

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ

(национальный исследовательский университет) - МАИ

На правах рукописи

Вунна Джо Джо

«Оптимизация многопроцессорной обработки упорядоченных мультизапросов»

Специальность 05.13.11

Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и
компьютерных сетей

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:

д.т.н., профессор,

заслуженный деятель науки РФ

Брехов Олег Михайлович

Москва, 2014 г.

Содержание

Введение.....	4
Глава 1. Традиционная оптимизация мультизапросов.....	8
1.1 Введение.....	8
1.2. Оптимизация мультизапроса.....	9
1.2.1. Эвристический (Heuristic) алгоритм.....	10
1.2.2. Динамическое решение при многократной оптимизации запросов	11
1.3. Типовая архитектура системы, в которой применяется СУБД с оптимизатором запросов.....	13
1.4. Постановка задачи.....	17
1.5. Выводы	24
Глава 2. Оптимизация однопроцессорной обработки мультизапросов.....	25
2.1. Введение.....	25
2.2. Независимая и совместная обработка запросов мультизапроса	25
2.3. Частный алгоритм формирования плана совместной обработки конъюнктивного мультизапроса	26
2.3.1. Время выполнения мультизапроса (2 запроса)	26
2.3.1.1. Неупорядоченные данные для мультизапроса (2 запроса)	27
2.3.1.2. Упорядоченные данные для мультизапроса (2 запроса)	29
2.3.2. Время выполнения мультизапроса (3 запроса)	31
2.3.2.1. Неупорядоченные данные для мультизапроса (3 запроса)	31
2.3.2.2. Упорядоченные данные для мультизапроса (3 запроса)	34
2.4. Общий алгоритм формирования плана совместной обработки конъюнктивного мультизапроса.....	35
2.5. Формирование плана совместной обработки конъюнктивного мультизапроса для мультизапроса (4 запроса).....	37
2.6. Оценка времени выполнения мультизапроса.....	42
2.7. Выводы	45
Глава 3. Метод оптимизации многопроцессорной обработки мультизапросов.....	46
3.1. Введение.....	46
3.2. Степенная зависимость времени обработки элементарных запросов	47
3.2.1. Совместное выполнение запросов мультизапроса. СЗ.....	47
3.2.2. Несовместное выполнение запросов мультизапроса. СЗ.....	54
3.2.3. Сравнение совместной и несовместной обработки запросов. СЗ	61
3.3. Линейная зависимость времени обработки элементарных запросов	67
3.3.1. Совместное выполнение запросов мультизапроса. ЛЗ.....	67
3.3.2. Несовместное выполнение запросов мультизапроса. ЛЗ.....	72
3.3.3. Сравнение совместной и несовместной обработки запросов. ЛЗ	77
3.4. Выводы	88

Глава 4. Реализация плана выполнения мультизапроса в многопроцессорной базе данных.....	89
4.1. Введение.....	89
4.2. Оценка влияния числа процессоров на время выполнения мультизапроса.....	89
4.3. Совместная обработка запросов мультизапроса.....	90
4.3.1. Алгоритм 1.....	91
4.3.1.1. Минимальное время выполнения мультизапроса при степенном изменении параметра времени.....	94
4.3.1.2. Минимальное время выполнения мультизапроса при линейном изменении параметра времени.....	98
4.3.2. Алгоритм 2.....	103
4.3.2.1. Минимальное время выполнения мультизапроса при степенном изменении параметра времени.....	105
4.3.2.2. Минимальное время выполнения мультизапроса при линейном изменении параметра времени.....	109
4.3.3. Алгоритм 3.....	114
4.3.3.1. Минимальное время выполнения мультизапроса при степенном изменении параметра времени.....	116
4.3.3.2. Минимальное время выполнения мультизапроса при линейном изменении параметра времени.....	120
4.4. Несовместная обработка запросов мультизапроса.....	125
4.4.1. Минимальное время выполнения мультизапроса для несовместной обработки запросов при степенном изменении параметра времени.....	125
4.4.2. Минимальное время выполнения мультизапроса для несовместной обработки запросов при линейном изменении параметра времени.....	129
4.5. Формирование оптимального плана выполнения мультизапроса.....	134
4.5.1. Формирование оптимального плана выполнения мультизапроса при степенном изменении параметра времени.....	134
4.5.2. Формирование оптимального плана выполнения мультизапроса при линейном изменении параметра времени.....	137
4.5. Выводы.....	141
Основные результаты работы.....	142
Литература.....	143

Введение

Проблеме оптимизации выполнения мультизапроса при обращении к базе данных посвящено большое число публикаций. В качестве критерия оптимизации мультизапросов обычно используют время выполнения запроса, при этом подразделяют время, затрачиваемое на работу с данными, находящимися в оперативной, буферной и внешней памяти. Дополнительными условиями являются объем памяти, число процессоров и др., которые часто задают в виде стоимостных ограничений.

Проблемами создания и оценки качества ООЗ занимались ряд российских и зарубежных исследователей: Григорьев Ю.А, Кузнецов С.Д, Amol Deshpande, Zacchary Ives, Vijayshankar Raman, Selinger P.G., Astrahan M.M., Chamberlin D.D. и др.

В данной работе в рамках базовой постановки оптимизации мы будем считать, что база данных целиком находится в основной памяти, что наиболее соответствует режимам функционирования бортовых баз данных авиационных и космических систем.

Актуальность темы

Основным критерием при определении Плана реализации запроса является время выполнения мультизапроса, которое, вообще говоря, зависит от порядка выполнения элементарных запросов, его составляющих, и от времени проверки в строке и вероятности успеха в строке [36]. Время выполнения элементарного мультизапроса зависит от метода доступа к столбцу таблицы. Существуют два базовых метода: когда данные в столбцах не упорядочены и когда данные в столбцах упорядочены. Известным методом увеличения производительности является использование многопроцессорных бортовых ВС.

В данной работе рассмотрена эффективность выполнения мультизапроса в базах данных многопроцессорной бортовой вычислительной системы, что является актуальным для авиационно-космических систем.

Цель диссертационной работы

Оптимизация выполнения мультизапросов в базах данных с целью создания надстройки над СУБД, которая способна выполнять действия, необходимые для выбора наиболее эффективного плана выполнения мультизапроса, также осуществляя минимизацию накладных расходов.

Методы исследования

Аналитическое моделирование. Современная методология организации баз данных.

Научная новизна

- Предложен и обоснован метод оптимизации по времени выполнения мультизапроса при обращении к базе данных на основе упорядочивания элементарных запросов.
- Доказаны условия, при которых совместная обработка конъюнктивного мультизапроса обеспечивает не большее время выполнения по отношению к независимой обработке.
- Доказано, что параметр вероятность успеха при выполнении элементарного запроса является существенным параметром, влияющим как на выбор совместного и несовместного метода обработки мультизапроса, так и на определение числа процессоров.
- Разработан метод обеспечения оптимизации многопроцессорной обработки мультизапросов.
- Предложен оптимальный алгоритм распределения элементарных запросов на процессоры.

Достоверность полученных в диссертационной работе результатов подтверждается:

Применяемым математическим аппаратом. Соответствием полученных и известных результатов.

Практическая значимость

Разработан метод формирования и оценки времени выполнения плана выполнения мультизапроса с оптимизацией распределения элементарных запросов на процессоры.

Реализация результатов работы

Результаты диссертационной работы используются в учебном процессе кафедры «Вычислительные машины, системы и сети» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) в форме информационного обеспечения блока дисциплин, а также в лекционном курсе «Моделирование».

На защиту выносятся следующие положения:

- Метод обеспечения оптимизации многопроцессорной обработки мультизапросов.
- Утверждение об условиях определения минимального времени обработки конъюнктивного мультизапроса для упорядоченных таблиц данных.
- Соотношения для минимального времени выполнения мультизапроса для упорядоченных или неупорядоченных данных таблиц при совместной обработке процессорами объединенного множества элементарных запросов.

- Оптимальный план распределения элементарных запросов на процессоры.

Апробация работы

Основные положения и результаты диссертационного исследования докладывались автором и обсуждались на научно-практической конференции студентов и молодых ученых МАИ «Инновации в авиации и космонавтике-2010», 13-ой Международной конференции МАИ «Авиация и космонавтика-2013», 12–15 ноября 2013 года.

Публикации

Основные материалы диссертационной работы опубликованы в 2 печатных работах из перечня ВАК.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографического списка из - наименований. Работа изложена на 145 страницах, содержит 27 таблиц и 28 рисунков.

Глава 1. Традиционная оптимизация мультизапросов

1.1 Введение

Основопологающей работой по оптимизации запросов является работа SELINGER [30]. Идеи, изложенные в этой статье, легли в основу большинства исследований оптимизации.

Однако с растущей важностью оперативной аналитической обработки данных техника более сложных оптимизаций запросов стала решающей. Для того чтобы быть эффективными, оптимизаторы должны адаптироваться к новым операторам, изменению в методах оценки стоимости и т.д. Эти требования привели к нынешнему поколению оптимизаторов запросов, из которых два оптимизатора Starburst [26] и Volcano [14] являются наиболее представительными. В то время как IBM DB2 оптимизатор [10] основан на Starburst, Microsoft SQL-Server оптимизатор [13] основан на Volcano. Основным различием между двумя подходами является то, каким образом альтернативные планы создаются. Оптимизатор Starburst генерирует планы снизу вверх, тогда как оптимизатор Volcano создает планы сверху вниз.

План состоит из операторов (например, выбрать, присоединиться, сортировка). Стоимость оператора является функцией статистической сводки, которая включает в себя размер отношения и число различных значений атрибутов, распределение этих значений атрибутов в терминах гистограмм и т.д. Хотя точность этих статистических данных имеет решающее значение, оценка стоимости плана может быть чувствительна к этой статистике и поддержание этих статистических данных может требовать много времени. Проблеме эффективного поддержания достаточно точной статистики уделяется большое внимание в литературе, см. статью Poosala [27].

Кроме того, модель затрат должна учитывать влияние, например, буферизации отношений в кэше базы данных, модели доступа к памяти, доступность выполнения оператора, конвейерное выполнение и т. д.

1.2. Оптимизация мультизапроса

Предположим, что база данных D задана как ряд отношений $\{R_1, R_2, \dots, R_m\}$, каждое отношение определено на ряде признаков. План доступа относительно запроса Q - последовательность задач, или основных операций, которые дают ответ на запрос Q . Например, имеется Служащий (ID, Имя, Род, Зарплата, Город), с очевидными значениями для различных областей. Пусть задан следующий запрос SQL:

```
Select * From Employee1
```

```
Where Род=N'M' and Зарплата>=1000 and Город = N'Москва',
```

может быть обработан, посредством выполнения следующих задач

(T1) TEMP1 := Род=N'M'

(T2) TEMP2 := Зарплата>=1000

(T3) RESULT := Город = N'Москва'

Существует ряд возможных альтернатив плана обработки этого запроса.

У задач есть некоторая стоимость, связанная с ними, который отражает стоимость центрального процессора, стоимость ввода / вывода, требуемых при их обработке. Стоимость плана доступа - стоимость обработки ее составляющих задач. Если имеется ряд запросов $Q=\{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$, то глобальный план доступа относительно Q соответствует плану, который обеспечивает способ вычислить результаты всех n запросов. Глобальный план доступа может быть создан, выбирая

один план относительно каждого запроса и затем объединяя их вместе. Объединение в местном масштабе оптимальных планов не обязательно дает глобально оптимальный план. В связи с этим используются эвристические, динамические и другие алгоритмы.

1.2.1. Эвристический (Heuristic) алгоритм

Ниже приведен пример, который иллюстрирует алгоритм heuristic.

Пример 1. Предполагаются два запроса Q_1, Q_2 , наряду с их планами: $P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{21}, P_{22}, P_{23}$. Будем использовать t_{ij}^t , чтобы указать время k-th задачи плана P_{ij} . Стоимости для каждой задачи, включаемой в каждом плане, следующие.

Plan	Task	Cost	Task	Cost	Task	Cost	Total
P_{11}	t_{11}^1	48	t_{11}^2	28	t_{11}^3	25	101
P_{12}	t_{12}^1	11	t_{12}^2	4			15
P_{13}	t_{13}^1	8	t_{13}^2	4			12
P_{21}	t_{21}^1	48	t_{21}^2	81	t_{21}^3	31	160
P_{22}	t_{22}^1	13	t_{22}^2	13			26
P_{23}	t_{23}^1	40	t_{23}^2	13			53

Учитывая фактические затраты задачи и предполагая $t_{11}^1 \equiv t_{21}^1$, получаем предполагаемые затраты (est_cost) для этих задач:

Task	t_{11}^1	t_{11}^2	t_{11}^3	t_{12}^1	t_{12}^2	t_{13}^1	t_{13}^2	t_{21}^1	t_{21}^2	t_{21}^3	t_{22}^1	t_{22}^2	t_{23}^1	t_{23}^2
Estimated cost	24	28	25	11	4	8	4	24	81	31	13	13	40	13

Предполагаемые затраты для планов:

Plan	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{21}	P_{22}	P_{23}
Estimated cost	77	15	12	136	26	53

Часть области поиска, используя эвристическую функцию, проиллюстрирована на рис. 1.1.

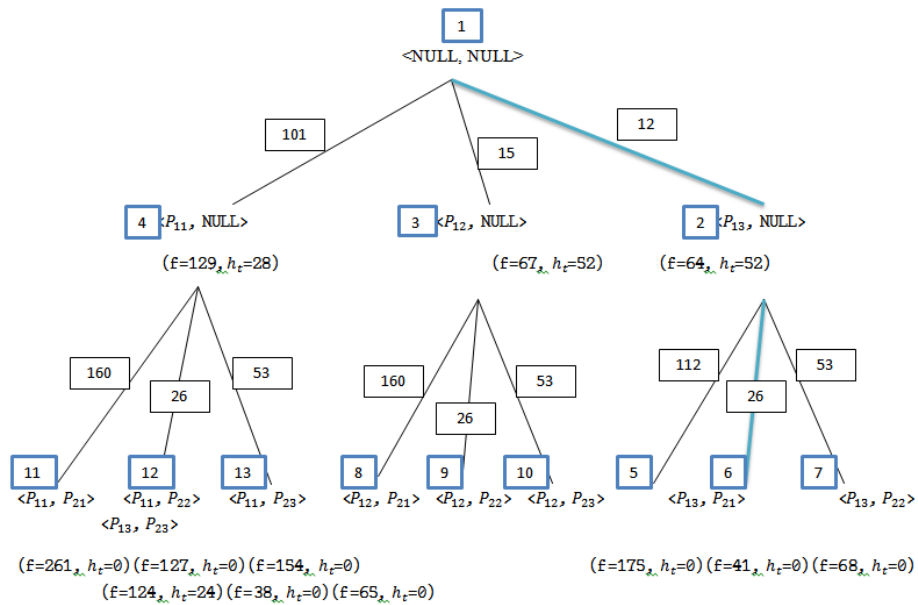


Рис. 1.1. Часть области поиска

1.2.2. Динамическое решение при многократной оптимизации запросов

“Многократная оптимизация запросов” (MQO) изучалась с 1980-х годов. MQO пытается уменьшить стоимость выполнения группы запросов, выполняя общие задачи только один раз, тогда как традиционная оптимизация запросов рассматривает единственный запрос за один раз. Проблема MQO была сформулирована в [1, 16, 33] как полная NP проблема оптимизации.

Пусть входные параметры для MQO заданы как:

- Q запросы: q_1, q_2, \dots, q_Q .
- T задачи: t_1, t_2, \dots, t_T , (t_i) = c_i , и $C = \sum c_i$).
- P планы: $P = \sum P_i$, где план P_i для запроса q_i .

Пример на рис.1.2 поясняет проблему MQO.

Параметры этого примера следующие:

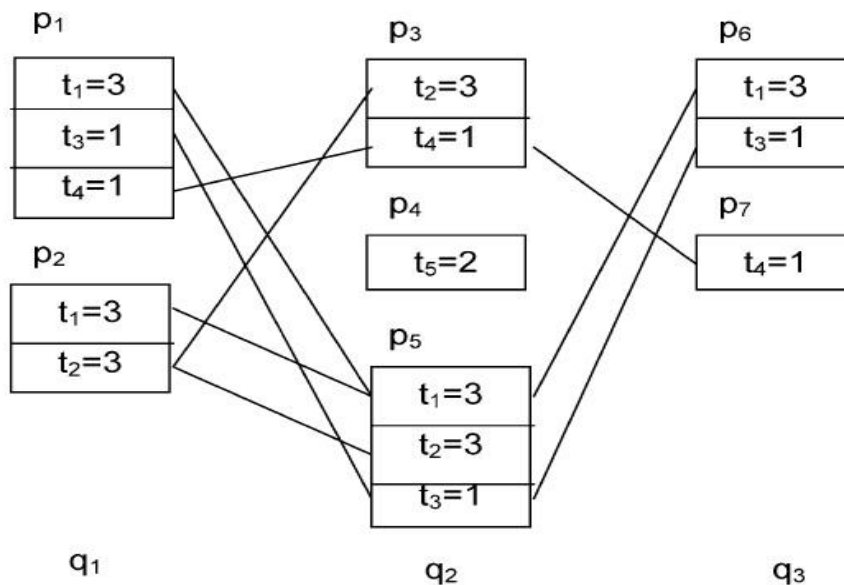


Рис. 1.2. Проблема MQO с 3 запросами, 7 планами и 5 задачами.

- Число запросов, $Q = 3$.
- Число задач, $T = 5$, и затраты задач: t_1 ($c_1 = 3$), t_2 ($c_2 = 3$), t_3 ($c_3 = 1$), t_4 ($c_4 = 1$), t_5 ($c_5 = 2$).
- Число планов, $P = 7$.
- Число планов первого запроса $P_1 = 2$, и $P_{11} = P_1 = \{t_1, t_3, t_4\}$, $P_{12} = P_2 = \{t_1, t_2\}$.

- Число планов второго запроса, $P_2 = 3$, и $P_{21} = P_3 = \{t_2, t_4\}$, $P_{22} = P_4 = \{t_5\}$, $P_{23} = P_5 = \{t_1, t_2, t_3\}$.
- Число планов третьего запроса, $P_3 = 2$, и $P_{31} = P_6 = \{t_1, t_3\}$, $P_{32} = P_7 = \{t_4\}$.
- Общая стоимость задач, $C = c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 = 10$.
- Затраты планов - $C_1 = 5, C_2 = 6, C_3 = 4, C_4 = 2, C_5 = 7, C_6 = 4, C_7 = 1$.

1.3. Типовая архитектура системы, в которой применяется СУБД с оптимизатором запросов

Рассмотрим типовую архитектуру системы, в которой применяются СУБД с оптимизатором запросов, приведенную в патенте [19]:

Данный вариант в целом представляет собой компьютерную систему, в которой один или большее число компьютеров (система обработки информации 100, один или большее число компьютеров клиента 101, 101а и т.д., управляющий компьютер 102, один или большее число серверов БД 105, 105а) соединены между собой со стороны клиента сетью 103 и со стороны сервера сетью 104.

Сеть клиента 103 и сеть сервера 104 могут являться локальными сетями. Эти сети могут также быть сетевым соединением между компьютерами и/или сетевым соединением между элементами процессора в параллельном компьютере. Более того, сеть со стороны клиента 103 и сеть со стороны сервера 104 могут быть одной и той же сетью.

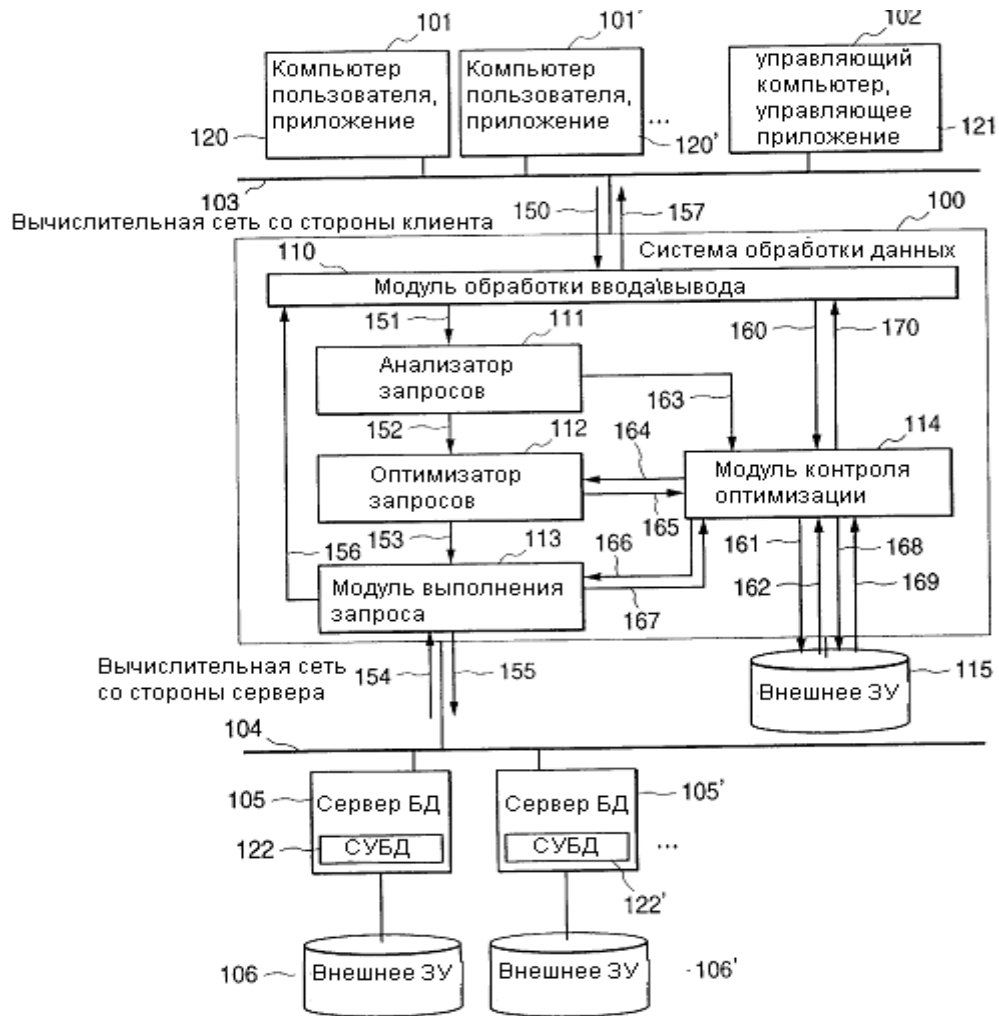


Рис.1.3: Типовая архитектура системы, использующей оптимизатор запросов.

Система обработки данных 100, компьютеры клиента 101, 101а, управляющий компьютер 102, серверы БД 105, 105а, могут быть компьютерами любого типа, включая персональный компьютер, рабочую станцию, параллельный компьютер, компьютер мейнфрейм и небольшой переносной ноутбук. На Рис. 1.8: каждый элемент системы обработки данных 100 – компьютер клиента 101, 101а, компьютер управления 102, серверы БД 105, 105а показаны как независимые отдельные компьютеры. Однако любая комбинация этих компьютеров может также представлять собой один компьютер. Системы обработки данных 100, компьютера клиента 101, 101а, компьютера управления 102, серверов БД 105, 105а, сети со стороны клиента 103, сети со стороны сервера 104 и их конфигурация на рис. 1.3

показаны в качестве одного из примеров, и таким образом сфера применения данного изобретения отнюдь не ограничивается данной конфигурацией.

Приложения 120, 120а, которые являются программами для обработки информации пользователем, функционируют на компьютерах клиента 102, 102а. Приложение 102 делает запрос (например, запрос, сформулированный на SQL), чтобы сделать ссылку или обновить БД, если это необходимо.

Серверы БД 105, 105а и другие имеют одну или несколько БД. СУБД 122, которая представляет собой программу, предназначенную для того, чтобы делать ссылки или обновлять БД в ответ на запрос от других программ, работает на серверах БД 105, 105а. Во многих случаях СУБД 122 содержит одну или большее число БД, в качестве своих целевых данных для управления в устройствах внешней памяти 106, 106а. БД может представлять собой реляционную БД, которая состоит из одной или большего числа таблиц, имеющих одну или большее число столбцов, а может также представлять собой БД других типов (БД сетевого типа, иерархическую БД, объектно-ориентированную БД или хранилище объектов) или системы файлов.

Система обработки данных 100 получает первичный запрос, сделанный одним из компьютеров клиента 101, 101а, создает один или большее число вторичных запросов и передает их серверам БД 105, 105а, в том случае, если это необходимо, выполняет ссылку или обновление данных, так как это определено в первичном запросе, а затем возвращает полученные в результате данные на компьютер клиента, с которого был сделан первичный запрос.

Управляющий компьютер 102 использует управляющее приложение 121. Управляющее приложение 121 – это программа управления системой обработки информации 100 или всей системы.

Модуль обработки ввода/вывода 110, анализатор запросов 111, оптимизатор запросов 112, модуль обработки запросов 113, контроллер оптимизации 114, устройство внешней памяти 115 являются элементами, составляющими модуль обработки информации 100.

Модуль обработки ввода/вывода 110 принимает заявку о запросе от компьютеров клиента 101, 101а и заявку об управлении от управляющего компьютера 102 и отвечает на эти заявки.

Анализатор запросов 111 производит лексический анализ, синтаксический анализ, и семантический анализ заявки о запросе, полученной модулем обработки ввода/вывода 110, производит стандартные преобразования условий запроса, в случае, если это необходимо, а затем создает на основе запроса дерево запроса.

Оптимизатор запросов 112 оптимизирует запрос, используя дерево запроса, сгенерированное анализатором запросов 111, и разрабатывает процедуру для серии операций (план выполнения запроса), чтобы получить результаты обработки запроса. В случае реляционной БД серия операций в плане выполнения запроса включает процесс выборки, проекцию, соединение, группировку и сортировку. План выполнения запроса - это структура данных, которая описывает, как применять эти операции в отношении целевой БД (то есть описываются целевая БД, целевой сервер БД 105 и порядок обработки запроса).

Модуль обработки запросов 113 выполняет план выполнения запроса, разработанный оптимизатором запроса 112. Модуль выполнения запросов 113 может потребовать путем отправки запроса на серверы БД 105, 105а, чтобы серверы БД 105, 105а частично или полностью выполнили эту серию операций. Модуль обработки запросов 113 может также сам частично или полностью выполнить эту серию операций путем обработки данных полученных от серверов БД 105, 105а.

Контроллер оптимизации 114 интерпретирует заявку об управлении, полученную модулем обработки ввода/вывода 110, и сохраняет определение классификации запроса и направление операций по обработке запроса, включенные в заявку об управлении в устройстве внешней памяти 115, в случае необходимости. Более того, контроллер оптимизации 114 получает в свое распоряжение запрос (и дополнительную информацию о запросе), который ранее поступил на анализатор запросов 111, получает направление операций по обработке запроса, которое соответствует этому запросу согласно определению классификации запроса, а затем выдает направление операций по обработке запросов на оптимизатор запросов 112 и модуль обработки запросов 113.

1.4. Постановка задачи

Рассмотрим пример.

Пусть данные базы данных заданы посредством таблицы 1.1:

Таблица 1.1

Name	Job Title	Birth Date	Gender	City	Bonus
Ken	Chief Executive Officer	1963	M	Bothell	1000
Terri	Vice President of Engineering	1965	F	Orlando	4100
Roberto	Engineering Manager	1968	M	Bothell	2000
Gail	Design Engineer	1983	M	Kenmore	500
Dylan	Design Engineer	1983	M	Phoenix	3000
Gigi	Design Engineer	1973	F	Berlin	5000
Michael	Design Engineer	1979	M	Bothell	3500
Gail	Design Engineer	1983	M	Kenmore	3500
Thierry	Design Engineer	1953	F	Kenmore	2500
Mary	Production Control Manager	1969	F	San Francisco	8000

$t_1 = 1$	$t_2 = 5.2$	$t_3 = 1.2$	$t_4 = 1.3$	$t_5 = 1.4$	$t_6 = 1.5$
-----------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

Пусть элементарные запросы

$\mathcal{E}3_1, \mathcal{E}3_2, \mathcal{E}3_3, \mathcal{E}3_4, \mathcal{E}3_5, \mathcal{E}3_6$

образуют 3 мультизапроса $\mathcal{Z}_1, \mathcal{Z}_2, \mathcal{Z}_3$:

$\mathcal{Z}_1 \Rightarrow \mathcal{E}3_1, \mathcal{E}3_4, \mathcal{E}3_5$

Select * from Employee where Name = 'Gail' and Gender = 'M' and City = 'Kenmore'

$\mathcal{Z}_2 \Rightarrow \mathcal{E}3_2, \mathcal{E}3_4, \mathcal{E}3_5$

Select * from Employee where Job Title = 'Design Engineer' and Gender = 'M' and City = 'Kenmore'

$\mathcal{Z}_3 \Rightarrow \mathcal{E}3_5, \mathcal{E}3_3$

Select * from Employee where City = 'Kenmore' and Birth Date = '1983'

При несовместной обработке запросов

$$T_{\text{несовм}} = (\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_2 + \mathcal{Z}_3) = T_{\text{несовм}_1} + T_{\text{несовм}_2} + T_{\text{несовм}_3}$$

Имеем следующие результаты в зависимости от порядка выполнения элементарных запросов.

Для $\mathcal{Z}_1 \Rightarrow \mathcal{E}3_1, \mathcal{E}3_4, \mathcal{E}3_5$

$$T_{\text{несовм}_{1,1}} = (10t_1 + 2t_4 + 2t_5) = (10 * 1 + 2 * 1.3 + 2 * 1.4) = 15.4 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{1,2}} = (10t_1 + 2t_5 + 2t_4) = (10 * 1 + 2 * 1.4 + 2 * 1.3) = 15.4 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{1,3}} = (10t_4 + 6t_5 + 2t_1) = (10 * 1.3 + 6 * 1.4 + 2 * 1) = 23.4 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{1,4}} = (10t_4 + 6t_1 + 2t_5) = (10 * 1.3 + 2 * 1 + 6 * 1.4) = 23.4 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{1,5}} = (10t_5 + 3t_1 + 2t_4) = (10 * 1.4 + 2 * 1 + 6 * 1.3) = 23.8 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{1,6}} = (10t_5 + 3t_4 + 2t_1) = (10 * 1.4 + 6 * 1.3 + 2 * 1) = 23.8 \text{ ms}$$

Для $Z_2 \Rightarrow \exists Z_2, \exists Z_4, \exists Z_5$

$$T_{\text{несовм}_{2,1}} = (10t_2 + 6t_4 + 3t_5) = (10 * 5.2 + 6 * 1.3 + 3 * 1.4) = 64 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{2,2}} = (10t_2 + 6t_5 + 3t_4) = (10 * 5.2 + 6 * 1.4 + 3 * 1.3) = 64.3 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{2,3}} = (10t_4 + 6t_5 + 3t_2) = (10 * 1.3 + 6 * 1.4 + 3 * 5.2) = 37 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{2,4}} = (10t_4 + 6t_2 + 3t_5) = (10 * 1.3 + 6 * 5.2 + 3 * 1.4) = 48.4 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{2,5}} = (10t_5 + 3t_2 + 3t_4) = (10 * 1.4 + 3 * 5.2 + 3 * 1.3) = 33.5 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{2,6}} = (10t_5 + 3t_4 + 3t_2) = (10 * 1.4 + 3 * 1.3 + 3 * 5.2) = 33.5 \text{ ms}$$

Для $Z_3 \Rightarrow \exists Z_5, \exists Z_3$

$$T_{\text{несовм}_{3,1}} = (10t_5 + 3t_3) = (10 * 1.4 + 3 * 1.2) = 17.6 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{3,2}} = (10t_3 + 3t_5) = (10 * 1.2 + 3 * 1.4) = 16.2 \text{ ms}$$

Используя порядок выполнения элементарных запросов, которые обеспечивают минимальное время, получаем:

для одного процессора

$$T_{\text{несовм}_1} = (Z_1 + Z_2 + Z_3) = T_{\text{несовм}_1} + T_{\text{несовм}_2} + T_{\text{несовм}_3} = (15.4 + 33.5 + 16.2) = 65.1 \text{ ms}$$

для двух процессоров при распределении элементарных запросов по процессорам в порядке:

№ процессора	Порядок обработки ЭЗ
1	(Z_1, Z_3)
2	Z_2

$$T_{\text{несовм}_{21}} = (Z_1 + Z_3) = (T_{\text{несовм}_1} + T_{\text{несовм}_3}) = (15.4 + 16.2) = 31.6 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{22}} = Z_2 = 33.5 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_2} = \max(T_{\text{несовм}_{21}}, T_{\text{несовм}_{22}}) = 33.5 \text{ ms}$$

для трех процессоров при распределении элементарных запросов по процессорам в порядке:

№ процессора	Результат ЭЗ
1	65.1 ms
2	33.5 ms
3	33.5 ms

$$T_{\text{несовм}_{31}} = Z_1 = 15.4 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{32}} = Z_2 = 33.5 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_{33}} = Z_3 = 16.2 \text{ ms}$$

$$T_{\text{несовм}_3} = \max(T_{\text{несовм}_{31}}, T_{\text{несовм}_{32}}, T_{\text{несовм}_{33}}) = 33.5 \text{ ms}$$

При совместной обработке элементарных запросов в порядке, см. рис.1.4, имеем следующие результаты

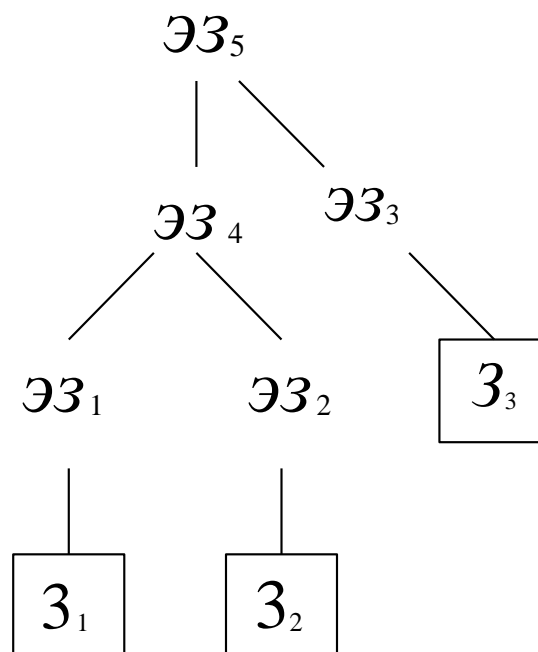


Рисунок 1.4.

для одного процессора

$$T_{\text{совм}_1} = (10t_5 + 3t_4 + 2t_1 + 2t_2 + 3t_3) = (10 * 1.4 + 3 * 1.3 + 2 + 2 * 5.2 + 3 * 1.2) = 33.9 \text{ ms}$$

для двух процессоров при распределении элементарных запросов по процессорам в порядке:

№ процессора	Порядок обработки ЭЗ
1	5,4,1
2	3,2

$$T_{\text{совм}_{2,1}} = (10t_5 + 3t_4 + 2t_1) = (10 * 1.4 + 3 * 1.3 + 2) = 19.9 \text{ ms}$$

$$T_{\text{совм}_{2,2}} = (3t_3 + 2t_2) = (3 * 1.2 + 2 * 5.2) = 14 \text{ ms}$$

$$T_{\text{совм}_2} = \max(T_{\text{совм}_{2,1}}, T_{\text{совм}_{2,2}}) = \max(19.9, 14) = 19.9 \text{ ms}$$

для трех процессоров при распределении элементарных запросов по процессорам в порядке:

№ процессора	Порядок обработки ЭЗ
1	5,4,1
2	2,3
3	-

$$T_{\text{совм}_{3,1}} = (10t_5 + 3t_4 + 2t_1) = (10 * 1.4 + 3 * 1.3 + 2) = 19.9 \text{ ms}$$

$$T_{\text{совм}_{3,2}} = (3t_3 + 2t_2) = (3 * 1.2 + 2 * 5.2) = 14 \text{ ms}$$

$$T_{\text{совм}_{3,3}} = \text{ms}$$

$$T_{\text{совм}_3} = \max(T_{\text{совм}_{3,1}}, T_{\text{совм}_{3,2}}, T_{\text{совм}_{3,3}}) = \max(19.9, 14) = 19.9 \text{ ms}$$

В результате имеем время выполнения мультизапроса в зависимости от числа процессоров:

Число процессоров	Время выполнения
1	33.9 ms
2	19.9 ms
3	19.9 ms

Сравнение времени выполнения мультизапроса при совместной и несовместной обработке в зависимости от числа процессоров приведено в таблице и на рис. 1.5.

