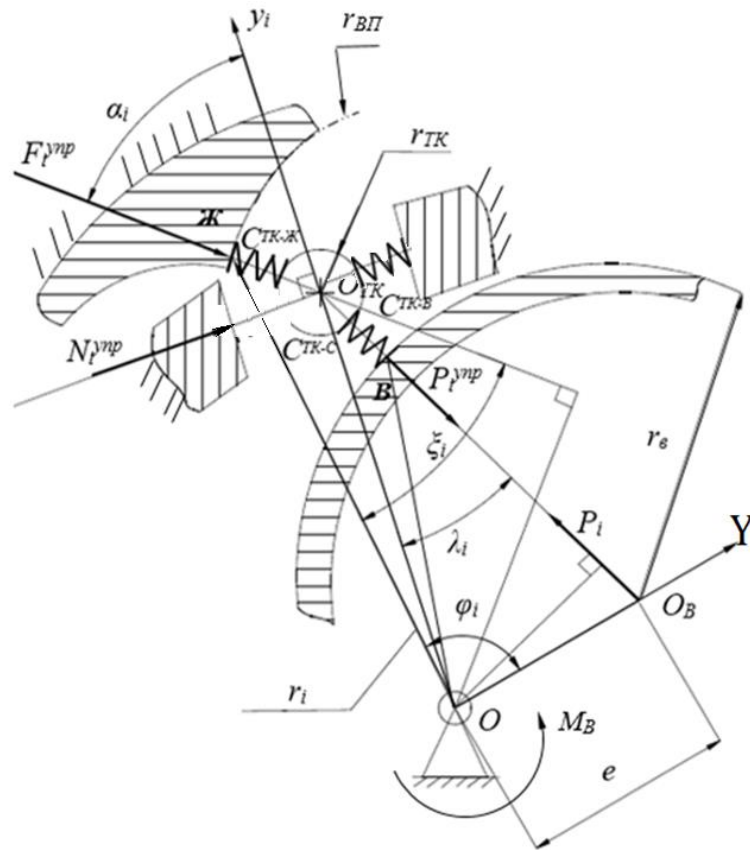


Рисунок 2.1. Схема передачи усилий в ВПК с учетом упругих связей в редукторном режиме

На рисунке обозначены контактные жесткости  $C^{TK-C}$ ,  $C^{TK-Ж}$  и  $C^{TK-B}$ , соответствующие контактным жесткостям между телом качения и сепаратором, жестким колесом и волнообразователем, при передаче усилия от тела качения к сепаратору, от тела качения к жесткому колесу и от волнообразователя к телу качения, соответственно. Данные величины определяются по следующим формулам при выборе в качестве тел качения шариков [54]:

$$C^{TK-Ж} = 1,33 \frac{1,5 \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{r_{TK}} - \frac{1}{r_{ВП}}}}}{\frac{1 - \nu_{TK}^2}{E_{TK}} + \frac{1 - \nu_{Ж}^2}{E_{Ж}}}; \quad (2.1)$$

$$C^{TK-C} = 1,33 \frac{1,5 \sqrt{r_{TK}}}{\frac{1 - \nu_{TK}^2}{E_{TK}} + \frac{1 - \nu_C^2}{E_C}}; \quad (2.2.)$$

$$C^{\text{TK-B}} = 1,33 \frac{\sqrt[1,5]{\frac{1}{\frac{1}{r_{\text{TK}}} - \frac{1}{r_{\text{B}}}}}}{\frac{1 - v_{\text{TK}}^2}{E_{\text{TK}}} + \frac{1 - v_{\text{B}}^2}{E_{\text{B}}}} \quad (2.3)$$

где  $E_{\text{Ж}}$ ,  $E_{\text{С}}$ ,  $E_{\text{В}}$ ,  $E_{\text{TK}}$  – модули Юнга материалов жесткого колеса, сепаратора, волнообразователя и тел качения, соответственно,  $\nu_{\text{Ж}}$ ,  $\nu_{\text{С}}$ ,  $\nu_{\text{В}}$ ,  $\nu_{\text{TK}}$  – коэффициенты Пуассона материалов жесткого колеса, сепаратора, волнообразователя и тел качения, соответственно,  $r_{\text{ВП}}$  – радиус дуги окружности, огибающей впадину жесткого колеса;  $r_{\text{В}}$  – радиус диска волнообразователя,  $r_{\text{TK}}$  – радиус тела качения.

Уравнения сил для каждого  $i$ -го тела качения при работе ВПТК в режиме редуктора определяются системой уравнений, составленной на основе уравнений, приведенных в главе 1.

$$\left\{ \begin{array}{l} (P_i - P_i^{\text{упр}}) \cos(\lambda_i) = -F_i^{\text{упр}} \cos(\alpha_i), \\ F_i^{\text{упр}} \sin(\alpha_i) - (P_i - P_i^{\text{упр}}) \sin(\lambda_i) = N_i^{\text{упр}}, \\ P_i^{\text{упр}} = \delta_i^{\text{TK-B}} C^{\text{TK-B}}, \\ F_i^{\text{упр}} = \delta_i^{\text{TK-Ж}} C^{\text{TK-Ж}}, \\ N_i^{\text{упр}} = \delta_i^{\text{TK-C}} C^{\text{TK-C}}, \end{array} \right. \quad (2.4)$$

где  $P_i$  – сила, действующая со стороны волнообразователя на  $i$ -ое тело качения,  $P_i^{\text{упр}}$  – сила упругости действующая со стороны  $i$ -ого тела качения на волнообразователя,  $F_i^{\text{упр}}$  – сила упругости действующая со стороны жесткого колеса на  $i$ -ое тело качения,  $N_i^{\text{упр}}$  – сила упругости действующая со стороны сепаратора на  $i$ -ое тело качения;  $\lambda_i$ ,  $\alpha_i$  – углы давления волнообразователя на  $i$ -ое тело качения и  $i$ -ого тела качения на жесткое колесо, соответственно,  $\delta^{\text{TK-Ж}}$ ,  $\delta^{\text{TK-C}}$ ,  $\delta^{\text{TK-B}}$  – деформации в местах контактов жесткого колеса и тела качения, сепаратора и тела качения, волнообразователя и тела качения, соответственно.

Распределение сил между телами качения, передающими усилия, позволяет определить величины всех контактных сил при любом взаимном расположении элементов ВПТК. Используя выражения контактными силами  $P_i$  и  $F_i$  и



контактными силами  $P_i$  и  $N_i$ , полученные в главе 1 определим соотношения между ними:

$$q^{P-F}_i = \frac{\cos(\lambda_i)}{\cos(\alpha_i)}; \quad (2.5)$$

$$q^{P-N}_i = \cos(\lambda_i) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_i) - \sin(\lambda_i); \quad (2.6)$$

где  $q^{P-F}_i$  – соотношения между контактными силами  $P_i$  и  $F_i$ ,  $q^{P-N}_i$  – соотношения между контактными силами  $P_i$  и  $N_i$ ;

Используя соотношения (2.5, 2.6) приведем контактные жесткости  $C^{\text{TK-C}}$  и  $C^{\text{TK-Ж}}$  к точке контакта тела качения с волнообразователем:

$$C^{\text{TK-C}}_{\text{ПР1}} = \frac{C^{\text{TK-C}}}{q^{P-N}_i{}^2}; \quad (2.7)$$

$$C^{\text{TK-Ж}}_{\text{ПР1}} = \frac{C^{\text{TK-Ж}}}{q^{P-F}_i{}^2}; \quad (2.8)$$

Определим суммарную жесткость  $C^{\text{TK-B}}_{\Sigma_i}$  в точке контакта каждого  $i$ -ого тела качения с волнообразователем:

$$C^{\text{TK-B}}_{\Sigma_i} = \frac{(C^{\text{TK-Ж}}_{\text{ПР1}} + C^{\text{TK-C}}_{\text{ПР1}})C^{\text{TK-B}}}{C^{\text{TK-Ж}}_{\text{ПР1}} + C^{\text{TK-C}}_{\text{ПР1}} + C^{\text{TK-B}}}; \quad (2.9)$$

Тогда суммарную эквивалентную деформацию в точке контакта  $i$ -ого тела качения с волнообразователем можно записать как:

$$\delta_{i\Sigma}^{\text{TK-B}} = \frac{P_i}{C^{\text{TK-B}}_{\Sigma_i}} \quad (2.10)$$

С учетом выражений контактных сил, полученных в главе 1, перепишем выражение (2.10) в следующем виде:

$$\delta_{i\Sigma}^{\text{TK-B}} = \frac{M_B \sin(\pi - \xi_i) \frac{\cos(\alpha_i)}{\cos(\lambda_i)}}{\left[ \sum_{i=1}^{Z_M} \left( \sin(\pi - \xi_i) \cdot \frac{\cos(\alpha_i)}{\cos(\lambda_i)} \right) e \cdot \sin(\pi - (\lambda_i + \varphi_i)) \right] C^{\text{TK-B}}_{\Sigma_i}}, \quad (2.11)$$

где  $M_B$  – движущий момент на валу волнообразователя,  $n$  – число рядов тел качений,  $z_M$  – число тел качения, расположенных по одну сторону от большой центральной оси симметрии ВПТК  $Y$  в одном ряду тел качения (см. рисунок 2.1),  $\varphi_i$  – угол между радиальной осью, проходящей через центр  $i$ -го качения, и большой центральной осью симметрии, тел качения т.е. между осями  $Y$  и  $y_i$  (см. рисунок 2.1.).

Крутильная жесткость ВПТК в режиме редуктора определяется отношением приложенного к волнообразователю движущего момента к углу скручивания вала волнообразователя  $\beta_1$ .

$$C_{\text{ВПТК}}^P = \frac{M_B}{\beta_1} \quad (2.12)$$

Для определения угла  $\beta_1$  рассмотрим схему упругого поворота волнообразователя (см. рисунок 2.2.). Так как величина контактной деформации  $\delta^{\text{ТК-В}}$  значительно меньше геометрические размеры элементов передачи, определяющих величину угла давления  $\lambda_i$ , то примем следующее допущение: направление действия силы  $P_i$  в результате упругого поворота не изменяется.

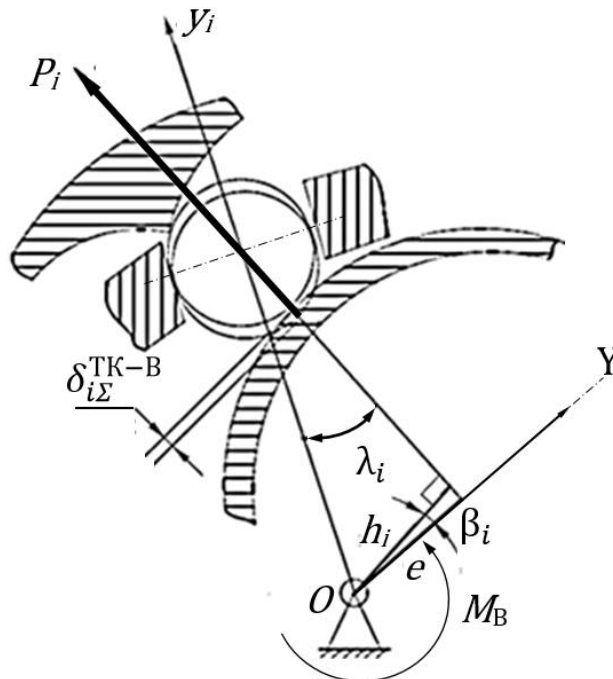


Рисунок 2.2. Схема упругого поворота нагружаемого звена в режиме редуктора

Определим величину упругого поворота через величину контактной деформации:

$$\beta_i = \frac{\delta_i^{\text{TK-B}}}{h_i}, \quad (2.13)$$

где  $h_i$  – расстояние от оси вращения волнообразователя до линии действия силы  $P_i$ .

Подставив выражение (2.13) в выражение (2.12), получим вклад  $i$ -го тела качения в величину крутильной жесткости ВПТК в режиме редуктора. Просуммировав эти значения получим:

$$C_{\text{ВПТК}}^P = n \sum_{i=1}^{Z_M} \frac{P_i \cdot \sin(\pi - (\lambda_i + \varphi_i))}{\frac{\delta_i^{\text{TK-B}}}{h_i}} \quad (2.14)$$

Таким образом, решение системы уравнений (2.11, 2.14) позволяет определить крутильную жесткость ВПТК при работе в режиме редуктора, по формуле:

$$C_{\text{ВПТК}}^P = n \sum_{i=1}^{Z_M} C_{\Sigma_i}^{\text{TK-B}} \cdot e^2 \cdot \sin(\pi - (\lambda_i + \varphi_i))^2 \quad (2.15)$$

Из этих уравнений следует, что величина крутильной жесткости непостоянна и зависит от взаиморасположения элементов ВПТК.

На рисунке 2.3. представлена схема преобразования усилий в ВПТК в режиме мультипликатора с учетом упругих связей.

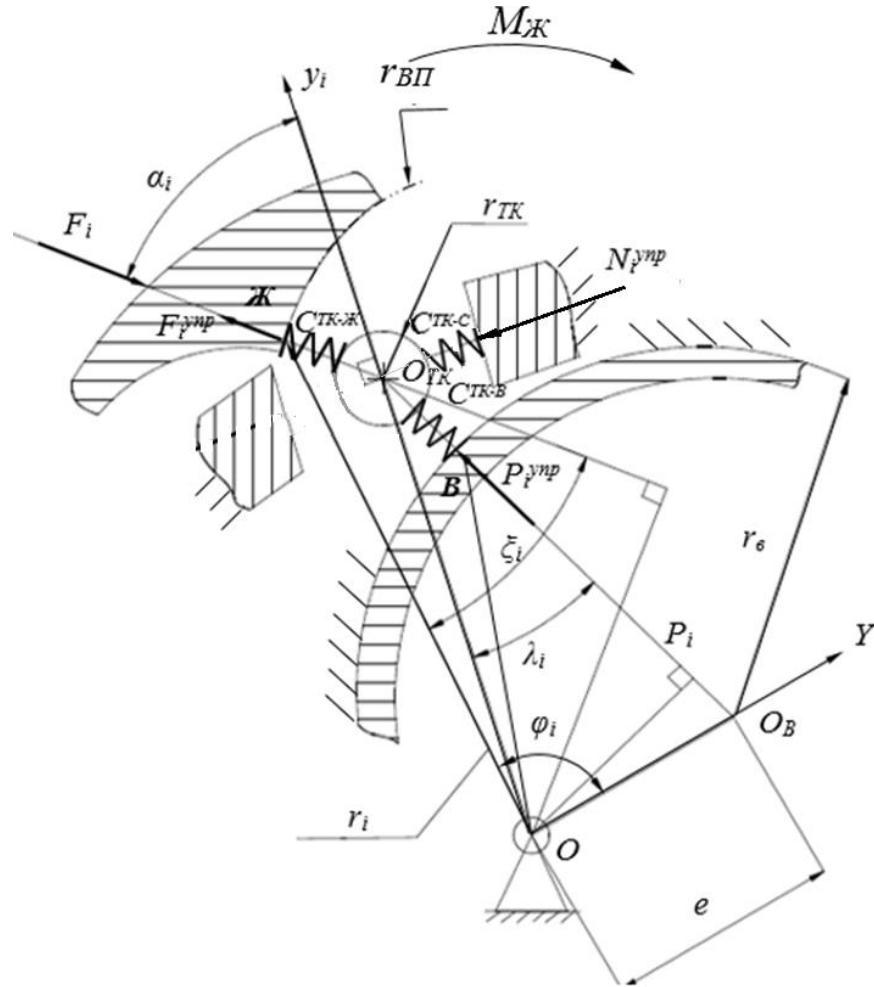


Рисунок 2.3. Схема передачи усилий в ВПТК с учетом упругих связей в режиме мультипликатора

Уравнения сил для каждого  $i$ -го тела качения при работе ВПТК режиме мультипликатора определяются системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} -P_i^{\text{упр}} \cos(\lambda_i) = (F_i - F_i^{\text{упр}}) \cos(\alpha_i); \\ (F_i - F_i^{\text{упр}}) \sin(\alpha_i) - P_i^{\text{упр}} \sin(\lambda_i) = -N_i^{\text{упр}} \\ P_i^{\text{упр}} = \delta_i^{\text{ТК-В}} C_{\text{ТК-В}}, \\ F_i^{\text{упр}} = \delta_i^{\text{ТК-Ж}} C_{\text{ТК-Ж}}, \\ N_i^{\text{упр}} = \delta_i^{\text{ТК-С}} C_{\text{ТК-С}}, \end{array} \right. \quad (2.16)$$

где  $F_i$  – сила, действующая со стороны жесткого колеса на  $i$ -ое тело качения. Выражение для определения этой силы представлено в главе 1.

Используя соотношения (2.5, 2.6) приведем контактные жесткости  $C^{\text{ТК-С}}$  и  $C^{\text{ТК-В}}$  к точке контакта тела качения с жестким колесом:

$$C^{\text{ТК-С}}_{\text{ПР2}} = \frac{C^{\text{ТК-С}}_{\text{ПР}}}{q^{P-F}_i} q^{P-N}_i{}^2; \quad (2.17)$$

$$C^{\text{ТК-В}}_{\text{ПР2}} = C^{\text{ТК-Ж}}_{\text{ПР}} \cdot q^{P-F}_i{}^2; \quad (2.18)$$

Определим суммарную жесткость  $C^{\text{ТК-Ж}}_{\Sigma_i}$  в точке контакта каждого  $i$ -ого тела качения с жестким колесом:

$$C^{\text{ТК-Ж}}_{\Sigma_i} = \frac{(C^{\text{ТК-В}}_{\text{ПР2}} + C^{\text{ТК-С}}_{\text{ПР2}})C^{\text{ТК-Ж}}}{C^{\text{ТК-В}}_{\text{ПР2}} + C^{\text{ТК-С}}_{\text{ПР2}} + C^{\text{ТК-Ж}}}; \quad (2.19)$$

Тогда суммарную эквивалентную деформацию в точке контакта  $i$ -ого тела качения с жестким колесом можно записать как:

$$\delta_{i\Sigma}^{\text{ТК-Ж}} = \frac{F_i}{C^{\text{ТК-Ж}}_{\Sigma_i}} \quad (2.20)$$

С учетом соотношений контактных сил, полученных в главе 1 перепишем выражение (2.20) в следующем виде:

$$\delta_{i\Sigma}^{\text{ТК-Ж}} = \frac{M_{\text{Ж}} \sin(\pi - \xi_i)}{[\sum_{i=1}^{Z_M} (\sin(\pi - \xi_i)) \cdot r_i \cdot \sin(\xi_i)] C^{\text{ТК-Ж}}_{\Sigma_i}}, \quad (2.21)$$

где  $M_{\text{Ж}}$  – момент на жестком колесе,  $r_i$  – расстояние от центральной продольной оси вращения волнообразователя до точки приложения силы  $F_i$ . т.е. расстояние  $OЖ$  (см. рисунок 2.3),  $\xi_i$  – угол между линией действия силы  $F_i$  и линией  $OЖ$ .

Крутильная жесткость ВПТК в режиме мультипликатора определяется отношением приложенного момента к углу скручивания вала жесткого колеса  $\beta_2$ .

$$C^{\text{М}}_{\text{ВПТК}} = \frac{M_{\text{Ж}}}{\beta_2} \quad (2.22)$$

Для определения угла  $\beta_2$  рассмотрим схему упругого поворота жесткого колеса (см. рисунок 2.4). Так как величина контактной деформации  $\delta^{\text{ТК-Ж}}$

значительно меньше геометрических размеров элементов передачи, определяющих величину угла давления  $\xi_i$ , то примем следующее допущение: направление действия силы  $F_i$  в результате упругого поворота не изменяется.

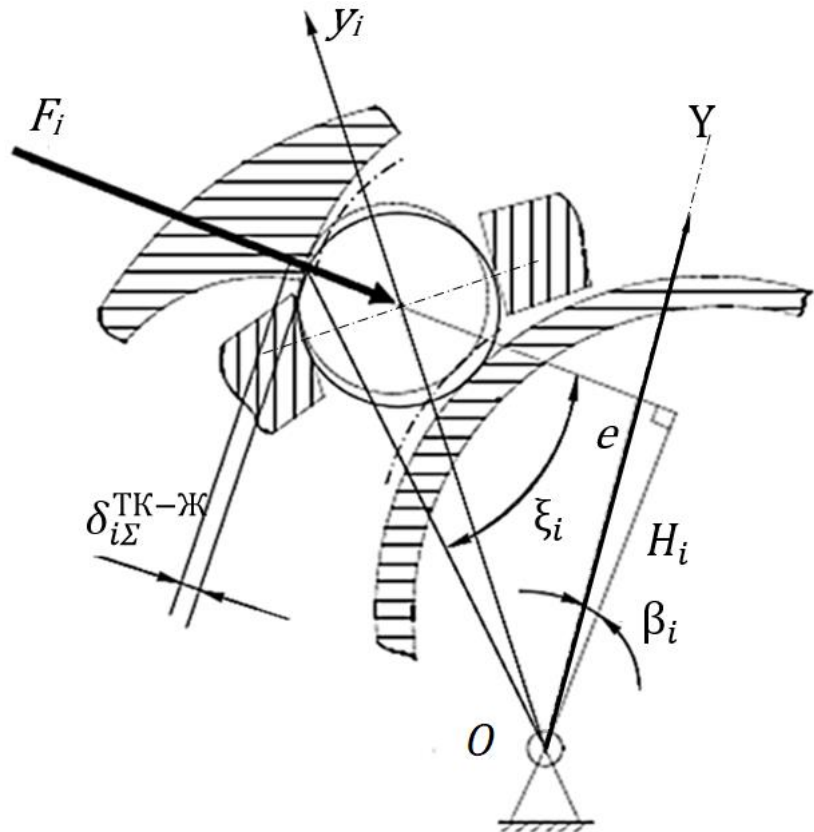


Рисунок 2.4. Схема упругого поворота нагружаемого звена в режиме мультипликатора

Определим величину упругого поворота жесткого колеса через величину контактной деформации:

$$\beta_2 = \frac{\delta_i^{\text{TK-Ж}}}{H_i}, \quad (2.23)$$

где  $H_i$  – расстояние от оси вращения волнообразователя до линии действия силы  $F_i$ .

Подставив выражение (2.23) в выражение (2.22), получим вклад  $i$ -го тела качения в величину крутильной жесткости ВПТК в режиме мультипликатора. Просуммировав эти значения получим:

$$C_{\text{ВПТК}}^M = n \sum_{i=1}^{z_M} \frac{F_i r_i}{\frac{\delta_i^{\text{ТК-Ж}}}{H_i}} \quad (2.24)$$

Таким образом, решение уравнений (2.21,2.24) позволяет определить крутильную жесткость ВПТК при работе в режиме мультипликатора по формуле:

$$C_{\text{ВПТК}}^M = n \sum_{i=1}^{z_M} C^{\text{ТК-Ж}} \sum r_i^2 \cdot \sin(\xi_i)^2 \quad (2.25)$$

Из этих уравнений следует, что величина крутильной жесткости ВПТК непостоянна и зависит от взаиморасположения элементов ВПТК.

Графики аналитических зависимостей крутильной жесткости в режиме редуктора и в режиме мультипликатора от угла поворота ВПТК с параметрами:  $n=1$ ,  $z=12$ ,  $n=2$ ,  $r_B=18,5$  мм,  $r_{\text{ТК}}=2$  мм,  $e=1$  мм,  $E=220$  Мпа,  $\nu=0,3$  представлены на рисунках 2.5 и 2.6. соответственно.

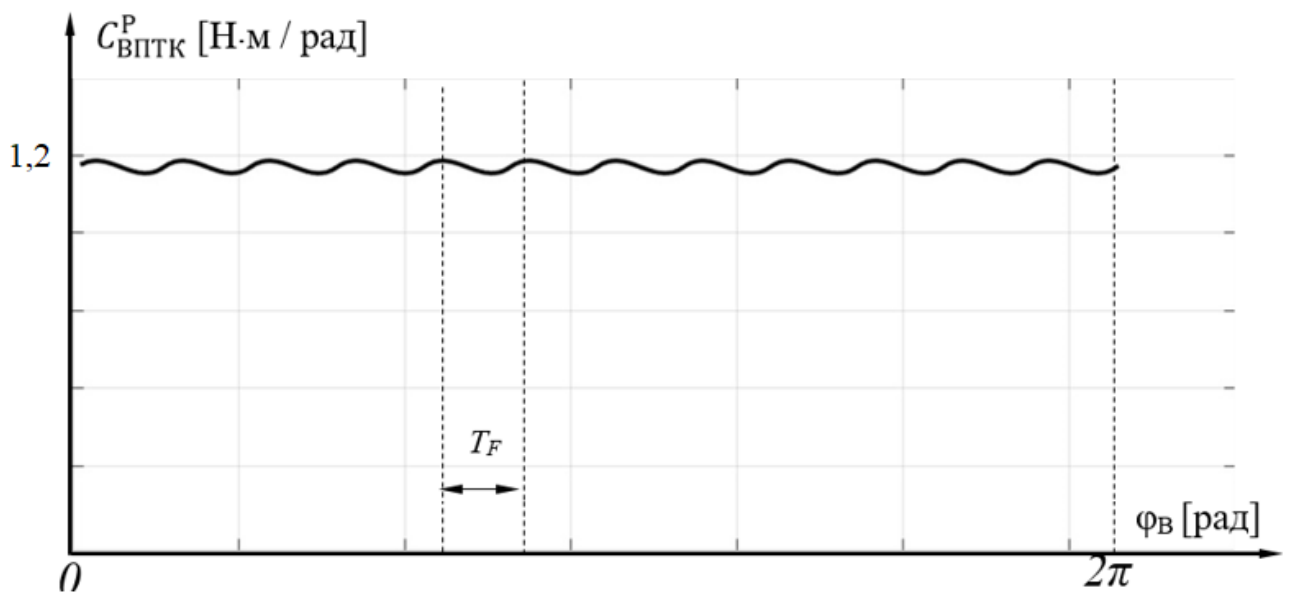


Рисунок 2.5 Диаграмма изменения величины крутильной жесткости в режиме редуктора

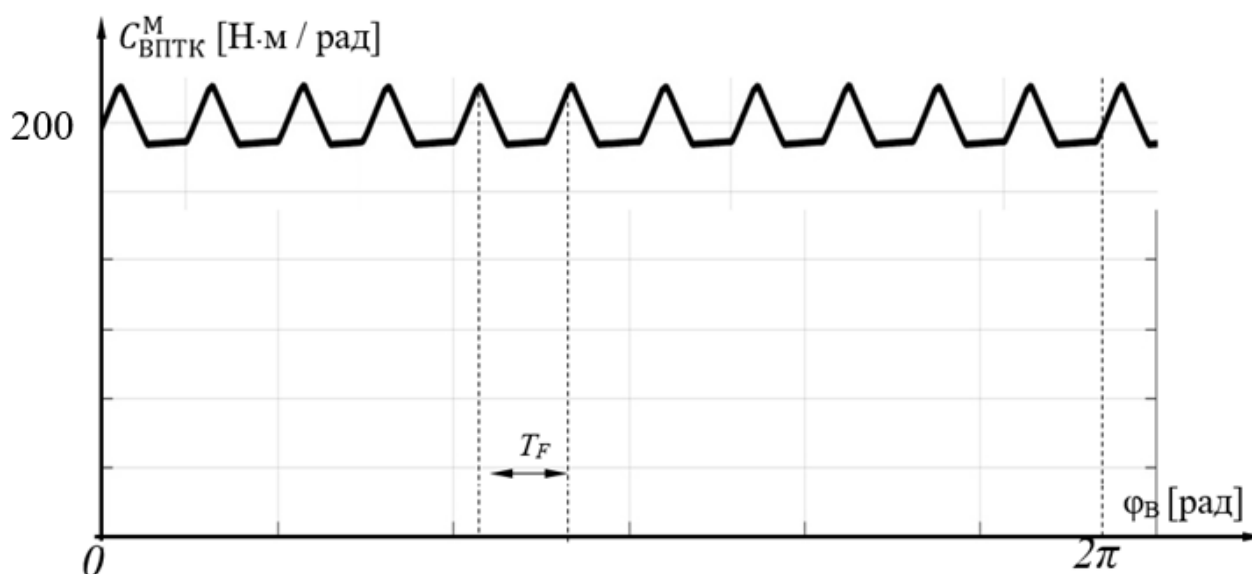


Рисунок 2.6. Диаграмма изменения величины крутильной жесткости в режиме мультипликатора

Из рисунков 2.5 и 2.6. видно, что крутильная жесткость является периодически-меняющимся параметром с периодом  $T_F$ , определенным в главе 1, а отношение средних значений этих параметров равно квадрату передаточного числа  $q$  ВПТК.

