



Научная статья

УДК 629.7.015.4

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188823>

EDN: <https://www.elibrary.ru/ILQBRZ>

## Процедура проектировочных расчетов динамически подобной модели крыла по кессонной схеме из композиционных материалов

Анастасия Олеговна Комиссарова<sup>1</sup>, Фаниль Закиевич Ишмуратов<sup>2✉</sup>

<sup>1, 2</sup> Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского (ЦАГИ),  
Жуковский, Московская область, Российская Федерация

<sup>1</sup> [vyacheslav.chedric@tsagi.ru](mailto:vyacheslav.chedric@tsagi.ru)

<sup>2</sup> [fanil.ishmuratov@tsagi.ru](mailto:fanil.ishmuratov@tsagi.ru) ✉

**Аннотация.** Изложена методика проектировочного расчета жесткостных характеристик динамически подобной модели крыла по кессонной схеме. Расчетная модель базируется на балочной схематизации и классической теории слоистых пластин. Разработан алгоритм многовариантного подбора углов укладки и толщин пакета, обеспечивающий выполнение требований по изгибной и крутильной жесткости на ранних этапах проектирования. Выполнена верификация алгоритма путем сравнения с конечно-элементным моделированием на примере кессона модели крыла большого удлинения.

**Ключевые слова:** динамически подобная модель крыла, композиционные материалы, жесткостные характеристики крыла, проектировочный расчет кессона

**Для цитирования:** Комиссарова А.О., Ишмуратов Ф.З. Процедура проектировочных расчетов динамически подобной модели крыла по кессонной схеме из композиционных материалов // Вестник Московского авиационного института. 2026. Т. 33. № 3. С. 62–71. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188823>

Original article

## Design Computations Procedure of the Dynamically Similar Model of a Composite Wing with the Torsion-Box Type Configuration

Anastasia O. Komissarova<sup>1</sup>, Fanil Z. Ishmuratov<sup>2✉</sup>

<sup>1, 2</sup> Central Aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky (TsAGI),  
Zhukovsky, Moscow Region, Russian Federation

<sup>1</sup> [vyacheslav.chedric@tsagi.ru](mailto:vyacheslav.chedric@tsagi.ru)

<sup>2</sup> [fanil.ishmuratov@tsagi.ru](mailto:fanil.ishmuratov@tsagi.ru) ✉

### Abstract

The article deals with the procedure development for the stiffness characteristics designing of a dynamically similar wing model from composite materials by a box-beam scheme. The research relevance is driven by the need for rapid estimation of bending and torsional stiffness at early design stages, where application of, for example, a full-scale finite element models is impractical due to high labor intensity and time costs.

The developed methodology is based on the beam idealization for computational studies of flutter in the high-aspect-ratio wings. To achieve this, the stiffness characteristics in each section are specified by the bending stiffness

in two planes and torsional stiffness. The beam stiffness computing is being conducted by the formulas for geometric characteristics determining of the cross-sections from the courses on strength of materials and structural mechanics. As the result of this procedure running, the following data is being determined: the required number of laminates and reinforcing angles for each control section.

The computational procedure includes several sequential stages. At the first stage, the geometry is prepared, namely the check sections are selected, and the wing box position is defined. At the second stage, the effective elastic characteristics of the laminate (multilayer composite material) are being determined by the classical lamination theory. The next stage is responsible for the bending and torsional stiffness computing, following which an equation (or system of equations) is being solved and the required thickness, or in other words, the required number of laminates, is being determined. At the final stage, the layup angles are being determined by an optimization method based on a genetic algorithm.

For the proposed technique implementation, a computational procedure, developed with MATLAB, which automates the laminate parameters selection and their quantity has been developed. The box wing of a dynamically scaled model with a high aspect ratio of  $\lambda = 11.5$  was selected as the object for numerical simulation. The algorithm allows the designer to select a permissible box-beam scheme based on the design and technological constraints. The presented article proposes and considers two typical cross-section configurations. The second cross-section option ensures the best approximation to the required stiffness characteristics for the presented numerical wing model. It may be concluded by the numerical simulation results that this procedure is capable of ensuring the results convergence up to 10%. This allows ensuring the necessary accuracy for the aeroelastic phenomena correct modeling. The developed technique verification was performed by comparing the computational results with the data obtained by the finite element method with the Nastran software. The comparative analysis revealed that the discrepancy in the bending stiffness did not exceed 6%, and 10% in the torsional stiffness, which confirms correctness of the adopted assumptions and sufficient engineering accuracy of the proposed approach for application at early design stages. The design calculation execution time herewith takes several minutes, which significantly reduces the “manual enumeration” time or full-scale finite element modeling.

**Keywords:** dynamically scaled wing model, composite materials, stiffness characteristics, spar box designing procedure

**For citation:** Komissarova A.O., Ishmuratov F.Z. Design Computations Procedure of the Dynamically Similar Model of a Composite Wing with the Torsion-Box Type Configuration. *Aerospace MAI Journal*. 2026;33(3): 62-71. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=188823>

### List of Figures

Fig. 1. The wing model scheme

Fig. 2. Airfoil of the  $i$ -th section

Fig. 3. Typical  $i$ -th cross-section of the box wing:  $a$  – version 1;  $b$  – version 2

Fig. 4. High-aspect-ratio dynamically similar torsion-box wing model

### List of Tables

Table 1. Numerical simulation results for version 1

Table 2. Numerical simulation results for version 1

Table 3. Numerical simulation results for version 2

Table 4. Numerical simulation results for version 2

Table 5. Comparison of the procedure results and finite element analysis

## Введение

Для расчетных исследований флаттера динамически подобных моделей (ДПМ) крыла используется большое количество разнообразных схем [1]. Как наиболее эффективные и надежные можно выделить две расчетные схемы: балочную, пластинно-балочную. Балочная схематизация пригодна для конфигураций с крылом большего или умеренного удлинения. Для крыльев малого удлинения эффективнее использовать пластинно-балочную модель. ДПМ – это модель, которая является геометрически подобной натурному самолету по внешним обводам

и имеет подобие по распределению жесткостных и массовых характеристик. Главной задачей при проектировании динамически подобной модели является правильное проектирование с заданными критериями подобия и требуемой точности. Особенности проектирования современных ДПМ заключаются в пошаговой валидации и верификации модели на каждом этапе [2–4].

