

Публичное акционерное общество
«Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва»



На правах рукописи

Прутько Алексей Александрович

**Оптимальные по расходу топлива траектории
переориентации крупногабаритных космических
конструкций**

Специальность 2.5.16 —

«Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов
(технические науки)»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
Сумароков Антон Владимирович

Королёв — 2021

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. Описание математических моделей углового движения КА, окружающей среды, нагрузок на элементы конструкции. Постановка задачи поиска оптимальных по расходу топлива траекторий переориентации	16
1.1 Применяемые системы координат	16
1.2 Уравнения вращательного движения	17
1.3 Моменты сил, действующие на КА	18
1.4 Модель нагрузок на элементы конструкции КА	25
1.5 Формулировка и постановка задачи поиска оптимальных траекторий переориентации	27
1.6 Выводы по первой главе	30
Глава 2. Использование псевдоспектральных методов Лобатто и Радау для решения задачи оптимального управления	32
2.1 Псевдоспектральный метод Лобатто	32
2.2 Псевдоспектральный метод Радау	37
2.3 Постановка задачи нелинейного математического программирования	39
2.4 Выводы по второй главе	44
Глава 3. Расчёт траекторий управления ориентацией и результаты лётных испытаний	46
3.1 Исходные данные	46
3.2 Определение длительности проведения оптимальных манёвров	47
3.3 Анализ необходимости учёта гравитационного и аэродинамического моментов сил для расчёта оптимальных траекторий	51
3.4 Результаты решения задачи оптимизации и их верификация	54

	Стр.
3.5 Анализ возможности использования циклограмм включений двигателей для проведения оптимальных разворотов	79
3.6 Проведение лётных испытаний траекторий переориентации	85
3.7 Выводы по третьей главе	96
Заключение	98
Список сокращений и условных обозначений	101
Список литературы	104
Список рисунков	113
Список таблиц	116
Приложение А. Данные по траекториям оптимальных разворотов	118

Введение

Актуальность и степень разработанности темы. Во время эксплуатации космических аппаратов (КА) решаются два широких класса задач управления — управление движением центра масс и вокруг центра масс. Управление движением вокруг центра масс также называется управлением ориентацией, что подразумевает управление угловым движением КА. Выставление определённой ориентации необходимо при следующих операциях:

- выполнение коррекции орбиты;
- проведение съёмки поверхности Земли;
- получение солнечной энергии для подзарядки аккумуляторных батарей;
- передача информации на Землю;
- решение задач навигации и другие.

В работах отечественных и зарубежных авторов часто исследуется решение проблемы оптимального управления ориентацией КА [1—23]. Рассматриваются задачи оптимальной по быстродействию [11; 15] и расходу топлива [2; 10] переориентации КА, но часто при рассмотрении частных случаев разворотов вокруг оси Эйлера [20; 21]. Однако такие развороты не всегда являются оптимальными. Одной из задач является оптимизация быстродействия манёвров при заранее неизвестных граничных условиях, что актуально для выполнения динамических операций во время дежурного участка полёта автоматическими спутниками. Например, в работах [9—15; 23] используется интегральный функционал, что позволяет применить принцип максимума Понтрягина [24], но при этом часто задача решается только численными методами. Многими авторами упоминалось, что получение аналитического решения задачи оптимизации могло бы предоставить возможность его применения в бортовых алгоритмах автоматических спутников, космических кораблей и орбитальных станций, но на текущий момент такие решения найдены лишь при определённых допущениях, например, при осевой симметрии космического аппарата [4; 17], что позволяет получить приближённое аналитическое решение и возможность его использования на бортовых вычислительных машинах, учитывая их ограниченную производительность.

Диссертация затрагивает задачу оптимальной по расходу топлива переориентации крупногабаритных космических конструкций. Примеров существовавших, существующих и планируемых подобных конструкций несколько:

- советско-российская орбитальная станция «Мир»;
- Международная космическая станция (МКС);
- планируемая российская орбитальная станция;
- китайская модульная космическая станция;
- лунная орбитальная платформа-шлюз.

Варианты решения подобной задачи существуют для первых двух примеров. В работе Казначеева Ю.В. и Холла Р.А. [3] предложено разворачивать орбитальную станцию «Мир», скомбинировав разворот вокруг оси симметрии орбитальной станции и разворот вокруг вектора кинетического момента, при этом для получения аналитического решения было использовано допущение для компонент матрицы тензора инерции: $J_1 = I_{xx}$, $J_2 = J_3 = \frac{I_{yy} + I_{zz}}{2}$ и $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$. Существующие решения задачи переориентации МКС рассмотрим подробнее, поскольку в дальнейшем в диссертации МКС будет рассматриваться в качестве объекта управления.

Во время эксплуатации МКС для проведения таких динамических операций, как коррекции орбит, сближение с кораблями снабжения, необходимо выполнять развороты станции на большие углы. Количество таких манёвров в зависимости от этапа эксплуатации МКС может достигать десяти и более в год. Переориентация такой крупногабаритной конструкции неосуществима без интенсивной работы двигательной установки, что приводит к большому расходу топлива.

Проведение переориентаций МКС под управлением российского сегмента (РС) осуществляется при помощи двигателей ориентации (ДО) под управлением бортовых алгоритмов служебного модуля (СМ). Разворот выполняется по кратчайшей траектории вокруг оси эйлера поворота [25] между текущей и конечной ориентацией МКС. Для того, чтобы ограничить упругие колебания элементов конструкции МКС, а также не допустить превышения допустимых величин нагрузок на эти элементы, при работе двигателей применяется разработанная американскими коллегами логика включений ДО Pulse-Train [26], которая не допускает возникновения резонанса основных собственных частот. При выполнении разворотов МКС затраты топлива также зависят от выбранной конфигурации двигателей. В частности при выборе наиболее эффективной

конфигурации ДО и при выполнении переориентации МКС из положения «на разгон» в положение «на торможение» необходимо потратить не менее 50 кг [18] топлива, а количество срабатываний ДО достигает ≈ 2000 .

Американскими специалистами из Charles Stark Draper Laboratory в 2006 г. был разработан Zero propellant maneuver (ZPM) [18] и проведён первый манёвр МКС на $\approx 90^\circ$ на американских силовых гироскопах без использования ракетных двигателей. ZPM позволяет провести переориентацию МКС на большие углы без насыщения силовых гироскопов. А в 2007 г. уже проведён манёвр на угол $\approx 180^\circ$. При синтезе командных траекторий для разгрузки гироскопов учитывались аэродинамический и гравитационный моменты сил, действующие на конструкцию МКС, что и позволило добиться таких результатов.

Поскольку для проведения ZPM требуется существенное количество времени (≈ 2 часа), подобные манёвры могут нарушить некоторые установленные правила полёта, например, нарушение теплового и энергетического баланса. Поэтому американскими коллегами была создана процедура выполнения разворотов МКС через алгоритмы разгрузки кинетического момента силовых гироскопов американского сегмента (АС) МКС, которые используют двигатели РС. Двигатели включаются по задаваемой из американского сегмента циклограмме. Используя этот способ управления, проведены развороты МКС под управлением АС по заранее рассчитанной траектории [19]. Оптимальные траектории разворота на угол $\approx 180^\circ$ вокруг местной вертикали длительностью 5500 секунд (один виток вокруг Земли) были получены американскими специалистами в 2007-м году с помощью пакета DIDO [27], в котором решалась задача оптимального управления с использованием моделей исполнительных органов с гладкой выходной характеристикой в предположении что объект управления — твёрдое тело. Начиная с 2012 года, выполнено несколько десятков таких разворотов МКС, причём расход топлива при их проведении равен ≈ 12 кг.

В рамках сотрудничества ПАО «РКК «Энергии» и ООО «ДАТАД-ВАНС» в 2015-м году были получены решения задачи оптимального разворота МКС в виде циклограмм включений двигателей, учитывающие возникающие нагрузки на элементы конструкции орбитальной станции, для различной продолжительности манёвров [28]. Например, для длительности разворота 5500 с достаточно пяти включений двигателей с ожидаемым расходом топлива ≈ 2 кг, а для длительности 3880 с — семь включений двигателей с ожидаемым расходом топлива ≈ 4 кг. Для решения задачи поиска оптимальных траекторий

ООО «ДАТАДВАНС» разработал вычислительный пакет, в котором применяются специализированные методы и алгоритмы [29; 30] для интегрирования дифференциальных кинематического и динамического уравнений.

Отсутствие в бортовых алгоритмах управления РС возможности оптимально осуществлять переориентацию станции на большие углы привело к необходимости разработки таких алгоритмов. Высокая стоимость доставки топлива, поставляемого транспортными грузовыми кораблями (ТГК) «Прогресс» три раза в год, приводит, соответственно, к высокой стоимости самого топлива. Также следует отметить, что ресурс ДО СМ ограничен, поэтому необходимо по возможности сокращать их количество включений и длительность работы. Учитывая то, что СМ находится в составе российского сегмента МКС с 2000 г., сохранение ресурса двигателей и экономия топлива являются важными задачами, стоящими перед российскими разработчиками программного обеспечения (ПО) систем управления движением и навигации (СУДН) КА. Учитывая эти факторы, в 2016-м году специалистами ПАО «РКК «Энергии» было предложено Госкорпорации «Роскосмос» провести космический эксперимент «МКС-Разворот» [31], целью которого является создание и апробация альтернативных алгоритмов и процессов управления разворотами МКС. В ходе реализации космического эксперимента был разработан и введён в состав бортового ПО МКС программный компонент отслеживания заданной траектории. Также возникла необходимость срочной разработки отечественных алгоритмов расчёта оптимальных траекторий на Земле. В заключение, необходимо заметить, что программный компонент поиска траекторий, оптимизирующих расход топлива, может быть применён не только для МКС, а также для других космических перспективных орбитальных станций, например, планируемой российской орбитальной космической станции или лунной орбитальной станции, где задача экономии топлива и ресурса ДО становится ещё более актуальной.

В рамках рассматриваемого исследования проведение требуемых оптимальных разворотов заранее планируется, поэтому граничные условия являются известными, а время проведения манёвра ограничивается тремя часами. Таким образом, трудоёмкая по вычислениям подготовка может быть осуществлена заранее разработчиками алгоритмов СУДН.

Объектом исследования является переориентация крупногабаритной космической конструкции на большие углы.

Предметом исследования являются оптимальные по расходу топлива траектории переориентации крупногабаритной космической конструкции на большие углы с использованием двигателей ориентации и гравитационного момента сил.

Целью данной работы является осуществление оптимальных по расходу топлива разворотов крупногабаритной космической конструкции при помощи двигателей ориентации с использованием имеющихся возможностей системы управления движением на примере МКС. Для оптимизации расхода топлива предлагается использовать модель воздействия на МКС момента сил гравитации, а для верификации полученных траекторий также использовать модель воздействия аэродинамического момента сил.

В связи с вычислительной сложностью решения задачи поиска оптимальных траекторий и небольшими вычислительными мощностями, объёмами постоянной и временной памяти бортовых компьютеров представляется невыполнимой задача внедрения такого программного компонента в бортовые алгоритмы управления космическим аппаратом. По этой причине синтез траекторий должен производиться специалистами на Земле. В этом случае возможны несколько вариантов выполнения рассчитанного на Земле манёвра:

1. Подготовить и передать в бортовые алгоритмы управления для реализации некоторую оптимальную последовательность включений ДО — циклограмму включений двигателей.
2. Рассчитать оптимальную траекторию углового движения, по которой будут вычисляться требуемые угловые рассогласования и скорости движения, для дальнейшего отслеживания такой траектории бортовой логикой.

В первом случае переориентация будет производиться контуром управления без обратной связи и исход корректности манёвра будет зависеть от ряда условий:

- ошибки задаваемых начальной угловой скорости и ориентации, связанные с точностью работы инерциальных датчиков и порогов нечувствительности бортовых алгоритмов;
- ошибка в определении матрицы тензора инерции станции, связанная с динамически изменяемой конструкцией (вращение солнечных батарей и радиаторов);

- ошибки в определении аэродинамических моментов сил, связанные с динамически изменяемой конструкцией станции и изменениями плотности атмосферы, зависящей от солнечной активности и геомагнитной возмущённости;
- ошибка в определении управляющих моментов сил, создаваемых ракетными двигателями.

Перечисленные ошибки в знании определённых параметров, влияющих на динамику углового движения, могут повлечь возникновение нештатных ситуаций при проведении манёвра переориентации станции. Также при выполнении разворота по циклограмме включений двигателей потребуется провести анализ возникающих нагрузок на конструкцию, поскольку в данном случае будет выключена логика Pulse-Train, которая выполняет задачу недопущения возникновения критических значений нагрузок на элементы конструкции станции.

Во втором случае необходим программный компонент в СУДН, способный отслеживать заданную с Земли траекторию. Таким образом, необходимо разработать программное обеспечение, позволяющее синтезировать оптимальные по расходу топлива траектории управления ориентацией, которые в дальнейшем при помощи интерполяции будут приводиться к последовательности кватернионов ориентации станции на равностоящих точках для дальнейшей закладки в бортовые алгоритмы орбитального комплекса.

Из предложенных вариантов предпочтительным является второй, поскольку при его реализации, в отличие от первого случая, ошибки в начальных параметрах маловероятно повлекут к нештатному выполнению манёвра и незначительному увеличению расхода топлива. Тем не менее будет проведён анализ возможности реализации циклограмм включений двигателей для проведения оптимальных манёвров.

Цель достигалась путём сведения к нескольким **задачам**:

1. Описать математическую модель углового движения орбитальной станции в виде кинематического и динамического уравнений.
2. Описать возмущающие моменты сил, такие как управляющие моменты сил, создаваемые двигателями ориентации, аэродинамический и гравитационный моменты сил, действующие на конструкцию орбитальной станции. Оценить величину и необходимость учёта гравитационного и аэродинамического моментов сил на динамику углового движения крупногабаритной космической конструкции.

3. Описать модель нагрузок на элементы конструкции КА для оценки величин возникающих нагрузок на критические элементы, такие как крепления солнечных батарей, радиаторов, стыковочные узлы модулей и транспортных космических кораблей.
4. Исследовать возможности численного решения задачи оптимальной по расходу топлива переориентации КА.
5. Разработать программный компонент поиска оптимальных по расходу топлива траекторий переориентации орбитальной станции в виде последовательности кватернионов и в виде циклограмм включений двигателей. Провести анализ возможности использования циклограмм включений двигателей для проведения оптимальных разворотов, учитывая возможные ошибки в исходных данных и возникающие нагрузки в моменты работы ДО при выключенной логике Pulse-Train.
6. Синтезировать траектории для определённой конфигурации МКС и начальных условий, провести статистическое моделирование и их верификацию на наземном комплексе отработки для дальнейшего проведения лётных испытаний.

Научная новизна: разработан алгоритм поиска оптимальных траекторий разворота МКС при управлении ориентацией на ДО при помощи псевдоспектральных методов. Новизна диссертационной работы сводится к следующему:

1. Впервые среди разработчиков программного обеспечения управления движением КА были применены псевдоспектральные методы для приведения оптимизационных задач управления переориентацией при помощи реактивных двигателей, имеющих релейную выходную характеристику, к задачам нелинейного математического программирования (НЛП), которые в дальнейшем могут быть решены численно.
2. Получен ряд траекторий переориентации орбитальной станции, оптимизирующих расход топлива и сокращающих количество включений двигателей для сохранения их ресурса, которые были впервые применены на МКС под управлением российского сегмента.
3. Получены циклограммы включений двигателей для выполнения пространственных манёвров и оценки возникающих нагрузок на критические элементы конструкции во время проведения оптимального разворота.

Практическая значимость работы заключается в существенном сокращении расхода топлива и в экономии ресурса реактивных двигателей при переориентациях МКС по сравнению с используемыми бортовыми алгоритмами управления ориентацией СУДН РС МКС, которые производят пространственный разворот по кратчайшей траектории вокруг оси эйлера поворота между исходным и требуемым положениями ориентации. Такие манёвры требуют количество топлива не менее 50 кг при развороте на $\approx 180^\circ$ по рысканью, а при использовании профиля включений двигателей Pulse-Train, который разбивает времена работы двигателей на короткие импульсы от 200 мс до 800 мс с дискретностью 200 мс, количество включений достигает ≈ 2000 . Ресурс двигателей имеет ограничения как по общей длительности работы, так и по суммарному количеству включений. Также практической ценностью является возможность управлять реактивными двигателями напрямую, в то время как американские специалисты имеют возможность включать российские двигатели только через алгоритмы разгрузки гиродинов. Таким образом, сохранение ресурса двигателей и экономия дорогостоящего топлива определяют практическую значимость работы.

Методология и методы исследования. Задача нахождения траектории оптимального углового движения сводится к задаче минимизации функционала, связанного со временем работы двигателей, а значит и с расходом топлива, затрачиваемого на их работу. При этом уравнениями связи являются уравнения вращательного движения твёрдого тела. Описываемая задача имеет большое количество неизвестных переменных, поэтому для ее решения предлагается использовать численные методы. В работе разрабатываются два метода, позволяющие численно решать задачу оптимального управления. В обоих методах применяются псевдоспектральные методы [32] для приведения задачи оптимального управления к задаче НЛП.

В качестве первого метода используется псевдоспектральный метод Лобатто [33]. Он позволяет найти решение задачи в конечном числе точек коллокации, включая начальную и конечную точки. Второй — псевдоспектральный метод Радау [34]. При помощи него можно найти решение в заданных точках коллокации, но не включая крайнюю правую. Такой вариант позволяет разбивать исходный временной отрезок на несколько подинтервалов таким образом, чтобы крайняя левая точка каждого последующего подинтервала совпадала с крайней правой точкой предыдущего. При этом в каждом подинтервале можно задавать

необходимо количество точек коллокации для получения более точного решения при необходимости, например, на временных участках с активной работой двигателей.

Использование псевдоспектральных методов для решения задач авиационной и ракетно-космической техники часто встречаются в работах зарубежных авторов. В работе автора Yan H. [35] рассматривается задача использования магнитных исполнительных органов для оптимального по времени управления ориентацией спутника. В диссертации Geiger B. [36] исследуется задача оптимизации траекторий беспилотных летательных аппаратов для увеличения времени слежения за неподвижной или движущейся наземной целью. Автор Kim S.P. [37] предлагает использовать псевдоспектральный метод для решения проблемы коррекции орбиты геостационарного спутника в случае возникновения нештатной ситуации у другого спутника для последующей его замены. В российских работах также встречается применение псевдоспектральных методов для решения оптимизационных задач. Например, в диссертационной работе Лице. В. [38] такой метод применяется для решения задачи баллистического проектирования процесса оптимизации воздушного старта при использовании комбинированной схемы выведения на солнечно-синхронную орбиту, а в работе Лам Т.Т. [39] рассматривается вариационная задача минимизации расхода топлива самолёта в горизонтальном полёте.

Получаемые при помощи представленных методов дискретизированные задачи могут быть решены при помощи известных решателей подобных задач, например, метод последовательного квадратичного программирования [40; 41] или метод внутренней точки [41].

Для верификации траекторий, рассчитанных при помощи разработанного программного компонента, были использованы моделирующие комплексы, разработанные специалистами ПАО «РКК «Энергия». В них используются бортовые алгоритмы СУДН МКС, модели движения центра масс и вокруг центра масс, модели исполнительных органов — двигателей и гиродинов, модели датчиковой аппаратуры, а также модели воздействия окружающей среды.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Разработан программный компонент для поиска оптимальных по расходу топлива траекторий, основанный на использовании псевдоспектральных методов Лобатто и Радау для преобразования оптимизационной задачи к задаче НЛП.

2. Получены различные типы траекторий в виде последовательности кватернионов ориентации, оптимизирующие расход топлива и количество включений двигателей ориентации и обеспечивающие разворот МКС на угол $\approx 180^\circ$ по рысканью при разных наборах используемых ДО.
3. На основе оптимальных траекторий были получены циклограммы включений двигателей, обеспечивающие разворот МКС на угол $\approx 180^\circ$ по рысканью, для которых достаточно пяти включений двигателей суммарно по всем каналам управления.

