

Тепловые процессы в технике. 2024. Т. 16. № 4. С. 181–190
Thermal processes in engineering, 2024, vol. 16, no. 4, pp. 181–190

Научная статья
УДК 621.431.37

Инженерная методика проектной оценки параметров гидравлических ударов при срабатывании запорной арматуры в трубопроводах жидкостных ракетных двигательных установок

Н.В. Диесперов¹, А.С. Мякочин²✉

¹Конструкторское бюро «Салют» Государственного космического научно-производственного центра им. М.В. Хруничева, Москва, Россия

²Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия
✉ig_3@mail.ru

Аннотация. В работе представлены подходы к расчету гидроударов в заправочных магистралях ракет-носителей при наземной подготовке к запуску с учетом особенностей их геометрии и расположения относительно горизонта. Для решения данной задачи рассматривается математическая модель, основанная на методе характеристик и решении уравнений Мак – Кормака. Полученное решение сопоставлено с более упрощенным подходом – оценкой по формуле Жуковского. Сделаны оценки для пиковых значений давления и скорости компонента топлива при окончании заправки и закрытии клапанов. По результатам работы сформировано программное обеспечение для расчета на языке VisualBasic, которое позволяет на стадии проектирования изделий космической техники произвести быструю предварительную оценку при решении подобных задач.

Ключевые слова: гидроудар, пиковые значения, математическое моделирование, метод характеристик, заправочная магистраль

Для цитирования. Диесперов Н.В., Мякочин А.С. Инженерная методика проектной оценки параметров гидравлических ударов при срабатывании запорной арматуры в трубопроводах жидкостных ракетных двигательных установок // Тепловые процессы в технике. 2024. Т. 16. № 4. С. 181–190. URL: <https://tptmai.ru/publications.php?ID=181379>

Original article

Engineering methodology for design evaluation of hydraulic shock parameters when shut-off valves are triggered in pipelines of liquid rocket propulsion systems

N.V. Diesperov¹, A.S. Myakochin²✉¹*Salyut Machine-Building Production Association of the Khrunichev State Research and Production Space Center, Moscow, Russia*²*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*

✉ig_3@mail.ru

Abstract. Approaches to the calculation of hydrostrikes in the refueling lines of launch vehicles and upper stages during ground preparation for launch are considered, taking into account the complexities of the geometry and location. On the basis of the MakCormack method, a mathematical model is formed and an assessment of the hydrostrike is evaluated by characteristics method. The obtained solution is compared with more simplified methods (Zhukovsky formula) so with the results of the experiment. The dependences for the peak values of the pressure and velocity of the fuel component at the end of refueling and closing the valves are obtained. This model can be used for preliminary engineering assessments at the stage of development and maintenance of space technics.

Keywords: boiling, drainage system, in-tank processes, mathematical modeling, the bulk temperature, swelling

For citation. Diesperov N.V., Myakochin A.S. Engineering methodology for design evaluation of hydraulic shock parameters when shut-off valves are triggered in pipelines of liquid rocket propulsion systems. *Thermal processes in engineering*, 2024, vol. 16, no. 4, pp. 181–190. (In Russ.). URL: <https://tptmai.ru/publications.php?ID=181379>

Введение

В статье проведен расчет пиковых значений давления в магистрали заправки перспективной российской ракеты-носителя, возникающих после окончания закачки компонентов топлива (КТ) в топливные баки в ходе предстартовой подготовки.

Актуальность работы обусловлена разработкой нового стартового комплекса для ракеты-носителя и, соответственно, необходимостью получения рабочей методики, включающей программное обеспечение, для расчета параметров гидроудара в магистрали заправки. Результаты работы могут быть применены для решения аналогичных задач, возникающих в процессе проектирования и сопровождения других космических систем.

Научная новизна работы состоит в применении метода характеристик для решения данной задачи по расчету сложной магистрали заправ-

ки, включающей несколько соединенных участков различной длины, диаметра, угла наклона к поверхности, а также имеющей конечное время закрытия заправочно-сливного клапана (ЗСК) в конце магистрали.

По результатам работы обоснована и адаптирована математическая модель, написана расчетная программа на языке VisualBasic и проведены расчеты. Кроме того, в рамках эскизного проекта проведены оценки гидроудара в магистрали питания 3-й ступени ракеты-носителя. Разработанный аппарат может в дальнейшем использоваться для решения проектных задач, связанных с оценкой гидроудара как в магистралях заправки, так и в любых магистралях подачи топлива, включая бортовые топливные магистрали.