Число процессоров	Время выполнения (совм)	Время выполнения (несовм)
1	33.9 ms	65.1 ms
2	19.9 ms	33.5 ms
3	19.9 ms	33.5 ms

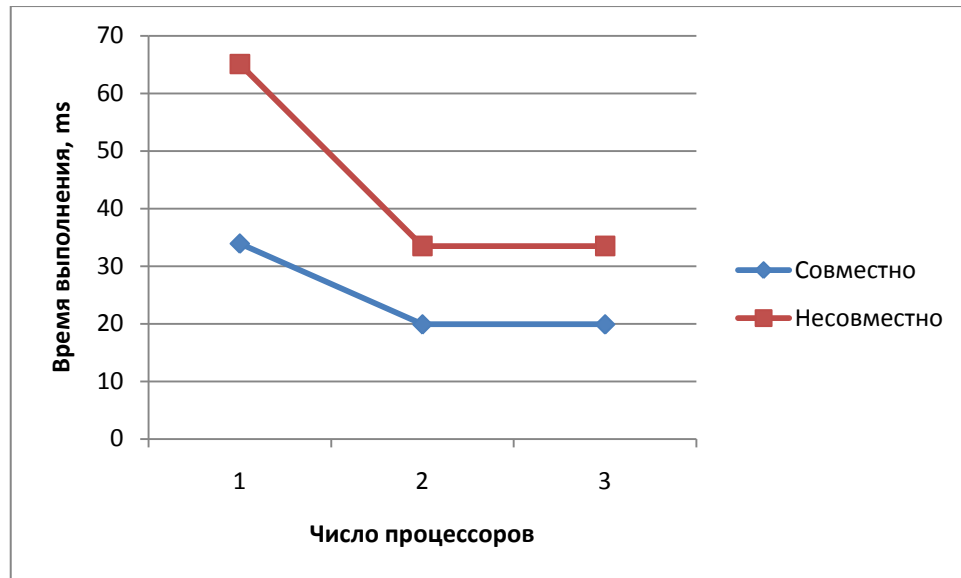


Рис.1.5: Время выполнения оптимизация мультизапросов.

В работе [36] показано, что минимальное время выполнения запроса может быть достигнуто при выполнении элементарных запросов в соответствующем порядке, определяемом условием упорядоченности.

Имея это ввиду, далее в данной работе исследуется возможность развития этого метода на случай выполнения мультизапроса многопроцессорной базах данных.

1.5. Выводы

1. Рассмотрены методы формирования мультизапросов.
2. Рассмотрены математические методы оценки методов оптимальной обработки мультизапросов.
3. Сформулирована основная задача исследования - оптимизация плана реализации мультизапроса базы данных с учетом порядка реализации элементарных запросов.

Глава 2. Оптимизация однопроцессорной обработки мультизапросов

2.1. Введение

Пусть множество запросов Z_i , $i = \overline{1, n}$, образуют мультизапрос, при этом запросы Z_i сформированы конъюнкцией элементарных запросов, из которых ряд элементарных запросов повторно входят в запросы Z_i . Назовем такой мультизапрос конъюнктивным мультизапросом.

Известным методом увеличения производительности баз данных ВС является одновременное выполнение нескольких запросов, образующих мультизапрос.

В данной работе рассмотрим эффективность выполнения мультизапроса в базах данных одно- и многопроцессорной вычислительной системы.

2.2. Независимая и совместная обработка запросов мультизапроса

Минимальное время выполнения одного запроса в однопроцессорной ВС определяется в соответствии с условием упорядоченности [1, 2]:

- для неупорядоченных столбцов таблицы соотношением:

$$T_{\min \text{ ну}} = n(\tau_1 + \sum_{i=2}^k \tau_i \prod_{j=1}^{i-1} p_j)$$

при выполнении элементарных запросов в порядке, определяемом условием:

$$\frac{\tau_i}{1 - p_i} < \frac{\tau_{i+1}}{1 - p_{i+1}}, \quad i = \overline{1, k - 1},$$

- для упорядоченных столбцов таблицы соотношением:

$$T_{\min \text{ уп}} = n \left(\sum_{i=1}^k \tau_i \prod_{j=1}^i p_j \right),$$

при выполнении элементарных запросов в порядке, определяемом условием:

$$\frac{p_i \tau_i}{1 - p_i} < \frac{p_{i+1} \tau_{i+1}}{1 - p_{i+1}}, \quad i = \overline{1, k - 1},$$

где

n - число строк таблицы базы данных,

k - число столбцов таблицы,

τ_i - время обработки i -го элементарного запроса $\mathbb{E}Z_i$ для одной строки таблицы,

p_i - вероятность успеха при обработке i -го элементарного запроса $\mathbb{E}Z_i$ для одной строки таблицы (данные одной строки таблицы отвечают условию, заданному элементарным запросом $\mathbb{E}Z_i$).

Конъюнктивный мультизапрос может выполняться двумя способами: независимо друг от друга и совместно, когда выделяются подмножества совпадающих элементарных запросов, которые выполняются в первую очередь с целью уменьшения суммарного числа элементарных запросов.

2.3. Частный алгоритм формирования плана совместной обработки конъюнктивного мультизапроса

Существует задача определения времени выполнения конъюнктивного мультизапроса при независимой и совместной обработке с тем, чтобы определить метод оптимизации однопроцессорной обработки мультизапросов, при котором достигается минимальное время его выполнения.

Продемонстрируем эту задачу на ряде примеров.

2.3.1. Время выполнения мультизапроса (2 запроса)

Пусть параметры элементарных запросов заданы в виде:

$$\tau_i = a^{i-1}, p_i = p, i = \overline{1, k}.$$

Пусть конъюнктивный мультизапрос образуют два запроса: Z_1 и Z_2 :

- $Z_1 = \mathbb{E}Z_2 \ \& \ \mathbb{E}Z_3 \ \& \ \dots \ \& \ \mathbb{E}Z_k$

- $Z_2 = EZ_1 \& EZ_k$

2.3.1.1. Неупорядоченные данные для мультизапроса (2 запроса)

Пусть данные в столбцах таблицы данных неупорядочены. Очевидно, что в этом случае выполняются условия теоремы 1.

При независимой обработке запросов общее время их выполнения равно:

$$\begin{aligned} T_{\text{нез}} &= T_{Z_1} + T_{Z_2} = n ((a + pa^2 + p^2a^3 + \dots + p^{k-2}a^{k-1}) + (1 + pa^{k-1})) = \\ &= n (1 + pa^{k-1} + a \frac{1-(pa)^{k-1}}{1-pa}). \end{aligned}$$

При совместной обработке запросов пересечение запросов Z_1 и Z_2 ($Z_1 \cap Z_2$) даёт подмножество $EZ_k = a^{k-1}$, в результате порядок обработки элементарных запросов имеет вид:

для запроса Z_1 : $EZ_k, EZ_2, EZ_3 \dots, EZ_{k-1}$,

для запроса Z_2 : EZ_k, EZ_1 .

Так как время обработки элементарного запроса EZ_k учитывается один раз, то время совместной обработки запросов Z_1 и Z_2 равно:

$$\begin{aligned} T_{\text{совм}} &= n(a^{k-1} + (pa + p^2a^2 + \dots + p^{k-2}a^{k-2}) + (p * 1)) = \\ &= n(a^{k-1} + p + \frac{1-(pa)^{k-1}}{1-pa} - 1) \end{aligned}$$

Совместная обработка является лучше независимой, если она обеспечивает минимальное время выполнения, т.е. если справедливо неравенство:

$$1 + pa^{k-1} + a \frac{1-(pa)^{k-1}}{1-pa} > a^{k-1} + (p - 1) + \frac{1-(pa)^{k-1}}{1-pa},$$

иначе

$$(2-p) + (a-1) \frac{1-(pa)^{k-1}}{1-pa} > (1-p) a^{k-1} \quad (1)$$

Рассмотрим ряд значений параметров k и a

1. Пусть $k=12$, $a=1.1$,

тогда, $a^{k-1} = 1.1^{11} = 2.853$,

поэтому неравенство (1) выполняется при $p \geq 0.4$.

2. Пусть $k=12$, $a=1.15$,

тогда, $a^{k-1} = 1.15^{11} = 4.6524$,

поэтому неравенство (1) выполняется при $p \geq 0.7$.

Результаты выполнения мультизапроса приведены в таблице 2.1 и на рисунке 2.1.

Таблица 2.1

	К			
	12			
	A = 1.1		A = 1.15	
	$T_{\text{нез}}$	$T_{\text{совм}}$	$T_{\text{нез}}$	$T_{\text{совм}}$
0.1	2.0124	2.5678	2.0695	4.1872
0.2	1.9282	2.2825	1.9948	3.7219
0.3	1.8493	1.9972	1.9290	3.2567
0.4	1.7786	1.7119	1.8777	2.7914
0.5	1.7219	1.4266	1.8521	2.3262
0.6	1.6911	1.1412	1.8757	1.8610
0.7	1.7103	0.8559	1.9985	1.3957
0.8	1.8291	0.5706	2.3257	0.9305
0.9	2.1466	0.2853	3.0713	0.4652

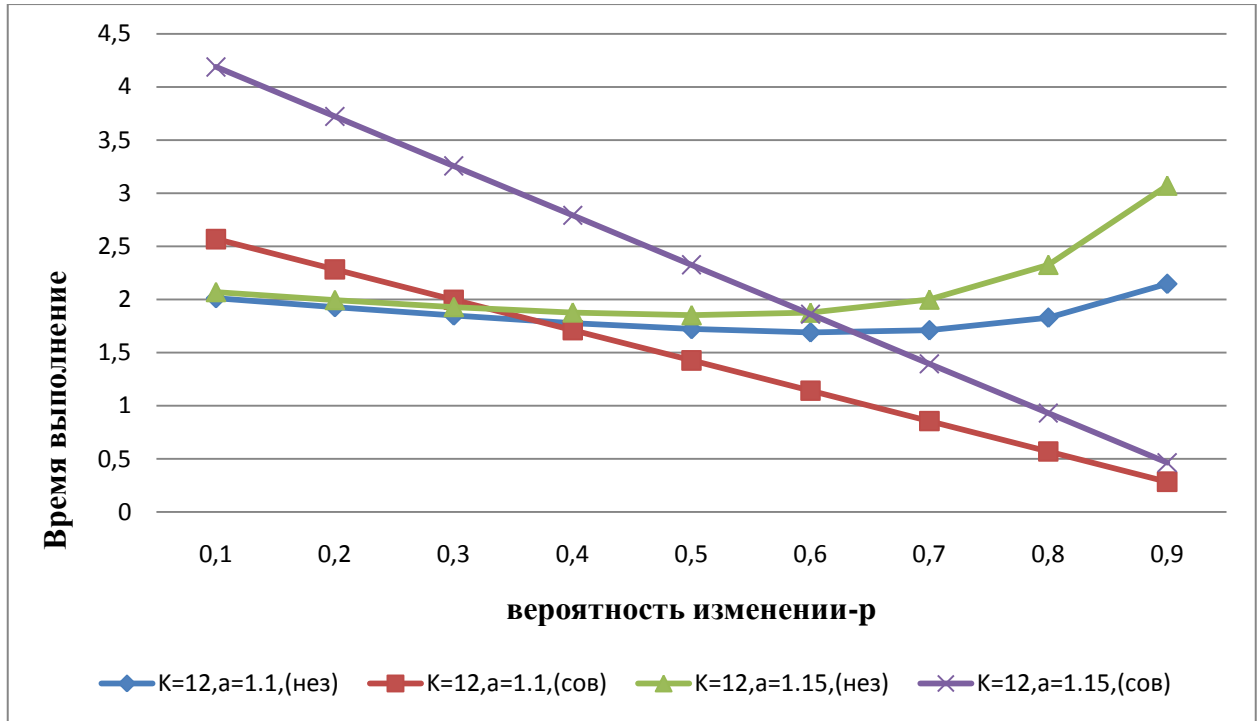


Рис. 2.1. Независимая и совместная обработка запросов мультизапроса для неупорядоченной таблицы.

2.3.1.2. Упорядоченные данные для мультизапроса (2 запроса)

Пусть данные в столбцах таблицы данных упорядочены. Очевидно, что в этом случае выполняются условия теоремы 2. Отметим, что в силу $p_i = p, i = \overline{1, k}$ порядок выполнения элементарных запросов совпадает для упорядоченных и неупорядоченных данных, см. работу [4].

При независимой обработке запросов общее время их выполнения равно:

$$T_{\text{нез}} = T_{Z_1} + T_{Z_2} = n((pa + p^2 a^2 + p^3 a^3 + \dots + p^{k-1} a^{k-1}) + (p1 + p^2 a^{k-1})) =$$

$$= n(p + p^2 a^{k-1} + pa \frac{1-(pa)^{k-1}}{1-pa}).$$

Время совместной обработки запросов Z_1 и Z_2 равно:

$$T_{\text{совм}} = n(pa^{k-1} + (p^2 a + p^3 a^2 + \dots + p^{k-1} a^{k-2}) + (p^2 * 1))$$

$$= n(pa^{k-1} + p^2 + p \frac{1-(pa)^{k-1}}{1-pa} - p).$$

Совместная обработка является лучше независимой, если она обеспечивает минимальное время выполнения, т.е. если справедливо неравенство:

$$p + p^2 a^{k-1} + pa \frac{1-(pa)^{k-1}}{1-pa} > pa^{k-1} + p^2 + p \frac{1-(pa)^{k-1}}{1-pa} - p.$$

Очевидно, что это неравенство совпадает с неравенством (1).

Таким образом, совместная обработка конъюнктивного мультизапроса примера №1 лучше, чем независимая его обработка для $k = 12$, $a = 1.1$ при $p \geq 0.4$ и для $k = 12$, $a = 1.15$ при $p \geq 0.7$, при этом упорядоченность и неупорядоченность данных не имеет значения.

Результаты выполнения мультизапроса приведены в таблице 2.2 и на рисунке 2.2.

Таблица 2.2

p	K			
	12			
	A = 1.1		A = 1.15	
	T _{нез}	T _{совм}	T _{нез}	T _{совм}
0.1	0.2521	0.4077	0.2765	0.5882
0.2	0.5962	0.8670	0.6848	1.2302
0.3	1.0493	1.3937	1.2454	1.9437
0.4	1.6421	2.0154	1.9961	2.7616
0.5	2.4338	2.7861	3.0130	3.7500
0.6	3.5482	3.8183	4.4631	5.0543
0.7	5.2570	5.3590	6.7281	7.0062
0.8	8.1621	7.9553	10.6817	10.3655
0.9	13.5725	12.7974	18.2704	16.8249

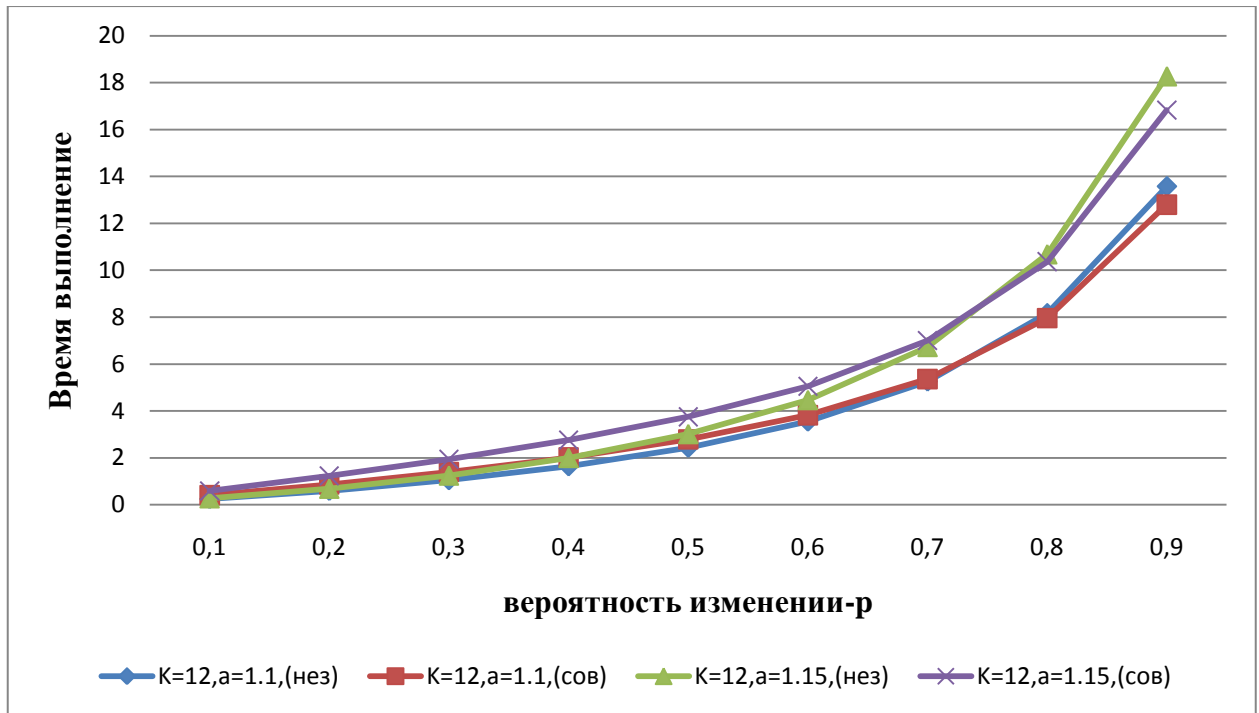


Рис. 2.2. Независимая и совместная обработка запросов мультizaпроса (2 запроса) для упорядоченной таблицы

2.3.2. Время выполнения мультizaпроса (3 запроса)

Пусть $k = 5$ с параметрами элементарных запросов τ_i , $\tau_1 < \tau_2 < \tau_2 < \tau_3 < \tau_4 < \tau_5$, $p_i = p$, $i=1, k$.

Пусть конъюнктивный мультizaпрос образуется тремя запросами:

- $Z_1 = ЭЗ_1 \& ЭЗ_4 \& ЭЗ_5$
- $Z_2 = ЭЗ_2 \& ЭЗ_4 \& ЭЗ_5$
- $Z_3 = ЭЗ_3 \& ЭЗ_5$

2.3.2.1. Неупорядоченные данные для мультizaпроса (3 запроса)

Пусть данные в столбцах таблицы данных не упорядочены. Очевидно, что в этом случае выполняется условие упорядоченности [1].

Время выполнения конъюнктивного мультizaпроса при независимой обработке равно сумме времен обработки запросов Z_1, Z_2 и Z_3 :

$$T_{\text{нез}} = n((\tau_1 + p\tau_4 + p^2\tau_5) + (\tau_2 + p\tau_4 + p^2\tau_5) + (\tau_3 + p\tau_5))$$

$$= n(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + 2p\tau_4 + (2p^2 + p)\tau_5).$$

Возможный порядок обработки при совместной обработке элементарных запросов представлен графом 1 (рис. 2.3) и графом 2 (рис. 2.4). Для графа 1 элементарный запрос ЭЗ_5 входит во все 3 запроса, первым выполняется этот элементарный запрос. Элементарный ЭЗ_4 входит в запрос Z_1 и в запрос Z_2 , вторым выполняется элементарный запрос ЭЗ_4 .

Для графа 2 элементарный запрос ЭЗ_4 входит в запрос Z_1 и в запрос Z_2 , и первым будем выполнять этот элементарный запрос. Затем для запросов Z_1 и Z_2 будем выполнять элементарный запрос ЭЗ_5 .

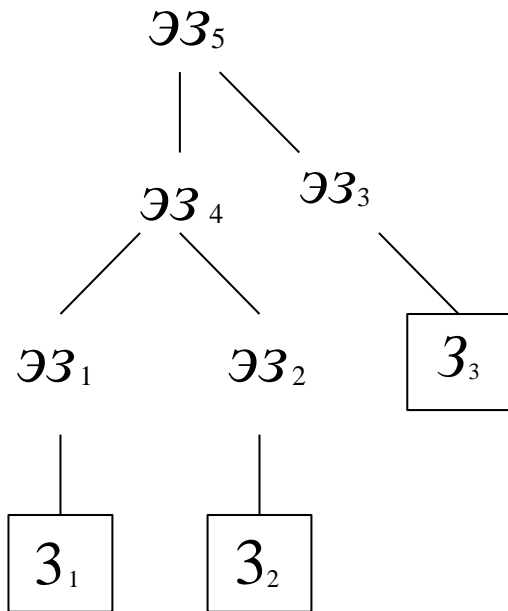


Рис.2.3.

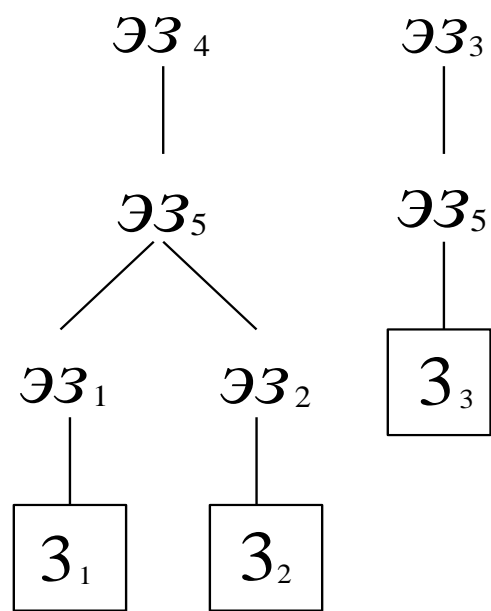


Рис.2.4.

Время выполнения конъюнктивного мультизапроса при совместной обработке в соответствии с графом рис. 2.3. равно:

$$T_{\text{совм}} = n(\tau_5 + p\tau_4 + p^2\tau_1 + p^2\tau_2 + p\tau_3)$$

Совместная обработка лучше независимой обработки, если справедливо неравенство

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + 2p\tau_4 + (2p^2 + p)\tau_5 > \tau_5 + p\tau_4 + p^2\tau_1 + p^2\tau_2 + p\tau_3,$$

иначе

$$(1 - p^2)\tau_1 + (1 - p^2)\tau_2 + (1 - p)\tau_3 + p\tau_4 > \tau_5(1 - p - 2p^2). \quad (3)$$

Из неравенства (3) следует, что совместная обработка лучше независимой

1) для p стремящемся к 0 при $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 > \tau_5$,

2) для $p \geq 1/2$ при любых $\tau_i, i = \overline{1,5}$, но при заданном условии τ_i ,

$$\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \tau_4 < \tau_5.$$

Однако, например, при $p = 1/4$ независимая обработка лучше совместной обработки при выполнении неравенства $15\tau_1 + 15\tau_2 + 12\tau_3 + 4\tau_4 < 10\tau_5$, которое справедливо, в частности, для значений $\tau_1 = 1, \tau_2 = 1.1, \tau_3 = 1.2, \tau_4 = 1.3, \tau_5 = 5.2$.

Время выполнения конъюнктивного мультизапроса при совместной обработке в соответствии с графом рис.2.4. равно:

$$T_{\text{совм}} = n(\tau_4 + p\tau_5 + p^2\tau_1 + p^2\tau_2 + \tau_3 + p\tau_5).$$

Совместная обработка лучше независимой обработки, если справедливо неравенство

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + 2p\tau_4 + (2p^2 + p)\tau_5 > \tau_4 + p\tau_5 + p^2\tau_1 + p^2\tau_2 + \tau_3 + p\tau_5,$$

иначе

$$(1 - p^2)\tau_1 + (1 - p^2)\tau_2 + 2p^2\tau_5 > \tau_4(1 - 2p). \quad (4)$$

Из неравенства (4) следует, что совместная обработка лучше независимой

1) для p стремящемся к 0 при $\tau_1 + \tau_2 > \tau_4$,

2) для $p \geq 1/2$ при любых $\tau_i, i = \overline{1,5}$, но при заданном условии $\tau_i, \tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \tau_4 < \tau_5$.

Однако, независимая обработка лучше совместной обработки, например, при $p = 1/4$ при выполнении неравенства $15\tau_1 + 15\tau_2 + 2\tau_5 < 8\tau_4$, которое справедливо, в частности, для значений $\tau_1 = 1, \tau_2 = 1.1, 1.1 < \tau_3 < 5.5, \tau_4 = 5.5, \tau_5 = 5.6$.

2.3.2.2. Упорядоченные данные для мультizaпроса (3 запроса)

Пусть данные в столбцах таблицы упорядочены. Очевидно, что в этом случае выполняются условия упорядоченности [1,2]. Отметим, что в силу $p_i = p, i = \overline{1,k}$, порядок выполнения элементарных запросов совпадает для упорядоченных и неупорядоченных данных, см. Следствия в работе [4].

Время выполнения конъюнктивного мультizaпроса при независимой обработке равно сумме времен обработки запросов Z_1, Z_2 и Z_3 :

$$\begin{aligned} T_{\text{нез}} &= n(p((\tau_1 + p\tau_4 + p^2\tau_5) + (\tau_2 + p\tau_4 + p^2\tau_5) + (\tau_3 + p\tau_5))) = \\ &= n(p(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + 2p\tau_4 + (2p^2 + p)\tau_5)). \end{aligned}$$

Время выполнения конъюнктивного мультizaпроса при совместной обработке в соответствии с графом рис. 2.3. равно:

$$T_{\text{совм}} = n(p(\tau_5 + p\tau_4 + p^2\tau_1 + p^2\tau_2 + p\tau_3)).$$

Совместная обработка лучше независимой обработки, если справедливо неравенство (3).

Время выполнения конъюнктивного мультизапроса при совместной обработке в соответствии с графом рис. 2.4 равно:

$$T_{\text{совм}} = n(p(\tau_4 + p\tau_5 + p^2\tau_1 + p^2\tau_2 + \tau_3 + p\tau_5)).$$

Совместная обработка лучше независимой обработки, если справедливо неравенство (4). Числовые условия, когда совместная обработка лучше независимой приведены выше.

Таким образом, условия преимущества (обеспечение меньшего времени) совместной обработки конъюнктивного мультизапроса примера №2 по отношению к независимой обработке совпадают для упорядоченных и неупорядоченных данных.

2.4. Общий алгоритм формирования плана совместной обработки конъюнктивного мультизапроса

Алгоритм совместной обработки запросов конъюнктивного мультизапроса состоит в следующем: определяются подмножества совпадающих элементарных запросов, входящих в запросы конъюнктивного мультизапроса. Таких подмножеств может быть несколько, поэтому среди них выделяется одно по соответствующему критерию. Этому подмножеству соответствует элементарный запрос, который выполняется в первую очередь. Выделенный элементарный запрос удаляется из числа элементарных запросов мультизапроса.

Далее указанная процедура продолжается до тех пор, пока подмножество совпадающих элементарных запросов становится пустым.

В качестве критерия выделения подмножества (элементарного запроса) назовем следующие: номер элементарного запроса; число запросов, в которые входит элементарный запрос (глубина охвата); число элементарных запросов, образующих подмножество (ширина охвата).

Определение. Назовем запрос опорным запросом, если его первые (по условию упорядоченности) элементарные запросы образуют общее подмножество с другим запросом мультizaпроса.

Теорема. Совместная обработка конъюнктивного мультizaпроса обеспечивает не большее время выполнения по отношению к независимой обработке, при любых значениях τ_i и p_i , если алгоритм плана совместной обработки конъюнктивного мультizaпроса отвечает условию, когда элементарные запросы опорного запроса выполняются первыми в порядке, отвечающем условиям упорядоченности.

Доказательство.

Пусть множество запросов $\exists z_i$, $i = \overline{1, k}$, образуют конъюнктивный мультizaпрос, в котором выделим два запроса Z_1 и Z_2 :

- $Z_1 = \exists z_{i_1} \& \exists z_{i_2} \& \dots \& \exists z_{i_r}$
- $Z_2 = \exists z_{j_1} \& \exists z_{j_2} \& \dots \& \exists z_{j_u} \exists z_{j_{u+1}} \& \dots \& \exists z_{j_v}$

Пусть пересечение запросов Z_1 и Z_2 ($Z_1 \cap Z_2$) даёт подмножество с u элементарными запросами (в обозначениях запроса Z_2 первыми u элементарными запросами: $\exists z_{j_1}, \exists z_{j_2}, \dots, \exists z_{j_u}$), т.е. запрос Z_2 является опорным запросом. По условию упорядоченности элементарные запросы опорного запроса Z_2 выполняются первыми в порядке, отвечающем условию упорядоченности, т.е. время выполнения запроса Z_2 остается минимальным. Так как запросы Z_1 и Z_2 выполняются совместно, то время выполнения запроса Z_1 с учетом уже выполненных элементарных запросов: $\exists z_{j_1}, \exists z_{j_2}, \dots, \exists z_{j_u}$ ограничено выполнением подмножества элементарных запросов

$$Z_1 \setminus (\exists z_{j_1}, \exists z_{j_2}, \dots, \exists z_{j_u}) = \exists z_{l_1}, \exists z_{l_2}, \dots, \exists z_{l_{r-u}}$$

и равно:

Для неупорядоченных данных

$$T_{\text{совм},1,n} = n(p_{j_1}, p_{j_2}, \dots, p_{j_u} (\tau_{l_1} + p_{l_1} \tau_{l_2} + p_{l_1} p_{l_2} \tau_{l_3} + \dots + p_{l_1} \dots p_{l_{r-u-1}} \tau_{l_{r-u}})),$$

Для упорядоченных данных

$$T_{\text{совм},1,y} = n(p_{j_1}, p_{j_2}, \dots, p_{j_u} (p_{l_1} \tau_{l_1} + p_{l_1} p_{l_2} \tau_{l_2} + p_{l_1} p_{l_2} p_{l_3} \tau_{l_3} + \dots + p_{l_1} \dots p_{l_{r-u}} \tau_{l_{r-u}})),$$

где параметры $(\tau_{l_1}, p_{l_1}), (\tau_{l_2}, p_{l_2}), \dots, (\tau_{l_{r-u}}, p_{l_{r-u}})$ - параметры соответствующих элементарных запросов: $\text{ЭЗ}_{l_1}, \text{ЭЗ}_{l_2}, \dots, \text{ЭЗ}_{l_{r-u}}$.

Очевидно, что время выполнения запроса Z_1 и, следовательно, времени выполнения обоих запросов Z_1 и Z_2 при совместной обработке всегда не больше времени выполнения при независимой обработке.

Аналогичные рассуждения остаются и для любого числа запросов, образующих конъюнктивный мультизапрос, что и т. д.

2.5. Формирование плана совместной обработки конъюнктивного мультизапроса для мультизапроса (4 запроса)

Пример 3. Пусть мультизапрос состоит из четырех запросов

- $Z_1 = \text{ЭЗ}_1 \& \text{ЭЗ}_2 \& \text{ЭЗ}_3 \& \text{ЭЗ}_4 \& \text{ЭЗ}_5 \& \text{ЭЗ}_6 \& \text{ЭЗ}_8 \& \text{ЭЗ}_9$
- $Z_2 = \text{ЭЗ}_3 \& \text{ЭЗ}_4 \& \text{ЭЗ}_6 \& \text{ЭЗ}_7 \& \text{ЭЗ}_{10} \& \text{ЭЗ}_{11}$
- $Z_3 = \text{ЭЗ}_4 \& \text{ЭЗ}_6 \& \text{ЭЗ}_7 \& \text{ЭЗ}_{12}$
- $Z_4 = \text{ЭЗ}_3 \& \text{ЭЗ}_4 \& \text{ЭЗ}_6 \& \text{ЭЗ}_7 \& \text{ЭЗ}_{10}$

Сформируем план обработки этого мультизапроса на основе общего алгоритма формирования плана совместной обработки конъюнктивного мультизапроса.

Для простоты рассуждений положим здесь значения τ_i и p_i таковыми, что порядок выполнения элементарных запросов сохраняется для упорядоченных и неупорядоченных данных.

Время выполнения конъюнктивного мультizaпроса при независимой обработке равно сумме времен обработки запросов Z_1, Z_2, Z_3 и Z_4 :

для неупорядоченных данных

$$T_{\text{нез,н}} = T_{1,\text{н}} + T_{2,\text{н}} + T_{3,\text{н}} + T_{4,\text{н}},$$

где

$$T_{1,\text{н}} = n((\tau_1 + p_1\tau_2 + p_1p_2\tau_3 + p_1p_2p_3\tau_4 + p_1p_2p_3p_4\tau_5 + p_1p_2p_3p_4p_5\tau_6 + p_1p_2p_3p_4p_5p_6\tau_8 + p_1p_2p_3p_4p_5p_6p_8\tau_9)),$$

$$T_{2,\text{н}} = n((\tau_3 + p_3\tau_4 + p_3p_4\tau_6 + p_3p_4p_6\tau_7 + p_3p_4p_6p_7\tau_{10} + p_3p_4p_6p_7p_{10}\tau_{11})),$$

$$T_{3,\text{н}} = n((\tau_4 + p_4\tau_6 + p_4p_6\tau_7 + p_4p_6p_7\tau_{12})),$$

$$T_{4,\text{н}} = n((\tau_3 + p_3\tau_4 + p_3p_4\tau_6 + p_3p_4p_6\tau_7 + p_3p_4p_6p_7\tau_{10}));$$

для упорядоченных данных

$$T_{\text{нез,у}} = T_{1,\text{у}} + T_{2,\text{у}} + T_{3,\text{у}} + T_{4,\text{у}},$$

где

$$T_{1,\text{у}} = n((p_1\tau_1 + p_1p_2\tau_2 + p_1p_2p_3\tau_3 + p_1p_2p_3p_4\tau_4 + p_1p_2p_3p_4p_5\tau_5 + p_1p_2p_3p_4p_5p_6\tau_6 + p_1p_2p_3p_4p_5p_6p_8\tau_8 + p_1p_2p_3p_4p_5p_6p_8p_9\tau_9)),$$

$$T_{2,\text{у}} = n((p_3\tau_3 + p_3p_4\tau_4 + p_3p_4p_6\tau_6 + p_3p_4p_6p_7\tau_7 + p_3p_4p_6p_7p_{10}\tau_{10} + p_3p_4p_6p_7p_{10}p_{11}\tau_{11})),$$

$$T_{3,\text{у}} = n((p_4\tau_4 + p_4p_6\tau_6 + p_4p_6p_7\tau_7 + p_4p_6p_7p_{12}\tau_{12})),$$

$$T_{4,\text{у}} = n((p_3\tau_3 + p_3p_4\tau_4 + p_3p_4p_6\tau_6 + p_3p_4p_6p_7\tau_7 + p_3p_4p_6p_7p_{10}\tau_{10})).$$

Возможный порядок обработки при совместной обработке элементарных запросов определяется алгоритмом совместной обработки запросов конъюнктивного мультizaпроса, который для нашего примера дает два алгоритма, отвечающих определению опорного запроса и условию упорядоченности.

Алгоритм 1

В алгоритме 1 запрос 3 образует опорный запрос, элементарные запросы ЭЗ₄, ЭЗ₆ которого образуют общее подмножество и выполняются первыми.

Шаг 1: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₄ на основе $\cap Z_{i(\overline{1,4})} = ЭЗ_4$

Шаг 2: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₆ на основе $\cap Z_{i(\overline{1,4})} \setminus (ЭЗ_4) = ЭЗ_6$

Шаг 3: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₃ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{1,2,4})} \setminus (ЭЗ_4 \& ЭЗ_6) = ЭЗ_3$$

Шаг 4: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₇ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{2,4})} \setminus (ЭЗ_3 \& ЭЗ_4 \& ЭЗ_6) = ЭЗ_7$$

Шаг 5: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₁₀ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{2,4})} \setminus (ЭЗ_3 \& ЭЗ_4 \& ЭЗ_6 \& ЭЗ_7) = ЭЗ_{10}$$

Далее подмножество совпадающих запросов становится пустым.

Алгоритм 2

В алгоритме 2 запросы 2 и 4 образует опорный запрос, элементарные запросы ЭЗ₃, ЭЗ₄, ЭЗ₆ которого образуют общее подмножество и выполняются первыми.

Шаг 1: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₃ на основе $\cap Z_{i(\overline{1,2,4})} = ЭЗ_3$

Шаг 2: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₄ на основе $\cap Z_{i(\overline{1,2,4})} \setminus (ЭЗ_3) = ЭЗ_4$

Шаг 3: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₆ на основе

$$\cap z_{i(i=\overline{2,4})} \setminus (\mathcal{E}z_3 \ \& \ \mathcal{E}z_4) = \mathcal{E}z_6$$

Шаг 4: Выделяем элементарный запрос $\mathcal{E}z_7$ на основе

$$\cap z_{i(i=\overline{2,4})} \setminus (\mathcal{E}z_3 \ \& \ \mathcal{E}z_4 \ \& \ \mathcal{E}z_6) = \mathcal{E}z_7$$

Шаг 5: Выделяем элементарный запрос $\mathcal{E}z_{10}$ на основе

$$\cap z_{i(i=\overline{2,4})} \setminus (\mathcal{E}z_3 \ \& \ \mathcal{E}z_4 \ \& \ \mathcal{E}z_6 \ \& \ \mathcal{E}z_7) = \mathcal{E}z_{10}$$

Далее подмножество совпадающих запросов становится пустым.

Графы обработки запросов по алгоритмам 1 и 2 приведены на рис. 2.5 и рис. 2.6 соответственно.