Достоверность полученных результатов обеспечивается проведёнными лётными испытаниями разработанных траекторий разворотов на МКС в рамках космического эксперимента. Результаты анализа телеметрической информации (ТМИ) показали значительную экономию потраченного топлива по сравнению с разворотами, проводимыми под штатным управлением РС МКС.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих всероссийских и международных конференциях, научных семинарах:

1. XVIII конференция молодых учёных «Навигация и управление движением» (15-18 марта 2016 г., г. Санкт-Петербург);
2. 51-е научные чтения памяти К.Э. Циолковского (20-22 сентября 2016 г., г. Калуга);
3. 59-научная конференция МФТИ (21-26 ноября 2016 г., г. Москва-г. Долгопрудный);
4. XLI Академические чтения по космонавтике, посвящённые памяти академика С.П. Королёва (24-27 января 2017 г., г. Москва);
5. XIX конференция молодых учёных «Навигация и управление движением» (14-17 марта 2017 г., г. Санкт-Петербург);
6. XXI научно-техническая конференция молодых учёных и специалистов «РКК «Энергия» (30 октября-3 ноября 2017 г., г. Королёв);
7. Семинар по механике космического полета им. В.А. Егорова на механико-математическом факультете МГУ (1 ноября 2017 г., г. Москва);
8. 60-научная конференция МФТИ (20-25 ноября 2017 г., г. Москва-г. Долгопрудный);
9. Ежегодный конкурс научно-технических работ молодых учёных и специалистов им. С.П. Королёва, (декабрь 2017 г., г. Королёв);

10. XLII Академические чтения по космонавтике, посвящённые памяти академика С.П. Королёва (23-26 января 2018 г., г. Москва);
11. XX конференция молодых учёных «Навигация и управление движением» (20-23 марта 2018 г., г. Санкт-Петербург);
12. Юбилейная XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам (28-30 мая 2018 г., г. Санкт-Петербург);
13. 4-ая Всероссийская молодёжная научно-практическая конференция «Орбита молодёжи» (24-28 сентября 2018 г., г. Красноярск);
14. Ежегодный конкурс научно-технических работ молодых учёных и специалистов им. С.П. Королёва, (декабрь 2018 г., г. Королёв);
15. XXI конференция молодых учёных «Навигация и управление движением» (19-22 марта 2019 г., г. Санкт-Петербург);
16. 5-ая Всероссийская молодёжная научно-практическая конференция «Орбита молодёжи» (16-21 сентября 2019 г., г. Санкт-Петербург);
17. Семинар по механике космического полета им. В.А. Егорова на механико-математическом факультете МГУ (4 марта 2020 г., г. Москва);
18. 6-ая Всероссийская молодёжная научно-практическая конференция «Орбита молодёжи» (28-30 сентября 2020 г., г. Пермь);
19. XXIII конференция молодых учёных «Навигация и управление движением» (16-19 марта 2021 г., г. Санкт-Петербург);
20. XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам (31 мая-2 июня 2021 г., г. Санкт-Петербург).

Личный вклад. Результаты, полученные в рамках диссертационной работы, являются оригинальными. Они были получены лично автором или при его участии. Автором выполнено следующее:

1. описана математическая модель углового движения орбитальной станции в виде кинематического и динамического уравнений с учётом возмущающих и управляющего моментов сил;
2. поставлена задача поиска оптимальной по расходу топлива траектории переориентации орбитальной станции;
3. задача оптимального управления была преобразована в задачу нелинейного математического программирования при помощи псевдоспектральных методов Лобатто и Радау;

4. разработан программный компонент для поиска оптимальных по расходу топлива траекторий переориентаций орбитальной станции, а также для поиска оптимальных циклограмм включений двигателей;
5. получены оптимальные траектории переориентаций для МКС, проведено статистическое моделирование траекторий, проведена верификация траекторий на наземном комплексе отработки;
6. получены оптимальные циклограммы включений двигателей для выполнения переориентаций МКС, проведён анализ возникающих нагрузок на конструкцию при их использовании, проведён анализ возможности их использования посредством статистического моделирования;
7. подготовлены исходные данные для осуществления космического эксперимента «МКС-Разворот», проводимого при непосредственном участии автора, в течение которого были успешно использованы рассмотренные в диссертации траектории;
8. проведён анализ результатов лётных испытаний разработанных траекторий.

Публикации. Наиболее значимые достижения по теме исследования представлены в 20 публикациях, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [44; 50-51; 63], 2 — в периодических научных журналах, индексируемых Scopus [64, 65], 14 — в тезисах докладов и в сборниках статей конференций [68-81].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и одного приложения.

Полный объём диссертации составляет 153 страницы, включая 44 рисунка и 23 таблицы. Список литературы содержит 81 наименование.

Глава 1. Описание математических моделей углового движения КА, окружающей среды, нагрузок на элементы конструкции.

Постановка задачи поиска оптимальных по расходу топлива траекторий переориентации

1.1 Применяемые системы координат

При дальнейшем описании представленной в работе проблемы будут применяться следующие системы координат: орбитальная система координат (ОСК) [42] и связанная с космическим объектом (ССК).

Оси ОСК составляют правую тройку координат, причём ось Oz направлена против вектора кинетического момента КА, ось Oy — вдоль радиус-вектора из центра Земли в центр масс КА. Начало ОСК находится в центре масс КА. Будем считать, что ОСК вращается вокруг Земли по круговой орбите с постоянной угловой скоростью. ОСК представлена на рисунке 1.1. При осуществлении орбитального полёта ориентация КА часто задаётся относительно ОСК. МКС большую часть времени полёта повернута одной стороной к Земле, например, для осуществления возможности наблюдения космонавтами поверхности Земли. Кроме того, станция ориентирована в такое положение, когда возмущающие моменты сил уравниваются друг друга. Это используется для того, чтобы силовые гироскопы (гиродины) АС МКС могли долгое время поддерживать ориентацию орбитальной станции без разгрузки собственного кинетического момента, которая проводится при помощи ДО РС МКС, что приводит к расходу топлива. Ввиду того что величины гравитационного и аэродинамического моментов сил зависят от углов ориентации МКС относительно местной вертикали и вектора скорости, то такое равновесное положение удобно задавать относительно ОСК.

Связанную систему координат представим на примере МКС, так как дальнейшие расчёты будут основываться на массово-инерционных характеристиках МКС и её параметрах орбиты. ССК является правой тройкой векторов, её центр расположен в центре масс МКС. На рисунке 1.2 показаны направления осей:

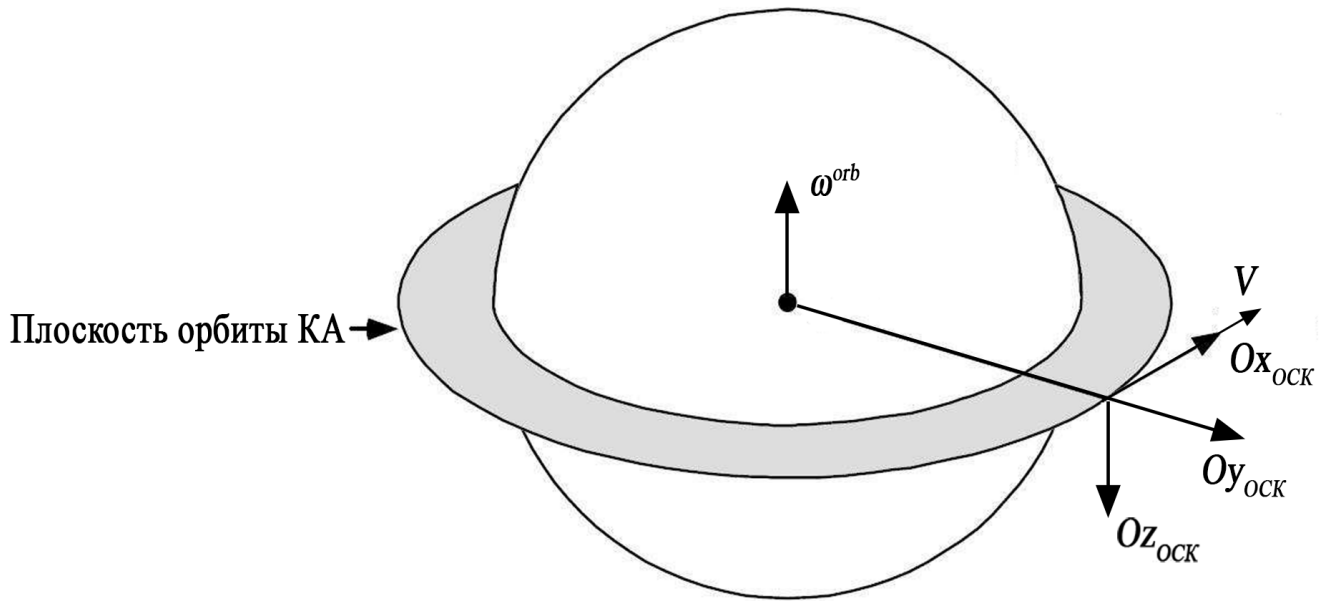


Рисунок 1.1 — Орбитальная система координат

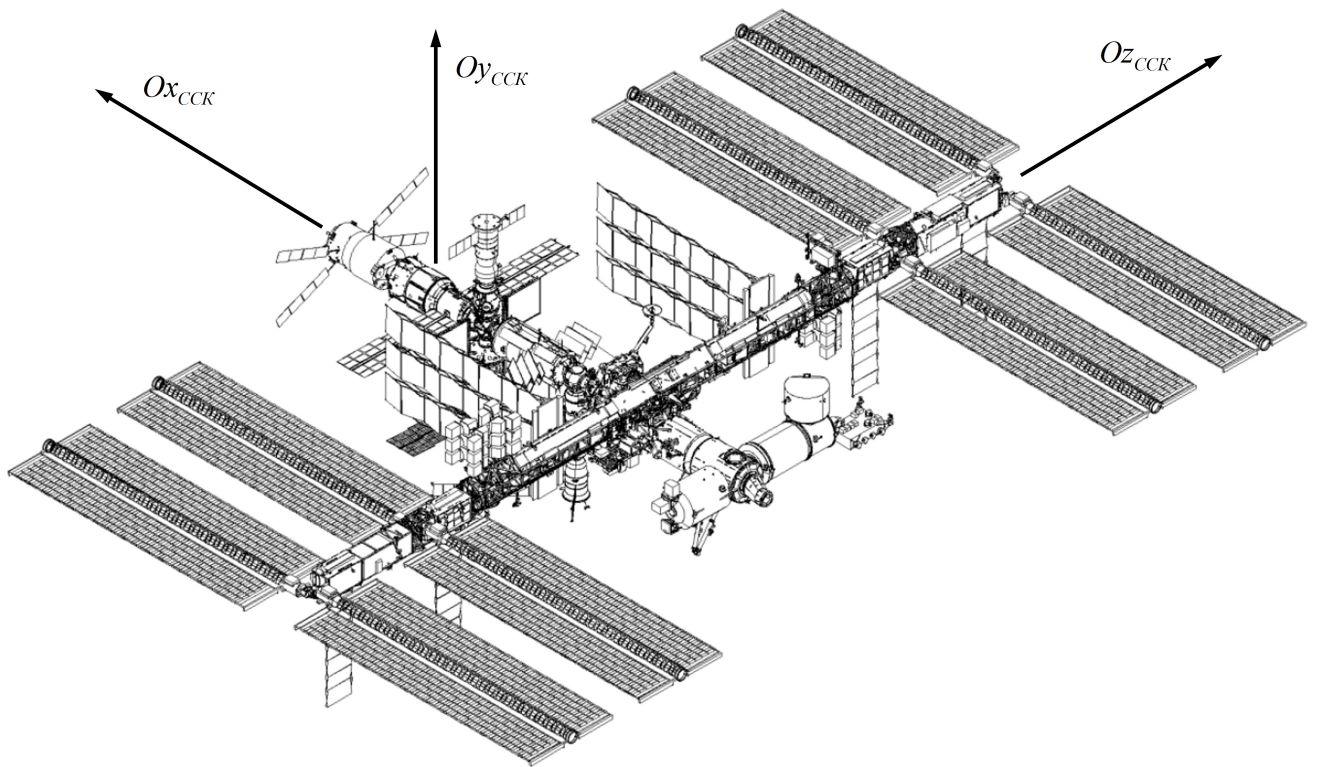


Рисунок 1.2 — Связанная система координат

1.2 Уравнения вращательного движения

Пусть ω — некий вектор угловой скорости, тогда введём расширение вектора угловой скорости до кватерниона, добавив нулевой скалярный параметр

к вектору $\boldsymbol{\omega}$:

$$\bar{\boldsymbol{\omega}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

В то же время получить вектор угловой скорости из его расширения можно путём отбрасывания скалярной части.

Для описания углового движения твёрдого тела будем использовать уравнение Пуассона [1], записанное через кватернион ориентации относительно орбитальной системы координат:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}(\mathbf{q} \circ \bar{\boldsymbol{\omega}}^{KA} - \bar{\boldsymbol{\omega}}^{orb} \circ \mathbf{q}), \quad (1.2)$$

где \mathbf{q} — кватернион ориентации ССК относительно ОСК, $\bar{\boldsymbol{\omega}}^{KA}$ — расширение вектора угловой скорости КА относительно ССК, $\bar{\boldsymbol{\omega}}^{orb}$ — расширение вектора угловой скорости вращения ОСК вокруг Земли, \circ — обозначение кватернионного произведения.

Для описания динамики вращательного движения КА будем использовать уравнение Эйлера [25], которое записывается в ССК. Поскольку матрицу тензора инерции КА будем считать постоянной, то уравнение Эйлера запишется следующим образом:

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}^{KA} + [\boldsymbol{\omega}^{KA} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}^{KA}] = \mathbf{M}, \quad (1.3)$$

где \mathbf{J} — матрица тензора инерции КА, $\boldsymbol{\omega}^{KA}$ — вектор абсолютной угловой скорости КА в проекциях на оси ССК, \times — обозначение векторного произведения, \mathbf{M} — вектор суммарного момента сил, действующего на КА.

Перепишем уравнение (1.3) относительно производной вектора угловой скорости $\dot{\boldsymbol{\omega}}^{KA}$:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}^{KA} = \mathbf{J}^{-1} \left(- [\boldsymbol{\omega}^{KA} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}^{KA}] + \mathbf{M} \right). \quad (1.4)$$

1.3 Моменты сил, действующие на КА

На КА действует момент сил \mathbf{M} , состоящий из внешнего момента сил \mathbf{M}^{ext} , вызванного окружающей средой, и управляющего момента сил \mathbf{M}^u , со-

здаваемый исполнительными органами, например, ДО:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}^{ext} + \mathbf{M}^u. \quad (1.5)$$

На околоземной орбите на КА в преобладающей степени действуют гравитационный и аэродинамический моменты сил

$$\mathbf{M}^{ext} = \mathbf{M}^{grav} + \mathbf{M}^{aer}. \quad (1.6)$$

Гравитационный момент сил [43] будем вычислять по следующей формуле

$$\mathbf{M}^{grav} = 3 (\omega^{orb})^2 [\mathbf{j} \times \mathbf{J}\mathbf{j}], \quad (1.7)$$

где ω^{orb} — модуль вектора угловой скорости орбитального движения, \mathbf{j} — орт направления местной вертикали в связанном базисе КА.

В настоящее время МКС — сложная конструкция, форма которой непрерывно изменяется из-за вращающихся солнечных батарей (СБ) и радиаторов охлаждения. В то же время иногда некоторые элементы не отслеживают положение Солнца. Например, во время процедуры стыковки МКС с российскими транспортными кораблями фиксируются фермы, на которых установлены СБ, а также сами некоторые СБ. Приводы, отвечающие за вращение американских радиаторов охлаждения, во время динамических операций также фиксируются. Поэтому учёт аэродинамических моментов сил, действующих на орбитальную станцию, у которой во время выполнения динамических операций вращаются некоторые элементы конструкции, является нелёгкой задачей [44]. Солнечные батареи, фермы и радиаторы охлаждения схематически изображены на рис. 1.3.

Углы приводов СБ определяются единичным вектором текущего направления на Солнце \mathbf{e}_s , заданного в ССК. Вектор \mathbf{e}_s определяется двумя параметрами: углом ν_s местного склонения Солнца и углом θ_s местного солнечного азимута. Направление вектора набегающего потока \mathbf{a}_{aer} задаётся углом скольжения β_{aer} и углом атаки α_{aer} [45]. В результате, следующие четыре угла $\nu_s, \theta_s, \alpha_{aer}, \beta_{aer}$ описывают необходимые исходные данные для вычислений аэродинамических коэффициентов (рис. 1.4).

Аэродинамический момент сил для КА можно рассчитывать по упрощённой зеркально-диффузной модели обтекания набегающим потоком, поскольку атмосфера на высоте 350-450 км довольно разрежена (плотность $\rho \approx 10^{-12} \text{ кг/м}^3$

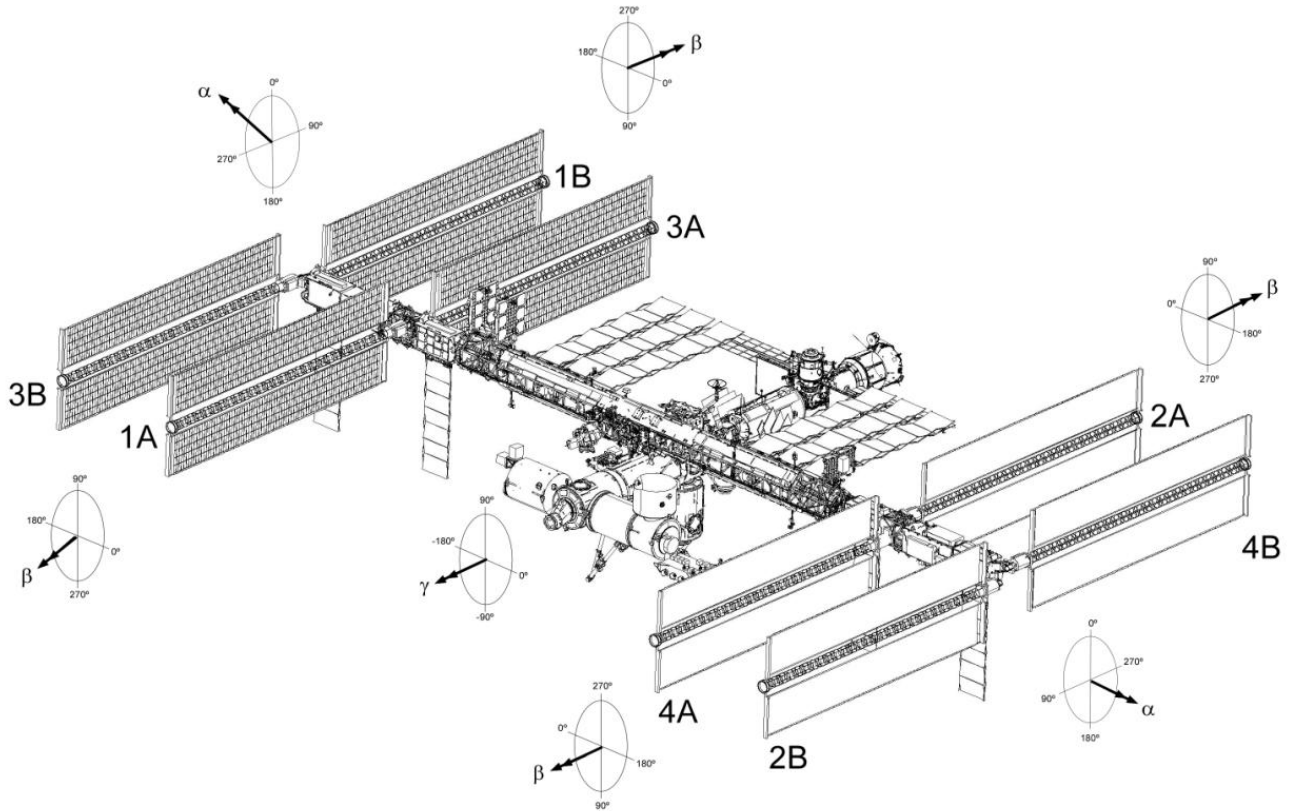


Рисунок 1.3 — Поворотные элементы конструкции АС МКС

на ночной стороне). Основная идея описываемой модели состоит в том, что некоторая доля молекул воздушного потока испытывает абсолютно упругий удар, а оставшаяся доля - абсолютно неупругий удар с элементами конструкции КА. Коэффициент диффузности d определяет разделение потока на эти две составляющие. В рассматриваемом алгоритме коэффициент d один и тот же для всех элементов конструкции и его значение по умолчанию равно 0.65, то есть 65% молекул в набегающем потоке испытывают абсолютно неупругий удар.

Также для снижения сложности расчёта аэродинамических характеристик элементы конструкции с некоторым приближением заменяются тремя плоскостями, перпендикулярным ортам ССК, для которых определены векторы центров давления и площади.

