

Обзорная статья  
УДК 621.396  
DOI: [10.34759/trd-2023-130-15](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-15)

## **СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СПОСОБОВ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ПРИ ОЦЕНКЕ ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТИЗИРОВАННОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА**

**Альрубей Мохаммед Абдалаббас**

Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых,  
Владимир, Россия

[inj.moh3@atu.edu.iq](mailto:inj.moh3@atu.edu.iq)

*Аннотация.* Точное и эффективное измерение частоты сигнала является важной задачей обработки сигналов во многих технических приложениях, например, в радиоэлектронике и системах связи, современных системах передачи информации, научно-исследовательских и медицинских, радионавигационных и радиолокационных системах, мониторинге электронной аппаратуры. В автономных частотомерах используются методы дискретного счета и интерполяции, а во встроенных системах управления – методы спектрального анализа с использованием быстрого преобразования Фурье (БПФ) с определением наибольшей спектральной составляющей и интерполяцией по двум или трем спектральным линиям.

Рассматривается влияние аддитивного стационарного шума на оценку частоты периодического сигнала по спектру, полученному путем применения прямого

преобразования Фурье к массиву дискретных отсчетов, то есть при переходе из временной области в частотную. Методы оценки частоты можно разделить на группы представления сигнала во временной и частотной области. Методы дискретного подсчета и интерполяции наиболее широко используются в области времени, а также в спектральном анализе частот с использованием алгоритмов БПФ для определения максимальной спектральной составляющей и последующей коррекции координаты максимума с помощью математических преобразований, например, путем интерполяции. Для уменьшения влияния спектральной утечки или отклонения спектра используется сглаживание временной последовательности путем умножения всех отсчетов сигналов на весовые коэффициенты оконной функции. Были промоделированы используемые алгоритмы интерполяции и предложена модифицированная формула, позволяющая повысить точность оценки частоты в несколько раз.

Метод интерполяции является наиболее широко используемым, наиболее глубоким и наиболее распространенным методом коррекции при анализе дискретного спектра с оценкой погрешностей в зависимости от количества отсчетов и числа учитываемых спектральных линий. В практических инженерных приложениях наиболее важными показателями для оценки качества алгоритма являются способность работать в шуме, быстродействие и низкая погрешность оценки частоты.

На основе краткого обзора состояния теоретических исследований и разработки методов интерполяции для коррекции положения максимальной выборки представлены принципы и характеристики алгоритмов интерполяции,

применявшихся в настоящее время. Характеристики каждого алгоритма исследуются с помощью моделирования, а ошибки интерполяции анализируются.

**Ключевые слова:** методы измерения частоты, метод интерполяции, быстрое преобразование Фурье, алгоритм, оценка частоты, оконная функция

**Для цитирования:** Альрубей М.А. Сравнительный анализ способов интерполяции при оценке частоты дискретизированного гармонического сигнала // Труды МАИ. 2023. № 130. DOI: [10.34759/trd-2023-130-15](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-15)

Review article

## COMPARATIVE ANALYSIS OF INTERPOLATION METHODS IN EVALUATION OF THE FREQUENCY OF A DISCRETIZED HARMONIC SIGNAL

**Alrubei Mohammed Abdalabbas**

State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs,

Vladimir, Russia

[inj.moh3@atu.edu.iq](mailto:inj.moh3@atu.edu.iq)

**Abstract.** Accurate and efficient signal frequency measurement is an important signal processing task in many technical applications, such as radio electronics and communication systems, modern information transmission systems, research and medical, radio navigation and radar systems, monitoring of electronic equipment. Stand-alone frequency counters use discrete counting and interpolation methods, while embedded control systems employ

spectral analysis methods using fast Fourier transform (FFT) with the largest spectral component determination and interpolation along two or three spectral lines.

The article considers the effect of additive stationary noise on the estimate of a periodic signal frequency from the spectrum obtained by the direct Fourier transform application to an array of discrete samples, that is, during transition from the time domain to the frequency domain. Frequency estimation methods may be divided into the groups of signal representation in both time and frequency domains. Discrete counting and interpolation methods are most widely used in the time domain, as well as in the frequency spectral analysis using FFT algorithms for maximum spectral component determining and successive maximum coordinate correcting using mathematical transformations, such as interpolation. To reduce the effect of spectral leakage or spectrum deviation, time sequence smoothing is used through multiplying all signal samples by window function weights. The interpolation algorithms being used were modeled, and a modified formula that allows accuracy increasing of the frequency estimate by several fold was proposed.

The interpolation method is the most widely used, in-depth and most wide-spread correction method in the analysis of a discrete spectrum with error estimates depending on the number of samples and the number of spectral lines accounted for. In practical engineering applications, the most important indicators for the quality assessing of an algorithm are the ability to work in noise, speed, and low frequency estimation error.

Based on a brief review of the state of theoretical research and development of interpolation methods for correcting the maximum sample position, the principles and characteristics of the interpolation algorithms currently used are presented. Characteristics of each algorithm are examined by simulation and interpolation errors are analyzed.

**Keywords:** frequency measurement methods, interpolation method, fast Fourier transform, algorithm, frequency estimation, window function

**For citation:** Alrubei M. Comparative analysis of interpolation methods in evaluation of the frequency of a discretized harmonic signal. *Trudy MAI*, 2023, no. 130. DOI: [10.34759/trd-2023-130-15](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-15)

## Введение

Точное и оперативное измерение частоты сигнала является важной задачей обработки сигналов во многих технических приложениях, например, в радиоэлектронике и системах связи, современных системах передачи информации, научно-исследовательских и медицинских, радионавигационных и радиолокационных системах, мониторинга радиоэлектронных средств [1-6]. В автономных частотомерах используются методы дискретного счета и интерполяции, а во встроенных системах управления - методы спектрального анализа с использованием быстрого преобразования Фурье (БПФ) с определением наибольшей спектральной составляющей и интерполяцией по двум или трем спектральным линиям.

Если в интервал выборки сигнала не укладывается целое число периодов, то на границах окна будут разрывы, которые приводят к дополнительным спектральным компонентам в частотной области, известными как спектральная утечка или растекание спектра [7], что приводит к ошибке при использовании спектрального анализа для оценки параметров сигнала. Повышение точности оценки параметров

спектра с помощью дополнительных алгоритмов спектрального анализа спектра является важной задачей в области обработки сигналов. В данной работе предлагается технология дискретной коррекции спектра. Метод интерполяции в настоящее время является наиболее изученным, широко используемым методом коррекции дискретного спектра [8-12].