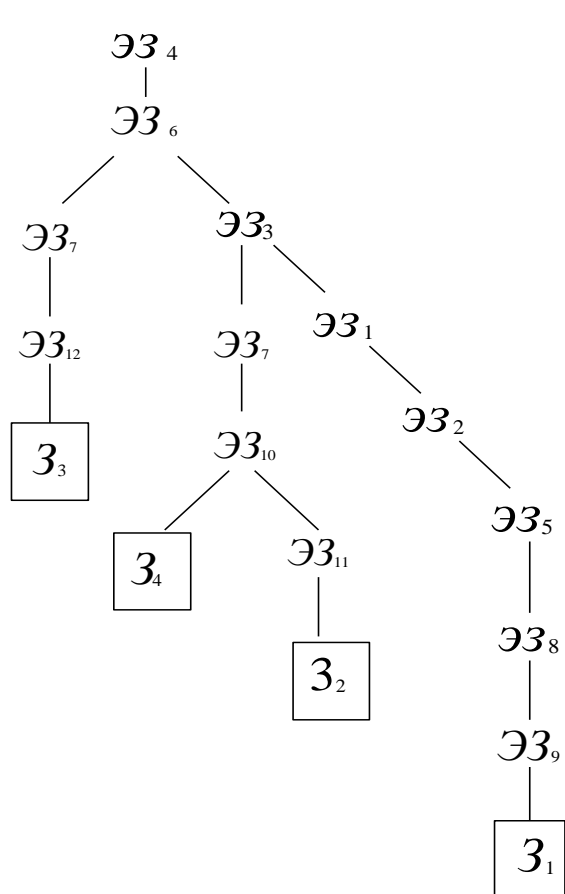


Рис.2.5

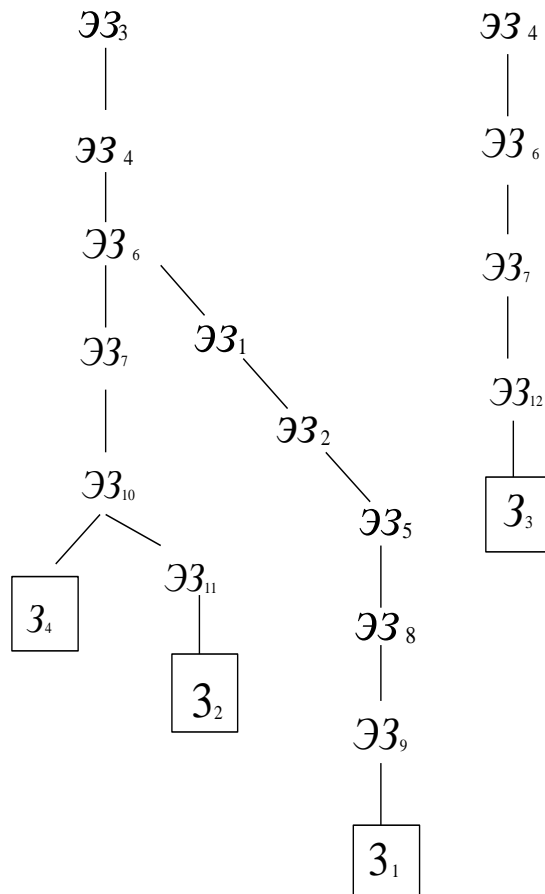


Рис.2.6

Время выполнения конъюнктивного мультизапроса при совместной обработке в соответствии с графом на рис. 2.5 равно:

для неупорядоченных данных

$$T_{\text{совм,3,н}} = n((\tau_4 + p_4\tau_6) + (p_4p_6\tau_3) + (p_4p_6p_3\tau_7 + p_4p_6p_3p_7\tau_{10}) + (p_4p_6p_3p_7p_{10}\tau_{11}) + p_4p_6p_3\tau_1 + p_4p_6p_3p_1\tau_2 + p_4p_6p_3p_1p_2\tau_5 + p_4p_6p_3p_1p_2p_5\tau_8 + p_4p_6p_3p_1p_2p_5p_8\tau_9) + (p_4p_6\tau_7 + p_4p_6p_7\tau_{12})),$$

для упорядоченных данных

$$T_{\text{совм,3,у}} = n((p_4\tau_4 + p_4p_6\tau_6) + (p_4p_6p_3\tau_3) + (p_4p_6p_3p_7\tau_7 + p_4p_6p_3p_7p_{10}\tau_{10}) + (p_4p_6p_3p_7p_{10}p_{11}\tau_{11}) + (p_4p_6p_3p_1\tau_1 + p_4p_6p_3p_1p_2\tau_2 + p_4p_6p_3p_1p_2p_5\tau_5 + p_4p_6p_3p_1p_2p_5p_8\tau_8 + p_4p_6p_3p_1p_2p_5p_8p_9\tau_9) + (p_4p_6p_7\tau_7 + p_4p_6p_7p_{12}\tau_{12})).$$

Время выполнения конъюнктивного мультизапроса при совместной обработке в соответствии с графом на рис. 2.6 равно:

для неупорядоченных данных

$$T_{\text{совм,4,н}} = n((\tau_3 + p_3\tau_4) + (p_3p_4\tau_6) + (p_3p_4p_6\tau_7 + p_3p_4p_6p_7\tau_{10}) + (p_3p_4p_6p_7p_{10}\tau_{11}) + (p_3p_4p_6\tau_1 + p_3p_4p_6p_1\tau_2 + p_3p_4p_6p_1p_2\tau_5 + p_3p_4p_6p_1p_2p_5\tau_8 + p_3p_4p_6p_1p_2p_5p_8\tau_9) + (\tau_4 + p_4\tau_6 + p_4p_6\tau_7 + p_4p_6p_7\tau_{12}))$$

для упорядоченных данных

$$T_{\text{совм,4,у}} = n((p_3\tau_3 + p_3p_4\tau_4) + (p_3p_4p_6\tau_6) + (p_3p_4p_6p_7\tau_7 + p_3p_4p_6p_7p_{10}\tau_{10}) + (p_3p_4p_6p_7p_{10}p_{11}\tau_{11}) + (p_3p_4p_6p_1\tau_1 + p_3p_4p_6p_1p_2\tau_2 + p_3p_4p_6p_1p_2p_5\tau_5 + p_3p_4p_6p_1p_2p_5p_8\tau_8 + p_3p_4p_6p_1p_2p_5p_8p_9\tau_9) + (p_4\tau_4 + p_4p_6\tau_6 + p_4p_6p_7\tau_7 + p_4p_6p_7p_{12}\tau_{12})).$$

Совместная обработка лучше независимой обработки по графу рис.2.5. для неупорядоченных данных, если справедливо неравенство

$$T_{\text{нез,н}} > T_{\text{совм,3,н}}$$

или

$$(\tau_1 + p_1\tau_2 + p_1p_2\tau_3 + p_1p_2p_3\tau_4 + p_1p_2p_3p_4\tau_5 + p_1p_2p_3p_4p_5\tau_6 + p_1p_2p_3p_4p_5p_6\tau_8 +$$

$$\begin{aligned}
& p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 p_8 \tau_9) + \\
& (\tau_3 + p_3 \tau_4 + p_3 p_4 \tau_6 + p_3 p_4 p_6 \tau_7 + p_3 p_4 p_6 p_7 \tau_{10} + p_3 p_4 p_6 p_7 p_{10} \tau_{11}) + (\tau_4 + p_4 \tau_6 + \\
& p_4 p_6 \tau_7 + p_4 p_6 p_7 \tau_{12}) + (\tau_3 + p_3 \tau_4 + p_3 p_4 \tau_6 + p_3 p_4 p_6 \tau_7 + p_3 p_4 p_6 p_7 \tau_{10}) > (\tau_4 + \\
& p_4 \tau_6) + (p_4 p_6 \tau_3) + (p_4 p_6 p_3 \tau_7 + p_4 p_6 p_3 p_7 \tau_{10}) + (p_4 p_6 p_3 p_7 p_{10} \tau_{11}) + (p_4 p_6 p_3 \tau_1 + \\
& p_4 p_6 p_3 p_1 \tau_2 + p_4 p_6 p_3 p_1 p_2 \tau_5 + p_4 p_6 p_3 p_1 p_2 p_5 \tau_8 + p_4 p_6 p_3 p_1 p_2 p_5 p_8 \tau_9) + (p_4 p_6 \tau_7 + \\
& p_4 p_6 p_7 \tau_{12}),
\end{aligned}$$

иначе

$$\begin{aligned}
& \tau_1(1 - p_4 p_6 p_3) + (p_1 - p_4 p_6 p_3 p_1) \tau_2 + (2 + p_1 p_2 - p_4 p_6) \tau_3 + (2 p_3 + p_1 p_2 p_3) \tau_4 + \\
& (p_1 p_2 p_3 p_4 - p_4 p_6 p_3 p_1 p_2) \tau_5 + (p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 + 2 p_3 p_4) \tau_6 + p_3 p_4 p_6 \tau_7 + p_3 p_4 p_6 p_7 \tau_{10} > \\
& 0,
\end{aligned}$$

т.е. неравенство выполняется при любых значениях параметров.

2.6. Оценка времени выполнения мультизапроса

Сформулируем ряд утверждений.

Пусть мультизапрос состоит из n запросов $Z_i, i = \overline{1, n}$, элементарные запросы которых образуют упорядоченные множества $s_i, i = \overline{1, n}$, с последовательными (без пропусков) номерами элементарных запросов.

Пусть выполняются следующие условия:

Вложение множеств: $s_1 \supset s_2 \supset \dots \supset s_i \supset \dots \supset s_n$

Пересечение множеств: $s = s_n = \bigcap_{i=1}^n s_i$.

Утверждение 1. Выполнение элементарных запросов подмножеств s_i в порядке $i = \overline{1, n}$, обеспечивает уменьшение времени совместного выполнения запросов мультизапроса.

Доказательство следует по индукции:

Обозначим параметры элементарного запроса: τ_i - время, требуемое для выполнения элементарного запроса $\mathcal{E}z_i$, и p_i - вероятность успеха при его выполнении, $i = \overline{1, n}$.

Пусть запрос \mathcal{Z}_{n-1} образован элементарными запросами с последовательными номерами:

$$\mathcal{E}z_{h+1}, \mathcal{E}z_{h+2}, \dots, \mathcal{E}z_{h+l}, \mathcal{E}z_{h+l+1}, \mathcal{E}z_{h+l+2}, \dots, \mathcal{E}z_{h+l+m}, \mathcal{E}z_{h+l+m+1}, \mathcal{E}z_{h+l+m+2}, \dots, \mathcal{E}z_{h+l+m+t}$$

и запрос \mathcal{Z}_n образован элементарными запросами:

$$\mathcal{E}z_{h+l+1}, \mathcal{E}z_{h+l+2}, \dots, \mathcal{E}z_{h+l+m}.$$

При несовместном выполнении этих двух запросов имеем следующее время:

для запроса \mathcal{Z}_{n-1} :

$$\begin{aligned} T_{\mathcal{Z}_{n-1}} = & \tau_{h+1} + p_{h+1}\tau_{h+2} + p_{h+1}p_{h+2}\tau_{h+3} + \dots + \left(\prod_{j=h+1}^{h+l-1} p_j \right) \tau_{h+l} \\ & + \left(\prod_{j=h+1}^{h+l} p_j \right) \left(\tau_{h+l+1} + p_{h+l+1}\tau_{h+l+2} + \dots + \left(\prod_{j=h+l+1}^{h+l+m-1} p_j \right) \tau_{h+l+m} \right) \\ & + \left(\prod_{j=h+1}^{h+l+m} p_j \right) \left(\tau_{h+l+m+1} + p_{h+l+m+1}\tau_{h+l+m+2} + \dots + \left(\prod_{j=h+l+m+1}^{h+l+m+f-1} p_j \right) \tau_{h+l+m+f} \right) \end{aligned}$$

для запроса \mathcal{Z}_n :

$$T_{\mathcal{Z}_n} = \tau_{h+l+1} + p_{h+l+1}\tau_{h+l+2} + \dots + \left(\prod_{j=h+l+1}^{h+l+m-1} p_j \right) \tau_{h+l+m}.$$

Суммарное несовместное время выполнения этих запросов:

$$T_{\text{нс}} = T_{\mathcal{Z}_{n-1}} + T_{\mathcal{Z}_n}.$$

При совместном выполнении этих запросов получаем:

$$T_{\text{совм}} = T_{3_n} + \left(\prod_{j=h+l+1}^{h+l+m} p_j \right) \left(\tau_{h+1} + p_{h+1} \tau_{h+2} + p_{h+1} p_{h+2} \tau_{h+3} + \dots + \left(\prod_{j=h+1}^{h+l-1} p_j \right) \tau_{h+l} \right) \\ + \left(\prod_{j=h+1}^{h+l+m} p_j \right) \left(\tau_{h+l+m+1} + p_{h+l+m+1} \tau_{h+l+m+2} + \dots + \left(\prod_{j=h+l+m+1}^{h+l+m+f-1} p_j \right) \tau_{h+l+m+f} \right).$$

Очевидно, разность

$$T_{\text{несовм}} - T_{\text{совм}} = \left(1 - \left(\prod_{j=h+l+1}^{h+l+m} p_j \right) \right) \sum_{i=1}^m \left(\prod_{j=h+l+1}^{h+l+i-1} p_j \tau_{h+l+i} \right)$$

больше 0.

Последовательно проводя аналогичные рассуждения для пар запросов $(3_{n-i+1}, 3_{n-i})$, $i = \overline{2, n-1}$, полностью завершаем доказательство.

Утверждение 2. Пусть пересечение множеств элементарных запросов s_i , $i = \overline{1, n}$, есть подмножество $s = s_n = \bigcap_{i=1}^n s_i$. Если подмножество s образовано элементарными запросами с последовательными номерами, начиная с первого элементарного запроса \mathbb{E}_1 , то выполнение элементарных запросов подмножества s первыми обеспечивает уменьшение времени совместного выполнения относительно несовместного выполнения запросов мультizaпроса на время $(n-1) T_s$, где T_s - время выполнения элементарных запросов подмножества s .

Доказательство следует из факта, что выполнение элементарных запросов подмножества s первыми не нарушает оптимальный по времени порядок обработки всех n запросов.

2.7. Выводы

- 2.7.1 Предложен план оптимизации по времени выполнения конъюнктивного мультизапроса при обращении к базе данных на основе упорядочивания элементарных запросов.
- 2.7.2 Рассмотрены два способа выполнения конъюнктивного мультизапроса: независимо друг от друга и совместно для неупорядоченных и упорядоченных данных.
- 2.7.3 Показано, что время выполнения конъюнктивного мультизапроса при совместной обработке не всегда меньше чем при независимой обработки. Доказаны условия, при которых совместная обработка конъюнктивного мультизапроса обеспечивает не большее время выполнения по отношению к независимой обработке.
- 2.7.4 Разработанная методика формирования плана оптимизации выполнения конъюнктивного мультизапроса очевидным образом переносится при формировании плана оптимизации выполнения мультизапроса, запросы которого образуют дизъюнкцию конъюнкций элементарных запросов.
- 2.7.5 Методику формирования плана оптимизации выполнения конъюнктивного мультизапроса следует разработать для случая обработки мультизапроса многопроцессорными базами данных.

Глава 3. Метод оптимизации многопроцессорной обработки мультизапросов

3.1. Введение

Уменьшение суммарного времени выполнения запросов мультизапроса может быть достигнуто за счет совместной обработки подмножества элементарных запросов, являющегося пересечением запросов мультизапроса. Известно [25, 36], что порядок обработки элементарных запросов является существенным параметром времени обработки запросов. Здесь, в развитие главы 2, см. также [39], рассматривается задача формирования плана выполнения мультизапроса в мультипроцессорной базе данных.

Пусть параметры элементарного запроса: τ_i - время, требуемое для выполнения элементарного запроса $\mathcal{E}Z_i$, и p_i - вероятность успеха при обработке i -го элементарного запроса $\mathcal{E}Z_i$ для одной строки таблицы (данные одной строки таблицы отвечают условию, заданным элементарным запросом $\mathcal{E}Z_i$), $i = \overline{1, n}$.

В случаях, когда запросы не удовлетворяют Утверждениям 1 и 2 эффективность совместной обработки по критерию времени выполнения мультизапроса зависит от параметров τ_i и p_i и не всегда лучше совместной обработки запросов.

Далее мы рассмотрим именно этот случай для оценки времени выполнения мультизапроса в мультипроцессорной базе данных.

Пусть запросы мультизапроса определены следующими параметрами:

k – число элементарных запросов, образующих запросы мультизапроса Z_1, Z_2, \dots, Z_v , элементарные запросы образуют d групп по u элементарных запросов в каждой группе, каждый запрос Z_i $i = \overline{1, v}$, содержит две группы элементарных запросов с номерами:

1-ая группа: $\mathcal{E}Z_{(i-1)u+1}, \dots, \mathcal{E}Z_{iu}, \dots, \mathcal{E}Z_{j(v+1)u+1}, \dots, \mathcal{E}Z_{j(v+1)u+iu}, \dots, \mathcal{E}Z_{(d-1)(v+1)u+1}, \dots, \mathcal{E}Z_{(d-1)(v+1)u+iu}, j = \overline{0, d-1}$,

2-ая группа: $\mathcal{E}Z_{vu+1}, \dots, \mathcal{E}Z_{vu+u}$.

Рис. 3.1 иллюстрирует мультизапрос при значениях параметров $k = 32, d = 2, u = 4, v = 3$.

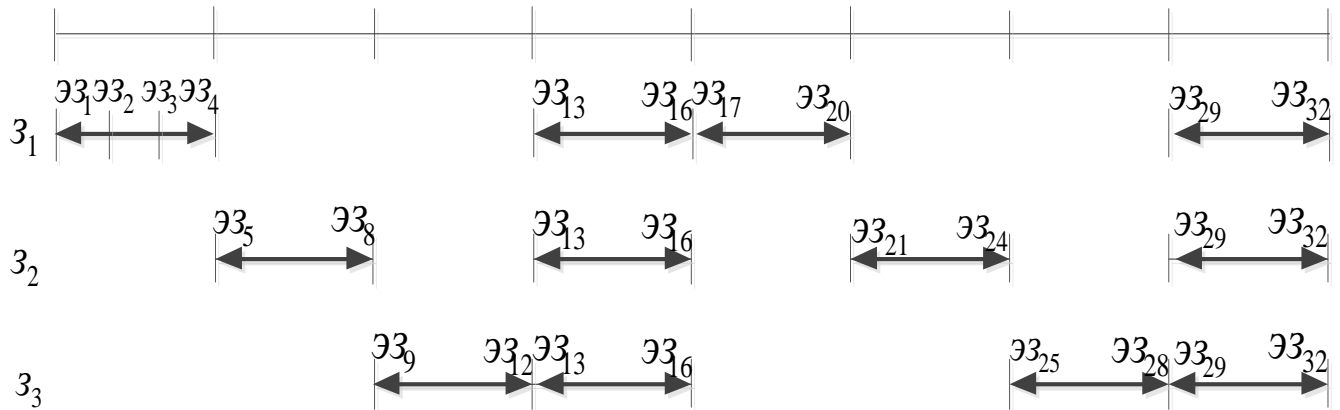


Рис. 3. 1. Мультизапрос при значениях параметров $k = 32, d = 2, u = 4, v = 3$

Пусть параметры элементарных запросов $\mathcal{E}Z_i$: требуемое время τ_i обработки элементарных запросов в строке таблицы соответствует степенной или линейной зависимостям и вероятность успеха является постоянной величиной $p_i = p, i = 1, \dots$.

Определим время выполнения мультизапроса при совместном и несовместном выполнении запросов (далее для упорядоченных таблиц).

3.2. Степенная зависимость времени обработки элементарных запросов

3.2.1. Совместное выполнение запросов мультизапроса. СЗ

Пусть время τ_i обработки элементарных запросов в строке таблицы соответствует степенной зависимости (СЗ).

Время выполнения мультизапроса при совместном выполнении запросов:
при $r = 1$

$$T_{c,COB,r=1} = \left(\frac{1 - (ap)^u}{1 - (ap)} \right) \left(a^{uv} (1 + p^u a^{u(v+1)} + p^{2u} a^{2u(v+1)} + p^{3u} a^{3u(v+1)} + \dots + p^{(d-1)u} a^{(d-1)u(v+1)}) \right. \\
+ p^{du} a^{u(v-1)} (1 + p^u a^{u(v+1)} + p^{2u} a^{2u(v+1)} + p^{3u} a^{3u(v+1)} + \dots + p^{(d-1)u} a^{(d-1)u(v+1)}) \\
+ p^{du} a^{u(v-2)} (1 + p^u a^{u(v+1)} + p^{2u} a^{2u(v+1)} + p^{3u} a^{3u(v+1)} + \dots + p^{(d-1)u} a^{(d-1)u(v+1)}) \\
+ p^{du} a^{u(v-3)} (1 + p^u a^{u(v+1)} + p^{2u} a^{2u(v+1)} + p^{3u} a^{3u(v+1)} + \dots + p^{(d-1)u} a^{(d-1)u(v+1)}) + \dots \\
+ p^{du} a^u (1 + p^u a^{u(v+1)} + p^{2u} a^{2u(v+1)} + p^{3u} a^{3u(v+1)} + \dots + p^{(d-1)u} a^{(d-1)u(v+1)}) \\
\left. + p^{du} (1 + p^u a^{u(v+1)} + p^{2u} a^{2u(v+1)} + p^{3u} a^{3u(v+1)} + \dots + p^{(d-1)u} a^{(d-1)u(v+1)}) \right) n$$

ИЛИ

$$T_{c,COB,r=1} = n \left(\frac{1 - (ap)^u}{1 - (ap)} \right) \left(\frac{1 - (p^u a^{u(v+1)})^d}{1 - p^u a^{u(v+1)}} \right) \left(a^{uv} + p^{du} \left(\frac{1 - a^{uv}}{1 - a^u} \right) \right).$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса $T_{c,COB,r=1}$ при вариации значений параметров отражены в таблице 3.1.

Таблица 3.1. Время выполнения запроса $T_{c,COB,r=1}$ /n

p	$k = 32, u = 4, v = 3, d = 2$		
	a		
	1.1	1.2	1.25
0.2	4.04373	12.0387	20.4254
0.4	6.03462	23.9337	52.1223
0.5	8.2025	41.9554	106.168
0.6	12.2274	80.1791	225.418
0.7	20.186	159.449	476.209
0.9	81.027	715.329	2176.77

при $r > 1$

$$T_{\Gamma, \text{COB}, r > 1, j} = (a^{j-1} + pa^{2r-j}) \left(\frac{1 - (pa^r)^{\frac{u}{r}}}{1 - (pa^r)^2} \right) \left(a^{uv} \left(1 + p^{\frac{u}{r}} a^{u(v+1)} + p^{2\frac{u}{r}} a^{2u(v+1)} + p^{3\frac{u}{r}} a^{3u(v+1)} + \dots + p^{(d-1)\frac{u}{r}} a^{(d-1)u(v+1)} \right) \right. \\ \left. + p^{d\frac{u}{r}} a^{u(v-1)} \left(1 + p^{\frac{u}{r}} a^{u(v+1)} + p^{2\frac{u}{r}} a^{2u(v+1)} + p^{3\frac{u}{r}} a^{3u(v+1)} + \dots + p^{(d-1)\frac{u}{r}} a^{(d-1)u(v+1)} \right) \right. \\ \left. + p^{d\frac{u}{r}} a^{u(v-2)} \left(\frac{1 - (p^{\frac{u}{r}} a^{u(v+1)})^d}{1 - p^{\frac{u}{r}} a^{u(v+1)}} \right) + \dots + p^{d\frac{u}{r}} a^u \left(\frac{1 - (p^{\frac{u}{r}} a^{u(v+1)})^d}{1 - p^{\frac{u}{r}} a^{u(v+1)}} \right) + p^{d\frac{u}{r}} 1 \left(\frac{1 - (p^{\frac{u}{r}} a^{u(v+1)})^d}{1 - p^{\frac{u}{r}} a^{u(v+1)}} \right) \right)$$

ИЛИ

$$T_{\Gamma, \text{COB}, r > 1, j} = n(a^{j-1} + pa^{2r-j}) \left(\frac{1 - (pa^r)^{\frac{u}{r}}}{1 - (pa^r)^2} \right) \left(\frac{1 - (p^{\frac{u}{r}} a^{u(v+1)})^d}{1 - p^{\frac{u}{r}} a^{u(v+1)}} \right) \left(a^{uv} + p^{d\frac{u}{r}} \left(\frac{1 - a^{uv}}{1 - a^u} \right) \right), j = \overline{2, r}.$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса $T_{\Gamma, \text{COB}, r > 1, j}$ при вариации значений параметров отражены в таблице 3.2.

Таблица 3.2. Время выполнения запроса $T_{\Gamma, \text{COB}, r > 1, j} / n$

p	$k = 32, u = 8, v = 4, d = 1$			
	r	j	$a = 1.2$	
			T_{COB}	$Max(T_{\text{COB}(r, j)})$
0.2	1	1	449.761	449.761
	2	1	498.347	551.085
		2	551.085	
	4	1	593.876	741.281
		2	621.746	
		3	670.341	
		4	741.281	
	8	1	795.404	865.902
		2	734.295	
		3	697.662	

		4	684.284	
		5	693.716	
		6	726.271	
		7	783.036	
		8	865.902	
0.3	1	1	533.957	533.957
	2	1	617.392	663.582
		2	663.582	
	4	1	728.553	825.154
		2	735.87	
		3	767.717	
		4	825.154	
	8	1	915.29	915.29
		2	822.435	
		3	756.996	
		4	716.789	
		5	700.476	
		6	707.511	
7		738.13		
8		793.354		
0.4	1	1	655.627	655.627
	2	1	775.841	814.743
		2	814.743	
	4	1	871.957	916.452
		2	858.025	

		3	872.694	1008.97
		4	916.452	
	8	1	1008.97	
		2	892.459	
		3	805.696	
		4	745.789	
		5	710.741	
		6	699.385	
		7	711.341	
		8	747.009	
0.5	1	1	841.193	841.193
	2	1	985.728	1015.34
		2	1015.34	
	4	1	1026.31	1026.31
		2	990.06	
		3	986.813	
		4	1016.46	
	8	1	1087.18	1087.18
		2	951.786	
		3	848.117	
		4	772.718	
		5	723.076	
		6	697.538	
		7	695.25	
		8	716.137	

0.6	1	1	1138.37	1138.37
	2	1	1263.57	1280.44
		2	1280.44	
	4	1	1193.83	1193.83
		2	1133.83	
		3	1111.62	
		4	1126.46	
	8	1	1155.49	1155.49
		2	1004.27	
		3	886.521	
		4	798.323	
		5	736.736	
		6	699.707	
		7	686.001	
		8	695.162	
0.7	1	1	1634.82	1634.82
	2	1	1633.18	1633.18
		2	1632	
	4	1	1376.74	1376.74
		2	1291.17	
		3	1248.65	
		4	1247.74	
	8	1	1217.09	1217.09
		2	1052.11	
		3	922.201	

		4	823.03	
		5	751.294	
		6	704.601	
		7	681.394	
		8	680.901	
0.8	1	1	2501.58	2501.58
	2	1	2129.64	2129.64
		2	2102.46	
	4	1	1577.26	1577.26
		2	1463.95	
		3	1399.45	
		4	1381.59	
	8	1	1273.93	1273.93
		2	1096.66	
		3	955.948	
		4	847.1	
		5	766.489	
		6	711.427	
7		680.08		
8		671.402		
0.9	1	1	4108.75	4108.75
	2	1	2804.43	2804.43
		2	2739.45	
	4	1	1797.61	1797.61
		2	1654.02	

		3	1565.56	
		4	1529.29	
	8	1	1327.26	1327.26
		2	1138.79	
		3	988.274	
		4	870.702	
		5	782.152	
		6	719.675	
		7	681.187	
		8	665.405	

3.2.2. Несовместное выполнение запросов мультизапроса. СЗ

Время выполнения мультизапроса при несовместном выполнении запросов:
при $r = 1$

$$\begin{aligned}
T_{\text{с,несов},r=1} = & \left(\frac{1 - (ap)^u}{1 - (ap)} \right) \left(1 + p^u a^{uv} + p^{2u} a^{u(v+1)} (1 + p^u a^{uv}) + p^{2.2u} a^{2(v+1)u} (1 + p^u a^{uv}) + \dots \right. \\
& + p^{2(d-1)u} a^{(d-1)u(v+1)} (1 + p^u a^{uv}) \\
& + \left(a^u + p^u a^{uv} + p^{2u} a^{u(v+1)} (a^u + p^u a^{uv}) + p^{2.2u} a^{2(v+1)u} (a^u + p^u a^{uv}) + \dots \right. \\
& + p^{2(d-1)u} a^{(d-1)u(v+1)} (a^u + p^u a^{uv}) \\
& + \left(a^{2u} + p^u a^{uv} + p^{2u} a^{u(v+1)} (a^{2u} + p^u a^{uv}) + p^{2.2u} a^{2(v+1)u} (a^{2u} + p^u a^{uv}) + \dots \right. \\
& + p^{2(d-1)u} a^{(d-1)u(v+1)} (a^{2u} + p^u a^{uv}) \left. \right) + \dots \\
& + \left(a^{(v-1)u} + p^u a^{uv} + p^{2u} a^{u(v+1)} (a^{(v-1)u} + p^u a^{uv}) + p^{2.2u} a^{2(v+1)u} (a^{(v-1)u} + p^u a^{uv}) + \dots \right. \\
& \left. + p^{2(d-1)u} a^{(d-1)u(v+1)} (a^{(v-1)u} + p^u a^{uv}) \right) n
\end{aligned}$$

ИЛИ

$$T_{\text{с,несов},r=1} = n \left(\frac{1 - (ap)^u}{1 - (ap)} \right) \left(\frac{1 - (p^{2u} a^{u(v+1)})^d}{1 - p^{2u} a^{u(v+1)}} \right) \left(vp^u a^{uv} + \left(\frac{1 - a^{uv}}{1 - a^u} \right) \right).$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса $T_{с,несов,r=1}$ при вариации значений параметров отражены в таблице 3.3.

Таблица 3.3. Время выполнения запроса $T_{с,несов,r=1} / n$

p	$k = 32, u = 4, v = 3, d = 2$		
	a		
	1.1	1.2	1.25
0.1	5.17748	8.38019	10.7474
0.2	5.91279	9.72626	12.5808
0.3	6.91015	11.6744	15.3358
0.4	8.359	14.8517	20.1832
0.5	10.6787	21.1038	31.2159
0.6	14.9604	37.1016	65.7509
0.7	24.4942	89.4398	200.641
0.8	50.0024	283.171	759.617
0.9	126.557	1006.11	2984.32

При $r > 1$

$$\begin{aligned}
T_{с,несов,r>1,j} = & n(a^{j-1} + pa^{2r-j}) \left(\frac{1 - (pa^r)^{\frac{u}{r}}}{1 - (pa^r)^2} \right) \left(1 + p^{\frac{u}{r}} a^{uv} + p^{2\frac{u}{r}} a^{u(v+1)} (1 + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) + p^{2.2\frac{u}{r}} a^{u(v+1)2} (1 + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) + \dots \right. \\
& + p^{2(d-1)\frac{u}{r}} a^{(d-1)u(v+1)} (1 + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) \\
& + \left(a^u + p^{\frac{u}{r}} a^{uv} + p^{2\frac{u}{r}} a^{u(v+1)} (a^u + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) + p^{2.2\frac{u}{r}} a^{u(v+1)2} (a^u + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) + \dots \right. \\
& + p^{2(d-1)\frac{u}{r}} a^{(d-1)u(v+1)} (a^u + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) \\
& + \left(a^{2u} + p^{\frac{u}{r}} a^{uv} + p^{2\frac{u}{r}} a^{u(v+1)} (a^{2u} + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) + p^{2.2\frac{u}{r}} a^{u(v+1)2} (a^{2u} + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) + \dots \right. \\
& + p^{2(d-1)\frac{u}{r}} a^{(d-1)u(v+1)} (a^{2u} + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) \\
& + \left(a^{(v-1)u} + p^{\frac{u}{r}} a^{uv} + p^{2\frac{u}{r}} a^{u(v+1)} (a^{(v-1)u} + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) + p^{2.2\frac{u}{r}} a^{u(v+1)2} (a^{(v-1)u} + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) + \dots \right. \\
& \left. \left. + p^{2(d-1)u} a^{(d-1)u(v+1)} (a^{(v-1)u} + p^{\frac{u}{r}} a^{uv}) \right) \right)
\end{aligned}$$

ИЛИ

$$T_{с,несов,r>1,j} = n(a^{j-1} + pa^{2r-j}) \left(\frac{1 - (pa^r)^{\frac{u}{r}}}{1 - (pa^r)^2} \right) \left(\frac{1 - (p^{2\frac{u}{r}} a^{u(v+1)})^d}{1 - p^{2\frac{u}{r}} a^{u(v+1)}} \right) \left(vp^{\frac{u}{r}} a^{uv} + \frac{1 - a^{uv}}{1 - a^u} \right), j = \overline{2, r}.$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса $T_{Г,несов,r>1,j}$ при вариации значений параметров отражены в таблице 3.4.

Таблица 3.4. Время выполнения запроса $T_{с,несов,r>1,j}$ /n

p	k = 32 , u = 8, v = 4, d = 1			
	r	j	a = 1.2	
			T _{несов}	Max(T _{несов(r,j)})
0.2	1	1	135.905	135.905
	2	1	153.696	169.961
		2	169.961	
	4	1	271.188	338.5
		2	283.915	

		3	306.106	899.976
		4	338.5	
	8	1	826.704	
		2	763.19	
		3	725.115	
		4	711.211	
		5	721.014	
		6	754.851	
		7	813.849	
		8	899.976	
0.3	1	1	161.478	161.478
	2	1	206.051	221.466
		2	221.466	
	4	1	469.647	531.919
		2	474.364	
		3	494.894	
		4	531.919	
	8	1	1260.64	1260.64
		2	1132.75	
		3	1042.62	
		4	987.241	
		5	964.772	
		6	974.462	
		7	1016.63	
		8	1092.69	

0.4	1	1	199.784	199.784	
	2	1	311.465	327.083	
		2	327.083		
	4	1	783.638	823.626	
		2	771.117		
		3	784.3		
		4	823.626		
	8	1	1712.27	1712.27	
		2	1514.55		
		3	1367.3		
		4	1265.64		
		5	1206.16		
		6	1186.89		
		7	1207.18		
		8	1267.71		
	0.5	1	1	267.004	267.004
		2	1	534.192	534.192
2			550.241		
4		1	1242.56	1242.56	
		2	1198.67		
		3	1194.74		
		4	1230.63		
8		1	2174.36	2174.36	
		2	1903.57		
		3	1696.23		

		4	1545.44	
		5	1446.15	
		6	1395.08	
		7	1390.5	
		8	1432.27	
	1	1	418.33	418.33
	2	1	997.761	1011.09
		2	1011.09	
	4	1	1875.8	1875.8
		2	1781.52	
		3	1746.62	
		4	1769.95	
0.6	8	1	2643.14	2643.14
		2	2297.22	
		3	2027.88	
		4	1826.13	
		5	1685.25	
		6	1600.55	
		7	1569.2	
		8	1590.15	
	1	1	856.042	856.042
	2	1	1922.52	1922.52
		2	1921.12	
0.7	4	1	2712.76	2712.76
		2	2544.16	

		3	2460.36	3116.45
		4	2458.58	
	8	1	3116.45	
		2	2694	
		3	2361.36	
		4	2107.43	
		5	1923.74	
		6	1804.18	
		7	1744.76	
		8	1743.49	
0.8	1	1	2317.19	2317.19
	2	1	3677.54	3677.54
		2	3630.61	
	4	1	3782.83	3782.83
		2	3511.09	
		3	3356.38	
		4	3313.55	
	8	1	3592.98	3592.98
		2	3093.01	
		3	2696.15	
		4	2389.15	
		5	2161.8	
		6	2006.5	
		7	1918.09	
8		1893.62		

0.9	1	1	7359.03	7359.03
	2	1	6849.44	6849.44
		2	6690.75	
	4	1	5115.41	5115.41
		2	4706.8	
		3	4455.08	
		4	4351.86	
	8	1	4071.87	4071.87
		2	3493.66	
		3	3031.9	
		4	2671.2	
		5	2399.54	
		6	2207.87	
		7	2089.79	
		8	2041.38	

3.2.3. Сравнение совместной и несовместной обработки запросов. СЗ

Сравним выражения времени выполнения запроса для несовместной и совместной обработки мультизапроса.

Совместное выполнение запросов мультизапроса имеет смысл, если выполняется неравенство $T_{с,несов} > T_{с,сов}$, т.е. если

$$\left(\frac{1 - (ap)^u}{1 - (ap)}\right) \left(\left(\frac{1 - (p^{2u} a^{u(v+1)})^d}{1 - p^{2u} a^{u(v+1)}} \right) \left(vp^u a^{uv} + \left(\frac{1 - a^{uv}}{1 - a^u} \right) \right) - \left(\frac{1 - (p^u a^{u(v+1)})^d}{1 - p^u a^{u(v+1)}} \right) \left(a^{uv} + p^{du} \left(\frac{1 - a^{uv}}{1 - a^u} \right) \right) \right) > 0$$

Рассмотрим два частных случая:

1) При $d = 1$ находим

$$\begin{aligned} & \left(vp^u a^{uv} + \left(\frac{1 - a^{uv}}{1 - a^u} \right) \right) - \left(a^{uv} + p^u \left(\frac{1 - a^{uv}}{1 - a^u} \right) \right) = \\ & = a^{uv} (vp^u - 1) + \left(\frac{1 - a^{uv}}{1 - a^u} \right) (1 - p^u) \end{aligned}$$

Это выражение, по крайней мере, больше 0,

если

$$vp^u > 1,$$

или

$$p^u > \frac{1}{v}$$

2) Пусть значение вероятности $p \rightarrow 0$.

Тогда, например, при $r > 1$ имеем:

$$T_{\text{с,несов},r>1,j} = n(a^{j-1} + pa^{2r-j}) \frac{a^{vu} - 1}{a^u - 1} + o(p)$$

$$T_{\text{с,сов},r>1,j} = n(a^{j-1} + pa^{2r-j}) a^{vu} + o(p)$$

Поэтому совместная обработка запросов требует меньше времени, чем несовместная, если

$$T_{c, \text{несов}, r > 1, j} - T_{c, \text{сов}, r > 1, j} = n(a^{j-1} + pa^{2r-j}) \left(\frac{a^{vu}-1}{a^u-1} - a^{vu} \right) + o(p) > 0, j = \overline{2, r},$$

или

$$\left(\frac{a^{vu} - 1}{a^u - 1} - a^{vu} \right) > 0,$$

или если

$$a^u + \frac{1}{a^{vu}} < 2.$$

Например, для

$$a = 1.1, v = 4, u = 6$$

находим:

$$1.1^6 + \frac{1}{1.1^{24}} < 2 \quad \text{или} \quad 1.8731 < 2.$$

Поэтому здесь совместная обработка запросов требует меньше времени, чем несовместная.

