

**ОТЗЫВ**  
**официального оппонента**  
**о диссертации Волкова Евгения Валерьевича**  
**«ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ И**  
**ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ В ПЛОСКОЙ КРУГОВОЙ ОГРАНИЧЕННОЙ**  
**ЗАДАЧЕ ЧЕТЫРЁХ ТЕЛ»,**  
**представленной на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**по специальности 1.1.7. – Теоретическая механика, динамика машин**

В диссертации Волкова Евгения Валерьевича рассматривается задача четырёх тел в одной из ограниченных постановок, суть которой состоит в следующем. Изучается движение тела малой массы в гравитационном поле трёх основных тел. Основные тела взаимодействуют друг с другом по закону всемирного тяготения, образуют равносторонний треугольник и движутся по круговым орбитам, а тело малой массы всё время располагается в плоскости движения основных тел. Исследование задачи в такой постановке, помимо теоретической важности, несомненно, также имеет и прикладной интерес.

В движущейся вместе с основными телами системе координат существует положение равновесия тела малой массы (положение относительного равновесия), когда оно образует вместе с основными телами так называемую центральную конфигурацию, в которой все четыре тела находятся в вершинах плоского четырёхугольника неизменной формы и размеров. Исследование, проведенное в диссертации, направлено на решение задачи об устойчивости по Ляпунову таких положений относительного равновесия. Помимо решения задачи об устойчивости самого положения относительного равновесия, в данной диссертационной работе также было проведено исследование орбитальной устойчивости периодических движений, рождающихся из устойчивого положения относительного равновесия.

Коротко изложим содержание диссертационной работы по главам. Диссертация состоит из введения, трёх глав и заключения. Во введении проведено обоснование актуальности темы диссертации и приводится обзор литературы по исследуемой тематике.

В главе 1 дана постановка задачи, получены уравнения движения тела малой массы в гамильтоновой форме, а также проведено исследование существования и бифуркации положений относительного равновесия тела малой массы в плоской круговой ограниченной задаче четырёх тел. В данной главе и далее все исследования выполнены в предположении, что конфигурация, образованная основными телами, является устойчивой в линейном приближении, т.е. выполнено условие устойчивости Рауса. Стоит отметить, что в случаях, близких к предельным (когда один или оба параметра являются малыми), границы области существования положений относительного равновесия были получены аналитически в виде рядов по дробным степеням малого параметра задачи.

Глава 2 посвящена строгому исследованию устойчивости по Ляпунову рассмотренных в главе 1 положений относительного равновесия. В данной главе, используя метод нормальных форм и теорию КАМ, автор

ОТДЕЛ КОРРЕСПОНДЕНЦИИ  
И КОНТРОЛЯ ИСПОЛНЕНИЯ  
ДОКУМЕНТОВ МАИ

«09» 12 20 24.

диссертационной работы свёл задачу об устойчивости изучаемых положений относительного равновесия к исследованию устойчивости гамильтоновой системы с нормализованной функцией Гамильтона. Применяя известные достаточные условия устойчивости и неустойчивости, были получены выводы об устойчивости и неустойчивости по Ляпунову исследуемых положений относительного равновесия тела малой массы. Помимо нерезонансного случая, также отдельно были проведены исследования устойчивости при всех значениях параметров, отвечающих резонансам второго, третьего и четвертого порядков. В предельном случае на основе метода малого параметра были получены аналитические выражения для коэффициентов нормализованного гамильтониана, на основании которых были сделаны выводы об устойчивости по Ляпунову.

В главе 3 для случая равных масс двух притягивающих тел методом численного продолжения по параметрам построены периодические движения тела малой массы в окрестности устойчивого положения относительного равновесия. В частности, численно были исследованы семейства короткопериодических и долгопериодических движений. В данной главе разработан и описан алгоритм численно-аналитического исследования орбитальной устойчивости короткопериодических движений. На основе этого алгоритма были получены строгие выводы об орбитальной устойчивости короткопериодических движений. В случае малых амплитуд на основе метода малого параметра в плоскости параметров задачи в аналитической форме были получены уравнения границ области неустойчивости.

В заключении диссертационной работы приводятся основные результаты, выносимые на защиту.

Диссертация Волкова Е.В. производит хорошее впечатление. В данной работе много новых и значимых результатов, которые вносят вклад в решение классической задачи небесной механики – ограниченной задачи четырёх тел. Отдельно хочется отметить, что большая часть результатов исследования, полученных численно, в предельных случаях были дополнены и подтверждены на основе аналитических методов исследования гамильтоновых систем. Все результаты, полученные численно, хорошо согласуются с результатами аналитических исследований.

Существенных замечаний к работе нет. Вместе с тем хотелось бы отметить следующее:

1. В диссертации указано, что на Рис. 1.3 серым цветом изображены области, где могут располагаться положения относительного равновесия, для которых будет устойчивой конфигурация из основных тел. Но ничего не сказано об областях, выделенных белым цветом.
2. В главе 1 на стр. 18 введены величины  $\xi_*$  и  $\eta_*$ , которые также используются и в главе 2 на стр. 34. Изложение в этом месте диссертации было бы более ясным, если бы автор напомнил, что означают эти величины.
3. При решении автором задачи об орбитальной устойчивости короткопериодических движений, возникающих вблизи положений относительного равновесия тела малой массы, рассматриваются резонансные случаи третьего и четвёртого порядка. Стоило бы

указать, почему не были рассмотрены резонансы первого и второго порядка.

Данные замечания имеют по большей части характер рекомендаций и никак не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы, которая посвящена решению актуальной задачи небесной механики. Диссертация выполнена на высоком научном уровне и содержит значимые результаты.

Диссертация Волкова Е.В. «Исследование устойчивости стационарных и периодических движений в плоской круговой ограниченной задаче четырёх тел» является законченным научным исследованием, имеющим теоретическую и практическую ценность. Автореферат правильно и в полной мере отражает содержание диссертации.

Основные результаты диссертации прошли апробацию. Они докладывались на научных семинарах, российских и международных конференциях, а также были опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК, и в индексируемых научных журналах из перечня Scopus и Web of Science.

Диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям положения ВАК о присуждении ученых степеней, предъявленным к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а её автор Волков Евгений Валерьевич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.7. – «Теоретическая механика, динамика машин».

Доцент кафедры ФН-3 «Теоретическая механика»  
МГТУ им. Баумана, к.ф.-м.н.

М.Ю. Баркин

Адрес: 105005, г. Москва,  
ул. 2-я Бауманская, д. 5, корп. 1  
Тел.: +7 (985) 980-78-94  
E-mail: barkin@yandex.ru

*bar*

02.12.2024

**ВЕРНО**

СПЕЦИАЛИСТ ПО ПЕРСОНАЛУ  
ОТДЕЛ КАДРОВОГО  
УПРАВЛЕНИЯ

**РУДЯКОВА Н.В.**



*Сотзывом ознакомлен 03.12.2024 [signature] Волков Е.В.*