В общем, интерполяция спектральной линии путем заполнения нулями после действующих сигналов может увеличить плотность спектральных линий, что может в определенной степени достичь цели уменьшения эффекта утечки, но объем данных увеличивается после заполнения нулями, что приводит к длительной обработке. Время, производительность в реальном времени не очень хорошая [13]. Метод интерполяции может уменьшить эффект утечки с помощью простого алгоритма при условии увеличения небольшого объема вычислений. Основным принцип этого метода заключается в использовании отношения двух или более наибольших спектральных линий в дискретном спектре (отношение амплитудного спектра или значения комплексного спектра после прямого преобразования БПФ) для установления функциональной связи с частотной коррекцией как переменная, коррекция частоты получается путем решения соотношения, а затем получается более точная частота сигнала. Чтобы уменьшить влияние утечки спектра и повысить точность коррекции, обычно необходимо выполнить оконную обработку исходного сигнала. Добавление окна сильно изменит размер спектральной линии, что сделает разные формулы интерполяции для разных оконных функций [14].

Другим важным фактором, влияющим на метод интерполяции, является интерференция случайного шума. Случайный шум не только изменит числовое

значение спектральной линии, но и повлияет на расположение спектральной линии. Поэтому исследование устойчивости алгоритма при сильных шумовых помехах является актуальным направлением в исследованиях алгоритмов в настоящее время [15-17]. Д.С. Гнездилов и соавторы создали высокоточный алгоритм определения частоты гармонического сигнала на фоне аддитивного гауссова шума, а математическое моделирование подтвердило работоспособность алгоритма при различных отношениях сигнал/шум [18]. Антон А. и соавторы исследовали задачу оценки частоты зашумленного и смещенного гармонического сигнала, установили алгоритм оценивания третьего порядка и время сходимости, а также оценили корректность алгоритма [19].

Sam Reisenfeld и соавторы создали новый алгоритм на основе дискретного преобразования Фурье (DFT) для точной оценки частоты сложного экспоненциального сигнала в аддитивном комплексном белом гауссовском шуме. Алгоритм выполняет частотную интерполяцию по результатам N-точечного комплексного БПФ [20]. Gregorio andria и другие использовали метод измерения на основе БПФ для надежного определения частоты, амплитуды и фазы всех гармонических и интергармонических составляющих искаженного сигнала. Они исследовали подходящие окна и алгоритмы интерполяции, чтобы избежать негативных эффектов, вызванных спектральной утечкой, вызванной несинхронизированной процедурой дискретизации., исследовалось также влияние шума на фильтрующие свойства весовых функций [21].

Роберто Марсело Идальго и другие предложили простой альтернативный процесс, который выполняется с помощью ПК-совместимой платы сбора данных

(DAQ) и включает в себя алгоритм на основе интерполяции. Этот подход сравним с использованием переменной частоты дискретизации и, следовательно, переменного размера окна. Эмпирические результаты этого метода как для гармонических, так и для полигармонических сигналов изучаются и сравниваются с результатами прибора со встроенной функцией БПФ [22].

В этой статье глубоко анализируются различные методы интерполяции, предлагаемые в современной литературе, и выдвигаются различные факторы, влияющие на точность коррекции метода интерполяции. Рассмотрим популярные алгоритмы интерполяции.

### Алгоритм Джайна

В 1979 году Джайна и соавторы [23] разработали интерполированные алгоритмы БПФ для многопараметрических измерений периодических сигналов. сделали множество соответствующих измерений, таких как основная частота, фаза и амплитуда, с повышенной точностью по сравнению с существующими алгоритмами, включая алгоритмы БПФ с конусным окном.

Они предложили метод интерполяции в области амплитуд двух спектральных линий. Принцип заключается в использовании отношения двух самых больших спектральных линий к амплитуде в желаемом центре для расчета коррекции смещения частоты  $\delta$ , как показано ниже:

$$\delta = \pm \frac{\alpha}{\alpha+1} \quad (1)$$

В  $\delta$  Знак определяется соответствующим расположением линии спектра максимальной амплитуды и второй линии спектра максимальной амплитуды, если



первая находится слева от второй, то берется положительный знак, в противном случае берется отрицательный знак. где  $\alpha$  представляет собой отношение амплитуд второй по величине спектральной линии к самой большой спектральной линии, то есть

$$\alpha = \frac{|U(n+1)|}{U(n)} \quad (2)$$

$U(n)$ ,  $U(n+1)$  и  $U(n-1)$  - эти амплитуда отсчета с максимальной амплитудой, следующего и предыдущего сэмплов соответственно.

### Алгоритм Воглеведе

Воглеведе и соавторы [24] исследовали подход интерполированного дискретного преобразования Фурье (IpDFT) с максимальными окнами затухания боковых лепестков для оценки характеристик многочастотного сигнала. Во-первых, выведены теоретические формулировки для одной из ключевых переменных в  $N$ -членном окне максимального затухания боковых лепестков (H2). Затем появились аналитические формулы для оценки параметров многочастотного сигнала. и проанализировано влияние белого гауссовского шума на оценки параметров. Затем, предложены точные формулы для оценки стандартных отклонений этих оценок параметров, которые подтверждены с помощью компьютерного моделирования. Большинство полученных формул более просты, чем те, которые приведены в научной литературе. Наконец, расширил метод интерполяции амплитуды двух спектральных линий до окна максимального затухания боковых лепестков и предложил общую формулу интерполяции:

$$\delta = \frac{|U(n+1)| - |U(n-1)|}{2(2|U(n)| - |U(n+1)| - |U(n-1)|)} \quad (3)$$

$$\delta = \pm \frac{h\alpha - H + 1}{\alpha + 1} \quad (4)$$

В формуле  $H$  ( $H \geq 1$ ) представляет количество членов окна максимального затухания боковых лепестков.

### Алгоритм Якобсена

В 2007 году [25] Якобсен и соавторы представили простой в вычислительном отношении подход, который значительно улучшил частотную оценку тонов на основе выборок ДПФ без необходимости увеличения размера ДПФ. Существует хорошо известный компромисс между временем, необходимым для сбора данных, количеством собранных точек данных, типом используемого окна во временной области и разрешением в частотной области, которое может быть достигнуто. Наконец, предложен Алгоритм, основанный на соотношении трехспектральных амплитуд коррекции, в котором нормированное выражение для частоты коррекции, подходящее для прямоугольных окон, имеет вид

$$\delta = \mu \frac{|U(n+1)| - |U(n-1)|}{4|U(n)| - 2|U(n+1)| - 2|U(n-1)|} \quad (5)$$

При этом также приведены эмпирические формулы коррекции, применимые к окну Ханнинга, окну Хэмминга, окну Блэкмана и окну Блэкмана-Харриса.

$$\delta = \mu \frac{P|U(n+1)| - |U(n-1)|}{|U(n)| + |U(n+1)| + |U(n-1)|} \quad (6)$$

Где  $P = 1,22$  (окно Хэмминга),  $P = 1,36$  (окно Ханнинга),  $P = 1,75$  (окно Блэкмана),  $P = 1,72$  (окно Блэкмана-Харриса). Алгоритм дополнительно расширяет метод интерполяции для большего количества оконных функций и улучшает характеристики защиты от шума традиционного метода интерполяции.