## 2.2. Экспериментальное определение крутильной жесткости волновой передачи с телами качения

Для экспериментального определения крутильной жесткости ВПТК разработан испытательный стенд, позволяющий измерить угол поворота выходного вала ВПТК при положении к нему знакопеременной нагрузки при различном взаиморасположении элементов ВПТК. Конструкция стенда представлена на рисунке 2.7. Параметры испытываемого ВПТК:  $z=20$ ,  $n=4$ ,  $r_B=16,2$  мм,  $r_{TK}=1$  мм,  $e=0,2$  мм.

Конструкция стенда, показанного на рисунке 2.7 позволяет экспериментально определять крутильную жесткость ВПТК в режиме мультипликатора при различном взаиморасположении элементов, за счет фиксации штанги 5, жестко связанной с входным валом ВПТК, в различных угловых положениях. Момент нагрузки на выходном валу ВПТК создается за



счет грузов, которые подвешиваются на коромысле 2. Угол поворота выходного вала измеряется оптическим датчиком 3 типа ЛИР-ДА158, вал которого соединен с валом ВПТК жесткой муфтой 4.

Семейство нагрузочных характеристик определяется следующим образом:

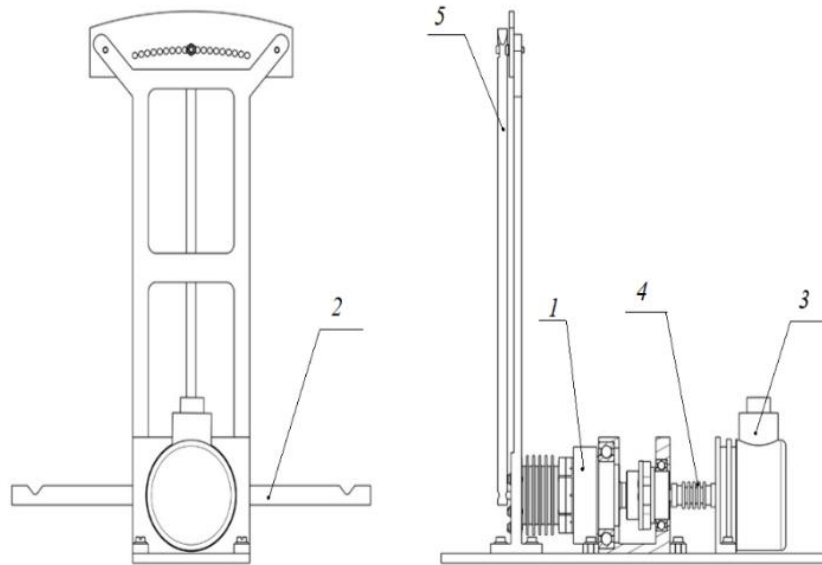
1. Штага 5 фиксируется в крайнем угловом положении.
2. Текущее угловое положение выходного вала ВПТК принимается за  $0^0$ .
3. На одно из плеч коромысла 2 последовательно с шагом 5 Н устанавливались грузы массой до 40 Н, тем самым, увеличивая момент нагрузки. Затем с этого же плеча последовательно с шагом 5 Н снимались грузы, тем самым уменьшая момент нагрузки. После чего аналогичное нагружение и разгружение проводилось на втором плече коромысла. И проводилось нагружение на первом плече до 40 Н. После каждого нагружения/разгружения новым грузом фиксируется текущее угловое положение выходного вала.

4. В координатах  $(M_H, \beta_2)$  строится нагрузочная характеристика. Крутильная жесткость  $C_{ВПТК}^M$  определяется соотношением  $M_H^{\max}/\beta_2^{\max}$  с размерностью Н·м/рад.

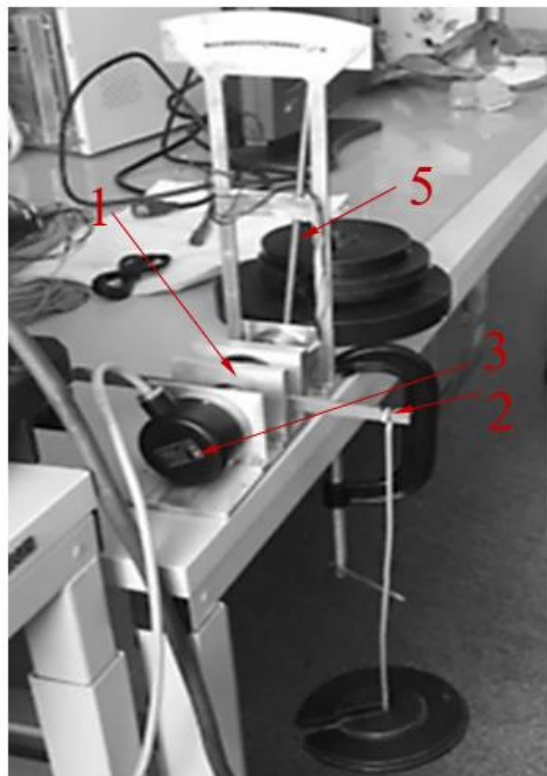
5. Штанга 5 фиксируется сдвигается на одну точку фиксации.

6. Повтор п.2-5.

Для снятия нагрузочной характеристики в режиме редуктора ВПТК устанавливается на испытательный стенд таким образом, что коромысло 2 устанавливается на входной вал ВПТК, а штанга 5 устанавливается на выходной вал.



а)



б)

Рисунок 2.7. Конструкция стенда для снятия крутильной жесткости ВПТК в режиме мультипликатора.

а) конструкция испытательного стенда, б) фотография испытательного стенда

1 – ВПТК, 2 – коромысло, 3- датчик ЛИР-ДА158, 4 – муфта, 5 – штанга

Всего снято двадцать нагрузочных характеристик с шагом  $1^\circ$ . На рисунке 2.8 представлены четыре нагрузочные характеристики  $\beta_2 = f(M_H)$  соответствующие углам поворота штанги в  $0^\circ$ ,  $1^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $9^\circ$ .

Из рисунка 2.8. видно, что угол наклона нагрузочной характеристики ВПТК, определяющий ее крутильную жесткость  $C$  меняется в зависимости от угла поворота входного вала.

На рисунке 2.9. приведён график зависимости величины наклона  $C$  нагрузочной характеристики ВПТК в режиме мультипликатора от угла поворота входного вала, а так же график аналитической зависимости крутильной жесткости  $\bar{C}$  от угла поворота входного вала, определенный по формуле (2.25).

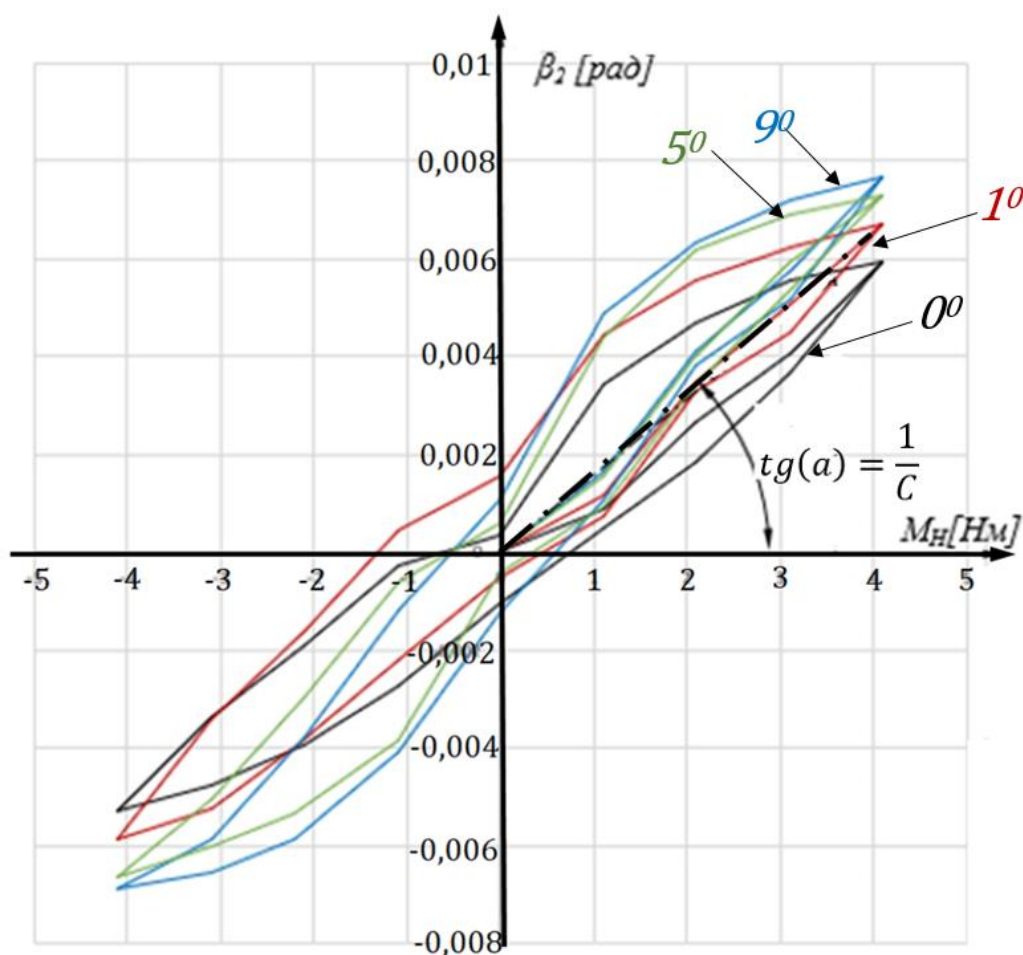


Рисунок 2.8. Семейство нагрузочных характеристик ВПТК в режиме мультипликатора

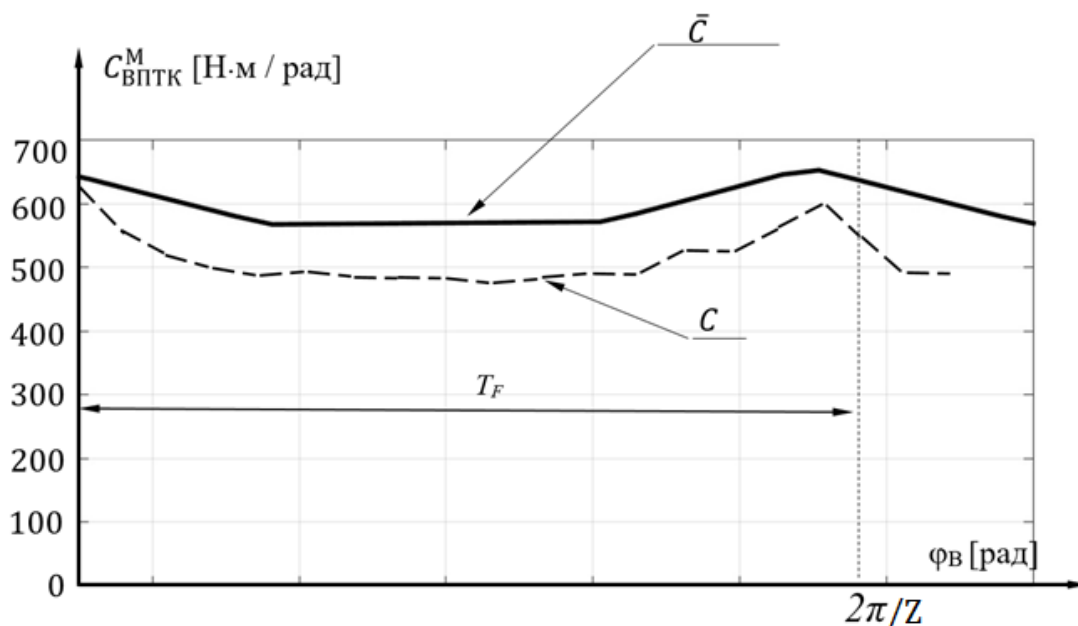


Рисунок. 2.9. График зависимости крутильной жесткости характеристики ВПТК в режиме мультипликатора от угла поворота входного вала

Полученные характеристики подтверждают периодическое изменение жесткости ВПТК. Разница между аналитическими и экспериментальными значениями крутильной жесткости не превышает 15 % и может быть вызвана отсутствием учета жесткости опорных устройств и неравномерности распределения нагрузки по рядам, что приводит к дополнительному скручиванию и понижению крутильной жесткости.

### 2.3. Линеаризация функции крутильной жесткости волновой передачи с телами качения

Так как аналитически и экспериментально подтверждено, что в ВПТК крутильная жесткость  $C$ , зависит от взаиморасположения входного и выходного вала то есть  $C = C(\varphi_{вх}, q)$  и является периодически меняющимся параметром с периодом  $T_F$ , но имеет сложную аналитическую зависимость для расчета, определённую в разделе 2.1, целесообразно линеаризовать данную функцию. Так как, функция крутильной жесткости является периодической (см. Рисунок 2.9), то для исследования ее влияния на параметрические колебания механизмов удобно

разложить ее в ряд Фурье на периоде по косинусам и представить в упрощенном виде в виде суммы ряда из двух членов:

$$\tilde{C}(\varphi_{ВХ}, q) = C_0 + \Delta C \cos((q - 1)\varphi_{ВХ}), \quad (2.26)$$

где  $C_0$  – постоянная составляющая функции крутильной жесткости,  $\Delta C$  – приближенная амплитуда пульсации функции крутильной жесткости,  $\tilde{C}$  – приближенное значение функции крутильной жесткости.

Коэффициенты  $C_0$  и  $\Delta C$  определяются по формулам:

$$C_0 = \frac{q - 1}{2\pi} \int_{-\frac{q-1}{4\pi}}^{\frac{q-1}{4\pi}} \bar{C}(\varphi_{ВХ}, q) d(\varphi_{ВХ}), \quad (2.27)$$

$$C_c = \frac{q - 1}{2\pi} \int_{-\frac{q-1}{4\pi}}^{\frac{q-1}{4\pi}} \bar{C}(\varphi_{ВХ}, q) \cos((q - 1)\varphi_{ВХ}) d(\varphi_{ВХ}), \quad (2.28)$$

где  $\bar{C}$  – аналитическая функция крутильной жесткости ВПТК, определяемая формуле (2.15) для работы в режиме редуктора и по формуле (2.25) для работы в режиме мультипликатора.

На рисунке 2.10 приведены график зависимости величины наклона  $C$  нагрузочной характеристики ВПТК в режиме мультипликатора от угла поворота входного вала  $\varphi_{ВХ}$ , а так же график аналитической зависимости крутильной жесткости  $\bar{C}$  от угла поворота входного вала  $\varphi_{ВХ}$  и приближенное значение аналитической зависимости крутильной жесткости  $\tilde{C}$  от угла поворота входного вала  $\varphi_{ВХ}$ , определённое по формуле (2.26) для ВПТК, рассмотренной в разделе 2.2.

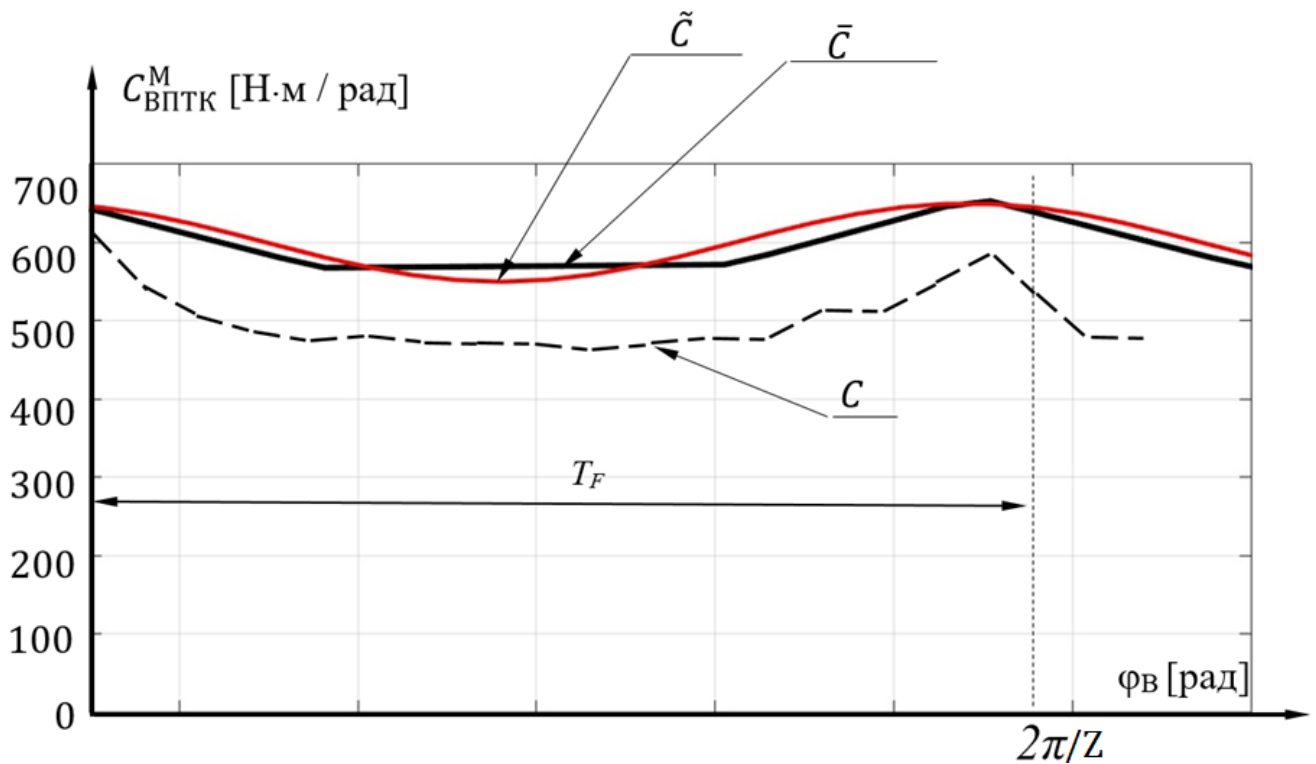
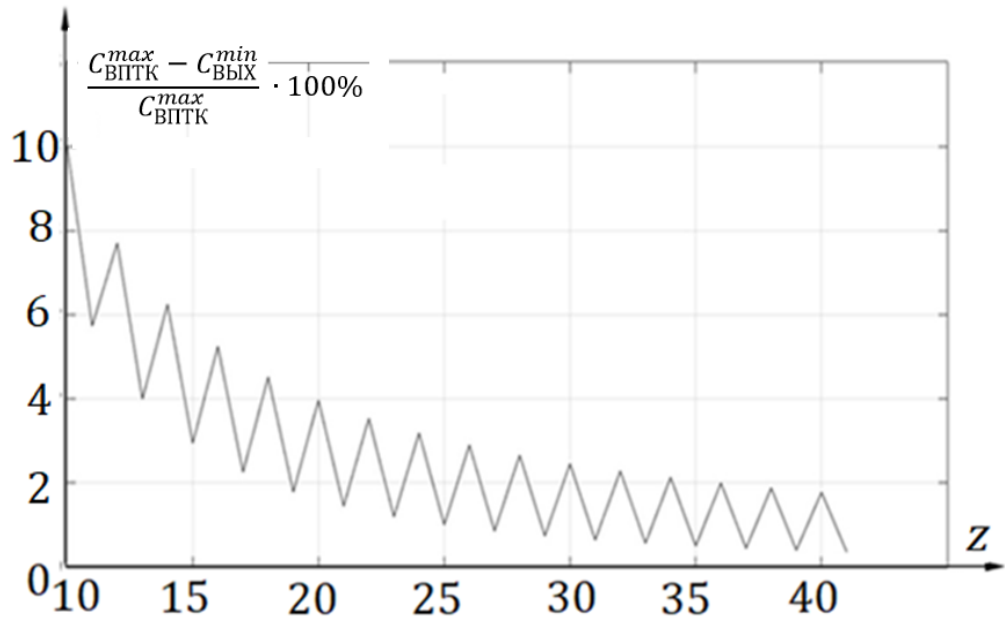


Рисунок. 2.10. Графики зависимости крутильной жесткости характеристики ВПТК режиме мультипликатора от угла поворота входного вала

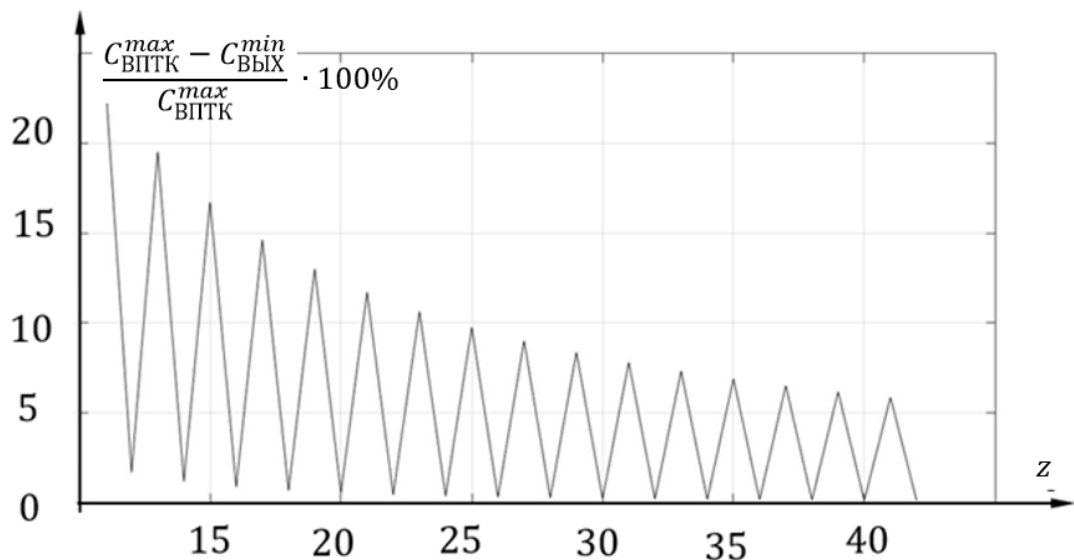
Из рисунка 2.10 видно, что приближенное значение достаточно точно совпадает с рассчитанным аналитически с погрешностью не более 5%, что подтверждает возможность использования выражения (2.26) вместо зависимостей (2.15, 2.25) при математическом описании механических систем с ВПТК.

Одним из наиболее важных параметров крутильной жёсткости ВПТК, является величина ее пульсаций, определяемая по формуле  $\frac{C_{ВПТК}^{max} - C_{ВЫХ}^{min}}{C_{ВПТК}^{max}} \cdot 100\%$ , так именно пульсация данного параметра может вызывать параметрические колебания в механической системе ВПТК.

На рисунке 2.11 представлены графики зависимости пульсации крутильной жесткости от числа тел качения в одном ряду при работе в режиме редуктора и мультипликатора, соответственно.



а) Зависимость величины пульсации крутильной жесткости в режиме редуктора



б) Зависимость величины пульсации крутильной жесткости в режиме мультипликатора

Рисунок 2.11. Зависимости пульсации крутильной жесткости от числа тел качения в одном ряду

Из рисунка 2.10 видно, что с ростом передаточного числа пульсация момента уменьшается, пульсации в режиме мультипликатора выше, чем в режиме редуктора, а наибольшие пульсации соответствуют механизмам с четным числом тел качения.

## 2.4. Выводы к главе 2

- Получены аналитические зависимости для определения крутильной жесткости ВПТК в режимах редуктора и мультипликатора с учетом упругости элементов конструкции.
- Экспериментально подтвержден периодический характер изменения величины крутильной жесткости ВПТК.
- Проведена линеаризация полученных аналитических зависимостей крутильной жесткости ВПТК, позволяющая представить крутильную жесткость в удобном для практических расчётов виде и использовать для расчета динамических характеристик ИМ на основе ВПТК.
- Выявлены зависимости величины пульсации крутильной жесткости от числа тел качения в ВПТК.



### 3. Исследование влияние нестационарных характеристик волновой передачи с телами качения

#### 3.1. Определение коэффициента неравномерности распределения нагрузки в волновой передаче с телами качения

ВПТК обладают лучшими массогабаритными показателями по сравнению с планетарными передачами при одинаковом моменте нагрузки и передаточном числе [3], при этом механизмы на основе ВПТК выполняют многорядными (как правило 2-х, 3-х, 4-х рядными). Однако, известные методики проектирования ВПТК не учитывают неравномерность распределения нагрузки между рядами тел качений. Экспериментальные ресурсные испытания механизма на основе ВПТК (см. рисунок 3.1.) показали, что дорожки тел качений подвергаются износу неравномерно.



Рисунок 3.1. Жесткое колесо и тела качения ВПТК после ресурсных испытаний

Наличие неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качений, т.е. неравномерности развиваемого момента в рядах ВПТК выражается в различном выкрашивании дорожек тел качения, которое увеличивается вдоль оси жесткого колеса.

В главе 1 показано, что момент развиваемый на жестком колесе в каждом

ряду тел качения зависит от величины вектора суммарного усилия  $F_{\Sigma}$  и угла рассогласования  $\gamma$  между малой центральной осью симметрии ВПТК и суммарным вектором усилия. Этот угол зависит от текущего углового положения суммарного вектора усилия  $\psi$ , угла поворота волнообразователя  $\varphi_B$  и угла смещения малой центральной оси симметрии ВПТК  $\beta$  за счет смещения центров тел качения под действием нагрузки (угол изменения формы условного гибкого колеса, образованного центрами тел качений).

Так как углы  $\psi$  и  $\varphi_B$  одинаковы для всех рядов тел качений, то неравномерность распределения нагрузки между рядами тел качений, обуславливается изменением угла  $\beta$ , т.е. различной величиной скручивания сепаратора с телами качения по рядам ВПТК.

Кроме того, известная методика проектирования ВПТК [6], позволяющая производить расчет основных геометрических параметров механизма из условия прочности не учитывает неравномерность распределения нагрузки по рядам ВПТК. На этом основании определение коэффициента неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качений (о чем свидетельствуют результаты экспериментальных исследований) является актуальной задачей, обуславливающей необходимость уточнения методики расчета ВПТК.