В балочной схематизации жесткостные характеристики силового несущего элемента (лонжерона) задаются в каждом сечении изгибными жесткостями (в двух плоскостях) и крутильной жесткостью.

Пластинная схематизация подразумевает моделирование жесткостных характеристик в виде матрицы коэффициентов упругого влияния.

Постепенное развитие композиционных материалов и технологий изготовления привело к тому, что их применение распространилось не только на создание агрегатов натурного летательного аппарата (ЛА), но и их уменьшенных копий. Стоит отметить, что при проектировании силовых элементов из композиционных материалов необходимо не забывать про следующие ключевые моменты: строгий учет зависимости свойств композита от направления, нахождение компромисса между проектируемыми параметрами, учет нелинейных эффектов, технологические ограничения, баланс массы, жесткости и прочности [5–7]. В 1950–1960-е годы для моделирования флаттера в высокоскоростных аэродинамических трубах (АДТ) наибольшее распространение получили конструкции с фанерным лонжероном-кессоном [8]. Такая кессонная схема применяется и в настоящее время, но вместо фанеры используется композитный материал.

При проектировании крыльев большого удлинения по кессонной схеме используются различные численные методы проектировочных расчетов [9–12]. В работе [9] при проектировании ДПМ балочной конструкции предлагается алгоритм численной оптимизации для каждого контрольного сечения. Алгоритм позволяет с помощью выбранных проектных параметров обеспечивать требуемые изгибные жесткости (в двух плоскостях) и крутильную жесткость. Основная идея для поиска оптимальных жесткостных параметров в статье [10] — использование решателя MIDACO, в котором используется комбинация расширенного алгоритма АСО (мета-эвристический метод оптимизации, основанный на поведении колонии муравьев) с методом штрафных функций. Преимуществом этого метода является учет большего количества проектных параметров, в данном случае оптимизируются не только толщины стенок кессона, стрингеров, но и пространственное положение (высота кессона), количество стрингеров. В работе [11] для проектирования силовой конструкции основного несущего элемента модели разрабатывается процесс оптимизации общей жесткости с использованием параметров обшивки в качестве расчетной переменной модели. За основу взят генетический алгоритм, а в качестве критериев оптимизации выбирается среднее значение невязки диагональных элементов и среднее значение ошибок для всех элементов матрицы податливости. Для крыльев большого удлинения автор работы [12] предлагает нелинейный метод решения доведения распределения жесткостных характеристик до требуемых: модель повторяет статический прогиб

натуры при расчетных нагрузках. Таким образом по эквивалентным статическим нагрузкам подбирают жесткость модели, чтобы ее деформация под нагрузкой совпадала с деформацией натуры.

Одним из методов управления жесткостными и аэроупругими характеристиками является использование технологий с криволинейной укладкой волокна [13, 14]. В работе [13] представлены результаты экспериментальной валидации в аэродинамической трубе этой технологии на примере модели, собранной по упрощенной схеме. Аэродинамический профиль представляет из себя композитную пластину с пенопластовыми накладками. Развитие этой методики на уровень полноразмерных конструкций представлено в работе [14]. Обе работы подтверждают, что анизотропия композиционных материалов и пространственное изменение схем армирования являются ключевыми инструментами при проектировании силовых конструкций.

В настоящей статье предлагается подход, основанный на балочной схематизации. В таком случае жесткостные характеристики задаются в каждом сечении изгибными жесткостями в двух плоскостях ( $EI_1$ ,  $EI_2$ ) и крутильной жесткостью ( $GJ$ ). При проектировании необходимо обеспечить подобие жесткостей ( $EI_1$ ,  $EI_2$ ,  $GJ$ ) в сечении. Предлагаемая процедура предполагает, что основным несущим элементом ДПМ крыла является кессон. На модели он представляет собой пустотелую полнопрофильную балку, внешний контур которой изготовлен из углепластика, и обеспечивает заданное распределение жесткостных характеристик по размаху, а также является формообразующим элементом для обводов крыла. Существуют различные способы расчета балочных жесткостей [15–17], мы будем использовать наиболее простой, основанный на формулах определения геометрических характеристик сечения.

## 1. Геометрия

Первоначально необходимо подготовить геометрию кессона для проведения дальнейших расчетов. Для каждой модели крыла имеется набор базовых хорд и соответствующий им набор аэродинамических профилей, по которым строится теоретический контур конструкции крыла. На рис. 1 схематично изображена модель крыла ДПМ.

Выбираются контрольные сечения  $z_i$  для проведения расчетов жесткостных характеристик крыла. Обычно по размаху крыла достаточно взять 10–15 контрольных сечений, однако их число может варьироваться на усмотрение конструктора. С помощью процедуры препроцессора PGen комплекса программ АРГОН [18] строятся сечения, перпендикулярные оси жесткости. Для каждого

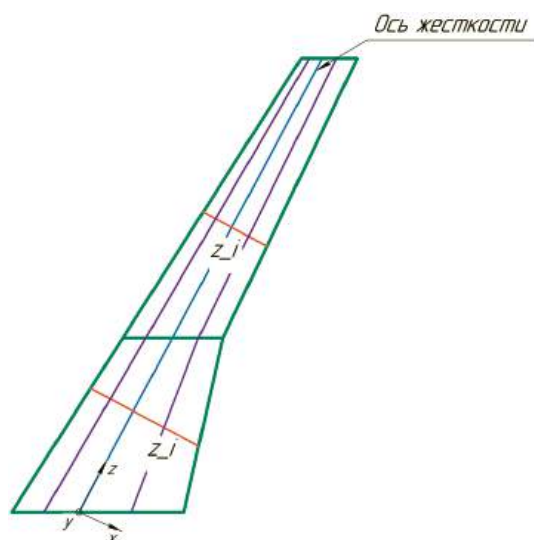


Рис. 1. Схема модели крыла

сечения в текстовый файл сохраняется информация о положении профиля вдоль оси  $z$  и его координаты в плоскости сечения.