## Алгоритм Дейнга

Из методов интерполяции с участием трех спектральных линий алгоритмы, предложенные Дейнга и соавторами в 2009 г. [26] были выбраны для анализа, в них исследовалась способность преобразования Фурье оценивать параметры спектра БПФ с непрерывным масштабированием в условиях отсутствия шума и гауссовского белого шума. При наличии незашумленного сигнала связь между ошибками оценивания параметров и коэффициентом масштабирования становится очевидной. При наличии гауссовского белого шума вероятность обнаружения неправильной максимальной спектральной линии увеличивается с увеличением коэффициента масштабирования.

$$\delta = \frac{|U(n+1)| - |U(n-1)|}{|U(n)| + |U(n+1)| + |U(n-1)|} \quad (7)$$

### Предлагаемый алгоритм

Противошумовая эффективность алгоритма является ключевым показателем для оценки качества алгоритма, поскольку интерференция различных шумов всегда будет иметь место в реальных инженерных приложениях. Оконная функция, спектральная линия и принцип алгоритмической коррекции играют роль в правильности метода при наличии значительных шумовых помех. Эти обстоятельства были учтены в предложенном алгоритме, что существенно повлияло на точность коррекции.

Предлагаемый алгоритм определения частоты по спектру с оценкой методической погрешности моделирования можно представить в виде шагов [28-29]:

1. Для достижения необходимого частотного разрешения  $f_d/N$  и приведения всех гармоник сигнала в рабочий диапазон без перекрытия оконную функцию, частоту дискретизации  $f_d$  и размер выборки  $N$  выбирают в соответствии с диапазоном частот и амплитуд измеряемого сигнала, которые были определены.
2. Набирается массив  $u[i/F_s]$  в объеме  $N$  дискретных отсчетов сигнала.
3. На полученный массив накладывается временное окно.
4. Вычисляется комплексный спектр  $S[iF_s/N]=FFT(u1[i/F_s])$ .
5. В комплексном спектре  $S[iF_s/N]$  определяется номер компоненты, амплитуда которой максимальна.
6. Оценивается уровень составляющих, ближайших к максимальной составляющей ( $n$ ), и выбирается алгоритм взвешивания четного или нечетного числа линий спектра.
7. Рассчитывается по формуле коррекции энергии (дельта  $\delta$ ) смещения частоты между  $n$  и индексом  $n+1$ , соответствующим максимальной амплитуде в спектре. Как показано на рисунке 1.

$$\delta = \frac{|U(n) - U(n-1)| - |U(n) - U(n+1)|}{U(n)} \quad (8)$$

8. Частота сигнала рассчитывается по формуле:

$$F_{est} = (n + \delta) * \frac{F_s}{N} \quad (9)$$

9. Оценка погрешности оценки частоты по:

$$E_{est} = \left( \frac{F_{est} - F_c}{F_c} \right) \quad (10)$$

По сравнению с существующими алгоритмами предлагаемый алгоритм имеет лучшую производительность оценивания и меньшую вычислительную сложность.

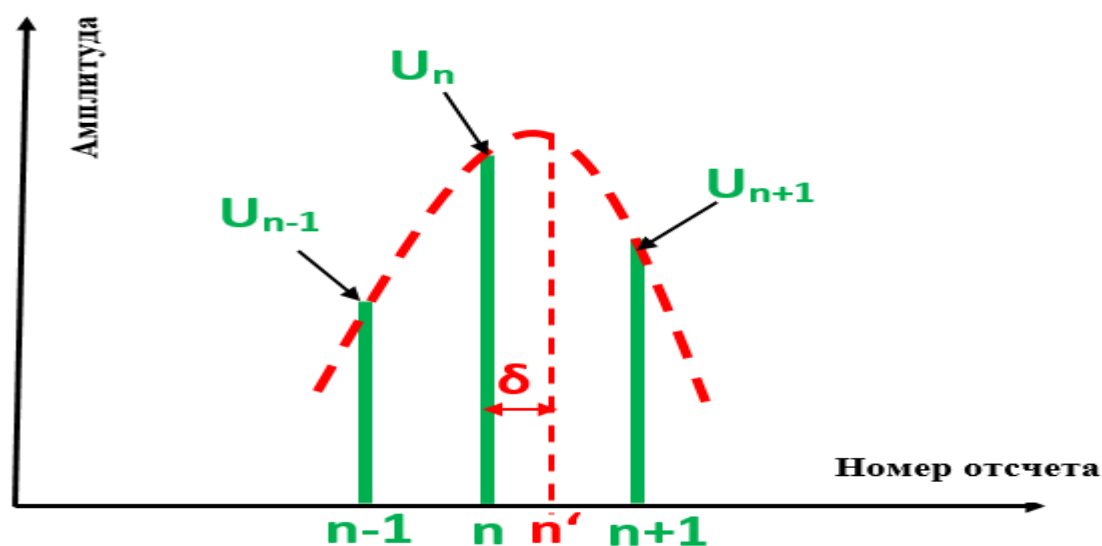


Рис. 1. - ДПФ спектра

На точность метода интерполяции существенное влияние оказывает количество выбранных спектральных линий. В настоящее время в наиболее распространенной методике интерполяции используются две или три спектральные линии дискретного спектра с наибольшими амплитудами. Поскольку три спектральные линии потребляют больше информации, чем две спектральные линии, первая имеет большую точность коррекции, чем вторая, в случае меньших шумовых помех. Тем не менее следует иметь в виду, что в случае больших шумов наличие большего количества спектральных линий может повысить его противозумовую эффективность [27].

### Исследование моделирования

Синусоидальный сигнал создается компьютером и интерферируется с гауссовым белым шумом, чтобы исследовать производительность различных алгоритмов в шумной среде. Формула (11) представляет смоделированный сигнал следующим образом:

$$x(n) = A \sin\left(2\pi n \frac{F_c}{F_s} + \theta\right) + s(n) \quad (11)$$

где  $F_s$  – частота дискретизации,  $F_c$ - частота сигнала,  $n$  – номер отсчета, и  $s(n)$ - шум. Частота дискретизации  $F_s$  установлена равной (16, 32,...1024) Гц, объем выборки  $N$  равно (16, 32,...1024) отсчетов соответственно, амплитуда сигнала имитации  $A$  равна 1, а частота сигнала  $F_c$  непрерывно изменяется в пределах  $[F_s/4, F_s/4 + 2]$  с шагом 0,005. На каждой частоте сканируется фаза  $\theta$  в пределах  $(-\pi, \pi)$  с шагом  $\pi/18$ , и в качестве ошибки этого времени выбирается максимальное значение погрешность при шумовой помехе. Для каждой частоты  $F_c$  исследуется максимальная погрешность при 1000-кратном воздействии шумовых помех, а отношение сигнал-шум (ОСШ) устанавливается равным (от нуля до 50) дБ с шагом 5 дБ.