Для $a = 1.1, v = 4, u = 8$ получаем:

$$1.1^8 + \frac{1}{1.1^{32}} > 2,$$

т.е. здесь несовместная обработка запросов требует меньше времени, чем совместная.

В таблице 3.5, на рис. 3.1, рис. 3.2 и рис. 3.3 представлены сравнительные результаты расчетов времени совместной и несовместной обработки запросов мультизапроса.

Таблица 3.5. Время совместной и несовместной обработки запросов/п. СП

p	$k = 32, u = 8, v = 4, d = 1$		
	r	a	
		1.2	
		$Max(T_{сов(r,j)})$	$Max(T_{несов(r,j)})$
0.2	1	449.761	135.905
	2	551.085	169.961
	4	741.281	338.5
	8	865.902	899.976
0.3	1	533.957	161.478
	2	663.582	221.466
	4	825.154	531.919
	8	915.29	1260.64
0.4	1	655.627	199.784
	2	814.743	327.083
	4	916.452	823.626
	8	1008.97	1712.27
0.5	1	841.193	267.004
	2	1015.34	534.192
	4	1026.31	1242.56
	8	1087.18	2174.36
0.6	1	1138.37	418.33
	2	1280.44	1011.09
	4	1193.83	1875.8

	8	1155.49	2643.14
0.7	1	1634.82	856.042
	2	1633.18	1922.52
	4	1376.74	2712.76
	8	1217.09	3116.45
0.8	1	2501.58	2317.19
	2	2129.64	3677.54
	4	1577.26	3782.83
	8	1273.93	3592.98
0.9	1	4108.75	7359.03
	2	2804.43	6849.44
	4	1797.61	5115.41
	8	1327.26	4071.87

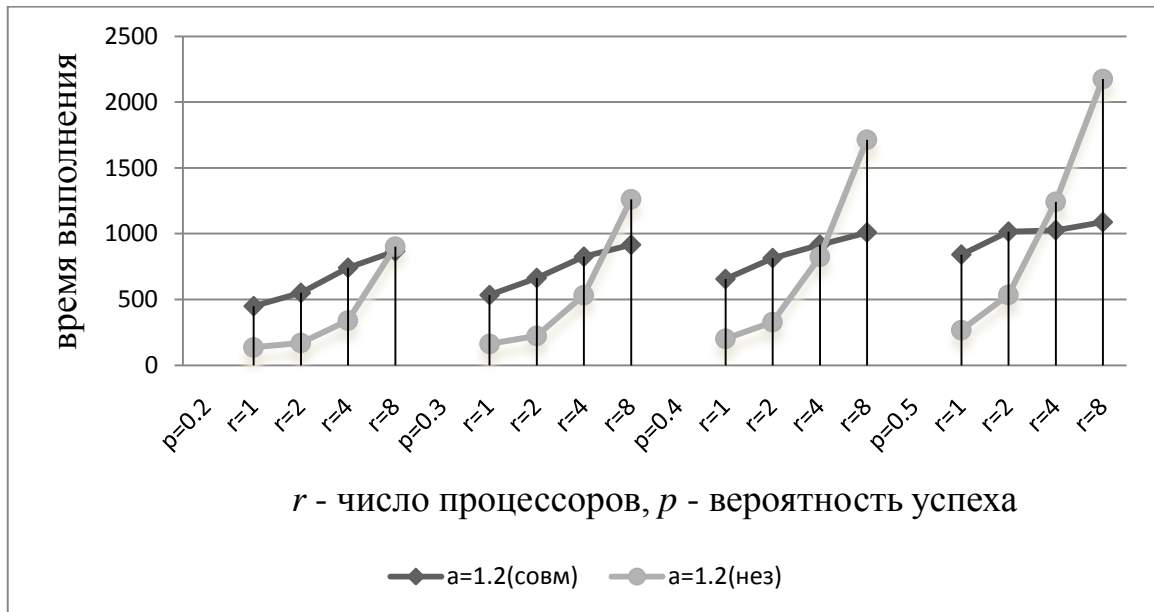


Рис.3.2. Время выполнения мультизапроса при совместной и несовместной обработке запросов/n ($a = 1.2, p \leq 0.5$). СЗ

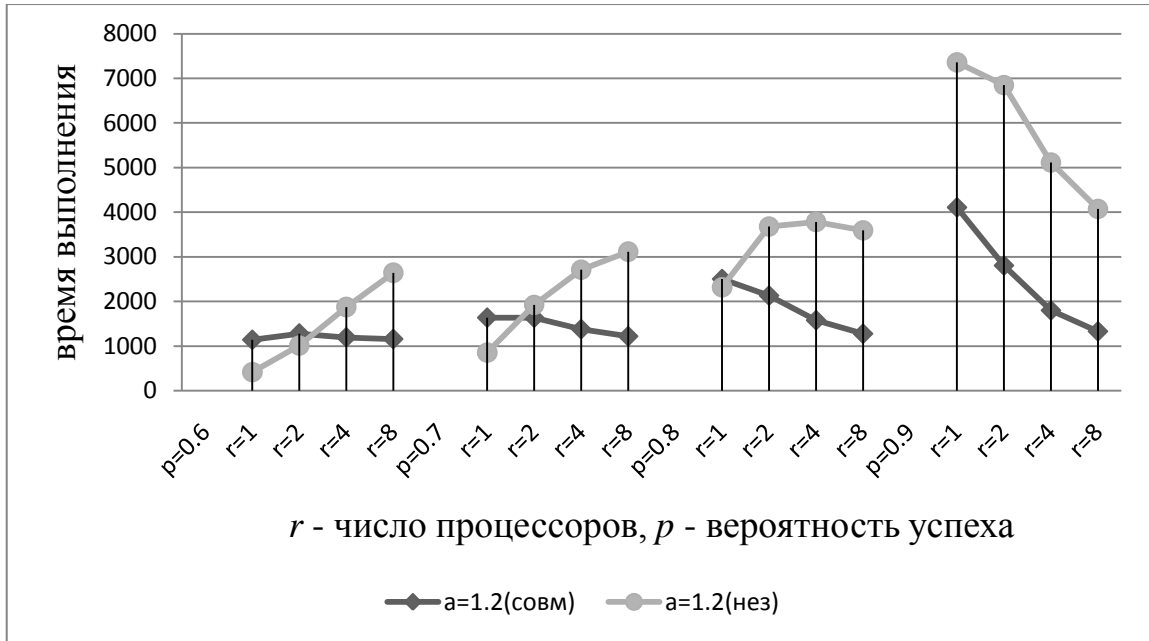


Рис.3.3. Время выполнения мультизапроса при совместной и несовместной обработке запросов/n ($a = 1.2, p > 0.5$). СЗ

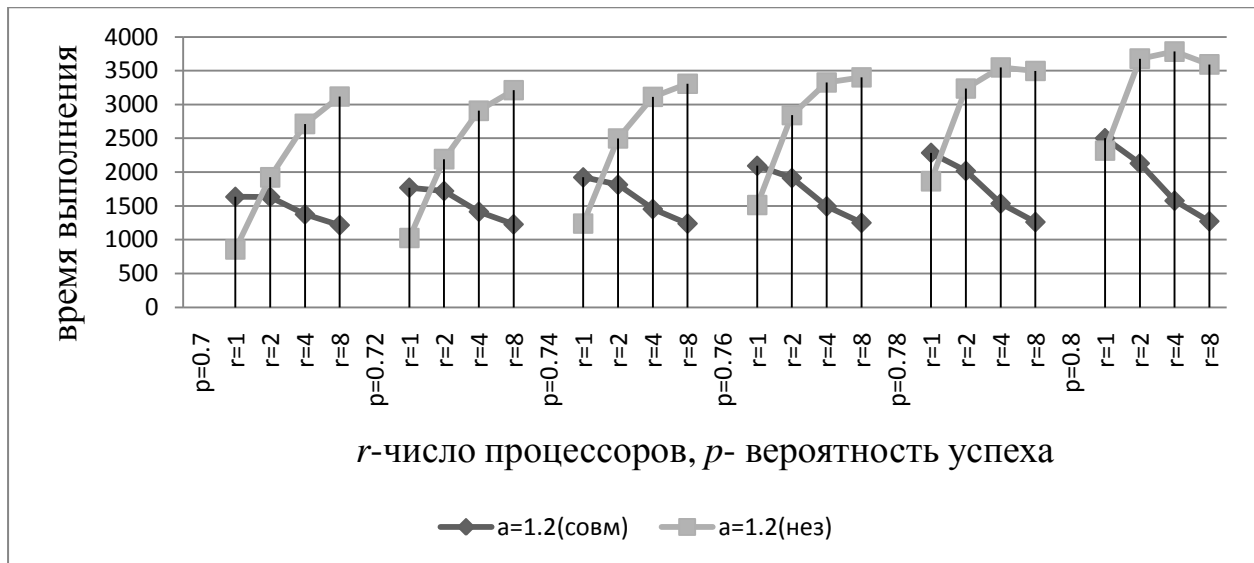


Рис.3.4. Время выполнения мультизапроса при совместной и несовместной обработке запросов/n ($a = 1.2, 0.8 > p > 0.7$). СП

Очевидно, что совместная обработка запросов мультизапроса обеспечивает меньшее время по отношению к несовместной обработке при возрастании

вероятности успеха, кроме того, увеличение числа процессоров может привести не к уменьшению, а к увеличению времени выполнения мультизапроса, см. рис. 3.5.

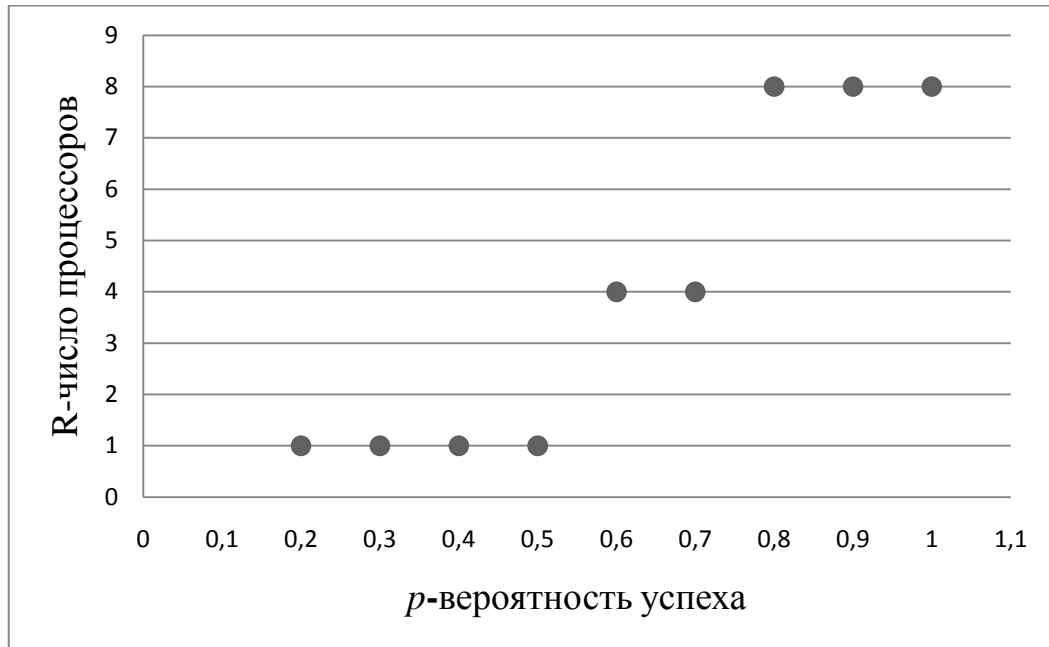


Рис.3.5. Минимальное число процессоров, обеспечивающие минимальное время обработки мультизапросов (R). СЗ

3.3. Линейная зависимость времени обработки элементарных запросов

3.3.1. Совместное выполнение запросов мультизапроса. ЛЗ

Пусть время τ_i обработки элементарных запросов в строке таблицы соответствует линейной зависимости (ЛЗ).

Время выполнения мультизапроса при совместном выполнении запросов:

при $r = 1$

$$\begin{aligned}
T_{л,сов,r=1} = n \frac{1-p^u}{1-p} & \left((1+uv\Delta + (1+(uv\Delta + u(v+1)\Delta))p) + (1+(uv\Delta + 2u(v+1)\Delta))p^{2u} + \dots \right. \\
& + (1+(uv\Delta + (d-1)u(v+1)\Delta))p^{(d-1)u} \\
& + p^{du} \left((1+(1+u(v+1)\Delta)p^{2u} + (1+2u(v+1)\Delta)p^{2(2u)} + \dots + (1+(d-1)(v+1)\Delta)p^{2(du)} \right) \\
& + (1+u\Delta) + (1+(u\Delta + u(v+1)\Delta))p^{2u} + \dots + (1+(u\Delta + u(d-1)(v+1)\Delta))p^{2(d-1)u} + (1+2u\Delta) \\
& + (1+(2u\Delta + u(v+1)\Delta))p^{2u} + \dots + (1+(2u\Delta + u(d-1)(v+1)\Delta))p^{2(d-1)u} + \dots + (1+(v-1)u\Delta) \\
& \left. + (1+((v-1)u\Delta + u(v+1)\Delta))p^{2u} + \dots + (1+((v-1)u\Delta + u(d-1)(v+1)\Delta))p^{2(d-1)u} \right) \\
& + p\Delta \frac{1-up^{u-1} + (u-1)p^u}{(1-p)^2} (v+p^u + vp^{2u} + p^{3u} + vp^{4u} + p^{5u} + \dots + vp^{(2d-2)u} + p^{(2d-1)u})
\end{aligned}$$

ИЛИ

$$\begin{aligned}
T_{л,сов,r=1} = n \frac{1-p^u}{1-p} & \left[(1+uv\Delta) \frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}} + p^{2u} u\Delta(v+1) \frac{1-dp^{(d-1)2u} + (d-1)p^{2ud}}{(1-p^{2u})^2} + p^{du} \left(v \frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}} + u\Delta \frac{(v-1)v}{2} \frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}} + \right. \right. \\
& \left. \left. vv+1u\Delta p^{2u} - dpd - 12u + d - 1p^{2ud} - p^{2u} + p\Delta - upu - 1 + u - 1pu - p^{21} - p^{2du} - p^{2uv} + pu \right) \right]
\end{aligned}$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса $T_{л,сов,r=1}$ при вариации значений параметров отражены в таблице 3.6.

Таблица 3.6. Время выполнения запроса $T_{л,сов,r=1}/n$

p	$k = 32, u = 4, v = 3, d = 2$		
	Δ		
	0.14	0.2	0.61
0.1	3.02914	3.8512	9.46862
0.2	3.47242	4.42574	10.9401
0.3	4.03472	5.15645	12.8216
0.4	4.74911	6.08661	15.2262
0.5	5.68747	7.3088	18.3878
0.6	7.06629	9.09869	22.9867
0.7	9.5859	12.3474	31.2178

0.8	15.6288	20.1059	50.6991
0.9	34.1392	43.9394	110.907

При $r > 1$

$$\begin{aligned}
T_{л,сов,r>1,j} &= n \frac{1-p^{\frac{u}{r}}}{1-p^2} \left[(1+(uv+i-1)\Delta) + (1+(uv+2r-i)\Delta)p + p^{\frac{u}{r}}(1+(u(2v+1)+i-1)\Delta) \right. \\
&\quad + (1+(u(2v+1)+2r-i)\Delta)p + p^{2\frac{u}{r}}(1+(u(3v+2)+i-1)\Delta) + (1+(u(3v+2)+2r-i)\Delta)p + \dots \\
&\quad + (1+(u(dv+d-1)+i-1)\Delta) + (1+(uv+(d-1)u(v+1)+2r-i)\Delta)p \\
&\quad + p^{d\frac{u}{r}}(1+(u(v-1)+i-1)\Delta) + (1+(u(v-1)+2r-i)\Delta)p + p^{\frac{u}{r}}(1+(u(2v)+i-1)\Delta) \\
&\quad + (1+(u(2v)+2r-i)\Delta)p + p^{2\frac{u}{r}}(1+(u(3v+1)+i-1)\Delta) + (1+(u(3v+1)+2r-i)\Delta)p \\
&\quad + p^{3\frac{u}{r}}(1+(u(v-1)+2(v+1)+i-1)\Delta) + (1+(u(v-1)+2(v+1)+2r-i)\Delta)p + \dots \\
&\quad + p^{(d-1)\frac{u}{r}}(1+(u(v-1)+(d-1)(v+1)+i-1)\Delta) + (1+(u(v-1)+(d-1)(v+1)+2r-i)\Delta)p \\
&\quad + p^{d\frac{u}{r}}(1+(u(v-2)+i-1)\Delta) + (1+(u(v-2)+2r-i)\Delta)p \\
&\quad + p^{\frac{u}{r}}(1+(u(v-2)+(v+1)u+i-1)\Delta) + (1+(u(v-2)+(v+1)u+2r-i)\Delta)p \\
&\quad + p^{2\frac{u}{r}}(1+(u(v-2)+2(v+1)u+i-1)\Delta) + (1+(u(v-2)+2(v+1)u+2r-i)\Delta)p + \dots \\
&\quad + p^{(d-1)\frac{u}{r}}(1+(u(v-2)+(d-1)(v+1)u+i-1)\Delta) \\
&\quad + (1+(u(v-2)+(d-1)(v+1)u+2r-i)\Delta)p + \dots + p^{d\frac{u}{r}}(1+(u+i-1)\Delta) + (1+(u+2r-i)\Delta)p \\
&\quad + p^{\frac{u}{r}}(1+(u+(v+1)u+i-1)\Delta) + (1+(u+(v+1)u+2r-i)\Delta)p \\
&\quad + p^{2\frac{u}{r}}(1+(u+2(v+1)u+i-1)\Delta) + (1+(u+2(v+1)u+2r-i)\Delta)p + \dots \\
&\quad \left. + p^{(d-1)\frac{u}{r}}(1+(u+(d-1)(v+1)u+i-1)\Delta) + (1+(u+(d-1)(v+1)u+2r-i)\Delta)p \right] \\
&+ 2r\Delta p^2(1+p) \left(\frac{1-\frac{u}{2r}p^{\frac{u}{r}-2} + \left(\frac{u}{2r}-1\right)p^{\frac{u}{r}}}{(1-p^2)^2} \right) \left(\frac{1-p^{d\frac{u}{r}(v+1)}}{p^{\frac{u}{r}}} \right) \\
&= n \cdot \frac{1-p^{\frac{u}{r}}}{1-p^2} \left[(1+(i-1)\Delta + (1+(2r-i)\Delta)p) \frac{1-p^{d\frac{u}{r}}}{1-p^{\frac{u}{r}}} (1+vp^{d\frac{u}{r}}) + \frac{1-p^{d\frac{u}{r}}}{1-p^{\frac{u}{r}}} uv \left(1 + \frac{v-1}{2} p^{d\frac{u}{r}} \right) \right. \\
&\quad \left. + (v+1)u \left(1 + vp^{d\frac{u}{r}} \right) p^{\frac{u}{r}} \left(\frac{1-dp^{\frac{u}{r}(d-1)} + (d-1)p^{d\frac{u}{r}}}{(1-p^{\frac{u}{r}})^2} \right) \right] \\
&\quad + 2r\Delta p^2(1+p) \left(\frac{1-\frac{u}{2r}p^{\frac{u}{r}-2} + \left(\frac{u}{2r}-1\right)p^{\frac{u}{r}}}{(1-p^2)^2} \right) \left(\frac{1-p^{d\frac{u}{r}(v+1)}}{p^{\frac{u}{r}}} \right)
\end{aligned}$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса $T_{л,сов,r>1,j}$ при вариации значений параметров отражены в таблице 3.7.

Таблица 3.7. Время выполнения запроса $T_{л,сов,r>1,j/n}$

p	$k = 32, u = 4, v = 3, d = 2$						
	r	j	Δ				
			0.14		0.61		
			$T_{сов}$	$Max(T_{сов(r,j)})$	$T_{сов}$	$Max(T_{сов(r,j)})$	
0.2	1	1	3.47242	3.47242	10.9401	10.9401	
	2	1	14.4848	14.6018	14.7795	15.2895	
		2	14.6018		15.2895		
	4	1	16.5635	16.9398	15.7338	17.3735	
		2	16.689		16.2804		
		3	16.8144		16.8269		
		4	16.9398		17.3735		
	0.3	1	1	4.03472	4.03472	12.8216	12.8216
		2	1	16.2531	16.3625	16.7253	17.2021
			2	16.3625		17.2021	
		4	1	19.3629	19.7362	19.1703	20.7972
			2	19.4873		19.7126	
3			19.6118	20.2549			
4			19.7362	20.7972			
0.4		1	1	4.74911	4.74911	15.2262	15.2262
		2	1	18.9915	19.0965	19.696	20.1532
			2	19.0965		20.1532	
		4	1	22.9381	23.3111	23.5438	25.1689
			2	23.0625		24.0855	

		3	23.1868		24.6272	
		4	23.3111		25.1689	
0.5	1	1	5.68747	5.68747	18.3878	18.3878
	2	1	23.2258	23.3297	24.2723	24.725
		2	23.3297		24.725	
	4	1	27.444	27.8115	29.0743	30.6755
		2	27.5665		29.608	
		3	27.689		30.1418	
		4	27.8115		30.6755	
0.6	1	1	7.06629	7.06629	22.9867	22.9867
	2	1	29.9326	30.0383	31.5305	31.9913
		2	30.0383		31.9913	
	4	1	33.0069	33.3564	35.9576	37.4801
		2	33.1234		36.4651	
		3	33.2399		36.9726	
		4	33.3564		37.4801	
0.7	1	1	9.5859	9.5859	31.2178	31.2178
	2	1	40.7713	40.8789	43.3012	43.7703
		2	40.8789		43.7703	
	4	1	39.7359	40.0472	44.3822	45.7382
		2	39.8397		44.8342	
		3	39.9434		45.2862	
		4	40.0472		45.7382	
0.8	1	1	15.6288	15.6288	50.6991	50.6991
	2	1	58.3714	58.4738	62.4945	62.9405

		2	58.4738		62.9405	
	4	1	47.7308	47.9761	54.547	55.6158
		2	47.8126		54.9033	
		3	47.8943		55.2595	
		4	47.9761		55.6158	
0.9	1	1	34.1392	34.1392	110.907	110.907
		2	86.6785	86.7537	93.4964	93.8241
	2	86.7537	93.8241			
	4	1	57.0902	57.2342	66.6829	67.3106
		2	57.1382		66.8921	
		3	57.1862		67.1013	
		4	57.2342		67.3106	

3.3.2. Несовместное выполнение запросов мультизапроса. ЛЗ

Время выполнения мультизапроса при несовместном выполнении запросов:

при, $r = 1$

$$\begin{aligned}
T_{\text{л,несов},r=1} = n \frac{1-p^u}{1-p} & \left[(1 + (1 + u(v+1)\Delta)p^{2u} + (1 + 2u(v+1)\Delta)p^{2(2u)} + \dots + (1 + (d-1)(v+1)\Delta)p^{2(d-1)u}) \right. \\
& + (1 + u\Delta) + (1 + (u\Delta + u(v+1)\Delta))p^{2u} + \dots + (1 + (u\Delta + u(d-1)(v+1)\Delta))p^{2(d-1)u} + (1 + 2u\Delta) \\
& + (1 + (2u\Delta + u(v+1)\Delta))p^{2u} + \dots + (1 + (2u\Delta + u(d-1)(v+1)\Delta))p^{2(d-1)u} + \dots + (1 + (v-1)u\Delta) \\
& + (1 + ((v-1)u\Delta + u(v+1)\Delta))p^{2u} + \dots + (1 + ((v-1)u\Delta + u(d-1)(v+1)\Delta))p^{2(d-1)u} \\
& \left. + vp^u(1 + uv\Delta) + (1 + (uv\Delta + u(v+1)\Delta))p^{2u} + \dots + (1 + (uv\Delta + u(d-1)(v+1)\Delta))p^{2(d-1)u} \right] \\
& + vp\Delta \frac{1 - up^{u-1} + (u-1)p^u}{(1-p)^2} (1 + p^u + p^{2u} + \dots + p^{(2d-1)u})
\end{aligned}$$

ИЛИ

$$\begin{aligned}
T_{л,несов,r=1} = n \frac{1-p^u}{1-p} & \left[v \frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}} + u\Delta \frac{(v-1)v}{2} \frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}} + v(v+1)u\Delta p^{2u} \frac{1-dp^{(d-1)2u} + (d-1)p^{2ud}}{(1-p^{2u})^2} \right. \\
& \left. + vp^u \left((1+uv\Delta) \frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}} + p^{2u}u\Delta(v+1) \frac{1-dp^{(d-1)2u} + (d-1)p^{2ud}}{(1-p^{2u})^2} \right) \right] \\
& + vp\Delta \frac{1-up^{u-1} + (u-1)p^u}{(1-p)^2} \frac{1-p^{2du}}{1-p^u}
\end{aligned}$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса $T_{л,несов,r=1}$ при вариации значений параметров отражены в таблице 3.8.

Таблица 3.8. Время выполнения запроса $T_{л,несов,r=1} / n$

p	$k = 32, u = 4, v = 3, d = 2$		
	Δ		
	0.14	0.2	0.61
0.1	5.25204	6.07434	11.6934
0.2	5.98462	6.94231	13.4865
0.3	6.96246	8.10963	15.9487
0.4	8.34022	9.77174	19.5538
0.5	10.4234	12.3192	25.2738
0.6	13.887	16.6251	35.336
0.7	20.4186	24.8979	55.5069
0.8	34.677	43.291	102.153
0.9	70.1311	89.7126	223.519

При, $r > 1$

$$\begin{aligned}
T_{л,несов,r>1,j} = n \frac{1-p^{\frac{u}{r}}}{1-p^2} & \left[(1 + (i-1)\Delta) + (1 + (2r-i)\Delta)p + p^{\frac{u}{r}}((1 + (vu+i-1)\Delta) + (1 + (vu+2r-i)\Delta)p) + \right. \\
& p^{\frac{2u}{r}}((1 + (u(v+1) + i-1)\Delta) + (1 + (u(v+1) + 2r-i)\Delta)p) + p^{\frac{3u}{r}}((1 + (uv + (v+1)u + i-1)\Delta) + (1 + \\
& (uv + (v+1) + 2r-i)\Delta)p) + p^{\frac{4u}{r}}((1 + (2u(v+1) + i-1)\Delta) + (1 + (2u(v+1) + 2r-i)\Delta)p) + p^{\frac{5u}{r}}((1 + \\
& (uv + 2u(v+1) + i-1)\Delta) + (1 + (uv + 2u(v+1) + 2r-i)\Delta)p) + \dots + p^{2(d-1)\frac{u}{r}}((1 + ((d-1)u(v+1) + i-1)\Delta) +
\end{aligned}$$

$$(1 + ((d-1)u(v+1) + 2r - i)\Delta)p) + p^{(2d-1)\frac{u}{r}}((1 + (uv + (d-1)u(v+1) + i - 1)\Delta) + (1 + (uv + (d-1)u(v+1) + 2r - i)\Delta)p)] +$$

$$1((1 + (u + i - 1)\Delta) + (1 + (u + 2r - i)\Delta)p) + p^{\frac{u}{r}}((1 + (vu + i - 1)\Delta) + (1 + (vu + 2r - i)\Delta)p) + p^{2\frac{u}{r}}((1 + u + uv + 1 + i - 1\Delta + 1 + u + uv + 1 + 2r - i\Delta p + p3ur1 + uv + uv + 1 + i - 1\Delta + 1 + uv + uv + 1 + 2r - i\Delta p + p4ur1 + u + 2uv + 1 + i - 1\Delta + 1 + u + 2uv + 1 + 2r - i\Delta p + p5ur1 + uv + 2uv + 1 + i - 1\Delta + 1 + uv + 2uv + 1 + 2r - i\Delta p + p6ur1 + u + 3uv + 1 + i - 1\Delta + 1 + u + 3uv + 1 + 2r - i\Delta p + \dots + p2d-1ur1 + u + d - 1uv + 1 + i - 1\Delta + 1 + u + d - 1uv + 1 + 2r - i\Delta p + p2d-1ur1 + uv + d - 1uv + 1 + i - 1\Delta + 1 + uv + d - 1uv + 1 + 2r - i\Delta p +$$

$$1((1 + (2u + i - 1)\Delta) + (1 + (2u + 2r - i)\Delta)p) + p^{\frac{u}{r}}((1 + (vu + i - 1)\Delta) + (1 + (vu + 2r - i)\Delta)p) + p^{2\frac{u}{r}}((1 + (u + u(v+1) + i - 1)\Delta) + (1 + (u + u(v+1) + 2r - i)\Delta)p) + p^{3\frac{u}{r}}((1 + (uv + u(v+1) + i - 1\Delta + 1 + uv + uv + 1 + 2r - i\Delta p + \dots + p2d-1ur1 + 2u + d - 1uv + 1 + i - 1\Delta + 1 + 2u + d - 1uv + 1 + 2r - i\Delta p +$$

$$1(1 + (u(v-1) + i - 1)\Delta) + (1 + (u(v-1) + 2r - i)\Delta)p + p^{\frac{u}{r}}((1 + (vu + i - 1)\Delta) + (1 + (vu + 2r - i)\Delta)p) + \dots + p2d-2ur1 + uv - 1 + d - 1uv + 1 + i - 1\Delta + 1 + uv - 1 + d - 1uv + 1 + 2r - i\Delta p,$$

ИЛИ

$$T_{л,несов,r>1,j} = n \frac{1 - p^{\frac{u}{r}}}{1 - p^2} \left[((1 + (i-1)\Delta) + (1 + (2r-i)\Delta)p) \left(\frac{1 - p^{2\frac{u}{r}d}}{1 - p^{2\frac{u}{r}}} \right) (1 + p^{\frac{u}{r}}) v + p^{\frac{u}{r}} uv^2 \Delta \left(\frac{1 - p^{2\frac{u}{r}d}}{1 - p^{2\frac{u}{r}}} \right) \right. \\ \left. + p^{2\frac{u}{r}} (v+1) vu \Delta (1 + p^{\frac{u}{r}}) \left(\frac{1 - dp^{\frac{u}{r}(d-1)} + (d-1)p^{\frac{u}{r}d}}{(1-p^2)^2} \right) + u \Delta \left(\frac{v(v-1)}{2} \right) \left(\frac{1 - p^{2\frac{u}{r}d}}{1 - p^{2\frac{u}{r}}} \right) \right. \\ \left. + 2vr \Delta p^2 (1+p) \left(\frac{1 - \frac{u}{2r} p^{\frac{u}{r}-2} + (\frac{u}{2r} - 1) p^{\frac{u}{r}}}{(1-p^2)^2} \right) \left(\frac{1 - p^{2\frac{u}{r}d}}{p^{\frac{u}{r}}} \right) \right]$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса $T_{л,несов,r>1,j}$ при вариации значений параметров отражены в таблице 3.9.

Таблица 3.9. Время выполнения запроса $T_{л,несов,r>1,j}/n$

p	k = 32 , u = 4, v = 3, d = 2		
	r	j	Δ
			0.14
			0.61

			T_{HECOB}	$Max(T_{\text{HECOB}(r,j)})$	T_{HECOB}	$Max(T_{\text{HECOB}(r,j)})$	
0.2	1	1	5.98462	5.98462	13.4865	13.4865	
	2	1	5.90828	6.25828	13.154	14.679	
		2	6.25828		14.679		
	4	1	5.70699	6.75531	12.297	16.8647	
		2	6.05643		13.8196		
		3	6.40587		15.3421		
		4	6.75531		16.8647		
	0.3	1	1	6.96246	6.96246	15.9487	15.9487
		2	1	6.911	7.23406	15.7254	17.133
			2	7.23406		17.133	
4		1	7.26059	8.22197	17.3642	21.5531	
		2	7.58105		18.7605		
		3	7.90151		20.1568		
		4	8.22197		21.5531		
0.4		1	1	8.34022	8.34022	19.5538	19.5538
		2	1	8.34594	8.64574	19.5897	20.896
			2	8.64574		20.896	
	4	1	9.01193	9.88889	22.9103	26.7313	
		2	9.30425		24.184		
		3	9.59657		25.4576		
		4	9.88889		26.7313		
	0.5	1	1	10.4234	10.4234	25.2738	25.2738
2		1	10.462	10.7409	25.5204	26.7356	

		2	10.7409		26.7356	
	4	1	11.0092	11.7967	29.0846	32.5158
		2	11.2717		30.2283	
		3	11.5342		31.3721	
		4	11.7967		32.5158	
0.6	1	1	13.887	13.887	35.336	35.336
		2	1	13.6672	13.9252	34.7941
	2		13.9252	35.9186		
	4	1	13.2992	13.9847	36.0313	39.0178
		2	13.5277		37.0268	
		3	13.7562		38.0223	
		4	13.9847		39.0178	
	0.7	1	1	20.4186	20.4186	55.5069
2			1	18.6032	18.836	49.4208
		2	18.836	50.4352		
4		1	15.9277	16.4909	43.8884	46.3424
		2	16.1155		44.7064	
		3	16.3032		45.5244	
		4	16.4909		46.3424	
0.8		1	1	34.677	34.677	102.153
	2		1	26.2427	26.4369	72.4346
		2	26.4369	73.2807		
	4	1	18.9388	19.3521	52.7883	54.589
		2	19.0766		53.3885	
		3	19.2143		53.9888	

		4	19.3521		54.589	
0.9	1	1	70.1311	70.1311	223.519	223.519
	2	1	38.0086	38.1345	108.249	108.797
		2	38.1345		108.797	
	4	1	22.3756	22.6036	62.858	63.8517
		2	22.4516		63.1892	
		3	22.5276		63.5204	
		4	22.6036		63.8517	

3.3.3. Сравнение совместной и несовместной обработки запросов. ЛЗ

Рассмотрим два случая:

1) При $r = 1, d = 1$ имеем:

$$T_{л,несов,r=1}(d = 1) = \frac{1 - p^k}{1 - p} \left(v + u\Delta \frac{v(v-1)}{2} + p^u v(1 + vu\Delta) \right) + (v + vp^u) p\Delta \left(\frac{1 - p^k}{1 - p} \right)_p$$

$$T_{л,сов,r=1}(d = 1) = \frac{1 - p^k}{1 - p} \left((1 + vu\Delta) + p^u \left(v + u\Delta \frac{v(v-1)}{2} \right) \right) + (1 + vp^u) p\Delta \left(\frac{1 - p^k}{1 - p} \right)_p$$

Тогда,

$$\begin{aligned} T_{л,несов,r=1}(d = 1) - T_{л,сов,r=1}(d = 1) \\ = \frac{1 - p^k}{1 - p} \left((v-1) + u\Delta \left(\frac{v(v-1)}{2} - v \right) + p^u (u\Delta)v \left(v - \frac{(v-1)}{2} \right) \right) + \frac{1 - kp^{k-1} + (k-1)p^k}{(1-p)^2} (v-1) \end{aligned}$$

Легко показать, что если $v \geq 2$, то

$$T_{л,несов,r=1}(d = 1) - T_{л,сов,r=1}(d = 1)$$

всегда больше нуля, т.е. совместная обработка запросов требует меньше времени, чем несовместная.

2) Пусть значение вероятности $p \rightarrow 0$.

Тогда при $r > 1$ имеем:

$$T_{л,несов,r>1,j} = v \left(1 + (j-1)\Delta + u\Delta \frac{(v-1)}{2} \right) + vp \left(1 + (2r-j)\Delta + u\Delta \frac{(v-1)}{2} \right) + o(p)$$

$$T_{л,сов,r>1,j} = (1 + (j-1)\Delta + uv\Delta) + p(1 + (2r-j)\Delta + uv\Delta) + o(p)$$

При $v > 2$ всегда совместная обработка запросов требует меньше времени, чем несовместная.

При $v = 2$ имеем:

$$T_{несов,j} = 2 \left(1 + (j-1)\Delta + u \frac{1}{2} \Delta \right) + 2p \left(1 + (2r-j)\Delta + u\Delta \frac{1}{2} \right) + o(p)$$

$$T_{сов,j} = 1 + (j-1)\Delta + 2u\Delta + p(1 + (2r-j)\Delta + 2u\Delta) + o(p), j = \overline{2, r},$$

$$T_{л,несов,r>1,j} - T_{л,сов,r>1,j} = 1 + (j-1)\Delta - u\Delta + p(1 + (2r-j)\Delta) - pu\Delta + o(p),$$

Следовательно, совместная обработка запросов требует меньше времени, чем несовместная, когда

$$u < j - 1 + 1/\Delta.$$

В таблицах 3.10 – 3.12 и на рис. 3.6 – 3.13 представлены сравнительные результаты расчетов времени совместной и несовместной обработки запросов мультizaпpосa.