Дальнейшая обработка исходных данных, расчет и др. проводится с помощью процедур и функций, написанных на языке Matlab [19].

Для получения геометрии кессона, которая будет использоваться в расчете, выполняются следующие шаги:

- Считываются координаты профилей с текстового файла (`read_airfoil_sections.m`).

- Задаются координаты передней и задней стенки кессона в виде массивов  $[1 \times n\_sections]$ , где  $n\_sections$  — количество контрольных сечений.
- Выбираются точки, принадлежащие кессону (`extract_keel_points.m`). За точки, принадлежащие передней и задней стенке кессона, берутся ближайшие по координате  $x$  к заданным.

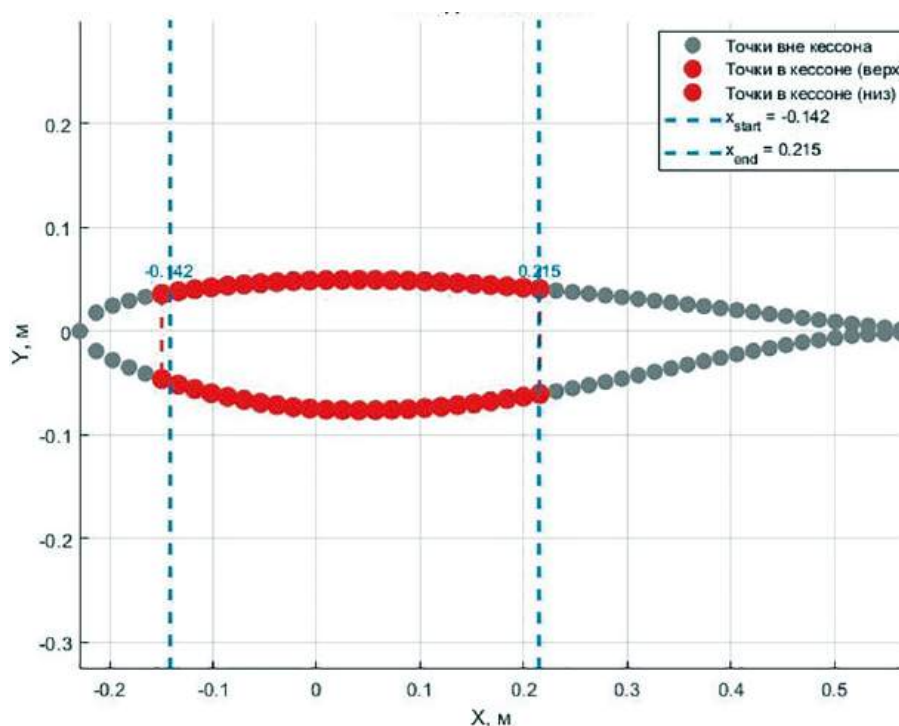
На рис. 2 можно видеть результат работы описанных функций.

## 2. Расчет характеристик пакета

Процедура расчета характеристик композитного пакета (`getEffectiveModuli.m`) определяет осредненные характеристики многослойного композита с помощью классической теории слоистых пластин для плоско-напряженного состояния симметричного ламината [20]. Для расчета нужны углы укладки каждого слоя, толщина слоя, упругие характеристики одного слоя в его локальных осях:  $E_1$  — модуль Юнга вдоль волокон;  $E_2$  — модуль Юнга поперек волокон;  $G_{12}$  — модуль сдвига в плоскости слоя;  $\nu_{12}$  — коэффициент Пуассона. Определить механические свойства монослоя можно по данным испытаний целых слоев с разными схемами армирования [21] или из справочных материалов.

## 3. Расчет изгибной и крутильной жесткости

Схемы типового сечения кессона представлены на рис. 3.

Рис. 2. Аэродинамический профиль  $i$ -го сечения

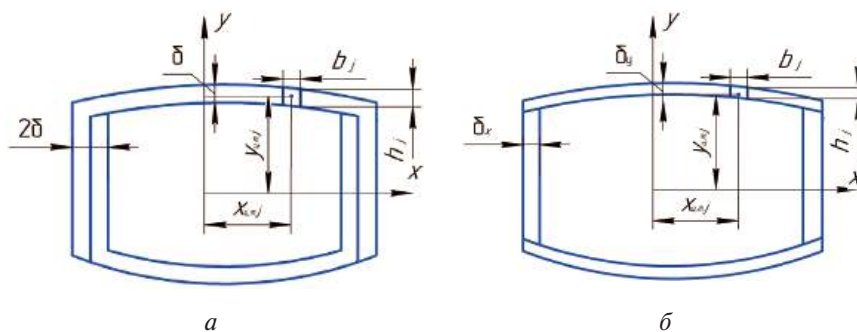


Рис. 3. Типовое  $i$ -е сечение кессона: а – вариант 1; б – вариант 2

**Вариант 1** (рис. 3,а). Верхняя и нижняя панель кессона имеют толщину  $\delta$ . Боковые стенки –  $2\delta$ . Предполагается, что при такой схеме кессон собирается из двух скоб – верхней и нижней, которые склеиваются между собой по боковым стенкам. Каждая скоба состоит из одинакового количества пакетов.