Результаты компьютерного моделирования представлены ниже в виде графиков. На рис. 2-4 представлены графики погрешности для 5 типов алгоритмов с использованием Кайзера ( $B=15$ ) при наличии шума. Графики, построенные по 16, 64, и 512 отсчетам соответственно, и трем спектральным линиям, показывают, что тип алгоритма интерполяции и уровень шума существенно влияют на точность определения частоты. Лучшим является предлагаемый алгоритм, худшим - алгоритм Якобсена. Увеличение ОСШ уменьшает методическую погрешность определения частоты для всех алгоритмов.

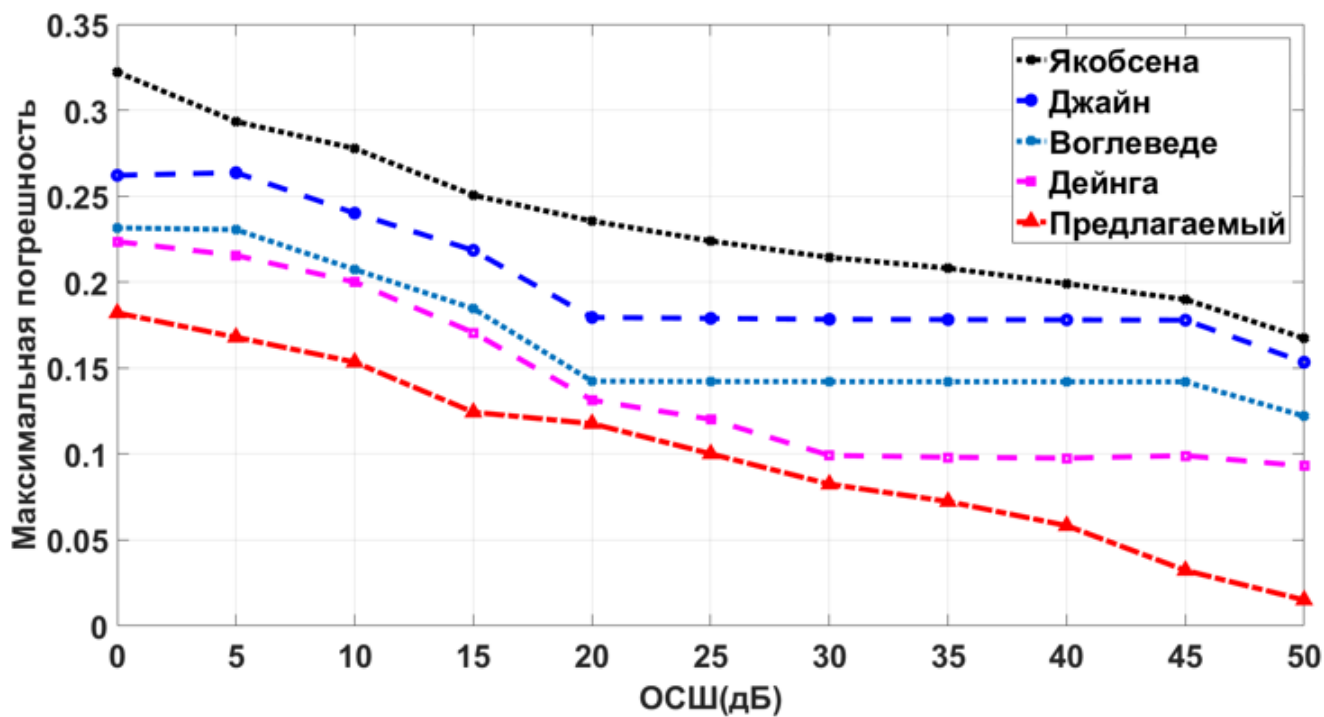


Рис. 2. Графики погрешности для 16 отсчетов и 5 видов Алгоритмов

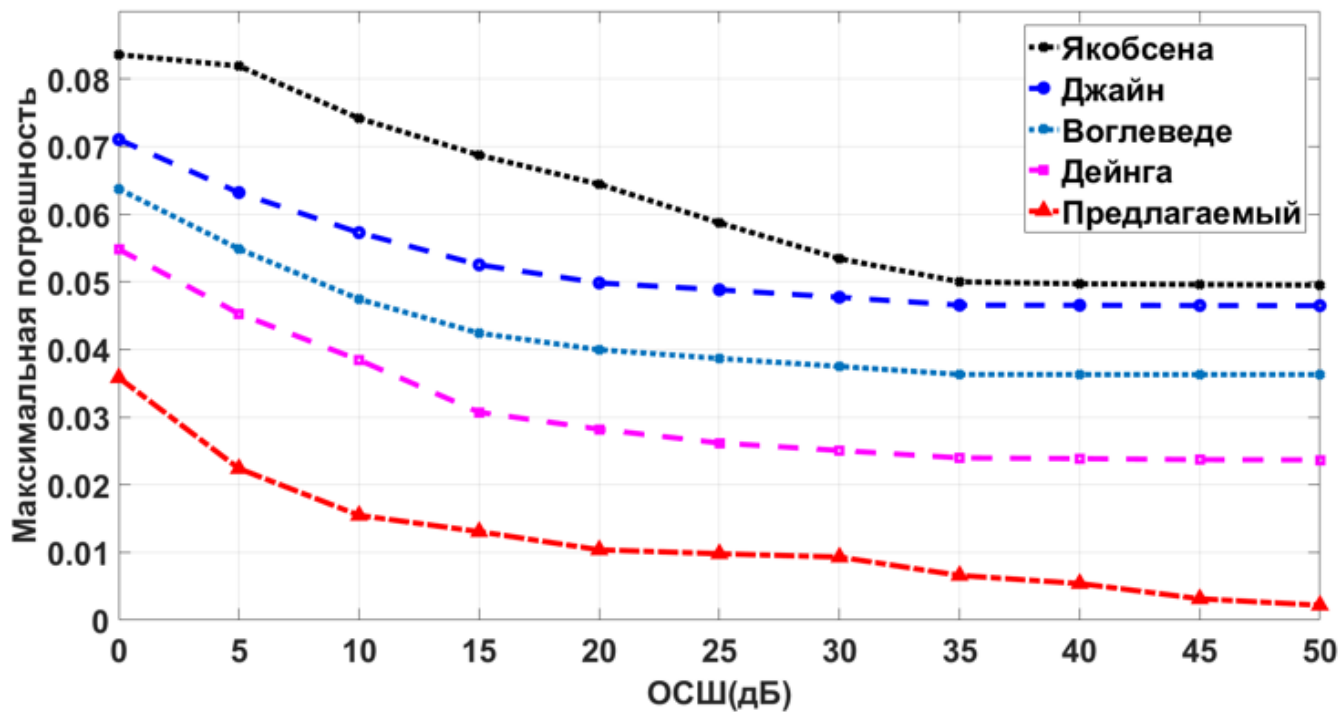


Рис. 3. Графики погрешности для 64 отсчетов и 5 видов Алгоритмов

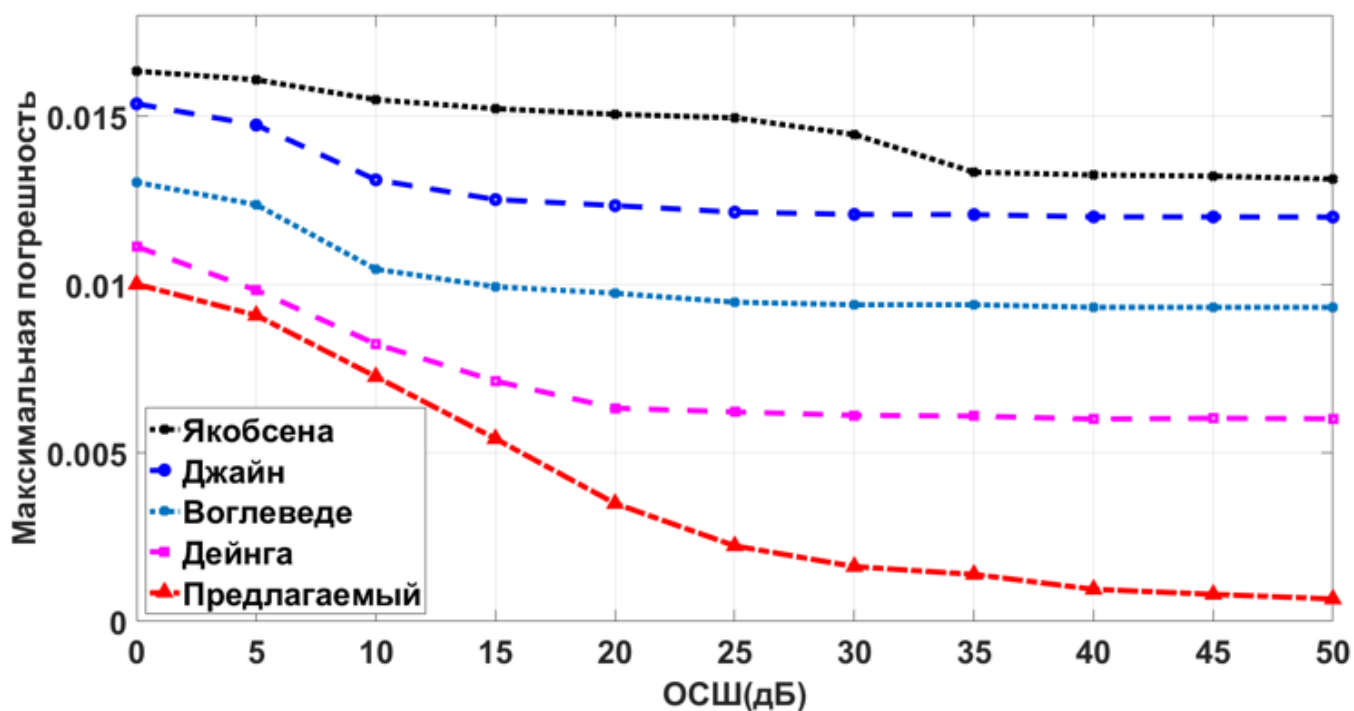


Рис. 4. Графики погрешности для 512 отсчетов и 5 видов Алгоритмов

Инструмент моделирования создает график. Максимальная относительная погрешности оценки частоты для пяти различных методов интерполяции показана на рисунках 2–4 в зависимости от значения ОСШ измененного сигнала 36 оценок частоты сигнала для различных начальных фаз, измененных с шагом  $10^\circ$ , используются для расчета максимальной погрешности на каждой частоте. Шум, подаваемый на вход аналого-цифрового преобразователя (АЦП) на каждом этапе начальной фазы, равномерно распределяется по полосе промежуточных частот ПЧ. На рис. 5 