В соответствии с моделью зеркально-диффузного отражения векторы аэродинамических коэффициентов сил \mathbf{C}_i^F и моментов сил $\mathbf{C}_i^T = [\mathbf{r}_i \times \mathbf{C}_i^F]$ для элементарной панели i рассчитываются по следующим формулам:

$$\mathbf{C}_i^F = -\frac{1}{S_{xap}} \{2dA_i |(\mathbf{n}_i, \mathbf{a}_{aer})| \mathbf{a}_{aer} + 4(1-d) A_i |(\mathbf{n}_i, \mathbf{a}_{aer})| (\mathbf{n}_i, \mathbf{a}_{aer}) \mathbf{n}_i\}, \quad (1.8)$$

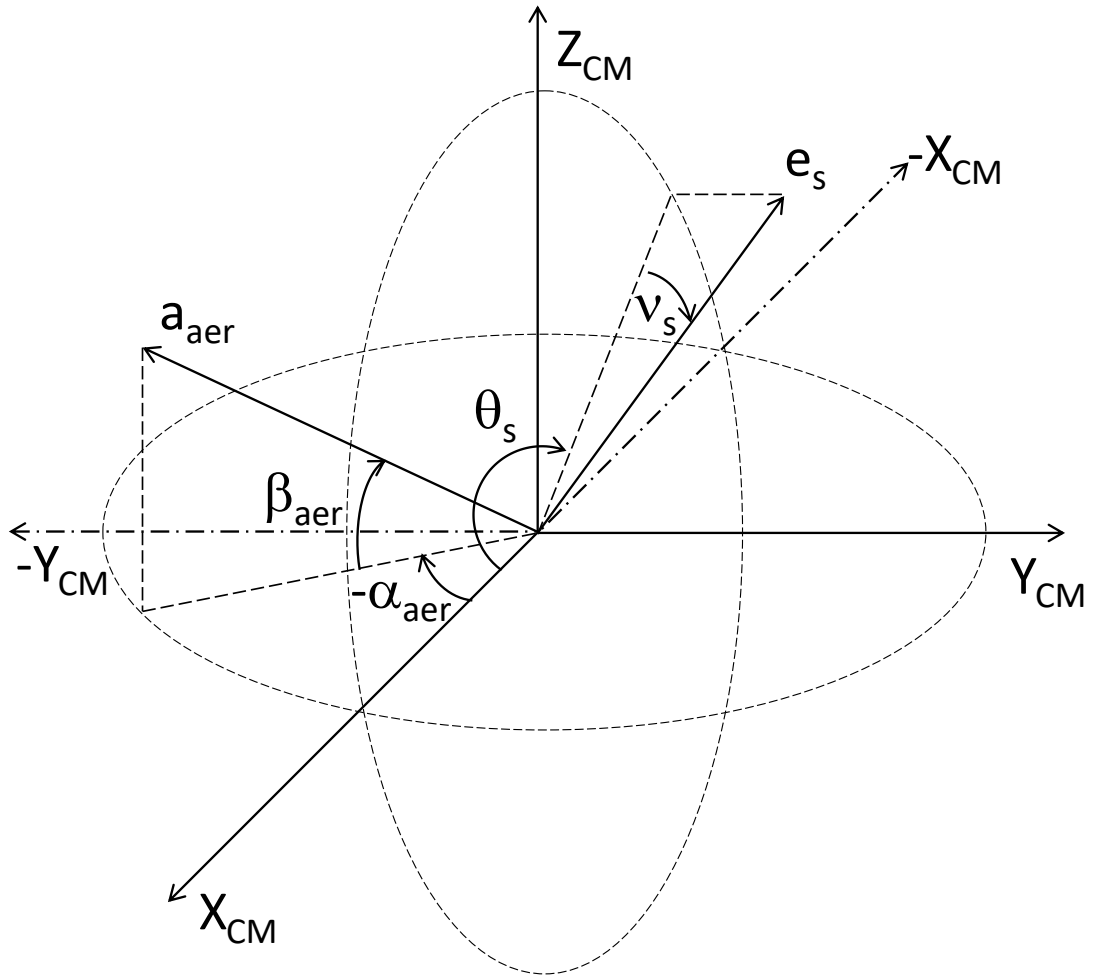


Рисунок 1.4 — Вектора набегающего потока и направления на Солнце

$$\mathbf{C}_i^T = -\frac{1}{S_{xap}L_{xap}} \{2dA_i |(\mathbf{n}_i, \mathbf{a}_{aer})| [\mathbf{r}_i \times \mathbf{a}_{aer}] + 4(1-d) A_i |(\mathbf{n}_i, \mathbf{a}_{aer})| (\mathbf{n}_i, \mathbf{a}_{aer}) [\mathbf{r}_i \times \mathbf{n}_i]\}, \quad (1.9)$$

где d — коэффициент диффузности; $\mathbf{a}_{aer}(\alpha_{aer}, \beta_{aer})$ — единичный вектор в направлении против набегающего потока; A_i — площадь i -ой аппроксимирующей плоскости; \mathbf{r}_i — эффективный радиус-вектор из центра масс к центру давления i -ой аппроксимирующей плоскости; \mathbf{n}_i — единичный вектор нормали к i -ой аппроксимирующей плоскости, и в случае если он относится к СБ, радиаторам или фермам АС, то зависит от вектора направления на Солнце $\mathbf{e}_s(\nu_s, \theta_s)$; S_{xap} — характерная площадь КА; L_{xap} — характерный размер КА.

Тогда аэродинамический момент сил будет вычисляться по формуле:

$$\mathbf{M}^{aer} = \frac{1}{2} \rho V^2 S_{xap} L_{xap} \sum_{i=1}^N \mathbf{C}_i^T, \quad (1.10)$$

где скалярные величины ρ и V — плотность набегающего потока воздуха и его скорость относительно КА, а N — количество элементарных панелей.

Плотность набегающего потока во время движения по орбите не является постоянной величиной, а зависит от нескольких величин, например, высота КА над Землёй, нахождение на солнечной или теневой стороне. График плотности вдоль орбиты был получен согласно ГОСТ 25645.115-84 [46] и представлен на рис. 1.5а). Эллиптичность орбиты также сказывается на скорости КА, поэтому она изменяется при движении по орбите (рис. 1.5б)). Также на рис. 1.5в) представлен график скоростного напора $\frac{1}{2}\rho V^2$. Данные были получены при моделировании, в котором использовались следующие параметры: угол между направлением на Солнце и плоскостью орбиты равен 47.86° ; угловое расстояние до орбитального полудня 64.87° ; высота орбиты 381.46 км; эксцентриситет орбиты принят $\varepsilon = 0.00064$; индекс солнечной активности $F = 188.72$; индекс геомагнитной возмущённости $a_p = 24.62$.

Подставляя уравнения (1.7) и (1.10) в уравнение (1.6), получим следующее выражение для внешнего момента сил, действующего на орбитальную станцию:

$$\mathbf{M}^{ext} = 3\omega_{orb}^2 [\mathbf{j} \times \mathbf{J}\mathbf{j}] + \frac{1}{2}\rho V^2 S_{xap} L_{xap} \sum_{i=1}^N \mathbf{C}_i^T. \quad (1.11)$$

Управляющий момент сил будет создаваться при помощи ДО. Пусть на КА создаются моменты сил по шести каналам управления: \pm крен (К), \pm рысканье (Р), \pm тангаж (Т). Тогда матрица управления \mathbf{T}^{th} размерности 6×3 и 6-вектор управления \mathbf{u} запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^{th} &= \begin{pmatrix} \mathbf{T}^{+K} & \mathbf{T}^{+P} & \mathbf{T}^{+T} & \mathbf{T}^{-K} & \mathbf{T}^{-P} & \mathbf{T}^{-T} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} T_x^{+K} & T_x^{+P} & T_x^{+T} & T_x^{-K} & T_x^{-P} & T_x^{-T} \\ T_y^{+K} & T_y^{+P} & T_y^{+T} & T_y^{-K} & T_y^{-P} & T_y^{-T} \\ T_z^{+K} & T_z^{+P} & T_z^{+T} & T_z^{-K} & T_z^{-P} & T_z^{-T} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u^{+K} & u^{+P} & u^{+T} & u^{-K} & u^{-P} & u^{-T} \end{pmatrix}^T, \quad (1.13)$$

где столбцы матрицы управления — это векторы моментов сил, создаваемых ДО по каждому из каналов управления ($\pm K$ — \pm крен, $\pm P$ — \pm рысканье, $\pm T$ — \pm тангаж), а компоненты вектора управления \mathbf{u} находятся в диапазоне $[0, 1]$. В реальности двигатели имеют релейный характер включения, но такое допущение приемлемо, так как далее будет видно, что полученные таким образом траектории управления ориентацией орбитальной станции обладают существенно более низким расходом топлива, чем используемые на данный момент

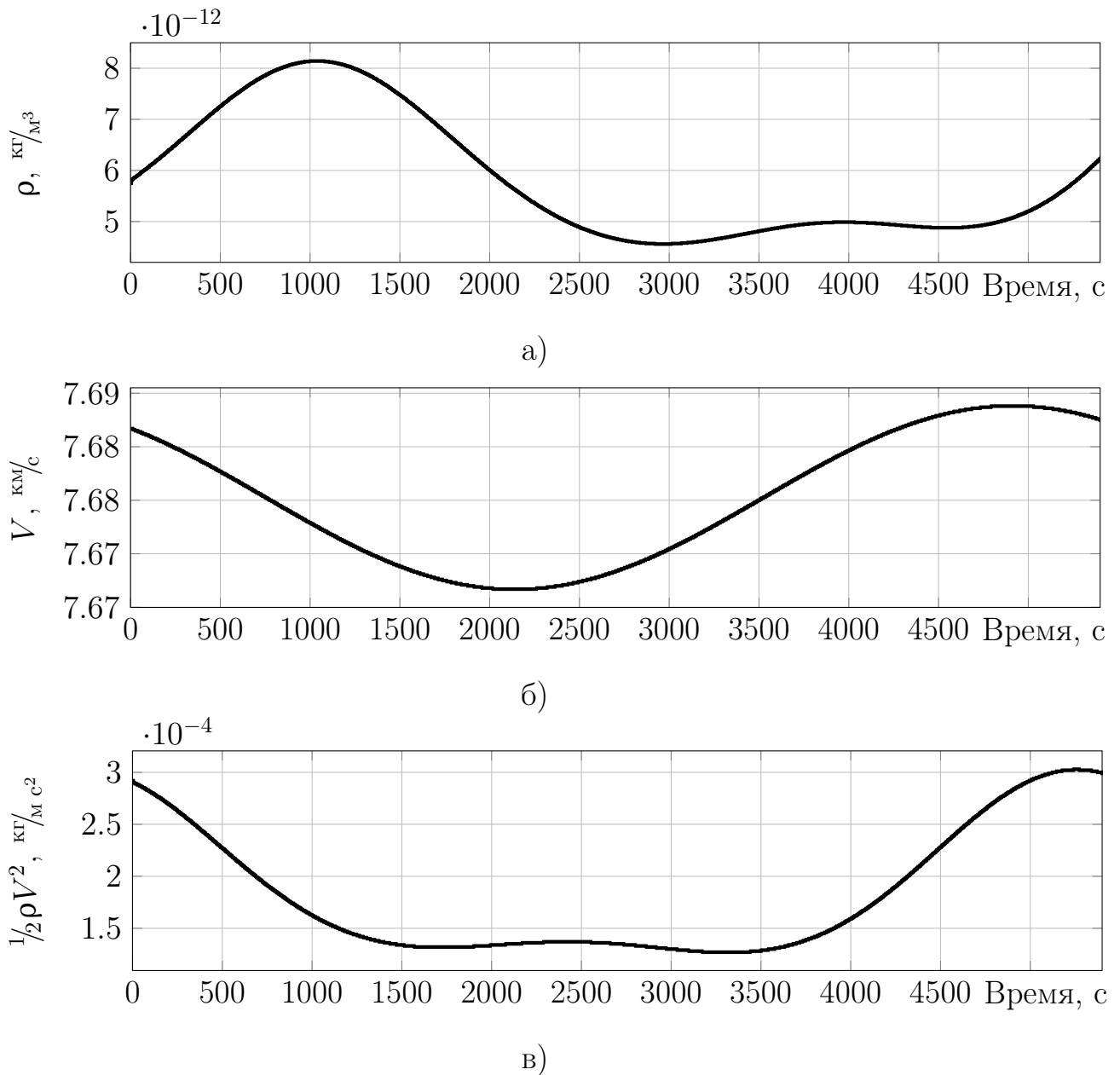


Рисунок 1.5 — Параметры для расчёта аэродинамических моментов сил

бортовые алгоритмы. Таким образом, управляющий момент сил будет равен следующему выражению:

$$\mathbf{M}^u = \mathbf{T}^{th} \mathbf{u}. \quad (1.14)$$

На РС расположены все двигатели МКС, в том числе и ДО [47]. Для управления ориентацией в основном используются двигатели, расположенные на СМ, но также при присутствии транспортных грузовых кораблей «Прогресс» на агрегатном и стыковочном отсеках, их двигатели часто подключатся в объединённую двигательную установку. Расположение ДО показано на рис. 1.6. Направления испускания реактивных струй изображены стрелками, причём синими стрелками показаны струи I коллектора, а красными — II коллектора. На

рисунке а) представлены ДО СМ, на рисунке б) — двигатели грузовых кораблей, находящихся на надирном и кормовом узлах СМ, причём буквы «К», «Р» и «Т» соответственно означают крен, рысканье и тангаж.

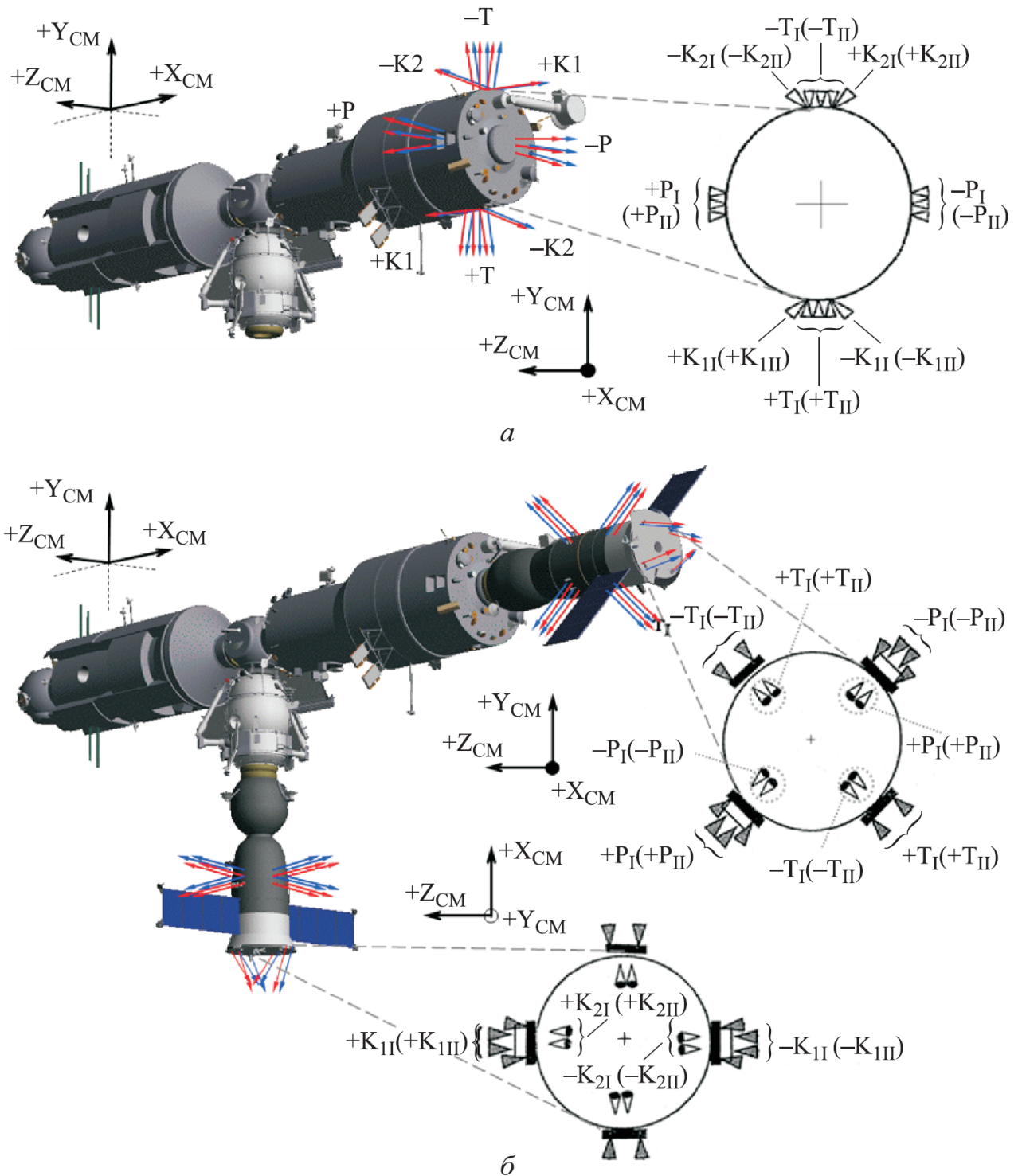


Рисунок 1.6 — Расположение двигателей ориентации МКС

1.4 Модель нагрузок на элементы конструкции КА

При проектировании, разработке и эксплуатации контура управления движением КА, конструкция которого обладает упругими свойствами, специалисты РКК «Энергия» используют модальную форму представления упругой модели КА. Для учёта упругости элементов конструкции используется следующая функция, учитывающая упругие добавки [28; 48–51]

$$\ddot{\zeta}_n + \frac{\tilde{\omega}_n \delta_n}{\pi} \dot{\zeta}_n + \tilde{\omega}_n^2 \zeta_n = \sum_{i=1}^{N_{th}} \frac{(\lambda_{ni} \cdot \mathbf{F}_i) + (\gamma_{ni} \cdot \mathbf{T}_i)}{\mu_n}, \quad (1.15)$$

где ζ_n — безразмерная функция, характеризующая изменения во времени n -го тона упругих колебаний; $n = 1 \dots N_{osc}$ — номер упругого тона, причём N_{osc} — количество тонов; $\tilde{\omega}_n$ — угловая частота; δ_n — логарифмический декремент; \mathbf{F}_i и \mathbf{T}_i — сосредоточенные сила и момент сил соответственно, приложенные в i -ом узле конструкции; λ_{ni} и γ_{ni} — коэффициенты соответственно линейной и угловой формы в i -ом узле конструкции; μ_n — обобщённая масса тона; N_{th} — количество узлов, где могут быть приложены сосредоточенные силы \mathbf{F}_i и/или моменты сил \mathbf{T}_i .

Для того чтобы решить численно уравнения (1.15), была найдена матрица $\mathbf{M}_n(\tau)$, которая определяет связь между решением на предыдущем шаге вычислений и на текущем, причём каждому тону соответствует собственная матрица:

$$\begin{pmatrix} \zeta_n(t_{k+1}) \\ \dot{\zeta}_n(t_{k+1}) \end{pmatrix} = \mathbf{M}_n(\tau) \left[\begin{pmatrix} \zeta_n(t_k) \\ \dot{\zeta}_n(t_k) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N_{th}} \frac{(\lambda_{ni} \cdot \mathbf{F}_i) + (\gamma_{ni} \cdot \mathbf{T}_i)}{\mu_n \tilde{\omega}_n^2} \\ 0 \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N_{th}} \frac{(\lambda_{ni} \cdot \mathbf{F}_i) + (\gamma_{ni} \cdot \mathbf{T}_i)}{\mu_n \tilde{\omega}_n^2} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.16)$$

Здесь $t_{k+1} = t_k + \tau$, где τ — шаг вычислений.

Матрица в уравнении (1.16) имеет следующий вид:

$$\mathbf{M}_n(\tau) = \frac{e^{-\frac{\delta_n \tilde{\omega}_n \tau}{2\pi}}}{\Omega_n} \times \begin{pmatrix} \frac{\delta_n \tilde{\omega}}{2\pi} \sin(\Omega_n \tau) + \Omega_n \cos(\Omega_n \tau) & \sin(\Omega_n \tau) \\ - \left[\left(\frac{\delta_n \tilde{\omega}_n}{2\pi} \right)^2 + \Omega_n^2 \right] \sin(\Omega_n \tau) & - \frac{\delta_n \tilde{\omega}_n}{2\pi} \sin(\Omega_n \tau) + \Omega_n \cos(\Omega_n \tau) \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

где $\Omega_n = \tilde{\omega} \sqrt{1 - \frac{\delta_n^2}{4\pi^2}}$. Для упрощения вычислений матрицы $\mathbf{M}_n(\tau)$ можно учесть, что $\frac{\delta_n^2}{4\pi^2} \ll 1$. В этом случае $\Omega_n \approx \tilde{\omega}_n$, тогда матрица $\mathbf{M}_n(\tau)$ приобретает следующий вид:

$$\mathbf{M}_n(\tau) = \frac{e^{-\frac{\delta_n \tilde{\omega}_n \tau}{2\pi}}}{\tilde{\omega}_n} \times \begin{pmatrix} \frac{\delta_n \tilde{\omega}}{2\pi} \sin(\tilde{\omega}_n \tau) + \tilde{\omega}_n \cos(\tilde{\omega}_n \tau) & \sin(\tilde{\omega}_n \tau) \\ - \tilde{\omega}_n^2 \sin(\tilde{\omega}_n \tau) & - \frac{\delta_n \tilde{\omega}_n}{2\pi} \sin(\tilde{\omega}_n \tau) + \tilde{\omega}_n \cos(\tilde{\omega}_n \tau) \end{pmatrix}. \quad (1.18)$$

Для того, чтобы вычислить величины нагрузок на критические интерфейсы конструкции КА в общем случае необходимо найти мгновенные значения нагрузок в некотором наборе узлов конечно-элементной модели КА. Пусть количество рассматриваемых нагрузок в критических элементах конструкции равно N_{node} , в которых есть ограничения на предельно допустимые значения. Определим вектор $\mathbf{LD}(t)$ — полный вектор текущих нагрузок размерности N_{node} , где компонентами являются силы или моменты сил. Рассмотренная модель основывается на преобразующей матрице нагрузок \mathbf{LTM} размерности $N_{node} \times N_{osc}$, которая обеспечивает линейную зависимость между нагрузками $\mathbf{LD}(t)$ и текущими обобщёнными координатами ζ , где $\zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_{N_{osc}})^T$:

$$\mathbf{LD}(t) = \mathbf{LTM} \cdot \zeta(t). \quad (1.19)$$

Матрица \mathbf{LTM} , составленная из постоянных коэффициентов, вычисляется при помощи комплекса NASTRAN [52] совместно с модальным представлением конечно-элементной модели [53] — набором собственных частот $\tilde{\omega}_n$ и форм $\lambda_{ni}, \gamma_{ni}$, которые составляют n -ую моду упругих колебаний.