**Вариант 2** (рис. 3,б). Верхняя и нижняя панель кессона имеют толщину  $\delta_y$ . Боковые стенки –  $\delta_x$ .

Аналитические формулы для расчета изгибных и крутильной жесткости для кессона, изготовленного из композиционного материала, выглядят следующим образом:

- жесткость на изгиб в плоскости  $yz$ :  $EI_1 = EI_x = E_x \cdot I_x$ ;
- жесткость на изгиб в плоскости  $xz$ :  $EI_2 = EI_y = E_y \cdot I_y$ ;
- крутильная жесткость:  $GI = G_{xy} \cdot J$ ,

где  $E_x, E_y, G_{xy}$  – эффективные (усредненные) характеристики композитного пакета;

- $I_x$  – момент инерции сечения относительно оси  $x$ ;
- $I_y$  – момент инерции сечения относительно оси  $y$ ;
- $J$  – константа кручения.

Для вычисления моментов инерции  $I_x, I_y$  разобьем сечение на  $n$  участков. В данном случае разбиение соответствует координатам точек аэродинамического профиля, попадающим в кессонную часть. Для каждого  $j$ -го участка определяется собственный и переносный моменты инерции сечения, после чего они суммируются. Тогда, согласно формулам для вычисления моментов инерции прямоугольного сечения, получим следующие формулы:

- Момент инерции относительно оси  $x$ :

$$I_x = \sum_{j=1}^n \left( \frac{b_j^3 h_j^3}{12} + b_j h_j y_{ц.т.j}^2 \right).$$

- Момент инерции относительно оси  $y$ :

$$I_y = \sum_{j=1}^n \left( \frac{b_j^3 h_j^3}{12} + b_j h_j x_{ц.т.j}^2 \right).$$

Для тонкостенных замкнутых сечений расчет константы кручения ведется по формуле Бредта:

$$J = \frac{4A_m^2}{\oint \frac{ds}{\delta(s)}},$$

где  $A_m$  – площадь, ограниченная средней линией контура оболочки;

$\oint ds/\delta(s)$  – интеграл по всему контуру отношения длины элемента  $ds$  к его локальной толщине  $\delta(s)$ .

#### 4. Определение потребных толщин

Потребные толщины определяются из условия подобия балочных жесткостей проектируемой модели и натурной конструкции. Для удобства рассуждений вводится понятие «идеальная модель», у которой все характеристики, включая жесткости, пересчитаны с натурной конструкции по масштабам подобия. Потребными характеристиками проектируемой модели являются характеристики идеальной модели (ниже используется сокращение и. м.).

На данном этапе для получения требуемых жесткостных характеристик варьируем количество пакетов.

**Вариант 1.** Для определения толщин  $\delta$  каждого сечения воспользуемся условием, что жесткости на изгиб в плоскости  $yz$  должны быть одинаковыми для проектируемой и идеальной моделей. Так как количество пакетов должно быть целым числом, абсолютного равенства достичь практически невозможно, поэтому условие принимает следующий вид:  $EI_1 \approx EI_B^{и.м.}$ .

**Вариант 2.** Аналогично варианту 1 для определения толщин  $\delta_y$  и  $\delta_x$  воспользуемся следующими условиями:

- Для верхней и нижней оболочки кессона:  $EI_1 \approx EI_B^{и.м.}$ .

- Для боковых стенок кессона:  $EI_2 \approx EI_\Gamma^{и.м.}$ .

Здесь  $EI_1, EI_B^{и.м.}$  – расчетное и «идеальное» (требуемое) значение жесткости на изгиб в плоскости  $yz$  соответственно;  $EI_2, EI_\Gamma^{и.м.}$  – расчетное и «идеальное» значение жесткости на изгиб в плоскости  $xz$  соответственно.

альное» (требуемое) значение жесткости на изгиб в плоскости  $xz$  соответственно.

Исходя из поставленных условий, очевидно, что требуемых жесткостных характеристик во всех контрольных сечениях для варианта 1 будет достигать только изгибная жесткость в плоскости  $yz$ , а для варианта 2 изгибные жесткости в плоскости  $yz$  и  $xz$ . Поэтому предлагается провести дополнительно оптимизацию углов укладки пакета.

Как правило, при проектировании композитной обшивки слои располагают симметрично относительно срединной поверхности, при этом получаемый пакет можно считать ортотропным. При проектировании ДПМ не всегда удается использовать симметричную укладку слоев из-за ограничений по геометрии, распределению масс и потребной жесткости. В данном исследовании при оптимизации углов укладки в основном использовалась симметричная укладка; при использовании несимметричной укладки не учитывались мембранно-изгибные жесткости обшивки при определении жесткостных характеристик кессона.

## 5. Оптимизация углов укладки композиционного пакета

В качестве метода оптимизации углов укладки предлагается воспользоваться генетическим алгоритмом. Этот метод основан на механизмах естественного отбора и эволюции в природе. Алгоритм выбран для нашей задачи по следующим причинам: работает с дискретными задачами, ищет глобальный оптимум, не требует гладкости целевой функции, легко позволяет добавлять ограничения (например, симметричность и сбалансированность укладки). В качестве недостатков стоит отметить, что генетический алгоритм медленнее градиентных методов (перебирает все возможные варианты) и не гарантирует оптимальности (выбирает лучший вариант из возможных) [22, 23].

Целевая функция, которую необходимо минимизировать:

$$f = \alpha_1 \left( 1 - \frac{EI_1}{EI_B^{и.м.}} \right)^2 + \alpha_2 \left( 1 - \frac{EI_2}{EI_r^{и.м.}} \right)^2 + \alpha_3 \left( 1 - \frac{GI}{GI^{и.м.}} \right)^2,$$

где  $EI_1 \approx EI_B^{и.м.}$  — расчетное и «идеальное» (требуемое) значение жесткости на изгиб в плоскости  $yz$  соответственно;

$EI_2 \approx EI_r^{и.м.}$  — расчетное и «идеальное» (требуемое) значение жесткости на изгиб в плоскости  $xz$  соответственно;

$GI, GI^{и.м.}$  — расчетное и «идеальное» (требуемое) значение жесткости на кручение соответственно;

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — весовые коэффициенты.