Постановка задачи

Есть некоторая заправочная магистраль, состоящая из семи различных участков, каждый из которых имеет свои геометрические параметры –

длину и диаметр (l, d) и угол наклона к горизонту (α). В конце магистрали стоит ЗСК. По магистрали начинается подача компонента топлива в топливные баки ракеты-носителя. Компонент топлива подается с заданным расходом Q при заданном давлении P .

В какой-то момент происходит прекращение подачи топлива путем закрытия ЗСК с характерным временем τ , то есть время закрытия ЗСК равно τ .

Требуется определить пиковое значение в магистрали при закрытии клапана.

Математическая модель

Традиционно в инженерной практике для расчета гидроудара в магистралях применяется методика инженерной оценки, основанная на формуле Жуковского. Однако эта методика может давать повышенную погрешность на реальных составных трубопроводах. Погрешность расчетов по данной методике обусловлена сложностями учета сопротивлений трения, местных сопротивлений и силы тяжести. Тем не менее данная методика проста в вычислениях, не требует компьютерных ресурсов и, соответственно, подходит для предварительной оценки порядков вычисляемого значения гидроудара.

Поэтому для решения задачи предлагается рассмотреть математическую модель, основанную на методе характеристик и решении уравнений Мак – Кормака, а затем сопоставить полученные результаты с методикой инженерной оценки, основанной на формуле Жуковского для расчета гидроудара.

Формула Жуковского

Наиболее распространенной методикой для предварительной оценки гидроудара при решении проектных задач является расчет по формуле Жуковского:

$$\Delta P = \rho \times a \times V, \quad (1)$$

где a – скорость распространения ударной волны по трубопроводу, м/с;

V – средняя скорость среды в трубопроводе, м/с;

ρ – плотность среды при рабочих температуре и давлении, кг/м³.

Скорость распространения ударной волны зависит не только от свойств жидкости, но и от

материала трубы, ее диаметра, толщины стенок [2, 4] и определяется по формуле:

$$a = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon \times d}{E \times \delta}}}, \quad (2)$$

где ε, E – модуль упругости жидкости и материала стенки трубопровода, Н/м²;

d, δ – средний диаметр и толщина стенки трубопровода, м;

c – скорость звука в неограниченной жидкости, м/с.

В случае магистрали, длина, диаметр, и толщина стенок которой изменяются вдоль магистрали, достаточно точные результаты могут быть получены, если в формулу (1) подставить вместо a и V осредненные величины [4,10], которые определяются по формулам:

$$a = \frac{\sum_i l_i}{\sum_i \frac{l_i}{a_i}}, \quad (3)$$

$$V = \frac{\sum_i (l_i \times V_i)}{\sum_i l_i}, \quad (4)$$

где a_i, V_i – скорость упругой волны и скорость течения жидкости для каждого участка длиной l_i ;

V_i – определяется для каждого участка диаметром d_i [1, 4, 6] по формуле:

$$V_i = \frac{4 \times \dot{G}}{\pi \times \rho \times d_i^2}, \quad (5)$$

где \dot{G} – массовый расход КТ через магистраль, кг/с.

Формула (1) справедлива в предположении, что клапан закрывается мгновенно. Если время закрытия клапана известно (t_3), то в формуле (1) величина гидроудара умножается на отношение t_ϕ/t_3 , где t_3 – время закрытия клапана, с; t_ϕ – время фазы (время двойного пробега ударной волны), с (если $t_3 > t_\phi$).

Время фазы [2] рассчитывается по формуле:

$$t_\phi = \frac{2 \times \sum_i l_i}{a}. \quad (6)$$

Таким образом, на основании формул (1)–(6) мы можем получить предварительную оценку гидроудара в магистрали питания сложной геометрии:

$$P_{гидроуд} = P_{нач} + \Delta P.$$

Метод характеристик

Для реализации расчета методом характеристик было введено допущение о распределенном по длине трубопровода гидравлическом сопротивлении.

Движущаяся жидкость теряет часть своего напора за счет потерь давления на местных сопротивлениях, характеризующихся коэффициентом ξ_m и потерь давления из-за трения, определяемых по коэффициенту сопротивления трения λ_T . В гидравлике при расчете потерь напора полезно применять метод суперпозиции, при котором общие потери давления можно относить к любому сечению рассматриваемого трубопровода. Поэтому для удобства проведения дальнейших расчетов потери давления на местных сопротивлениях отдельного i -го трубопровода считаются равномерно распределенными по всей его длине l и определяются только одним эквивалентным коэффициентом трения λ_e [5, 13], определяемым по формуле:

$$\lambda_e = \lambda_T + \sum \xi_M \frac{d}{l}, \quad (7)$$

где d, l – диаметр и длина трубопровода.