Таблица 3.10. Время совместной и несовместной обработки запросов/п

		$k = 32, u = 8, v = 4, d = 1$			
p	r	Δ			
		0.61		9.2	
		$Max(T_{сов(r,j)})$	$Max(T_{несов(r,j)})$	$Max(T_{сов(r,j)})$	$Max(T_{несов(r,j)})$
0.2	1	26.4125	42.3626	380.75	568.501
	2	108.71	343.651	1152.1	5112.52

	4	38.0009	47.0381	75.8656	639.13
	8	40.2703	50.184	93.833	689.28
0.3	1	30.8075	49.0395	444.516	659.143
	2	73.1095	196.264	584.887	2879.58
	4	41.5723	53.1455	90.6384	721.722
	8	43.8513	58.1668	127.765	804.043
0.4	1	36.9024	58.2097	533.044	784.037
	2	63.0898	147.17	383.512	2125.79
	4	46.5778	61.2886	111.381	832.877
	8	47.2766	65.3451	161.413	906.674
0.5	1	45.8517	71.6656	663.042	968.204
	2	62.64	130.064	295.644	1849.41
	4	53.1	71.55	139	973.5
	8	50.6017	71.88	195.2	999.6
0.6	1	60.0233	93.5052	868.331	1269.46
	2	68.8996	129.664	260.63	1817.14
	4	61.2214	84.0122	174.403	1144.5
	8	53.8829	77.892	229.667	1084.64
0.7	1	84.8198	134.349	1224.81	1839.11
	2	82.5525	142.49	261.885	1972.09
	4	71.0245	98.7577	218.498	1346.78
	8	57.1806	83.4734	265.486	1163.19
0.8	1	133.875	224.089	1921.18	3106
	2	106.158	169.244	298.32	2318.15
	4	82.5919	115.869	272.19	1581.25

	8	60.561	88.696	303.474	1236.32
0.9	1	243.918	449.482	3460.47	6320.17
	2	143.619	212.581	372.202	2885.33
	4	96.0062	135.429	336.389	1848.82
	8	64.0983	93.6164	344.602	1304.9

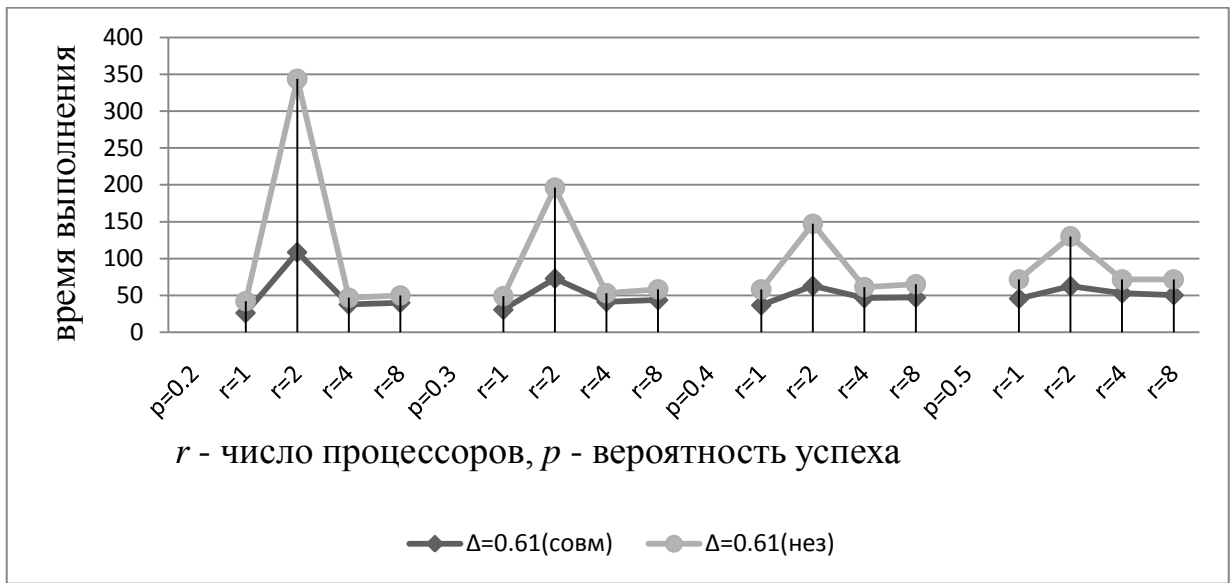


Рис.3.6. Время выполнения мультизапроса при совместной и несовместной обработке запросов/n ($\Delta = 0.61, p \leq 0.5$) . ЛЗ

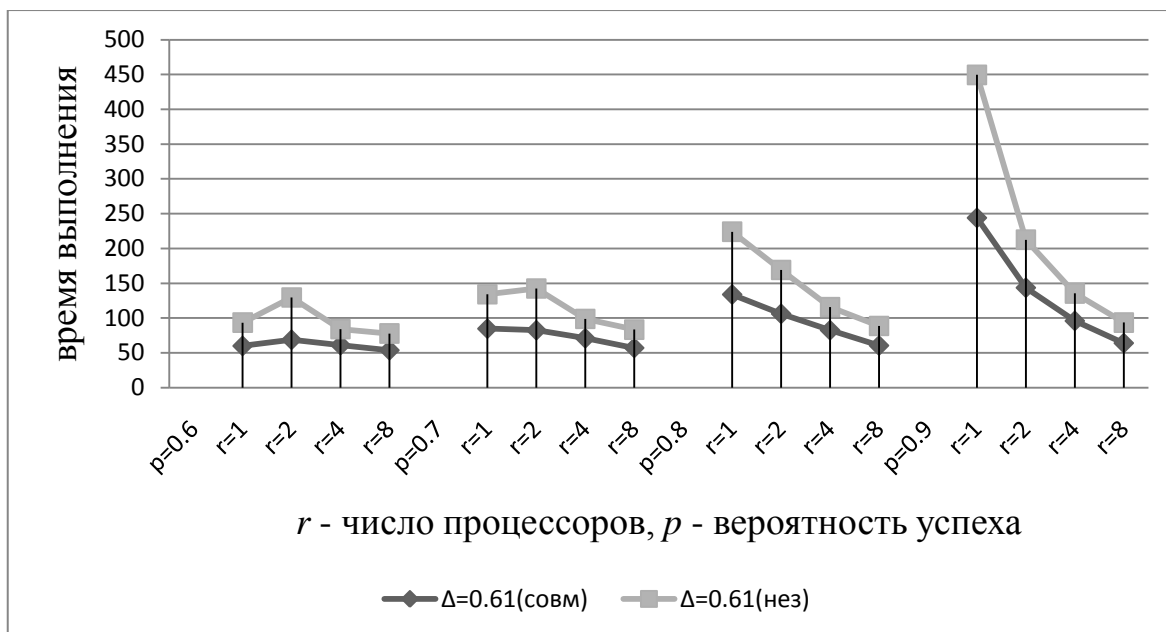


Рис.3.7. Время выполнения мультизапроса при совместной и несовместной обработке запросов/ n ($\Delta = 0.61, p > 0.5$). ЛЗ

Очевидно, что совместная обработка запросов мультизапроса обеспечивает всегда меньшее время по отношению к несовместной обработке при $d = 1$, но при $d > 1$ это не всегда так, кроме того, увеличение числа процессоров может привести не к уменьшению, а к увеличению времени выполнения мультизапроса, см. рис. 3.8.

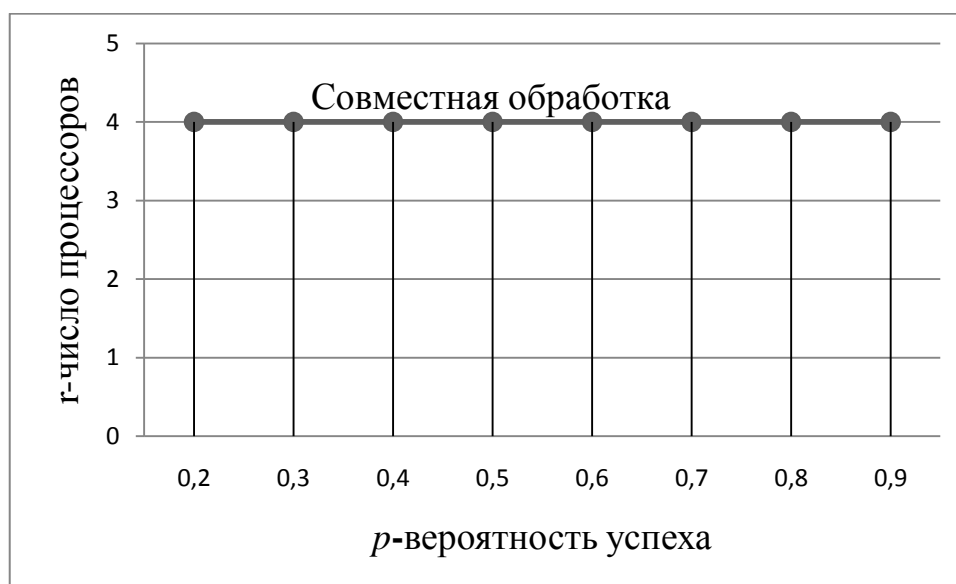


Рис.3.8. Минимальное число процессоров, обеспечивающие минимальное время обработки мультизапросов (R). ЛЗ

Таблица 3.11. Время совместной и несовместной обработки запросов/п

p	$k = 32, u = 4, v = 3, d = 2$				
	r	Δ			
		0.14		0.61	
		$Max(T_{сов}(r,j))$	$Max(T_{несов}(r,j))$	$Max(T_{сов}(r,j))$	$Max(T_{несов}(r,j))$
0.2	1	3.47242	5.98462	10.9401	13.4865
	2	14.6018	6.25828	15.2895	14.679
	4	16.9398	6.75531	17.3735	16.8647
0.4	1	4.74911	8.34022	15.2262	19.5538
	2	19.0965	8.64574	20.1532	20.896
	4	23.3111	9.88889	25.1689	26.7313
0.5	1	5.68747	10.4234	18.3878	25.2738
	2	23.3297	10.7409	24.725	26.7356
	4	27.8115	11.7967	30.6755	32.5158
0.7	1	9.5859	20.4186	31.2178	55.5069
	2	40.8789	18.836	43.7703	50.4352
	4	40.0472	16.4909	45.7382	46.3424
0.9	1	34.1392	70.1311	110.907	223.519
	2	86.7537	38.1345	93.8241	108.797
	4	57.2342	22.6036	67.3106	63.8517

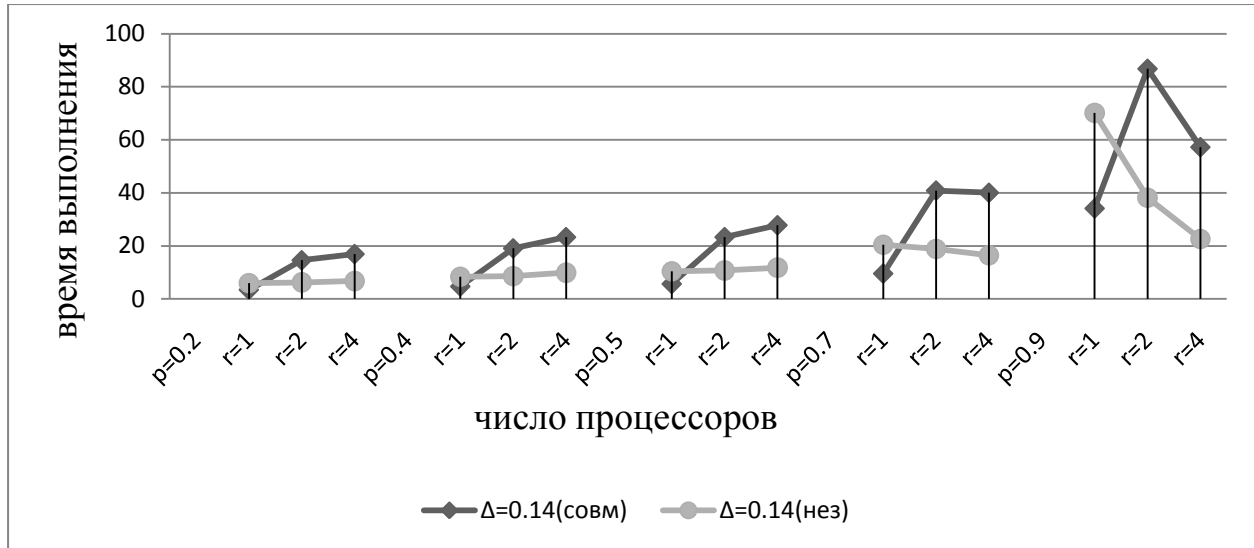


Рис.3. 9. Время совместной и несовместной обработки запросов/п. ЛЗ

Таблица 3.12. Время совместной и несовместной обработки запросов/п

p	k = 32 , u = 4, v = 3, d = 2				
	r	Δ			
		0.14		0.61	
		Max(T _{сов(r,j)})	Max(T _{несов(r,j)})	Max(T _{сов(r,j)})	Max(T _{несов(r,j)})
0.2	1	3.47242	5.98462	10.9401	13.4865
	2	14.6018	6.25828	15.2895	14.679
	4	16.9398	6.75531	17.3735	16.8647
0.3	1	4.03472	6.96246	12.8216	15.9487
	2	16.3625	7.23406	17.2021	17.133
	4	19.7362	8.22197	20.7972	21.5531
0.4	1	4.74911	8.34022	15.2262	19.5538

	2	19.0965	8.64574	20.1532	20.896
	4	23.3111	9.88889	25.1689	26.7313
0.5	1	5.68747	10.4234	18.3878	25.2738
	2	23.3297	10.7409	24.725	26.7356
	4	27.8115	11.7967	30.6755	32.5158
0.6	1	7.06629	13.887	22.9867	35.336
	2	30.0383	13.9252	31.9913	35.9186
	4	33.3564	13.9847	37.4801	39.0178
0.7	1	9.5859	20.4186	31.2178	55.5069
	2	40.8789	18.836	43.7703	50.4352
	4	40.0472	16.4909	45.7382	46.3424
0.8	1	15.6288	34.677	50.6991	102.153
	2	58.4738	26.4369	62.9405	73.2807
	4	47.9761	19.3521	55.6158	54.589
0.9	1	34.1392	70.1311	110.907	223.519
	2	86.7537	38.1345	93.8241	108.797
	4	57.2342	22.6036	67.3106	63.8517

Если $p \leq 0.5, \Delta = 0.14$

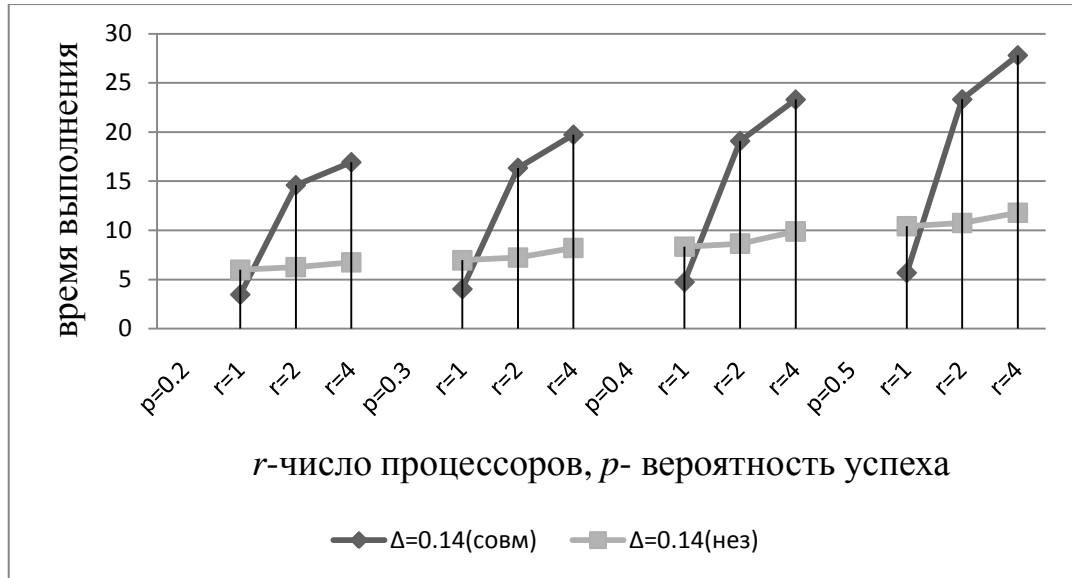


Рис.3. 10. Время совместной и несовместной обработки запросов/п. ЛЗ Если $p > 0.5, \Delta = 0.14$

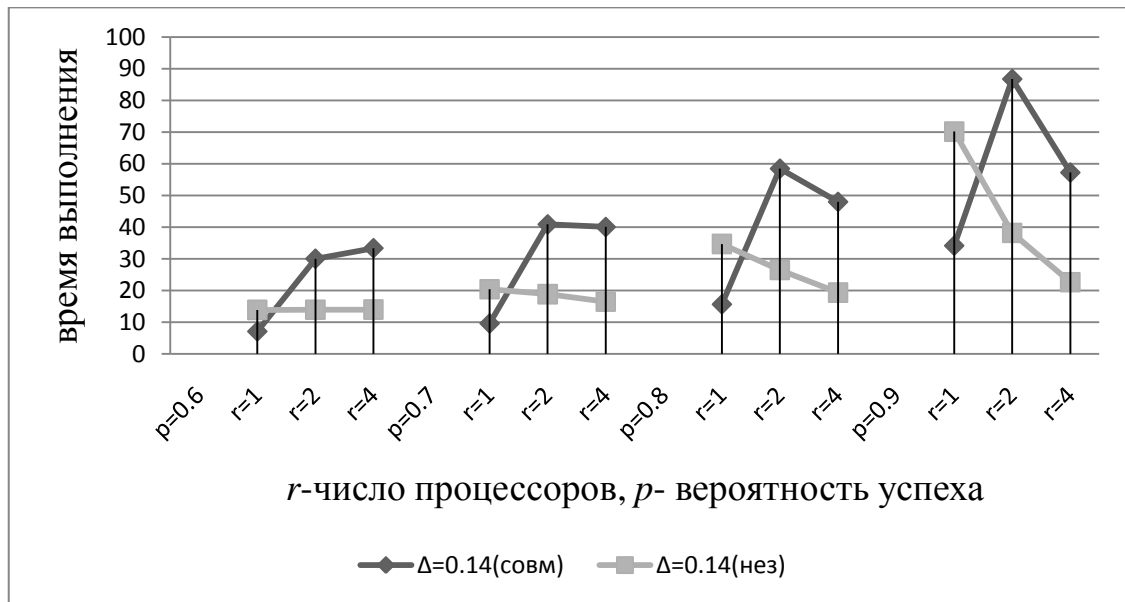


Рис.3. 11. Время совместной и несовместной обработки запросов/п. ЛЗ

Если $p \leq 0.5, \Delta = 0.61$

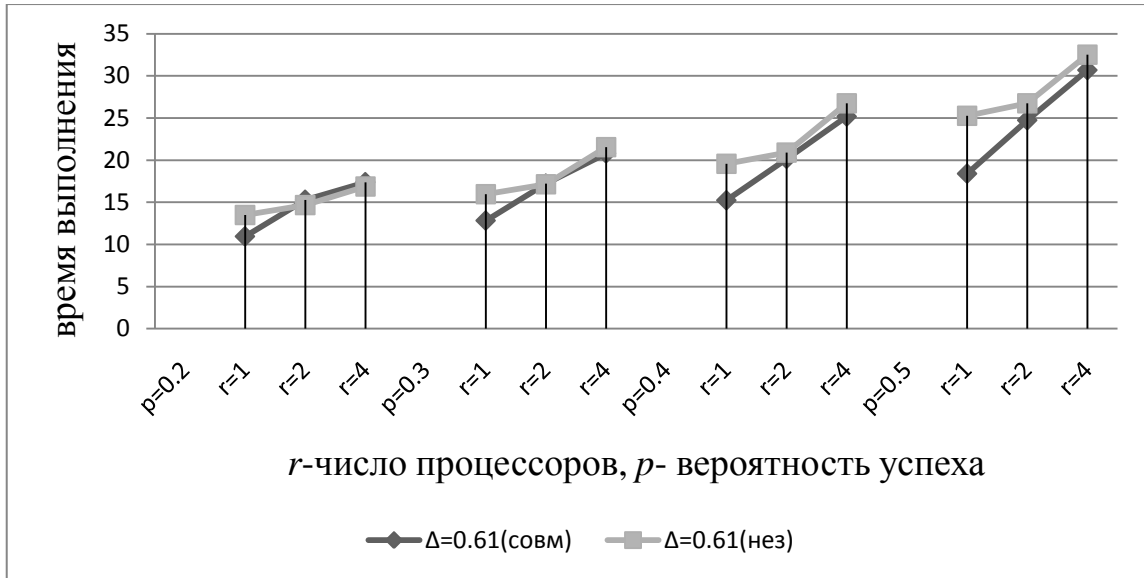


Рис.3. 12. Время совместной и несовместной обработки запросов/п. ЛЗ

Если $p > 0.5, \Delta = 0.61$

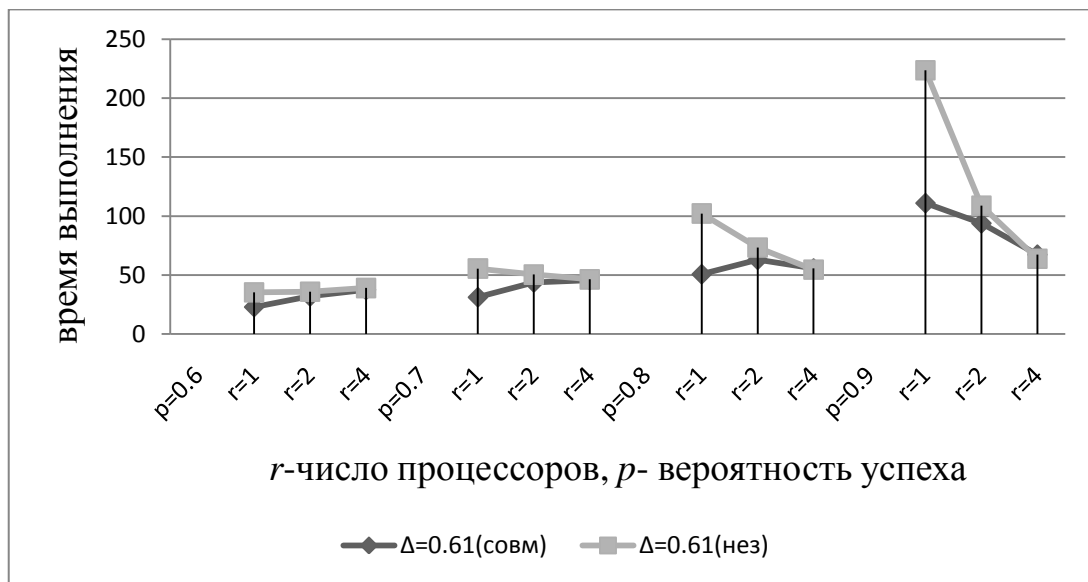


Рис.3. 13. Время совместной и несовместной обработки запросов/п. ЛЗ

3.4. Выводы

- 3.4.1 Параметр вероятность успеха при выполнении элементарного запроса является существенным параметром, влияющим как на выбор совместного и несовместного метода обработки мультizaпроса, так и на определение числа процессоров.
- 3.4.2 Совместная обработка запросов мультizaпроса обеспечивает время не всегда меньшее по отношению к несовместной обработке.
- 3.4.3 Увеличение числа процессоров может привести не к уменьшению, а к увеличению времени выполнения мультizaпроса.

Глава 4. Реализация плана выполнения мультизапроса в многопроцессорной базе данных.

4.1. Введение

Не умоляя общих выводов, далее проведем исследование для неупорядоченных таблиц.

Реализация плана выполнения мультизапроса в многопроцессорной базе данных требует учета порядка выполнения элементарных запросов.

4.2. Оценка влияния числа процессоров на время выполнения мультизапроса.

Пусть мультизапрос состоит из пяти запросов, образованных 24-мя элементарными запросами, см. рис. 4.1:

- $Z_1 = ЭЗ_1 \& ЭЗ_2 \& ЭЗ_3 \& ЭЗ_4 \& ЭЗ_5 \& ЭЗ_6 \& ЭЗ_7 \& ЭЗ_8 \& ЭЗ_9 \& ЭЗ_{10} \& ЭЗ_{11} \& ЭЗ_{12} \& ЭЗ_{13} \& ЭЗ_{14} \& ЭЗ_{15} \& ЭЗ_{16} \& ЭЗ_{17} \& ЭЗ_{18} \& ЭЗ_{19} \& ЭЗ_{20} \& ЭЗ_{21} \& ЭЗ_{22} \& ЭЗ_{23} \& ЭЗ_{24}$
- $Z_2 = ЭЗ_1 \& ЭЗ_2 \& ЭЗ_3 \& ЭЗ_4 \& ЭЗ_9 \& ЭЗ_{10} \& ЭЗ_{11} \& ЭЗ_{12} \& ЭЗ_{17} \& ЭЗ_{18} \& ЭЗ_{19} \& ЭЗ_{20}$
- $Z_3 = ЭЗ_3 \& ЭЗ_4 \& ЭЗ_5 \& ЭЗ_6 \& ЭЗ_{11} \& ЭЗ_{12} \& ЭЗ_{13} \& ЭЗ_{14} \& ЭЗ_{19} \& ЭЗ_{20} \& ЭЗ_{21} \& ЭЗ_{22}$
- $Z_4 = ЭЗ_5 \& ЭЗ_6 \& ЭЗ_7 \& ЭЗ_8 \& ЭЗ_{13} \& ЭЗ_{14} \& ЭЗ_{15} \& ЭЗ_{16} \& ЭЗ_{21} \& ЭЗ_{22} \& ЭЗ_{23} \& ЭЗ_{24}$
- $Z_5 = ЭЗ_1 \& ЭЗ_2 \& ЭЗ_3 \& ЭЗ_7 \& ЭЗ_8 \& ЭЗ_9 \& ЭЗ_{13} \& ЭЗ_{14} \& ЭЗ_{15} \& ЭЗ_{19} \& ЭЗ_{20} \& ЭЗ_{21}$

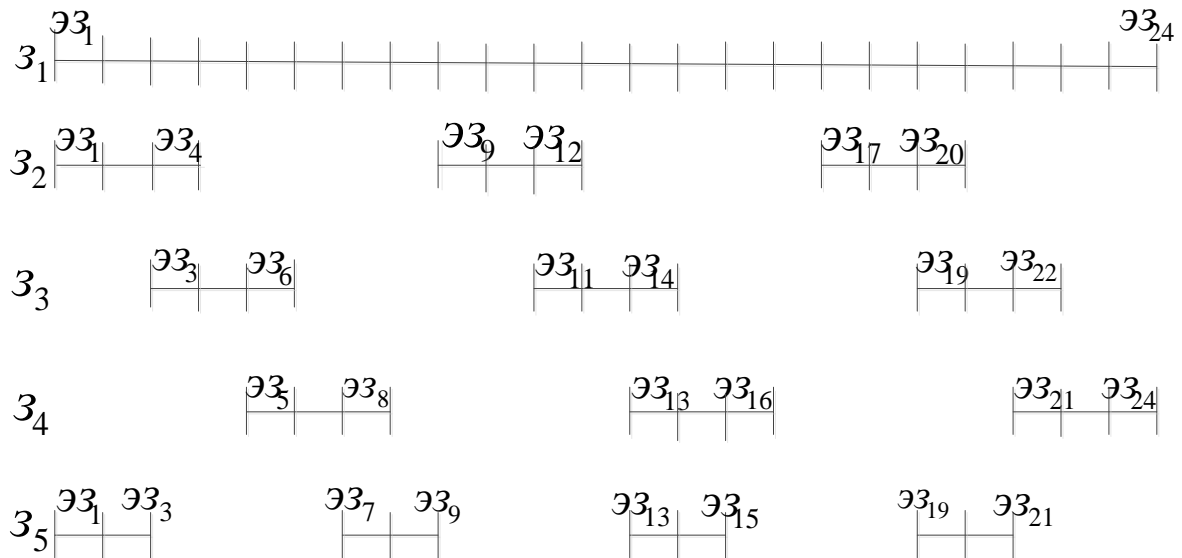


Рис. 4.1. Мультизапрос, состоящий из пяти запросов.

Время выполнения конъюнктивного мультизапроса при независимой обработке равно сумме времен обработки запросов Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 и Z_5 .

Пусть мультизапрос образует конъюнкции элементарных запросов:

- со степенным изменением параметра времени выполнения элементарных запросов по правилу $\tau_i = a^{i-1}$ и со значением параметра вероятности $p_i = p, i \in 1, \dots$ и
- с линейным изменением параметра времени по правилу $\tau_i = 1+(i-1)\Delta$ и со значением параметра вероятности $p_i = p, i \in 1, \dots$

4.3. Совместная обработка запросов мультизапроса

Обработка элементарных запросов мультизапроса может быть выполнена, используя 3 возможных алгоритма.

4.3.1. Алгоритм 1

В алгоритме запросы 1, 2 и 4 образуют опорные запросы, элементарные запросы которого образуют общее подмножество и выполняются первыми. Запросы 2 и 3 образуют опорные запросы, элементарные запросы $\mathbb{E}Z_3, \mathbb{E}Z_{13}, \mathbb{E}Z_{14}, \mathbb{E}Z_{19}, \mathbb{E}Z_{20}, \mathbb{E}Z_{21}$ которого образуют общее подмножество и выполняются первыми.

Шаг 1: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_1$ на основе $\cap \mathbb{Z}_{i(\overline{1,2})} = \mathbb{E}Z_1$

Шаг 2: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_2$ на основе $\cap \mathbb{Z}_{i(\overline{1,2})} \setminus (\mathbb{E}Z_1) = \mathbb{E}Z_2$

Шаг 3: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_3$ на основе $\cap \mathbb{Z}_{i(\overline{1,2})} \setminus (\mathbb{E}Z_1 \& \mathbb{E}Z_2) = \mathbb{E}Z_3$

Шаг 4: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_4$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(\overline{1,2})} \setminus (\mathbb{E}Z_1 \& \mathbb{E}Z_2 \& \mathbb{E}Z_3) = \mathbb{E}Z_4$$

Шаг 5: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_9$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(\overline{1,2})} \setminus (\mathbb{E}Z_1 \& \mathbb{E}Z_2 \& \mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_4) = \mathbb{E}Z_9$$

Шаг 6: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{10}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(\overline{1,2})} \setminus (\mathbb{E}Z_1 \& \mathbb{E}Z_2 \& \mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_4 \& \mathbb{E}Z_9) = \mathbb{E}Z_{10}$$

Шаг 7: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{11}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(\overline{1,2})} \setminus (\mathbb{E}Z_1 \& \mathbb{E}Z_2 \& \mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_4 \& \mathbb{E}Z_9 \& \mathbb{E}Z_{10}) = \mathbb{E}Z_{11}$$

Шаг 8: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{12}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(\overline{1,2})} \setminus (\mathbb{E}Z_1 \& \mathbb{E}Z_2 \& \mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_4 \& \mathbb{E}Z_9 \& \mathbb{E}Z_{10} \& \mathbb{E}Z_{11}) = \mathbb{E}Z_{12}$$

Шаг 9: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{17}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(\overline{1,2})} \setminus (\mathbb{E}Z_1 \& \mathbb{E}Z_2 \& \mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_4 \& \mathbb{E}Z_9 \& \mathbb{E}Z_{10} \& \mathbb{E}Z_{11} \& \mathbb{E}Z_{12}) = \mathbb{E}Z_{17}$$

Шаг 10: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{18}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(\overline{1,2})} \setminus (\mathbb{E}Z_1 \& \mathbb{E}Z_2 \& \mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_4 \& \mathbb{E}Z_9 \& \mathbb{E}Z_{10} \& \mathbb{E}Z_{11} \& \mathbb{E}Z_{12} \& \mathbb{E}Z_{17}) = \mathbb{E}Z_{18}$$

Шаг 11: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{19}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,2})} \setminus (\mathbb{E}3_1 \& \mathbb{E}3_2 \& \mathbb{E}3_3 \& \mathbb{E}3_4 \& \mathbb{E}3_9 \& \mathbb{E}3_{10} \& \mathbb{E}3_{11} \& \mathbb{E}3_{12} \& \mathbb{E}3_{17} \& \mathbb{E}3_{18}) = \mathbb{E}3_{19}$$

Шаг 12: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{20}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,2})} \setminus (\mathbb{E}3_1 \& \mathbb{E}3_2 \& \mathbb{E}3_3 \& \mathbb{E}3_4 \& \mathbb{E}3_9 \& \mathbb{E}3_{10} \& \mathbb{E}3_{11} \& \mathbb{E}3_{12} \& \mathbb{E}3_{17} \& \mathbb{E}3_{18}) = \mathbb{E}3_{20}$$

Шаг 13: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_5$ на основе $\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} = \mathbb{E}3_5$

Шаг 14: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_6$ на основе $\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}3_5) = \mathbb{E}3_6$

Шаг 15: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_7$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}3_5 \& \mathbb{E}3_6) = \mathbb{E}3_7$$

Шаг 16: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_8$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}3_5 \& \mathbb{E}3_6 \& \mathbb{E}3_7) = \mathbb{E}3_8$$

Шаг 17: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{13}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}3_5 \& \mathbb{E}3_6 \& \mathbb{E}3_7 \& \mathbb{E}3_8) = \mathbb{E}3_{13}$$

Шаг 18: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{14}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}3_5 \& \mathbb{E}3_6 \& \mathbb{E}3_7 \& \mathbb{E}3_8 \& \mathbb{E}3_{13}) = \mathbb{E}3_{14}$$

Шаг 18: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{15}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}3_5 \& \mathbb{E}3_6 \& \mathbb{E}3_7 \& \mathbb{E}3_8 \& \mathbb{E}3_{13} \& \mathbb{E}3_{14}) = \mathbb{E}3_{15}$$

Шаг 20: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{16}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}3_5 \& \mathbb{E}3_6 \& \mathbb{E}3_7 \& \mathbb{E}3_8 \& \mathbb{E}3_{13} \& \mathbb{E}3_{14} \& \mathbb{E}3_{15}) = \mathbb{E}3_{16}$$

Шаг 21: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{21}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}3_5 \& \mathbb{E}3_6 \& \mathbb{E}3_7 \& \mathbb{E}3_8 \& \mathbb{E}3_{13} \& \mathbb{E}3_{14} \& \mathbb{E}3_{15} \& \mathbb{E}3_{16}) = \mathbb{E}3_{21}$$

Шаг 22: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{22}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}3_5 \& \mathbb{E}3_6 \& \mathbb{E}3_7 \& \mathbb{E}3_8 \& \mathbb{E}3_{13} \& \mathbb{E}3_{14} \& \mathbb{E}3_{15} \& \mathbb{E}3_{16} \& \mathbb{E}3_{21}) = \mathbb{E}3_{22}$$

Шаг 23: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{23}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}3_5 \& \mathbb{E}3_6 \& \mathbb{E}3_7 \& \mathbb{E}3_8 \& \mathbb{E}3_{13} \& \mathbb{E}3_{14} \& \mathbb{E}3_{15} \& \mathbb{E}3_{16} \& \mathbb{E}3_{21} \& \mathbb{E}3_{22}) = \mathbb{E}3_{23}$$

Шаг 24: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{24}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}3_5 \& \mathbb{E}3_6 \& \mathbb{E}3_7 \& \mathbb{E}3_8 \& \mathbb{E}3_{13} \& \mathbb{E}3_{14} \& \mathbb{E}3_{15} \& \mathbb{E}3_{16} \& \mathbb{E}3_{21} \& \mathbb{E}3_{22} \& \mathbb{E}3_{23}) \\ = \mathbb{E}3_{24}$$

Шаг 25: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_3$ на основе $\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{3,5})} = \mathbb{E}3_3$

Шаг 26: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{13}$ на основе $\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{3,5})} \setminus (\mathbb{E}3_3) = \mathbb{E}3_{13}$

Шаг 27: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{14}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{3,5})} \setminus (\mathbb{E}3_3 \& \mathbb{E}3_{13}) = \mathbb{E}3_{14}$$

Шаг 28: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{19}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{3,5})} \setminus (\mathbb{E}3_3 \& \mathbb{E}3_{13} \& \mathbb{E}3_{14}) = \mathbb{E}3_{19}$$

Шаг 29: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{20}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{3,5})} \setminus (\mathbb{E}3_3 \& \mathbb{E}3_{13} \& \mathbb{E}3_{14} \& \mathbb{E}3_{19}) = \mathbb{E}3_{20}$$

Шаг 30: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}3_{21}$ на основе

$$\cap \mathbb{Z}_{i(i=\overline{3,5})} \setminus (\mathbb{E}3_3 \& \mathbb{E}3_{13} \& \mathbb{E}3_{14} \& \mathbb{E}3_{19} \& \mathbb{E}3_{20}) = \mathbb{E}3_{21}$$

Далее подмножество совпадающих запросов становится пустым.

Граф обработки запросов по алгоритму 1 приведен на рис. 4.2.