## 6. Численный пример. Проектирование крыла большого удлинения

В качестве тестового примера рассматривается проектирование кессона ДПМ крыла большого удлинения  $\lambda = 11,5$ , представленного на рис. 4.

На рис. 4 видно, что было выбрано 12 контрольных сечений, которые обозначены  $z_i$ , где  $i$  — это расположение сечения в  $m$  на оси жесткости. Все монослои композиционного материала состоят из слоев, имеющих следующие характеристики материала:  $E_1 = 140 \cdot 10^9$  Па;  $E_2 = 10 \cdot 10^9$  Па;  $G_{12} = 5 \cdot 10^9$  Па. Толщина слоя составляет 0,1 мм, укладка одного пакета —  $[0/\pm 30]$ .

**Вариант 1.** В табл. 1 представлены результаты расчета:  $t_{opt}$  — оптимальное количество пакетов;  $\Delta_B, \Delta_r, \Delta_{кр}$  — отклонение от требуемых значений изгибных жесткостей и крутильной соответственно («—» означает недостаточную жесткость). Проанализировав табл. 1, видим, что сходимость результатов достигается только для изгибной жесткости в плоскости  $yz$  ( $\Delta_B \leq 10\%$ ).

Оптимизируем углы укладки. Задаем набор допустимых углов и значения весовых коэффициентов:

$$angle\_set = [0, 10, -10, 15, -15, 20, -20, 25, -25, 30, -30, 45, -45, 55, -55, 60, -60, 75, -75, 90],$$

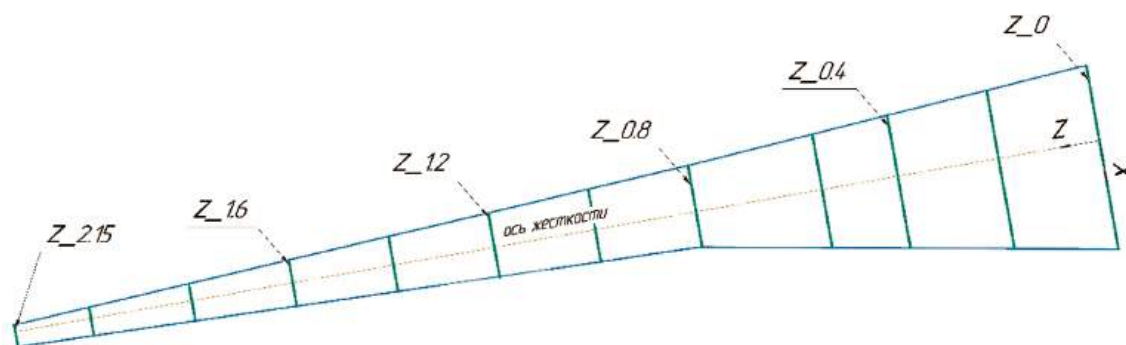


Рис. 4. Кессон ДПМ крыла большого удлинения

Таблица 1. Результаты численного моделирования для 1-го варианта

| Название сечения | $t_{opt}$ | $\Delta_b, \%$ | $\Delta_r, \%$ | $\Delta_{кр}, \%$ |
|------------------|-----------|----------------|----------------|-------------------|
| $Z_0$            | 6         | -2,84          | 59,80          | 2,26              |
| $Z_{0.2}$        | 7         | 0,94           | 73,54          | 38,43             |
| $Z_{0.4}$        | 7         | -5,444         | 52,45          | 26,91             |
| $Z_{0.55}$       | 10        | 3,97           | 75,38          | 43,93             |
| $Z_{0.8}$        | 9         | -1,02          | 37,11          | 62,56             |
| $Z_1$            | 8         | -2,92          | 45,70          | 76,83             |
| $Z_{1.2}$        | 8         | -0,73          | 58,96          | 90,75             |
| $Z_{1.4}$        | 7         | -5,08          | 56,67          | 74,65             |
| $Z_{1.6}$        | 6         | 2,09           | 57,80          | 81,70             |
| $Z_{1.8}$        | 4         | -3,87          | 34,74          | 57,67             |
| $Z_2$            | 3         | -0,66          | 24,94          | 21,03             |
| $Z_{2.15}$       | 4         | -5,03          | 58,08          | 43,97             |

$\alpha_1 = 100$  (гарантирует сохранение  $EI_1$ ),  $\alpha_2 = \alpha_3 = 1$ .

Результаты оптимизации представлены в табл. 2. Здесь добавлен столбец *angles* со значениями углов укладки.

Как видно из табл. 2, получилось немного улучшить ситуацию с жесткостью на кручение.

**Вариант 2.** В табл. 3:  $t_{opt\_1}$  – оптимальное количество пакетов на верхней и нижней оболочке кессона;  $t_{opt\_2}$  – оптимальное количество пакетов на боковых стенках кессона,  $\Delta_b, \Delta_r, \Delta_{кр}$  – отклонение от требуемых значений изгибных жесткостей и крутильной соответственно («–» означает недостаточную жесткость).