В общем случае для описания неустановившегося движения жидкого компонента топлива по магистрали постоянного проходного сечения используются уравнения сохранения массы и количества движения [2, 5, 14] в виде (приведены уравнения для случая отсутствия перепада высот):

$$\frac{dP}{d\tau} + a^2 \frac{d\rho u}{dx} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{d\rho u}{d\tau} + \frac{dP}{dX} + \lambda_e \frac{\rho u^2}{2d} = 0, \quad (9)$$

где a – приведенная скорость звука в жидкости.

Если принять предположения Н.Е. Жуковского, что инерция стенок трубопровода при деформациях может не учитываться, а деформация жидкости и стенок трубопровода подчиняется закону Гука, то приведенную скорость звука можно представить в следующем виде:

$$a = a_0 \left(1 + \frac{dM}{\delta W}\right)^{-0,5}, \quad (10)$$

где a_0 – скорость распространения звука в жидкости; δ – толщина стенок трубопровода; M, W – соответственно модуль объемного сжатия жидкости и модуль упругости первого рода материала трубы.

В месте разветвления магистралей, где общий поток компонента топлива разделяется на несколько частей, для взаимосвязи параметров используются уравнения сохранения массы и импульса [1] в виде:

$$\rho u_0 f_0 = \sum \rho u_i f_i, \quad (11)$$

$$P_0 f_0 + \rho u_0 f_0 = \sum f_i (P_i + \rho u_i^2), \quad (12)$$

где индекс «0» характеризует общий трубопровод; индекс « i » относится к i -му трубопроводу после разветвления; f – площадь проходного сечения трубопровода.

Поскольку в уравнении сохранения импульса (12) основной составляющей является та, где учитывается давление, составляющей со скоростным напором допускается пренебречь.

Для решения части уравнений движения (9), (10) в данной работе использован метод характеристик, суть которого сводится к следующему.

Предварительно по траектории движения фронта возмущения в том или ином трубопроводе подачи компонента топлива записываются соотношения [7, 8, 12, 16]:

$$du = \frac{du}{dX} dX + \frac{du}{d\tau} d\tau, \quad dP = \frac{dP}{dX} dX + \frac{dP}{d\tau} d\tau. \quad (13)$$

Рассматривая эти зависимости совместно с уравнениями (8), (9), получим следующую систему для нахождения частных производных

$$\frac{d\rho u}{dX}, \frac{dP}{dX}:$$

$$a^2 \frac{d\rho u}{dX} - \frac{dX}{d\tau} \frac{dP}{dX} = - \frac{dP}{d\tau} \quad (14)$$

$$\frac{dX}{d\tau} \frac{d\rho u}{dX} - \frac{dP}{dX} = \frac{d\rho u}{d\tau} + \lambda_e \frac{\rho u^2}{2d}.$$

Определитель этой системы дает два уравнения направления характеристик:

$$ad\tau - dX = 0, \quad (15)$$

$$ad\tau + dX = 0. \quad (16)$$

Если в определителе системы (14) мы последовательно заменим 1-й и 2-й столбцы правыми частями, то получим следующие соотношения, которые справедливы на направлениях характеристик (15), (16), а также с учетом добавления силы тяжести [3, 4, 11, 15]:

$$dP + ad\rho u + \lambda_e \rho u^2 \frac{dX}{2d} - \rho g n x \cos \alpha = 0, \quad (17)$$

$$dP - ad\rho u + \lambda_e \rho u^2 \frac{dX}{2d} - \rho g n x \cos \alpha = 0, \quad (18)$$

где $n x$ – перегрузка.

Для определения параметров неустановившегося движения топлива в магистралях, распространения волн возмущения при изменении режима работы двигателей и выхода на установившийся режим применен метод Массо, в основе которого лежит замена дифференциальных уравнений (17), (18) соответствующими конечно-разностными уравнениями. Идея в том, что в плоскости (x, τ) рассматриваются две близкие точки 1 и 2 (рис. 1), координаты которых (x_1, τ_1) и (x_2, τ_2) .