Выразим неравномерности распределения нагрузки вдоль осевой линии ВПТК коэффициентом  $k_H$ , который зависит от конструктивных параметров передачи и определяется по формуле:

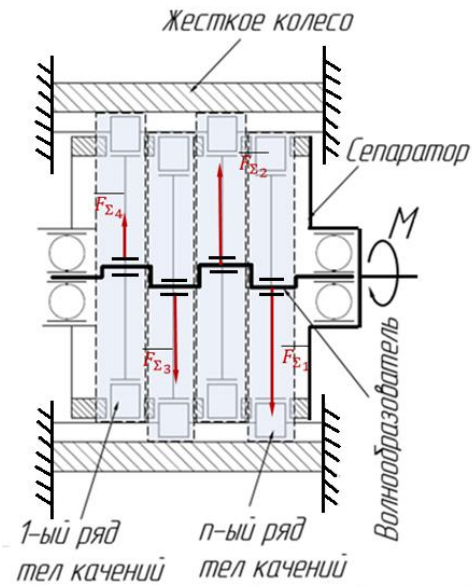
$$k_H = \frac{w(x)_{max}}{w(x)_{cp}}, \quad (3.1)$$

где  $w(x)_{max}$  – максимальное значение функции распределения нагрузки вдоль оси ВПТК,  $w(x)_{cp}$  – среднее значение функции распределения нагрузки вдоль оси ВПТК,  $x$  – осевая координата.

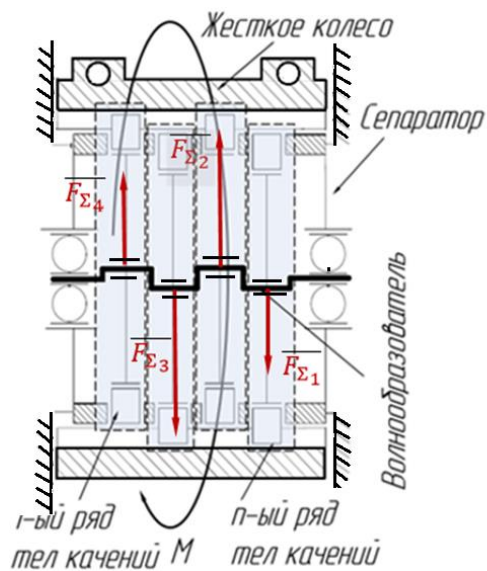
Задача определения коэффициента неравномерности распределения нагрузки сводится к определению функции распределения нагрузки вдоль оси ВПТК.

Для аналитического определения функции  $w(x)$  необходимо решить уравнении совместности деформаций для контактирующих элементов ВПТК. Так как характер деформаций в ВПТК различается в зависимости от расположения мест креплений звеньев механизма и места приложения момента нагрузки, то необходимо рассмотреть различные конструктивно-кинематические схемы ВПТК.

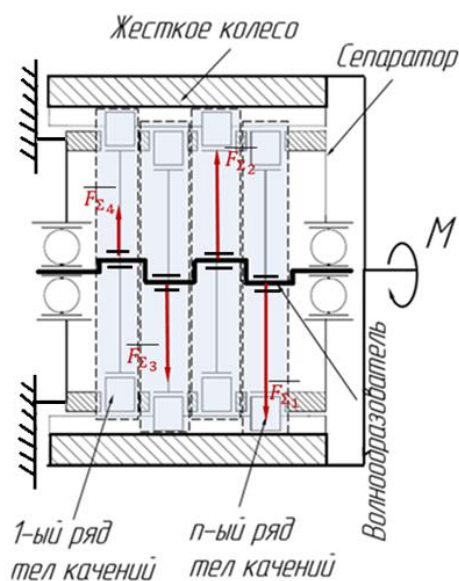
На рисунке 3.1. представлены основные кинематические схемы ВПТК.



а)



б)



в)

Рисунок 3.2 Кинематические схемы ВПК.

- а) с выходным сепаратором и симметрично закрепленным жестким колесом,
- б) с выходным жестким колесом и симметрично закрепленным сепаратором,
- в) с выходным жестким колесом и сепаратором, закреплённым с одной стороны

На рисунке 3.а. приведена кинематическая схема с выходным сепаратором и симметрично закрепленным жестким колесом. Выходной сепаратор нагружен консольно, так что при приложении к нему момента нагрузки  $M_H$  максимальный угол смещения малой центральной оси симметрии тел качения ВПК  $\beta$  будет соответствовать ряду тел качений ближайшему к точке приложения момента нагрузки, а минимальный угол  $\beta$  – самому удаленному.

На рисунке 3.б. приведена кинематическая схема с выходным жестким колесом и симметрично закрепленным сепаратором. Выходное жесткое колесо располагается на равномерно-распределенных вдоль оси ВПК опорах качения, роль которых выполняют ряды тел качения, расположенных в гнездах сепаратора. Так как, сепаратор в данной схеме симметрично закреплён с двух сторон, то при приложении к жесткому колесу момента нагрузки  $M_H$ , максимальный угол смещения малой центральной оси симметрии тел качения ВПК  $\beta$  будет соответствовать центральному ряду тел качений, наиболее удаленному от точек

крепления, а минимальный угол  $\beta$  – крайним рядам тел качений.

На рисунке 3.в. приведена кинематическая схема с выходным жестким колесом и сепаратором, закреплённым, с одной стороны. Сепаратор нагружается консольно, так что при приложении к нему момента нагрузки  $M_H$ , максимальный угол смещения малой центральной оси симметрии ВПТК  $\beta$  будет соответствовать ряду тел качения, ближайшему к точке приложения момента нагрузки, а минимальный угол  $\beta$  – самому удаленному.

При рассмотрении всех кинематических схем, показанных на рисунке 3.2, собственное скручивание жесткого колеса не учитывается, так как его крутильная жесткость значительно выше крутильной жесткости сепаратора. На этом основании распределение нагрузки в схемах, показанных на рисунках 3.2.а. и 3.2. в., аналогичное.

Схемы деформаций сепараторов для различных конструкций ВПТК приведены на рисунке 3.3.

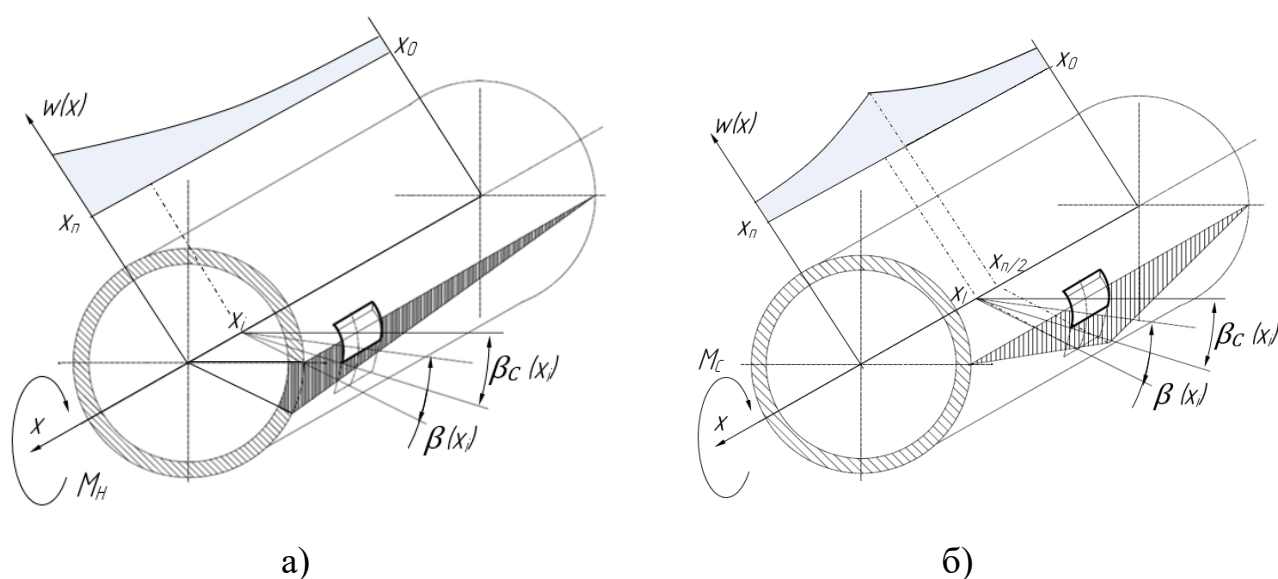


Рисунок 3.3. Расчетная схема деформаций сепаратора ВПТК.

а) при консольной нагрузке, б) при симметричной нагрузке

На рисунке 3.3 обозначены:  $x_0$  – координата 1-го ряда тел качений от входного вала,  $x_n$  – координата  $n$ -го ряда тел качения, ближайшего к месту приложения момента нагрузки,  $x_i$  – координата  $i$ -го ряда тел качения,  $M_H$  – момент нагрузки на

сепараторе,  $\beta_C(x_i)$  – угол скручивания сепаратора в  $i$ -том ряду тел качения,  $\beta(x_i)$  – угол смещения малой центральной оси симметрии тел качения ВПТК.

При консольном нагружении сепаратора момент нагрузки  $M_H$ , действующий на сепаратор, приводит к скручиванию сепаратора на угол  $\beta_C$  и входного вала-волнообразователя на угол  $\beta_{ВХ}$ , а возникающие при этом контактные силы, действующие на тела качения в гнездах сепаратора приводят к контактным деформациям гнезд сепаратора и смещению малой оси симметрии тел качения ВПТК на угол  $\beta$ . С учётом принятого допущения, что жесткое колесо не скручивается, из условия совместности деформаций следует, что угол скручивая нагружаемого сепаратора относительно входного вала ВПТК на участке между первым и последним рядами тел качений соответствует разнице углов смещения ВПТК в последнем и первом ряду тел качений.

При симметрично закрепленном сепараторе и нагружаемом жестком колесе момент нагрузки  $M_H$ , действующий на жесткое колесо, приводит к возникновению момента реакции на сепараторе  $M_C$  скручивающего сепаратор на угол  $\beta_C$  и момента реакции на входном валу  $M_{ВХ}$ , скручивающего входной вал на угол  $\beta_{ВХ}$ , а возникающие при этом контактные силы, действующие на тела качения в гнездах сепаратора приводят к контактным деформациям гнезд сепаратора и смещению малой оси симметрии ВПТК на угол  $\beta$ . Учитывая что жесткое колесо не скручивается, угол скручивая сепаратора относительно входного вала ВПТК на участке между первым и средним рядом тел качений выражается разницей угловых смещений ВПТК в среднем и первом ряду тел качений и равен разнице угловых смещений ВПТК в среднем и последнем ряду тел качений.

Запишем уравнение совместности деформации для схемы с выходным сепаратором.

$$(\beta_C(x_n) - \beta_C(x_0)) + (\beta_{ВХ}(x_n) - \beta_{ВХ}(x_0)) = \beta(x_n) - \beta(x_0), \quad (3.2.)$$

Углы скручивания сепаратора и входного вала на участке между первым и последним рядом тел качений вызванные приложением к ним активных моментов  $M_C$  и  $M_{ВХ}$ , определяются по формулам:

$$\beta_C(x_n) - \beta_C(x_0) = \int_0^{x_n} \frac{M_C(x)}{J_{p_C} G_C} dx = \frac{1}{J_{p_C} G_C} \iint_0^{x_n} w(x) dx, \quad (3.3)$$

$$\beta_{BX}(x_n) - \beta_{BX}(x_0) = \int_0^{x_n} \frac{M_{BX}(x)}{J_{p_{BX}} G_{BX}} dx = \frac{1}{q J_{p_{BX}} G_{BX}} \iint_0^{x_n} w(x) dx, \quad (3.4)$$

где  $J_{p_C}, J_{p_{BX}}$  – полярный момент инерции сепаратора и входного вала, соответственно,  $G_C, G_{BX}$  – модуль сдвига материалов сепаратора и входного вала, соответственно,  $q$  – передаточное число волновой передачи.

Моменты инерции  $J_{p_C}, J_{p_{BX}}$  определяются по формулам:

$$J_{p_C} = \frac{\pi(d_{CH}^4 - d_{CB}^4)}{64}, \quad (3.5)$$

$$J_{p_{BX}} = \frac{\pi d_{BX}^4}{64}, \quad (3.6)$$

где  $d_{CH}$  – наружный диаметр сепаратора,  $d_{CB}$  – внутренний диаметр сепаратора,  $d_{BX}$  – диаметр входного вала волнообразователя.

Для определения величины смещения малой оси симметрии тел качения ВПТК на угол  $\beta$  примем допущение, что величина распределения нагрузки в одном ряду является постоянной величиной, т.е. угол  $\beta$  в  $i$ -том ряду тел качений определяется по формуле:

$$\beta(x_i) = \frac{w(x)l_i}{C_{ВПТК_i}}, \quad (3.7)$$

где  $l_i$  – ширина  $i$ -го ряда тел качения,  $C_{ВПТК_i}$  – крутильная жесткость ВПТК, приведенная к сепаратору в одном ряду тел качений.

Для определения угла  $\beta$  рассмотрена схема упругой деформации ВПТК, показанная на рисунке 3.4. На рисунке 3.4 обозначены:  $\lambda_i$  – угол давления на  $i$ -ое тело качения,  $\alpha_i$  – угол давления  $i$ -го тела качения на профиль жесткого колеса,  $e$  – эксцентриситет,  $C^{ТК-С}$ ,  $C^{ТК-Ж}$  и  $C^{ТК-В}$ , – контактные жесткости между телом качения и сепаратором, жестким колесом и волнообразователем, соответственно,

$\delta_i^{\text{TK-B}}$  – деформация в точке контакта тела качения и сепаратора,  $r_c$  – радиус сепаратора,  $M_c$  – момент нагрузки, приложенный к сепаратору.

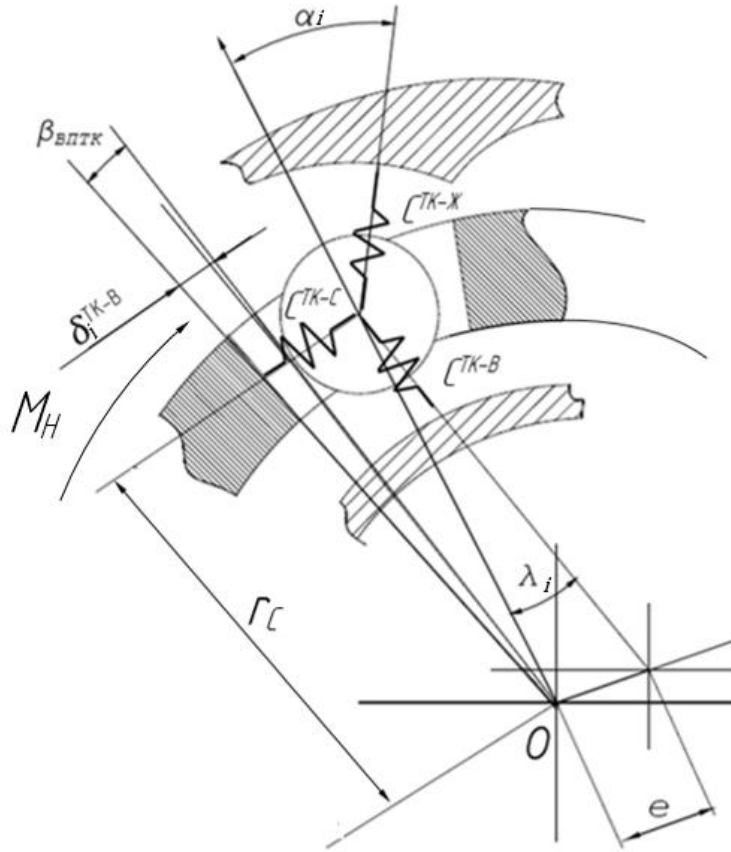


Рисунок 3.4. Схема определения упругой деформации сепаратора в  $i$ -ом ряду ВПТК

В главе 2 приведены зависимости для расчёта упругой деформации звеньев ВПТК, согласно которой крутильная жесткость  $C_{\text{ВПТК}}$  при нагружаемом сепараторе определяется по формуле:

$$C_{\text{ВПТК}} = \sum_{i=1}^{z_M} \frac{w(x)l_i}{\frac{\delta_i^{\text{TK-B}}}{r_{ci}}} = \sum_{i=1}^{z_M} \widetilde{C^{\text{TK-C}}} r_{ci}^2, \quad (3.8)$$

где  $\widetilde{C^{\text{TK-C}}}$  – суммарная жёсткость приведенная к точке контакта тела качения и сепаратора, где «волнистая линия» обозначает приведение контактных жесткостей к одной точке контакта,  $z_M$  – число тел качений, передающих нагрузку в одном



ряжу тел качений.

Величина  $\widetilde{C}^{\text{TK-C}}$  определяется по формуле:

$$\begin{aligned} \widetilde{C}^{\text{TK-C}} &= \\ &= \frac{C^{\text{TK-C}} \left( C^{\text{TK-B}} (\sin(\alpha_i) - \cos(\alpha_i) \operatorname{tg}(\lambda_i))^2 + C^{\text{TK-B}} (\sin(\alpha_i) - \cos(\alpha_i) \operatorname{tg}(\lambda_i))^2 \right)}{C^{\text{TK-C}} + C^{\text{TK-B}} (\sin(\alpha_i) - \cos(\alpha_i) \operatorname{tg}(\lambda_i))^2 + C^{\text{TK-B}} (\sin(\alpha_i) - \cos(\alpha_i) \operatorname{tg}(\lambda_i))^2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

В результате подстановки выражений (3.3, 3.4, 3.7) в уравнение совместности деформаций (3.2), последнее будет иметь вид:

$$\left[ \frac{1}{qJ_{p_B} G} + \frac{1}{J_{p_C} G} \right] \iint_0^{x_n} w(x) dx = \frac{l_i}{C_{\text{ВПТК}}} [w(x_n) - w(x_0)] \quad (3.10)$$

Перепишем уравнение (3.10) в виде:

$$w''(x) - \Upsilon \cdot w(x) = 0, \quad (3.11)$$

где  $\Upsilon$  – коэффициент дифференциального уравнения, определяющий отношение изменения угла скручивания сепаратора относительно входного вала к изменению угла смещения малой центральной оси ВПТК на участке длины  $l_i$ .

$$\Upsilon = \frac{\left[ \frac{1}{qJ_{p_B} G} + \frac{1}{J_{p_C} G} \right]}{\frac{l_i}{C_{\text{ВПТК}_i}}}$$

Решением дифференциального уравнения (3.11) является функция распределения нагрузки вдоль оси ВПТК.

Для решения дифференциального уравнения (3.11) определены граничные условия. Так как  $\int_0^x w(x) dx = M_H(x)$ , т.е. суммарная нагрузка воспринимаемая рядами тел качений равна нагрузке приложенной к выходному звену, запишем:

1. При  $x = 0$ :  $M_H(0) = 0$ ,  $w'(0) = 0$ ;
2. При  $x = x_n$ :  $M_H(x_n) = M_C$ ,  $w'(0) = -\Upsilon M_H$ .

Решение уравнения (3.11) имеет вид:

$$w(x) = \frac{M_H \gamma}{\sinh(\gamma(x_n - x_0))} \cosh(\gamma x), \quad (3.12)$$

Из уравнения (3.12) видно, что момент нагрузки  $M_H$  не влияет на форму функции  $w(x)$ , а, следовательно, и на коэффициент неравномерности распределения нагрузки  $k_H$ .

Для схемы с симметрично закреплённым сепаратором и нагружаемым жестким колесом уравнения (3.2-3.11) имеют аналогичный вид. Отличие заключается в том, что вместо параметра  $x_n$ , соответствующего осевой координате  $n$ -ого ряда относительно первого, используется параметр  $x_n/2$ , соответствующий осевой координате среднего ряда относительно первого ряда.

Таким образом, уравнение совместности деформаций для схемы с симметрично закреплённым сепаратором и нагружаемым жестким колесом окончательно принимает вид:

$$w(x) = \frac{\frac{M_H}{2} \gamma}{\sinh\left(\gamma\left(\frac{x_n}{2} - x_0\right)\right)} \cosh(\gamma x), \quad (3.13)$$

Рассмотрим влияние конструктивных параметров ВПТК передаточного числа  $q$  и числа рядов  $n$  на коэффициент неравномерности распределения нагрузки.

На рисунке 3.5. представлены графики функции  $w(x)/M_C$  при различных передаточных числах ВПТК  $q$  и зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки вдоль осевой линии ВПТК по рядам тел качения  $k_H$  от передаточного числа ВПТК  $q$ .

Исходные данные для примера расчета: Момент нагрузки  $M_C = 100$  Н·м; число рядов  $n=4$ ; тела качения – ролики; отношение длины тела качения к диаметру  $l_i/d_{TK} = 1$ ; геометрические размеры деталей ВПТК определены по методике [3].

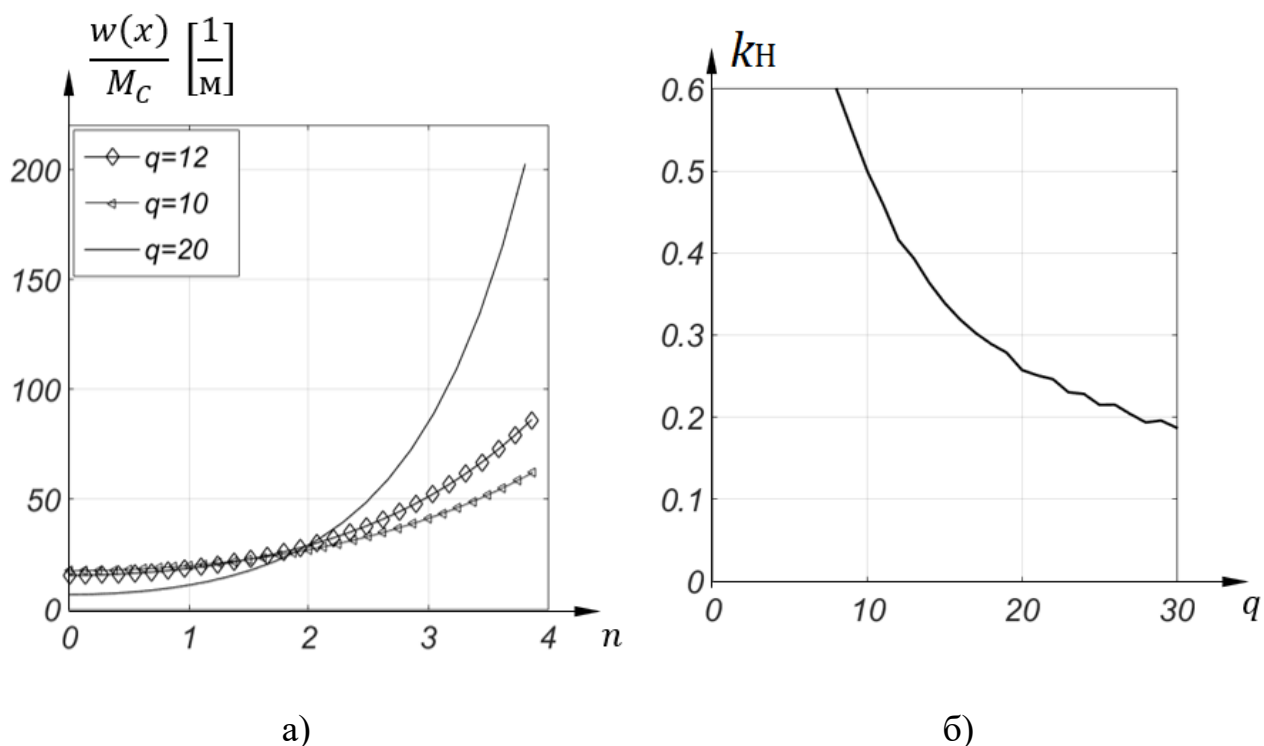


Рисунок 3.5. Графики зависимостей  
 а) Зависимости  $w(x)/M_C(q)$ , б) Зависимость  $k_H(q)$

Из рисунка 3.5 следует, что увеличение передаточного числа ВПТК приводит к увеличению неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качения и уменьшению коэффициента неравномерности распределения нагрузки  $k_H$ , соответственно. Это явление обуславливается тем, что при увеличении передаточного числа  $q$  увеличивается число тел качений  $z_M$ , передающих нагрузку, что приводит к увеличению диаметра сепаратора. При этом диаметр тел качения  $d_{ТК}$  с ростом  $q$  уменьшается, что приводит к уменьшению ширины сепаратора. Таким образом, увеличение передаточного числа  $q$  приводит к уменьшению крутильной жесткости сепаратора, ведущего к увеличению величины его скручивания при одинаковом моменте нагрузки и, как следствие, к увеличению неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качения вдоль его длины.

На рисунке 3.6. представлены графики функции  $w(x)/M_C$  при одинаковом передаточном числе  $q$  ВПТК и зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки  $k_H$  вдоль осевой линии ВПТК по рядам

тел качений от числа рядов качений  $n$ . Исходные данные для примера расчета: Момент нагрузки  $M_C = 100$  Н·м; передаточное число ВПТК  $q=12$ ; тела качения – ролики; отношение длины тела качения к диаметру  $l_i/d_{TK} = 1$ ; геометрические размеры деталей ВПТК определены по методике [3].

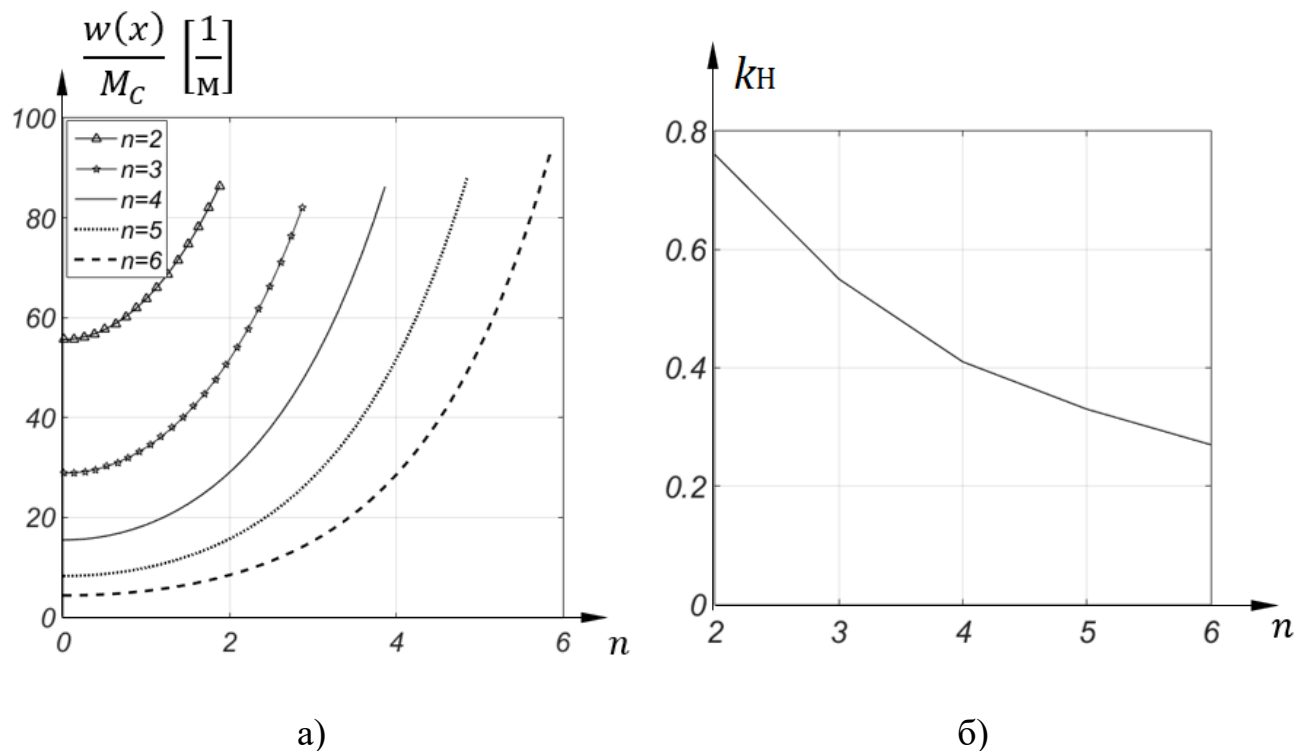


Рисунок 3.6. Графики зависимостей

а) Зависимости  $w(x)/M_C(n)$ , б) Зависимость  $k_H(n)$

Из рисунка 3.6. следует, что увеличение рядов тел качения приводит к увеличению коэффициента неравномерности распределения нагрузки. При числе рядов  $n > 4$  наиболее нагруженный ряд тел качений воспринимает нагрузку более чем два раза превышающую среднюю в механизме, что свидетельствует о нецелесообразности использования числа рядов  $n > 4$ .