Таблица 2. Результаты численного моделирования для 1-го варианта

| Название сечения | $t_{opt}$ | angles, °       | $\Delta_b, \%$ | $\Delta_r, \%$ | $\Delta_{кр}, \%$ |
|------------------|-----------|-----------------|----------------|----------------|-------------------|
| $Z_0$            | 6         | $[0/\pm 30]_s$  | -2,84          | 59,80          | 2,26              |
| $Z_{0.2}$        | 7         | $[0/\pm 30]_s$  | 0,94           | 73,54          | 38,42             |
| $Z_{0.4}$        | 7         | $[-20/20/-20]$  | 0,16           | 61,48          | 2,16              |
| $Z_{0.55}$       | 10        | $[90/\pm 20]_s$ | -3,73          | 62,41          | -5,03             |
| $Z_{0.8}$        | 9         | $[90/\pm 15]_s$ | 2,45           | 41,92          | -19,53            |
| $Z_1$            | 8         | $[90/\pm 15]_s$ | 0,49           | 50,81          | -12,47            |
| $Z_{1.2}$        | 8         | $[90/\pm 15]_s$ | 2,75           | 64,54          | -5,57             |
| $Z_{1.4}$        | 7         | $[-20/20/-20]$  | 0,55           | 65,95          | 40,58             |
| $Z_{1.6}$        | 6         | $[90/\pm 20]_s$ | -5,46          | 46,13          | 19,89             |
| $Z_{1.8}$        | 4         | $[20/-20/20]$   | 1,83           | 42,72          | 26,92             |
| $Z_2$            | 3         | $[0/\pm 30]_s$  | -0,66          | 24,94          | 21,03             |
| $Z_{2.15}$       | 4         | $[20/-20/20]$   | 0,59           | 67,45          | 15,89             |

Таблица 3. Результаты численного моделирования для 2-го варианта

| Название сечения | $t_{opt\_1}$ | $t_{opt\_2}$ | $\Delta_b, \%$ | $\Delta_r, \%$ | $\Delta_{кр}, \%$ |
|------------------|--------------|--------------|----------------|----------------|-------------------|
| $Z_0$            | 7            | 3            | 3,77           | -0,50          | -15,44            |
| $Z_{0.2}$        | 8            | 3            | 4,83           | 3,39           | 6,69              |
| $Z_{0.4}$        | 8            | 4            | -0,81          | 0,28           | 10,48             |
| $Z_{0.55}$       | 10           | 3            | -3,61          | -3,99          | -5,61             |
| $Z_{0.8}$        | 10           | 8            | 2,09           | 2,28           | 55,43             |
| $Z_1$            | 9            | 5            | 0,21           | 0,02           | 57,41             |
| $Z_{1.2}$        | 9            | 4            | 1,54           | 3,33           | 57,89             |
| $Z_{1.4}$        | 8            | 3            | -2,55          | -2,13          | 36,10             |
| $Z_{1.6}$        | 6            | 4            | -5,47          | -1,26          | 49,02             |
| $Z_{1.8}$        | 5            | 4            | 7,87           | 7,53           | 64,10             |
| $Z_2$            | 3            | 4            | -5,99          | -1,11          | 12,82             |
| $Z_{2.15}$       | 5            | 2            | -0,03          | -3,98          | 11,21             |

Проанализировав табл. 3, видим, что сходимость результатов достигается только для изгибной жесткости в двух плоскостях ( $\Delta_b \leq 10\%$ ;  $\Delta_r \leq 10\%$ ).

Оптимизируем углы укладки. Задаем набор допустимых углов и значения весовых коэффициентов:

$angle\_set = [0, 10, -10, 15, -15, 20, -20, 25, -25, 30, -30, 45, -45, 55, -55, 60, -60, 75, -75, 90]$ ;

$\alpha_1 = \alpha_2 = 10$  (гарантирует сохранение  $EI_1, EI_2$ ),  $\alpha_3 = 1$ .

В табл. 4 видно, что погрешности  $\Delta_b \leq 10\%$  и  $\Delta_r \leq 10\%$  и для 2/3 набора сечений  $\Delta_{кр} \leq 10\%$ . В целом можем сказать, что с помощью алгоритма подбора углов ситуация для крутильной жесткости улучшилась.

Сравним полученные результаты с конечно-элементным расчетом для пяти контрольных сечений (табл. 5). Оболочка и панели кессона моделируются трехмерными элементами второго порядка СНЕХА20 в среде программного комплекса Nastran.  $\Delta_b^{КЭ}, \Delta_r^{КЭ}, \Delta_{кр}^{КЭ}$  – отклонение значений КЭ-расчета от требуемых изгибных жесткостей и крутильной соответственно.  $\Delta_b_{matlab}, \Delta_r_{matlab}, \Delta_{кр_{matlab}}$  – отклонение значений конечно-элементного расчета и расчета в Matlab изгибных жесткостей и крутильной жесткости соответственно.

Из результатов в табл. 5 видим, что погрешность расчета в Matlab и конечно-элементного расчета для изгибных жесткостей не превышает 6%. Для крутильной жесткости погрешность в сечениях  $Z_{0.4}$  и  $Z_{2.15}$  превышает 10%. Это можно объяснить ограничением применимости формулы Бредта. Толщина стенки должна быть значительно меньше характерного радиуса кривизны или габаритных размеров сечения.

Таблица 4. Результаты численного моделирования для 2-го варианта

| Название сечения | $t_{opt\_1}$ | $t_{opt\_2}$ | angles          | $\Delta_b$ , % | $\Delta_r$ , % | $\Delta_{kp}$ , % |
|------------------|--------------|--------------|-----------------|----------------|----------------|-------------------|
| $Z_0$            | 7            | 3            | $[0/\pm 30]_s$  | 3,77           | -0,50          | -15,44            |
| $Z_{0.2}$        | 8            | 3            | $[0/\pm 30]_s$  | 4,83           | 3,39           | 6,69              |
| $Z_{0.4}$        | 8            | 4            | $[0/\pm 30]_s$  | -0,81          | 0,28           | 10,48             |
| $Z_{0.55}$       | 10           | 3            | $[0/\pm 30]_s$  | -3,61          | -3,99          | -5,61             |
| $Z_{0.8}$        | 10           | 8            | $[90/\pm 20]_s$ | -5,47          | -5,27          | 2,55              |
| $Z_1$            | 9            | 5            | $[90/\pm 20]_s$ | -7,20          | -7,38          | 3,86              |
| $Z_{1.2}$        | 9            | 4            | $[90/\pm 20]_s$ | -5,98          | -4,31          | 4,18              |
| $Z_{1.4}$        | 8            | 3            | $[20/-20/20]$   | 3,22           | 3,67           | 9,55              |
| $Z_{1.6}$        | 6            | 4            | $[20/-20/20]$   | 0,13           | 4,58           | 19,96             |
| $Z_{1.8}$        | 5            | 4            | $[90/\pm 20]_s$ | -0,11          | -0,43          | 8,28              |
| $Z_2$            | 3            | 4            | $[-20/20/-20]$  | -0,43          | 4,74           | -9,18             |
| $Z_{2.15}$       | 5            | 2            | $[0/\pm 30]_s$  | -0,03          | -3,98          | 11,21             |