приведены графики погрешности в зависимости от объема выборки для 5 алгоритмов (Якобсена, Воглеведе, Джайна, Дейнга, и Предлагаемый) и окно Наттолла, графики показывают, что предложенный алгоритм является лучшим, алгоритм Якобсена — худшим. При увеличении выборки с 32 до 128 погрешность уменьшается. Точность коррекции метода интерполяции определяется как  $\delta$ .



На рис. 6 окно Парзена используется для отображения графиков зависимости погрешности от объема выборки. Графики показывают, что при увеличении объема выборки с 32 до 1024 погрешности уменьшается. погрешности для алгоритмов с объемом выборки 1024 были для алгоритма Якобсена = 0,006, для Джайна= 0,003, для Воглеведе= 0,002, для Дейнга= 0,001 и для Предлагаемый = 0,0003. Предложенный алгоритм также является лучшим. Это приведет к повышению точности в 3–20 раз.

В таблице 1 представлены значения методологической погрешность для 5 подходов и 6 окон при объеме выборки без шума 16 отсчетов. Подход Дейнга хорошо работает с Ханна, Tukey и треугольными окнами. Погрешность предлагаемого метода для окна Наттолла уменьшилась более чем (от 33 до 170) раз по сравнению с существующими методами и уменьшилась до  $2,50 \times 10^{-3}$  для 16 отсчетов. Таблица показывает, что предлагаемая стратегия эффективна с окнами (Парцена, Наттолла и Блэкмана-Харриса), при этом окно Блэкмана-Харриса показывает снижение ошибки до  $1,41 \times 10^{-3}$  (с 60 до 300).