1.5 Формулировка и постановка задачи поиска оптимальных траекторий переориентации

Основной целью работы является создание алгоритма поиска оптимальных по расходу топлива разворотов МКС на большие углы с использованием ДО РС МКС и учитывающего влияние окружающей среды. Время разворота будет фиксированным, начальная и конечная ориентации будут равны равновесным, в которых возмущающие моменты сил будут уравновешивать друг друга, а начальный и конечный векторы угловой скорости МКС будут задаваться такими, чтобы они были по норме равны нулю относительно ОСК. Для проведения оптимального разворота будет использоваться гравитационный момент сил для сокращения суммарного времени работы ДО и уменьшения расхода топлива. В дальнейшем при постановке задачи оптимального управления МКС будет описываться как твёрдое тело, кинетический момент силовых гироскопов АС будем считать зафиксированным относительно инерциальной системы координат (ИСК), а величина тяг, создаваемых двигателями, может изменяться непрерывно.

Функционал Φ требуется определить так, чтобы он был связан с расходом топлива. В нашем случае требуется сократить суммарное время работы ДО по каждому из каналов управления. Для этого можно взять интеграл по времени от суммы компонентов вектора управления \mathbf{u} , возведённых в квадрат:

$$\Phi = \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{u}^T \mathbf{u} dt. \quad (1.20)$$

Описанный функционал является квадратичным. Он даёт следующее преимущество — при решении задачи функции угловой скорости и ориентации будут иметь непрерывные производные на всем временном промежутке. Такое допущение возможно, поскольку в дальнейшем будет использоваться только траектория разворота в виде последовательности задаваемых кватернионов ориентации на равноудалённых временных точках.

Также при постановке задачи возможно использование другого функционала:

$$\Phi = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^6 u_i dt, \quad (1.21)$$

где u_i — компоненты вектора управления. Такое определение функционала имеет следующий смысл — если его умножить на мгновенный массовый расход Q_M [кг/с], то получим суммарное затраченное количество топлива. Для оценки расхода топлива предлагается в дальнейшем использовать формулу:

$$Q = Q_M \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^6 h_i u_i dt, \quad (1.22)$$

где h_i — компоненты столбца коэффициентов для каждого из каналов управления. При выборе для управления двух двигателей для канала крена грузового корабля «Прогресс», пристыкованного к узлу СО1, одного компенсирующего двигателя СМ и по одному двигателю СМ в каналах рыскания и тангажа коэффициенты будут следующими:

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}^T.$$

А при отсутствии «Прогресса» по каналу крена выбираются четыре двигателя СМ, тогда

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}^T.$$

В параграфе 1.2 были представлены кинематическое (1.2) и динамическое (1.4) уравнения движения, которые должны выполняться в течение всего манёвра переориентации МКС. Они составят систему уравнений, которые будут из себя представлять уравнения связи при решении задачи оптимизации:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}(\mathbf{q} \circ \bar{\boldsymbol{\omega}} - \bar{\boldsymbol{\omega}}^{orb} \circ \mathbf{q}), \quad (1.23)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}^{-1}(-[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}] + \mathbf{M}). \quad (1.24)$$

В уравнениях был опущен индекс в обозначении угловой скорости КА $\boldsymbol{\omega}^{KA}$ и в дальнейшем не будет использоваться. Введём вектор состояния орбитальной станции, состоящий из кватерниона ориентации и собственной угловой скорости:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \boldsymbol{\omega}(t) \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

Граничными условиями задачи являются начальный и конечный кватернионы ориентации МКС относительно ОСК, и начальный и конечный векторы угловой скорости МКС относительно ССК. Начальный \mathbf{q}_0 и конечный \mathbf{q}_f

кватернионы ориентации будут задаваться такими, в которых возмущающие моменты сил (гравитационный, аэродинамический и др.) уравновешивают друг друга. Такие положения ориентации будем называть ТЕА (Torque Equilibrium Attitude) [22; 54; 55] и они постоянны относительно ОСК для определённой конфигурации МКС. В таких положениях американские силовые гироскопы долгое время могут поддерживать ориентацию без расхода топлива.

Начальный и конечный векторы угловых скоростей относительно ОСК будут равны по норме «0». А начальный $\boldsymbol{\omega}_0$ и конечный $\boldsymbol{\omega}_f$ векторы угловой скорости относительно ССК получим путём вращения вектора орбитальной угловой скорости $\bar{\boldsymbol{\omega}}^{orb}$ на кватернион ориентации, задающий положение ТЕА.

Пусть $\tilde{\mathbf{q}}$ — кватернион, сопряжённый к кватерниону \mathbf{q} , тогда четыре граничных условия запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_0 &= \mathbf{q}(t_0) = \mathbf{q}_0^{TEA}, \\ \mathbf{q}_f &= \mathbf{q}(t_f) = \mathbf{q}_f^{TEA}, \\ \bar{\boldsymbol{\omega}}_0 &= \bar{\boldsymbol{\omega}}(t_0) = \tilde{\mathbf{q}}_0^{TEA} \circ \bar{\boldsymbol{\omega}}^{orb} \circ \mathbf{q}_0^{TEA}, \\ \bar{\boldsymbol{\omega}}_f &= \bar{\boldsymbol{\omega}}(t_f) = \tilde{\mathbf{q}}_f^{TEA} \circ \bar{\boldsymbol{\omega}}^{orb} \circ \mathbf{q}_f^{TEA}, \end{aligned} \quad (1.26)$$

где индексы «0» и «f» обозначают начальную и конечную точку траектории, соответствующие моментам времени t_0 и t_f .

Введём ограничения на переменные, которые будут выполняться на всём временном отрезке. Первое ограничение — норма кватерниона $\|\mathbf{q}\|$ в кинематическом уравнении движения (1.23) должна равняться «1». Второе ограничение было описано в параграфе 1.3, в нём устанавливаются значения, которые могут принимать компоненты вектора управления \mathbf{u} . Таким образом, траекторные ограничения запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{q}\| &= 1, \quad \forall t \in [t_0, t_f], \\ 0 &\leq u_i \leq 1, \quad i = 1 \dots 6, \quad \forall t \in [t_0, t_f], \end{aligned} \quad (1.27)$$

где u_i — компоненты вектора \mathbf{u} .

Определив функционалы (1.20 и 1.21), уравнения движения (1.23 и 1.24), граничные условия (1.26), траекторные ограничения (1.27), можем сформули-

рывать задачу оптимизации:

$$\begin{aligned}
\min \Phi &= \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{u}^T \mathbf{u} dt \text{ или } \min \Phi = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^6 u_i dt, \\
\dot{\mathbf{q}} &= \frac{1}{2}(\mathbf{q} \circ \bar{\omega} - \bar{\omega}^{orb} \circ \mathbf{q}), \forall t \in [t_0, t_f], \\
\dot{\omega} &= \mathbf{J}^{-1} \left(-[\omega \times \mathbf{J}\omega] + \mathbf{M}^{ext} + \mathbf{T}^{th} \mathbf{u} \right), \forall t \in [t_0, t_f], \\
\|\mathbf{q}\| &= 1, t \in [t_0, t_f], \\
0 \leq u_i &\leq 1, i = 1, \dots, 6, t \in [t_0, t_f], \\
\mathbf{q}_0 &= \mathbf{q}_0^{TEA}, \\
\mathbf{q}_f &= \mathbf{q}_f^{TEA}, \\
\bar{\omega}_0 &= \tilde{\mathbf{q}}_0^{TEA} \circ \bar{\omega}^{orb} \circ \mathbf{q}_0^{TEA}, \\
\bar{\omega}_f &= \tilde{\mathbf{q}}_f^{TEA} \circ \bar{\omega}^{orb} \circ \mathbf{q}_f^{TEA}.
\end{aligned} \tag{1.28}$$

Поставленная задача будет преобразована в задачу НЛП путём дискретизации уравнений (1.28) и далее будет решена численно. Существует несколько различных методов дискретизации. В этой работе будут использованы псевдоспектральные методы.

1.6 Выводы по первой главе

В этой главе была сформулирована задача поиска оптимальной по расходу топлива траектории переориентации крупногабаритной космической конструкции. Для этого были определены используемые системы координат, которыми являются орбитальная и связанная с КА. В описываемых системах координат были представлены уравнения углового движения, а именно кватернионное уравнение Пуассона, связывающее кватернион ориентации и вектор собственной угловой скорости орбитальной станции, и динамическое уравнение Эйлера, объединяющее управляющий и внешний моменты сил с вектором кинетического момента. В качестве внешних моментов сил были учтены гравитационный и аэродинамический. Управляющий момент сил создаётся при помощи реактивных двигателей по шести каналам управления: \pm крен, \pm рысканье, \pm тангаж. В качестве минимизируемых функционалов выбраны интегралы от линейных и квадратичных комбинаций компонент вектора управления. Уравнениями связи

являются уравнения движения, а граничными условиями — начальные и конечные кватернионы ориентации и векторы угловой скорости орбитальной станции.

Также для дальнейшей оценки возникающих нагрузок на критические элементы конструкции, которыми являются, например, приводы солнечных батарей и радиаторов, была описана математическая модель, использующая модальную форму представления упругости КА и основывающаяся на преобразующей матрице нагрузок, обеспечивающая линейную зависимость между нагрузками и обобщёнными координатами упругих колебаний.

Глава 2. Использование псевдоспектральных методов Лобатто и Радау для решения задачи оптимального управления

Для аппроксимации непрерывных функций применяются псевдоспектральные методы, использующие интерполяционные полиномы Лагранжа и линейные комбинации полиномов Лежандра и их производных для получения точек коллокации. При таком подходе уравнения вращательного движения (1.23 и 1.24), которыми являются дифференциальные уравнения первого порядка, составят систему уравнений связи между значениями кватернионов ориентации, угловой скорости и значениями вектора управления в конечном наборе точек. Требуемые граничные условия (1.26) и траекторные ограничения (1.27), налагаемые на переменные функции состояния и вектор управления, преобразуются в условия, выполняемые в узловых точках, и дополнят систему уравнений. В результате, поставленная задача поиска функций, доставляющих минимум функционалу, переформулируется в задачу НЛП, которая может быть решена численно. На текущий момент используются несколько методов, такие как псевдоспектральные методы [56] Гаусса, Радау, Лобатто, которые отличаются выбором различных точек коллокации. В этой работе будут использованы методы Лобатто и Радау.

2.1 Псевдоспектральный метод Лобатто

Пусть поставлена вариационная задача в форме Больца:

$$\min \Phi = \int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t, t_0, t_f) dt + \gamma(\mathbf{x}(t_0), \mathbf{x}(t_f), t_0, t_f), \quad (2.1)$$

где Φ — функционал Больца; F — интегрант или функция, зависящая от векторов состояния, управления и времени на отрезке $[t_0, t_f]$; γ — терминант или функция, зависящая от векторов состояния и управления в начальной и конечной точках рассматриваемого отрезка. Требуется найти функции векторов состояния $\mathbf{x}(t)$ и управления $\mathbf{u}(t)$, доставляющие минимум функционалу (2.1) при наложенных ограничениях в виде дифференциальных уравнений первого

порядка:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t, t_0, t_f), t \in [t_0, t_f]. \quad (2.2)$$

Определим ограничения на переменные состояния и управления вдоль траектории, а также граничные условия:

$$c_{min} \leq c(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t, t_0, t_f) \leq c_{max}, t \in [t_0, t_f] \quad (2.3)$$

$$b_{min} \leq b(\mathbf{x}(t_0), \mathbf{x}(t_f), t_0, t_f) \leq b_{max}. \quad (2.4)$$

Полиномы Лежандра, используемые в псевдоспектральных методах, определены на отрезке $[-1, 1]$, поэтому необходимо произвести преобразование к переменной τ , лежащей в этих пределах:

$$t(\tau) = \frac{(t_f - t_0)\tau + (t_f + t_0)}{2}, \quad (2.5)$$

$$\tau(t) = \frac{2t - (t_f + t_0)}{t_f - t_0}. \quad (2.6)$$

Из (2.2) и (2.5) следует, что

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(\tau) &= \frac{d\mathbf{x}(t(\tau))}{d\tau} = \frac{d\mathbf{x}(t(\tau))}{dt} \frac{dt(\tau)}{d\tau} = \\ &= \frac{t_f - t_0}{2} f(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau, t_0, t_f), \tau \in [-1, 1]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

После приведения к переменной τ задача Больца (2.1) преобразуется к следующему виду:

$$\begin{aligned} \min \Phi &= \frac{t_f - t_0}{2} \int_{-1}^1 F(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau, t_0, t_f) d\tau + \gamma(\mathbf{x}(-1), \mathbf{x}(1), t_0, t_f), \\ \dot{\mathbf{x}}(\tau) &= \frac{t_f - t_0}{2} f(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau, t_0, t_f), \tau \in [-1, 1], \\ c_{min} &\leq c(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau, t_0, t_f) \leq c_{max}, \tau \in [-1, 1], \\ b_{min} &\leq b(\mathbf{x}(-1), \mathbf{x}(1), t_0, t_f) \leq b_{max}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Псевдоспектральный метод Лобатто использует точки Лежандра-Гаусса-Лобатто (LGL) как точки коллокации, получаемые из полиномов Лежандра [57]. Пусть

$$P_N = \frac{1}{2^N N!} \frac{d^N}{d\tau^N} (\tau^2 - 1)^N \quad (2.9)$$

полином Лежандра степени N на отрезке $[-1, 1]$. Тогда точками коллокации LGL $\tau_0 \dots \tau_N \in [-1, 1]$ являются точки начала и конца отрезка — τ_0, τ_N , и корни $\tau_1 \dots \tau_{N-1}$ производной полинома Лежандра [58, с. 99] (2.9) степени $N - 1$ —

$\dot{P}_{N-1}(\tau)$. Преобразование к произвольному отрезку $[t_0, t_f]$ будет производиться по формуле (2.5).

На рисунке 2.1 представлено распределение 11 точек Лежандра-Гаусса-Лобатто и их положение относительно полинома Лежандра 10 степени и его производной. Как видно из рисунка, точки коллокации располагаются разрежено в середине отрезка и гораздо плотнее к его краям. Такое распределение позволяет избежать феномена Рунге [59] — эффект нежелательных осцилляций, возникающий при интерполяции полиномами высоких степеней на равностоящих точках.

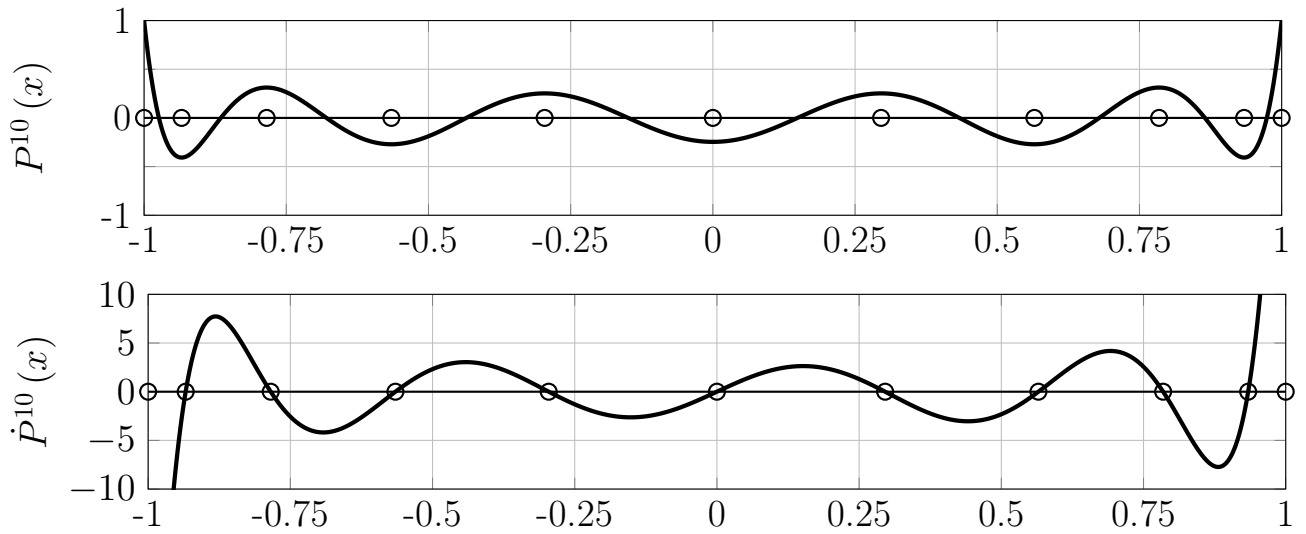


Рисунок 2.1 — Расположение 11 точек Лежандра-Гаусса-Лобатто

Рассмотрим следующую функцию:

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}, x \in [-1, 1].$$

Сравним $\tilde{f}_i(x)$ функции, полученные интерполяцией по точкам исходной функции. Интерполяция проводилась при помощи полиномов Лагранжа [60].

Рассмотрим четыре случая:

1. интерполяция по 8-ми равностоящим узлам;
2. интерполяция по 8-ми точкам LGL;
3. интерполяция по 32-ум равностоящим узлам;
4. интерполяция по 32-ум точкам LGL.

На рисунке 2.2 проиллюстрирован феномен Рунге. Круглыми маркерами на графиках обозначены точки, используемые при интерполяции. На рисунке а) и б) представлены случаи 1 и 2 соответственно. Видно, что графики функций $\tilde{f}_1(x)$ и $\tilde{f}_2(x)$ заметно отличаются от исходной $f(x)$, но у краёв отрезка при

интерполяции по равностоящим точкам возникают более сильные возмущения. На рисунках в) и г) представлены случаи 3 и 4 соответственно. На рисунке в) график функции $\tilde{f}_3(x)$ имеет существенные осцилляции на краях рассматриваемого отрезка, что не позволяет использовать интерполяцию на равномерно распределённых точках. А на рисунке г) видно, что график функции $\tilde{f}_4(x)$ при интерполяции на 32-ух точках LGL не имеет подобных возмущений, т.е. феномен Рунге не наблюдается, и повторяет исходную функцию $f(x)$ с хорошей точностью.