На рисунке 3.7 представлены графики функции  $w(x)/M_C$  при различных моментах нагрузки  $M_C$  и зависимость коэффициента неравномерности распределения  $k_H$  нагрузки вдоль осевой линии ВПТК по рядам тел качения от момента нагрузки  $M_C$ . Исходные данные для расчета: передаточное число ВПТК  $q=12$ ; число рядов  $n=4$ ; тела качения – ролики; отношение длины тела качения к

диаметру  $l_i/d_{TK} = 1$ ; геометрические размеры деталей ВПТК определены по методике [3].

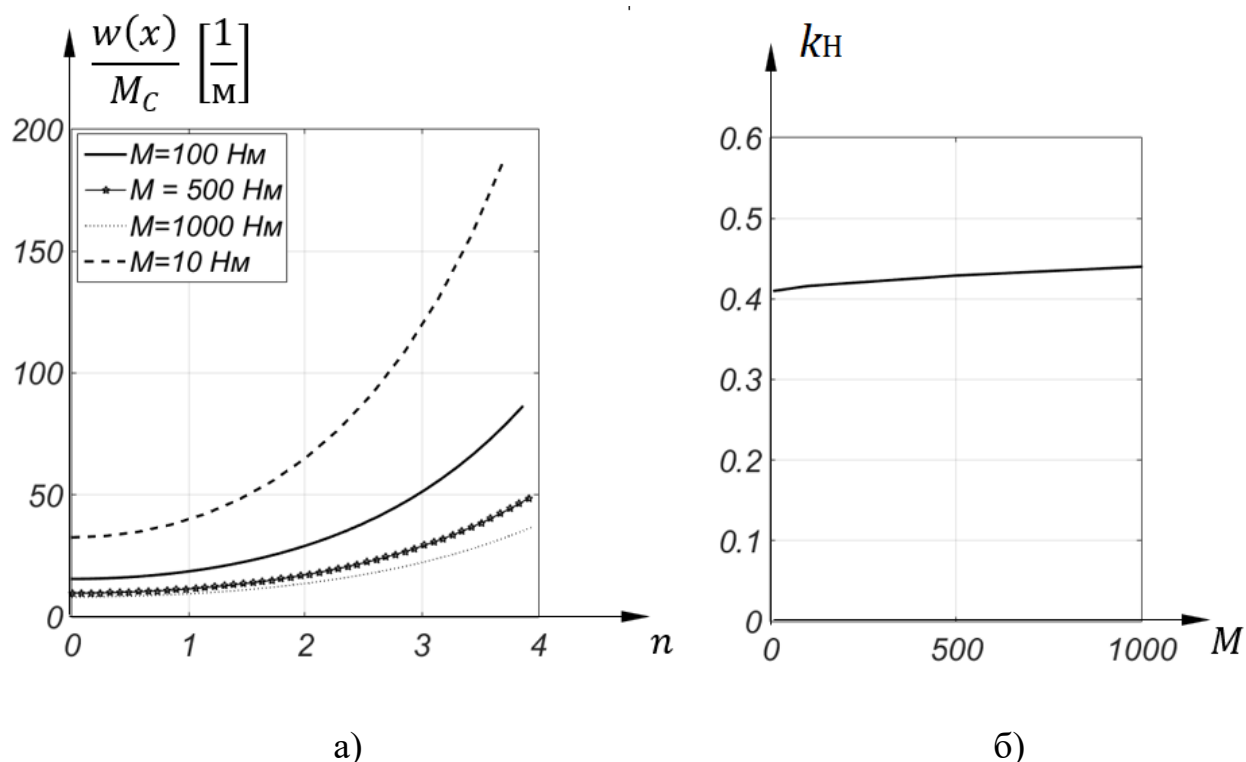


Рисунок 3.7. Графики зависимостей

а) Зависимости  $w(x)/M_C(M)$ , б) Зависимость  $k_H(M)$

Из рисунка 3.7.б. следует, что момент нагрузки практически не влияет на величину коэффициента неравномерности распределения нагрузки вдоль осевой линии ВПТК.

На основании рассмотренных зависимостей можно сделать вывод, что при проектировании ВПТК необходимо учитывать изменения коэффициента  $\lambda$  в зависимости от числа рядов  $n$  и передаточного числа  $q$ .

В таблице 3.1. представлены расчетные коэффициенты  $k_H$  для числа рядов  $n=2..4$  и передаточных чисел  $q = 10..30$  для двух схем ВПТК. Сравнение значений коэффициентов  $k_H$ , приведенных в таблице позволяет сделать вывод о более равномерном распределении нагрузки между рядами тел качений в ВПТК с выходным жестким колесом и симметрично закреплённым сепаратором.

Таблица 3.1. Таблица коэффициентов неравномерности

	Схема с консольно нагруженным сепаратором (схема с выходным сепаратором и схема с выходным жестким колесом и консольно закреплённым сепаратором)			Схема с симметрично нагруженным сепаратором (схема с выходным жестким колесом и симметрично закреплённым сепаратором)		
	n=2	n=3	n=4	n=2	n=3	n=4
q=10	0,88	0,70	0,54	1	0,95	0,88
q=11	0,84	0,65	0,49	1	0,93	0,84
q=12	0,81	0,60	0,45	1	0,91	0,81
q=13	0,77	0,56	0,41	1	0,90	0,77
q=14	0,75	0,52	0,38	1	0,88	0,75
q=15	0,71	0,48	0,35	1	0,86	0,71
q=16	0,68	0,46	0,33	1	0,84	0,68
q=17	0,65	0,44	0,31	1	0,81	0,65
q=18	0,62	0,41	0,29	1	0,79	0,62
q=19	0,60	0,38	0,28	1	0,78	0,60
q=20	0,58	0,37	0,26	1	0,74	0,58
q=21	0,56	0,35	0,25	1	0,73	0,56
q=22	0,54	0,34	0,24	1	0,70	0,54
q=23	0,51	0,32	0,23	1	0,70	0,51
q=24	0,50	0,30	0,22	1	0,67	0,50
q=25	0,47	0,29	0,21	1	0,67	0,47
q=26	0,46	0,28	0,20	1	0,64	0,46
q=27	0,44	0,28	0,19	1	0,61	0,44
q=28	0,44	0,26	0,19	1	0,61	0,44
q=29	0,41	0,25	0,18	1	0,59	0,41
q=30	0,41	0,25	0,17	1	0,59	0,41

Для количественного определения неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качений численным методом были разработаны 3D – модели ВПТК с конструктивными параметрами, приведенными в таблице 3.2. и проведен конечно-элементный анализ контактных напряжений, возникающих на жестком колесе в местах контакта с телами качения в различных рядах тел качений для различных схем ВПТК и с использованием программы COSMOS Solidworks.

Таблица 3.2. Таблица параметров ВПТК

Параметр	Номер схемы	
	1	2
Диаметр тел качений (роликов), мм	5	5
Число тел качений в одно ряду	12	12
Число рядов тел качений	2	4
Материал деталей ВПТК	Сталь ШХ15	Сталь ШХ15
Момент нагрузки, Н·м	30	30

На рисунке 3.8. представлены 3D-модели ВПТК, разработанные для численного моделирования.

На рисунке 3.9 представлена эпюра контактных напряжений на жестком колесе двухрядной ВПТК с выходным сепаратором по схеме 1, вызванных приложением момента нагрузки к выходному звену ВПТК при неподвижном входном звене.

Величины контактных напряжений  $\sigma$  по эпюре, показанной на рисунке 3.9. обработаны и нанесены на график, изображенный на рисунке 3.10, показывающий величину контактного напряжения в месте контакта тела качения с жестким колесом в зависимости от углового положения тела качения.

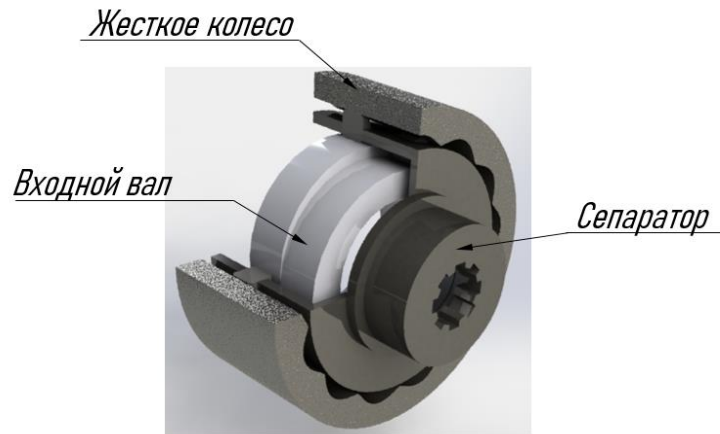


Рисунок.3.8. 3D-модели ВПТК а) по схеме 1, б) по схеме 2

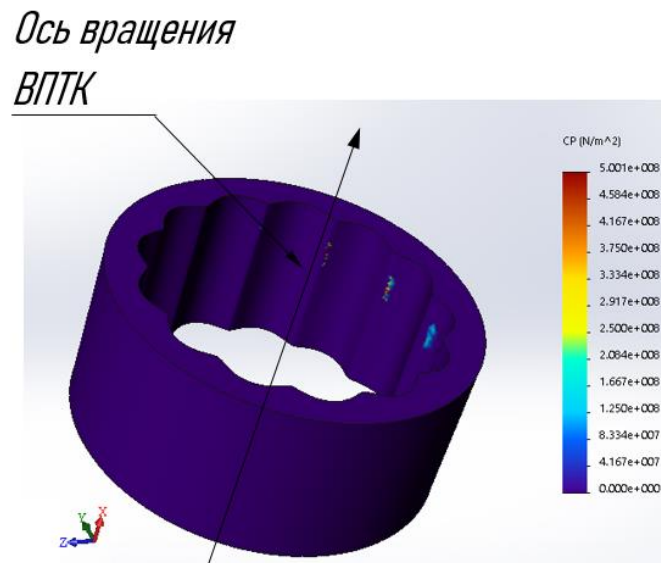


Рисунок 3.9. Эпюра контактных напряжений на жестком колесе ВПТК по схеме 1 с выходным сепаратором



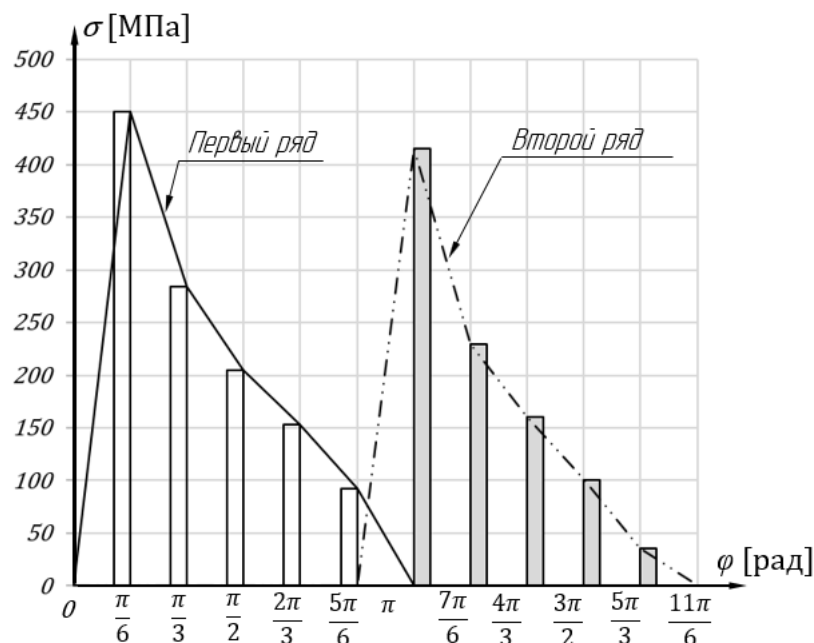


Рисунок 3.10. Распределение контактных напряжений между телами качения и жестким колесом в ВПТК по схеме 1 с выходным сепаратором

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в первом ряду тел качений:  $\sigma_{\text{CP}}^I = 250,8$  МПа.

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом во втором ряду тел качений:  $\sigma_{\text{CP}}^{II} = 178,4$  МПа

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в ВПТК:  $\sigma_{\text{CP}} = 214,6$  МПа

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качений определим по формуле (3.1.):

$$k_H = \frac{\sigma_{\text{CP}}}{\sigma_{\text{CP}}^I} = \frac{214,6}{250,8} = 0,85$$

Аналогичные исследования были проведены для ВПТК по схеме 1 с выходным жестким колесом и ВПТК по схеме 2 с выходным сепаратором и жестким колесом.

На рисунке 3.11 представлен график показывающий величину контактного напряжения в месте контакта тела качения с жестким колесом в зависимости от

углового положения тела качения для ВПТК по схеме 1 выходным жестким колесом и симметрично закрепленным сепаратором.

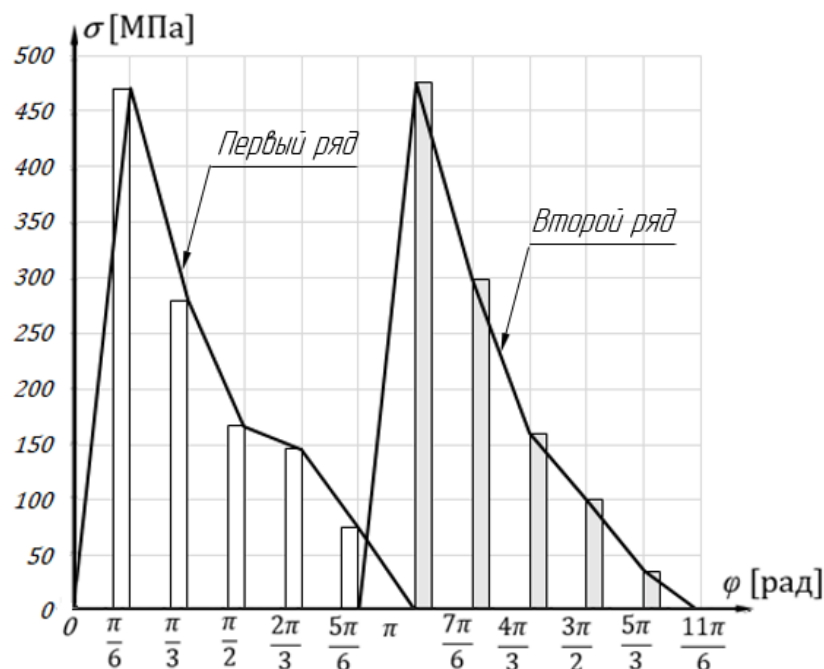


Рисунок 3.11 Распределение контактных напряжений между телами качения и жестким колесом по схеме 1 с выходным жестким колесом

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в первом ряду тел качений:  $\sigma_{\text{СР}}^I = 227,6$  МПа.

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом во втором ряду тел качений:  $\sigma_{\text{СР}}^{II} = 214$  МПа

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в ВПТК:  $\sigma_{\text{СР}} = 220,8$  МПа

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качений определим по формуле (3.1):

$$k_H = \frac{\sigma_{\text{СР}}}{\sigma_{\text{СР}}^I} = \frac{220,8}{227,6} = 0,97$$

На рисунке 3.12 представлен график показывающий величину контактного напряжения в месте контакта тела качения с жестким колесом в зависимости от углового положения тела качения для ВПТК по схеме 2 выходным сепаратором.

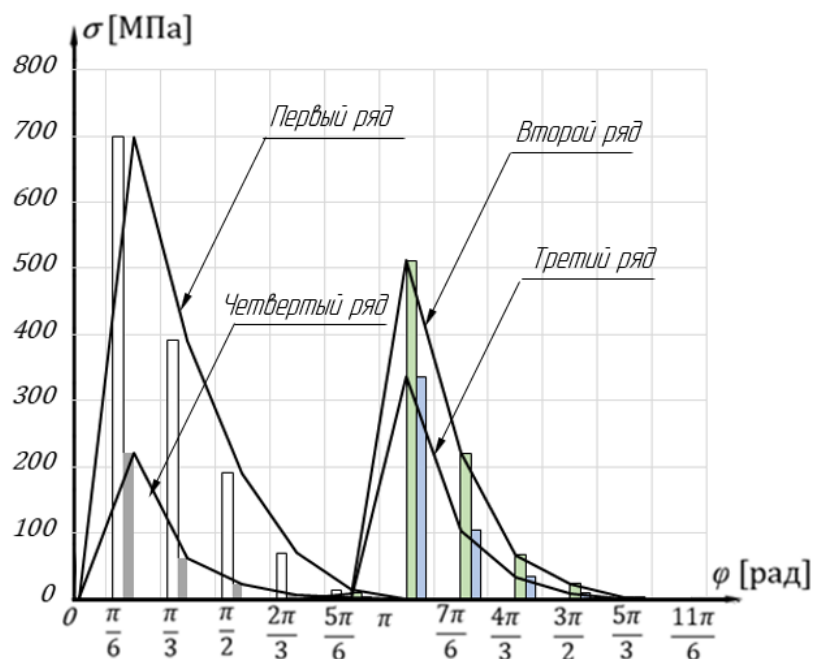


Рисунок 3.12. Распределение контактных напряжений между телами качения и жестким колесом в ВПТК по схеме 2 с выходным сепаратором

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в первом ряду тел качений:  $\sigma_{\text{CP}}^I = 272,4$  МПа.

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом во втором ряду тел качений:  $\sigma_{\text{CP}}^{II} = 138,5$  МПа

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в третьем ряду тел качений:  $\sigma_{\text{CP}}^{III} = 80,5$  МПа

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в четвертом ряду тел качений:  $\sigma_{\text{CP}}^{IV} = 52$  МПа

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в ВПТК:  $\sigma_{\text{CP}} = 135,8$  МПа

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качений определим по формуле (3):

$$k_H = \frac{\sigma_{\text{CP}}}{\sigma_{\text{CP}}^I} = \frac{135,8}{272,4} = 0,49$$

На рисунке 3.13 представлен график показывающий величину контактного напряжения в месте контакта тела качения с жестким колесом в зависимости от углового положения тела качения для ВПТК по схеме 2 выходным жестким колесом.

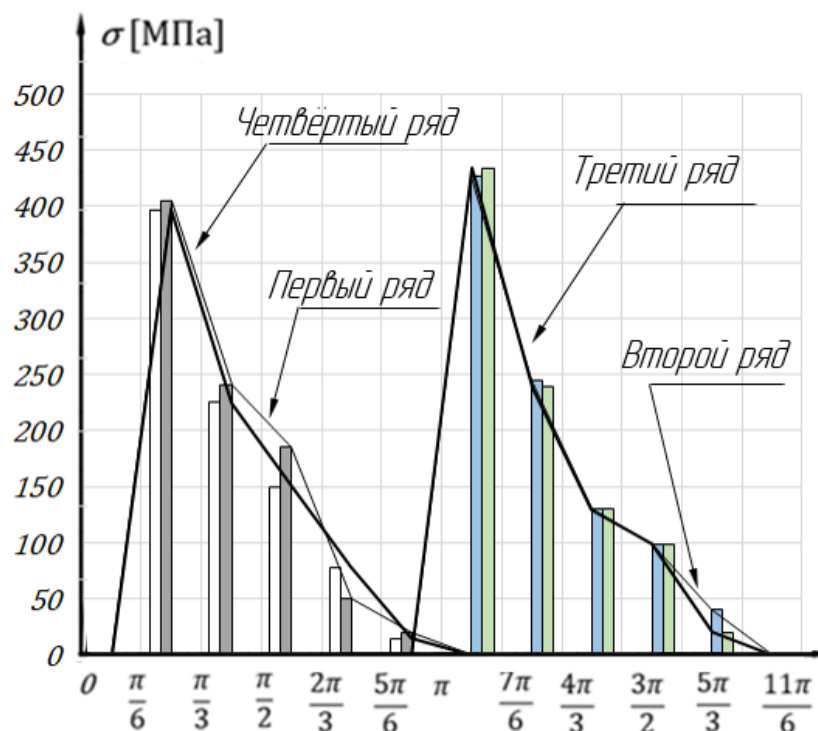


Рисунок 3.13. Распределение контактных напряжений между телами качения и жестким колесом в ВПТК по схеме 2 с выходным жестким колесом

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в первом ряду тел качений:  $\sigma_{\text{СР}}^I = 173,4$  МПа.

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом во втором ряду тел качений:  $\sigma_{\text{СР}}^{II} = 186,4$  МПа

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в третьем ряду тел качений:  $\sigma_{\text{СР}}^{III} = 192,6$  МПа

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в четвертом ряду тел качений:  $\sigma_{\text{СР}}^{IV} = 151$  МПа

Среднее значение контактного напряжения между телами качения и жестким колесом в ВПТК:  $\sigma_{\text{СР}} = 175,1$  МПа

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качений определим по формуле (3):

$$k_H = \frac{\sigma_{CP}}{\sigma_{CP}^I} = \frac{175,1}{192,6} = 0,9$$

Сравнение результатов аналитического расчета и численного моделирования с помощью средней величиной отклонения  $\Delta$  по  $k_H$ , посчитанным аналитически и приведенным в таблице 3.1. от  $k_H$ , определенных с помощью обработки результатов численного моделирования, показывает что:

$$\Delta = \frac{\left| \frac{0.85 - 0.81}{0.85} \right| + \left| \frac{0.97 - 1}{0.97} \right| + \left| \frac{0.49 - 0.45}{0.49} \right| + \left| \frac{0.9 - 0.81}{0.9} \right|}{4} \cdot 100\% = 6,25\%$$

Отклонение  $\Delta$  составляет 6,25%, что свидетельствует о корректности аналитического расчета и возможности применения таблицы 3.1. для расчетов при проектировании механизмов на основе ВПТК.

### **3.2. Уточнение аналитических зависимостей для геометрического, силового и прочностного расчета волновой передачи с телами качения с учетом неравномерности распределения нагрузки в механизме**

Методика расчета конструктивных параметров ВПТК заключается в выражении всех конструктивных параметров через диаметр тел качения  $d_{TK}$  [3]. Кроме того, в методике [3] формула для расчёта  $d_{TK}$  не учитывает неравномерность распределения нагрузки между рядами и между телами качения в одном ряду.

При этом в методике, [3] используется значение коэффициента  $k_M$ , который определяется допустимым напряжением на срез перемычек сепаратора для сталей типа 40X13 [ $\tau$ ]=157 МПа по формуле (3.14):

$$k_M = \frac{33,8 \cdot 10^3}{[\tau]} \quad (3.14)$$

Однако, это значение соответствует закаленной стали типа 40X13 и не соответствует многим другим конструкционным сталям. В связи с этим корректно

выбирать коэффициент  $k_M$  в зависимости от типа марки стали, закладываемой конструктором в качестве материала для сепаратора. В таблице 3.3 приведены значения  $k_M$  для основных конструкционных сталей, использующихся при конструировании и изготовлении деталей механических передач.

Таблица 3.3 – Таблица коэффициентов  $k_M$

Марка стали	Допустимое напряжение [τ]	Коэффициент $k_M$
20Х13 Т	95 МПа	355
40Х13 Т	150 МПа	225
12ХН3А цианированная	125 МПа	270
30ХГСА Т	120 МПа	281
95Х18	200 МПа	159
ШХ15	230 МПа	146

С учетом коэффициента неравномерности распределения нагрузки  $k_H$  по рядам ВПТК, определенного в разделе 3.1, коэффициент неравномерности передачи усилия  $k_N$ , определенного в разделе 1.2. и уточненного коэффициента  $k_M$ , формула для расчета диаметра ВПТК примет вид:

$$d_{\text{ТК}} = \sqrt[3]{\frac{k_M M \sin\left(\frac{\pi}{q-1}\right)}{k_N k k_H n (q-1)}} \quad (3.15)$$

где  $M$  – момент нагрузки,  $k$  – коэффициент ( $k=1$  для шариков,  $k=2$  для роликов).

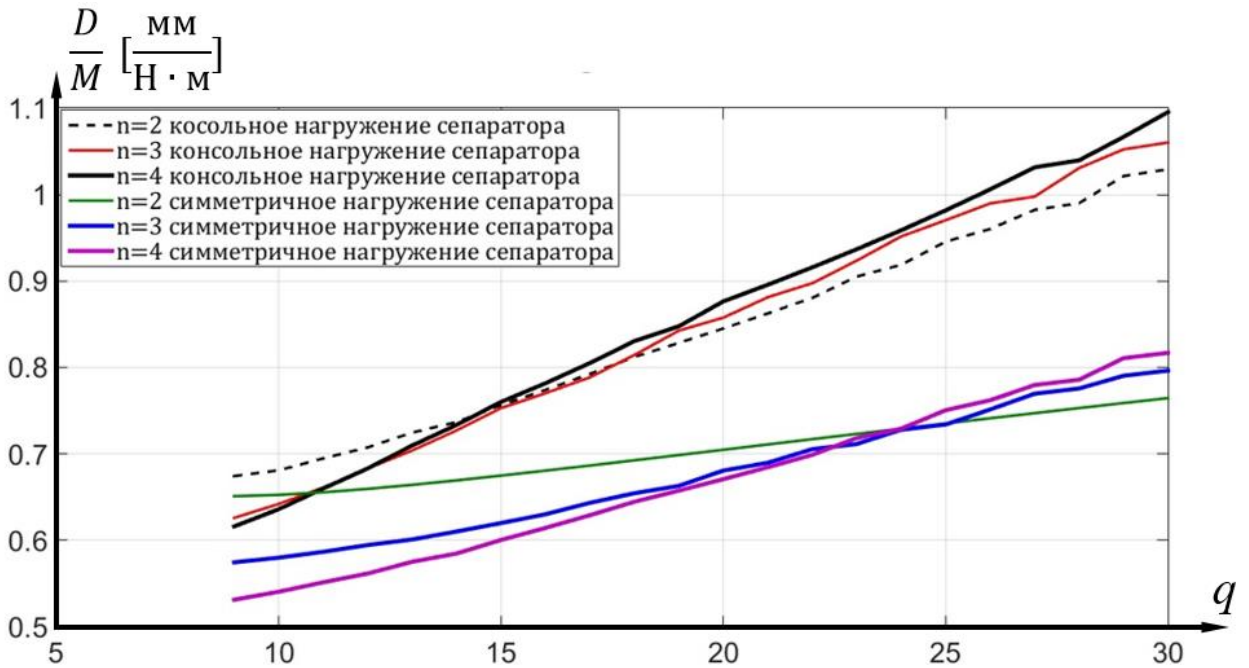
В результате выражения, определяющее диаметр  $D$ , объем  $W$  и длину  $L$  ВПТК, известные из работы [3], с учетом введения данных коэффициентов примут вид:

$$D = \left( \frac{2,06}{\sin\left(\frac{\pi}{q}\right)} + 1,8 \right) \cdot \sqrt[3]{\frac{k_M M \sin\left(\frac{\pi}{q-1}\right)}{k_N k k_H n (q-1)}} \quad (3.16)$$

$$L = (1,2n + 1,8) \cdot \sqrt[3]{\frac{k_M M \sin\left(\frac{\pi}{q-1}\right)}{k_N k k_H n (q-1)}} \quad (3.17)$$

$$W = \frac{\pi}{4} \left( \frac{2,06}{\sin\left(\frac{\pi}{q}\right)} + 1,8 \right)^2 \cdot (1,2n + 1,8) \cdot \frac{k_M M \sin\left(\frac{\pi}{q-1}\right)}{k_N k k_H n (q-1)} \quad (3.18)$$

На рисунке 3.14 представлены зависимости  $D/M$ ;  $L/M$ ;  $W/M$  от передаточного при числе рядов тел качения 2, 3, 4.