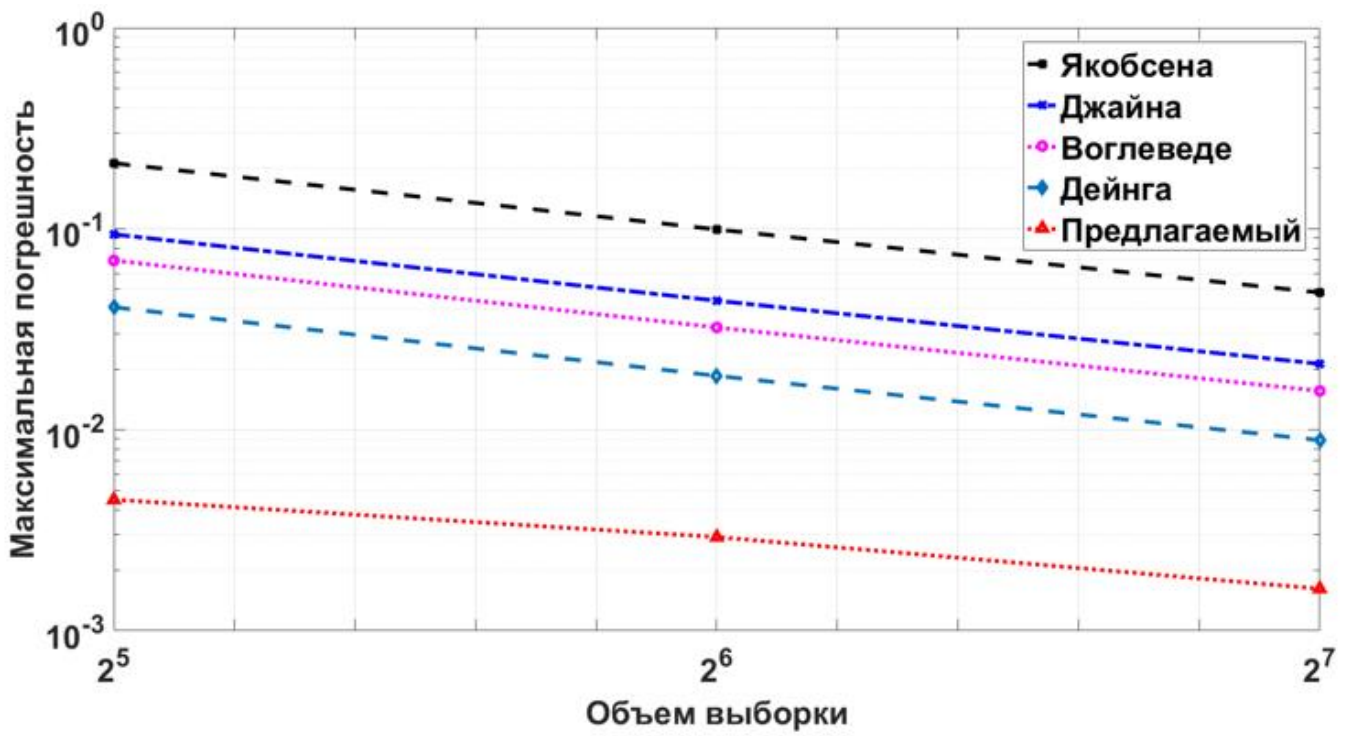


Рис. 5. Максимальная погрешность при использовании окна Натолла

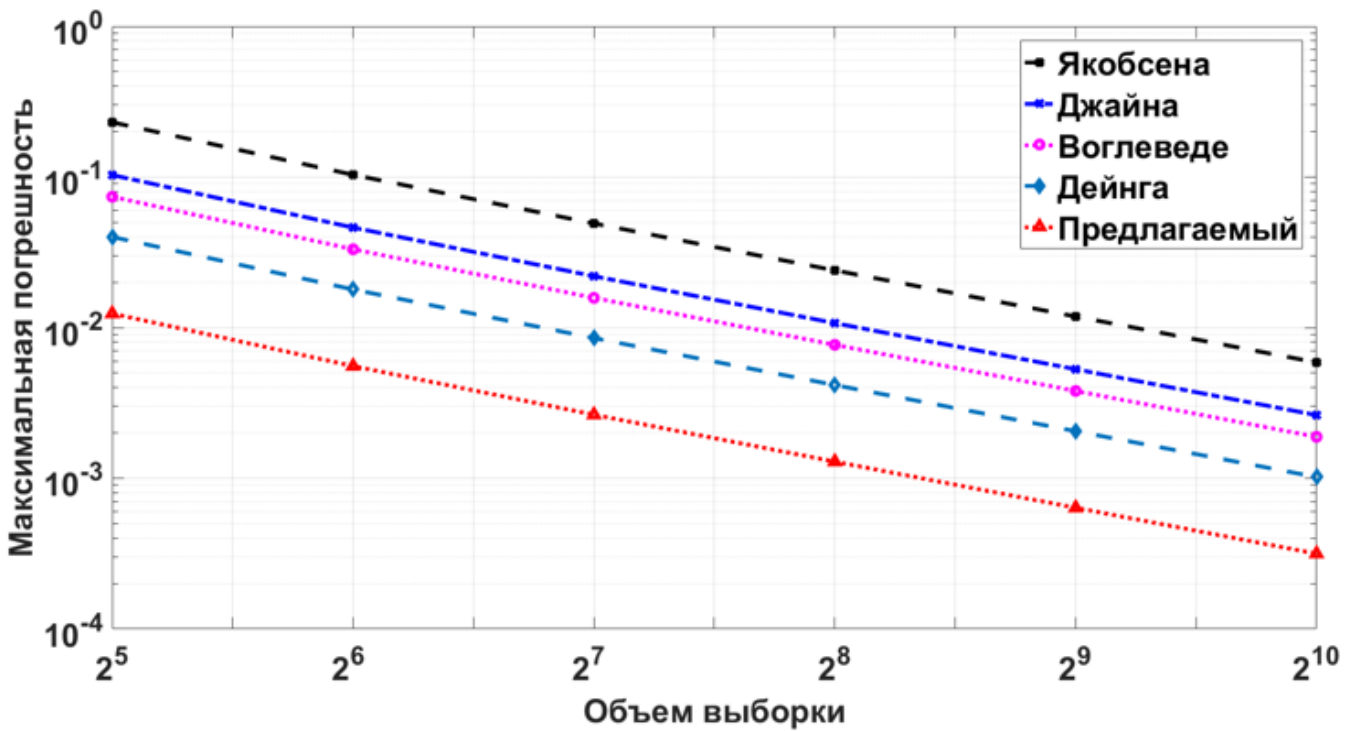


Рис. 6. Максимальная погрешность при использовании окна Парзена

**Таблица 1: Максимальная погрешность для 5 алгоритмов и 6 окон**

Алгоритм	Максимальная погрешность для 16 отсчетов					
	Ханна	Тьюки	Треугольное	Парзена	Наттолла	Блэкман-Харриса
Якобсена	4.29e-1	4.27e-1	4.27e-1	4.28e-1	4.28e-1	4.28e-1
Джайна	1.40e-1	1.43e-1	1.43e-1	1.44e-1	1.42e-1	1.43e-1
Воглеведе	1.30e-1	1.16e-1	1.24e-1	1.37e-1	1.39e-1	1.40e-1
Дейнга	4.86e-2	2.45e-2	2.21e-2	7.41e-2	8.44e-2	8.58e-2
Предлагаемый	6.98e-2	1.07e-1	1.11e-1	2.30e-2	<b>2.50e-3</b>	<b>1.41e-3</b>

### Выводы и перспективы

- 1- Три спектральные линии с наивысшими амплитудами в энергетическом спектре можно использовать для определения частоты гармонического сигнала в широком диапазоне длительностей выборки.
- 2- С помощью средств моделирования можно уменьшить влияние погрешности позиционирования спектральной линии на алгоритм интерполяции, решить проблему зависимости шума алгоритма от нормированной частоты коррекции и дополнительно повысить помехоустойчивость алгоритма.
- 3- На формулу интерполяции лишь частично влияют простые аналитические формулировки оконных функций. Текущее исследование предлагает метод интерполяции для различных оконных функций.
- 4- Эти результаты показывают, что даже при значительном шуме, который можно уменьшить за счет увеличения объема выборки или усреднения по ряду нескольких наблюдений, все еще можно работать.

- 5- Погрешность предлагаемого метода уменьшилась примерно в 170 раз для окна Наттолла и примерно в 300 раз для окна Блэкмана-Харриса.