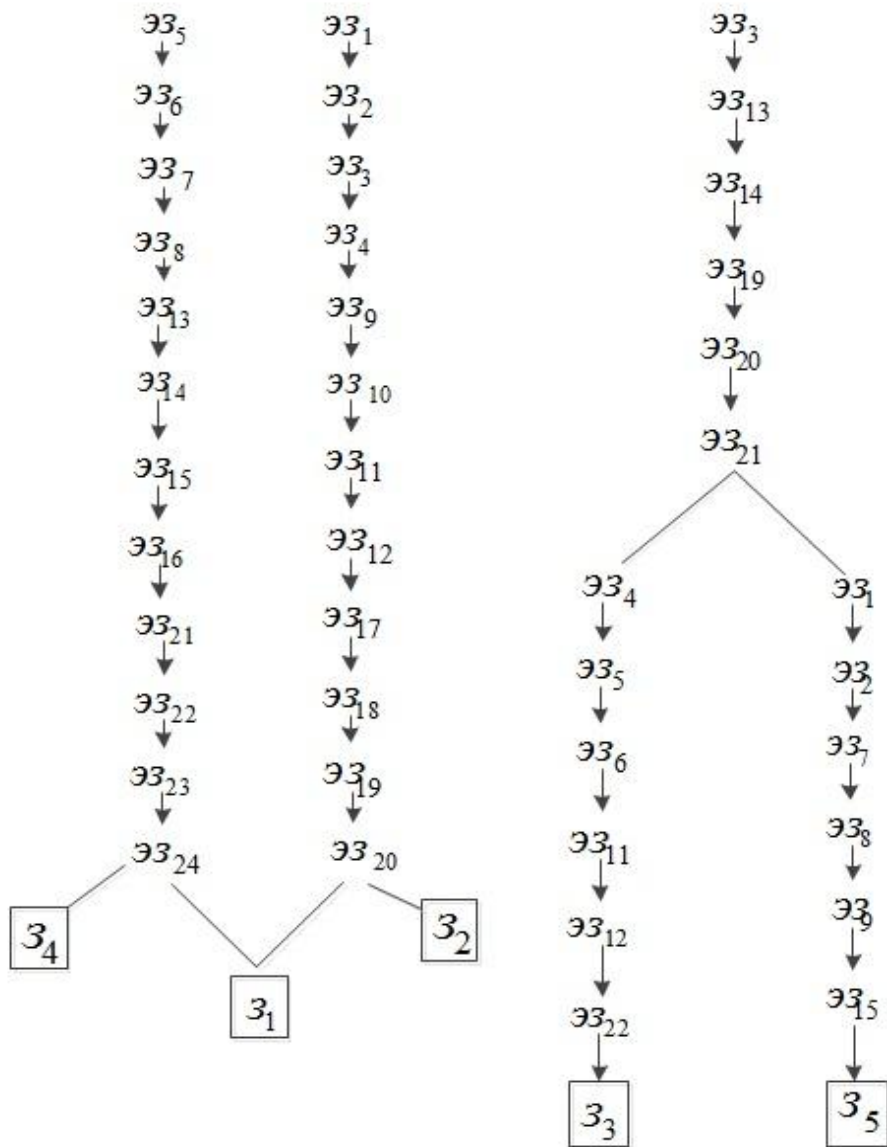


рис. 4.2. Граф обработки запросов по алгоритму 1.

4.3.1.1. Минимальное время выполнения мультизапроса при степенном изменении параметра времени

Оптимальное время выполнения мультизапроса при степенном изменении параметра времени для r процессоров определяется следующим образом.

Для одного процессора

$$T_{CT,COBM,1}^{a_1} = n \left(\left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right) + \left(p^{12} a^4 \left[\left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right) \right] \right) + a^2 + pa^{12} + p^2 a^{13} + p^3 a^{18} + p^4 a^{19} + p^5 a^{20} + p^6 a^3 + p^7 a^4 + p^8 a^5 + p^9 a^{11} + p^{10} a^{12} + p^{11} a^{22} + p^6 + p^7 a + p^8 a^6 + p^9 a^7 + p^{10} a^8 + p^{11} a^{14} \right),$$

для двух процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20,5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24
2	3,13,14,19,20,21,4,5,6,11,12,22,1,2,7,8,9,15

$$T_{CT,COBM,1,2}^{a_1} = n \left(\left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right) + a^4 \left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right) \right)$$

$$T_{CT,COBM,2,2}^{a_1} = n(a^2 + pa^{12} + p^2 a^{13} + p^3 a^{18} + p^4 a^{19} + p^5 a^{20} + p^6 a^3 + p^7 a^4 + p^8 a^5 + p^9 a^{10} + p^{10} a^{11} + p^{11} a^{21} + p^6 + p^7 a + p^8 a^6 + p^9 a^7 + p^{10} a^8 + p^{11} a^{14})$$

$$T_{CT,COBM,2}^{a_1} = n (\max(T_{CT,COBM,1,2}^{a_1}, T_{CT,COBM,2,2}^{a_1}))$$

для трех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20
2	5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24

$$T_{\text{СТ,СОВМ,1,3}}^{a_1} = n \left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right)$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ,2,3}}^{a_1} = n \left(a^4 \left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right) \right)$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ,3,3}}^{a_1} = n(a^2 + pa^{12} + p^2 a^{13} + p^3 a^{18} + p^4 a^{19} + p^5 a^{20} + p^6 a^3 + p^7 a^4 + p^8 a^5 + p^9 a^{10} + p^{10} a^{11} + p^{11} a^{21} + p^6 + p^7 a + p^8 a^6 + p^9 a^7 + p^{10} a^8 + p^{11} a^{14})$$

С учетом завершения работы трех процессоров время выполнения мультizaпpосa pавно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{\text{СТ,СОВМ,3}}^{a_1} = n (\max(T_{\text{СТ,СОВМ,1,3}}^{a_1}, T_{\text{СТ,СОВМ,2,3}}^{a_1}, T_{\text{СТ,СОВМ,3,3}}^{a_1}))$$

для четырех процессоров при распределении заpосов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20
2	5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24
3	4,5,6,11,12,22
4	3,13,14,19,20,21,1,2,7,8,9,15

$$T_{\text{СТ,СОВМ,1,4}}^{a_1} = n(1 + pa + p^2 a^2 + p^3 a^3 + p^4 a^8 + p^5 a^9 + p^6 a^{10} + p^7 a^{11} + p^8 a^{16} + p^9 a^{17} + p^{10} a^{18} + p^{11} a^{19})$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ,2,4}}^{a_1} = n(a^4 + pa^5 + p^2 a^6 + p^3 a^7 + p^4 a^{12} + p^5 a^{13} + p^6 a^{14} + p^7 a^{15} + p^8 a^{20} + p^9 a^{21} + p^{10} a^{22} + p^{11} a^{23})$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ},3,4}^{a1} = n(a^3 + pa^4 + p^2a^5 + p^3a^{10} + p^4a^{11} + p^5a^{21})$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ},4,4}^{a1} = n(a^2 + pa^{12} + p^2a^{13} + p^3a^{18} + p^4a^{19} + p^5a^{20} + p^6 + p^7a + p^8a^6 + p^9a^7 + p^{10}a^8 + p^{11}a^{14})$$

С учетом завершения работы четырех процессоров время выполнения мультизапроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{\text{СТ,СОВМ},4}^{a1} = n(\max(T_{\text{СТ,СОВМ},1,4}^{a1}, T_{\text{СТ,СОВМ},2,4}^{a1}, T_{\text{СТ,СОВМ},3,4}^{a1}, T_{\text{СТ,СОВМ},4,4}^{a1}))$$

В таблице 4.1 представлено время выполнения мультизапроса для r процессоров при значении параметров $k=24$, $a=1.1$ и $a=1.15$.

Таблица 4.1

p	r	K=24	
		a	
		1.1	1.15
0.4	1	5.34538	7.60537
	2	3.6172	5.7926
	3	3.6092	5.7838
	4	3.6070	5.7798
0.5	1	7.15334	10.9365
	2	5.0186	8.5959
	3	4.9797	8.5506
	4	4.9686	8.5290
0.6	1	10.0551	16.3955
	2	7.2065	13.0174
	3	7.0529	12.8287
	4	7.0062	12.7265

0.7	1	15.1211	25.9932
	2	10.8309	20.2802
	3	10.3063	19.6008
	4	10.1293	19.1745
0.8	1	25.0494	44.8628
	2	17.3107	33.0159
	3	15.7027	30.8313
	4	15.0944	29.2537
0.9	1	48.2132	89.7937
	2	29.8064	57.1462
	3	25.2921	50.7515
	4	25.2942	51.8630

4.3.1.2. Минимальное время выполнения мультизапроса при линейном изменении параметра времени

Оптимальное время выполнения мультизапроса при линейном изменении параметра времени для g процессоров определяется следующим образом.

Для одного процессора

$$\begin{aligned}
T_{л,совм,1}^{a1} = n & \left((1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 8) + p^5(1 + \Delta 9) \right. \\
& + p^6(1 + \Delta 10) + p^7(1 + \Delta 11) + p^8(1 + \Delta 16) + p^9(1 + \Delta 17) + p^{10}(1 + \Delta 18) \\
& + p^{11}(1 + \Delta 19)) \\
& + \left(p^{12}(1 \right. \\
& + \Delta 4) \left((1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 8) + p^5(1 + \Delta 9) \right. \\
& + p^6(1 + \Delta 10) + p^7(1 + \Delta 11) + p^8(1 + \Delta 16) + p^9(1 + \Delta 17) + p^{10}(1 + \Delta 18) \\
& + p^{11}(1 + \Delta 19)) \left. \right) + (1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 12) + p^2(1 + \Delta 13) + p^3(1 + \Delta 18) \\
& + p^4(1 + \Delta 19) + p^5(1 + \Delta 20) + p^6(1 + \Delta 3) + p^7(1 + \Delta 4) + p^8(1 + \Delta 5) \\
& + p^9(1 + \Delta 11) + p^{10}(1 + \Delta 12) + p^{11}(1 + \Delta 22) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 6) \\
& \left. + p^9(1 + \Delta 7) + p^{10}(1 + \Delta 8) + p^{11}(1 + \Delta 14) \right),
\end{aligned}$$

для двух процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20,5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24
2	3,13,14,19,20,21,4,5,6,11,12,22,1,2,7,8,9,15

$$\begin{aligned}
T_{л,совм,1,2}^{a1} = n & \left(1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 8) + p^5(1 + \Delta 9) \right. \\
& + p^6(1 + \Delta 10) + p^7(1 + \Delta 11) + p^8(1 + \Delta 16) + p^9(1 + \Delta 17) + p^{10}(1 + \Delta 18) \\
& + p^{11}(1 + \Delta 19) + p^{12}(1 + \Delta 4) + p^{13}(1 + \Delta 5) + p^{14}(1 + \Delta 6) + p^{15}(1 + \Delta 7) \\
& + p^{16}(1 + \Delta 12) + p^{17}(1 + \Delta 13) + p^{18}(1 + \Delta 14) + p^{19}(1 + \Delta 15) + p^{20}(1 + \Delta 20) \\
& \left. + p^{21}(1 + \Delta 21) + p^{22}(1 + \Delta 22) + p^{23}(1 + \Delta 23) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{л,совм,2,2}^{a1} = n & \left((1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 12) + p^2(1 + \Delta 13) + p^3(1 + \Delta 18) + p^4(1 + \Delta 19) \right. \\
& + p^5(1 + \Delta 20) + p^6(1 + \Delta 3) + p^7(1 + \Delta 4) + p^8(1 + \Delta 5) + p^9(1 + \Delta 10) \\
& + p^{10}(1 + \Delta 11) + p^{11}(1 + \Delta 21) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 6) + p^9(1 + \Delta 7) \\
& \left. + p^{10}(1 + \Delta 8) + p^{11}(1 + \Delta 14) \right)
\end{aligned}$$

$$T_{л,совм,2}^{a1} = n \left(\max(T_{л,совм,1,2}^{a1}, T_{л,совм,2,2}^{a1}) \right)$$

для трех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20
2	5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24
3	3,13,14,19,20,21,4,5,6,11,12,22,1,2,7,8,9,15

$$T_{л,совм,1,3}^{a1} = n(1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 8) + p^5(1 + \Delta 9) + p^6(1 + \Delta 10) + p^7(1 + \Delta 11) + p^8(1 + \Delta 16) + p^9(1 + \Delta 17) + p^{10}(1 + \Delta 18) + p^{11}(1 + \Delta 19))$$

$$T_{л,совм,2,3}^{a1} = n((1 + \Delta 4) + p(1 + \Delta 5) + p^2(1 + \Delta 6) + p^3(1 + \Delta 7) + p^4(1 + \Delta 12) + p^5(1 + \Delta 13) + p^6(1 + \Delta 14) + p^7(1 + \Delta 15) + p^8(1 + \Delta 20) + p^9(1 + \Delta 21) + p^{10}(1 + \Delta 22) + p^{11}(1 + \Delta 23))$$

$$T_{л,совм,3,3}^{a1} = n((1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 12) + p^2(1 + \Delta 13) + p^3(1 + \Delta 18) + p^4(1 + \Delta 19) + p^5(1 + \Delta 20) + p^6(1 + \Delta 3) + p^7(1 + \Delta 4) + p^8(1 + \Delta 5) + p^9(1 + \Delta 10) + p^{10}(1 + \Delta 11) + p^{11}(1 + \Delta 21) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 6) + p^9(1 + \Delta 7) + p^{10}(1 + \Delta 8) + p^{11}(1 + \Delta 14))$$

С учетом завершения работы трех процессоров время выполнения мультизапроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{л,совм,3}^{a1} = n(\max(T_{л,совм,1,3}^{a1}, T_{л,совм,2,3}^{a1}, T_{л,совм,3,3}^{a1}))$$

для четырех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20

2	5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24
3	4,5,6,11,12,22
4	3,13,14,19,20,21,1,2,7,8,9,15

$$T_{л,совм,1,4}^{a1} = n(1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 8) + p^5(1 + \Delta 9) + p^6(1 + \Delta 10) + p^7(1 + \Delta 11) + p^8(1 + \Delta 16) + p^9(1 + \Delta 17) + p^{10}(1 + \Delta 18) + p^{11}(1 + \Delta 19))$$

$$T_{л,совм,2,4}^{a1} = n((1 + \Delta 4) + p(1 + \Delta 5) + p^2(1 + \Delta 6) + p^3(1 + \Delta 7) + p^4(1 + \Delta 12) + p^5(1 + \Delta 13) + p^6(1 + \Delta 14) + p^7(1 + \Delta 15) + p^8(1 + \Delta 20) + p^9(1 + \Delta 21) + p^{10}(1 + \Delta 22) + p^{11}(1 + \Delta 23))$$

$$T_{л,совм,3,4}^{a1} = n((1 + \Delta 3) + p(1 + \Delta 4) + p^2(1 + \Delta 5) + p^3(1 + \Delta 10) + p^4(1 + \Delta 11) + p^5(1 + \Delta 21))$$

$$T_{л,совм,4,4}^{a1} = n((1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 12) + p^2(1 + \Delta 13) + p^3(1 + \Delta 18) + p^4(1 + \Delta 19) + p^5(1 + \Delta 20) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 6) + p^9(1 + \Delta 7) + p^{10}(1 + \Delta 8) + p^{11}(1 + \Delta 14))$$

С учетом завершения работы четырех процессоров время выполнения мультizaпроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{л,совм,4}^{a1} = n(\max(T_{л,совм,1,4}^{a1}, T_{л,совм,2,4}^{a1}, T_{л,совм,3,4}^{a1}, T_{л,совм,4,4}^{a1}))$$

В таблице 4.2 представлено время выполнения мультizaпроса для r процессоров при значении параметров $k = 24$, $\Delta = 0.4$ и $\Delta = 0.5$.

Таблица 4.2

p	r	K=24	
		Δ	
		0.4	0.5

0.4	1	8.15808	9.36258
	2	5.9771	7.0530
	3	5.9668	7.0418
	4	5.9595	7.0327
0.5	1	11.2456	13.0495
	2	8.2357	9.7871
	3	8.1812	9.7266
	4	8.1483	9.6855
0.6	1	16.238	19.0233
	2	11.6790	13.9474
	3	11.4485	13.6869
	4	11.3282	13.5366
0.7	1	25.1876	29.7727
	2	17.3409	20.7679
	3	16.5095	19.8151
	4	16.1195	19.3276
0.8	1	44.0209	52.6964
	2	27.5468	33.0277
	3	24.8927	29.9518
	4	23.7322	28.5011
0.9	1	95.7552	117.889
	2	47.5430	57.0123
	3	39.8706	48.0443
	4	39.2801	47.3062

4.3.2. Алгоритм 2

В алгоритме, запросы 1,2 и 3 образуют опорные запросы, элементарные запросы ЭЗ₃, ЭЗ₄, ЭЗ₁₁, ЭЗ₁₂, ЭЗ₁₉, ЭЗ₂₀ которого образуют общее подмножество и выполняются первыми. Запросы 4 и 5 образуют опорные запросы, элементарные запросы ЭЗ₇, ЭЗ₈, ЭЗ₁₃, ЭЗ₁₄, ЭЗ₁₅, ЭЗ₂₁ которых образуют общее подмножество и выполняются первыми.

Шаг 1: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₃ на основе $\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} = \text{ЭЗ}_3$

Шаг 2: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₄ на основе $\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} \setminus (\text{ЭЗ}_3) = \text{ЭЗ}_4$

Шаг 3: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₁₁ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_4) = \text{ЭЗ}_{11}$$

Шаг 4: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₁₂ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_4 \ \& \ \text{ЭЗ}_{11}) = \text{ЭЗ}_{12}$$

Шаг 5: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₁₉ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_4 \ \& \ \text{ЭЗ}_{11} \ \& \ \text{ЭЗ}_{12}) = \text{ЭЗ}_{19}$$

Шаг 6: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₂₀ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_4 \ \& \ \text{ЭЗ}_{11} \ \& \ \text{ЭЗ}_{12} \ \& \ \text{ЭЗ}_{19}) = \text{ЭЗ}_{20}$$

Шаг 7: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₁ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_4 \ \& \ \text{ЭЗ}_{11} \ \& \ \text{ЭЗ}_{12} \ \& \ \text{ЭЗ}_{19} \ \& \ \text{ЭЗ}_{20}) = \text{ЭЗ}_1$$

Шаг 8: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₂ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_4 \ \& \ \text{ЭЗ}_{11} \ \& \ \text{ЭЗ}_{12} \ \& \ \text{ЭЗ}_{19} \ \& \ \text{ЭЗ}_{20} \ \& \ \text{ЭЗ}_1) = \text{ЭЗ}_2$$

Шаг 9: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₉ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_4 \ \& \ \text{ЭЗ}_{11} \ \& \ \text{ЭЗ}_{12} \ \& \ \text{ЭЗ}_{19} \ \& \ \text{ЭЗ}_{20} \ \& \ \text{ЭЗ}_1 \ \& \ \text{ЭЗ}_2) = \text{ЭЗ}_9$$

Шаг 10: Выделяем элементарный запрос ЭЗ₁₀ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} \setminus (\mathbb{E}Z_3 \ \& \ \mathbb{E}Z_4 \ \& \ \mathbb{E}Z_{11} \ \& \ \mathbb{E}Z_{12} \ \& \ \mathbb{E}Z_{19} \ \& \ \mathbb{E}Z_{20} \ \& \ \mathbb{E}Z_1 \ \& \ \mathbb{E}Z_2 \ \& \ \mathbb{E}Z_9) = \mathbb{E}Z_{10}$$

Шаг 11: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{17}$ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} \setminus (\mathbb{E}Z_3 \ \& \ \mathbb{E}Z_4 \ \& \ \mathbb{E}Z_{11} \ \& \ \mathbb{E}Z_{12} \ \& \ \mathbb{E}Z_{19} \ \& \ \mathbb{E}Z_{20} \ \& \ \mathbb{E}Z_1 \ \& \ \mathbb{E}Z_2 \ \& \ \mathbb{E}Z_9 \ \& \ \mathbb{E}Z_{10}) = \mathbb{E}Z_{17}$$

Шаг 12: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{18}$ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{1,2,3})} \setminus (\mathbb{E}Z_3 \ \& \ \mathbb{E}Z_4 \ \& \ \mathbb{E}Z_{11} \ \& \ \mathbb{E}Z_{12} \ \& \ \mathbb{E}Z_{19} \ \& \ \mathbb{E}Z_{20} \ \& \ \mathbb{E}Z_1 \ \& \ \mathbb{E}Z_2 \ \& \ \mathbb{E}Z_9 \ \& \ \mathbb{E}Z_{10} \ \& \ \mathbb{E}Z_{17}) \\ = \mathbb{E}Z_{18}$$

Шаг 13: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_7$ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{4,5})} \setminus (\mathbb{E}Z_3 \ \& \ \mathbb{E}Z_4 \ \& \ \mathbb{E}Z_{11} \ \& \ \mathbb{E}Z_{12} \ \& \ \mathbb{E}Z_{19} \ \& \ \mathbb{E}Z_{20} \ \& \ \mathbb{E}Z_1 \ \& \ \mathbb{E}Z_2 \ \& \ \mathbb{E}Z_9 \ \& \ \mathbb{E}Z_{10} \ \& \ \mathbb{E}Z_{17} \ \& \ \mathbb{E}Z_{18}) \\ = \mathbb{E}Z_7$$

Шаг 14: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_8$ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{4,5})} \\ \setminus (\mathbb{E}Z_3 \ \& \ \mathbb{E}Z_4 \ \& \ \mathbb{E}Z_{11} \ \& \ \mathbb{E}Z_{12} \ \& \ \mathbb{E}Z_{19} \ \& \ \mathbb{E}Z_{20} \ \& \ \mathbb{E}Z_1 \ \& \ \mathbb{E}Z_2 \ \& \ \mathbb{E}Z_9 \ \& \ \mathbb{E}Z_{10} \ \& \ \mathbb{E}Z_{17} \ \& \ \mathbb{E}Z_{18} \ \& \ \mathbb{E}Z_7) \\ = \mathbb{E}Z_8$$

Шаг 15: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{13}$ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{4,5})} \\ \setminus (\mathbb{E}Z_3 \ \& \ \mathbb{E}Z_4 \ \& \ \mathbb{E}Z_{11} \ \& \ \mathbb{E}Z_{12} \ \& \ \mathbb{E}Z_{19} \ \& \ \mathbb{E}Z_{20} \ \& \ \mathbb{E}Z_1 \ \& \ \mathbb{E}Z_2 \ \& \ \mathbb{E}Z_9 \ \& \ \mathbb{E}Z_{10} \ \& \ \mathbb{E}Z_{17} \ \& \ \mathbb{E}Z_{18} \ \& \ \mathbb{E}Z_7 \ \& \ \mathbb{E}Z_8) \\ = \mathbb{E}Z_{13}$$

Шаг 16: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{14}$ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{4,5})} \setminus \begin{pmatrix} \mathbb{E}Z_3 \ \mathbb{E}Z_4 \ \mathbb{E}Z_{11} \ \mathbb{E}Z_{12} \ \mathbb{E}Z_{19} \ \mathbb{E}Z_{20} \ \mathbb{E}Z_1 \ \mathbb{E}Z_2 \ \mathbb{E}Z_9 \ \mathbb{E}Z_{10} \\ \mathbb{E}Z_{17} \ \mathbb{E}Z_{18} \ \mathbb{E}Z_7 \ \mathbb{E}Z_8 \ \mathbb{E}Z_{13} \end{pmatrix} = \mathbb{E}Z_{14}$$

Шаг 17: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{15}$ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{4,5})} \setminus \begin{pmatrix} \mathbb{E}Z_3 \ \mathbb{E}Z_4 \ \mathbb{E}Z_{11} \ \mathbb{E}Z_{12} \ \mathbb{E}Z_{19} \ \mathbb{E}Z_{20} \ \mathbb{E}Z_1 \ \mathbb{E}Z_2 \ \mathbb{E}Z_9 \ \mathbb{E}Z_{10} \\ \mathbb{E}Z_{17} \ \mathbb{E}Z_{18} \ \mathbb{E}Z_7 \ \mathbb{E}Z_8 \ \mathbb{E}Z_{13} \ \mathbb{E}Z_{14} \end{pmatrix} = \mathbb{E}Z_{15}$$

Шаг 18: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{21}$ на основе

$$\cap Z_{i(\overline{4,5})} \setminus \begin{pmatrix} \mathbb{E}Z_3 \ \mathbb{E}Z_4 \ \mathbb{E}Z_{11} \ \mathbb{E}Z_{12} \ \mathbb{E}Z_{19} \ \mathbb{E}Z_{20} \ \mathbb{E}Z_1 \ \mathbb{E}Z_2 \ \mathbb{E}Z_9 \ \mathbb{E}Z_{10} \\ \mathbb{E}Z_{17} \ \mathbb{E}Z_{18} \ \mathbb{E}Z_7 \ \mathbb{E}Z_8 \ \mathbb{E}Z_{13} \ \mathbb{E}Z_{14} \ \mathbb{E}Z_{15} \end{pmatrix} = \mathbb{E}Z_{21}$$

Далее подмножество совпадающих запросов становится пустым.

Граф обработки запросов по алгоритму 2 приведен на рис. 4.3.

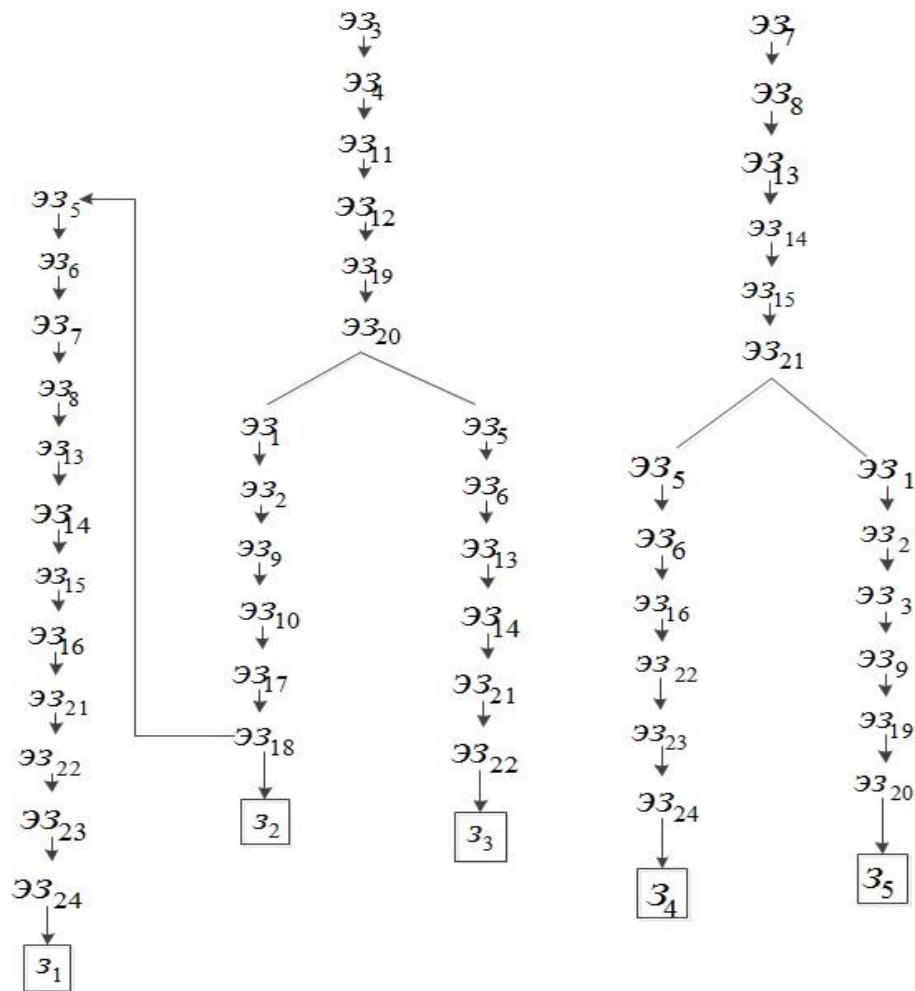


рис. 4.3. Граф обработки запросов по алгоритму 2.

4.3.2.1. Минимальное время выполнения мультизапроса при степенном изменении параметра времени

Оптимальное время выполнения мультизапроса при степенном изменении параметра времени для r процессоров определяется следующим образом.

Для одного процессора

$$\begin{aligned}
T_{\text{СТ,СОВМ},1}^{a_2} &= n(a^2 + pa^3 + p^2a^{10} + p^3a^{11} + p^4a^{18} + p^5a^{19} + p^6 + p^7a + p^8a^8 + p^9a^9 + p^{10}a^{16} \\
&\quad + p^{11}a^{17} + p^{12}a^4 + p^{13}a^5 + p^{14}a^6 + p^{15}a^7 + p^{16}a^{12} + p^{17}a^{13} + p^{18}a^{14} + p^{19}a^{15} \\
&\quad + p^{20}a^{20} + p^{21}a^{21} + p^{22}a^{22} + p^{23}a^{23} + p^6a^4 + p^7a^5 + p^8a^{12} + p^9a^{13} + p^{10}a^{20} \\
&\quad + p^{11}a^{21} + a^6 + pa^7 + p^2a^{12} + p^3a^{13} + p^4a^{14} + p^5a^{20} + p^6a^4 + p^7a^5 + p^8a^{15} \\
&\quad + p^9a^{21} + p^{10}a^{22} + p^{11}a^{23} + p^6 + p^7a + p^8a^2 + p^9a^8 + p^{10}a^{18} + p^{11}a^{19}) = \\
&= n(a^2 + a^6 + p(a^3 + a^7) + p^2(a^{10} + a^{12}) + p^3(a^{11} + a^{13}) + p^4(a^{18} + a^{14}) \\
&\quad + p^5(a^{19} + a^{20}) + p^6(1 + a^4 + 1) + p^7(a + a^5 + a^4 + a) + p^8(a^8 + a^{15} + a^5 + a^2) \\
&\quad + p^9(a^9 + a^{21} + a^{12} + a^8) + p^{10}(a^{16} + a^{22} + a^{13} + a^{18}) \\
&\quad + p^{11}(a^{17} + a^{23} + a^{20} + a^{19}) + p^{12}(a^4 + a^{21}) + p^{13}a^5 + p^{14}a^6 + p^{15}a^7 + p^{16}a^{12} \\
&\quad + p^{17}a^{13} + p^{18}a^{14} + p^{19}a^{15} + p^{20}a^{20} + p^{21}a^{21} + p^{22}a^{22} + p^{23}a^{23})
\end{aligned}$$

для двух процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	3,4,11,12,19,20,1,2,9,10,17,18,5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24,5,6,13,14,21,22
2	7,8,13,14,15,21,5,6,16,22,23,24,1,2,3,9,19,20

$$\begin{aligned}
T_{\text{СТ,СОВМ},1,2}^{a_2} &= n(a^2 + pa^3 + p^2a^{10} + p^3a^{11} + p^4a^{18} + p^5a^{19} + p^6 + p^7a + p^8a^8 + p^9a^9 + p^{10}a^{16} \\
&\quad + p^{11}a^{17} + p^{12}a^4 + p^{13}a^5 + p^{14}a^6 + p^{15}a^7 + p^{16}a^{12} + p^{17}a^{13} + p^{18}a^{14} + p^{19}a^{15} \\
&\quad + p^{20}a^{20} + p^{21}a^{21} + p^{22}a^{22} + p^{23}a^{23} + p^6a^4 + p^7a^5 + p^8a^{12} + p^9a^{13} + p^{10}a^{20} \\
&\quad + p^{11}a^{21})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{\text{СТ,СОВМ},2,2}^{a_2} &= n(a^6 + pa^7 + p^2a^{12} + p^3a^{13} + p^4a^{14} + p^5a^{20} + p^6a^4 + p^7a^5 + p^8a^{15} + p^9a^{21} \\
&\quad + p^{10}a^{22} + p^{11}a^{23} + p^6 + p^7a + p^8a^2 + p^9a^8 + p^{10}a^{18} + p^{11}a^{19})
\end{aligned}$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ},2}^{a_2} = n(\max(T_{\text{СТ,СОВМ},1,2}^{a_2}, T_{\text{СТ,СОВМ},2,2}^{a_2}))$$

для трех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	3,4,11,12,19,20,1,2,9,10,17,18,5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24,5,6,13,14,21,22
2	7,8,13,14,15,21,5,6,16,22,23,24
3	1,2,3,9,19,20

$$T_{\text{СТ,СОВМ},1,3}^{\text{a2}} = n(a^2 + pa^3 + p^2a^{10} + p^3a^{11} + p^4a^{18} + p^5a^{19} + p^6 + p^7a + p^8a^8 + p^9a^9 + p^{10}a^{16} + p^{11}a^{17} + p^{12}a^4 + p^{13}a^5 + p^{14}a^6 + p^{15}a^7 + p^{16}a^{12} + p^{17}a^{13} + p^{18}a^{14} + p^{19}a^{15} + p^{20}a^{20} + p^{21}a^{21} + p^{22}a^{22} + p^{23}a^{23} + p^6a^4 + p^7a^5 + p^8a^{12} + p^9a^{13} + p^{10}a^{20} + p^{11}a^{21})$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ},2,3}^{\text{a2}} = n(a^6 + pa^7 + p^2a^{12} + p^3a^{13} + p^4a^{14} + p^5a^{20} + p^6a^4 + p^7a^5 + p^8a^{15} + p^9a^{21} + p^{10}a^{22} + p^{11}a^{23})$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ},3,3}^{\text{a2}} = n(1 + pa + p^2a^2 + p^3a^8 + p^4a^{18} + p^5a^{19})$$

С учетом завершения работы трех процессоров время выполнения мультизапроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{\text{СТ,СОВМ},3}^{\text{a2}} = n(\max(T_{\text{СТ,СОВМ},1,3}^{\text{a2}}, T_{\text{СТ,СОВМ},2,3}^{\text{a2}}, T_{\text{СТ,СОВМ},3,3}^{\text{a2}}))$$

для четырех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	1,2,9,10,17,18,5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24
2	3,4,11,12,19,20, 5,6,13,14,21,22
3	5,6,16,22,23,24
4	7,8,13,14,15,21,1,2,3,9,19,20

$$T_{\text{СТ,СОВМ},1,4}^{\text{a2}} = n(1 + pa + p^2a^8 + p^3a^9 + p^4a^{16} + p^5a^{17} + p^6a^4 + p^7a^5 + p^8a^6 + p^9a^7 + p^{10}a^{12} + p^{11}a^{13} + p^{12}a^{14} + p^{13}a^{15} + p^{14}a^{20} + p^{15}a^{21} + p^{16}a^{22} + p^{17}a^{23})$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ},2,4}^{\text{a2}} = n(a^2 + pa^3 + p^2a^{10} + p^3a^{11} + p^4a^{18} + p^5a^{19} + p^6a^4 + p^7a^5 + p^8a^{12} + p^9a^{13} + p^{10}a^{20} + p^{11}a^{21})$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ,3,4}}^{a_2} = n(a^4 + pa^5 + p^2a^{15} + p^3a^{21} + p^4a^{22} + p^5a^{23})$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ,4,4}}^{a_2} = n(a^6 + pa^7 + p^2a^{12} + p^3a^{13} + p^4a^{14} + p^5a^{20} + p^6 + p^7a + p^8a^2 + p^9a^8 + p^{10}a^{18} + p^{11}a^{19})$$

С учетом завершения работы четырех процессоров время выполнения мультизапроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{\text{СТ,СОВМ,4}}^{a_2} = n(\max(T_{\text{СТ,СОВМ,1,4}}^{a_2}, T_{\text{СТ,СОВМ,2,4}}^{a_2}, T_{\text{СТ,СОВМ,3,4}}^{a_2}, T_{\text{СТ,СОВМ,4,4}}^{a_2}))$$

В таблице 4.3 представлено время выполнения мультизапроса для r процессоров при значении параметров $k=24$, $a=1.1$ и $a=1.15$.

Таблица 4.3

p	r	K=24	
		a	
		1.1	1.15
0.4	1	6.0291	8.3761
	2	3.4629	5.0092
	3	3.45479	4.99966
	4	3.5504	5.8691
0.5	1	8.0586	11.9572
	2	4.5297	6.9031
	3	4.48819	6.8483
	4	5.0273	9.2723
0.6	1	11.5634	18.4376
	2	6.3466	10.2976
	3	6.17144	10.0393
	4	7.2839	14.6913

0.7	1	18.2678	31.3660
	2	9.7939	17.1033
	3	9.15141	16.0603
	4	10.6360	22.9803
0.8	1	32.7634	60.4651
	2	17.0313	32.1976
	3	15.732	28.5106
	4	15.4833	35.2245
0.9	1	69.1557	136.6173
	2	35.9788	69.1231
	3	35.9788	69.1231
	4	24.8870	52.7704

4.3.2.2. Минимальное время выполнения мультизапроса при линейном изменении параметра времени

Оптимальное время выполнения мультизапроса при линейном изменении параметра времени для g процессоров определяется следующим образом.