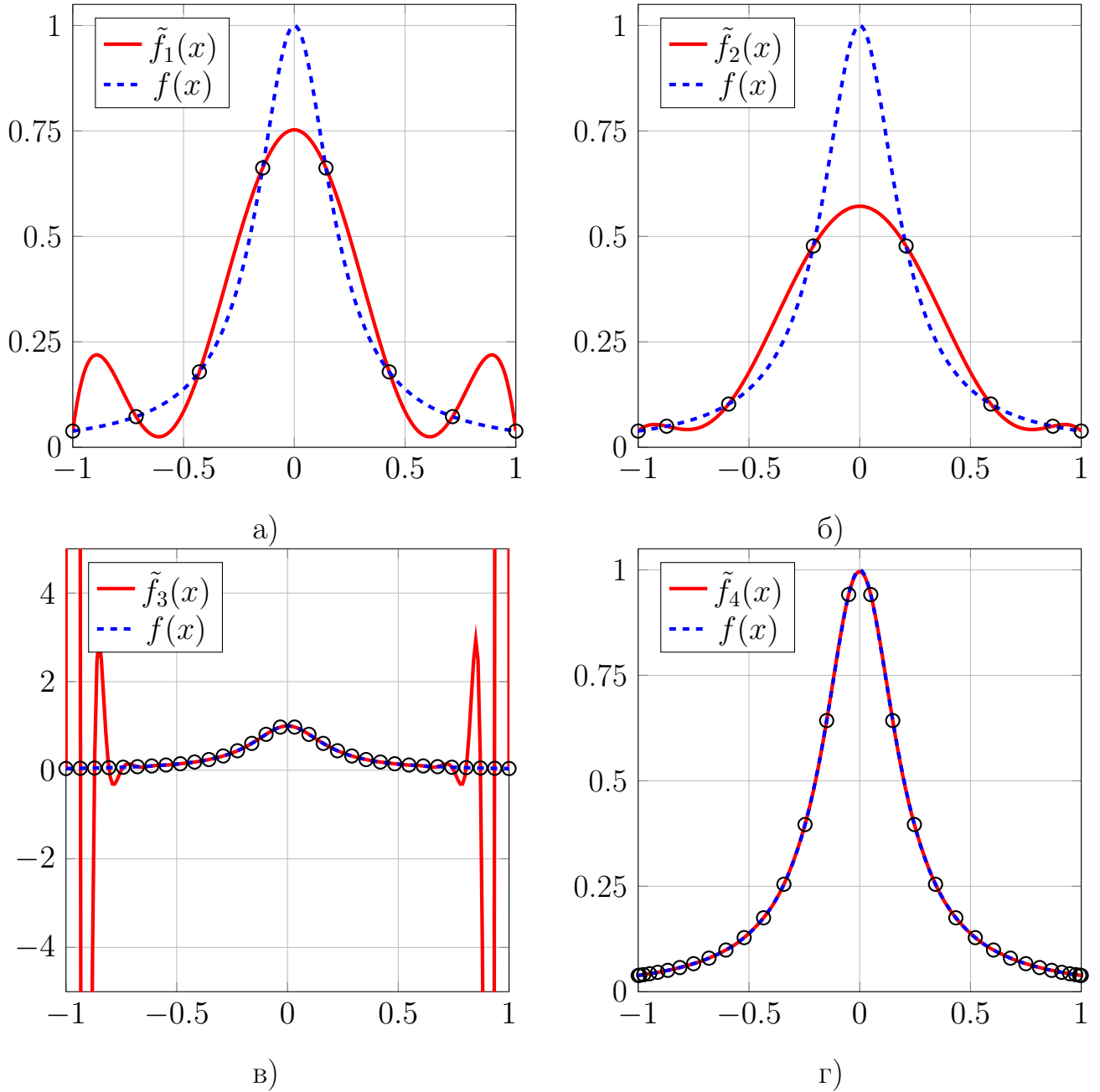


Рисунок 2.2 — Феномен Рунге

Вектор состояния и вектор управления будем аппроксимировать на отрезке $[-1, 1]$ при помощи следующих выражений:

$$\mathbf{x}(t) \approx \mathbf{x}^N(t(\tau)) = \sum_{i=0}^N \mathbf{x}_i \varphi_i(\tau), \quad (2.10)$$

$$\mathbf{u}(t) \approx \mathbf{u}^N(t(\tau)) = \sum_{i=0}^N \mathbf{u}_i \varphi_i(\tau), \quad (2.11)$$

где φ_i — базисные полиномы Лагранжа [60], которые имеют следующий вид:

$$\varphi_i(\tau) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j}, \quad i = 0, \dots, N. \quad (2.12)$$

Значения базисных полиномов удовлетворяют условию Кронекера и определяются следующим образом при разложении по точкам коллокации [33]:

$$\varphi_i(\tau_k) = \delta_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = k \\ 0, & \text{если } i \neq k \end{cases}, \quad (2.13)$$

$$\varphi_i = \frac{1}{N(N+1)P_N(\tau_i)} \frac{(\tau^2 - 1)\dot{P}_N(\tau)}{\tau - \tau_i}. \quad (2.14)$$

При подобном разложении производная вектора состояния (2.10) может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t(\tau_k)) \approx \dot{\mathbf{x}}^N(t(\tau_k)) &= \left. \frac{d\mathbf{x}^N}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} \right|_{\tau_k} = \frac{2}{(t_f - t_0)} \sum_{i=0}^N \mathbf{x}_i \dot{\varphi}_i(\tau_k) = \\ &= \frac{2}{(t_f - t_0)} \sum_{i=0}^N \mathbf{D}_{ki}^L \mathbf{x}_i, \quad k = 0, \dots, N, \end{aligned} \quad (2.15)$$

где \mathbf{D}_{ki}^L — матрица дифференцирования Лобатто размерности $(N+1) \times (N+1)$, которую можно вычислить по следующей формуле [58, с. 110]:

$$\mathbf{D}_{ki}^L = \begin{cases} \frac{P_N(\tau_k)}{P_N(\tau_i)(\tau_k - \tau_i)}, & \text{если } k \neq i \\ -\frac{4}{N(N+1)}, & \text{если } k = i = 0 \\ \frac{4}{N(N+1)}, & \text{если } k = i = N \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases} \quad (2.16)$$

Интегральная часть функционала (2.1) численно интегрируется при помощи правила Гаусса-Лобатто [33]:

$$\int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt \approx \frac{(t_f - t_0)}{2} \sum_{i=0}^N F(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i) w_i^L, \quad (2.17)$$

где весовые коэффициенты w_i^L в точках коллокации вычисляются из следующего уравнения [58; 61, с. 96]:

$$w_i^L = \frac{2}{N(N+1) [P_N(\tau_i)]^2}. \quad (2.18)$$

Таким образом, используя псевдоспектральный метод Лобатто, приведём вариационную задачу Больца к задаче нелинейного программирования:

$$\begin{aligned} \min \Phi = & \frac{(t_f - t_0)}{2} \sum_{i=0}^N F(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i, \tau_i, t_0, t_f) w_i^L + \\ & + \gamma(\mathbf{x}(-1), \mathbf{x}(1), t_0, t_f), \\ \frac{2}{(t_f - t_0)} \sum_{i=0}^N \mathbf{D}_{ki}^L \mathbf{x}_i = & f(\mathbf{x}(\tau_k), \mathbf{u}(\tau_k), \tau_k, t_0, t_f), \quad k = 0, \dots, N, \\ c_{\min} \leq & c(\mathbf{x}(\tau_k), \mathbf{u}(\tau_k), \tau_k, t_0, t_f) \leq c_{\max}, \quad k = 0, \dots, N, \\ b_{\min} \leq & b(\mathbf{x}(-1), \mathbf{x}(1), t_0, t_f) \leq b_{\max}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.2 Псевдоспектральный метод Радау

Псевдоспектральный метод Радау использует точки Лежандра-Гаусса-Радау (LGR) как точки коллокации, получаемые из полиномов Лежандра (2.9) степени N , определённых на отрезке $[-1, 1]$. Точки коллокации LGR $\tau_1 \dots \tau_N \in [-1, 1)$ являются корнями выражения $P_N(\tau) + P_{N-1}(\tau)$ [58, с. 98], включая крайнюю левую точку $\{-1\}$, причём $\tau_{N+1} = 1$ не является точкой коллокации. Преобразование к произвольному отрезку $[t_0, t_f]$ будет производиться так же по формуле (2.5).

На рисунке 2.3 представлено расположение 10 точек Лежандра-Гаусса-Радау. Как видно из рисунка, точки коллокации располагаются разрежено в середине отрезка и гораздо плотнее к его краям. Такое распределение, как и в

случае с распределением точек Лежандра-Гаусса-Лобатто, позволяет избежать феномена Рунге [32, с. 29], представленного на рисунке 2.2.

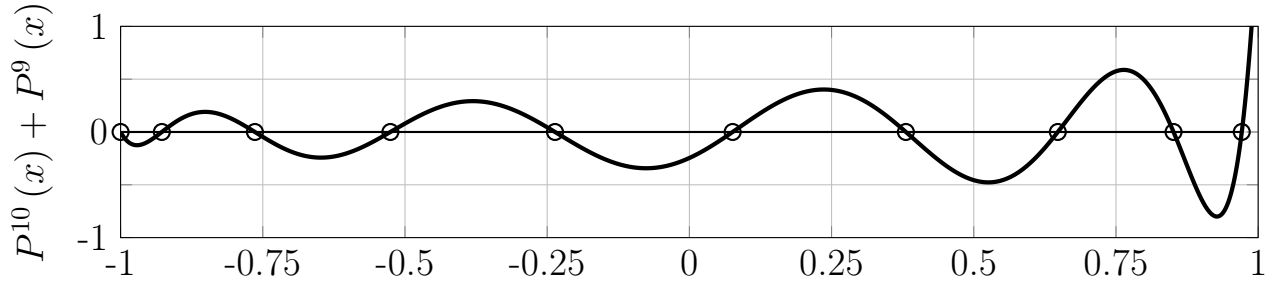


Рисунок 2.3 — Расположение 10 точек Лежандра-Гаусса-Радау

Вектор состояния и вектор управления будем аппроксимировать при помощи следующих выражений:

$$\mathbf{x}(t) \approx \mathbf{x}^{N+1}(t(\tau)) = \sum_{i=1}^{N+1} \mathbf{x}_i \varphi_i(\tau), \quad (2.20)$$

$$\mathbf{u}(t) \approx \mathbf{u}^{N+1}(t(\tau)) = \sum_{i=1}^{N+1} \mathbf{u}_i \varphi_i(\tau), \quad (2.21)$$

где φ_i — базисные полиномы Лагранжа, которые имеют следующий вид:

$$\varphi_i(\tau) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N+1} \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j}, \quad i = 1, \dots, N+1. \quad (2.22)$$

При подобном разложении производная вектора состояния (2.20) может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t(\tau_k)) \approx \dot{\mathbf{x}}^N(t(\tau_k)) &= \left. \frac{d\mathbf{x}^N}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} \right|_{\tau_k} = \frac{2}{(t_f - t_0)} \sum_{i=1}^{N+1} \mathbf{x}_i \dot{\varphi}_i(\tau_k) = \\ &= \frac{2}{(t_f - t_0)} \sum_{i=1}^{N+1} \mathbf{D}_{ki}^R \mathbf{x}_i, \quad k = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (2.23)$$

где \mathbf{D}_{ki}^R — матрица дифференцирования Радау размерности $N \times (N+1)$, которую можно вычислить по следующей формуле [62]:

$$\mathbf{D}_{ki}^R = \begin{cases} \frac{\dot{g}(\tau_k)}{(\tau_k - \tau_i) \dot{g}(\tau_i)}, & \text{если } k \neq i \\ \frac{\ddot{g}(\tau_i)}{2\dot{g}(\tau_i)}, & \text{если } k = i. \end{cases} \quad (2.24)$$

$$g(\tau) = (\tau - 1)(P_N + P_{N-1}).$$

Интегральная часть функционала (2.1) численно интегрируется при помощи правила Гаусса-Радау [58]:

$$\int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt \approx \frac{(t_f - t_0)}{2} \sum_{i=1}^{N+1} F(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i) w_i^R, \quad (2.25)$$

где весовые коэффициенты w_i^R в точках коллокации вычисляются из следующих уравнений [58, с. 96]:

$$w_i^R = \frac{1 - \tau_i}{N^2 [P_{N-1}(\tau_i)]^2}. \quad (2.26)$$

Траекторные ограничения и граничные условия описываются аналогично уравнениям (2.3 и 2.4).

Аналогично методу Лобатто (2.19), приведём вариационную задачу Больца при помощи псевдоспектрального метода Радау к задаче нелинейного программирования:

$$\begin{aligned} \min \Phi = & \frac{(t_f - t_0)}{2} \sum_{i=1}^{N+1} F(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i, \tau_i, t_0, t_f) w_i^R + \\ & + \gamma(\mathbf{x}(-1), \mathbf{x}(1), t_0, t_f), \\ \frac{2}{(t_f - t_0)} \sum_{i=1}^{N+1} \mathbf{D}_{ki}^R \mathbf{x}_i = & f(\mathbf{x}(\tau_k), \mathbf{u}(\tau_k), \tau_k, t_0, t_f), \quad k = 1, \dots, N, \\ c_{min} \leq & c(\mathbf{x}(\tau_k), \mathbf{u}(\tau_k), \tau_k, t_0, t_f) \leq c_{max}, \quad k = 1, \dots, N, \\ b_{min} \leq & b(\mathbf{x}(-1), \mathbf{x}(1), t_0, t_f) \leq b_{max}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

2.3 Постановка задачи нелинейного математического программирования

При помощи описанного в параграфе 2.1 псевдоспектрального метода Лобатто задачу поиска оптимальных по расходу топлива траекторий переориентации орбитальной станции можно привести к задаче НЛП [63; 64]. Для вычисления функционала (1.20) применим приближение (2.17). Дифференциальные ограничения (1.23 и 1.24) преобразуем при помощи выражений (2.15). Оставшиеся условия (1.26 и 1.27) приведём к параметрическому виду. Таким

образом, перепишем задачу оптимизации (1.28) при помощи описанных выше действий и сформулируем задачу НЛП следующим образом:

$$\begin{aligned}
\min \Phi &= \frac{(t_f - t_0)}{2} \sum_{i=0}^N \mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_i w_i^L, \\
\frac{2}{(t_f - t_0)} \sum_{i=0}^N \mathbf{D}_{ki}^L \mathbf{q}_i &= \frac{1}{2} (\mathbf{q}_k \circ \bar{\omega}_k - \bar{\omega}_k^{orb} \circ \mathbf{q}_k), \quad k = 0, \dots, N, \\
\frac{2}{(t_f - t_0)} \sum_{i=0}^N \mathbf{D}_{ki}^L \omega_i &= \mathbf{J}^{-1} (-[\omega_k \times \mathbf{J} \omega_k] + \\
&\quad + \mathbf{M}_k^{ext} + \mathbf{T}^{th} \mathbf{u}_k), \quad k = 0, \dots, N, \\
\|\mathbf{q}_k\| &= 1, \quad k = 0, \dots, N, \\
0 \leq u_{ik} &\leq 1, \quad i = 1, \dots, 6, \quad k = 0, \dots, N, \\
\mathbf{q}_0 &= \mathbf{q}_0^{TEA}, \\
\mathbf{q}_N &= \mathbf{q}_f^{TEA}, \\
\bar{\omega}_0 &= \tilde{\mathbf{q}}_0^{TEA} \circ \bar{\omega}^{orb} \circ \mathbf{q}_0^{TEA}, \\
\bar{\omega}_N &= \tilde{\mathbf{q}}_f^{TEA} \circ \bar{\omega}^{orb} \circ \mathbf{q}_f^{TEA}.
\end{aligned} \tag{2.28}$$

В дальнейшем решения оптимизационной задачи, полученные из уравнений (2.28), будем называть «гладкими» траекториями, поскольку функция вектора угловой скорости имеет непрерывные производные на всём временном отрезке.

Задача на оптимальность с функционалом (1.21) приводит к решению для функции управления наподобие дискретных включений ДО. Поскольку при выборе псевдоспектрального метода Лобатто распределение точек коллокации LGL определено, то получить более точное решение во времена включений двигателей не представляется возможным. В связи с этим был рассмотрен другой метод — псевдоспектральный метод Радау. В параграфе 2.1 было замечено, что точки коллокации LGR не включают крайнюю правую точку $\tau_{N+1} = 1$ отрезка $[-1, 1]$, и при этом производная функции состояния (2.23), рассчитываемая в точках коллокации $\tau_1 \dots \tau_N \in [-1, 1]$, для вычислений использует точки коллокации и точку $\{1\}$, как видно из размерности матрицы дифференцирования \mathbf{D}_{ki}^R . Это свойство даёт возможность разделить исходный отрезок на несколько частей и выбрать число коллокационных точек для каждого из отрезков для более аккуратного решения, например, в периоды работы двигателей. Полученный результат в дальнейшем может позволить получить циклограммы включений двигателей для выполнения разворота [65].

Близкая задача по управлению ориентацией МКС была решена американскими специалистами при помощи псевдоспектрального метода Лобатто [18]. Перед ними стояла цель выполнить разворот на гиродинах без применения реактивных двигателей, а соответственно расхода топлива. Поскольку на силовых гироскопах управляющий момент сил изменяется плавно и непрерывно без существенных скачков, то предложенный метод Лобатто отлично подходит для решения поставленной задачи. В настоящее время все манёвры на большие углы выполняются при управлении на реактивных двигателях, и в случае управления со стороны АС, включения двигателей реализуются через алгоритмы разгрузки гироскопов короткими импульсами менее секунды. Таким образом, предложенный подход позволит превзойти результаты полученные американскими специалистами для получения оптимальных траекторий разворотов МКС.

Исходный временной отрезок $s = [t_0, t_f]$ разделим на M отрезков разбиения

$$[s_{m-1}, s_m], m = 1, \dots, M.$$

При этом выполняется следующее выражение

$$t_0 = s_0 < s_1 < s_2 < \dots < s_M = t_f,$$

где s_m — точки разбиения. Преобразования к отрезку $[-1, 1]$ каждого отрезка $[s_{m-1}, s_m]$ и обратно будут происходить согласно формулам (2.5 и 2.6):

$$s(\tau) = \frac{(s_m - s_{m-1})\tau + (s_m + s_{m-1})}{2}, m = 1, \dots, M,$$

$$\tau(s) = \frac{2s - (s_m + s_{m-1})}{s_m - s_{m-1}}, m = 1, \dots, M.$$

Определим следующие обозначения для параметров, соответствующих каждому отрезку $[s_{m-1}, s_m]$: количество коллокационных точек N_m , при этом точка $N_m + 1$ соответствует s_m ; матрица дифференцирования Радау (2.24) размерностью $N_m \times (N_m + 1) - \mathbf{D}_m^R$; веса интегрирования (2.26) — w_m^R . Нижний индекс « m_i » у параметров будет означать i -ую точку на отрезке m . Тогда постановка задачи (1.28) при использовании мультиинтервального псевдоспектрального метода Радау будет записана так:

$$\begin{aligned}
\min \Phi &= \sum_{m=1}^M \frac{s_m - s_{m-1}}{2} \sum_{i=1}^{N_m+1} \sum_{c=1}^6 u_{ic} \omega_{m_i}^R, \\
\frac{2}{s_m - s_{m-1}} \sum_{i=1}^{N_m+1} \mathbf{D}_{m_{ki}}^R \mathbf{q}_{m_i} &= \frac{1}{2} (\mathbf{q}_{m_k} \circ \bar{\omega}_{m_k} - \\
&\quad - \bar{\omega}_{m_k}^{orb} \circ \mathbf{q}_{m_k}), \quad m = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, N_m, \\
\frac{2}{s_m - s_{m-1}} \sum_{i=1}^{N_m+1} \mathbf{D}_{m_{ki}}^R \omega_{m_i} &= \mathbf{J}^{-1} (-[\omega_{m_k} \times \mathbf{J}\omega_{m_k}] + \\
&\quad + \mathbf{M}_{m_k}^{ext} + \mathbf{T}^{th} \mathbf{u}_{m_k}), \quad m = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, N_m, \\
\|\mathbf{q}_{m_k}\| &= 1, \quad m = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, N_m + 1, \\
0 \leq u_{cm_k} &\leq 1, \quad c = 1, \dots, 6, \quad m = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, N_m + 1, \\
\mathbf{q}_{1_1} &= \mathbf{q}_0^{TEA}, \\
\mathbf{q}_{M_{N_M+1}} &= \mathbf{q}_f^{TEA}, \\
\bar{\omega}_{1_1} &= \tilde{\mathbf{q}}_0^{TEA} \circ \bar{\omega}^{orb} \circ \mathbf{q}_0^{TEA}, \\
\bar{\omega}_{M_{N_M+1}} &= \tilde{\mathbf{q}}_f^{TEA} \circ \bar{\omega}^{orb} \circ \mathbf{q}_f^{TEA}.
\end{aligned} \tag{2.29}$$

В дальнейшем решения оптимизационной задачи, полученные из уравнений (2.29), будем называть «импульсными» траекториями, поскольку далее будут заметно конечное число периодов работы ДО.

Разбиение отрезка на подинтервалы кроме повышения точности вычислений позволяет избежать феномена Гиббса [32, с. 10]. Определим следующую функцию:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Тогда $\tilde{f}_i(x)$ обозначим функции, полученные путём интерполяции исходной $f(x)$. Рассмотрим два случая:

1. интерполяция на 14 точках LGR и точке $\{1\}$: $t \in [-1, 1]$;
2. интерполяция на 14 точках LGR и точке $\{1\}$, при разбиении на два подинтервала: $t^I \in [-1, 0]$ и $t^{II} \in [0, 1]$;

Причём согласно выражению (2.5) точки t_I соответствуют 7 точкам LGR τ^I , а t^{II} — 7 точкам LGR и крайней точке $\{1\}$ τ^{II} :

$$t^I = \frac{\tau^I - 1}{2}, \quad \tau^I \in [-1, 1)$$

$$t^{II} = \frac{\tau^{II} + 1}{2}, \quad \tau^{II} \in [-1, 1].$$

Таким образом $\tilde{f}_1(x)$ и $\tilde{f}_2(x)$ будут определяться следующими выражениями:

$$\tilde{f}_1(x) = \sum_{i=1}^{15} f(t_i) \varphi_i, \quad -1 \leq x < 1,$$

$$\tilde{f}_2(x) = \begin{cases} \sum_{i=1}^7 f(t_i^I) \varphi_i^I, & -1 \leq x < 0, \\ \sum_{i=1}^8 f(t_i^{II}) \varphi_i^{II}, & 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

где φ_i , φ_i^I и φ_i^{II} соответствующие интерполяционные полиномы Лагранжа.

Поведение графика функции $\tilde{f}_1(x)$ представленное на рисунке 2.4а) показывает возникающий феномен Гиббса при скачкообразном изменении значения функции $f(x)$ в точке 0. На рисунке 2.4б) представлен график функции $\tilde{f}_2(x)$, на котором феномен Гиббса уже не наблюдается.