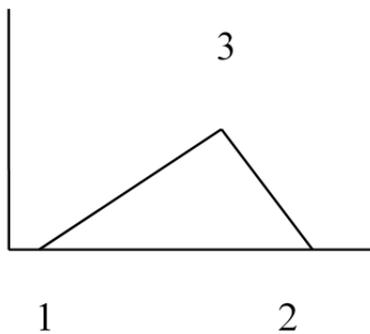


Рис. 1. Схема метода характеристик

Пусть в этих точках известны значения функции P и ρu и равны $P_1, \rho u_1$ и $P_2, \rho u_2$.

Через точку 1 проведем прямую в направлении характеристики первого семейства (15), а через точку 2 – прямую в направлении характеристики второго семейства (16). Эти прямые пересекутся в некоторой точке 3, координаты которой определяются из системы уравнений [3, 9, 12]:

$$x_3 - x_1 = a(\tau_3 - \tau_1), \quad (19)$$

$$x_3 - x_2 = a(\tau_2 - \tau_3). \quad (20)$$

Уравнения (19), (20) получены из (15), (16) заменой входящих в них дифференциалов конечными разностями.

Точно так же из системы (17), (18) получим следующие конечно-разностные соотношения для определения параметров в точке 3:

$$P_3 - P_1 + a(\rho u_3 - \rho u_1) + \lambda_e \rho u_1^2 \frac{(x_3 - x_1)}{2d} - \rho g n x \cos \alpha = 0, \quad (21)$$

$$P_3 - P_2 - a(\rho u_3 - \rho u_2) + \lambda_e \rho u_2^2 \frac{(x_3 - x_2)}{2d} - \rho g n x \cos \alpha = 0. \quad (22)$$

Переходя от точки к точке (при заданных значениях параметров на прямой, проходящей через точки 1 и 2), последовательно определяют значения во всей плоскости (x, τ) .

При решении рассматриваемой задачи необходимо учесть следующие дополнительные моменты:

начальные условия задаются на основании решения уравнения Бернулли по установившемуся потоку с учетом гидравлических потерь. В данной статье начальные профили давления и скорости приведены на рис. 2 и 3.

граничные условия задаются по одному из параметров – давлению или скорости. Соотношения на границе для другого параметра формируются на основании соотношений на одной из характеристик, в зависимости от того, на какой границе формулируются граничные условия. Кроме того, конкретно для данной задачи граничные условия на правом конце задаются на основании расходной характеристики ЗСК в конце магистрали. В данной задаче применяется линейный закон закрытия ЗСК, приведенный на рис. 2.

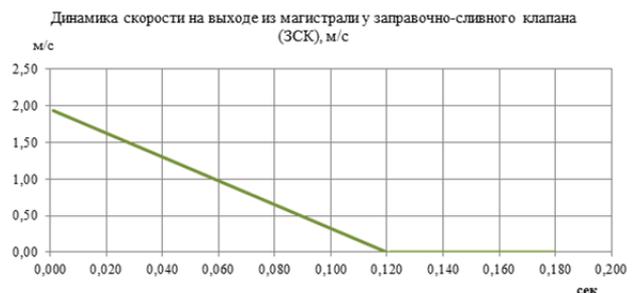


Рис. 2. Закон изменения скорости потока от времени при закрытии ЗСК

условия сопряжения на стыках участков магистрали формируются на основании приравнивания на правой характеристике предыдущего участка и левой характеристики последующего давления и расхода.

Результаты расчета и исходные данные

В рамках рассмотренной модели были выполнены расчеты для трех вариантов исходных данных.

В первом варианте были проведены расчеты для тестовой задачи с простой прямой магистралью подачи топлива, имеющей по всей длине одинаковый диаметр. Целью данного расчета была проверка корректности расчета по рассмотренной модели на основе уравнений Мак – Кормака и сопоставление полученных результатов с результатами оценки по формуле Жуковского.

Во втором варианте приводятся результаты расчетов собственно рассматриваемой задачи сложной сочлененной магистрали заправки, состоящей из нескольких участков, имеющих разные длины и разные диаметры с конечным временем закрытия клапана в конце магистрали.

В третьем варианте производятся расчеты задачи с исходными данными, не реализуемыми с точки зрения физики с целью изучения поведения модели в данном случае.

Исходные данные по гидродинамическим, гидравлическим и геометрическим параметрам для рассматриваемой задачи приведены в конце данного раздела в табл. 5.

Вариант 1

В данном варианте рассматривается тестовая задача по расчету простой магистрали заправки (состоящей из одного участка заданных длины и диаметра, приведенных в исходных данных в конце раздела) компонентами топлива. В конце магистрали находится ЗСК с конечным временем закрытия и линейным законом изменения расхода, представленным на рис. 2.