Для одного процессора

$$\begin{aligned}
T_{л,совм,1}^{a2} = & n((1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 3) + p^2(1 + \Delta 10) + p^3(1 + \Delta 11) + p^4(1 + \Delta 18) \\
& + p^5(1 + \Delta 19) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 8) + p^9(1 + \Delta 9) + p^{10}(1 + \Delta 16) \\
& + p^{11}(1 + \Delta 17) + p^{12}(1 + \Delta 4) + p^{13}(1 + \Delta 5) + p^{14}(1 + \Delta 6) + p^{15}(1 + \Delta 7) \\
& + p^{16}(1 + \Delta 12) + p^{17}(1 + \Delta 13) + p^{18}(1 + \Delta 14) + p^{19}(1 + \Delta 15) + p^{20}(1 + \Delta 20) \\
& + p^{21}(1 + \Delta 21) + p^{22}(1 + \Delta 22) + p^{23}(1 + \Delta 23) + p^6(1 + \Delta 4) + p^7(1 + \Delta 5) \\
& + p^8(1 + \Delta 12) + p^9(1 + \Delta 13) + p^{10}(1 + \Delta 20) + p^{11}(1 + \Delta 21) + (1 + \Delta 6) \\
& + p(1 + \Delta 7) + p^2(1 + \Delta 12) + p^3(1 + \Delta 13) + p^4(1 + \Delta 14) + p^5(1 + \Delta 20) \\
& + p^6(1 + \Delta 4) + p^7(1 + \Delta 5) + p^8(1 + \Delta 15) + p^9(1 + \Delta 21) + p^{10}(1 + \Delta 22) \\
& + p^{11}(1 + \Delta 23) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 2) + p^9(1 + \Delta 8) + p^{10}(1 + \Delta 18) \\
& + p^{11}(1 + \Delta 19))
\end{aligned}$$

для двух процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	3,4,11,12,19,20,1,2,9,10,17,18,5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24,5,6,13,14,21,22
2	7,8,13,14,15,21,5,6,16,22,23,24,1,2,3,9,19,20

$$\begin{aligned}
T_{л,совм,1,2}^{a2} = & n((1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 3) + p^2(1 + \Delta 10) + p^3(1 + \Delta 11) + p^4(1 + \Delta 18) \\
& + p^5(1 + \Delta 19) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 8) + p^9(1 + \Delta 9) + p^{10}(1 + \Delta 16) \\
& + p^{11}(1 + \Delta 17) + p^{12}(1 + \Delta 4) + p^{13}(1 + \Delta 5) + p^{14}(1 + \Delta 6) + p^{15}(1 + \Delta 7) \\
& + p^{16}(1 + \Delta 12) + p^{17}(1 + \Delta 13) + p^{18}(1 + \Delta 14) + p^{19}(1 + \Delta 15) + p^{20}(1 + \Delta 20) \\
& + p^{21}(1 + \Delta 21) + p^{22}(1 + \Delta 22) + p^{23}(1 + \Delta 23) + p^6(1 + \Delta 4) + p^7(1 + \Delta 5) \\
& + p^8(1 + \Delta 12) + p^9(1 + \Delta 13) + p^{10}(1 + \Delta 20) + p^{11}(1 + \Delta 21))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{л,совм,2,2}^{a2} = & n((1 + \Delta 6) + p(1 + \Delta 7) + p^2(1 + \Delta 12) + p^3(1 + \Delta 13) + p^4(1 + \Delta 14) \\
& + p^5(1 + \Delta 20) + p^6(1 + \Delta 4) + p^7(1 + \Delta 5) + p^8(1 + \Delta 15) + p^9(1 + \Delta 21) \\
& + p^{10}(1 + \Delta 22) + p^{11}(1 + \Delta 23) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 2) + p^9(1 + \Delta 8) \\
& + p^{10}(1 + \Delta 18) + p^{11}(1 + \Delta 19))
\end{aligned}$$

$$T_{л,совм,2}^{a2} = n(\max(T_{л,совм,1,2}^{a2}, T_{л,совм,2,2}^{a2}))$$

для трех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	3,4,11,12,19,20,1,2,9,10,17,18,5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24,5,6,13,14,21,22
2	7,8,13,14,15,21,5,6,16,22,23,24
3	1,2,3,9,19,20

$$T_{л,совм,1,3}^{a2} = n \left((1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 3) + p^2(1 + \Delta 10) + p^3(1 + \Delta 11) + p^4(1 + \Delta 18) + p^5(1 + \Delta 19) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 8) + p^9(1 + \Delta 9) + p^{10}(1 + \Delta 16) + p^{11}(1 + \Delta 17) + p^{12}(1 + \Delta 4) + p^{13}(1 + \Delta 5) + p^{14}(1 + \Delta 6) + p^{15}(1 + \Delta 7) + p^{16}(1 + \Delta 12) + p^{17}(1 + \Delta 13) + p^{18}(1 + \Delta 14) + p^{19}(1 + \Delta 15) + p^{20}(1 + \Delta 20) + p^{21}(1 + \Delta 21) + p^{22}(1 + \Delta 22) + p^{23}(1 + \Delta 23) + p^6(1 + \Delta 4) + p^7(1 + \Delta 5) + p^8(1 + \Delta 12) + p^9(1 + \Delta 13) + p^{10}(1 + \Delta 20) + p^{11}(1 + \Delta 21) \right)$$

$$T_{л,совм,2,3}^{a2} = n \left((1 + \Delta 6) + p(1 + \Delta 7) + p^2(1 + \Delta 12) + p^3(1 + \Delta 13) + p^4(1 + \Delta 14) + p^5(1 + \Delta 20) + p^6(1 + \Delta 4) + p^7(1 + \Delta 5) + p^8(1 + \Delta 15) + p^9(1 + \Delta 21) + p^{10}(1 + \Delta 22) + p^{11}(1 + \Delta 23) \right)$$

$$T_{л,совм,3,3}^{a2} = n \left(1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 8) + p^4(1 + \Delta 18) + p^5(1 + \Delta 19) \right)$$

С учетом завершения работы трех процессоров время выполнения мультизапроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{л,совм,3}^{a2} = n \left(\max(T_{л,совм,1,3}^{a2}, T_{л,совм,2,3}^{a2}, T_{л,совм,3,3}^{a2}) \right)$$

для четырех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

число процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	1,2,9,10,17,18,5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24
2	3,4,11,12,19,20, 5,6,13,14,21,22
3	5,6,16,22,23,24

$$T_{л,совм,1,4}^{a2} = n(1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 8) + p^3(1 + \Delta 9) + p^4(1 + \Delta 16) + p^5(1 + \Delta 17) + p^6(1 + \Delta 4) + p^7(1 + \Delta 5) + p^8(1 + \Delta 6) + p^9(1 + \Delta 7) + p^{10}(1 + \Delta 12) + p^{11}(1 + \Delta 13) + p^{12}(1 + \Delta 14) + p^{13}(1 + \Delta 15) + p^{14}(1 + \Delta 20) + p^{15}(1 + \Delta 21) + p^{16}(1 + \Delta 22) + p^{17}(1 + \Delta 23))$$

$$T_{л,совм,2,4}^{a2} = n((1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 3) + p^2(1 + \Delta 10) + p^3(1 + \Delta 11) + p^4(1 + \Delta 18) + p^5(1 + \Delta 19) + p^6(1 + \Delta 4) + p^7(1 + \Delta 5) + p^8(1 + \Delta 12) + p^9(1 + \Delta 13) + p^{10}(1 + \Delta 20) + p^{11}(1 + \Delta 21))$$

$$T_{л,совм,3,4}^{a2} = n((1 + \Delta 4) + p(1 + \Delta 5) + p^2(1 + \Delta 15) + p^3(1 + \Delta 21) + p^4(1 + \Delta 22) + p^5(1 + \Delta 23))$$

$$T_{л,совм,4,4}^{a2} = n((1 + \Delta 6) + p(1 + \Delta 7) + p^2(1 + \Delta 12) + p^3(1 + \Delta 13) + p^4(1 + \Delta 14) + p^5(1 + \Delta 20) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 2) + p^9(1 + \Delta 8) + p^{10}(1 + \Delta 18) + p^{11}(1 + \Delta 19))$$

С учетом завершения работы четырех процессоров время выполнения мультizaпpоса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{л,совм,4}^{a2} = n(\max(T_{л,совм,1,4}^{a2}, T_{л,совм,2,4}^{a2}, T_{л,совм,3,4}^{a2}, T_{л,совм,4,4}^{a2}))$$

В таблице 4.4 представлено время выполнения мультizaпpоса для r процессоров при значении параметров $k=24$, $\Delta=0.4$ и $\Delta=0.5$.

Таблица 4.4

p	r	$K=24$	
		Δ	
		0.4	0.5
0.4	1	10.6973	12.5349
	2	6.53988	7.75649

	3	6.52999	7.74583
	4	6.51581	7.7281
0.5	1	14.18	16.7098
	2	8.39707	9.98877
	3	8.34307	9.92896
	4	8.27275	9.84106
0.6	1	19.9814	23.6725
	2	11.4154	13.6179
	3	11.1763	13.3467
	4	11.0136	13.1712
0.7	1	30.6837	36.5266
	2	16.8481	20.1518
	3	15.9402	19.1035
	4	15.4215	18.5416
0.8	1	53.1009	63.4844
	2	27.6947	33.2125
	3	25.4062	30.2718
	4	22.0195	26.3603
0.9	1	107.874	129.503
	2	56.9411	68.2532
	3	56.9411	68.2532
	4	39.3514	47.0645

4.3.3. Алгоритм 3

В алгоритме 3, запрос 2,3 и 5 образуют опорные запросы, элементарные запросы $\text{ЭЗ}_3, \text{ЭЗ}_{19}, \text{ЭЗ}_{20}$ которых образуют общее подмножество и выполняются первыми. Запрос 1 и 4 образуют опорные запросы, элементарные запросы $\text{ЭЗ}_5, \text{ЭЗ}_6, \text{ЭЗ}_7, \text{ЭЗ}_8, \text{ЭЗ}_{13}, \text{ЭЗ}_{14}, \text{ЭЗ}_{15}, \text{ЭЗ}_{16}, \text{ЭЗ}_{21}, \text{ЭЗ}_{22}, \text{ЭЗ}_{23}, \text{ЭЗ}_{24}$ которого образуют общее подмножество и выполняются первыми.

Шаг 1: Выделяем элементарный запрос ЭЗ_3 на основе $\cap \mathcal{Z}_{i(\overline{2,3,5})} = \text{ЭЗ}_3$

Шаг 2: Выделяем элементарный запрос ЭЗ_{19} на основе $\cap \mathcal{Z}_{i(\overline{2,3,5})} \setminus (\text{ЭЗ}_3) = \text{ЭЗ}_{19}$

Шаг 3: Выделяем элементарный запрос ЭЗ_{20} на основе

$$\cap \mathcal{Z}_{i(\overline{2,3,5})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_{19}) = \text{ЭЗ}_{20}$$

Шаг 4: Выделяем элементарный запрос ЭЗ_{13} на основе

$$\cap \mathcal{Z}_{i(\overline{2,3,5})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_{19} \ \& \ \text{ЭЗ}_{20}) = \text{ЭЗ}_{13}$$

Шаг 5: Выделяем элементарный запрос ЭЗ_{14} на основе

$$\cap \mathcal{Z}_{i(\overline{2,3,5})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_{19} \ \& \ \text{ЭЗ}_{20} \ \& \ \text{ЭЗ}_{13}) = \text{ЭЗ}_{14}$$

Шаг 6: Выделяем элементарный запрос ЭЗ_{21} на основе

$$\cap \mathcal{Z}_{i(\overline{2,3,5})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_{19} \ \& \ \text{ЭЗ}_{20} \ \& \ \text{ЭЗ}_{13} \ \& \ \text{ЭЗ}_{14}) = \text{ЭЗ}_{21}$$

Шаг 7: Выделяем элементарный запрос ЭЗ_5 на основе

$$\cap \mathcal{Z}_{i(\overline{1,4})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_{19} \ \& \ \text{ЭЗ}_{20} \ \& \ \text{ЭЗ}_{13} \ \& \ \text{ЭЗ}_{14} \ \& \ \text{ЭЗ}_{21}) = \text{ЭЗ}_5$$

Шаг 8: Выделяем элементарный запрос ЭЗ_6 на основе

$$\cap \mathcal{Z}_{i(\overline{1,4})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_{19} \ \& \ \text{ЭЗ}_{20} \ \& \ \text{ЭЗ}_{13} \ \& \ \text{ЭЗ}_{14} \ \& \ \text{ЭЗ}_{21} \ \& \ \text{ЭЗ}_5) = \text{ЭЗ}_6$$

Шаг 9: Выделяем элементарный запрос ЭЗ_7 на основе

$$\cap \mathcal{Z}_{i(\overline{1,4})} \setminus (\text{ЭЗ}_3 \ \& \ \text{ЭЗ}_{19} \ \& \ \text{ЭЗ}_{20} \ \& \ \text{ЭЗ}_{13} \ \& \ \text{ЭЗ}_{14} \ \& \ \text{ЭЗ}_{21} \ \& \ \text{ЭЗ}_5 \ \& \ \text{ЭЗ}_6) = \text{ЭЗ}_7$$

Шаг 10: Выделяем элементарный запрос ЭЗ_8 на основе

$$\cap Z_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_{19} \& \mathbb{E}Z_{20} \& \mathbb{E}Z_{13} \& \mathbb{E}Z_{14} \& \mathbb{E}Z_{21} \& \mathbb{E}Z_5 \& \mathbb{E}Z_6 \& \mathbb{E}Z_7) = \mathbb{E}Z_8$$

Шаг 11: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{13}$ на основе

$$\cap Z_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_{19} \& \mathbb{E}Z_{20} \& \mathbb{E}Z_{13} \& \mathbb{E}Z_{14} \& \mathbb{E}Z_{21} \& \mathbb{E}Z_5 \& \mathbb{E}Z_6 \& \mathbb{E}Z_7 \& \mathbb{E}Z_8) = \mathbb{E}Z_{13}$$

Шаг 12: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{14}$ на основе

$$\cap Z_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_{19} \& \mathbb{E}Z_{20} \& \mathbb{E}Z_{13} \& \mathbb{E}Z_{14} \& \mathbb{E}Z_{21} \& \mathbb{E}Z_5 \& \mathbb{E}Z_6 \& \mathbb{E}Z_7 \& \mathbb{E}Z_8 \& \mathbb{E}Z_{13}) \\ = \mathbb{E}Z_{14}$$

Шаг 13: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{15}$ на основе

$$\cap Z_{i(i=\overline{1,4})} \setminus (\mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_{19} \& \mathbb{E}Z_{20} \& \mathbb{E}Z_{13} \& \mathbb{E}Z_{14} \& \mathbb{E}Z_{21} \& \mathbb{E}Z_5 \& \mathbb{E}Z_6 \& \mathbb{E}Z_7 \& \mathbb{E}Z_8 \& \mathbb{E}Z_{13} \& \mathbb{E}Z_{14}) \\ = \mathbb{E}Z_{15}$$

Шаг 14: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{16}$ на основе

$$\cap Z_{i(i=\overline{1,4})} \\ \setminus (\mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_{19} \& \mathbb{E}Z_{20} \& \mathbb{E}Z_{13} \& \mathbb{E}Z_{14} \& \mathbb{E}Z_{21} \& \mathbb{E}Z_5 \& \mathbb{E}Z_6 \& \mathbb{E}Z_7 \& \mathbb{E}Z_8 \& \mathbb{E}Z_{13} \& \mathbb{E}Z_{14} \& \mathbb{E}Z_{15}) \\ = \mathbb{E}Z_{16}$$

Шаг 15: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{21}$ на основе

$$\cap Z_{i(i=\overline{1,4})} \\ \setminus (\mathbb{E}Z_3 \& \mathbb{E}Z_{19} \& \mathbb{E}Z_{20} \& \mathbb{E}Z_{13} \& \mathbb{E}Z_{14} \& \mathbb{E}Z_{21} \& \mathbb{E}Z_5 \& \mathbb{E}Z_6 \& \mathbb{E}Z_7 \& \mathbb{E}Z_8 \& \mathbb{E}Z_{13} \& \mathbb{E}Z_{14} \& \mathbb{E}Z_{15} \& \mathbb{E}Z_{16}) \\ = \mathbb{E}Z_{21}$$

Шаг 16: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{22}$ на основе

$$\cap Z_{i(i=\overline{1,4})} \setminus \begin{pmatrix} \mathbb{E}Z_3 \mathbb{E}Z_{19} \mathbb{E}Z_{20} \mathbb{E}Z_{13} \mathbb{E}Z_{14} \mathbb{E}Z_{21} \mathbb{E}Z_5 \mathbb{E}Z_6 \mathbb{E}Z_7 \\ \mathbb{E}Z_8 \mathbb{E}Z_{13} \mathbb{E}Z_{14} \mathbb{E}Z_{15} \mathbb{E}Z_{16} \mathbb{E}Z_{21} \end{pmatrix} = \mathbb{E}Z_{22}$$

Шаг 17: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{23}$ на основе

$$\cap Z_{i(i=\overline{1,4})} \setminus \begin{pmatrix} \mathbb{E}Z_3 \mathbb{E}Z_{19} \mathbb{E}Z_{20} \mathbb{E}Z_{13} \mathbb{E}Z_{14} \mathbb{E}Z_{21} \mathbb{E}Z_5 \mathbb{E}Z_6 \mathbb{E}Z_7 \\ \mathbb{E}Z_8 \mathbb{E}Z_{13} \mathbb{E}Z_{14} \mathbb{E}Z_{15} \mathbb{E}Z_{16} \mathbb{E}Z_{21} \mathbb{E}Z_{22} \end{pmatrix} = \mathbb{E}Z_{23}$$

Шаг 18: Выделяем элементарный запрос $\mathbb{E}Z_{24}$ на основе

$$\cap Z_{i(i=\overline{1,4})} \setminus \begin{pmatrix} \mathbb{E}Z_3 \mathbb{E}Z_{19} \mathbb{E}Z_{20} \mathbb{E}Z_{13} \mathbb{E}Z_{14} \mathbb{E}Z_{21} \mathbb{E}Z_5 \mathbb{E}Z_6 \mathbb{E}Z_7 \\ \mathbb{E}Z_8 \mathbb{E}Z_{13} \mathbb{E}Z_{14} \mathbb{E}Z_{15} \mathbb{E}Z_{16} \mathbb{E}Z_{21} \mathbb{E}Z_{22} \mathbb{E}Z_{23} \end{pmatrix} = \mathbb{E}Z_{24}$$

Далее подмножество совпадающих запросов становится пустым.

Граф обработки запросов по алгоритму 3 приведен на рис. 4.4, соответственно.

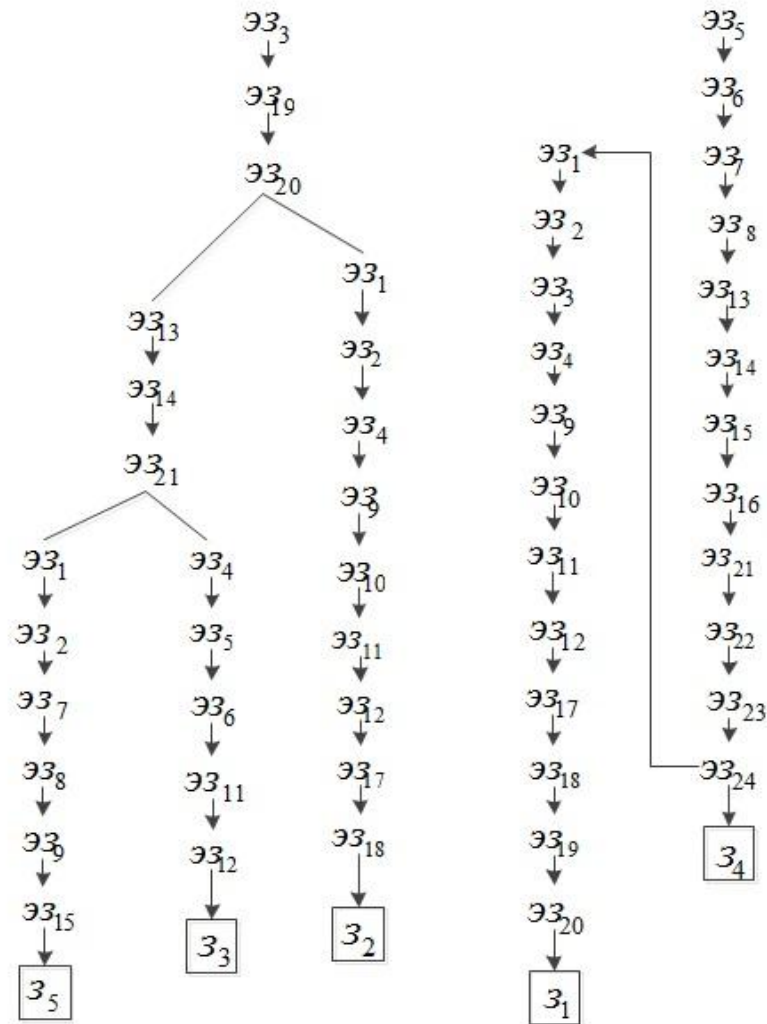


рис. 4.4. Граф обработки запросов по алгоритму 3.

4.3.3.1. Минимальное время выполнения мультизапроса при степенном изменении параметра времени

Оптимальное время выполнения мультизапроса при степенном изменении параметра времени для r процессоров определяется следующим образом.

Для одного процессора

$$\begin{aligned}
T_{\text{СТ,СОВМ},1}^{\text{a3}} &= n(a^2 + pa^{18} + p^2a^{19} + p^3a^{12} + p^4a^{13} + p^5a^{20} + p^6 + p^7a + p^8a^6 + p^9a^7 + p^{10}a^8 \\
&\quad + p^{11}a^{14} + p^6a^3 + p^7a^4 + p^8a^5 + p^9a^{10} + p^{10}a^{11} + p^3 + p^4a + p^5a^3 + p^6a^8 + p^7a^9 \\
&\quad + p^8a^{10} + p^9a^{11} + p^{10}a^{16} + p^{11}a^{17} + a^4 + pa^5 + p^2a^6 + p^3a^7 + p^4a^{12} + p^5a^{13} \\
&\quad + p^6a^{14} + p^7a^{15} + p^8a^{20} + p^9a^{21} + p^{10}a^{22} + p^{11}a^{23} + p^{12} + p^{13}a + p^{14}a^2 + p^{15}a^3 \\
&\quad + p^{16}a^8 + p^{17}a^9 + p^{18}a^{10} + p^{19}a^{11} + p^{20}a^{16} + p^{21}a^{17} + p^{22}a^{18} + p^{23}a^{19}) = \\
&= n(a^2 + a^4 + p(a^{18} + a^5) + p^2(a^{19} + a^6) + p^3(a^{12} + 1 + a^7) + p^4(a^{13} + a + a^{12}) + p^5(a^{20} + a^3 \\
&\quad + a^{13}) + p^6(1 + a^3 + a^{14} + a^8) + p^7(a + a^4 + a^9 + a^{15}) + p^8(a^6 + a^5 + a^{10} + a^{20}) \\
&\quad + p^9(a^7 + a^{10} + a^{11} + a^{21}) + p^{10}(a^8 + a^{11} + a^{16} + a^{22}) + p^{11}(a^{14} + a^{17} + a^{23}) \\
&\quad + p^{12} + p^{13}a + p^{14}a^2 + p^{15}a^3 + p^{16}a^8 + p^{17}a^9 + p^{18}a^{10} + p^{19}a^{11} + p^{20}a^{16} + p^{21}a^{17} \\
&\quad + p^{22}a^{18} + p^{23}a^{19})
\end{aligned}$$

для двух процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	3,19,20,13,14,21,1,2,7,8,9,15,4,5,6,11,12,1,2,4,9,10,11,12,17,18
2	5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24,1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20

$$\begin{aligned}
T_{\text{СТ,СОВМ},1,2}^{\text{a3}} &= n(a^2 + pa^{18} + p^2a^{19} + p^3a^{12} + p^4a^{13} + p^5a^{20} + p^6 + p^7a + p^8a^6 + p^9a^7 + p^{10}a^8 \\
&\quad + p^{11}a^{14} + p^6a^3 + p^7a^4 + p^8a^5 + p^9a^{10} + p^{10}a^{11} + p^3 + p^4a + p^5a^3 + p^6a^8 + p^7a^9 \\
&\quad + p^8a^{10} + p^9a^{11} + p^{10}a^{16} + p^{11}a^{17})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{\text{СТ,СОВМ},2,2}^{\text{a3}} &= n(a^4 + pa^5 + p^2a^6 + p^3a^7 + p^4a^{12} + p^5a^{13} + p^6a^{14} + p^7a^{15} + p^8a^{20} + p^9a^{21} \\
&\quad + p^{10}a^{22} + p^{11}a^{23} + p^{12} + p^{13}a + p^{14}a^2 + p^{15}a^3 + p^{16}a^8 + p^{17}a^9 + p^{18}a^{10} + p^{19}a^{11} \\
&\quad + p^{20}a^{16} + p^{21}a^{17} + p^{22}a^{18} + p^{23}a^{19})
\end{aligned}$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ},2}^{\text{a3}} = n(\max(T_{\text{СТ,СОВМ},1,2}^{\text{a3}}, T_{\text{СТ,СОВМ},2,2}^{\text{a3}}))$$

для трех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	3,9,20,1,2,4,9,10,11,12,17,18
2	13,14,21,1,2,7,8,9,15,4,5,6,11,12
3	5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24,1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20

$$T_{\text{СТ,СОВМ,1,3}}^{\text{а3}} = n(a^2 + pa^{18} + p^2a^{19} + p^3 + p^4a + p^5a^3 + p^6a^8 + p^7a^9 + p^8a^{10} + p^9a^{11} + p^{10}a^{16} + p^{11}a^{17})$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ,2,3}}^{\text{а3}} = n(a^{12} + pa^{13} + p^2a^{20} + p^3 + p^4a + p^5a^6 + p^6a^7 + p^7a^8 + p^8a^{14} + p^9a^3 + p^{10}a^4 + p^{11}a^5 + p^{12}a^{10} + p^{13}a^{11})$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ,3,3}}^{\text{а3}} = n(a^4 + pa^5 + p^2a^6 + p^3a^7 + p^4a^{12} + p^5a^{13} + p^6a^{14} + p^7a^{15} + p^8a^{20} + p^9a^{21} + p^{10}a^{22} + p^{11}a^{23} + p^{12} + p^{13}a + p^{14}a^2 + p^{15}a^3 + p^{16}a^8 + p^{17}a^9 + p^{18}a^{10} + p^{19}a^{11} + p^{20}a^{16} + p^{21}a^{17} + p^{22}a^{18} + p^{23}a^{19})$$

С учетом завершения работы трех процессоров время выполнения мультizaпpoca равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{\text{СТ,СОВМ,3}}^{\text{а3}} = n(\max(T_{\text{СТ,СОВМ,1,3}}^{\text{а3}}, T_{\text{СТ,СОВМ,2,3}}^{\text{а3}}, T_{\text{СТ,СОВМ,3,3}}^{\text{а3}}))$$

для четырех процессоров при распределении заpсов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	3,9,20,1,2,4,9,10,11,12,17,18
2	13,14,21,1,2,7,8,9,15,4,5,6,11,12
3	5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24
4	1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20

$$T_{\text{СТ,СОВМ,1,4}}^{\text{а3}} = n(a^2 + pa^{18} + p^2a^{19} + p^3 + p^4a + p^5a^3 + p^6a^8 + p^7a^9 + p^8a^{10} + p^9a^{11} + p^{10}a^{16} + p^{11}a^{17})$$

$$T_{\text{СТ,СОВМ,2,4}}^{\text{а3}} = n(a^{12} + pa^{13} + p^2a^{20} + p^3 + p^4a + p^5a^6 + p^6a^7 + p^7a^8 + p^8a^{14} + p^9a^3 + p^{10}a^4 + p^{11}a^5 + p^{12}a^{10} + p^{13}a^{11})$$

$$T_{\text{ст,совм},3,4}^{\text{аз}} = n(a^4 + pa^5 + p^2a^6 + p^3a^7 + p^4a^{12} + p^5a^{13} + p^6a^{14} + p^7a^{15} + p^8a^{20} + p^9a^{21} + p^{10}a^{22} + p^{11}a^{23})$$

$$T_{\text{ст,совм},4,4}^{\text{аз}} = n(1 + pa + p^2a^2 + p^3a^3 + p^4a^8 + p^5a^9 + p^6a^{10} + p^7a^{11} + p^8a^{16} + p^9a^{17} + p^{10}a^{18} + p^{11}a^{19})$$

С учетом завершения работы четырех процессоров время выполнения мультизапроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{\text{ст,совм},4}^{\text{аз}} = n(\max(T_{\text{ст,совм},1,4}^{\text{аз}}, T_{\text{ст,совм},2,4}^{\text{аз}}, T_{\text{ст,совм},3,4}^{\text{аз}}, T_{\text{ст,совм},4,4}^{\text{аз}}))$$

В таблице 4.5 представлено время выполнения мультизапроса для r процессоров при значении параметров $k=24$, $a=1.1$ и $a=1.15$.

Таблица 4.5

p	r	K=24	
		a	
		1.1	1.15
0.4	1	7.5722	12.7258
	2	4.9101	9.3707
	3	5.7207	10.5684
	4	5.7207	10.5684
0.5	1	10.1379	17.5958
	2	6.7324	13.0949
	3	6.8634	12.8878
	4	6.8634	12.8878
0.6	1	14.2044	25.2302
	2	9.4697	18.4432
	3	8.3802	15.8554

	4	8.3802	15.8554
0.7	1	21.4017	38.7816
	2	13.9863	26.8574
	3	10.5715	19.9091
	4	10.5715	19.9091
0.8	1	35.7316	66.1721
	2	22.1869	41.5372
	3	14.1557	26.5846
	4	14.1557	26.5846
0.9	1	68.3955	129.7960
	2	38.2220	69.5581
	3	30.1735	60.2379
	4	25.2942	51.8630

4.3.3.2. Минимальное время выполнения мультизапроса при линейном изменении параметра времени

Оптимальное время выполнения мультизапроса при линейном изменении параметра времени для g процессоров определяется следующим образом.

Для одного процессора,

$$\begin{aligned}
T_{л,совм,1}^{a3} = & n((1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 18) + p^2(1 + \Delta 19) + p^3(1 + \Delta 12) + p^4(1 + \Delta 13) \\
& + p^5(1 + \Delta 20) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 6) + p^9(1 + \Delta 7) + p^{10}(1 + \Delta 8) \\
& + p^{11}(1 + \Delta 14) + p^6(1 + \Delta 3) + p^7(1 + \Delta 4) + p^8(1 + \Delta 5) + p^9(1 + \Delta 10) \\
& + p^{10}(1 + \Delta 11) + p^3 + p^4(1 + \Delta) + p^5(1 + \Delta 3) + p^6(1 + \Delta 8) + p^7(1 + \Delta 9) \\
& + p^8(1 + \Delta 10) + p^9(1 + \Delta 11) + p^{10}(1 + \Delta 16) + p^{11}(1 + \Delta 17) + (1 + \Delta 4) \\
& + p(1 + \Delta 5) + p^2(1 + \Delta 6) + p^3(1 + \Delta 7) + p^4(1 + \Delta 12) + p^5(1 + \Delta 13) \\
& + p^6(1 + \Delta 14) + p^7(1 + \Delta 15) + p^8(1 + \Delta 20) + p^9(1 + \Delta 21) + p^{10}(1 + \Delta 22) \\
& + p^{11}(1 + \Delta 23) + p^{12} + p^{13}(1 + \Delta) + p^{14}(1 + \Delta 2) + p^{15}(1 + \Delta 3) + p^{16}(1 + \Delta 8) \\
& + p^{17}(1 + \Delta 9) + p^{18}(1 + \Delta 10) + p^{19}(1 + \Delta 11) + p^{20}(1 + \Delta 16) + p^{21}(1 + \Delta 17) \\
& + p^{22}(1 + \Delta 18) + p^{23}(1 + \Delta 19))
\end{aligned}$$

для двух процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	3,19,20,13,14,21,1,2,7,8,9,15,4,5,6,11,12,1,2,4,9,10,11,12,17,18
2	5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24,1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20

$$\begin{aligned}
T_{л,совм,1,2}^{a3} = & n((1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 18) + p^2(1 + \Delta 19) + p^3(1 + \Delta 12) + p^4(1 + \Delta 13) \\
& + p^5(1 + \Delta 20) + p^6 + p^7(1 + \Delta) + p^8(1 + \Delta 6) + p^9(1 + \Delta 7) + p^{10}(1 + \Delta 8) \\
& + p^{11}(1 + \Delta 14) + p^6(1 + \Delta 3) + p^7(1 + \Delta 4) + p^8(1 + \Delta 5) + p^9(1 + \Delta 10) \\
& + p^{10}(1 + \Delta 11) + p^3 + p^4(1 + \Delta) + p^5(1 + \Delta 3) + p^6(1 + \Delta 8) + p^7(1 + \Delta 9) \\
& + p^8(1 + \Delta 10) + p^9(1 + \Delta 11) + p^{10}(1 + \Delta 16) + p^{11}(1 + \Delta 17))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{л,совм,2,2}^{a3} = & n((1 + \Delta 4) + p(1 + \Delta 5) + p^2(1 + \Delta 6) + p^3(1 + \Delta 7) + p^4(1 + \Delta 12) + p^5(1 + \Delta 13) \\
& + p^6(1 + \Delta 14) + p^7(1 + \Delta 15) + p^8(1 + \Delta 20) + p^9(1 + \Delta 21) + p^{10}(1 + \Delta 22) \\
& + p^{11}(1 + \Delta 23) + p^{12} + p^{13}(1 + \Delta) + p^{14}(1 + \Delta 2) + p^{15}(1 + \Delta 3) + p^{16}(1 + \Delta 8) \\
& + p^{17}(1 + \Delta 9) + p^{18}(1 + \Delta 10) + p^{19}(1 + \Delta 11) + p^{20}(1 + \Delta 16) + p^{21}(1 + \Delta 17) \\
& + p^{22}(1 + \Delta 18) + p^{23}(1 + \Delta 19))
\end{aligned}$$

$$T_{л,совм,2}^{a3} = n (\max(T_{л,совм,1,2}^{a3}, T_{л,совм,2,2}^{a3}))$$

для трех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера	Порядок обработки ЭЗ
--------	----------------------

процессоров

1	3,9,20,1,2,4,9,10,11,12,17,18
2	13,14,21,1,2,7,8,9,15,4,5,6,11,12
3	5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24,1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20

$$T_{л,совм,1,3}^{a3} = n((1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 18) + p^2(1 + \Delta 19) + p^3 + p^4(1 + \Delta) + p^5(1 + \Delta 3) + p^6(1 + \Delta 8) + p^7(1 + \Delta 9) + p^8(1 + \Delta 10) + p^9(1 + \Delta 11) + p^{10}(1 + \Delta 16) + p^{11}(1 + \Delta 17))$$

$$T_{л,совм,2,3}^{a3} = n((1 + \Delta 12) + p(1 + \Delta 13) + p^2(1 + \Delta 20) + p^3 + p^4(1 + \Delta) + p^5(1 + \Delta 6) + p^6(1 + \Delta 7) + p^7(1 + \Delta 8) + p^8(1 + \Delta 14) + p^9(1 + \Delta 3) + p^{10}(1 + \Delta 4) + p^{11}(1 + \Delta 5) + p^{12}(1 + \Delta 10) + p^{13}(1 + \Delta 11))$$

$$T_{л,совм,3,3}^{a3} = n((1 + \Delta 4) + p(1 + \Delta 5) + p^2(1 + \Delta 6) + p^3(1 + \Delta 7) + p^4(1 + \Delta 12) + p^5(1 + \Delta 13) + p^6(1 + \Delta 14) + p^7(1 + \Delta 15) + p^8(1 + \Delta 20) + p^9(1 + \Delta 21) + p^{10}(1 + \Delta 22) + p^{11}(1 + \Delta 23) + p^{12} + p^{13}(1 + \Delta) + p^{14}(1 + \Delta 2) + p^{15}(1 + \Delta 3) + p^{16}(1 + \Delta 8) + p^{17}(1 + \Delta 9) + p^{18}(1 + \Delta 10) + p^{19}(1 + \Delta 11) + p^{20}(1 + \Delta 16) + p^{21}(1 + \Delta 17) + p^{22}(1 + \Delta 18) + p^{23}(1 + \Delta 19))$$

С учетом завершения работы трех процессоров время выполнения мультizaпроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{л,совм,3}^{a3} = n(\max(T_{л,совм,1,3}^{a3}, T_{л,совм,2,3}^{a3}, T_{л,совм,3,3}^{a3}))$$

для четырех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Порядок обработки ЭЗ
1	3,9,20,1,2,4,9,10,11,12,17,18
2	13,14,21,1,2,7,8,9,15,4,5,6,11,12
3	5,6,7,8,13,14,15,16,21,22,23,24

$$T_{л,совм,1,4}^{a3} = n((1 + \Delta 2) + p(1 + \Delta 18) + p^2(1 + \Delta 19) + p^3 + p^4(1 + \Delta) + p^5(1 + \Delta 3) + p^6(1 + \Delta 8) + p^7(1 + \Delta 9) + p^8(1 + \Delta 10) + p^9(1 + \Delta 11) + p^{10}(1 + \Delta 16) + p^{11}(1 + \Delta 17))$$

$$T_{л,совм,2,4}^{a3} = n((1 + \Delta 12) + p(1 + \Delta 13) + p^2(1 + \Delta 20) + p^3 + p^4(1 + \Delta) + p^5(1 + \Delta 6) + p^6(1 + \Delta 7) + p^7(1 + \Delta 8) + p^8(1 + \Delta 14) + p^9(1 + \Delta 3) + p^{10}(1 + \Delta 4) + p^{11}(1 + \Delta 5) + p^{12}(1 + \Delta 10) + p^{13}(1 + \Delta 11))$$

$$T_{л,совм,3,4}^{a3} = n((1 + \Delta 4) + p(1 + \Delta 5) + p^2(1 + \Delta 6) + p^3(1 + \Delta 7) + p^4(1 + \Delta 12) + p^5(1 + \Delta 13) + p^6(1 + \Delta 14) + p^7(1 + \Delta 15) + p^8(1 + \Delta 20) + p^9(1 + \Delta 21) + p^{10}(1 + \Delta 22) + p^{11}(1 + \Delta 23))$$

$$T_{л,совм,4,4}^{a3} = n(1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 8) + p^5(1 + \Delta 9) + p^6(1 + \Delta 10) + p^7(1 + \Delta 11) + p^8(1 + \Delta 16) + p^9(1 + \Delta 17) + p^{10}(1 + \Delta 18) + p^{11}(1 + \Delta 19))$$

С учетом завершения работы четырех процессоров время выполнения мультizaпроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{л,совм,4}^{a3} = n(\max(T_{л,совм,1,4}^{a3}, T_{л,совм,2,4}^{a3}, T_{л,совм,3,4}^{a3}, T_{л,совм,4,4}^{a3}))$$

В таблице 4.6 представлено время выполнения мультizaпроса для r процессоров при значении параметров $k=24$, $\Delta=0.4$ и $\Delta=0.5$.