а)  $D/M=f(q)$

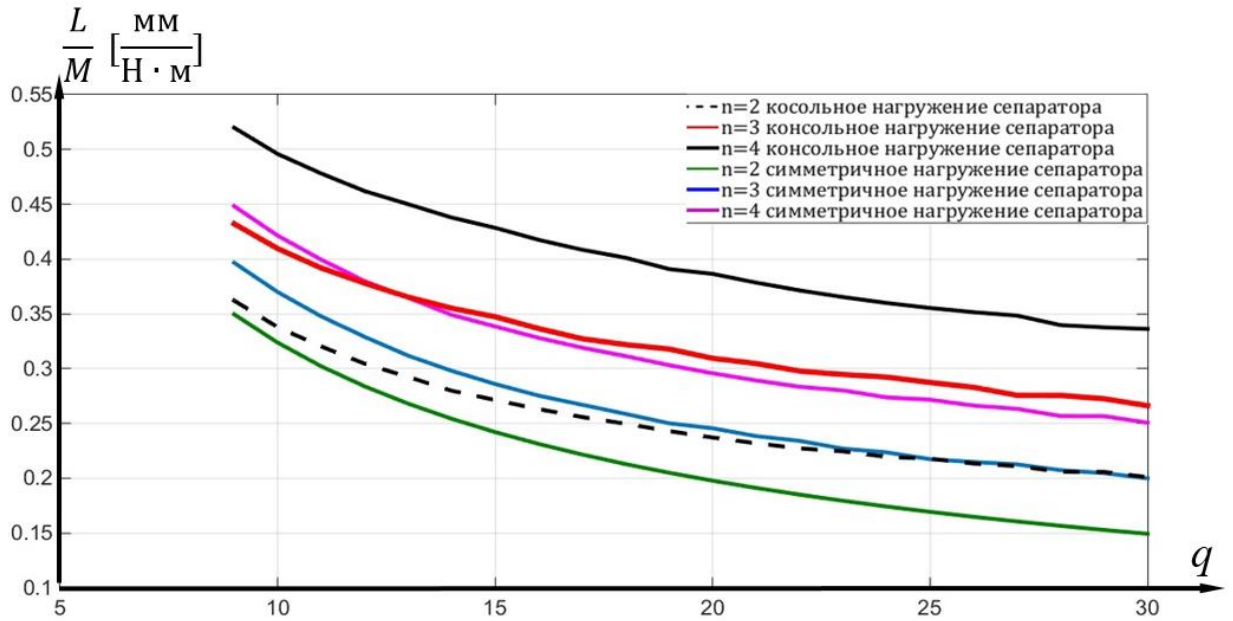
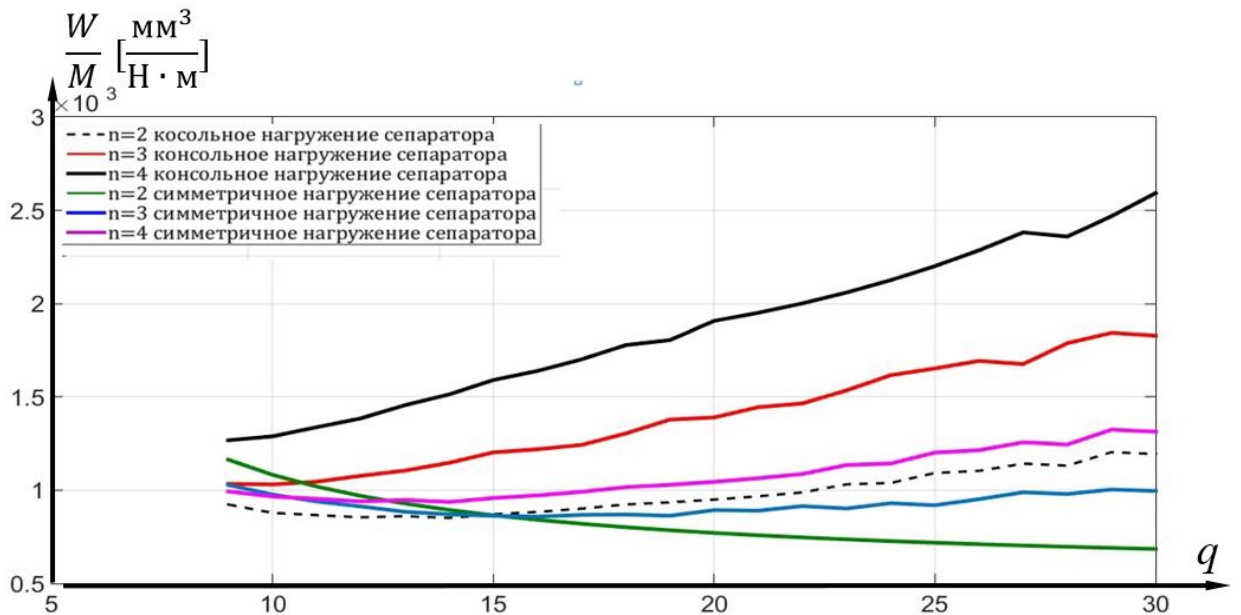
б)  $L/M=f(q)$ в)  $W/M=f(q)$ 

Рисунок 3.14. Зависимости геометрических размеров ВПТК от передаточного числа а) зависимость  $D/M$ , б) зависимость  $L/M$ , в) зависимость  $W/M$

Из анализа рисунков 3.14 следует, что схемы ВПТК с симметрично нагруженным сепаратором обладают меньшими диаметром, длиной и объемом по сравнению со схемами с консольно нагруженным сепаратором, а увеличение числа рядов не приводит к уменьшению объема механизма. При этом схема двухрядной



ВПТК с симметрично нагруженным сепаратором позволяет обеспечить наименьший объем механизма по сравнению с другими схемами при передаточных числах  $q > 15$ .

Формулы для определения величины крутильной жесткости ВПТК в режимах редуктора и мультипликатора, представленные в главе 2 с учетом неравномерности распределения нагрузки по рядам тел качения примут вид:

$$C_{\text{ВПТК}}^M = \sum_{j=1}^n \frac{w(x)_{\text{cp}}}{w(x)_j} \sum_{i=1}^{Z_M} C^{\text{TK-Ж}}_{\Sigma_i} r_i^2 \cdot \sin(\xi_1)^2, \quad (3.19)$$

$$C_{\text{ВПТК}}^P = \sum_{j=1}^n \frac{w(x)_{\text{cp}}}{w(x)_j} \sum_{i=1}^{Z_M} C^{\text{TK-B}}_{\Sigma_i} \cdot e^2 \cdot \sin(\pi - (\lambda_i + \varphi_i))^2. \quad (3.20)$$

Формулы 3.19 и 3.20, показывают, что вклад каждого ряда тел качения в суммарную крутильную жесткости пропорционален крутящему моменту, воспринимаемому каждым рядом тел качения.

### 3.3. Определение суммарного радиального усилия и виброускорения конструкции волновой передачи с телами качения

В многорядных ВПТК суммарные вектора усилий, формируемые в отдельно взятых рядах тел качения, отличаются друг от друга в силу наличия неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качения.

В случае равномерного распределения нагрузки по рядам тел качения, характерного для двухрядной ВПТК с симметрично закрепленным сепаратором, радиальные силы  $F_N$ , создаваемые каждым рядом тел качения, уравновешивают друг друга.

В случае, когда присутствует неравномерность распределения нагрузки по рядам тел качения радиальные силы  $F_N$  лишь частично уравновешивают друг друга, а их сумма в виде суммарного радиального усилия  $R_{\Sigma}$ , воздействует на корпус ИМ.

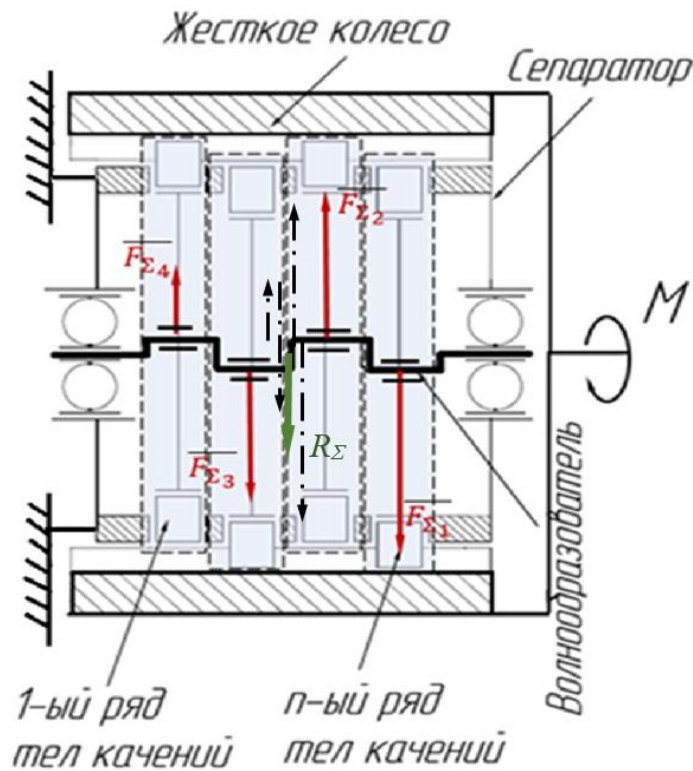
Появление суммарного радиального усилия  $R_{\Sigma}$  в виде вращающегося относительно оси ВПТК вектора силы со скоростью вращения выходного вала

ВПТК приводит к повышению виброактивности конструкции ИМ и уменьшению ресурса его элементов за счет возникновения циклических нагрузок.

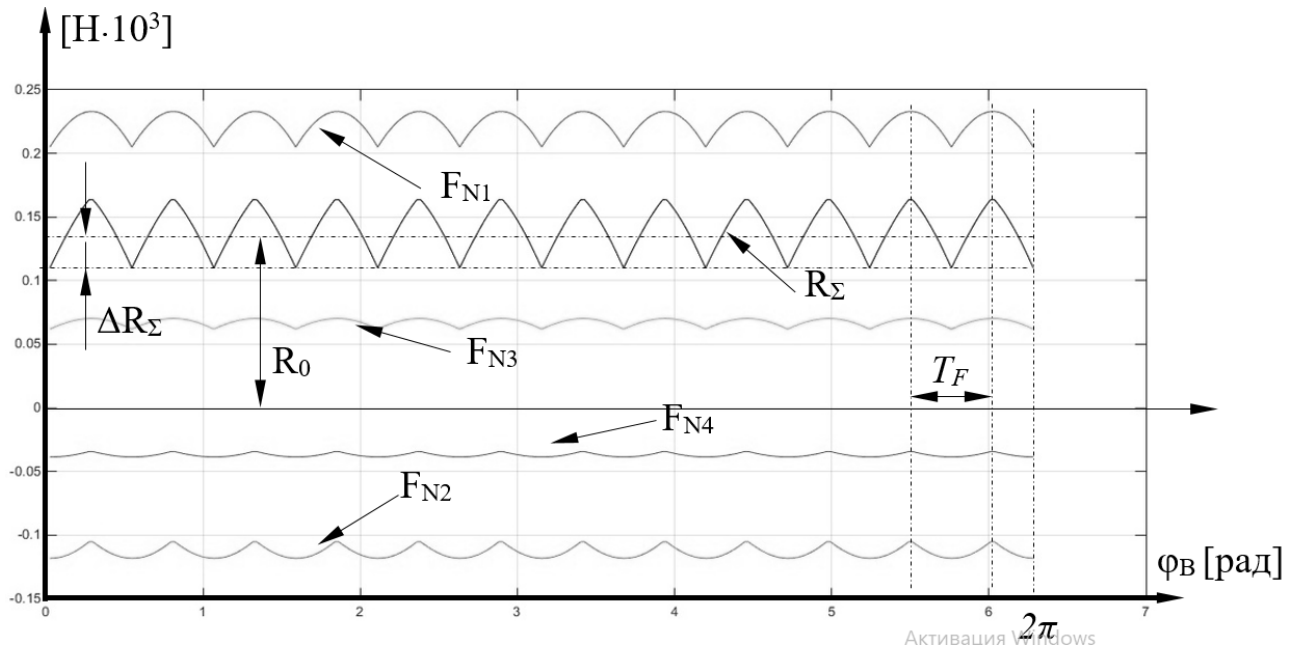
Величина суммарного радиального усилия  $R_{\Sigma}$  определяется по формуле:

$$R_{\Sigma} = \sum_{j=1}^n F_{\Sigma j} \cos(\gamma_j) \quad (3.21)$$

На рисунке 3.15. представлена схема формирования суммарного радиального усилия  $R_{\Sigma}$  и график его изменения за один оборот волнообразователя в схеме четырехрядной ВПТК с консольно закреплённым сепаратором со следующими параметрами:  $z=12$ ,  $n=2$ ,  $r_B=18,5$  мм,  $r_{TK}=2$  мм,  $e=1$  мм,  $M_B=1$  Н·м.



а)



б) график изменения радиальных сил за один оборот волнообразователя

Рисунок 3.15. Результат исследования изменения радиальных сил

а) схема формирования суммарного радиального усилия, б) график изменения радиальных сил за один оборот волнообразователя

Из анализа рисунка 3.15 видно, что суммарное радиальное усилие имеет периодически высокочастотную составляющую с частотой  $\omega = \Omega_{\text{ВХ}} \cdot z_{\text{ТК}}$ , где  $\Omega_{\text{ВХ}}$  – скорость входного вала [Гц], и амплитудой  $\Delta R_{\Sigma}$  [Н], зависящей от конструктивных параметров ВПТК, и постоянную составляющую  $R_0$  [Н].

На рисунке 3.16 показана конструкция ВПТК в неподвижной системе координат  $OXYZ$ , у которой ось  $Z$  совпадает осями вращения звеньев ВПТК. Из анализа рисунка 3.16 видно, что вектор суммарного радиального усилия  $R_{\Sigma}$ , вращающийся относительно оси  $Z$  в плоскости  $OXY$  создает возмущающие воздействие на конструкцию ИМ в виде сил  $R_x$  и  $R_y$  меняющихся по законам:

$$R_x = (R_0 + \Delta R_{\Sigma} \sin(\Omega_{\text{ВХ}} z_{\text{ТК}} t)) \sin(\Omega_{\text{ВЫХ}} t), \quad (3.22)$$

$$R_y = (R_0 + \Delta R_{\Sigma} \sin(\Omega_{\text{ВХ}} z_{\text{ТК}} t)) \cos(\Omega_{\text{ВЫХ}} t). \quad (3.23)$$

Возмущающие воздействия  $R_x$  и  $R_y$  передаются на конструкцию ИМ через точки крепления ВПТК и могут вызывать вибрации ИМ. Частота вибраций

определяется скоростью вращения входного вала ВПТК  $\Omega_{ВХ}$  и числом тел качения  $Z_{ТК}$ , а амплитуда виброускорений определяется величиной возмущающих сил и жесткостью корпусных деталей, приведенной к точкам крепления.

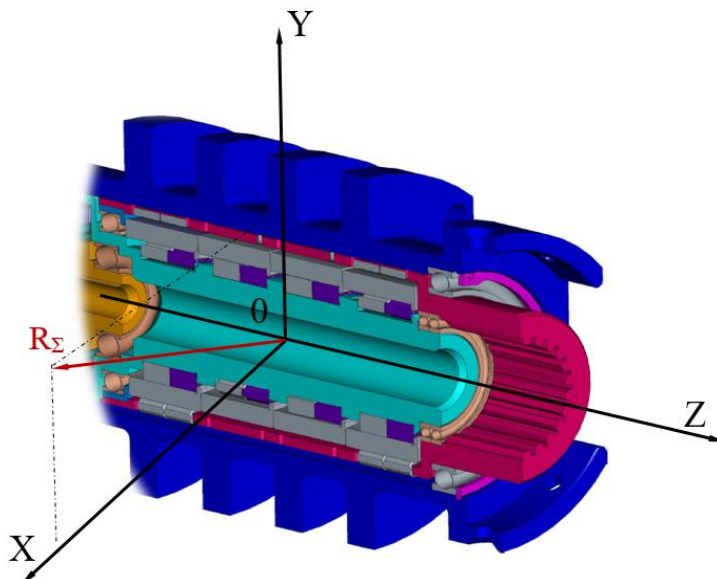


Рисунок 3.16. Конструкция ВПТК в неподвижной системе координат  $0XYZ$

Для рассматриваемого примера, если точки крепления лежат в плоскости  $0XZ$ , то виброускорения  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  по осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  соответственно, будут определяться зависимостями:

$$a_x = \frac{R_x - C_x x}{m}, \quad (3.22)$$

$$a_y = \frac{R_y - C_y y}{m}, \quad (3.23)$$

$$a_z = 0, \quad (3.23)$$

где:  $C_x$ ,  $C_y$  – жесткости растяжения/сжатия корпусных деталей приведенные к точкам крепления ВПТК и направленные вдоль осей  $X$  и  $Y$ , соответственно,  $x, y$  – перемещения ВПТК относительно крепёжных точек за счет упругих деформаций, приведенных к точкам крепления вдоль осей  $X$  и  $Y$ , соответственно,  $m$  – масса ВПТК.

Представленные зависимости (3.22, 3.23) позволяют определить величины

возмущающих воздействий, создаваемых ВПТК и действующих на конструкцию ИМ. А для численной оценки величины виброускорений конструкции, требуется решение самостоятельной задачи вибрографирования ИМ или расчета величины виброускорений конструкции ИМ с использованием конечно-элементного анализа.

### **3.4. Выводы к главе 3**

- Теоретически обосновано и экспериментально подтверждено наличие неравномерности распределения нагрузки между рядами тел качения в ВПТК, позволившее более точно подходить к расчету геометрических и силовых параметров передачи.
- Аналитически определены и подтверждены с помощью численного моделирования коэффициенты неравномерности распределения нагрузки в ВПТК для схем с симметрично закреплённым сепаратором и консольно закреплённым сепаратором.
- Составлена таблица коэффициентов неравномерности распределения нагрузки в ВПТК для расчета различных кинематических схем передачи.
- Уточнены формулы для расчета геометрических и силовых параметров ВПТК с учетом неравномерности распределения нагрузки по рядам, неравномерности распределения нагрузки в одном ряду и с учетом различных материалов сепаратора.
- Определены параметры пульсирующей радиальной силы в ВПТК, необходимые для определения возникающих виброускорений конструкции.

## **4. Разработка методики проектирования исполнительного механизма электромеханического привода на основе волновой передачи с телами качения с заданным уровнем виброускорения**

### **4.1. Составление математической модели волновой передачи с телами качения с периодически меняющимися параметрами**

В главе 2 показано, что крутильная жесткость ВПТК, влияющая на ее динамические характеристики, является нестационарным периодически меняющимся параметром, что приводит к возникновению колебательных процессов в механизме, влияющих на его работоспособность и долговечность и определяющих динамические характеристики и виброактивность механизма [54].

Известно, что в механизмах с нестационарными периодически меняющимися параметрами могут присутствовать параметрические колебания [55], вызванные и поддерживаемые изменением во времени одного или нескольких параметров системы.

Для выяснения характеристик параметрических колебаний в механизме необходимо составить и исследовать математическую модель ВПТК, отражающую ее нестационарные характеристики, а именно, периодический характер изменения крутильной жесткости ВПТК.

Известны математические модели механических частей исполнительных механизмов (ИМ) с кинематическим и моментным возбуждением [56].

Кинематическое возбуждение — возбуждение колебаний механической системы путем сообщения каким-либо ее точкам заданных движений, например, заданной скорости вращения входного вала механической передачи.

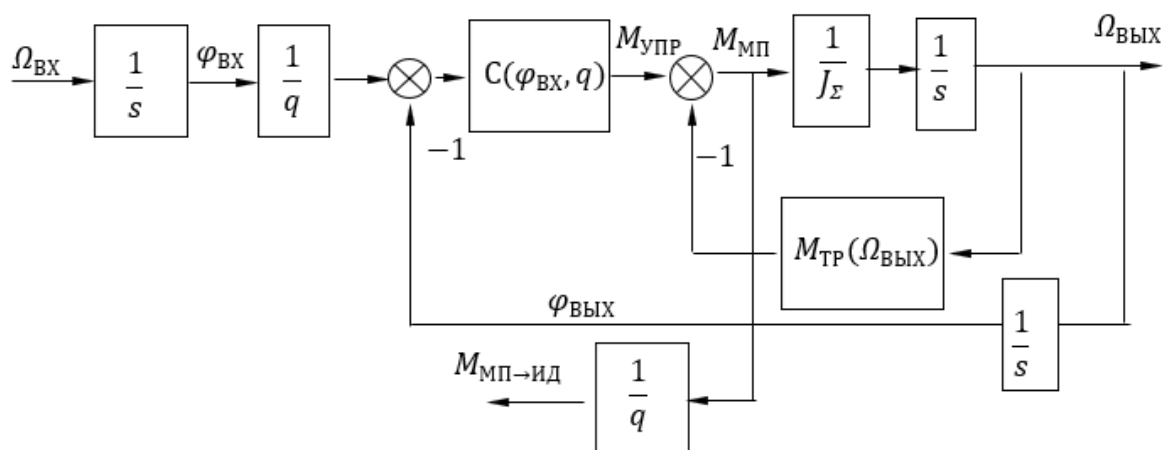
При кинематическом возбуждении механическая часть исполнительного механизма на основе ВПТК описывается системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{\text{ВХ}} = \int_0^T \Omega_{\text{ВХ}} dt, \\ M_{\text{УПР}} - M_{\text{ТР}} = M_{\text{МП}}, \\ M_{\text{МП}} = J_{\Sigma} \frac{d^2 \varphi_{\text{ВЫХ}}}{dt^2}, \\ M_{\text{УПР}} = \left( C_0 + \Delta C \cos((q-1)\varphi_{\text{ВХ}}) \right) \cdot \left( \frac{1}{q} \varphi_{\text{ВХ}} - \varphi_{\text{ВЫХ}} \right), \\ M_{\text{ТР}} = k_{\text{ВТ}} \Omega_{\text{ВЫХ}}, \\ M_{\text{МП} \rightarrow \text{ИД}} = \frac{M_{\text{МП}}}{q}, \end{array} \right. \quad (4.1)$$

где  $\Omega_{\text{ВХ}}$  – скорость вращения входного вала механической передачи,  $\varphi_{\text{ВХ}}$  – угол поворота входного вала механической передачи,  $[0, T]$  – временной интервал возбуждения,  $t$  – время,  $M_{\text{УПР}}$  – упругий момент, приведенный к выходному валу механической передачи,  $M_{\text{ТР}}$  – момент трения, приведенный к выходному валу механической передачи,  $M_{\text{МП}}$  – момент на выходном валу механической передачи,  $J_{\Sigma}$  – суммарный момент инерции, приведенный к выходному валу механической передачи,  $\varphi_{\text{ВЫХ}}$  – угол поворота выходного вала механической передачи,  $q$  – передаточное число,  $C_0$  – постоянная составляющая функции крутильной жесткости,  $\Delta C$  – приближенная амплитуда пульсации функции крутильной жесткости,  $k_{\text{ВТ}}$  – коэффициент вязкого трения,  $\Omega_{\text{ВЫХ}}$  – скорость вращения выходного вала механической передачи,  $M_{\text{МП} \rightarrow \text{ИД}}$  – момент на входном валу механической передачи.

Упругий момент  $M_{\text{УПР}}$  в ВПТК зависит от величины крутильной жесткости и угла скручивания. Для ВПТК крутильная жесткость  $C$ , зависит от взаиморасположения входного и выходного, то есть  $C = C(\varphi_{\text{ВХ}}, q)$  и является периодически меняющимся параметром с периодом  $\frac{2\pi}{q-1}$  или  $\frac{2\pi}{Z_{\text{ТК}}}$ .

На рисунке 4.1. представлена структурная схема механической части ИМ на основе волновой передачи с промежуточными телами качения с кинематическим возбуждением, составленная в соответствии с системой уравнений (4.1).



Рисунке 4.1. Структурная схема механической части ИМ на основе волновой передачи с промежуточными телами качения с кинематическим возбуждением.

Для дальнейшего анализа сделаем допущение, что скручивание происходит относительно выходного звена механической передачи, звенья которой вращаются с постоянной скоростью, тогда перепишем систему уравнений (4.1) в виде уравнения с одной степенью свободы:

$$J_{\Sigma} \frac{d^2 \varphi_{\text{ВЫХ}}}{dt^2} + k_{\text{ВТ}} \frac{d\varphi_{\text{ВЫХ}}}{dt} + [C_0 + \Delta C \cos((q-1)\varphi_{\text{ВХ}})] \varphi_{\text{ВЫХ}} = 0 \quad (4.2)$$

или в виде:

$$J_{\Sigma} \frac{d^2 \varphi_{\text{ВЫХ}}}{dt^2} + k_{\text{ВТ}} \frac{d\varphi_{\text{ВЫХ}}}{dt} + [C_0 + \Delta C \cos((q-1)\Omega_{\text{ВХ}} t)] \varphi_{\text{ВЫХ}} = 0, \quad (4.3)$$

где  $(q-1)\Omega_{\text{ВХ}}$  – частота возбуждения.

Уравнение (4.3.) является частным случаем уравнения Матье, являющимся основной математической моделью в теории параметрических колебаний линейных систем [57].

В общем виде уравнение Матье для исследуемой системы имеет вид:

$$\frac{d^2 \varphi_{\text{ВЫХ}}}{d\tau^2} + (a + 2b \cos(2\tau)) = 0 \quad (4.4)$$



где:  $a, b$  – безразмерные параметры,  $\tau$  – полупериод возбуждения.

Для исследуемой системы параметры  $a, b, \tau$  определяются следующим образом [58] и являются параметрами, зависящими от свойств конструкции ВПТК и от скорости вращения входного вала:

$$a = \frac{4C_0}{J_{\Sigma}((q-1)\Omega_{\text{ВХ}})^2} - \left(\frac{k_{\text{ВТ}}}{2J_{\Sigma}}\right)^2, \quad (4.5)$$

$$b = \frac{2\Delta C}{J_{\Sigma}((q-1)\Omega_{\text{ВХ}})^2}, \quad (4.6)$$

$$\tau = \frac{(q-1)\Omega_{\text{ВХ}}t}{2} \quad (4.7)$$

Решением уравнения (4.4) является функция  $\psi(t)$ , обладающая свойством:

$$\psi(t + \tau) = \sigma(a, b)\psi(t) \quad (4.8)$$

где:  $\sigma$  – коэффициент, зависящий от значений коэффициентов уравнения (4.4.)  $a, b$ .

При  $|\sigma| > 1$  амплитуда крутильных колебаний выходного звена увеличивается на каждом полупериоде возбуждения, что приводит к возникновению параметрического резонанса. В таких случаях решение уравнение (4.4) является неустойчивым.