Таблица 5. Сравнение результатов процедуры с конечно-элементным расчетом

| Название сечения | $\Delta_b^{КЭ}$ , % | $\Delta_r^{КЭ}$ , % | $\Delta_{kp}^{КЭ}$ , % | $\Delta_b_{matlab}$ | $\Delta_r_{matlab}$ | $\Delta_{kp_{matlab}}$ |
|------------------|---------------------|---------------------|------------------------|---------------------|---------------------|------------------------|
| $Z_0$            | 5,88                | 0,17                | -15,75                 | -1,99               | -0,67               | 0,37                   |
| $Z_{0.4}$        | 0,25                | -5,22               | -0,83                  | -0,55               | 5,62                | 10,05                  |
| $Z_{0.8}$        | -5,80               | -5,86               | 1,67                   | 0,35                | 0,61                | 0,87                   |
| $Z_{1.4}$        | 3,72                | 4,15                | 4,65                   | -0,49               | -0,46               | 4,68                   |
| $Z_{1.8}$        | -2,15               | -1,26               | 3,41                   | 2,08                | 0,84                | 4,70                   |
| $Z_{2.15}$       | -0,21               | -4,61               | 1,02                   | 0,17                | 0,66                | 10,08                  |

## Выводы

Разработана и реализована процедура проективного расчета жесткостей ДПМ крыла по кессонной схеме. Разработанный алгоритм обеспечивает сходимость до 10% с конечно-элементными моделями. Процедура позволяет оперативно оценить требуемое количество пакетов и определить оптимальную укладку слоев для достижения требуемых жесткостных характеристик, что делает его

эффективным инструментом для многовариантных оптимизационных исследований. Предложены два варианта выбора схемы типового сечения (их может быть и больше). Финальный выбор конкретной схемы остается за конструктором, что позволяет гибко учитывать нетехнические критерии. Таким образом, алгоритм позволяет автоматизировать итерационную процедуру подбора параметров, исключая (или дополняя) «ручной» перебор.

## Конфликт интересов / Conflict of Interests

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no relevant conflict of interests

## Список источников / References

1. Карклэ П.Г. (ред.). Аэроупругость. М.: Инновационное машиностроение, 2019. 652 с.  
Karkle P.G. (ed). *Aeroelasticity*. Moscow: Innovatsionnoe mashinostroenie; 2019. 652 p. (In Russ.).
2. Азаров Ю.А., Зиченков М.Ч., Парышев С.Э. и др. Развитие технологии моделирования явлений динамической аэроупругости в аэродинамических трубах. М.: Физматлит, 2018. 148 с.  
Azarov YuA, Zichenkov MCh, Paryshev SE, et al. *Development of technology for modeling dynamic aeroelasticity phenomena in wind tunnels*. Moscow: Fizmatlit; 2018. 148 p. (In Russ.).