Расчет проводился по методу характеристик, рассматриваемому в задаче и формуле Жуковского (табл. 1). По результатам расчета были получены следующие оценки пикового значения давления в магистрали (гидроудара):

Таблица 1. Результаты расчета простой магистрали

Оценка по формуле Жуковского (кгс/см ²)	Расчет методом характеристик (уравнения Мак – Кормака) (кгс/см ²)
18,15	18,17

Из табл. 1 видно, что результаты расчета по двум методикам практически идентичны, что говорит о корректности расчетов по рассматриваемой модели.

Вариант 2

В данном варианте произведен расчет теперь основной задачи, а именно расчет гидроудара в сложной сочлененной магистрали. В конце магистрали находится ЗСК с конечным временем закрытия и линейным законом изменения расхода, представленным на рис. 2.

Расчет проводился по методу характеристик, рассматриваемому в задаче и формуле Жуковского. Основные результаты расчетов приведены в табл. 2 и на рис. 3–5.

Таблица 2. Результаты расчета сложной магистрали

Оценка по формуле Жуковского (кгс/см ²)	Расчет методом характеристик (уравнения Мак – Кормака) (кгс/см ²)
26,82	21,50

Из табл. 2 видно, что расчетные значения пиковых давлений, полученных по формуле Жуковского методом характеристик (уравнения Мак – Кормака) несколько различаются.

На рис. 3 показано, что пиковое значение давления (гидроудар) достигается в момент времени $t = 0,12$ с, что соответствует времени полного закрытия ЗСК.

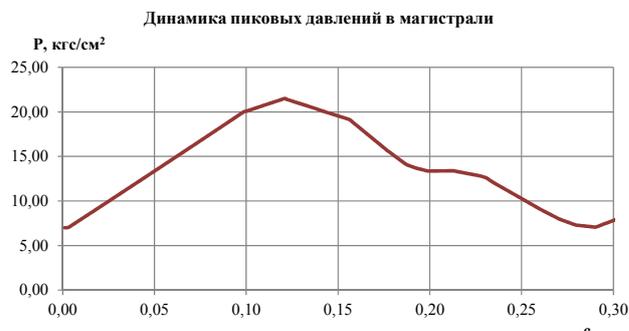


Рис. 3. Изменение пикового давления в магистрали

На рис. 4 показано, что пиковое значение давления у ЗСК также достигается в момент времени $t = 0,12$ с, что соответствует времени полного закрытия ЗСК. Соответственно, мы можем определить время и место максимума давления в системе.

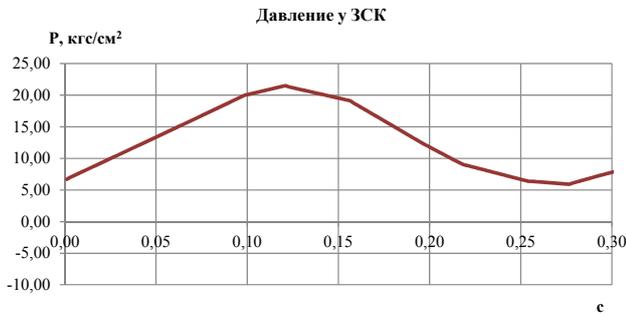


Рис. 4. Изменение давления у ЗСК

Из рис. 5 видно, что скорость в магистрали постепенно затухает. Это говорит о том, что модель отражает физическую суть процесса.



Рис. 5. Изменение пиковой скорости в магистрали

Вариант 3

В данном варианте произведен расчет основной задачи, именно расчет гидроудара в сложной сочлененной магистрали, однако имеющей несколько другую геометрию (исходные данные приведены в конце раздела).

Расчет проводился по методу характеристик, рассматриваемому в задаче и формуле Жуковского. Основные результаты расчетов приведены в табл. 3 и на рис. 6.

Таблица 3. Результаты расчета сложной магистрали

Оценка по формуле Жуковского (кгс/см ²)	Расчет методом характеристик (уравнения Мак – Кормака) (кгс/см ²)
408,27	121,31

Как видно из табл. 3, расчетные значения пиковых давлений, полученных по формуле Жуковского методом характеристик (уравнения Мак – Кормака) сильно различаются, однако такое решение является мнимым, что наглядно показано на рис. 6.