Таким образом, если в постановке задачи известно, когда произойдёт скачкообразное изменение параметров, например, изменение массы разгонного блока при отделении выводимых спутников при необходимости задания нужной ориентации или изменение массы ракеты-носителя при отделении ступеней, то мультиинтервальный псевдоспектральный метод Радау позволит избежать неточностей. К сожалению, в постановке задачи оптимальной переориентации требуется найти времена включений двигателей, что не позволяет точно указать моменты их включений/отключений.

Задачи НЛП (2.28) и (2.29) были решены численно в среде MATLAB при помощи решателя задач НЛП — функции «fmincon» [66], входящая в пакет «Optimization Toolbox». Функция «fmincon» предлагает несколько методов решения НЛП, например, метод внутренней точки и метод последовательного квадратичного программирования. Для решения задачи использовался второй метод.

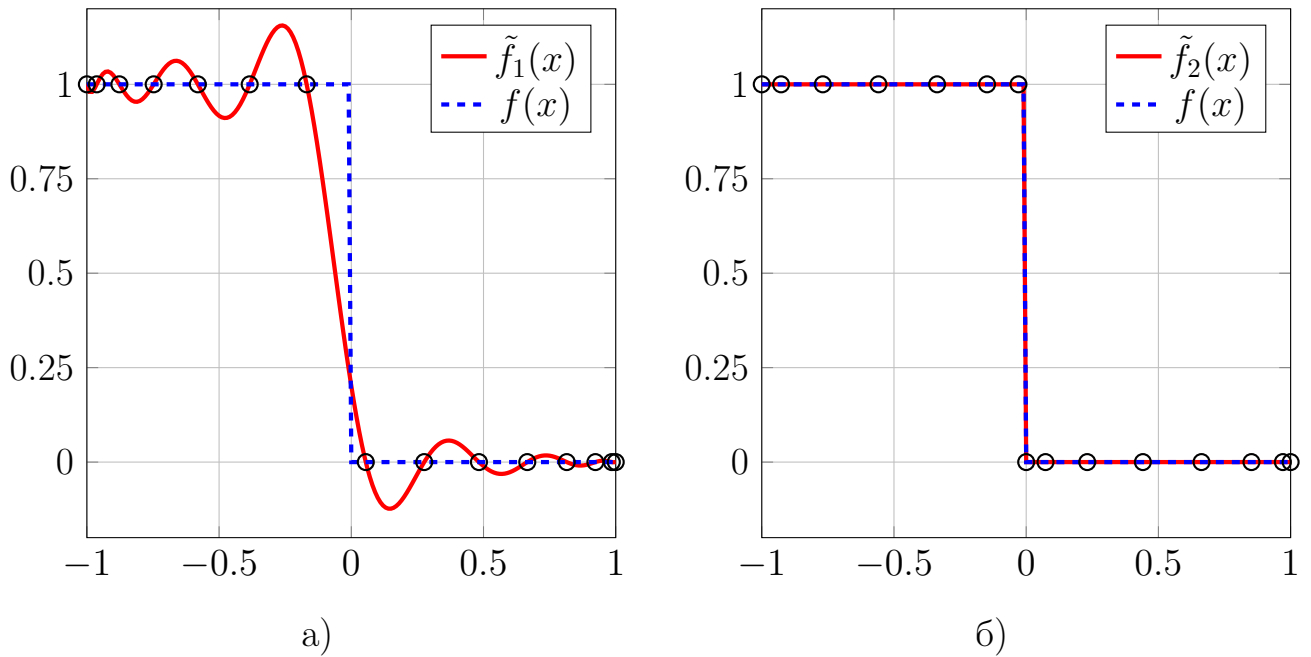


Рисунок 2.4 — Феномен Гиббса

2.4 Выводы по второй главе

Во второй главе было предложено использовать псевдоспектральные методы Лобатто и Радау для дискретизации нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка и вычисления функционала при помощи метода численного интегрирования Гаусса-Лобатто, который позволяет найти интеграл функции в конечном числе узловых точек, используя весовые коэффициенты и значения самой функции. В рассматриваемых псевдоспектральных методах в качестве точек коллокации используются корни линейных комбинаций полиномов Лежандра или их производных. Преимущество этих методов состоит в том, что они обеспечивают получение решения системы дифференциальных уравнений, которыми являются уравнения движения, одновременно во всех узлах. Распределение узлов на области определения полиномов Лежандра позволяет избежать феноменов Рунге и Гиббса, заключающиеся в возникновении нежелательных осцилляций при интерполировании значений функций. Также особенность метода Радау создаёт возможность разбивать рассматриваемый временной отрезок на несколько подинтервалов с заданием точек коллокации в каждом из них для получения более точного решения в необходимых временных промежутках.

При помощи псевдоспектральных методов постановка задачи поиска оптимальных траекторий переориентации была приведена к задаче нелинейного

математического программирования, решение которой может быть получено «решателями» подобных задач, использующими, например, метод последовательного квадратичного программирования.

Глава 3. Расчёт траекторий управления ориентацией и результаты лётных испытаний

Разработанный алгоритм поиска траекторий позволяет задавать произвольные начальные и конечные условия. При этом в течение эксплуатации МКС наиболее распространены следующие разновидности манёвров:

1. поворот на $\approx 180^\circ$ вокруг оси рысканья;
2. поворот на $\approx 90^\circ$ вокруг оси тангажа;
3. комбинация первого и второго вариантов.

Второй вариант манёвра не имеет существенной практической возможности оптимизации, кроме как вариация времени проведения поворота. Решения задачи оптимального управления для третьего варианта существуют [28], но они не могут быть проверены в ходе лётно-конструкторских испытаний. Это объясняется тем, что длительность таких манёвров с последующей стыковкой КА может превысить допустимое правилами полёта время. Учитывая вышеизложенное, наиболее важный и требующий подробного рассмотрения является поворот на $\approx 180^\circ$ вокруг оси рысканья.

3.1 Исходные данные

Будем считать, что МКС движется вокруг Земли по круговой орбите. Таким образом, вектор орбитальной угловой скорости ОСК будет постоянным и на высоте около 400 км примем равной:

$$\omega^{orb} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -0.0650 \end{pmatrix}^T \%.$$

Предполагаемая конфигурация МКС на момент проведения лётных испытаний (2018 г.) была следующая: американский сегмент достроен; российский сегмент в состоянии до стыковки многоцелевого лабораторного и узлового модулей, при этом пристыкован пилотируемый корабль на зенитном порту и грузовой корабль на надирном порту. Масса МКС равнялась примерно 430 тонн.

Матрица тензора для такой конфигурации была задана следующей:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 129974632 & 359377 & 3988549 \\ 359377 & 185247824 & 2028129 \\ 3988549 & 2028129 & 74841944 \end{pmatrix} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Матрица управляющих моментов (1.12), создаваемых реактивными двигателями, равна:

$$\mathbf{T}^{th} = \begin{pmatrix} 2527 & 94 & 95 & -2537 & -94 & -95 \\ 1209 & 4062 & -22 & -1253 & -4106 & -22 \\ -209 & 22 & 4106 & -209 & 22 & -4063 \end{pmatrix} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Для управления по рысканию и тангажу выбраны по одному двигателю СМ, а для управления по крену — по два двигателя корабля «Прогресс», пристыкованного к узлу СО1 МКС. Дополнительно при каждом срабатывании двигателя в канале «крена» включается один двигатель СМ в канале «рыскания».

Начальные и конечные кватернионы ориентации и угловые скорости соответствуют равновесным ориентациям ТЕА МКС. Начальный и конечный кватернионы ориентации МКС относительно ОСК задавались следующими:

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{q}_0^{TEA} = \begin{pmatrix} 0.034833 & -0.010678 & -0.999320 & -0.005739 \end{pmatrix}^T,$$

$$\mathbf{q}_N = \mathbf{q}_f^{TEA} = \begin{pmatrix} 0.999615 & -0.005924 & 0.026133 & 0.007139 \end{pmatrix}^T,$$

где кватернион \mathbf{q}_0^{TEA} задаёт ориентацию МКС «на разгон», а кватернион \mathbf{q}_f^{TEA} задаёт ориентацию «на торможение». И согласно формулам (1.26) вычислим начальный и конечный векторы угловых скоростей:

$$\boldsymbol{\omega}_0 = \begin{pmatrix} -0.004532 & -0.000697 & 0.064822 \end{pmatrix}^T \text{ } \%,$$

$$\boldsymbol{\omega}_N = \begin{pmatrix} 0.003401 & 0.000745 & -0.064890 \end{pmatrix}^T \text{ } \%.$$

3.2 Определение длительности проведения оптимальных манёвров

Для того чтобы определить длительность проведения оптимального манёвра, требуется провести расчёт нескольких траекторий с различными длительностями. Продолжительность одного витка МКС вокруг Земли равно $t_{orb} \approx 5500$ секунд. Проведём поиск решений для шести случаев:

1. $t_f = \frac{1}{4}t_{orb} = 1375$ с,
2. $t_f = \frac{1}{2}t_{orb} = 2750$ с,
3. $t_f = \frac{3}{4}t_{orb} = 4125$ с,
4. $t_f = t_{orb} = 5500$ с,
5. $t_f = \frac{5}{4}t_{orb} = 6875$ с,
6. $t_f = \frac{3}{2}t_{orb} = 8250$ с.

В качестве начального приближения был взят конечный поворот вокруг оси Эйлера между начальным и конечным угловыми положениями МКС. Для каждого из случаев, описанных выше, были получены «гладкие» траектории для 41 точки дискретизации LGL при решении задачи НЛП из уравнений (2.28), полагая $\mathbf{M}^{ext} = \mathbf{M}^{grav}$, и исходным данным из параграфа 3.1.

На рисунке 3.1 представлена оценка расхода топлива для каждой из полученных траекторий. Оценка расхода топлива за разворот вычислялась по формуле полученной из (1.22) и (2.17):

$$Q = Q_M \int_{t_0}^{t_f} \sum_{c=1}^6 h_c u_c dt \approx Q_M \sum_{i=0}^N \sum_{c=1}^6 h_c u_{ic} w_i, \quad (3.1)$$

где секундный массовый расход топлива был принят равным $Q_M = 0,05^{кг}/с$. На рисунке 3.2 (стр. 50) представлены решения в виде траекторий ориентации МКС относительно ОСК в углах Крылова в последовательности поворотов рысканье-тангаж-крен для каждого из вариантов продолжительности маневров.

Как видно из рисунка 3.1 график расхода топлива в зависимости от длительности разворота убывает по гиперболическому закону. При увеличении длительности свыше 5000-6000 с расход топлива уменьшается незначительно, в то время как при уменьшении длительности ниже 5000 с оценка затраченного топлива за разворот начинает существенно увеличиваться. Исходя из этого, примем длительность оптимального манёвра равным $\approx 1,5$ ч = 5400 с. Такой выбор также позволит точнее сравнить с оптимальными траекториями, разработанными американскими специалистами, которые длятся также 5400 с.

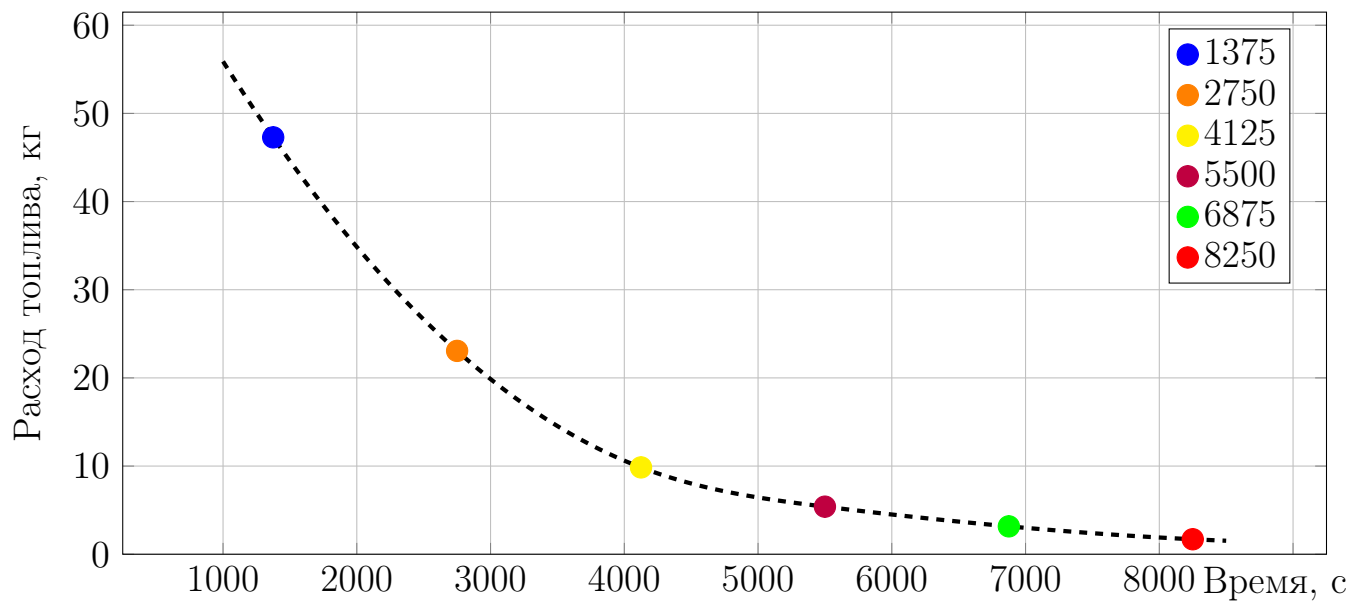
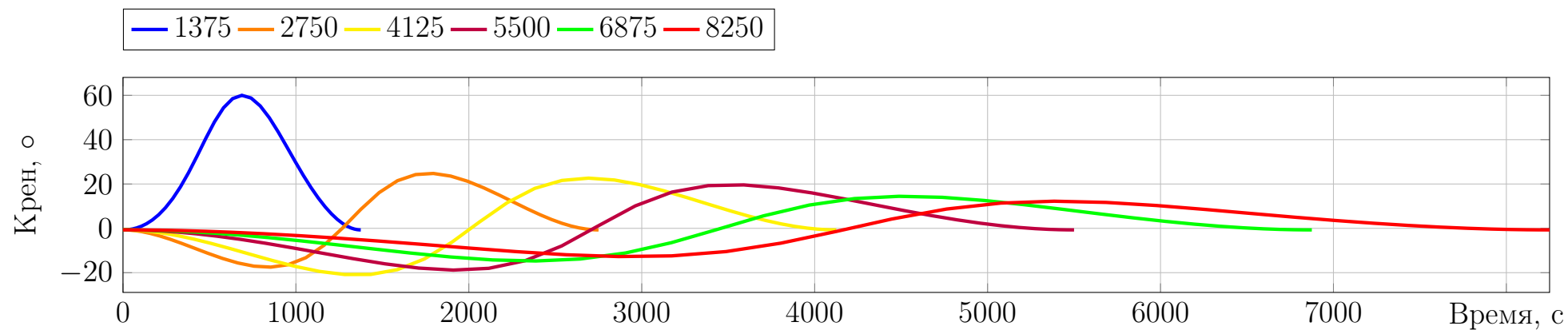
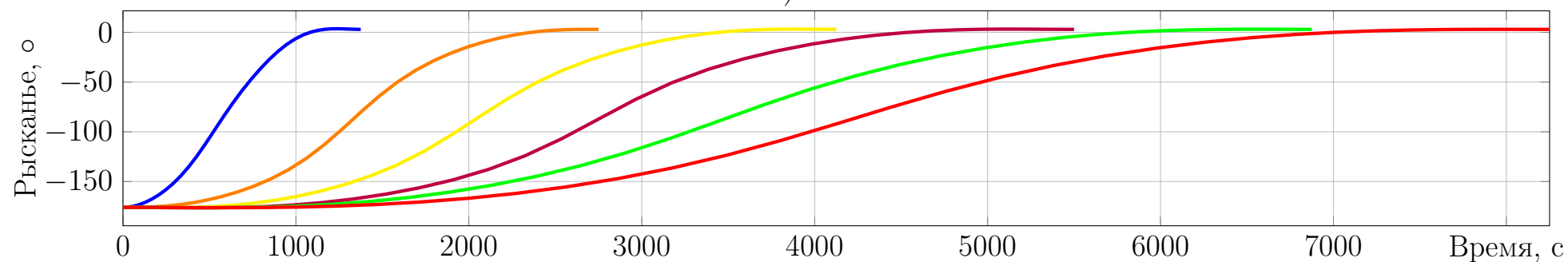


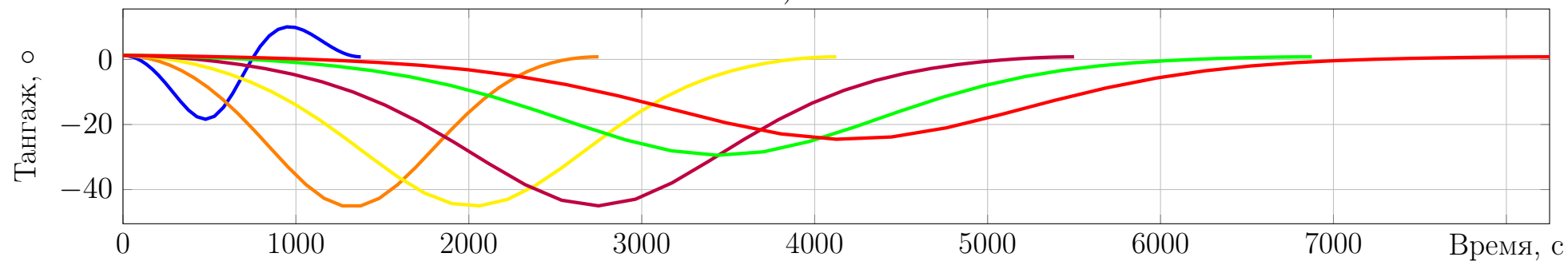
Рисунок 3.1 — График оценки расхода топлива от длительности манёвра



а)



б)



в)

Рисунок 3.2 — Траектории манёвров при различных длительностях проведения

3.3 Анализ необходимости учёта гравитационного и аэродинамического моментов сил для расчёта оптимальных траекторий

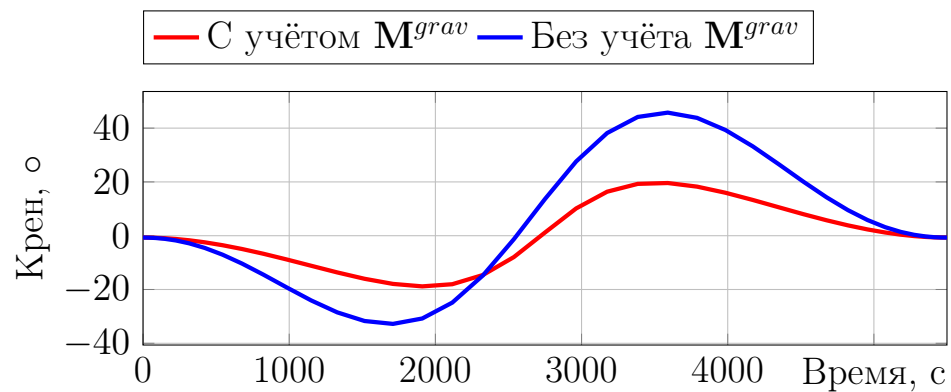
Для того чтобы показать, что гравитационный момент сил позволяет экономить топливо ДО за счёт более эффективного углового разгона и торможения МКС, проведём сравнение двух траекторий длительностью 5400 с. В первом случае был проведён поиск решений задачи НЛП из уравнений (2.28), полагая $\mathbf{M}^{ext} = \mathbf{M}^{grav}$, и исходным данным из параграфа 3.1. Второй случай отличается тем, что при решении задачи НЛП из уравнений (2.28) исключается внешний момент сил \mathbf{M}^{ext} . В качестве начального приближения был взят конечный поворот вокруг оси Эйлера между начальным и конечным угловыми положениями МКС. Для каждого из случаев, описанных выше, были получены «гладкие» траектории для 41 точки дискретизации LGL.

На рисунках 3.3 а), б) и в) слева представлены решения в виде траекторий ориентации МКС относительно ОСК в углах Крылова в последовательности поворотов рысканье-тангаж-крен для каждого из случаев. Красной линией обозначена траектория с учётом гравитационного момента сил, синяя — без учёта.

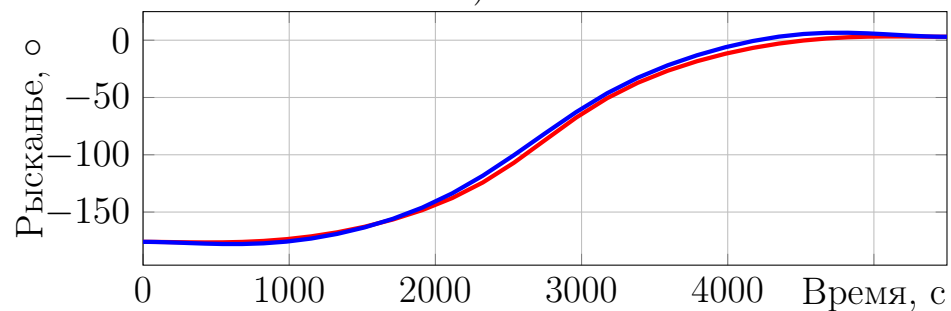
На рисунках 3.3 г), д) и е) справа представлены моменты сил, действующие на МКС, где приняты следующие обозначения:

1. \mathbf{M}_+^u — управляющий момент сил в 1-ом случае;
2. \mathbf{M}_-^u — управляющий момент сил во 2-ом случае;
3. \mathbf{M}^{grav} — гравитационный момент сил в 1-ом случае;
4. $\mathbf{M}^{gyro} = -[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}]$ — гироскопический момент сил в 1-ом случае;
5. $\mathbf{M}^{sum} = \mathbf{M}_+^u + \mathbf{M}^{grav} + \mathbf{M}^{gyro}$ — сумма моментов сил в 1-ом случае.