### **Список источников**

1. WANG Xiaoping, HUANG Xiangmei. Measurement of interharmonics in power network based on all phase FFT time shifting and phase difference // Journal of Chongqing University, 2012, vol. 35 (3), pp. 81–84.
2. Shen Ting-ao, et al. A novel adaptive frequency estimation algorithm based on interpolation FFT and improved adaptive notch filter // Measurement Science Review, 2017, vol. 17.1, pp. 48-52. DOI: [10.1515/msr-2017-0006](https://doi.org/10.1515/msr-2017-0006)
3. Luo Jiufei, Zhijiang Xie, Ming Xie. Frequency estimation of the weighted real tones or resolved multiple tones by iterative interpolation DFT algorithm // Digital signal processing, 2015, vol. 41, pp. 118-129. DOI: [10.1016/j.dsp.2015.03.002](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2015.03.002)
4. Xiao Hung, Yang Yong, Xie Ming, Luo Jiufei. A review of interpolation algorithms in the discrete spectrum correction and a comparative study of their accuracy under strong noise // Chongqing University Journal, 2017, vol. 40, issue (8), pp. 27-36. DOI: [10.11835/j.issn.1000-582X.2017](https://doi.org/10.11835/j.issn.1000-582X.2017)
5. Luo Jiufei, Zhijiang Xie, Ming Xie. Interpolated DFT algorithms with zero padding for classic windows // Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, vol. 70, pp. 1011-1025. DOI: [10.1016/j.ymsp.2015.09.045](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2015.09.045)
6. Chen Hong et al. Automatic correcting method of discrete spectrum with rectangular window // 4th International Congress on Image and Signal Processing, 2011, vol. 5, IEEE. DOI: [10.1109/CISP.2011.6100714](https://doi.org/10.1109/CISP.2011.6100714)

7. Поздняков А.Д., Поздняков В.А. Многоуровневая интерполяция в компьютерных измерителях частоты биомедицинских сигналов // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. 2004. № 3. С. 41-45.
8. Альрубеи М.А., Поздняков А.Д., Сравнительный анализ влияния оконной функции на оценку частоты дискретизированного гармонического сигнала // Международная научно-практическая конференция «Fundamental and applied approaches to solving scientific problems» (Уфа, 3 января 2023). – Уфа: НИЦ Вестник науки, 2023. С. 47.
9. Поздняков А.Д., Альрубеи М.А. Определение частоты дискретизированного гармонического сигнала по положению энергетического пика спектра // Проектирование и технология электронных средств. 2022. № 2. С. 30–34.
10. Belega Daniel, Dominique Dallet, Dario Petri. Accuracy of the normalized frequency estimation of a discrete-time sine-wave by the energy-based method // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2011, vol. 61 (1), pp. 111-121. DOI: [10.1109/TIM.2011.2159318](https://doi.org/10.1109/TIM.2011.2159318)
11. Альрубеи М.А., Поздняков А.Д. Измерение частоты по нескольким периодам сигнала методом нахождения центра тяжести спектра // XV Международная научная конференция «Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии» (Владимир, 28-30 июня 2022): тезисы докладов. – Александров: ООО «Графика», 2022. С. 173-176.
12. Серов А.Н., Шатохин А.А. Применение преобразователей частоты дискретизации для измерения спектра сигнала с помощью быстрого преобразования Фурье // Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8. № 4. С 79-84.

13. Поздняков А.Д. Возможности виртуальных приборов для оценки нелинейных искажений сигнала // Проектирование и технология электронных средств. 2005. № 1. С. 47-50.
14. Belega D., Petri D. Frequency estimation by two- or three-point interpolated Fourier algorithms based on cosine windows' // Signal Process, 2017, vol. 117, pp. 115–125. DOI: 10.1016/j.sigpro.2015.05.005
15. Belega D., Petri D. Sine-wave parameter estimation by interpolated DFT method based on new cosine windows with high interference rejection capability // Digit' Signal Process, 2014, vol. 33, pp. 60–70. DOI: [10.1016/j.dsp.2014.07.003](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2014.07.003)
16. Альрубеи М.А., Поздняков А.Д. Оценка частоты при симметричной и несимметричной структуре спектральных компонент дискретизированного гармонического сигнала // Труды МАИ. 2023. № 129. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=173027>. DOI: 10.34759/trd-2023-129-15
17. Вайс С.Н., Репина М.В. Использование методов интерполяции при разработке тестовых радиолокационных сигналов // Труды МАИ. 2014. № 74. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=49333>
18. Гнездилов Д.С. et al. Цифровой алгоритм высокоточной оценки частоты гармонического сигнала на фоне аддитивного гауссовского шума // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2013. Т. 9.3-1. С. 124-126.
19. Pyrkin Anton A. et al. Frequency estimation for periodical signal with noise in finite time // 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. IEEE, 2011. DOI: [10.1109/CDC.2011.6160655](https://doi.org/10.1109/CDC.2011.6160655)

20. Reisenfeld Sam, Elias Aboutanios. A new algorithm for the estimation of the frequency of a complex exponential in additive Gaussian noise // IEEE Communications letters, 2003, vol. 7.11, pp. 549-551. DOI: [10.1109/LCOMM.2003.815637](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2003.815637)
21. Andria Gregorio, Mario Savino, Amerigo Trotta. Windows and interpolation algorithms to improve electrical measurement accuracy // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1989, vol. 38.4, pp. 856-863. DOI: [10.1109/19.31004](https://doi.org/10.1109/19.31004)
22. Hidalgo Roberto Marcelo, et al. A simple adjustable window algorithm to improve FFT measurements // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2002, vol. 51.1, pp. 31-36. DOI: [10.1109/19.989893](https://doi.org/10.1109/19.989893)
23. Jain Vijay K., William L. Collins, David C. Davis. High-accuracy analog measurements via interpolated FFT // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1979, vol. 28.2, pp. 113-122. DOI: [10.1109/TIM.1979.4314779](https://doi.org/10.1109/TIM.1979.4314779)
24. Belega Daniel, Dominique Dallet. Multifrequency signal analysis by interpolated DFT method with maximum sidelobe decay windows // Measurement, 2009, vol. 42.3, pp. 420-426. DOI: [10.1016/j.measurement.2008.08.006](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2008.08.006)
25. Eric Jacobsen, Peter Kootsookos. Fast, Accurate Frequency Estimators // IEEE Signal Processing Magazine, 2007, vol. 24, issue 3, pp. 123-125. DOI: [10.1109/MSP.2007.361611](https://doi.org/10.1109/MSP.2007.361611)
26. Ding K., Zheng C., Yang Z. Frequency Estimation Accuracy Analysis and Improvement of Energy Barycenter Correction Method for Discrete Spectrum // Journal of Mechanical Engineering, 2010, vol. 46, no. 5, pp. 43-48. DOI: [10.3901/JME.2010.05.043](https://doi.org/10.3901/JME.2010.05.043)
27. Гнездилов Д.С., Матвеев Б.В. Сравнительный анализ цифровых интерполяционных алгоритмов оценки частоты радиосигнала // Вестник

Воронежского государственного технического университета. 2013. Т. 9. № 2. С. 37-39.