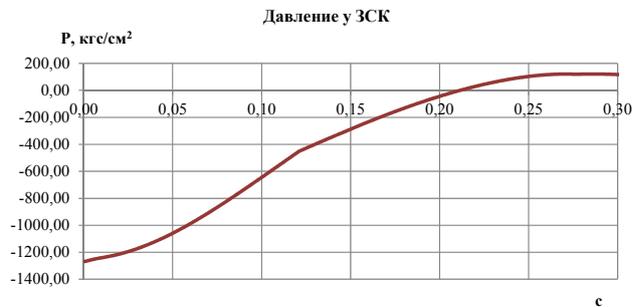


Рис. 6. Изменение давления у ЗСК

Пиковое значение давления у ЗСК является отрицательным. Основной причинной этого является то, что при таких параметрах магистрали ее гидравлическое сопротивление не позволит потоку с заданными начальными данными дойти до конца магистрали в зону расположения ЗСК, то есть физически такая модель не реализуема, что отражает рассматриваемая математическая модель.

При этом при использовании для расчета формулы Жуковского получается положительное значение пикового значения давления, так как она не учитывает гидравлическое сопротивление магистрали и, соответственно, при расчете по ней получаются значения для течения, которое не реализуемо с точки зрения физики.

Исходные данные для расчета

Таблица 4. Исходные данные для расчета сложной магистрали

№	Параметры		Значение
	Символ	Описание	
1	P	Давление в начале магистрали, кгс/см ²	7
2	Q	Начальный расход в магистрали, м/с	3,5
3	$t_{\text{полн. закр}}$	Время полного закрытия ЗСК, с	0,12
4	ρ	Плотность компонента, кг/м ³	1138
5	a	скорость звука 1, м/с	900
6	λ	коэффициент Дарси – Вейсбаха	0,02
7	g	ускорение свободного падения	9,8
8	n_x	перегрузка	1

Данные для различных вариантов расчета

Все рассмотренные выше варианты имеют различие только в геометрических характеристиках магистралей, поэтому они приводятся ниже.

Таблица 5. Исходные данные для рассмотренных вариантов расчета

	l (м)	d (мм)	α УГОЛ между осью трубопровода и направлением силы тяжести
Вариант 1			
Участок № 1	20	100	90
Вариант 2			
Участок № 1	20	100	90
Участок № 2	20	100	90
Участок № 3	27	100	90
Участок № 4	26	65	90
Участок № 5	20	50	90
Участок № 6	23	50	90
Участок № 7	1	45	90
Вариант 3			
Участок № 1	20	10	90

Кроме того, целесообразно привести графики начального распределения давлений для вариантов расчета 2 и 3.

Для варианта 2. На рис. 7 показано, что давление по длине магистрали падает очень незначительно (по оси ординат точки разбиения магистрали для проведения расчета).



Рис. 7. Распределение начального давления в соответствии с гидравлическими характеристиками магистрали

Для варианта 3. Давление по длине магистрали резко падает и становится меньше нуля, что не реально (рис. 8). При таких гидравлических характеристиках поток не дойдет до зоны расположения ЗСК в конце магистрали.



Рис. 8. Распределение начального давления в соответствии с гидравлическими характеристиками магистрали

Заключение

1. В работе предложена математическая модель, основанная на методе характеристик и решении уравнений Мак – Кормака для расчета гидроударов в сложных сочлененных магистралях.

2. Данная модель верифицирована (проверена) для расчета гидроудара в простой магистрали на другой распространенной в инженерной практике методике оценки гидроударов – формуле Жуковского.

3. С помощью рассмотренной в работе модели произведен расчет гидроудара в сложной сочлененной магистрали заправки с конечным временем закрытия клапана в конце магистрали.

4. По сравнению с формулой Жуковского рассмотренная модель является более гибким инструментом в решении подобных задач по оценке гидроудара, поскольку более четко учитывает время закрытия клапана, гидравлические сопротивления магистрали, силу тяжести и расположение магистрали относительно линии горизонта.

5. Предложенная модель может применяться для расчета гидроударов на ранних стадиях проектирования совместно с формулой Жуковского по принципу «предиктор-корректор». По результатам работы создана компьютерная программа, которая осуществляет расчет гидроудара в магистралях по обоим рассмотренным в работе методикам.