Таблица 4.6

p	r	K=24	
		Δ	
		0.4	0.5
0.4	1	12.106	14.2708
	2	7.25843	8.62803
	3	9.88252	11.9365

	4	9.88252	11.9365
0.5	1	16.2116	19.1946
	2	10.0037	11.9348
	3	11.5969	13.9962
	4	11.5969	13.9962
0.6	1	22.7508	27.0293
	2	14.2163	16.9862
	3	13.8943	16.7433
	4	13.8943	16.7433
0.7	1	34.306	40.8717
	2	21.3675	25.5318
	3	17.3171	20.8187
	4	17.3171	20.8187
0.8	1	57.1404	68.2429
	2	34.7528	41.5025
	3	23.1764	27.7755
	4	23.1764	27.7755
0.9	1	108.735	130.164
	2	61.6042	73.5508
	3	47.1313	56.6136
	4	39.2801	47.3062

4.4. Несовместная обработка запросов мультизапроса

4.4.1. Минимальное время выполнения мультизапроса для несовместной обработки запросов при степенном изменении параметра времени

Здесь время выполнения мультизапроса равно:

для одного процессора:

$$T_{\text{ст,несовм},1} = T_{\text{ст,несовм},1,1} + T_{\text{ст,несовм},2,1} + T_{\text{ст,несовм},3,1} + T_{\text{ст,несовм},4,1} + T_{\text{ст,несовм},5,1}$$

где

$$\begin{aligned} T_{\text{ст,несовм},1,1} &= n(1 + (pa) + (pa)^2 + (pa)^3 + (pa)^4 + (pa)^5 + (pa)^6 + (pa)^7 + (pa)^8 + (pa)^9 \\ &\quad + (pa)^{10} + (pa)^{11} + (pa)^{12} + (pa)^{13} + (pa)^{14} + (pa)^{15} + (pa)^{16} + (pa)^{17} \\ &\quad + (pa)^{18} + (pa)^{19} + (pa)^{20} + (pa)^{21} + (pa)^{22} + (pa)^{23}) = \\ &= n \left(\frac{1 - (pa)^{23}}{1 - (pa)} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{\text{ст,несовм},2,1} &= n \left((1 + (pa) + (pa)^2 + (pa)^3) + p^4 a^8 (1 + (pa) + (pa)^2 + (pa)^3) \right. \\ &\quad \left. + p^8 a^{16} (1 + (pa) + (pa)^2 + (pa)^3) \right) = \\ &= n \left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{\text{ст,несовм},3,1} &= na^2 \left[(1 + (pa) + (pa)^2 + (pa)^3) + p^4 a^8 (1 + (pa) + (pa)^2 + (pa)^3) \right. \\ &\quad \left. + p^8 a^{16} (1 + (pa) + (pa)^2 + (pa)^3) \right] = \\ &= na^2 \left[\left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right) \right] = na^2 T_{\text{ст,несовм},2,1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{\text{ст,несовм},4,1} &= na^4 \left[(1 + (pa) + (pa)^2 + (pa)^3) + p^4 a^8 (1 + (pa) + (pa)^2 + (pa)^3) \right. \\ &\quad \left. + p^8 a^{16} (1 + (pa) + (pa)^2 + (pa)^3) \right] = \\ &= na^4 \left[\left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right) \right] = na^4 T_{\text{ст,несовм},2,1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{\text{ст,несовм},5,1} &= n \left((1 + (pa) + (pa)^2) + p^3 a^6 (1 + (pa) + (pa)^2) + p^6 a^{12} (1 + (pa) + (pa)^2) \right. \\ &\quad \left. + p^9 a^{18} (1 + (pa) + (pa)^2) \right) = \end{aligned}$$

$$= n \left((1 + p^3 a^6 + (p^3 a^6)^2 + (p^3 a^6)^3) \left(\frac{1 - (pa)^2}{1 - (pa)} \right) \right),$$

ИЛИ

$$T_{\text{ст,несовм,1}} = n \left(\left(\frac{1 - (pa)^{23}}{1 - (pa)} \right) + \left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2)(1 + (pa) + (pa)^2) \right) (1 + a^2 + a^4) \right. \\ \left. + \left((1 + p^3 a^6 + (p^3 a^6)^2 + (p^3 a^6)^3)(1 + (pa)) \right) \right).$$

для двух процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Запросы
1	3 ₁ , 3 ₄
2	3 ₂ , 3 ₃ , 3 ₅

$$T_{\text{ст,несовм,1,2}} = n \left(\left(\frac{1 - (pa)^{23}}{1 - (pa)} \right) + a^4 T_{\text{ст,несовм,2,1}} \right)$$

$$T_{\text{ст,несовм,2,2}} = n \left(\left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (p * a)^3}{1 - (p * a)} \right) \right) + a^2 T_{\text{ст,несовм,2,1}} \right. \\ \left. + \left((1 + p^3 a^6 + (p^3 a^6)^2 + (p^3 a^6)^3) \left(\frac{1 - (p * a)^2}{1 - (p * a)} \right) \right) \right)$$

$$T_{\text{ст,несовм,2}} = n (\max(T_{\text{ст,несовм,1,2}}, T_{\text{ст,несовм,2,2}}))$$

для трех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Запросы
1	3 ₁

2	3 ₂ , 3 ₃
3	3 ₄ , 3 ₅

$$T_{\text{ст,несовм,1,3}} = n \left(\frac{1 - (pa)^{23}}{1 - (pa)} \right)$$

$$T_{\text{ст,несовм,2,3}} = n \left(\left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right) \right. \\ \left. + \left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right) \right)$$

$$T_{\text{ст,несовм,3,3}} = n \left(\left((1 + p^3 a^6 + (p^3 a^6)^2 + (p^3 a^6)^3) \left(\frac{1 - (p * a)^2}{1 - (p * a)} \right) \right) + a^4 T_{\text{ст,несовм,2,1}} \right)$$

С учетом завершения работы трех процессоров время выполнения мультizaпроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{\text{ст,несовм,3}} = n (\max(T_{\text{ст,несовм,1,3}}, T_{\text{ст,несовм,2,3}}, T_{\text{ст,несовм,3,3}}))$$

для четырех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

Номера процессоров	Запросы
1	3 ₁
2	3 ₄
3	3 ₂ , 3 ₅
4	3 ₃

$$T_{\text{ст,несовм,1,4}} = n \left(\frac{1 - (pa)^{23}}{1 - (pa)} \right)$$

$$T_{\text{ст,несовм,2,4}} = n(a^4 T_{\text{ст,несовм,2,1}})$$

$$T_{\text{ст,несовм,3,4}} = n \left(\left((1 + p^3 a^6 + (p^3 a^6)^2 + (p^3 a^6)^3) \left(\frac{1 - (pa)^2}{1 - (pa)} \right) \right) \right. \\ \left. + \left((1 + p^4 a^8 + (p^4 a^8)^2) \left(\frac{1 - (pa)^3}{1 - (pa)} \right) \right) \right)$$

$$T_{\text{ст,несовм,4,4}} = n(a^2 T_{\text{ст,несовм,2,1}})$$

С учетом завершения работы четырех процессоров время выполнения мультizaпpоса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{\text{ст,несовм,4}} = n (\max(T_{\text{ст,несовм,1,4}}, T_{\text{ст,несовм,2,4}}, T_{\text{ст,несовм,3,4}}, T_{\text{ст,несовм,4,4}}))$$

В таблице 4.7 представлено время выполнения мультizaпpоса для r процессоров при значении параметров $k=24$, $a=1.1$ и $a=1.15$.

Таблица 4.7

p	r	K=24	
		a	
		1.1	1.15
0.4	1	9.7590	10.9454
	2	5.4431	5.9230
	3	4.1541	4.8834
	4	3.3520	3.5256
0.5	1	12.0486	14.0788
	2	6.7021	7.6339

	3	5.1104	6.2921
	4	4.1200	4.5397
0.6	1	16.0049	20.0940
	2	8.9066	10.9829
	3	6.7886	9.0529
	4	5.4708	6.5323
0.7	1	23.6827	33.0787
	2	13.1891	18.2295
	3	10.0526	15.0305
	4	8.1011	10.8526
0.8	1	40.2614	63.7983
	2	22.0741	34.6380
	3	16.8294	28.5729
	4	13.5662	20.6516
0.9	1	80.6487	144.4438
	2	40.9444	72.6812
	3	31.2313	59.2302
	4	25.1877	42.8623

4.4.2. Минимальное время выполнения мультизапроса для несовместной обработки запросов при линейном изменении параметра времени

Оптимальное время выполнения мультизапроса при линейном изменении параметра времени для g процессоров определяется следующим образом.

Для одного процессора,

$$T_{л,несовм,1} = T_{л,несовм,1,1} + T_{л,несовм,2,1} + T_{л,несовм,3,1} + T_{л,несовм,4,1} + T_{л,несовм,5,1}$$

где

$$\begin{aligned} T_{л,несовм,1,1} = & n(1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 4) + p^5(1 + \Delta 5) \\ & + p^6(1 + \Delta 6) + p^7(1 + \Delta 7) + p^8(1 + \Delta 8) + p^9(1 + \Delta 9) + p^{10}(1 + \Delta 10) \\ & + p^{11}(1 + \Delta 11) + p^{12}(1 + \Delta 12) + p^{13}(1 + \Delta 13) + p^{14}(1 + \Delta 14) + p^{15}(1 + \Delta 15) \\ & + p^{16}(1 + \Delta 16) + p^{17}(1 + \Delta 17) + p^{18}(1 + \Delta 18) + p^{19}(1 + \Delta 19) + p^{20}(1 + \Delta 20) \\ & + p^{21}(1 + \Delta 21) + p^{22}(1 + \Delta 22) + p^{23}(1 + \Delta 23)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{л,несовм,2,1} = & n(1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 8) + p^5(1 + \Delta 9) \\ & + p^6(1 + \Delta 10) + p^7(1 + \Delta 11) + p^8(1 + \Delta 16) + p^9(1 + \Delta 17) + p^{10}(1 + \Delta 18) \\ & + p^{11}(1 + \Delta 19)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{л,несовм,3,1} = & n(1 \\ & + \Delta 2) \left[(1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 8) + p^5(1 + \Delta 9) \right. \\ & + p^6(1 + \Delta 10) + p^7(1 + \Delta 11) + p^8(1 + \Delta 16) + p^9(1 + \Delta 17) + p^{10}(1 + \Delta 18) \\ & \left. + p^{11}(1 + \Delta 19)) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{л,несовм,4,1} = & n(1 \\ & + \Delta 4) \left[(1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 8) + p^5(1 + \Delta 9) \right. \\ & + p^6(1 + \Delta 10) + p^7(1 + \Delta 11) + p^8(1 + \Delta 16) + p^9(1 + \Delta 17) + p^{10}(1 + \Delta 18) \\ & \left. + p^{11}(1 + \Delta 19)) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{л,несовм,5,1} = & n(1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 6) + p^4(1 + \Delta 7) + p^5(1 + \Delta 8) \\ & + p^6(1 + \Delta 12) + p^7(1 + \Delta 13) + p^8(1 + \Delta 14) + p^9(1 + \Delta 18) + p^{10}(1 + \Delta 19) \\ & + p^{11}(1 + \Delta 20)) \end{aligned}$$

ИЛИ

$$\begin{aligned} T_{л,несовм,1} = & n \left((1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 8) + p^5(1 + \Delta 9) + \right. \\ & \left. p^6(1 + \Delta 10) + p^7(1 + \Delta 11) + p^8(1 + \Delta 16) + p^9(1 + \Delta 17) + p^{10}(1 + \Delta 18) + p^{11}(1 + \Delta 19)) + \right. \\ & \left((1 + \Delta 4) \left((1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta 2) + p^3(1 + \Delta 3) + p^4(1 + \Delta 8) + p^5(1 + \Delta 9) + \right. \right. \\ & \left. \left. p^6(1 + \Delta 10) + p^7(1 + \Delta 11) + p^8(1 + \Delta 16) + p^9(1 + \Delta 17) + p^{10}(1 + \Delta 18) + p^{11}(1 + \Delta 19)) \right) \right) + \end{aligned}$$

$$\left((1 + p(1 + \Delta) + p^2(1 + \Delta_2) + p^3(1 + \Delta_6) + p^4(1 + \Delta_7) + p^5(1 + \Delta_8) + p^6(1 + \Delta_{12}) + p^7(1 + \Delta_{13}) + p^8(1 + \Delta_{14}) + p^9(1 + \Delta_{18}) + p^{10}(1 + \Delta_{19}) + p^{11}(1 + \Delta_{20})) \right)$$

для двух процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

число процессоров	Запросы
1	z_1, z_4
2	z_2, z_3, z_5

$$T_{л,несовм,1,2} = n(T_{л,несовм,1,1} + T_{л,несовм,4,1})$$

$$T_{л,несовм,2,2} = n(T_{л,несовм,2,1} + T_{л,несовм,3,1} + T_{л,несовм,5,1})$$

$$T_{л,несовм,2} = n(\max(T_{л,несовм,1,2}, T_{л,несовм,2,2}))$$

для трех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии с:

число процессоров	Запросы
1	z_1
2	z_2, z_3
3	z_4, z_5

$$T_{л,несовм,1,3} = n(T_{л,несовм,1,1})$$

$$T_{л,несовм,2,3} = n(T_{л,несовм,2,1} + T_{л,несовм,3,1})$$

$$T_{л,несовм,3,3} = n(T_{л,несовм,4,1} + T_{л,несовм,5,1})$$

С учетом завершения работы трех процессоров время выполнения мультизапроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{л,несовм,3} = n (\max(T_{л,несовм,1,3}, T_{л,несовм,2,3}, T_{л,несовм,3,3}))$$

для четырех процессоров при распределении запросов по процессорам в соответствии:

число процессоров	Запросы
1	z_1
2	z_4
3	z_2, z_5
4	z_3

$$T_{л,несовм,1,4} = n(T_{л,несовм,1,1})$$

$$T_{л,несовм,2,4} = n(T_{л,несовм,4,1})$$

$$T_{л,несовм,3,4} = n(T_{л,несовм,2,1} + T_{л,несовм,5,1})$$

$$T_{л,несовм,4,4} = n(T_{л,несовм,3,1})$$

С учетом завершения работы четырех процессоров время выполнения мультizaпроса равно максимальному времени для этих процессоров:

$$T_{л,несовм,4} = n (\max(T_{л,несовм,1,4}, T_{л,несовм,2,4}, T_{л,несовм,3,4}, T_{л,несовм,4,4}))$$

В таблице 4.8 представлено время выполнения мультizaпроса для r процессоров при значении параметров $k=24$, $\Delta=0.4$ и $\Delta=0.5$.

Таблица 4.8

p	r	$K=24$
		Δ

		0.4	0.5
0.4	1	16.1353	18.4715
	2	8.3540	9.3211
	3	7.9178	9.3211
	4	5.6703	6.9283
0.5	1	22.1801	25.9819
	2	11.5596	13.2019
	3	10.9580	13.2019
	4	7.8206	9.7800
0.6	1	33.2437	39.9642
	2	17.4571	20.4602
	3	16.5505	20.4602
	4	11.7867	15.1291
0.7	1	55.3091	68.2312
	2	29.1793	35.0804
	3	27.6644	35.0804
	4	19.6927	25.9376
0.8	1	102.8575	129.6617
	2	53.8058	66.0950
	3	51.0104	66.0950
	4	36.3398	48.9209
0.9	1	213.8461	273.2987
	2	106.9504	139.9052
	3	101.3358	133.3935
	4	72.2773	98.8643

4.5. Формирование оптимального плана выполнения мультизапроса

С целью формирования плана выполнения мультизапроса на основании таблиц 4.5.1.1, 4.5.1.2 и 4.5.2.1, 4.5.2.2 образуем таблицы оптимального времени выполнения мультизапроса при степенном и линейном изменении параметра времени.

4.5.1. Формирование оптимального плана выполнения мультизапроса при степенном изменении параметра времени

В таблице 4.9 приведены минимальные времена выполнения мультизапроса при совместном и несовместном выполнении образующих его запросов при степенном изменении параметра времени для алгоритмов 1, 2 и 3 для r процессоров при значении параметров $k=24$, $a=1.1$.

Таблица 4.9

p	r	K=24				
		a=1.1				
		$T_{ст,совм}^{a_1}$	$T_{ст,совм}^{a_2}$	$T_{ст,совм}^{a_3}$	$T_{ст,несовм}$	
0.4	1	5.34538	6.0291	7.5722	9.7590	$T_{ст,совм}^{a_1}$
	2	4.25837	3.4629	4.9101	5.4431	$T_{ст,совм}^{a_2}$
	3	3.61718	3.45479	5.7207	4.1541	$T_{ст,совм}^{a_2}$
	4	3.6070	3.5504	5.7207	3.3520	$T_{ст,несовм}$
0.5	1	7.15334	8.0586	10.1379	12.0486	$T_{ст,совм}^{a_1}$
	2	5.25824	4.5297	6.7324	6.7021	$T_{ст,совм}^{a_2}$
	3	5.01863	4.48819	6.8634	5.1104	$T_{ст,совм}^{a_2}$
	4	4.9686	5.0273	6.8634	4.1200	$T_{ст,несовм}$
0.6	1	10.0551	11.5634	14.2044	16.0049	$T_{ст,совм}^{a_1}$

	2	7.20652	6.3466	9.4697	8.9066	$T_{CT,COBM}^{a2}$
	3	7.20652	6.17144	8.3802	6.7886	$T_{CT,COBM}^{a2}$
	4	7.0062	7.2839	8.3802	5.4708	$T_{CT,HECOBM}$
0.7	1	15.1211	18.2678	21.4017	23.6827	$T_{CT,COBM}^{a1}$
	2	10.8309	9.7939	13.9863	13.1891	$T_{CT,COBM}^{a2}$
	3	10.8309	9.15141	10.5715	10.0526	$T_{CT,COBM}^{a2}$
	4	10.1293	10.6360	10.5715	8.1011	$T_{CT,HECOBM}$
0.8	1	25.0494	32.7634	35.7316	40.2614	$T_{CT,COBM}^{a1}$
	2	17.3258	17.0313	22.1869	22.0741	$T_{CT,COBM}^{a2}$
	3	17.3107	15.732	14.1557	16.8294	$T_{CT,COBM}^{a3}$
	4	15.0944	15.4833	14.1557	13.5662	$T_{CT,HECOBM}$
0.9	1	48.2132	69.1557	68.3955	80.6487	$T_{CT,COBM}^{a1}$
	2	32.0877	35.9788	38.2220	40.9444	$T_{CT,COBM}^{a1}$
	3	29.8064	35.9788	30.1735	31.2313	$T_{CT,COBM}^{a1}$
	4	25.2942	24.8870	25.2942	25.1877	$T_{CT,COBM}^{a2}$

В таблице 4.10 приведены минимальные времена выполнения мультизапроса при совместном и несовместном выполнении образующих его запросов при степенном изменении параметра времени для алгоритмов 1, 2 и 3 для r процессоров при значении параметров $k=24$, $a=1.15$.

Таблица 4.10

p	r	$K=24$
		$a=1.15$

		$T_{CT,COBM}^{a1}$	$T_{CT,COBM}^{a2}$	$T_{CT,COBM}^{a3}$	$T_{CT,HECOBM}$	
0.4	1	7.60537	8.3761	12.7258	10.9454	$T_{CT,COBM}^{a1}$
	2	5.79256	5.0092	9.3707	5.9230	$T_{CT,COBM}^{a2}$
	3	5.78375	4.99966	10.5684	4.8834	$T_{CT,HECOBM}$
	4	5.7798	5.8691	10.5684	3.5256	$T_{CT,HECOBM}$
0.5	1	10.9365	11.9572	17.5958	14.0788	$T_{CT,COBM}^{a1}$
	2	8.5959	6.9031	13.0949	7.6339	$T_{CT,COBM}^{a2}$
	3	8.55061	6.8483	12.8878	6.2921	$T_{CT,HECOBM}$
	4	8.5290	9.2723	12.8878	4.5397	$T_{CT,HECOBM}$
0.6	1	16.3955	18.4376	25.2302	20.0940	$T_{CT,COBM}^{a1}$
	2	13.0174	10.2976	18.4432	10.9829	$T_{CT,COBM}^{a2}$
	3	12.8287	10.0393	15.8554	9.0529	$T_{CT,HECOBM}$
	4	12.7265	14.6913	15.8554	6.5323	$T_{CT,HECOBM}$
0.7	1	25.9932	31.3660	38.7816	33.0787	$T_{CT,COBM}^{a1}$
	2	20.2802	17.1033	26.8574	18.2295	$T_{CT,COBM}^{a2}$
	3	19.6008	16.0603	19.9091	15.0305	$T_{CT,HECOBM}$
	4	19.1745	22.9803	19.9091	10.8526	$T_{CT,HECOBM}$
0.8	1	44.8628	60.4651	66.1721	63.7983	$T_{CT,COBM}^{a1}$
	2	33.0159	32.1976	41.5372	34.6380	$T_{CT,COBM}^{a2}$
	3	30.8313	28.5106	26.5846	28.5729	$T_{CT,COBM}^{a3}$
	4	29.2537	35.2245	26.5846	20.6516	$T_{CT,HECOBM}$
0.9	1	89.7937	136.6173	129.7960	144.4438	$T_{CT,COBM}^{a1}$
	2	60.0736	69.1231	69.5581	72.6812	$T_{CT,COBM}^{a1}$

	3	60.0736	69.1231	60.2379	59.2302	$T_{ст,несовм}$
	4	51.8630	52.7704	51.8630	42.8623	$T_{ст,несовм}$

В приведенных таблицах 4.5.1.1 и 4.5.1.2 жирным шрифтом выделены значения, для которых достигается минимальное время для конкретных значений числа процессоров r и вероятности успеха p .

Непосредственно из таблиц 4.5.1.1 и 4.5.1.2 следует, что при степенном изменении параметра времени ($a = 1.1, 1.15$) наблюдается неустойчивость, в смысле достижения минимального времени выполнения мультizaпроса по конкретным алгоритмам и порядка выполнения (совместном и несовместном) образующих запросов мультizaпроса.

4.5.2. Формирование оптимального плана выполнения мультizaпроса при линейном изменении параметра времени

В таблице 4.11 приведены минимальные времена выполнения мультizaпроса при совместном и несовместном выполнении образующих его запросов при линейном изменении параметра времени для алгоритмов 1, 2 и 3 для r процессоров при значении параметров $k = 24, \Delta = 0.4$.

Таблица 4.11

p	r	K=24				
		$\Delta=0.4$				
		$T_{л,совм}^{a_1}$	$T_{л,совм}^{a_2}$	$T_{л,совм}^{a_3}$	$T_{л,несовм}$	
0.4	1	8.15808	10.6973	12.106	16.1353	$T_{л,совм}^{a_1}$
	2	5.97696	6.53988	7.25843	8.3540	$T_{л,совм}^{a_1}$
	3	5.96663	6.52999	9.88252	7.9178	$T_{л,совм}^{a_1}$

	4	5.9595	6.51581	9.88252	5.6703	$T_{Л,неCOBM}$
0.5	1	11.2456	14.18	16.2116	22.1801	$T_{Л,COBM}^{a1}$
	2	8.23438	8.39707	10.0037	11.5596	$T_{Л,COBM}^{a1}$
	3	8.17979	8.34307	11.5969	10.9580	$T_{Л,COBM}^{a1}$
	4	8.1483	8.27275	11.5969	7.8206	$T_{Л,неCOBM}$
0.6	1	16.238	19.9814	22.7508	33.2437	$T_{Л,COBM}^{a1}$
	2	11.6711	11.4154	14.2163	17.4571	$T_{Л,COBM}^{a2}$
	3	11.4406	11.1763	13.8943	16.5505	$T_{Л,COBM}^{a2}$
	4	11.3282	11.0136	13.8943	11.7867	$T_{Л,COBM}^{a2}$
0.7	1	25.1876	30.6837	34.306	55.3091	$T_{Л,COBM}^{a1}$
	2	17.3056	16.8481	21.3675	29.1793	$T_{Л,COBM}^{a2}$
	3	16.4742	15.9402	17.3171	27.6644	$T_{Л,COBM}^{a2}$
	4	16.1195	15.4215	17.3171	19.6927	$T_{Л,COBM}^{a2}$
0.8	1	44.0209	53.1009	57.1404	102.8575	$T_{Л,COBM}^{a1}$
	2	27.4158	27.6947	34.7528	53.8058	$T_{Л,COBM}^{a1}$
	3	24.7617	25.4062	23.1764	51.0104	$T_{Л,COBM}^{a3}$
	4	23.7322	22.0195	23.1764	36.3398	$T_{Л,COBM}^{a2}$
0.9	1	95.7552	107.874	108.735	213.8461	$T_{Л,COBM}^{a1}$
	2	47.123	56.9411	61.6042	106.9504	$T_{Л,COBM}^{a1}$
	3	39.4506	56.9411	47.1313	101.3358	$T_{Л,COBM}^{a1}$
	4	39.2801	39.3514	39.2801	72.2773	$T_{Л,COBM}^{a1}$

В таблице 4.12 приведены минимальные времена выполнения мультизапроса при совместном и несовместном выполнении образующих его запросов при линейном изменении параметра времени для алгоритмов 1, 2 и 3 для r процессоров при значении параметров $k = 24$, $\Delta = 0.5$.

Таблица 4.12

p	r	$k = 24$				
		$\Delta = 0.5$				
		$T_{Л,СОВМ}^{a1}$	$T_{Л,СОВМ}^{a2}$	$T_{Л,СОВМ}^{a3}$	$T_{Л,НЕСОВМ}$	
0.4	1	9.36258	12.5349	14.2708	18.4715	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	2	7.05284	7.75649	8.62803	9.3211	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	3	7.04163	7.74583	11.9365	9.3211	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	4	7.0327	7.7281	11.9365	6.9283	$T_{Л,НЕСОВМ}$
0.5	1	13.0495	16.7098	19.1946	25.9819	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	2	9.7854	9.98877	11.9348	13.2019	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	3	9.72485	9.92896	13.9962	13.2019	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	4	9.6855	9.84106	13.9962	9.7800	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
0.6	1	19.0233	23.6725	27.0293	39.9642	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	2	13.9375	13.6179	16.9862	20.4602	$T_{Л,СОВМ}^{a2}$
	3	13.6771	13.3467	16.7433	20.4602	$T_{Л,СОВМ}^{a2}$
	4	13.5366	13.1712	16.7433	15.1291	$T_{Л,СОВМ}^{a2}$
0.7	1	29.7727	36.5266	40.8717	68.2312	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	2	20.7237	20.1518	25.5318	35.0804	$T_{Л,СОВМ}^{a2}$
	3	19.7709	19.1035	20.8187	35.0804	$T_{Л,СОВМ}^{a2}$

	4	19.3276	18.5416	20.8187	25.9376	$T_{Л,СОВМ}^{a2}$
0.8	1	52.6964	63.4844	68.2429	129.6617	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	2	32.8639	33.2125	41.5025	66.0950	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	3	29.7881	30.2718	27.7755	66.0950	$T_{Л,СОВМ}^{a3}$
	4	28.5011	26.3603	27.7755	48.9209	$T_{Л,СОВМ}^{a2}$
0.9	1	117.889	129.503	130.164	273.2987	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	2	56.4873	68.2532	73.5508	139.9052	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	3	47.5193	68.2532	56.6136	133.3935	$T_{Л,СОВМ}^{a1}$
	4	47.3062	47.0645	47.3062	98.8643	$T_{Л,СОВМ}^{a2}$

В приведенных таблицах 4.5.2.1 и 4.5.2.2 жирным шрифтом выделены значения, для которых достигается минимальное время для конкретных значений числа процессоров r и вероятности успеха p .

Непосредственно из таблиц 4.5.2.1 и 4.5.2.2 следует, что при **линейном** изменении параметра времени ($\Delta=0.4, 0.5$) предпочтительной по достижению минимального времени выполнения мультizaпроса является совместное выполнение мультizaпроса по алгоритмам 1 и 2, однако для конкретных значений числа процессоров r и вероятности успеха p требуется выбор алгоритма 1 или алгоритма 2.

4.5. Выводы

- 4.5.1 Определено минимальное время выполнения мультизапроса для неупорядоченной и упорядоченной таблицы при изменении параметра времени по закону геометрической и арифметической прогрессии.
- 4.5.2 Разработан оптимальный алгоритм распределения ЭЗ на процессоры.

Основные результаты работы

- Предложен и обоснован метод оптимизации по времени выполнения мультизапроса при обращении к базе данных на основе упорядочивания элементарных запросов.
- Доказаны условия, при которых совместная обработка конъюнктивного мультизапроса обеспечивает не большее время выполнения по отношению к независимой обработке.
- Доказано, что параметр вероятность успеха при выполнении элементарного запроса является существенным параметром, влияющим как на выбор совместного и несовместного метода обработки мультизапроса, так и на определение числа процессоров.
- Разработан метод обеспечения оптимизации многопроцессорной обработки мультизапросов.
- Предложен оптимальный алгоритм распределения элементарных запросов на процессоры.

Литература

1. A. Cosar, J. Srivastava, S. Shekhar, On the multiple pattern multiple object (MPMO) match problem, in: International Conference on Management of Data, India, 1991.
2. Amol Deshpande, Zacchary Ives, Vijayshankar Raman – Adaptive Query Processing // Foundations and Trends in Databases. -2007. –Vol.1, No.1(2007), p.1-140.
3. Chaudhuri S., Dayal U. An Overview of Data Warehousing and OLAP Technology. In ACM SIGMOD Record, March 1997.
4. Chaudhuri S., Shim K. Including Group-By in Query Optimization. In Proc. of VLDB. Santiago, 1994.
5. Chaudhuri S., Shim K. Query Optimization with Aggregate Views. In Proc. of EDBT. Avignon, 1996.
6. CHAUDHURI, S. An overview of query optimization in relational systems. In ACM SIGACT-SIGART-SIGMOD Symposium on Principles of Database Systems (1998).
7. DeWitt D.J., et al. The Gamma database machine project // IEEE Transactins on Knowledge and Data Engineering. -1990. -Vol. 2, No. 1.
8. DeWitt D.J., Gray J. Parallel Database Systems: The Future of High-Performance Database Systems // Communications of the ACM. -1992. -Vol. 35, No. 6.
9. DeWitt D.J., Naughton J.F., Schneider D.A. Parallel Sorting on a Shared-Nothing Architecture using Probabilistic Splitting // Proceedings of the First International Conference on Parallel and Distributed Information Systems (PDIS 1991). Fontainebleu Hilton Resort, Miami Beach, Florida, December 4- 6, 1991. -IEEE-CS, 1991.
10. GASSNER, P., LOHMAN, G. M., SCHIEFE R , K. B., AND WANG, Y. Query optimization in the ibm db2 family. Data Engineering Bulletin 16, 4 (1993).
11. Graefe G., Dewitt D. J. The Exodus Optimizer Generator. In Proc. of ACM SIGMOD. San Francisco, 1987.
12. GRAEFE, G. Query Evaluation Techniques for Large Databases. ACM Computing Surveys 25, 2 (1993).
13. GRAEFE, G. The Cascades Framework for Query Optimization. Data Engineering Bulletin 18, 3 (1995).
14. GRAEFE, G., AND MCKENNA, W. J. The Volcano Optimizer Generator: Extensibility and Efficient Search. In Intl. Conf. on Data Engineering (1993).
15. Gupta A., Harinarayan V., Quass D. Aggregate-query processing in data warehousing environment. In Proc. of VLDB. Zurich, 1995.
16. K. Shim, T. Sellis, D. Nau, Improvements on a heuristic algorithm for multiple-query optimization, Data Knowl. Eng. 12 (2) (1994) 197–222.
17. Levy, A., Mumick, I.S., Sagiv, Y. Query Optimization by Predicate Move-Around In Proc. of VLDB. Santiago, 1994.
18. Matthias Jarke, Jurgen Koch. Query Optimization in Database Systems. Computing Surveys, Vol. 16, No. 2, June 1984.

19. Method and system for query processing, United States Patent 6757670.
20. Mumick I. S., Finkelstein S., Pirahesh H., Ramakrishnan R. Magic is Relevant. In Proc. of ACM SIGMOD, Atlantic City, 1990.
21. Mumick, I.S., Pirahesh, H. Implementation of Magic Sets in Relational Database System. In Proc. of ACM SIGMOD Montreal, 1994.
22. N.N. Dalvi, S.K. Sanghai, P. Roy, S. Sudarshan, Pipelining in multi-query optimization, in: Proceedings of the Twentieth PODS, Santa Barbara, CA, 2001, pp. 59–70.
23. Ono K., Lohman G. M. Measuring the Complexity of Join Enumeration in Query Optimization. In Proc. of VLDB. Brisbane, 1990.
24. P. Roy, S. Seshadri, S. Sudarshan, S. Bhoje, Efficient and extensible algorithms for multi-query optimization, in: Proceedings of the 2000 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data, May 16–18, 2000, Dallas, TX, 2000, pp. 249–260.
25. Paura S.M. Tsai, Arbee L.P. Chen. Optimizing Queries with Foreign Function in a Distributed Environment”, IEEE Trans. On Knowledge and data engineering, vol.14,No.4,July/August 2002.
26. PIRAHESH, H., HELLERSTEIN, J. M., AND HASAN, W. Extensible/Rule Based Query Rewrite Optimization in Starburst. In ACM SIGMOD Intl. Conf. on Management of Data (San Diego, 1992), pp. 39–48.
27. POOSALA, V., IOANNIDIS, Y., HAAS, P., AND SHEKITA, E. Improved histograms for selectivity estimation of range predicates. In ACM SIGMOD Intl. Conf. on Management of Data (1996).
28. Rosental A., Galindo-Legaria C. Query Graphs, Implementing Trees, and Freely Reroderable Outerjoins. In Proc. of ACM SIGMOD. Atlantic City, 1990.
29. Selinger P. G., Astrahan M. M., Chamberlin D. D., Lorie R. A., Price T. G. Access Path Selection in a Relational Database System. In Reading in Database Systems. Morgan Kaufman.
30. SELINGER, P., ASTRAHAN, M. M., CHAMBERLIN, D. D., LORIE, R. A., AND PRICE, T. G. Access path selection in a relational database management system. In ACM SIGMOD Intl. Conf. on Management of Data (1979), pp. 23–34.
31. Seshardi P., et al. Cost Based Optimization for Magic: Algebra and Implementation. In Proc. of ACM SIGMOD. Montreal, 1996.
32. Seshardi P., Pirahesh H., Leung T. Y. C. Decorrelating complex queries. In Proc. of the IEEE International Conference on Data Engineering, 1996.
33. T. Sellis, Multiple query optimization, ACM Transactions on Database Systems 13 (1) (1988) 23–52.
34. U.S. Chakravarthy, A. Rosenthal, Anatomy of a modular multiple query optimizer, in: Proceedings of the VLDB, 1988, pp. 230–239.
35. Yan Y. P., Larson P. A. Eager aggregation and lazy aggregation. In Proc. of VLDB Conference. Zurich, 1995.
36. Брехов О.М. Аналитическая оценка оптимальной обработки запросов // Успехи современной радиоэлектроники. 2012. Т.12. №7. С. 37-45.

37. Брехов О.М., Вунна Джо Джо, Оценка времени выполнения мультизапроса//Электронный журнал «Труды МАИ», 2014, № 76.
38. Брехов О.М., Вунна Джо Джо, Тан Хлаинг Мьинт. Оптимизация плана выполнения мульти и вложенных запросов // Журнал «Научноёмкие технологии» 2014г. №1, с. 101-106.
39. Брехов О.М., Вунна Джо Джо. Тан Хлаинг Мьинт. Оптимизация плана выполнения мульти и вложенных запросов // Журнал «Научноёмкие технологии» 2014г. №1, с. 101-106.
40. Брехов О.М., Мьо Тант. Оптимизация обработки запросов в многопроцессорной базе данных // Вестник Московского авиационного института. 2012. Т.19. № 5. С.138-146.
41. Вунна Джо Джо, Оптимизация плана выполнения мультизапроса // 13-я Международная конференция МАИ «Авиация и космонавтика-2013»,12–15 ноября 2013.
42. Гольдштейн М.Л. Мультипроцессорная вычислительная система на базе транспьютерной идеологии // Алгоритмы и программные средства параллельных вычислений: Сб. науч. тр. / ИММ УрО РАН.Екатеринбург: УрО РАН, 1995.
43. Григорьев Ю.А. Разработка научных основ проектирования архитектуры распределенных систем обработки данных: Дис. д-ра техн. наук. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 17.10.96 г.
44. Кузнецов С.Д. – «Базы данных: языки и модели», Москва, Бином, 2008, 720 с.
45. Кузнецов С.Д. Логическая оптимизация запросов в реляционных СУБД // Программирование.
46. Кузнецов С.Д. Методы оптимизации выполнения запросов в реляционных СУБД // Сб. Итоги науки и техники. Вычислительные науки. -Т.1. -М: ВИНТИ, 1989.
47. Кузнецов С.Д. Основы баз данных. - М.: Изд-во "Интернет-университет информационных технологий - ИНТУИТ.ру", 2005.
48. Н.А. Гребенников, В.М. Постников //Организация баз данных, 2002 г. (Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана).
49. Сиротюк В.О. Модели и методы синтеза оптимальных логических структур и базы метаданных репозитария распределенных баз данных в АСУ // Автоматика и телемеханика (М.). 1999. № 1.
50. Соколинский Л.Б. Организация параллельного выполнения запросов в многопроцессорной машине баз данных с иерархической архитектурой // Программирование.
- 51.Соколинский Л.Б. Параллельные машины баз данных // Природа. Естественно-научный журнал Российской академии наук. -2001.