При  $|\sigma| < 1$  амплитуда крутильных колебаний выходного звена уменьшается на каждом полупериоде возбуждения. То есть амплитуда колебаний, возникающих в системе из-за периодически меняющейся жесткости стремятся к нулю. В таких случаях решение уравнение (4.4) является устойчивым.

При  $|\sigma| = 1$  амплитуда крутильных колебаний не изменяется.

Для практических целей наибольшее значение имеют границы между областями устойчивых и неустойчивых решений уравнения (4.4.). Этот вопрос хорошо исследован, причем окончательные результаты представляются в виде диаграммы, построенной в плоскости параметров  $a$  и  $b$ , которая называется диаграммой Айнса-Стретта [59]. Каждой системе, характеризуемой параметрами  $a$  и  $b$ , соответствует изображающая точка с координатами  $a$  и  $b$  на

диаграмме Айнса-Стретта, зависящими от скорости вращения входного вала  $\Omega_{ВХ}$ . Причем значения параметров  $a, b$ , убывают с ростом скорости вращения  $\Omega_{ВХ}$ . Если изображающая точка находится в пределах белых полей диаграммы, то система устойчива; неустойчивым системам соответствуют изображающие точки, расположенные на закрашенных полях (см. рисунок 4.2).

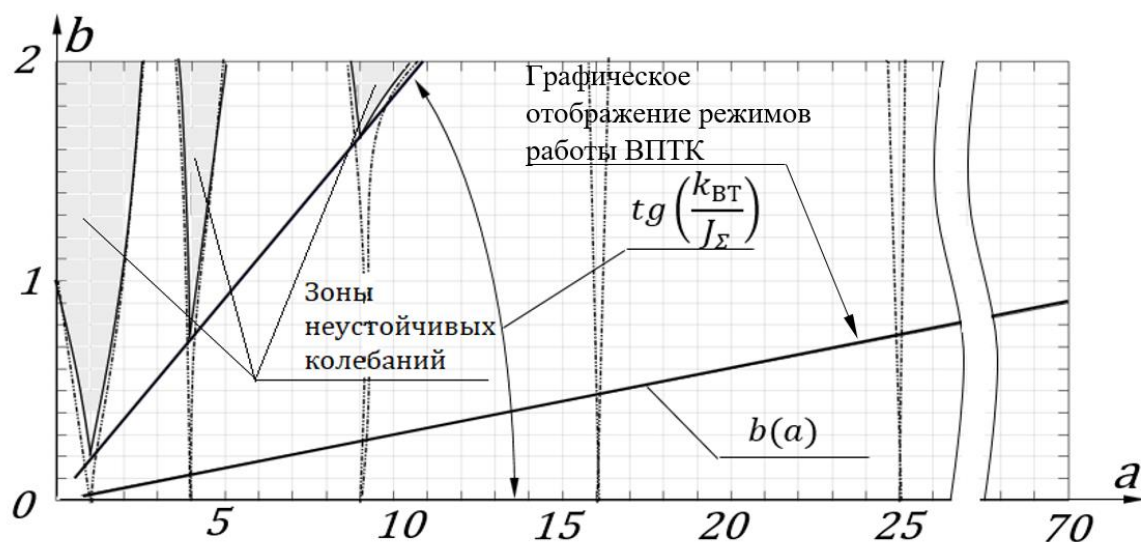


Рисунок 4.2. Диаграмма Айнса-Стретта.

На рисунке 4.2. помимо областей устойчивых и неустойчивых решений уравнения (4.4) обозначена наклонная линия, каждая точка которой соответствует значениям параметров  $a, b$  для ВПТК с известными конструктивными параметрами и различными значениями скорости  $\Omega_{ВХ}$ .

Из анализа рисунка 4.2 следует:

1. Чем больше скоростное демпфирование в механической системе  $k_{ВТ}$ , тем меньше закрашенные поля неустойчивых параметрических колебаний.

2. Чем меньше координата  $b$ , то есть чем меньше амплитуда пульсации функции крутильной жесткости, тем меньше диапазоны скоростей  $\Omega_{ВХ}$  при которых возможны неустойчивые параметрические колебания.

3. Чем больше скорость вращения звеньев ВПТК, то есть, чем меньше координаты  $a$  и  $b$ , тем ближе изображающая точка к полю неустойчивых параметрических колебаний.

4. Чем больше приведенный момент инерции  $J_{\Sigma}$  ВПТК, то есть, чем меньше координаты  $a$  и  $b$ , тем ближе изображающая точка к полю неустойчивых параметрических колебаний.

Кроме того, исключить возможность появления неустойчивых параметрических колебаний в системе возможно за счет увеличения трения.

Аналитически связь конструктивных параметров ВПТК и коэффициента вязкого трения с устойчивостью параметрических колебаний на основании анализа рисунка 4.2 можно выразить через следующее условие:

$$\operatorname{arctg} \left( \frac{\frac{2\Delta C}{J_{\Sigma}((q-1)\Omega_{\text{ВХ}})^2}}{\frac{4C_0}{J_{\Sigma}((q-1)\Omega_{\text{ВХ}})^2} - \left(\frac{k_{\text{ВТ}}}{2J_{\Sigma}}\right)^2} \right) < \operatorname{arctg} \left( \frac{k_{\text{ВТ}}}{2J_{\Sigma}} \right) \quad (4.9)$$

При выполнении условия (4.9), линия, на которой лежат все значения параметров  $(a, b)$ , всегда будет находится ниже зон возникновения неустойчивых параметрических колебаний.

Таким образом, по диаграмме Айнса-Стретта возможно производить проверочные расчеты ВПТК на наличие областей неустойчивых параметрических колебаний при известном диапазоне рабочих скоростей механизма, т.е. при известном режиме работы.

Однако, такой анализ является качественным и позволяет определять только области неустойчивых параметрических колебаний выходного звена ВПТК. Для определения амплитуды параметрических колебаний и скорости ее нарастания требуется решить системы уравнений (4.1) с двумя степенями свободы.

Исследуем характер параметрических колебаний путем численного решение дифференциального уравнений (4.1) в среде *Simulink*.

На рисунке 4.3 представлена схема механической части ИМ на основе волновой передачи с промежуточными телами качения с кинематическим возбуждением в среде *Simulink*, соответствующая системе уравнений (4.1)

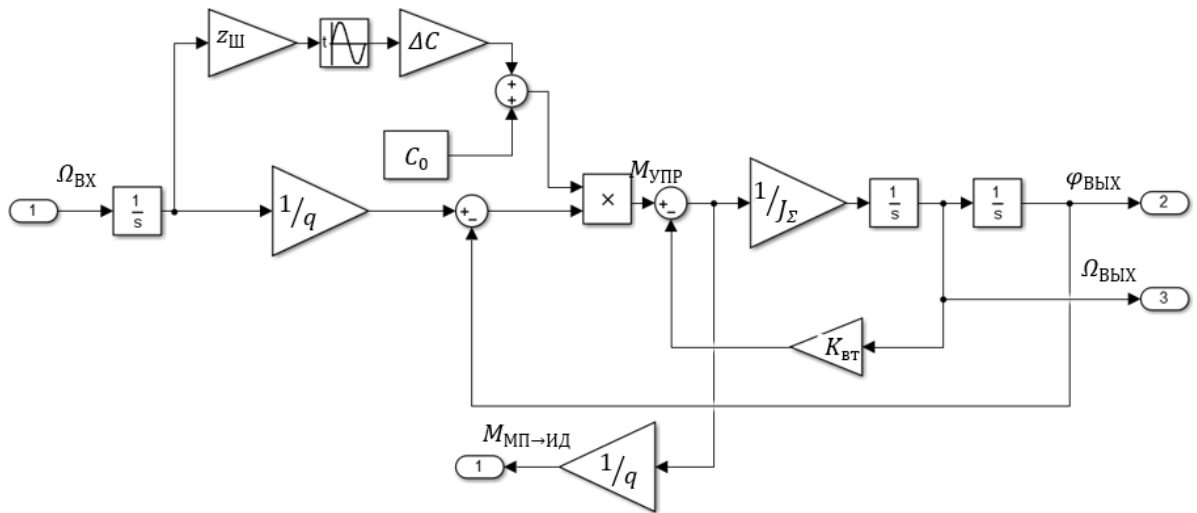


Рисунок 4.3. Блок схема механической части ИМ на основе волновой передачи с промежуточными телами качения с кинематическим возбуждением.

Рассмотрим колебания, возникающие на выходном звене ВПТК при работе механизма в диапазоне скоростей  $\Omega_{ВХ} = 0 \dots 500$  рад/с. Перед началом моделирования необходимо определить в каких диапазонах скоростей  $\Omega_{ВХ}$  существуют неустойчивые параметрические колебания, для этого построим диаграмму Айнса-Стретта и определим по ней эти диапазоны скоростей, соответствующие неустойчивым параметрическим колебаниям. В таблице 4.1. представлены исходные данные для моделирования.

Таблица 4.1. Исходные данные для моделирования

$J_{\Sigma}$ , кг·м <sup>2</sup>	$q$	$C_0$ , Нм/рад	$\Delta C$ , Нм/рад	$k_{ВТ}$ , Нм·с/рад	$\sqrt{\frac{C_0}{J_{\Sigma}}}$ , рад/с	$\Omega_{ВХ}$ , рад/с	$(q - 1)\Omega_{ВХ}$ , рад/с
0,001	20	700	60	0,005	836	0-500	0-9500

На рисунке 4.4 представлена диаграмму Айнса-Стретта, построенная для ВПТК с параметрами представленными, в таблице 4.1.

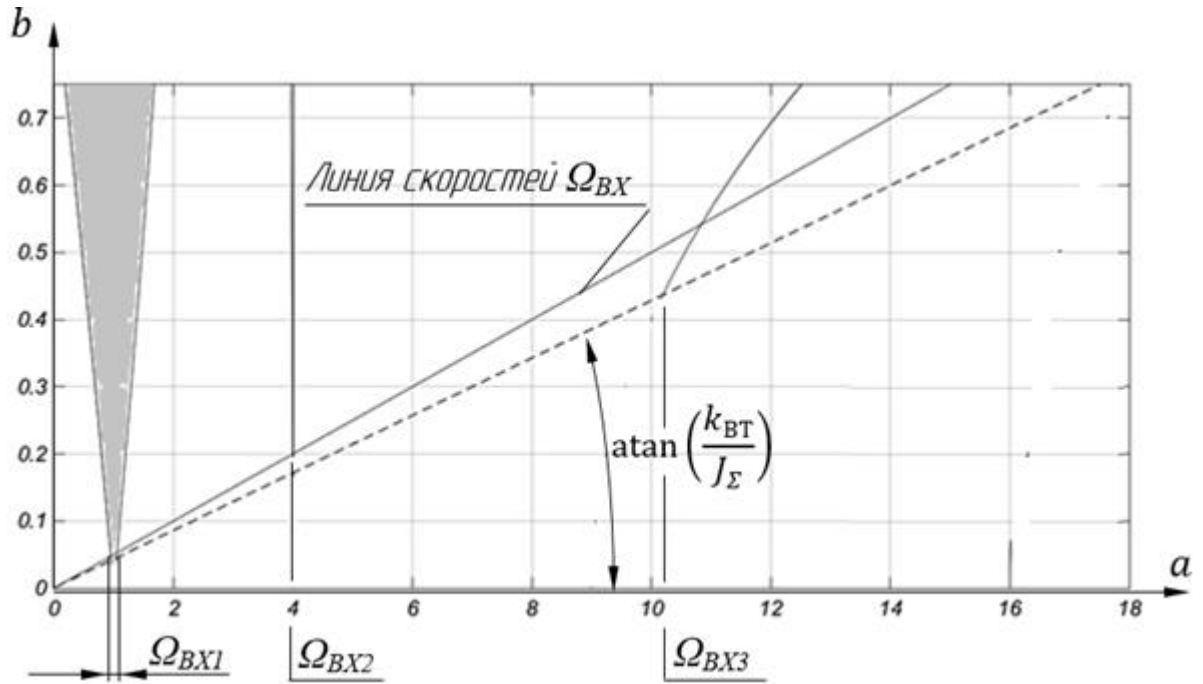
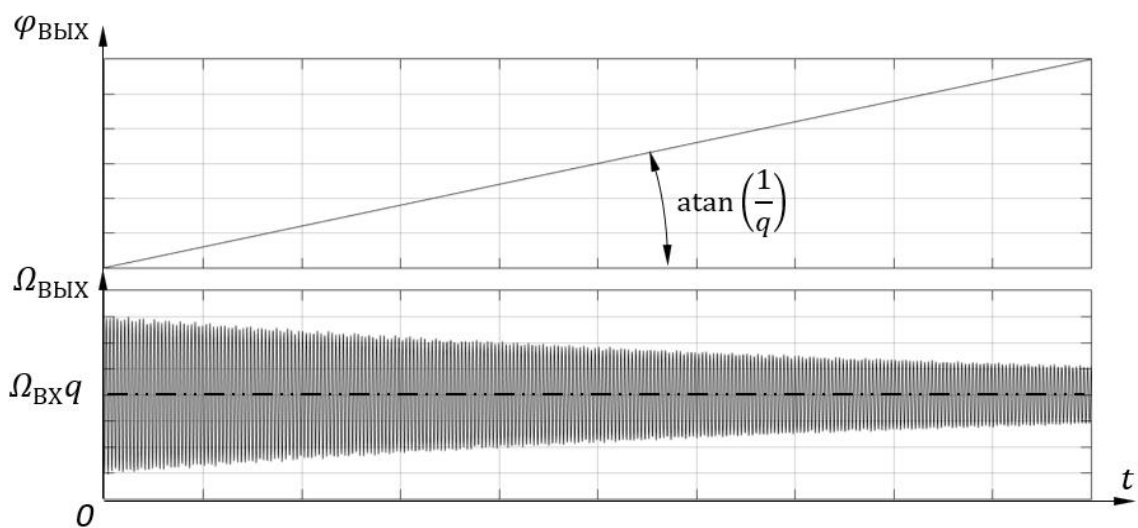
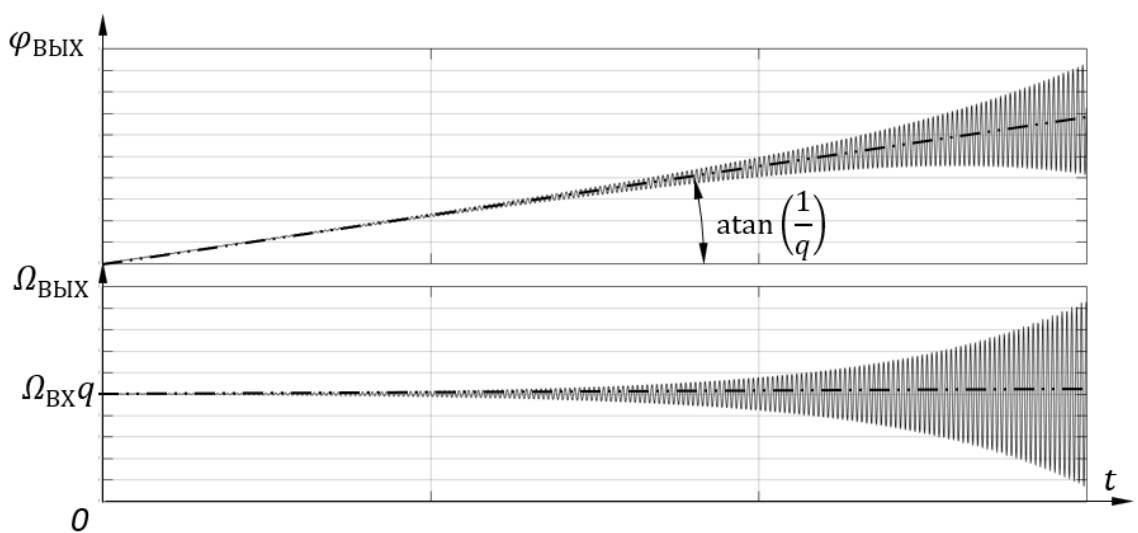
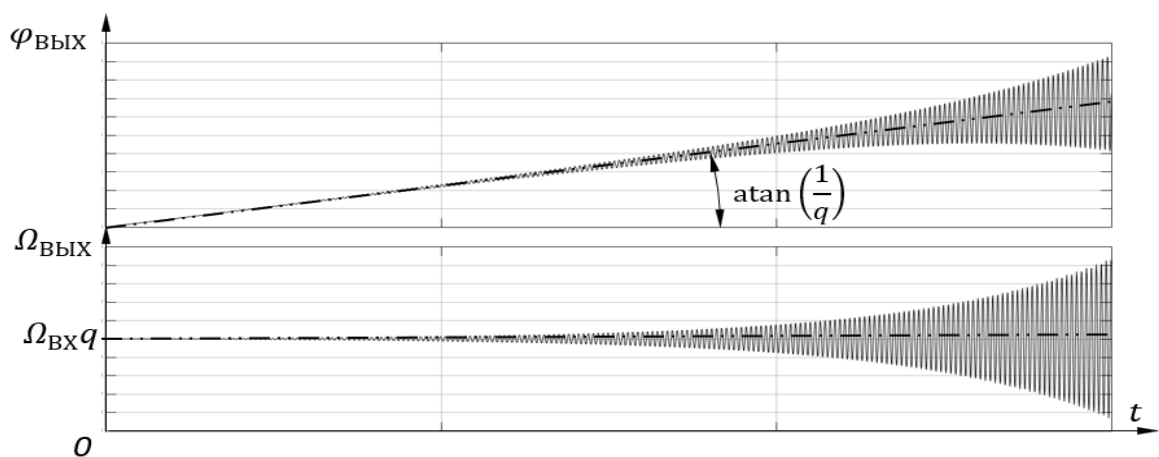


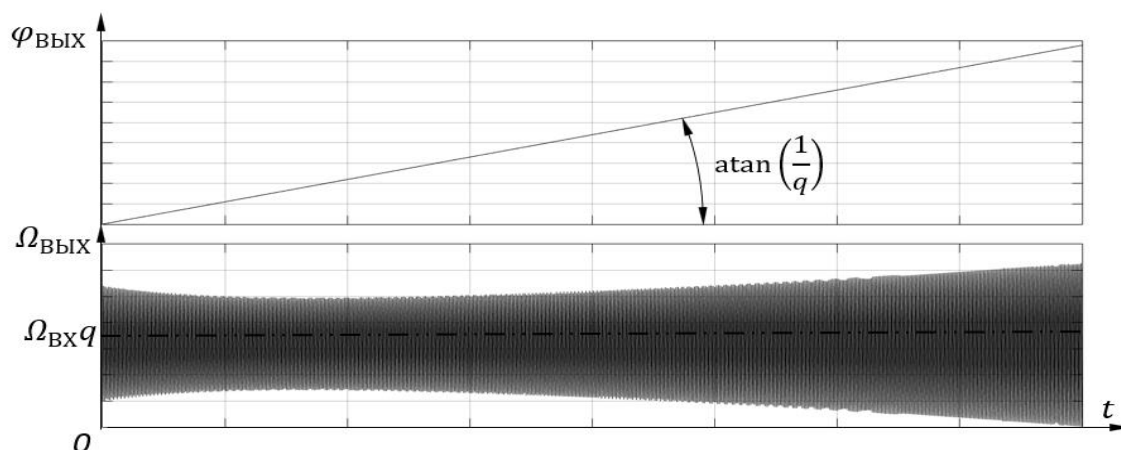
Рисунок 4.4. Диаграмма Айнаса-Стретта для ВПТК с параметрами, соответствующими таблице 4.11.

Из анализа рисунка видно, что неустойчивые параметрические колебания могут возникнуть при параметрах  $a$ , соответствующих диапазону скоростей  $\Omega_{ВХ1} = [86 \dots 90]$  рад/с и скоростям  $\Omega_{ВХ2} = 26,8$  рад/с,  $\Omega_{ВХ4} = 44,1$  рад/с.

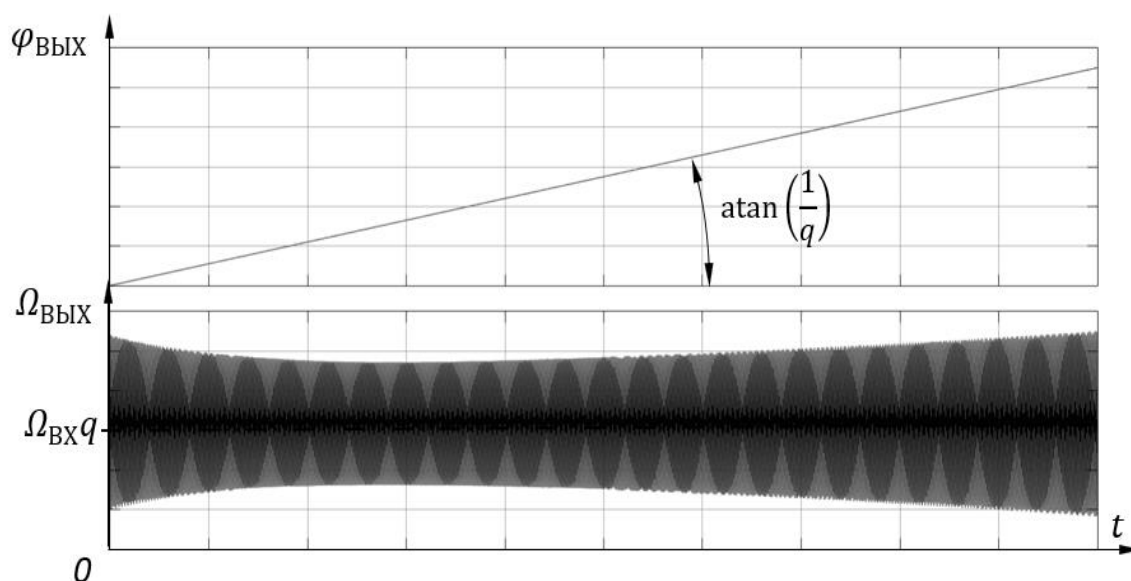
Далее исследуем решение уравнения (4.1), путем моделирования с использованием блок-семы, показанной на рисунке 4.3.

На рисунке 4.5 представлены осциллограммы скоростей и угла выходного звена ВПТК, полученные при скоростях входного вала: 120 рад/с 90 рад/с, 86 рад/с, 44,1 рад/с, 26,8 рад/с/

а)  $\Omega_{\text{ВХ}} = 120 \text{ рад/с}$ б)  $\Omega_{\text{ВХ}} = 90 \text{ рад/с}$ в)  $\Omega_{\text{ВХ}} = 86 \text{ рад/с}$



$$\text{г) } \Omega_{\text{ВХ}} = 44,1 \text{ рад/с}$$



$$\text{д) } \Omega_{\text{ВХ}} = 26,8 \text{ рад/с}$$

Рисунок 4.5. Осциллограммы скорости и угла выходного звена ВПТК при различных скоростях работы.

Результаты моделирования качественно совпадают с прогнозируемыми по диаграмме Айнса-Стретта. Наибольшая скорость нарастания амплитуды колебаний соответствует диапазону скоростей  $\Omega_{\text{ВХ}1} = [86 \dots 90] \text{ рад/с}$ , а ее максимальное значение ограничено нелинейными свойствами конструкции и энергетическими свойствами системы, не учитывающийся в модели.

На этом основании можно сделать вывод, что минимальная скорость вращения входного звена ВПТК должна быть больше  $\Omega_{\text{ВХ}1 \text{ max}}$  (см. рисунок 4.2).

## 4.2. Разработка методики проектирования волновой передачи с телами качения с заданным уровнем виброускорения, без возникновения неустойчивых параметрических колебаний

Основной целью представленной работы является разработка методики проектирования ИМ ЭМП на основе ВПТК, позволяющей выбирать конструктивно-кинематические параметры передачи таким образом, чтобы обеспечить ее минимальную виброактивность, соответствующую требуемым значениям виброускорений конструкции ИМ в соответствии с ТЗ.

На рисунке 4.6. представлена упрощенная схема алгоритма проектирования ВПТК в соответствии с разработанной методикой.

Исходными данными для проектирования являются: максимальный момент нагрузки  $M_H$ , диапазон передаточных чисел  $[q_{min}...q_{max}]$ , диапазон рабочих угловых скоростей выходного звена ВПТК  $[\Omega_{min}... \Omega_{max}]$ , предельные габаритные размеры ВПТК в виде ее длины  $L_{max}$  и диаметра  $D_{max}$ , а так же желаемая амплитудно-частотная характеристика виброускорений элементов конструкции ИМ  $a(w)$ , определяющая максимально допустимые амплитуды виброускорений.

На первом этапе проектирования ВПТК по предлагаемой методике выбирается кинематическая схема ВПТК, позволяющая реализовать передаточное число из диапазона передаточных чисел  $[q_{min}...q_{max}]$ , с наибольшим возможным коэффициентом  $k_H$ , по таблице 3.1.

На втором этапе по формулам (3.15-3.18), приведенным в разделе 3.2. определяются геометрические размеры передачи и выбираются подшипники выходного звена.

На третьем этапе проводится сравнение расчетных геометрических размеров ВПТК с заданными. В случае если, расчетные размеры получаются больше заданных, следует выбрать другую кинематическую схему ВПТК с большим числом рядов тел качения.



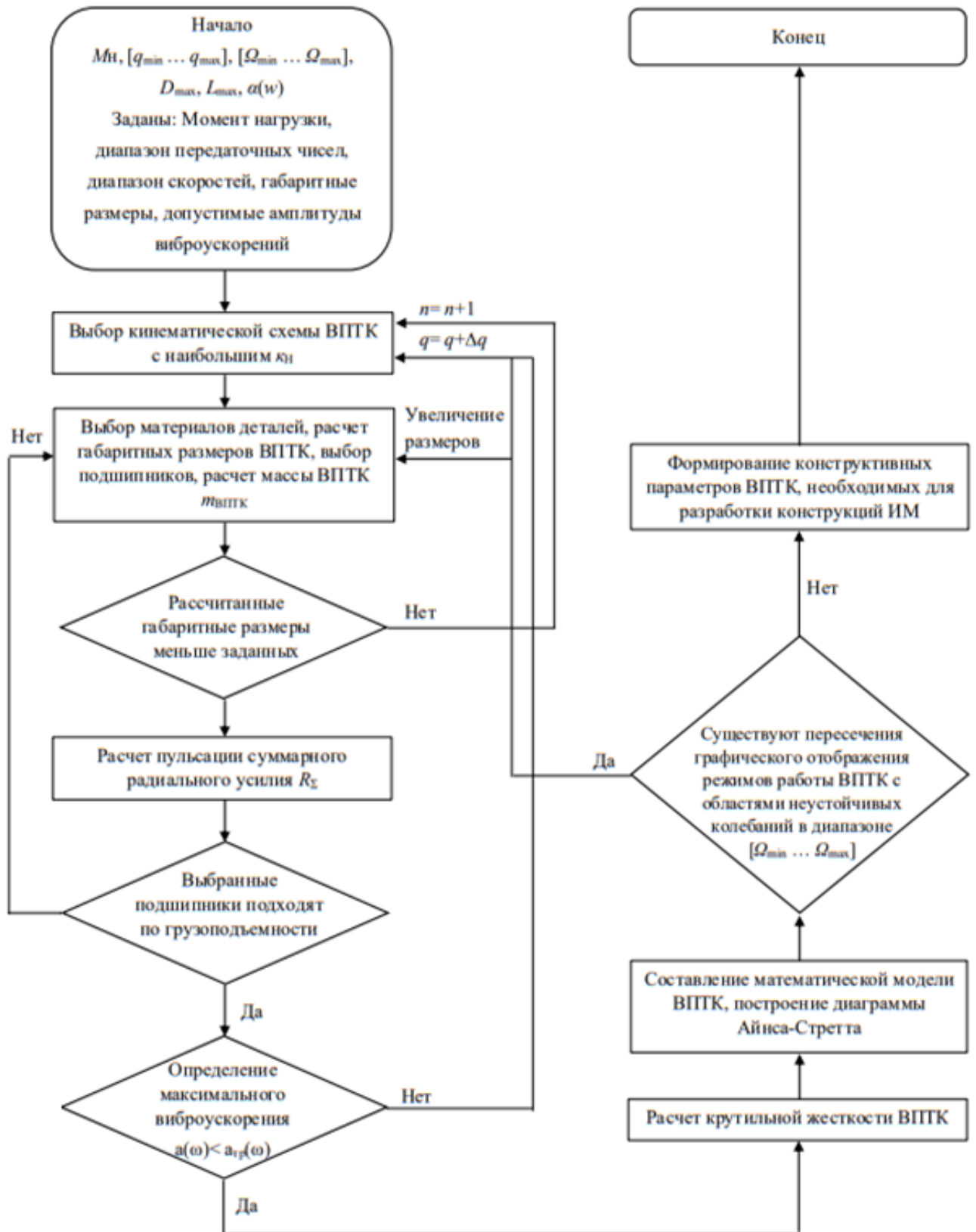


Рисунок 4.6. Блок-схема методики проектирования

На четвертом этапе определяется величина суммарного вектора усилия, действующего в каждом ряду ВПТК, по формулам (1.11-1.13), приведенным в разделе 1.1 и величины суммарного радиального усилия  $R_{\Sigma}$  по формуле (3.21), приведённым в разделе 3.3.