3. Черноволов Р.А., Гарифуллин М.Ф., Козлов С.И. Валидация процедур проектирования и изготовления динамически подобных моделей летательных аппаратов с применением полимерных композиционных материалов // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 3. С. 102–112. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=107557>  
Chernovolov RA, Garifullin MF, Kozlov SI. Validation of designing and manufacturing procedures of aircraft dynamically similar models with polymer composite materials application. *Aerospace MAI Journal*. 2019;26(3):102–112. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/eng/publications.php?ID=107557>
4. Амирьянц Г.А., Вермель В.Д., Ишмуратов Ф.З. и др. Проектирование упругоподобной модели, изготавливаемой с использованием современных цифровых технологий // Ученые записки ЦАГИ. 2012. Т. 43. № 3. С. 88–104.  
Amir'yants GA, Vermel' VD, Ishmuratov FZ, et al. Designing an elastic-like model manufactured using modern digital technologies. *Uchenye zapiski TSAGI*. 2012;43(3):88–104. (In Russ.).
5. Дудченко А.А. Прочность и проектирование элементов авиационных конструкций из композиционного материала. М.: Изд-во МАИ, 2007. 199 с.  
Dudchenko AA. *Strength and design of elements of aircraft structures made of composite material*. Moscow: MAI; 2007. 199 p. (In Russ.).
6. Солошенко В.Н., Попов Ю.И. Концептуальное проектирование конструкции кессона крыла из композиционных материалов среднемагистрального самолета // Вестник Московского авиационного института. 2013. Т. 20. № 1. С. 16–30. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=42038>  
Soloshenko VN, Popov YuI. Conceptual design of composite wing box structures for a medium-range passenger airplane. *Aerospace MAI Journal*. 2013;20(1):16–30. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/eng/publications.php?ID=42038>
7. Митрофанов О.В., Торопылина Е.Ю. Определение толщин ортотропных панелей кессона крыла при закритическом состоянии с учётом мембранных и изгибных напряжений // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 1. С. 82–92. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=179110>  
Mitrofanov OV, Toropylina EYu. The Wing Caisson Orthotropic Panels Thicknesses Determining at the Supercritical State with Regard to Membrane and Bending Stresses. *Aerospace MAI Journal*. 2024;31(1):82–92. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/eng/publications.php?ID=179110>
8. Лыщинский В.В. Моделирование флаттера в аэродинамических трубах. М.: Физматлит, 2009. 80 с.  
Lyshchinskii VV. *Modeling of flutter in wind tunnels*. Moscow: Fizmatlit; 2009. 80 p. (In Russ.).
9. Азаров Ю.А., Зиченков М.Ч., Ишмуратов Ф.З., Чедрик В.В. Методы проектирования композиционных динамически подобных моделей агрегатов самолета // Ученые Записки ЦАГИ. 2006. Т. XXXV. № 4. С. 42–53.  
Azarov YuA, Zichenkov MCh, Ishmuratov FZ, et al. Methods of designing composite dynamically similar models of aircraft assemblies. *Uchenye zapiski TSAGI*. 2006;37(4):42–53. (In Russ.).
10. Flippou E, Kilimtzidis S, Kotzakolios A, et al. Towards Structural and Aeroelastic Similarity in Scaled Wing Models: Development of an Aeroelastic Optimization Framework. *Aerospace*. 2024;11(3):180. DOI: 10.3390/aerospace11030180
11. Li X, Quan W, Xiao L, et al. Optimized Design and Test of Geometrically Nonlinear Static Aeroelasticity Model for High-Speed High-Aspect-Ratio Wing. *Aerospace*. 2024;11(12):1015. DOI: 10.3390/aerospace11121015
12. Coelho M, Afonso F, Lau F, et al. Nonlinear Aeroelastic Scaling Studies of High Aspect-Ratio Wings. *6th EASN International Conference on Innovation in European Aeronautics Research (October 18–21, 2016; Porto, Portugal)*. p. 18–21. URL: [https://scholar.google.com/citations?view\\_op=view\\_citation&hl=en&user=GKe1FCAAAAAAJ&citation\\_for\\_view=GKe1FCAAAAAAJ:IjCSPb-OGc4C](https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=en&user=GKe1FCAAAAAAJ&citation_for_view=GKe1FCAAAAAAJ:IjCSPb-OGc4C)
13. Stodieck O, Francois G, Heathcote D, et al. Experimental validation of tow-steered composite wings for aeroelastic design. *17th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics (IFASD 2017; June 25–28, 2017; Como, Italy)*. p. 518–533. URL: <https://researchportal.bath.ac.uk/en/publications/experimental-validation-of-tow-steered-composite-wings-for-aeroel>
14. Brooks TR, Martins JRRA, Kennedy GJ. High-fidelity Aerostructural Optimization of Tow-steered Composite Wings. *Journal of Fluids and Structures*. 2019;88(7):122–147. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2019.04.005
15. Вождаев В.В., Теперин Л.Л., Чан Ван Хынг. Метод определения жесткостных характеристик аэроупругих моделей крыльев большого удлинения // Авиационная промышленность. 2014. № 3. С. 4–12. EDN TQJOPV  
Vozhdaev VV, Teperin LL, Chan Van Hyng. A method for determination of stiffness characteristics of aeroelastic models of large aspect ratio wings. *Aviation Industry*. 2014(3):4–12. (In Russ.).
16. Войтышен В.С., Данилова З.К. Методика расчета жесткостных характеристик крыльев большого удлинения с анизотропными панелями при удовлетворении требованиям прочности и эффективности элеронов // Ученые записки ЦАГИ. 1988. Т. XIX. № 6. С. 65–72.  
Voityshen VS, Danilova ZK. Methodology for calculating the stiffness characteristics of wings with large elongation with anisotropic panels while meeting the requirements of strength and efficiency of ailerons. *Uchenye zapiski TSAGI*. 1988;19(6):65–72. (In Russ.).
17. Костин В.А., Валитова Н.Л., Филясова В.И. Об одном подходе к определению жесткости крыла по заданным деформациям // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 4. С. 123–130. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=183590>  
Kostin VA, Valitova NL, Filyasova VI. On One Approach to the Wing Rigidity Determining by Specified Deformations. *Aerospace MAI Journal*. 2024;31(4):123–130. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/eng/publications.php?ID=183590>

18. Евсеев Д.Д., Чедрик В.В., Усков В.М. и др. Система multidisciplinary проектирования силовых конструкций самолетов (АРГОН). Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ №2010617478, 12.11.2010.  
Evseev DD, Chedrik VV, Uskov VM, et al. *System for Multidisciplinary Design of Aircraft Structural Components (ARGON)*. Certificate of state registration of the computer program No. 2010617478, 12.11.2010. (In Russ.).
19. Moore H. *Matlab for Engineers*. 5th ed. Pearson; 2021. 688 p.
20. Кристенсен Р.М. Введение в механику композитов / Пер. с англ. А.И. Бейля, Н.П. Жмудя. М.: Мир, 1982. 334 с.  
Christensen RM. *Mechanics of Composite Materials*. Wiley-Interscience, New York; 1979. 348 p.
21. Чжо А.Л., Артемьев А.В., Рабинский Л.И. и др. Идентификация свойств монослоя в углепластике с наномодифицированной матрицей // Вестник Московского авиационного института. 2017. Т. 24. № 2. С. 197-208. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=79984>  
Kyaw AL, Artemev AV, Rabinsky LN, et al. Monolayer properties identification in carbon composite with nano-modified matrix. *Aerospace MAI Journal*. 2017;24(2):197-208. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/eng/publications.php?ID=79984>
22. Черняев А.В. Применение генетических алгоритмов при проектировании авиационных конструкций из композиционных материалов // Полет. 2009. № 7. С. 50-55.  
Chernyaev AV. Use of genetic algorithms to ensure effective design of aircraft elements from composite materials. *Polet*. 2009(7): 50-55. (In Russ.).
23. Cui D, Xiu Y. Optimization for Composite Wing Using Genetic Algorithm and Grid Technology. *24th Congress of International Council of the Aeronautical Sciences (August 29 - September 3, 2004; Yokohama, Japan)*. Paper ICAS 2004-5.8.2.

Статья поступила в редакцию / 27.07.2026  
Одобрена после рецензирования / Revised 06.08.2026  
Принята к публикации / Accepted 24.08.2026