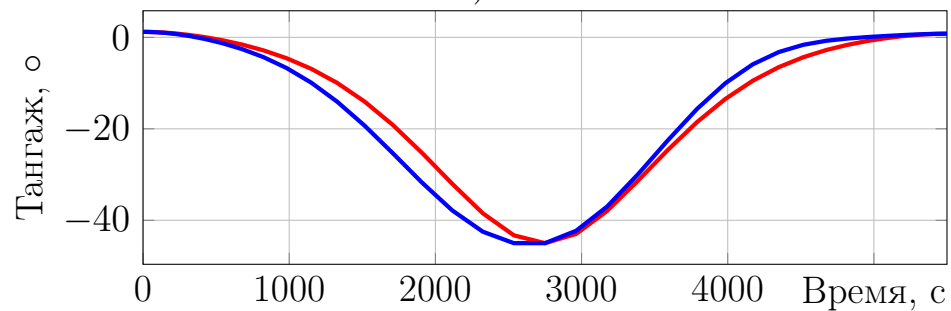
Как видно из графиков, при учёте гравитационного момента сил требуется меньшее воздействие управляющего момента, а это впоследствии приводит к меньшему расходу топлива. В то же время гироскопический момент сил позволяет снизить излишнее влияние гравитационного момента и также уменьшить значение управляющего момента. В дополнение для каждой из траекторий была проведена оценка расхода топлива по формуле (3.1). Для первого и второго случая были получены следующие оценки соответственно: 5.39 кг и 13.64 кг. Это показывает значительное влияние гравитации на угловое движение МКС и необходимость её учёта.



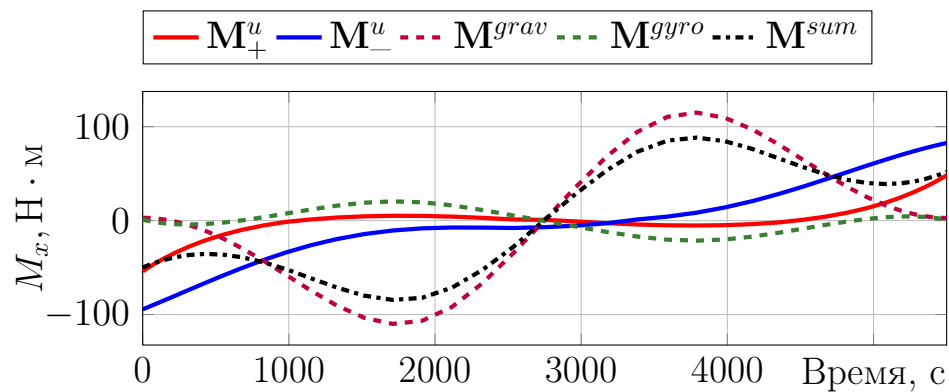
а)



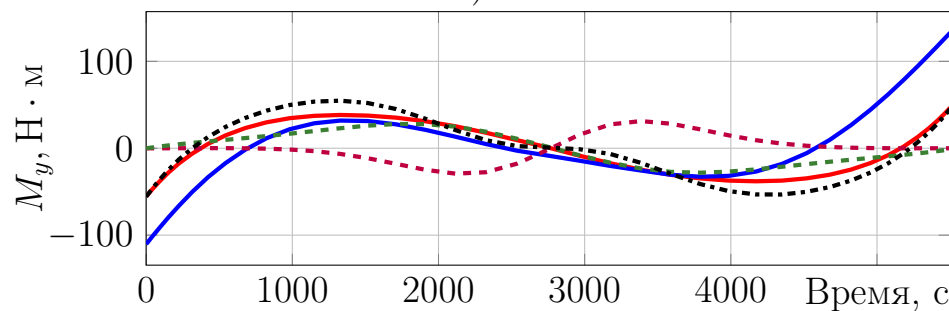
б)



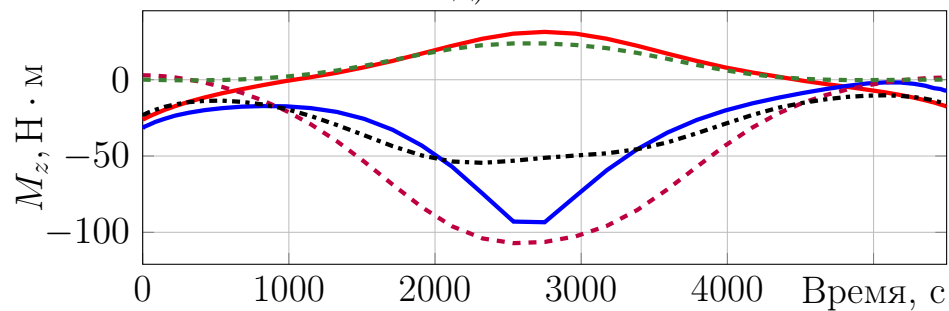
в)



г)



д)



е)

Рисунок 3.3 — Сравнение траекторий с учётом и без учёта гравитационного момента сил

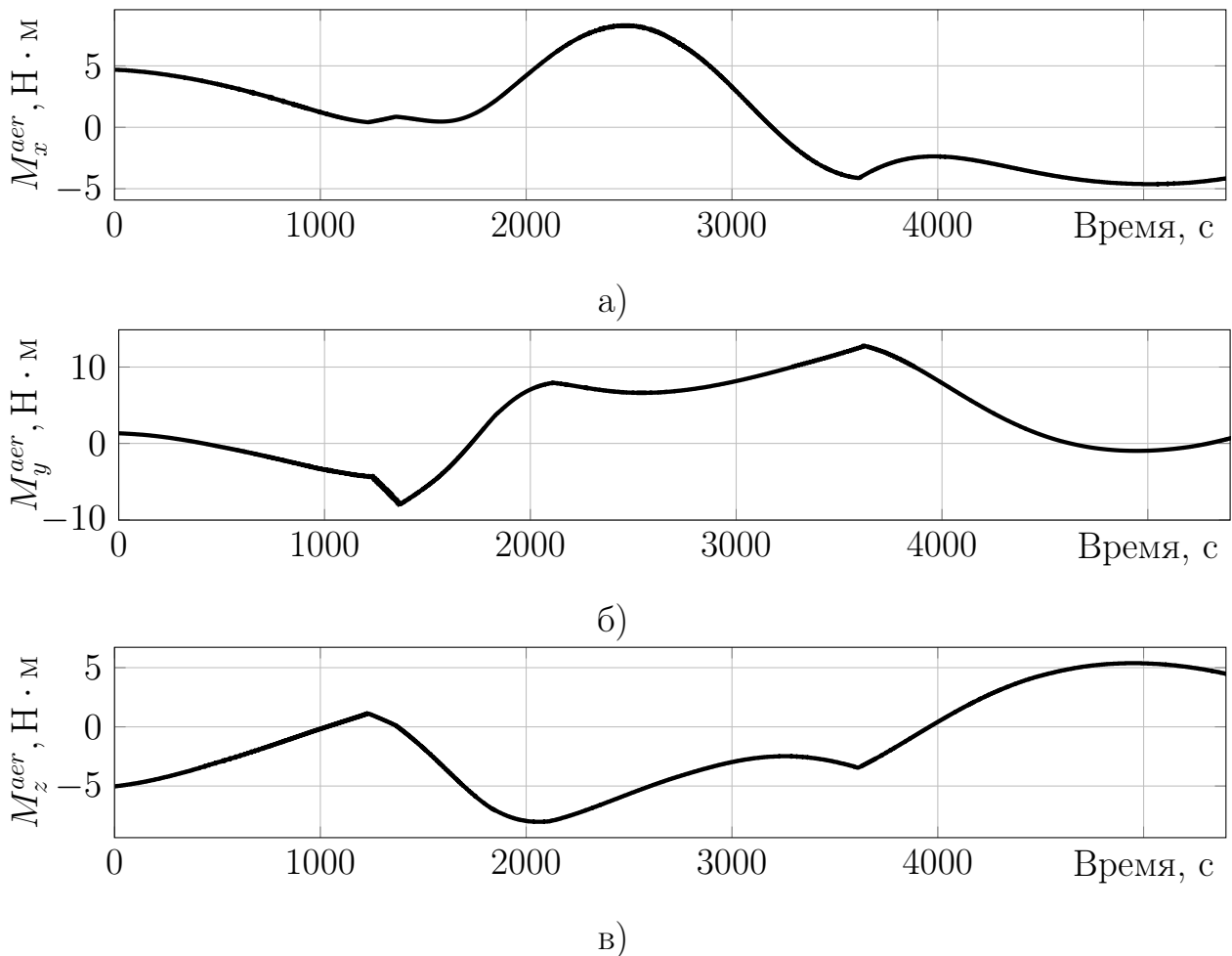


Рисунок 3.4 — Аэродинамические моменты сил

В основном роль управления сводится к набору и гашению угловых скоростей в начале и конце манёвра, а также поддержанию баланса между гравитационным и гироскопическим моментами сил, действующих на орбитальную станцию.

Для того чтобы учитывать аэродинамические моменты сил требуется заблаговременно знать положение всех приводов СБ и радиаторов АС МКС. Также необходимо знать время начала манёвра, поскольку вектор направления на Солнце зависит от положения орбитальной станции на орбите. В рамках работы по подготовке оптимальных разворотов МКС расчёты траекторий происходят заранее за один-два месяца до предполагаемой даты проведения манёвров, когда ещё могут быть неизвестны время начала динамической операции и положения зафиксированных приводов СБ АС МКС. В то же время требуется заранее провести верификацию траекторий для определения возможности их использования. Для этого требуется оценить порядок значений, которые принимают аэродинамические моменты сил во время проведения разворота, по сравнению с гравитационным и управляющими моментами сил.

В качестве параметров орбиты, солнечной активности, геомагнитной возмущённости были приняты данные, описанные в параграфе 1.3. С помощью моделирующего комплекса «МКС-МА» («МКС — Модули Автономные»), разработанного специалистами ПАО «РКК «Энергии», было проведено моделирование разворота по траектории, описанной в этом параграфе с учётом гравитационного момента сил. В ходе него были получены углы поворотов приводов в течение разворота, а также текущие значения скоростного напора набегающего потока атмосферы. Затем полученные данные были использованы для расчёта аэродинамических характеристик моментов сил (1.9), а также получены итоговые аэродинамические моменты сил (1.10) относительно центра масс МКС, представленные на рис. 3.4. Для их расчёта использовалась модель аэродинамики, описанная в параграфе 1.3

Как видно из графиков, полученные значения на порядок меньше управляющих и гравитационного моментов сил (рис. 3.3). Полученные незначительные величины аэродинамических моментов сил, по сравнению с гравитационными моментами сил, указывают на возможность отказа от учёта аэродинамических моментов сил при поиске оптимальных траекторий разворотов МКС в этой работе. Однако влияние аэродинамики будет учтено при дальнейшей верификации расчётных траекторий. Далее при решении задачи оптимального управления будет полагаться, что $\mathbf{M}^{ext} = \mathbf{M}^{grav}$.

3.4 Результаты решения задачи оптимизации и их верификация

Требовалось найти решения для прямого и обратного разворотов. Для обратного разворота начальные $(\mathbf{q}_0, \boldsymbol{\omega}_0)$ и конечные $(\mathbf{q}_N, \boldsymbol{\omega}_N)$ условия были поменяны местами. В качестве начальных приближений были взяты конечные повороты вокруг оси Эйлера между начальным и конечным угловыми положениями МКС в положительном и отрицательном направлении. Также для задания начального приближения использовалось следующее свойство: кватернионы \mathbf{q} и $-\mathbf{q}$ задают тождественное вращение. Таким образом, для каждого из разворотов было получено четыре варианта решения.

По два варианта решения для прямого и обратного манёвров было получено при решении задачи НЛП по формулам (2.28) при использовании

псевдоспектрального метода Лобатто для 81-ой точки коллокации LGL. В дальнейшем такие «гладкие» решения будут обозначаться индексом «а». Полученные траектории для прямого и обратного разворотов в виде кватернионов ориентации относительно ОСК представлены в таблицах 13–16 в приложении А на страницах 118, 120, 123 и 126 соответственно.

Также по два варианта решения для каждого манёвра было получено при решении задачи НЛП по формулам (2.29) при использовании мультиинтервального псевдоспектрального метода Радау с линейным функционалом (1.21). В дальнейшем такие «импульсные» решения будут обозначаться индексом «б». Выбор точек в каждом из временных отрезков для каждой траектории представлены в таблице 1. Рассчитанные траектории для прямого и обратного разворотов в виде кватернионов ориентации относительно ОСК представлены в таблицах 18–21 в приложении А на страницах 131, 135, 138 и 142 соответственно.

На следующих рисунках 3.5, 3.7, 3.9 и 3.11 (стр. 57, 59, 61 и 63) представлены результаты решения для ориентации и угловой скорости МКС. На рисунках изображены графики изменения ориентации, которые представлены через углы Крылова в последовательности поворотов рысканье-тангаж-крен (а, б, в слева), и графики изменения вектора собственной угловой скорости МКС (г, д, е справа). Красной и синей линиями обозначены «гладкие» и «импульсные» траектории соответственно, а также чёрной прерывистой линией траектории американских коллег для сравнения. Круглыми маркерами на рисунках обозначены точки, где найдены решения задачи нелинейного программирования. Вид некоторых полученных траекторий похож на вид траекторий, разработанных американскими специалистами (представлены пунктирной линией на рисунках), которые уже были неоднократно использованы для проведения переориентации МКС. Это сравнение позволяет предположить, что задача поиска оптимальных траекторий была решена правильно.

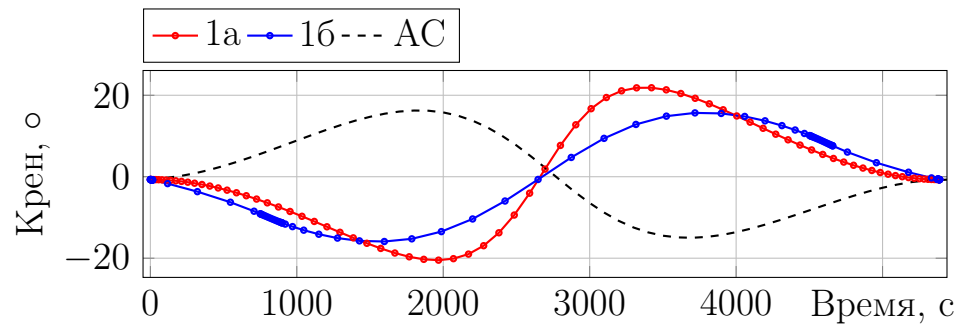
Отметим, что для решений, обозначенных «Вариант 1», характерны максимальные отклонения в канале крена на $\approx 20^\circ$, а в канале тангажа — на $\approx 45^\circ$. Решениям, обозначенным «Вариант 2», характерны полные перевороты в канале крена на $\approx 360^\circ$, а в канале тангажа — отклонения на $\approx 70^\circ$.

На рисунках 3.6, 3.8, 3.10 и 3.12 (стр. 58, 60, 62 и 64) представлены графики функций управления. Красной линией обозначены компоненты вектора управления $u_i, i = 1 \dots 3$ для каналов управления +крен, +рысканье, +тангаж. Синей линией обозначены компоненты вектора управления $u_i, i = 4 \dots 6$

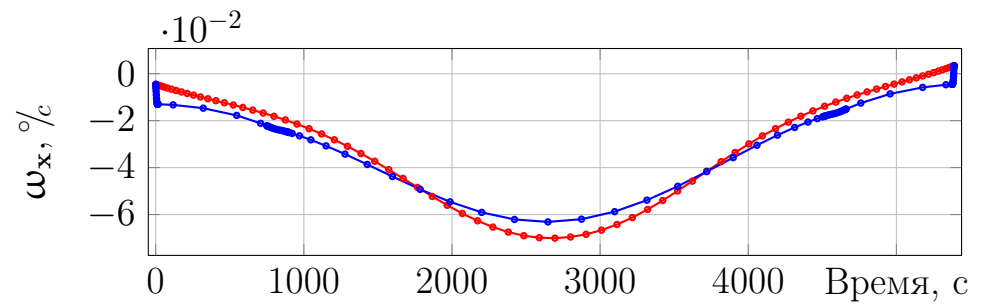
для каналов управления -крен, -рысканье, -тангаж, причём компоненты взяты с отрицательным знаком для лучшего восприятия. На рисунках а), б), в) представлены графики функций для «гладких» траекторий, а на рисунках г), д), е), ж), з), и) для «импульсных». Как видно из графиков для «импульсных» траекторий «Вариантов 1б» (стр. 58 и 62) достаточно шести активных участков работы ДО, а для «Вариантов 2б» (стр. 60 и 64) достаточно всего пяти, причём отсутствуют включения двигателей по каналу крена.

Таблица 1 — Выбор количества точек для «импульсных» траекторий

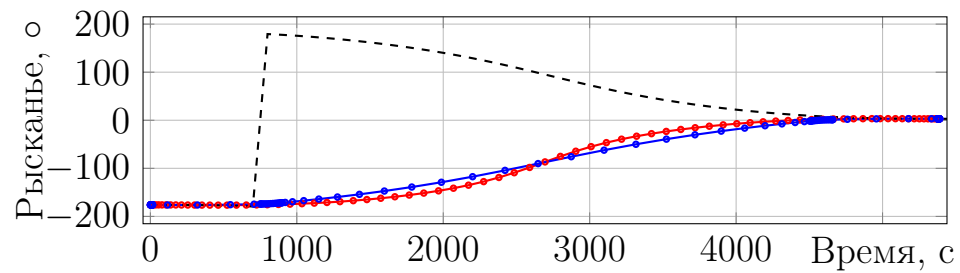
Тип траектории	Временной отрезок	Количество точек	Всего точек
Прямой разворот Вариант 1б	0...15	15	95
	15...750	5	
	750...900	15	
	900...4510	25	
	4510...4660	15	
	4660...5375	5	
	5375...5390	15	
Прямой разворот Вариант 2б	0...10	10	105
	10...80	15	
	80...2540	15	
	2540...2670	25	
	2670...5360	15	
	5360...5380	15	
	5380...5390	10	
Обратный разворот Вариант 1б	0...20	15	110
	20...715	10	
	715...770	15	
	770...4650	30	
	4650...4720	15	
	4720...5370	10	
	5370...5390	15	
Обратный разворот Вариант 2б	0...10	10	110
	10...120	15	
	120...2680	20	
	2680...2800	20	
	2800...5320	20	
	5320...5380	15	
	5390...5390	10	



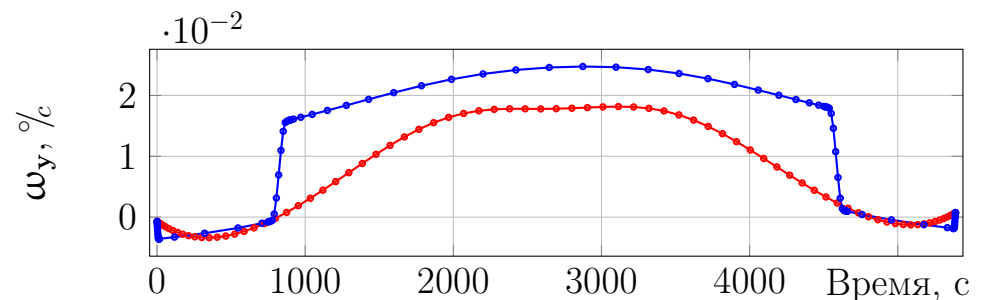
а)



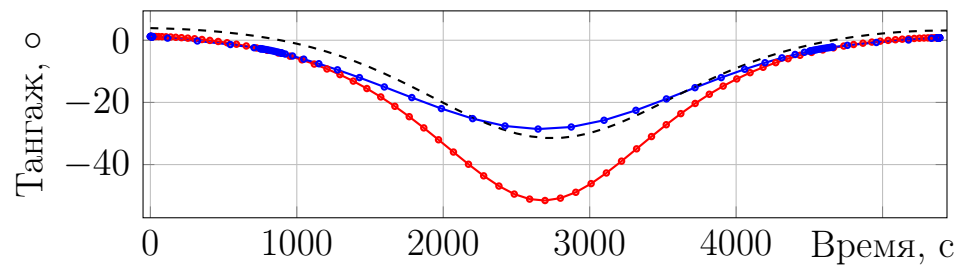
г)