На пятом этапе, исходя из рассчитанного значения величины суммарного радиального усилия  $R_{\Sigma}$  проводится проверочный расчет подшипников выходного звена ВПТК и в случае необходимости производится их замена.

На шестом этапе по формулам (3.22-3.23), приведённым в разделе 3.3 сформировываются и выдаются данные для расчета виброускорений корпусных деталей конструкции ИМ. Если расчетные виброускорения конструкции ИМ больше заданных и переработка конструкции корпуса не позволяет добиться желаемых значений, требуется изменение кинематической схемы ВПТК и выбор большего передаточного числа  $q$  из диапазона  $[q_{min}...q_{max}]$ .

На седьмом этапе по формулам (2.15, 2.25, 2.26, 3.19-3.20), приведенным в разделах 2.1, 2.3, 3.3 проводится расчет крутильной жёсткости ВПТК.

На восьмом этапе в соответствии с материалами раздела 4.1. составляется математическая модель ВПТК.

На девятом этапе по составленной математической модели и с помощью диаграммы Айнса-Стретта определить наличие областей неустойчивых параметрических колебаний в диапазоне скоростей выходного звена ВПТК  $[\Omega_{min}... \Omega_{max}]$  При наличии областей неустойчивых параметрических колебаний требуется либо увеличение размеров ВПТК с целью увеличения крутильной жесткости, либо переработка конструктивно-кинематической схемы с увеличением передаточного числа  $q$  из диапазона  $[q_{min}...q_{max}]$ .

На десятом этапе формируются конструктивно-кинематические параметры ВПТК, необходимые для разработки конструкции ИМ.

### 4.3. Результаты проектирования волновой передачи с телами качения по предложенной методике с обеспечением заданного виброускорения

Методика проектирования ВПТК, предложенная в разделе 4.2., использовалась для разработки на АО МНПК «Авионика» различных ИМ на основе ВПТК.

1. ИМ поступательного действия рулевого привода БпЛА на основе ВПТК и ШВП (см.рисунок 4.7.).

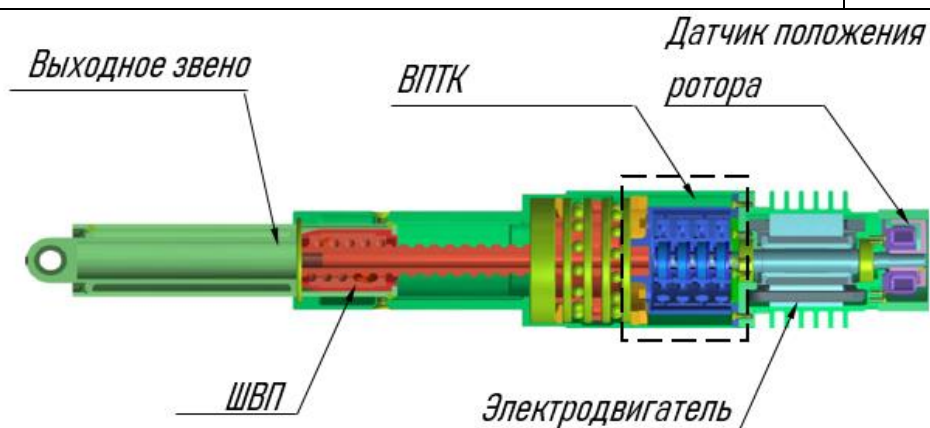
Конструкция отличается тем, что для обеспечения требуемого крутящего момента на винте ШВП кинематическая связь между электродвигателем и винтом осуществлена с помощью многорядной ВПТК, реализующей требуемой передаточное число. ВПТК выполнена по схеме с консольное нагруженным выгодным звеном жестким колесом (в соответствии с рисунком 3.2.в).

Характеристики ИМ, изображенного на рисунке 4.7. приведены в таблице 4.2. Таблица 4.2. включает в себя масса-габаритные и силовые параметры ИМ, а также характеристики вибрационных воздействий, создаваемых ВПТК и действующих на корпус ИМ в виде амплитуды и частоты пульсаций радиальных усилий, и характеристики расчетных виброускорений в точках крепления корпуса ИМ.

Таблица 4.2. Характеристики поступательного ИМ на основе ВПТК и ШВП

Габаритные размеры, мм	45 x 45 x 200
Масса, кг	1,7
Развиваемый момент на выходном звене ВПТК, Н·м	3,1
Амплитуда пульсации развиваемого момента, Н·м	0,06
Диапазон рабочих скоростей выходного звена ВПТК, рад/с	от 0 до 94,2
Передаточное число ВПТК	22
Число рядов тел качения ВПТК	4
Частота пульсации радиального усилия, Гц	от 0 до 6930

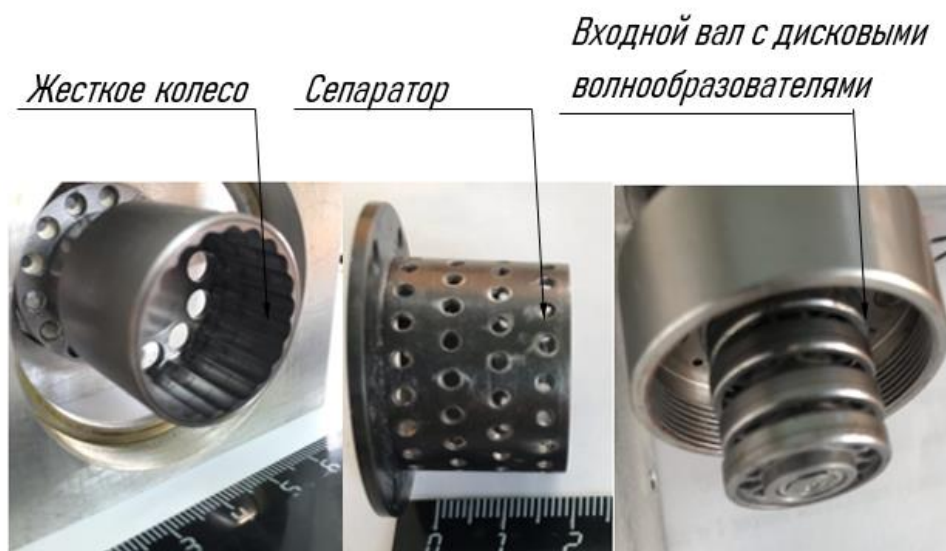
Амплитуда пульсации радиального усилия при максимальном моменте, Н	2,2
Требуемый уровень виброускорений на корпусе ИМ	не более 10g в диапазоне от 20 до 2000Гц
Расчетный уровень виброускорений в точках крепления ИМ	не более 0,13g в диапазоне от 0 до 6930 Гц;



а)



б)



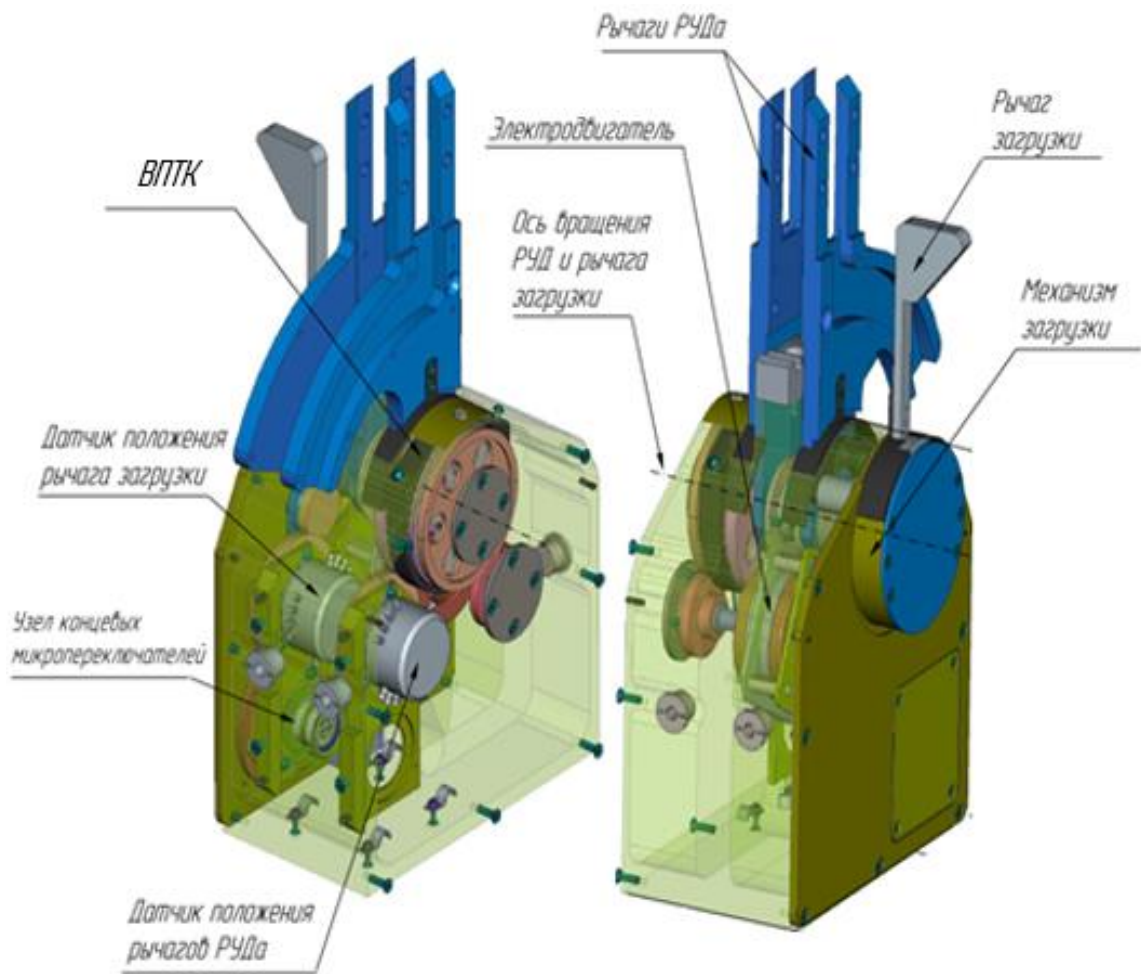
в)

Рисунок 4.7. ИМ поступательного действия рулевого привода на основе ВПТК и ШВП

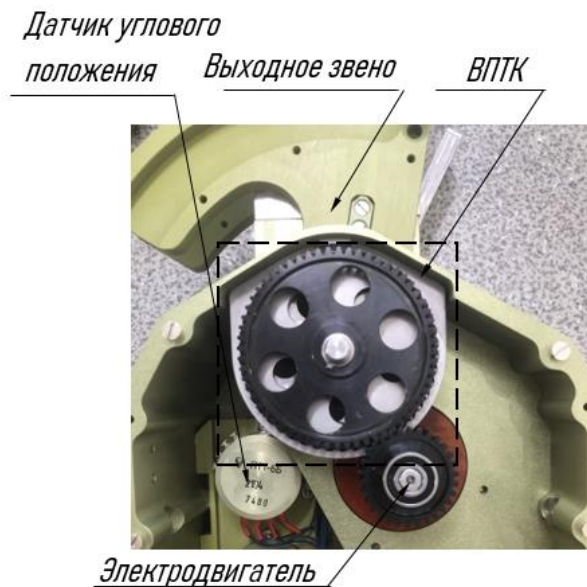
а) 3D- модель ИМ, б) внешний вид ИМ, в) детали ВПТК из состава ИМ

2. ИМ привода загрузки органа управления ЛА (см.рисунок 4.8.). Конструкция представленного ИМ отличается тем, что в качестве выходной механической передачи, соединенной с рукояткой органа управления ЛА, используется ВПТК с высоким передаточным числом, что позволяет обеспечить требуемую плавность хода, так как данный параметр наиболее важен для механизмов загрузки органов ручного управления ЛА. ВПТК выполнена по схеме с консольно нагруженным выходным звеном сепаратором (в соответствии с рисунком 3.2.а), соединенным с рукояткой органа управления ЛА. Жесткое колесо ВПТК неподвижно установлено в корпусе ИМ. Кинематическая связь между исполнительным двигателем и волнообразователем ВПТК осуществлена с помощью цилиндрической зубчатой передачи.

Характеристики ИМ, изображенного на рисунке 4.8. приведены в таблице 4.3.



а)



б)



в)

Рисунок 4.8. ИМ привода загрузки органа управления ЛА

а) а) 3D- модель ИМ, б) внешний вид ИМ, в) ВПТК из состава ИМ

Таблица 4.3. Характеристики ИМ привода загрузки органа управления ЛА

Габаритные размеры, мм	60 x 120 x 160
Масса, кг	1,8
Развиваемый момент, Н·м	12
Амплитуда пульсации развиваемого момента, Н·м	0,06
Диапазон рабочих скоростей, рад/с	3,49
Общее передаточное число	90
Передаточное число ВПТК	35
Число рядов тел ВПТК	2
Частота пульсации радиального усилия, Гц	от 0 до 680
Амплитуда пульсации радиального усилия выходной ступени при максимальном моменте, Н	5
Требуемый уровень виброускорений на корпусе ИМ	Минимально возможный
Расчетный уровень виброускорений в точках крепления ИМ	не более 0,23g в диапазоне от 0 до 680Гц

Минимальный уровень виброускорений в данной конструкции ИМ был достигнут за счет реализации высоко передаточного числа на основе двухрядной ВПТК. В двухрядной ВПТК, как показано в разделе 3.1, присутствует минимальная неравномерность распределения нагрузки между рядами тел качения. А высоким передаточным числом, реализованным в одной ступени, соответствует минимальные пульсации суммарного вектора усилия, как показано в разделе 1.3.

3. ИМ вращательного действия рулевого привода БЛА на основе двухступенчатой ВПТК и промежуточного цилиндрического редуктора. (см. рисунок 4.9.)

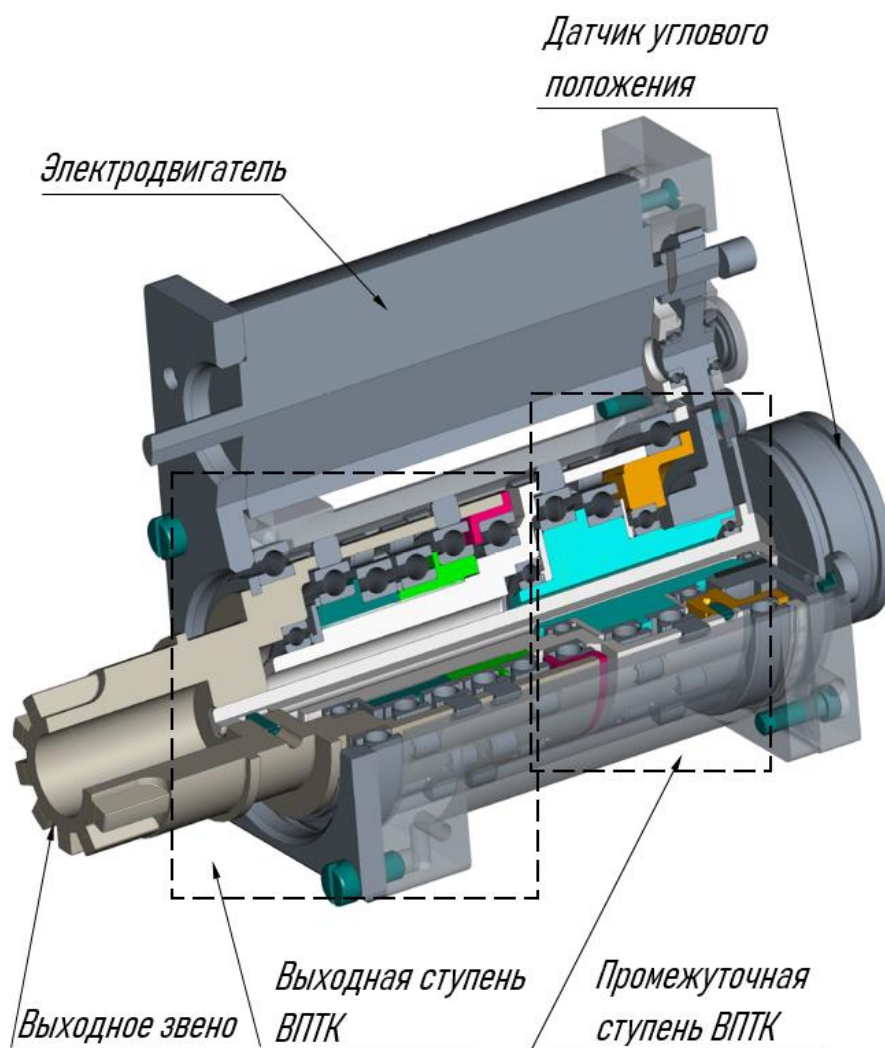


Рисунок 4.9. ИМ на основе двухступенчатой ВПТК и промежуточного цилиндрического редуктора

Конструкция представленного ИМ запатентована [45]. Она отличается тем, что выходная ступень волновой передачи с промежуточными телами качения выполнена с передаточным числом, обеспечивающим минимальный наружный диаметр. Требуемый развиваемый момент привода достигнут за счет многорядного расположения тел качения в выходной ступени ВПТК. Выходная и промежуточная ступени ВПТК построены по схеме консольно нагруженным выходным сепаратором (в соответствии с рисунком 3.2.а) и имеют общее неподвижное жесткое колесо. Промежуточная ступень ВПТК качения дополнена цилиндрическими парами, при этом промежуточная ступень расположена соосно оси выходной ступени. Продольная ось электродвигателя параллельна этой оси, а



цилиндрические пары, осуществляющие кинематическую связь между электродвигателем и входным валом промежуточной ступени, размещены со стороны, противоположной выходному валу выходной ступени редуктора. Кроме того, в выходной и промежуточной ступенях и в выходном колесе цилиндрической пары выполнены цилиндрические отверстия, внутри которых расположена ось, соединяющая выходной вал выходной ступени редуктора с ротором датчика обратной связи, размещенного на корпусе редуктора с противоположной стороны от выходного вала выходной ступени. Представленный механизм может использоваться в случаях необходимости размещения механизма в объеме, ограниченном по одному из габаритных размеров. Наименьший размер такого ИМ определяется диаметром электродвигателя.

Характеристики ИМ, изображенного на рисунке 4.9. приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4. Характеристики ИМ на основе двухступенчатой ВПТК и промежуточного цилиндрического редуктора

Габаритные размеры, мм	45 x 90x 110
Масса, кг	2,2
Развиваемый момент, Н·м	120
Амплитуда пульсации развиваемого момента, Н·м	8,4
Диапазон рабочих скоростей, рад/с	от 0 до 1,22
Общее передаточное число	576
Передаточное число выходной ступени ВПТК	12
Число рядов тел качения выходной ступени ВПТК	4
Передаточное число промежуточной ступени ВПТК	12
Число рядов тел качения промежуточной ступени ВПТК	2

Частота пульсации радиального усилия выходной ступени, Гц	от 0 до 28
Частота пульсации радиального усилия промежуточной ступени, Гц	от 0 до 335
Амплитуда пульсации радиального усилия выходной ступени при максимальном моменте, Н	100
Амплитуда пульсации радиального усилия промежуточной ступени при максимальном моменте, Н	8,3
Требуемый уровень виброускорений на корпусе ИМ	не более 10g в диапазоне от 20 до 2000Гц
Расчетный уровень виброускорений в точках крепления ИМ	не более 5,03g в диапазоне от 0 до 28Гц; не более 0,4g в диапазоне от 28 до 335Гц

4. Резервированный двухканальный ИМ ЭМП насоса-регулятора маршевого двигателя ЛА (см.рисунок 4.10.).

Конструкция данного механизма представляет собой двухканальный ИМ. Каждый канал ИМ содержит скоростной двигатель и двухступенчатый редуктор на основе многорядной ВПТК. Двухступенчатые редукторы на основе ВПТК обоих каналов выполнены с одинаковыми конструктивными параметрами. Все ступени выполнены по схеме с консольно нагруженным выходным звеном. Выходным звеном каждой ступени первого канала и промежуточной ступени второго канала являются сепараторы. А выходным звеном выходной ступени второго канала является жесткое колесо. За счет жесткой связи сепараторов выходных ступеней

первого и второго каналов конструкция позволяет суммировать движения первого и второго канала на жестком колесе последнего. На жестком колесе второго канала расположен рычаг, связанный с механической частью насоса-регулятора маршевого двигателя ЛА. Характеристики ИМ, изображенного на рисунке 4.8, приведены в таблице 4.5.

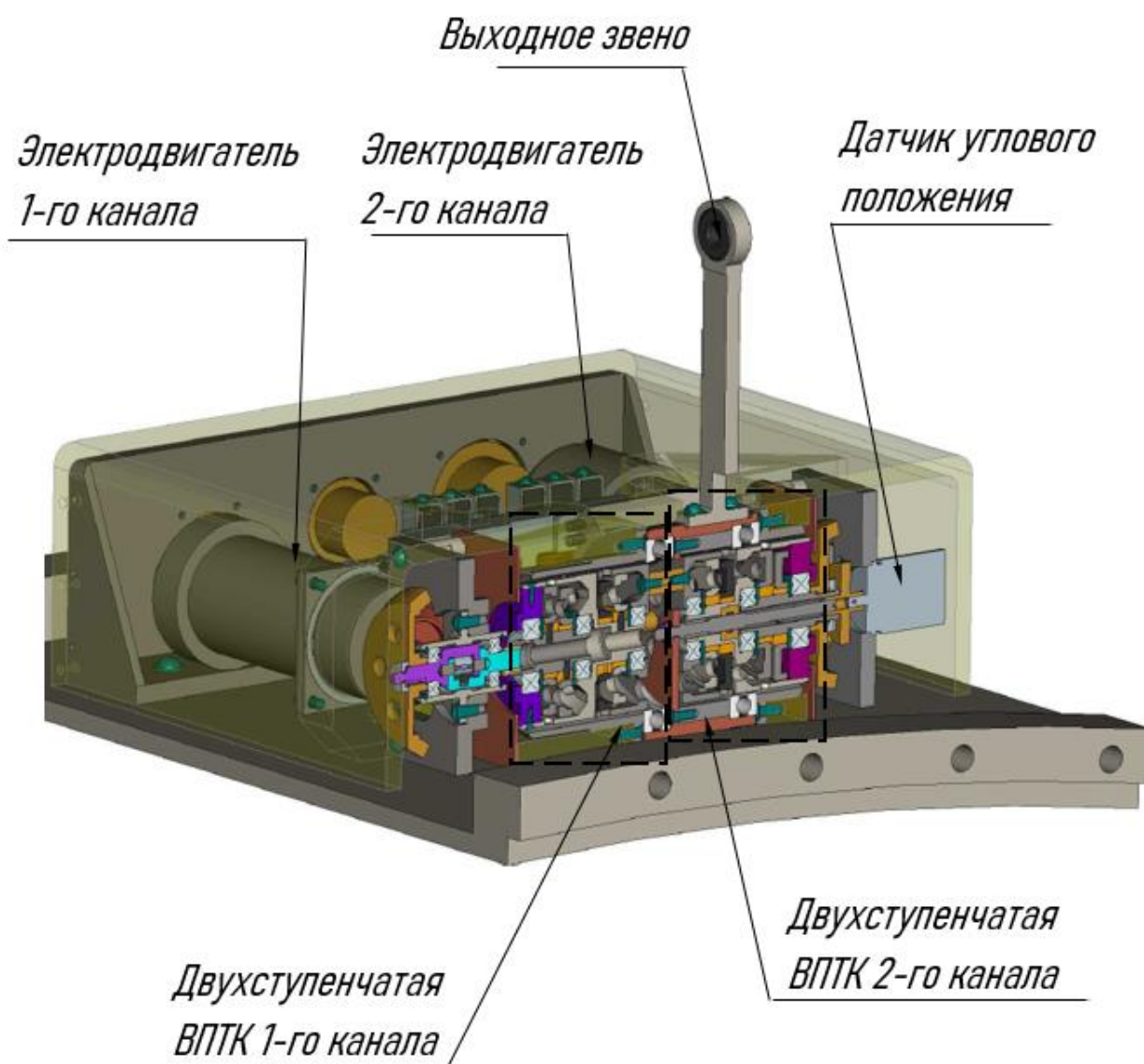


Рисунок 4.10. Резервированный двухканальный ИМ ЭМП насоса-регулятора маршевого двигателя ЛА.

Таблица 4.5. Характеристики резервированного двухканального ИМ ЭМП насоса-регулятора маршевого двигателя ЛА.

Габаритные размеры, мм	60 x 210x 200
Масса, кг	8,5
Развиваемый момент, Н·м	20
Амплитуда пульсации развиваемого момента, Н·м	0,4
Диапазон рабочих скоростей, рад/с	от 0 до 2,07
Общее передаточное число первого канала	650
Общее передаточное число второго канала	1500
Передаточное число выходной ступени ВПТК первого канала	22
Число рядов тел качения выходной ступени ВПТК первого канала	2
Передаточное число выходной ступени ВПТК второго канала	23
Число рядов тел качения выходной ступени ВПТК второго канала	2
Передаточное число промежуточной ступени ВПТК обоих каналов	22
Число рядов тел качения промежуточной ступени ВПТК обоих каналов	2

Частота пульсации радиального усилия выходных ступени обоих каналов, Гц	от 0 до 154
Частота пульсации радиального усилия промежуточных ступеней обоих каналов, Гц	от 0 до 3388
Амплитуда пульсации радиального усилия выходной ступени при максимальном моменте, Н	15
Амплитуда пульсации радиального усилия промежуточной ступени при максимальном моменте, Н	0,7
Требуемый уровень виброускорений на корпусе ИМ	не более 14g в диапазоне от 20 до 2000Гц
Расчетный уровень виброускорений в точках крепления ИМ	не более 1,82g в диапазоне от 0 до 154Гц не более 0,08g в диапазоне от 154 до 3388Гц

Требуемое виброускорений в точках крепления (см. таблицу 4.4.) было обеспечено путем установки двухканального ИМ на массивной жесткой плите, симметрично относительно ее точек крепления.