28. Harris Fredrick J. Using Windows for Discrete Fourier Transform Harmonic Analysis // IEEE, 1978, vol. 66, no. 1. DOI: [10.1109/PROC.1978.10837](https://doi.org/10.1109/PROC.1978.10837)

29. Смоляков А.В., Подстригаев А.С. Экспериментальное исследование точности определения частотно временных параметров импульса в цифровом приемнике с субдискретизацией при односигнальном воздействии // Труды МАИ. 2021. № 121. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=162661>. DOI: 10.34759/trd-2021-121-14.

## References

1. WANG Xiaoping, HUANG Xiangmei. Measurement of interharmonics in power network based on all phase FFT time shifting and phase difference, *Journal of Chongqing University*, 2012, vol. 35 (3), pp. 81–84.

2. Shen Ting-ao, et al. A novel adaptive frequency estimation algorithm based on interpolation FFT and improved adaptive notch filter, *Measurement Science Review*, 2017, vol. 17.1, pp. 48-52. DOI: 10.1515/msr-2017-0006

3. Luo Jiufei, Zhijiang Xie, Ming Xie. Frequency estimation of the weighted real tones or resolved multiple tones by iterative interpolation DFT algorithm, *Digital signal processing*, 2015, vol. 41, pp. 118-129. DOI: 10.1016/j.dsp.2015.03.002

4. Xiao Hung, Yang Yong, Xie Ming, Luo Jiufei. A review of interpolation algorithms in the discrete spectrum correction and a comparative study of their accuracy under strong noise, *Chongqing University Journal*, 2017, vol. 40, issue (8), pp. 27-36. DOI: 10.11835/j.issn.1000-582X.2017



5. Luo Jiufei, Zhijiang Xie, Ming Xie. Interpolated DFT algorithms with zero padding for classic windows, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, vol. 70, pp. 1011-1025. DOI: 10.1016/j.ymssp.2015.09.045
6. Chen Hong et al. Automatic correcting method of discrete spectrum with rectangular window, *4th International Congress on Image and Signal Processing*, 2011, vol. 5, IEEE. DOI: 10.1109/CISP.2011.6100714
7. Pozdnyakov A.D., Pozdnyakov V.A. *Biomeditsinskie tekhnologii i radioelektronika*, 2004, no. 3, pp. 41-45.
8. Al'rubei M.A., Pozdnyakov A.D., *Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya «Fundamental and applied approaches to solving scientific problems»*. Ufa, NITs Vestnik nauki, 2023, pp. 47.
9. Pozdnyakov A.D., Al'rubei M.A. *Proektirovanie i tekhnologiya elektronnykh sredstv*, 2022, no. 2, pp. 30–34.
10. Belega Daniel, Dominique Dallet, Dario Petri. Accuracy of the normalized frequency estimation of a discrete-time sine-wave by the energy-based method, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2011, vol. 61 (1), pp. 111-121. DOI: 10.1109/TIM.2011.2159318
11. Al'rubei M.A., Pozdnyakov A.D. *XV Mezhdunarodnaya nauchnaya konferentsiya «Fizika i radioelektronika v meditsine i ekologii»*: tezisy dokladov. Aleksandrov, OOO «Grafika», 2022, pp. 173-176.
12. Serov A.N., Shatokhin A.A. *Voprosy primeneniya tsifrovoi obrabotki signalov*, 2018, vol. 8, no. 4, pp 79-84.

13. Pozdnyakov A.D. *Proektirovanie i tekhnologiya elektronnykh sredstv*, 2005, no. 1, pp. 47-50.
14. Belega D., Petri D. Frequency estimation by two- or three-point interpolated Fourier algorithms based on cosine windows, *Signal Process*, 2017, vol. 117, pp. 115–125. DOI: 10.1016/j.sigpro.2015.05.005
15. Belega D., Petri D. Sine-wave parameter estimation by interpolated DFT method based on new cosine windows with high interference rejection capability, *Digit' Signal Process*, 2014, vol. 33, pp. 60–70. DOI: 10.1016/j.dsp.2014.07.003
16. Al'rubei M.A., Pozdnyakov A.D. *Trudy MAI*, 2023, no. 129. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=173027>. DOI: 10.34759/trd-2023-129-15
17. Vais S.N., Repina M.V. *Trudy MAI*, 2014, no. 74. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=49333>
18. Gnezdilov D.S. et al. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2013, vol. 9.3-1, pp. 124-126.
19. Pyrkin Anton A. et al. Frequency estimation for periodical signal with noise in finite time, *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. IEEE, 2011. DOI:10.1109/CDC.2011.6160655
20. Reisenfeld Sam, Elias Aboutanios. A new algorithm for the estimation of the frequency of a complex exponential in additive Gaussian noise, *IEEE Communications letters*, 2003, vol. 7.11, pp. 549-551. DOI:10.1109/LCOMM.2003.815637
21. Andria Gregorio, Mario Savino, Amerigo Trotta. Windows and interpolation algorithms to improve electrical measurement accuracy, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 1989, vol. 38.4, pp. 856-863. DOI: 10.1109/19.31004

22. Hidalgo Roberto Marcelo, et al. A simple adjustable window algorithm to improve FFT measurements, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2002, vol. 51.1, pp. 31-36. DOI: 10.1109/19.989893
23. Jain Vijay K., William L. Collins, David C. Davis. High-accuracy analog measurements via interpolated FFT, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 1979, vol. 28.2, pp. 113-122. DOI:10.1109/TIM.1979.4314779
24. Belega Daniel, Dominique Dallet. Multifrequency signal analysis by interpolated DFT method with maximum sidelobe decay windows, *Measurement*, 2009, vol. 42.3, pp. 420-426. DOI: 10.1016/j.measurement.2008.08.006
25. Eric Jacobsen, Peter Kootsookos. Fast, Accurate Frequency Estimators, *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, vol. 24, issue 3, pp. 123-125. DOI:10.1109/MSP.2007.361611
26. Ding K., Zheng C., Yang Z. Frequency Estimation Accuracy Analysis and Improvement of Energy Barycenter Correction Method for Discrete Spectrum, *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, vol. 46, no. 5, pp. 43-48. DOI: 10.3901/JME.2010.05.043
27. Gnezdilov D.S., Matveev B.V. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2013, vol. 9, no. 2, pp. 37-39.
28. Harris Fredrick J. Using Windows for Discrete Fourier Transform Harmonic Analysis, IEEE, 1978, vol. 66, no. 1. DOI: 10.1109/PROC.1978.10837
29. Smolyakov A.V., Podstrigaev A.S. *Trudy MAI*, 2021, no. 121. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=162661>. DOI: 10.34759/trd-2021-121-14.

Статья поступила в редакцию 24.02.2023

Одобрена после рецензирования 10.03.2023

Принята к публикации 27.06.2023

The article was submitted on 24.02.2023; approved after reviewing on 10.03.2023; accepted for publication on 27.06.2023