Список источников

1. Федоров В.И. Исследование тепломассообмена в баках кислородно углеводородных и кислородно водородных ракет носителей во время работы двигательной установки // Известия РАН. Энергетика. 2012. № 2. С. 44–53.
2. Бершадский В.А., Петров В.И., Соколов Б.А., Туманин Е.Н. Способы регулирования теплового со-

- стояния криогенного топлива в баках двигательной установки при предстартовых операциях // Известия РАН. Энергетика. 2017. № 4. С. 95–105.
3. **Belyaev A.Yu., Ivanov A.V., Egorov S.D., Voyteshonok V.S., Mironov V.M., Rogozhinsky V.V., Sokolov B.A., Tumanin Y.N., Fyodorov V.I., Aksentsov A.A.** Pathways to solve the problem of cryogenic rocket propellant long storage in space // Proceedings International Aerospace Congress (15–19 August, Moscow). 1994. Vol. 1. P. 558–562.
 4. **Черкасов С.Г.** Естественная конвекция и температурная стратификация в криогенном топливном баке в условиях микрогравитации // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1994. № 5. С. 142–149.
 5. **Амирханян Н.В., Черкасов С.Г.** Теоретический анализ и методика расчета теплофизических процессов, протекающих в криогенной емкости в режиме бездренажного хранения // Теплофизика высоких температур. 2001. Т. 39. № 6. С. 970–976.
 6. **Черкасов С.Г., Миронов В.В., Миронова Н.А., Моисеева Л.А.** Метод расчета скорости роста давления при бездренажном хранении жидкого водорода в емкостях // Известия РАН. Энергетика. 2012. № 4. С. 151–159.
 7. **Черкасов С.Г., Ананьев А.В., Миронов В.В., Моисеева Л.А.** Температурное расслоение в вертикальной цилиндрической емкости с турбулентным свободно-конвективным пограничным слоем // Известия РАН. Энергетика. 2016. № 4. С. 137–146.
 8. **Полежаев В.И.** Конвективное взаимодействие в цилиндрическом сосуде, частично заполненном жидкостью, при подводе тепла к боковой и свободной поверхностям и дну // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1972. № 4. С. 77–88.
 9. **Вальциферов Ю.В., Полежаев В.И.** Конвективный теплообмен в замкнутом осесимметричном сосуде с криволинейной образующей при наличии поверхности раздела фаз и фазовых переходов // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1975. № 6. С. 126–134.
 10. **Полежаев В.И., Черкасов С.Г.** Нестационарная тепловая конвекция в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1983. № 4. С. 148–157.
 11. **Черкасов С.Г.** Естественная конвекция в вертикальном цилиндрическом сосуде при подводе тепла к боковой и свободной поверхностям // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1984. № 6. С. 51–57.
 12. **Черкасов С.Г.** Квазистационарный режим конвекции в вертикальном цилиндрическом сосуде // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1986. № 1. С. 146–152.
 13. **Моисеева Л.А., Черкасов С.Г.** Теоретическое исследование влияния теплопроводности стенки на процессы свободноконвективного теплообмена в вертикальной цилиндрической емкости. Теплофизика высоких температур. 2002. Т. 40. № 3. С. 485–493.
 14. **Ананьев А.А., Миронов В.В., Моисеева Л.А., Черкасов С.Г.** Анизотропное влияние естественной конвекции на температурное расслоение в емкости при наличии устойчивой температурной стратификации // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 5. С. 96–106.
 15. **Черкасов С.Г., Ананьев А.В., Миронов В.В., Моисеева Л.А.** Температурное расслоение в вертикальной цилиндрической емкости с турбулентным свободно-конвективным пограничным слоем. Известия РАН. Энергетика. 2016. № 4. С. 137–146.
 16. **Черкасов С.Г., Лаптев И.В., Ананьев А.В., Городнов А.О.** Рост давления при нестационарной естественной конвекции в вертикальном цилиндрическом сосуде с постоянной температурой нижней границы. Тепловые процессы в технике. 2019. Т. 11. № 5. С. 203–215.