#### 5. Силовой редуктор на основе ВПТК для рулевого ЭМП (см. рисунок 4.11.).

Данный механизм, отличается тем, что для обеспечения высокого крутящего момента и большого передаточного числа, редуктор на основе ВПТК выполнен двухступенчатым таким образом, что для обеих ступеней выходным звеном является сепаратор, а жесткое колесо является общим неподвижным звеном. Представленный редуктор разработан для ИМ резервированных ЭМП, которые находятся на этапе изготовления, [46, 47].

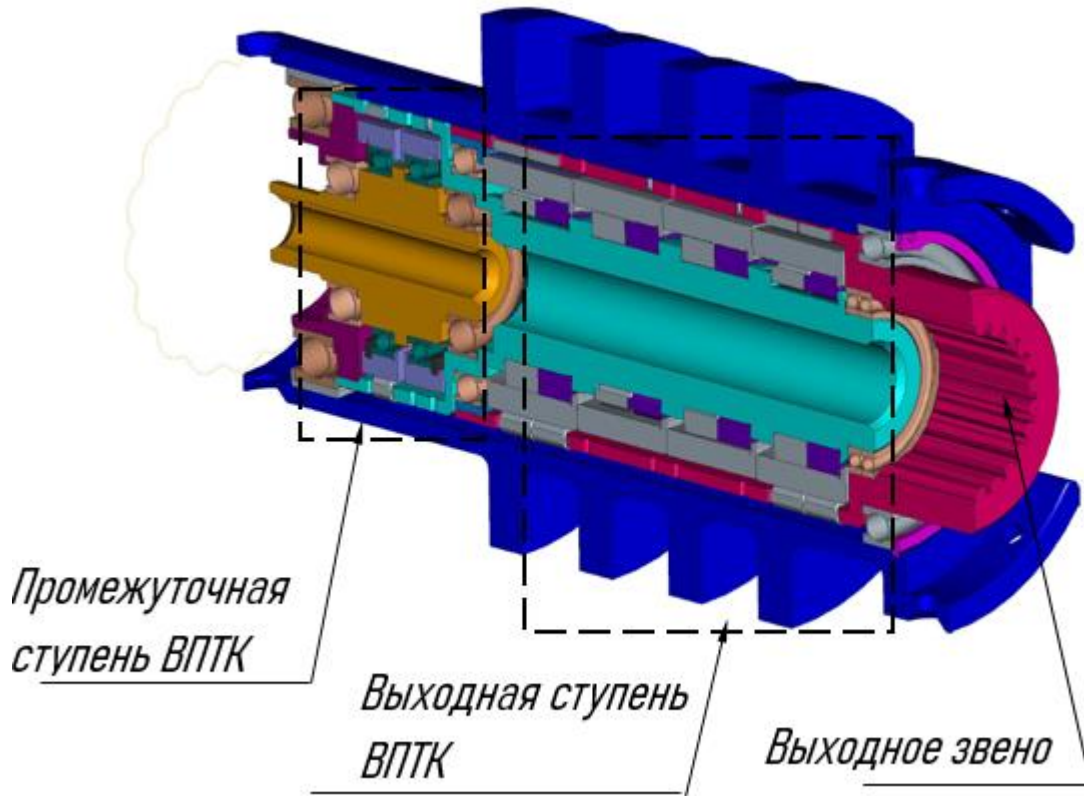


Рисунок 4.11. Силовой редуктор на основе ВПК

Характеристики редуктора, изображенного на рисунке 4.11. приведены в таблице 4.6.

Таблица 4.6. Характеристики силового редуктора на основе ВПК

Габаритные размеры, мм	80 x 80 x 300
Масса, кг	4,2
Развиваемый момент, Н·м	900
Амплитуда пульсации развиваемого момента, Н·м	13,5
Диапазон рабочих скоростей, рад/с	от 0 до 0,8
Общее передаточное число	441

Передаточное число выходной ступени ВПТК	21
Число рядов тел качения выходной ступени ВПТК	4
Передаточное число промежуточной ступени ВПТК	21
Число рядов тел качения промежуточной ступени ВПТК	2
Частота пульсации радиального усилия выходной ступени, Гц	от 0 до 56
Частота пульсации радиального усилия промежуточной ступени, Гц	от 0 до 1179
Амплитуда пульсации радиального усилия выходной ступени при максимальном моменте, Н	300
Амплитуда пульсации радиального усилия промежуточной ступени при максимальном моменте, Н	14,2
Требуемый уровень виброускорений на корпусе ИМ	не более 10g в диапазоне от 20 до 2000Гц
Расчетный уровень виброускорений в точках крепления ИМ	не более 7,55g в диапазоне от 0 до 56 Гц не более 0,35g в диапазоне от 56 до 1179 Гц

Расчетные виброускорения, приведенные в таблицах 4.2 – 4.6. являются максимально возможными, так как при их определении не учитываются

демпфирующие свойства корпусных деталей.

#### **4. Выводы к главе 4**

- Составлена математическая модель ВПТК, учитывающая периодически меняющуюся крутильную жесткость, с кинематическим возбуждением для анализа динамическим характеристик ВПТК.
- На основе диаграммы Айнса-Стретта разработан способ проверки возникновения неустойчивых параметрических колебаний в ВПТК и определена граница перехода от устойчивых параметрических колебаний к неустойчивым.
- Разработана методика проектирования ВПТК с заданным уровнем виброускорения, исключающая возможность возникновения неустойчивых параметрических колебаний.
- Представлены результаты применения предложенной методики проектирования ВПТК с заданным уровнем виброускорения.



## Заключение

1. Дано обоснование принципа действия ВПТК, в виде следящей системы, в которой малая центральная ось симметрии тел качения отслеживает положение вектора суммарного усилия, создаваемого волнообразователем, позволившее более полно представить физические особенности работы механизма.
2. Получены аналитические зависимости, подтвержденные экспериментально, для определения крутильной жесткости ВПТК в режиме редуктора и мультипликатора. Показано, что эти параметры являются нестационарными периодически меняющимися и зависят от углового взаиморасположения оси симметрии тел качения и оси симметрии впадины жесткого колеса ВПТК. Полученные зависимости позволяют определять амплитуду пульсаций этих параметров от передаточного числа ВПТК.
3. Определена зависимость, характеризующая неравномерность распределения нагрузки между рядами тел качения многорядных ВПТК различных кинематических схем, что позволяет более точно оценивать неравномерность распределения нагрузки по рядам тел качения.
4. Уточнены формулы расчета конструктивных параметров ВПТК из условия прочности для различных используемых материалов с учетом неравномерности распределения нагрузки между телами качения в одном ряду и между рядами, что позволяет более точно определять геометрические размеры ВПТК на этапе проектирования.
5. Выявлены зависимости, характеризующие пульсации суммарной радиальной силы в ВПТК, вызывающей вибрации в механизме, позволяющие оценивать вибрационное воздействие ВПТК на ИМ ЭМП.
6. На основании диаграммы Айнса-Стретта разработан способ определения границ возникновения неустойчивых параметрических колебаний параметров ВПТК, что позволяет графически и аналитически обосновано

проводить контроль отсутствия или определять величину амплитуды колебаний во всем диапазоне рабочих скоростей выходного звена ИМ ЭМП.

7. Разработана методика проектирования ВПТК с заданным уровнем виброускорения. Предложенная методика позволяет определять амплитуду и частоту виброускорения корпусных деталей, подверженных возмущающему воздействию со стороны ВПТК.

## Список литературы

1. R. R. Abdulin, V.V. Bolshakov, V. A. Podshibnev, N. B. Rozhnin and S. L. Samsonovich, "Comparative analysis of linear electromechanical steering drives with an autonomous hydraulic drive" 2021 [Journal of Physics Conference Series](#) doi: [10.1088/1742-6596/1958/1/012001](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1958/1/012001)
2. Кузьмичёв Р.В., Ситин Д.А., Степанов В.С. Исполнительные механизмы петлеобразной формы для приводов самолётов с повышенным уровнем электрификации//Труды МАИ. 2011. № 45. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=25426>
3. Крылов Н.В., Лалабеков В.И., Огольцов И.И. и др. Электромеханические силовые мини-приводы для «более электрифицированного» самолета / Под ред. С.Л. Самсоновича. – М.: Изд-во МАИ, 2016. – 360 с.
4. Беляев А.Е. Механические передачи с промежуточными телами повышенной точности и долговечности. – Томск: ТПИ, 1986. – 60 с.
5. Беляев А.Е. Механические роликовые передачи. – Новоуральск, Томск: ЦНТИ, 1994. – 120 с.
6. Янгулов В.С. Геометрические и конструктивные соотношения в волновых передачах с промежуточными телами качения // Известия Томского политехнического университета. – Томск: Изд-во ТПУ, 2008. – Т. 312. – № 1. – с. 24–27.
7. Янгулов В.С. Прецизионный редуктор повышенной долговечности // Известия Томского политехнического университета. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – Т. 311. – № 2. – с. 18–23.
8. Самсонович С.Л., Константинов С.А., Степанов В.С. Шариковолновая передача. Основы расчета. // Авиакосмическое приборостроение. – 2005. – № 5. – с. 53 – 59.
9. Самсонович С.Л., Степанов В.С. Разработка исполнительного механизма рулевого привода на основе шариковолновой передачи // Создание перспективной

авиационной техники. / Под ред. проф. Комарова Ю.Ю., Мхитаряна В.А. – М.: Изд-во МАИ, 2004. – 270-276 с.

10. Янгулов В.С. Силовой расчёт волновых передач с промежуточными телами качения с адаптивным генератором // Известия Томского политехнического университета. – Томск: Изд-во ТПУ, 2008. – Т. 312. – №2. – с. 28–31.

11. Ершов Ю. В. Анализ и синтез планетарных передач К–Н–V с промежуточными телами качения: диссертация кандидата технических наук: 05.02.18 / Ершов Юрий Васильевич. – М. : МГТУ им. Баумана, 2007. – 242 с.

12. Ан И-Кан. Определение усилий в зацеплении волновых передач с промежуточными телами качения. Современные проблемы машиностроения: труды VI Междунар. науч.-техн. конф. – Томск: Изд-во ТПУ, 2011. – с. 30–33.

13. Янгулов В.С., Беляев А.Е. Элементы расчёта жёсткости волновой передачи с промежуточными телами качения // Известия Томского политехнического университета. – Томск: Изд-во ТПУ, 2008. – Т. 313. – №3. – с. 69–73.

14. Крылов Н.В. Исследование жесткости и прочности волновой передачи с телами качения электромеханического силового привода летательного аппарата: диссертация кандидата технических наук: 05.02.02 / Крылов Николай Валерьевич. – М.: МАИ, 2014. – 149 с.

15. Янгулов В.С., Беляев А.Е. Расчёт мёртвого хода волновых передач с промежуточными телами качения // Известия Томского политехнического университета. – Томск: Изд-во ТПУ, 2008. – Т. 313. – №3. – с. 74–77.

16. Янгулов В.С. Кинематическая погрешность волновой передачи с промежуточными телами качения // Известия Томского политехнического университета. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – Т. 314. – №2. – с. 49–54.

17. Васильев М.А., Степанов В.С. Компьютерное моделирование кинематической ошибки волновой передачи с телами качения // Вестник Москов. авиац. ин-та, 2016. –Т. 23. – №1. – с. 163–169.

18. Степанов В.С. Методика проектирования привода на основе волновой передачи с телами качения: диссертация кандидата технических наук: 05.02.02/ Степанов Вилен Степанович. – М.: МАИ, 2009. – 163 с.
19. Киреев С. О., Ершов Ю. В., Ковалёва Н. И. Определение коэффициента полезного действия планетарного зубчато-роликового редуктора дифференциально-кулачкового типа с использованием теории графов // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки, 2007. – №1. – с. 77 – 79.
20. Янгулов В.С. Волновые передачи с промежуточными телами (состояние, результаты и задачи) // Известия Томского политехнического университета. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – Т. 311. – №2. – с. 14 – 18.
21. Янгулов В.С. Техническая механика: Волновые и винтовые механизмы и передачи: Учебное пособие. Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во ТПУ, 2011. – 184 с.
22. Волков Д.П., Зубков Ю.Н. Колебания в приводе с волновой зубчатой передачей // Вестник машиностроения. – 1978. – №5. – с. 17-21.
23. Плеханов Ф.И., Вычужанина Е.Ф., Пушкарев И.А., Сунцов А.С. Распределение нагрузки в зацеплениях колес рациональных конструкций планетарных передач и его влияние на технико-экономические показатели привода // Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2017. – № 2. – с. 29–35.
24. Калинин Д.В., Темис Ю.М. Моделирование нелинейных колебаний цилиндрических зубчатых передач авиационных приводов // Вестник Самарского гос. аэрокосмического ун-та им. акад. С.П. Королева. – 2015. – Т. 14. – № 3. – Ч.1. – с. 193-202.
25. Артемьева Т.В., Лысенко Т.М., Румянцева А.Н., Стесин С.П. Гидравлика, гидромашины и гидропневмопривод: Учебное пособие. – М.: Академия, 2005. – 336 с.

26. Башта Т.М. и др. Объемные гидравлические приводы. – М.: Машиностроение, 1979. – 2 628 с.
27. Савин В.Ю., Ильичев В.Ю. Исследование неравномерности крутящего момента в пластинчатых гидромоторах двойного действия // Вестник ДГТУ. Технические науки. – 2020. – №1. – с. 39 – 47.
28. Попов Д.Н. Нестационарные гидромеханические процессы: Учебное пособие. – М.: Машиностроение, 1982. – 241 с.
29. Прокофьев В.Н., Борисов Б.П. Неравномерность движения гидропривода при работе на нижнем пределе диапазон регулирования // Известия вузов. Машиностроение. – 1974. – № 3. – с. 59 – 64.
30. Аврунин Г.А., Дехнич Ю.В., Литвиненко Е.В., Кухтина Р.Г. Исследование работы объемных гидроприводов мобильных машин на экстремальных частотах вращения // Вестник ХНАДУ. – 2007. – №38. – 6 с.
31. Абдулин Р. Р. Обоснование принципа действия волновой передачи с промежуточными телами качения как следящей системы / Р. Р. Абдулин, В. А. Подшибнев, С. Л. Самсонович // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2020. – № 1(339). – с. 94 –102. – DOI 10.33979/2073-7408-2020-339-1-94-102.
32. Абдулин Р. Р. Исследование крутильной жесткости волновой передачи с промежуточными телами качения / Р. Р. Абдулин, В. А. Подшибнев, С. Л. Самсонович // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2020. – № 3(341). – с. 95– 104. – DOI 10.33979/2073-7408-2020-341-3-95-104.
33. Абдулин Р. Р. Определение коэффициента неравномерности между рядами тел качений в волновой передаче с промежуточными телами качения / Р. Р. Абдулин, В. А. Подшибнев, С. Л. Самсонович // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2021. – № 5(349). – с. 58–67. – DOI 10.33979/2073-7408-2021-349-5-58-67.

34. Абдулин Р.Р. Разработка малогабаритного электромеханического привода вращательного действия для БПЛА / Р. Р. Абдулин, В. А. Подшибнев, С. Л. Самсонович, А. В. Сурков // Авиация и космонавтика - 2017 : Тезисы 16-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика», Москва, 20–24 ноября 2017 года /– Москва: Типография «Люксор», 2017. – с. 343-344.
35. Подшибнев В. А. О влиянии вибрационных воздействий на параметры волновой передачи с промежуточными телами качения / В. А. Подшибнев, С. Л. Самсонович // Авиация и космонавтика - 2018: Тезисы 17-ой Международной конференции, Москва, 19–23 ноября 2018 года. – Москва: Типография "Люксор", 2018. – с. 401-402.
36. Подшибнев В. А. Экспериментальное исследование крутильной жёсткости волновой передачи с промежуточными телами качения / В. А. Подшибнев, С. Л. Самсонович, Р. Р. Абдулин // 18-я Международная конференция "Авиация и космонавтика – 2019: Тезисы, Москва, 18–22 ноября 2019 года – Москва: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2019. – с. 170-171.
37. Подшибнев В. А. Исследование влияния нестационарности крутильной жесткости волновой передачи с промежуточными телами качения на ее динамические характеристики / В. А. Подшибнев, С. Л. Самсонович // 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика»: Тезисы 19-ой Международной конференции, Москва, 23–27 ноября 2020 года. – Москва: Издательство "Перо", 2020. – с. 433-434.
38. Абдулин Р. Р. Разработка малогабаритного электромеханического привода вращательного действия в заданных габаритах / Р. Р. Абдулин, А. С. Зудилин, А. Н. Стиценко [и др.] // Материалы IV научно-практической конференции памяти О.В. Успенского: Сборник докладов, Москва, 06–08 декабря 2017 года. – Москва: Издательский дом Академии имени Н.Е. Жуковского, 2017. – с. 17-27.

39.Абдулин Р. Р. О разработке математической модели для определения вибрационных характеристик волновой передачи с промежуточными телами качения / Р. Р. Абдулин, В. А. Подшибнев, С. Л. Самсонович // V научно-практическая конференция памяти О.В. Успенского: Сборник докладов, Москва, 05–06 декабря 2018 года / Под редакцией Сорокина В.А. – Москва: ИД Академии Жуковского, 2018. – с. 6-12.

40.Абдулин, Р. Р. Сравнение различных методов определения крутильной жесткости редуктора на основе волновой передачи с промежуточными телами качения / Р. Р. Абдулин, В. А. Подшибнев, С. Л. Самсонович // Материалы VI научно-практической конференции памяти О.В. Успенского : Сборник докладов, Москва, 05–06 декабря 2019 года. – Москва: Издательский дом Академии имени Н.Е. Жуковского, 2019. – с. 6-15.

41. Абдулин Р.Р. Обоснование принципа действия волновой передачи с промежуточными телами качения как следящей системы. / Р. Р. Абдулин, В. А. Подшибнев, С. Л. Самсонович //Механика и процессы управления. – Материалы XLIX Всероссийского симпозиума – М.: РАН, 2019. – 119 с.

42. Абдулин Р.Р. Результаты разработки и исследования волновых передач с промежуточными телами качения приводных систем для беспилотных и пилотируемых ЛА /Абдулин Р.Р, Подшибнев В.А., Рожнин Н.Б. Самсонович С.Л.// материалы V Международной научно-технической конференции, посвященной 95-летию со дня рождения член-корр. РАН, д-ра техн. наук, профессора Рыфата Рахматулловича Мавлютова: в 6 томах / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. – Уфа : УГАТУ, 2021.том.2., с. 4– 9.

43. Подшибнев В. А. Уточнение методики проектирования многорядной волновой передачи с промежуточными телами качения / В. А. Подшибнев // Молодёжь и будущее авиации и космонавтики: Сборник аннотаций конкурсных работ XIII Всероссийский межотраслевой молодёжный конкурс научно-технических работ и проектов в области авиационной и ракетно-космической техники и технологий,



Москва, 22–26 ноября 2021 года. – Москва: Издательство "Перо", 2021. – с. 153–154.

44. Абдулин Р.Р., Подшибнев В.А., Самсонович С.Л. и др. Электромеханический рулевой привод вращательного действия. Патент РФ № 26783854. Оpubл.: 28.01.2019, Бюл. № 4.

45. Абдулин Р.Р., Подшибнев В.А., Самсонович С.Л. и др. Резервированный электромеханический силовой минипривод. Патент РФ № 2740466 Оpubл.: 16.01.2021 Бюл. № 2.

46. Абдулин Р.Р., Подшибнев В.А., Самсонович С.Л. и др. Резервированный электромеханический привод. Патент РФ № 2736658 Оpubл.: 19.11.2020 Бюл. № 3.

47. Крылов Н.В., Подшибнев В.А., Самсонович С.Л. Волновая передача с выбором люфта. Патент РФ 2747227 Оpubл.: 29.04.2021 Бюл. № 3.

48. Геращенко А.Н., Самсонович С.Л. Пневматические, гидравлические и электрические приводы летательных аппаратов на основе волновых исполнительных механизмов. / Под ред. Матвеевко А.М. – Москва. 2006. – 390 с.

49. Шанников В.М. Планетарные редукторы с внецентроидным цевочным зацеплением. – М.: Машгиз, 1946. – 304 с.

50. Рабинович Л.В. Динамика следящих приводов: Учебное пособие. – М.: Машиностроение, 1982. – 496 с.

51. Костиков Ю.В., Тимофеев Г.А., Фурсяк Ф.И. Исследование крутильной жесткости волновых зубчатых передач внешнего деформирования с гибким колесом-кольцом // Известия вузов. – М.: Машиностроение, 2012. – №8. – с. 3 – 7.

52. Полетучий А.И. Теоретическое исследование крутильной жесткости и упругого мертвого хода волновой передачи с одним и двумя гибкими колесами // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. – Х.: Нац. аэрокосмический ун-т им. Н. Е. Жуковского "ХАИ". – 2002. – 30 (3) – с. 97-112.

53. Полетучий А.И. Сравнение крутильной жесткости волновой зубчатой

передачи(ВЗП) с одним и двумя гибкими колесами // *Авиационно-космическая техника и технология*. – Харьков: Нац. аэрокосмический ун-т "Харьк. авиац. ин-т." – 2001. – 25 – с. 134-140.

54. Гольдсмит В. Удар. Теоретические и физические свойства соударяемых тел. – Москва, 1965. – 448 с.

55. Вульфсон И. И. Краткий курс теории механических колебаний. – М.: ВНТР, 2017. – 241 с.

56. Вульфсон И. И. Динамика цикловых машин. – СПб.: Политехника, 2013. – 425 с.

57. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. – Л.: Энергоатомиздат, 1992. – 288 с.

58. Антонюк Е. Я. Динамика механизмов переменной структуры. – Киев: Наук. думка, 1988. – 184 с.

59. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М: ГИФМЛ, 1963. – 412 с.



УТВЕРЖДАЮ

Управляющий директор  
АО «МНПК «Авионика»

В.Ф.Заец

» 05 2022 г.

М.П.

## АКТ

О внедрении в НИР Акционерного общества Московский научно-производственный комплекс «Авионика» имени О.В. Успенского (АО МНПК «Авионика») результатов диссертационной работы на соискание ученой степени кандидат технических наук Подшибнева Владимира Александровича на тему: «Методика проектирования исполнительного механизма привода на основе волновой передачи с телами качения с заданным уровнем виброускорения»

Комиссия в составе: председателя комиссии – Заместителя управляющего директора-Главного конструктора, кандидата технических наук Абдулина Р.Р. и членов комиссии – главного конструктора тематического направления, кандидата технических наук, доцента Кулабухова В.С., заместителя главного конструктора тематического направления Зудилина А.С. **подтверждает**, что Результаты диссертационной работы Подшибнева В.А., а именно:

- учет неравномерности распределения нагрузки между телами качения в одном ряду и между рядами тел качения в волновой передаче с телами качения (ВПТК) при проведении прочностного расчета и расчета геометрических размеров ВПТК;
- использование методики выбора конструктивно-кинематической схемы ВПТК, обеспечивающей уменьшение возмущающих воздействий, создаваемых ВПТК и действующих на корпус исполнительных механизмов (ИМ), использовались при разработке конструкций ИМ перспективных электромеханических приводов, а именно:
  - конструкции механизма управления тягой маршевого двигателя МРД-80;
  - конструкции активного механизма загрузки рычага управления двигателем СГ-ЛТС-М;

– конструкций ряда исполнительных механизмов перспективных рулевых приводов.

Некоторые из разработанных механизмов, защищены патентами:

– Абдулин Р.Р., Подшибнев В.А., Самсонович С.Л. и др. Электромеханический рулевой привод вращательного действия. Патент РФ №26783854. Оpubл.: 28.01.2019, Бюл. №4

– Абдулин Р.Р., Подшибнев В.А., Самсонович С.Л. и др. Резервированный электромеханический силовой минипривод Патент РФ № 2 740 466 Оpubл.: 17.01.2021 Бюл. № 2

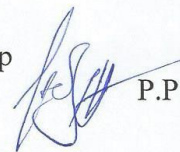
– Абдулин Р.Р., Подшибнев В.А., Самсонович С.Л. и др. Резервированный электромеханический привод Патент РФ № 2 736 658 Оpubл.: 19.11.2020 Бюл. № 3

Применение ВПТК в составе ИМ электромеханических приводов с высоким передаточным числом позволяет существенно снизить массу и габаритные размеры механизмов.

Эффективность использования предложенных В.А. Подшибневым решений заключается в снижении рисков при конструировании ИМ электромеханических приводов на основе ВПТК за счет проведения уточнённых расчетов ВПТК из состава этих механизмов.

Председатель комиссии:

Зам. управляющего директора-Главный конструктор  
кандидат технических наук



Р.Р. Абдулин

Члены комиссии:

Главный конструктор ТН-17, к.т.н., доцент



В.С. Кулабухов

Зам. главного конструктора ТН-31



А.С. Зудилин

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе  
Московского авиационного института  
(национального исследовательского  
университета)



Козорез Д. А.

2022 г.

**АКТ**

**О внедрении в учебный процесс кафедры 702 «Системы приводов авиационно-космической техники» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) результатов диссертационной работы на соискание ученой степени кандидата технических наук Подшибнева Владимира Александровича на тему: «Методика проектирования исполнительного механизма привода на основе волновой передачи с телами качения с заданным уровнем виброускорения»**

Научно-техническая комиссия в составе:  
председатель комиссии

Кривилёв А.В., д.т.н., директор дирекции института №7, и.о. заведующего кафедрой №702,

члены комиссии

Самсонович С.Л., д.т.н., профессор кафедры №702,  
Лалабеков В.И., д.т.н., профессор кафедры №702,  
Макарян М.А., к.т.н., доцент кафедры №702

свидетельствует о внедрении следующих материалов диссертационной работы Подшибнева В.А. в учебный процесс кафедры №702:

1. При проведении практических занятий по дисциплине «Основы конструирования узлов и механизмов следящих приводов» изучался принцип действия волновой передачи с телами качения (ВПТК) в виде позиционной следящей системы, в которой

малая центральная ось симметрии тел качения отслеживает положения суммарного вектора усилия, создаваемого волнообразователем. Дополнительно рассматривался прочностной расчет ВПТК с учетом неравномерности распределения нагрузки по телам качения в одном ряду и между рядами многорядных ВПТК.

2. При дипломном проектировании использовались элементы методики выбора конструктивно-кинематических параметров ВПТК, обеспечивающих наименьшую виброактивность конструкции исполнительного механизма привода.


В.А. Подшибнев является соавтором учебника:

**Основы конструирования летательных аппаратов с минимизацией габаритных размеров»: /Учебник/ С.Л. Самсонович, В.А. Подшибнев; под ред. С.Л. Самсоновича. – Москва: ИНФА-М, 2022. - 391 с.,**


который используется при проведении аудиторных занятий по курсу «Основы конструирования узлов и механизмов следящих приводов».

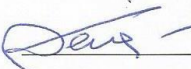
Эффективность внедрения заключается в повышении качества учебного процесса, связанного с приобретением студентами знаний о свойствах циклоидальных механических передач, а именно ВПТК, и особенностях их применения в составе исполнительных механизмов приводов летательных аппаратов.

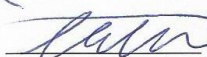
Председатель комиссии

 Кривилёв А.В.

Члены комиссии

 Самсонович С.Л.

 Лалабеков В.И.

 Макарин М.А.