References

1. **Fedorov V.I.** A Study of heat mass transfer in the oxygen hydrocarbon and oxygen hydrogen launchvehicle tanks during the propulsion system or burning. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Ehnergetika*, 2012, no. 2, pp. 43–53.
2. **Bershadsky V.A., Petrov V.I., Sokolov B.A., Tumanin E.N.** Methods regulating of the thermal state cryogenic fuel in the tanks of propulsion system during pre-launch operations. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Ehnergetika*, 2017, no. 4, pp. 95–105.
3. **Belyaev A.Yu., Ivanov A.V., Egorov S.D., Voyteshonok V.S., Mironov V.M., Rogozhinsky V.V., Sokolov B.A., Tumanin Y.N., Fyodorov V.I., Aksentsov A.A.** Pathways to solve the problem of cryogenic rocket propellant long storage in space // Proceedings International Aerospace Congress (15–19 August, 1994, Moscow). Moscow, 1994, vol. 1, pp. 558–562.
4. **Cherkasov S.G.** Estestvennaya konvektsiya i temperaturnaya stratifikatsiya v kriogennom toplivnom bake v usloviyakh mikrogravitatsii [Natural convection and temperature stratification in a cryogenic fuel tank in microgravity]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1994, vol. 29, no. 5, pp. 710–718.
5. **Amirkhanyan N.V., Cherkasov S.G.** Theoretical analysis and procedure for the calculation of thermophysical processes occurring in a cryogenic vessel under conditions of nonvented storage. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2001, vol. 39, no. 6, pp. 970–976.
6. **Cherkasov S.G., Mironov V.V., Mironova N.A., Moiseeva L.A.** Method of calculation of pressure velocity growth at non-drainage storage of liquid hydrogen in enclosures. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Ehnergetika*, 2012, no. 4, pp. 151–159.
7. **Cherkasov S.G., Ananyev A.V., Mironov V.V., Moiseeva L.A.** Temperature stratification in a vertical cylindrical enclosure with turbulent natural-convective boundary layer. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Ehnergetika*, 2016, no. 4, pp. 137–146.

8. **Polezhaev V.I.** Konvektivnoe vzaimodeistvie v tsilindricheskom sosude, chastichno zapolnennom zhidkost'yu, pri podvode tepla k bokovoi i svobodnoi poverkhnostyam i dnu [Convective interaction in a cylindrical vessel partially filled with liquid when heat is supplied to the side and free surfaces and bottom]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1972, no. 4, pp. 77–88.
9. **Valtsiferov Yu.V., Polezhaev V.I.** Konvektivnyi teploobmen v zamknutom osesimmetrichnom sosude s krivolineinoi obrazuyushchei pri nalichii poverkhnosti razdela faz i fazovykh perekhodov [Convective heat transfer in a closed axisymmetric vessel with a curved generatrix in the presence of a phase interface and phase transitions]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1975, no. 6, pp. 126–134.
10. **Polezhaev V.I., Cherkasov S.G.** Nestatsionarnaya teplovaya konvektsiya v tsilindricheskom sosude pri bokovom podvode tepla [Unsteady thermal convection in a cylindrical vessel heated from the side]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1983, no. 4, pp. 148–157.
11. **Cherkasov S.G.** Estestvennaya konvektsiya v vertikal'nom tsilindricheskom sosude pri podvode tepla k bokovoi i svobodnoi poverkhnostyam [Natural convection in a cylindrical vessel with heat supplied to its side and free surfaces]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1984, no. 6, pp. 51–57.
12. **Cherkasov S.G.** Kvazistatsionarnyi rezhim konvektsii v vertikal'nom tsilindricheskom sosude [Quasisteady free convection regime in a vertical cylindrical vessel]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1986, no. 1, pp. 146–152.
13. **Moiseeva L.A., Cherkasov S.G.** Theoretical investigation of the effect of the thermal conductivity of a wall on the processes of free-convective heat transfer in a vertical cylindrical tank. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2002, vol. 40, no. 3, pp. 485–493.
14. **Anan'ev A.V., Mironov V.V., Moiseeva L.A., Cherkasov S.G.** Anizotropnoe vliyanie estestvennoi konvektsii na temperaturnoe rassloenie v emkosti pri nalichii ustoichivoi temperaturnoi stratifikatsii [Anisotropic effect of natural convection on the temperature field in an enclosure in the presence of stable temperature stratification]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 2015, vol. 50, no. 5, pp. 681–690.
15. **Cherkasov S.G., Ananyev A.V., Mironov V.V., Moiseeva L.A.** Temperaturnoe rassloenie v vertikal'noi tsilindricheskoj emkosti s turbulentnym svobodno-konvektivnym pogranchnym sloem [Temperature stratification in a vertical cylindrical container with a turbulent free-convective boundary layer]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Ehnergetika*, 2016, no. 4, pp. 137–146.
16. **Cherkasov S.G., Laptev I.V., Ananyev A.V., Gorodnov A.O.** Pressure rise during unsteady natural convection of hydrogen vapor in a vertical cylinder with isothermal bottom boundary. *Thermal processes in engineering*, 2019, vol. 11, no. 5, pp. 203–215.

Статья поступила в редакцию 05.04.2024; одобрена после рецензирования 15.04.2024; принята к публикации 25.04.2024.

The article was submitted on 05.04.2024; approved after reviewing on 15.04.2024; accepted for publication on 25.04.2024.