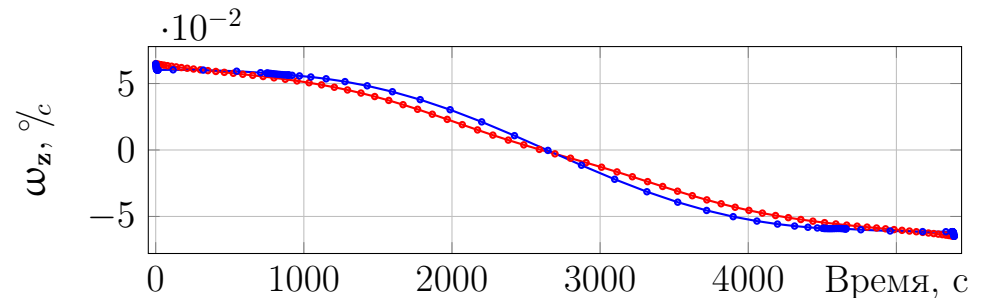
б)



д)

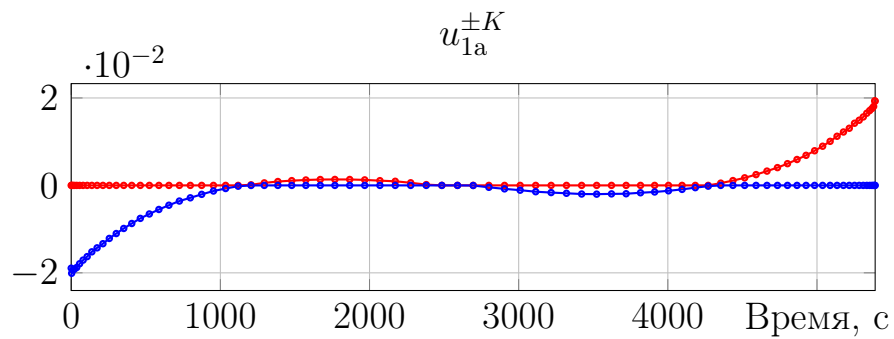


в)

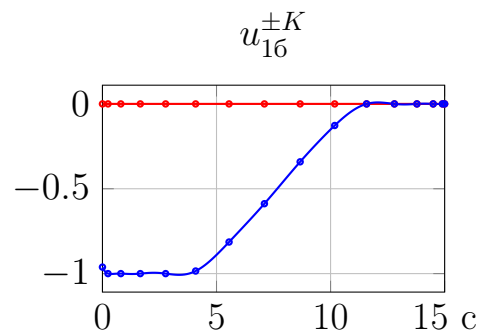


е)

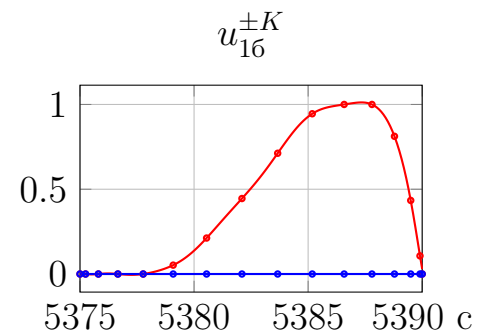
Рисунок 3.5 — Прямой разворот. Варианты 1а и 1б. Полученные траектории и траектория АС



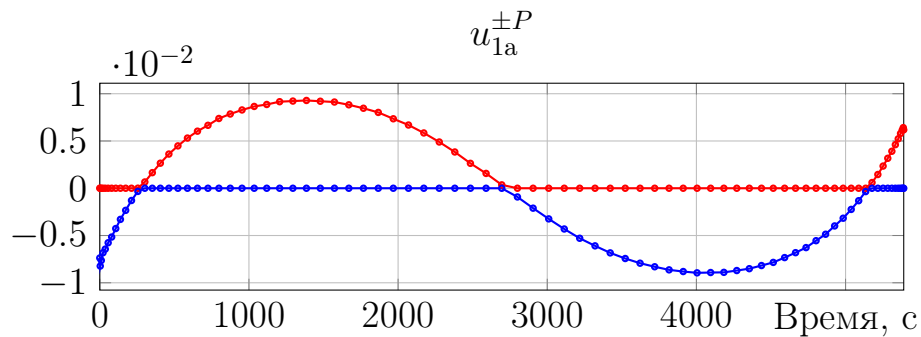
а)



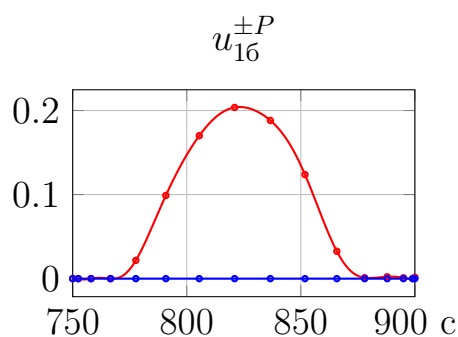
г)



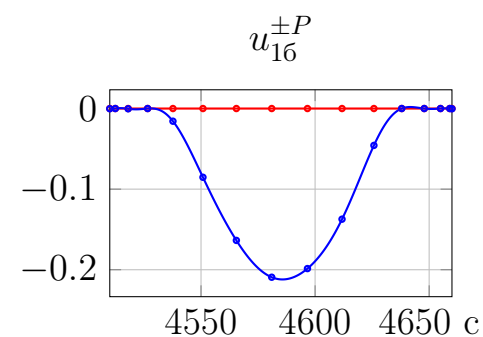
д)



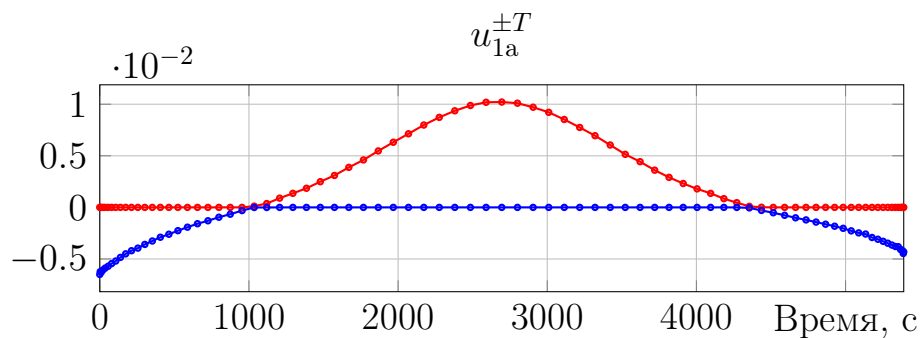
б)



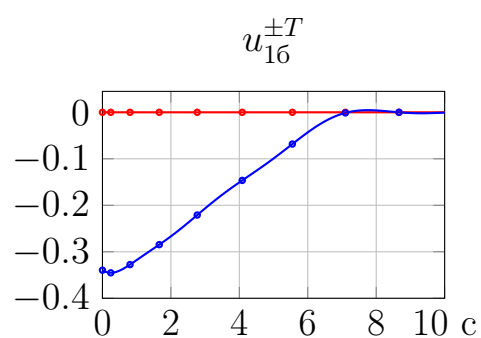
е)



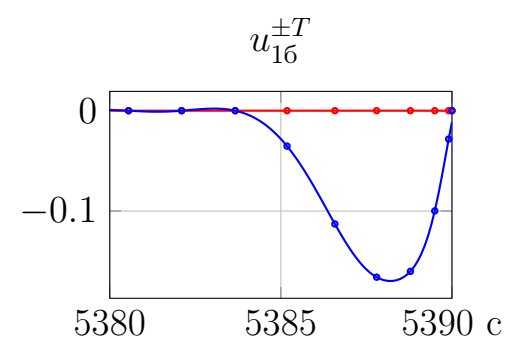
ж)



в)

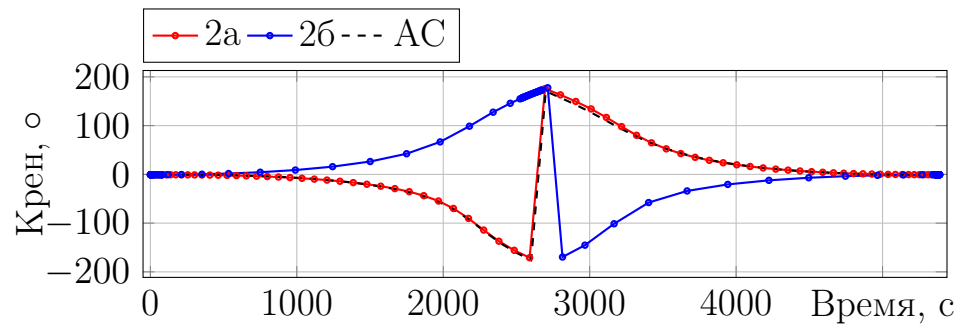


з)

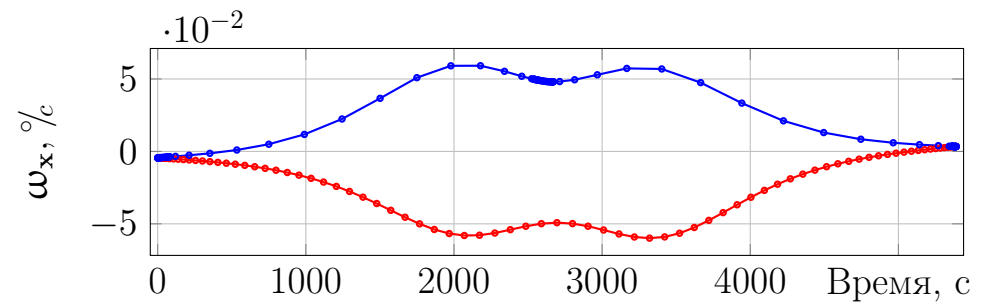


и)

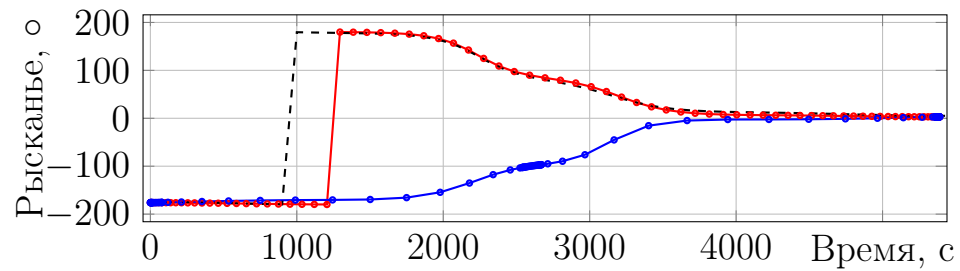
Рисунок 3.6 — Прямой разворот. Варианты 1а и 1б. Графики функций управления



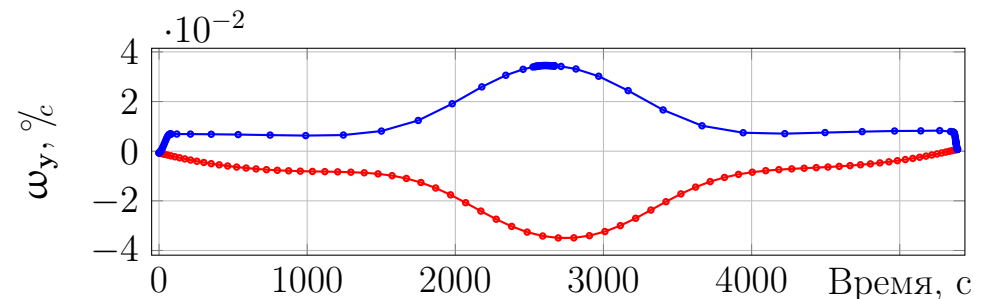
а)



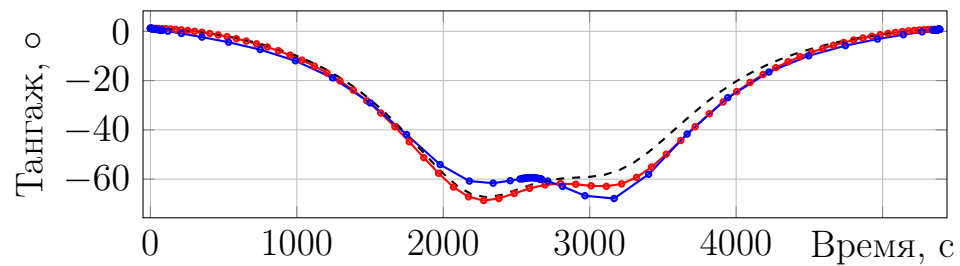
г)



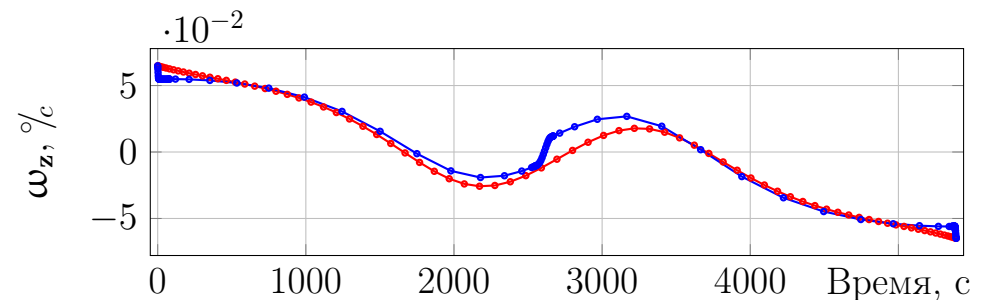
б)



д)

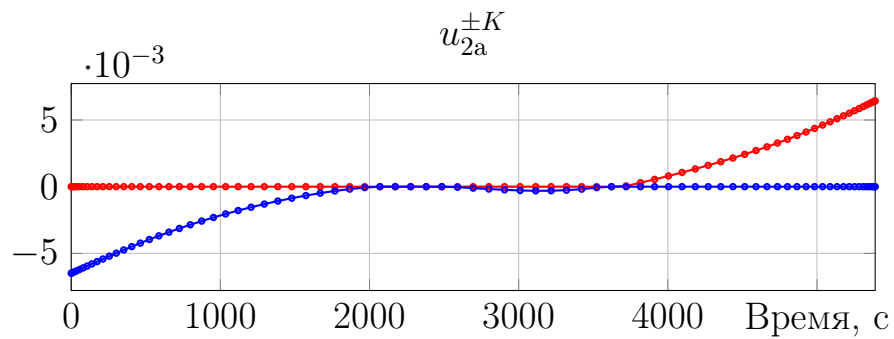


в)

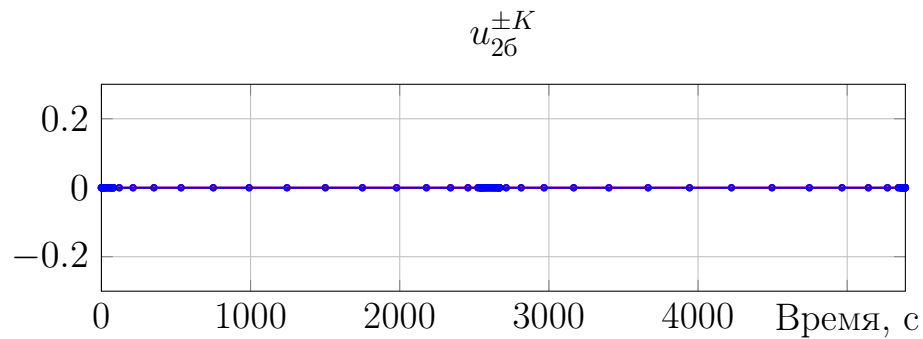


е)

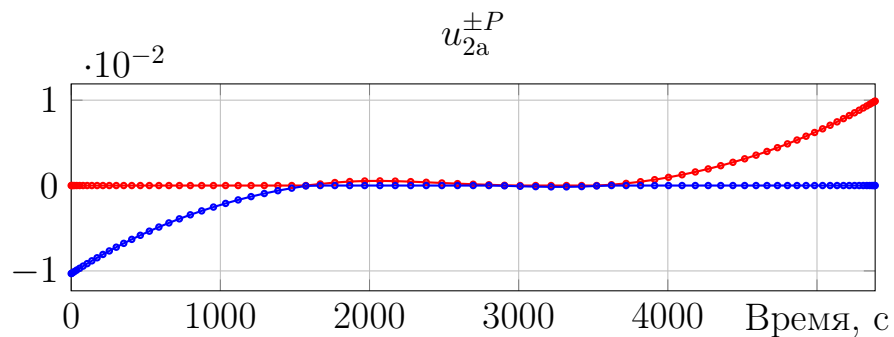
Рисунок 3.7 — Прямой разворот. Варианты 2а и 2б. Полученные траектории и траектория АС



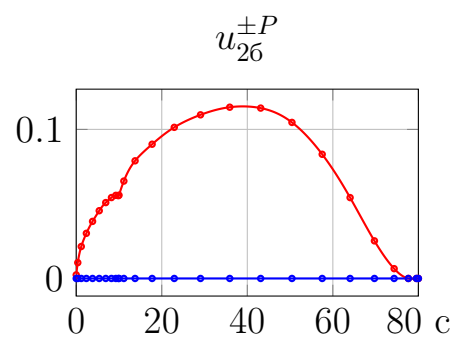
а)



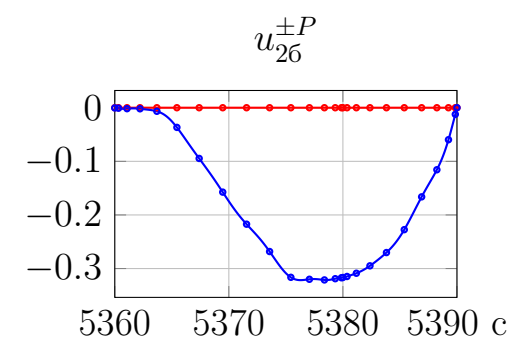
г)



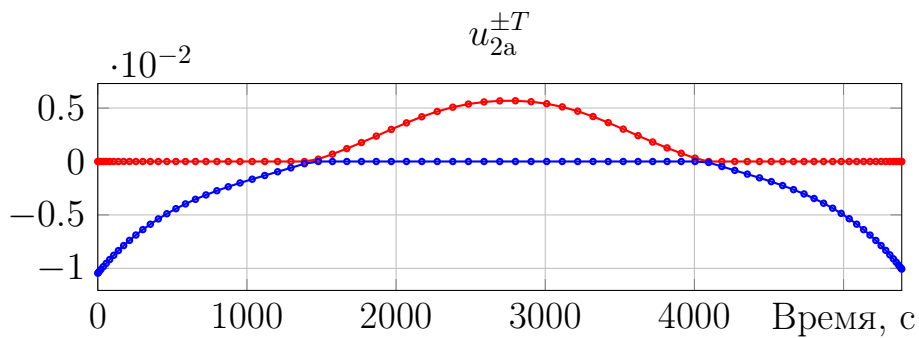
б)



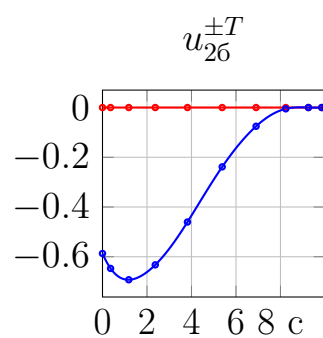
д)



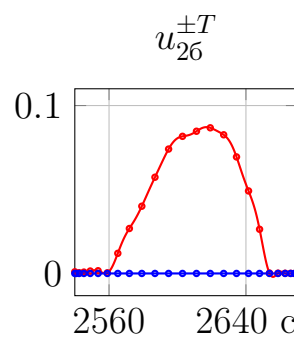
е)



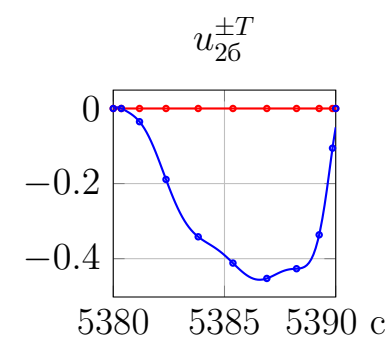
в)



ж)

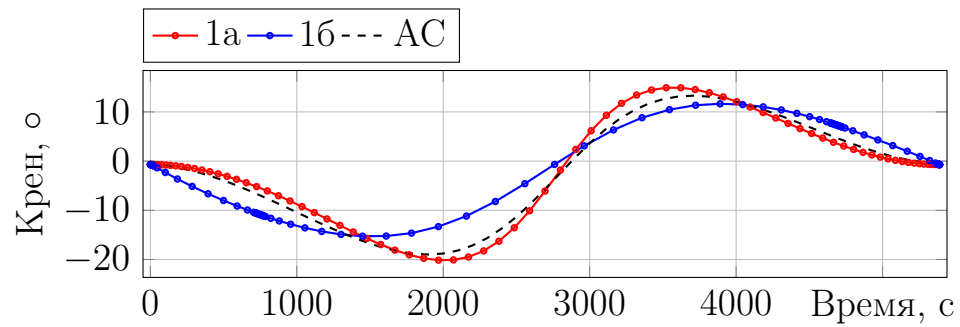


з)

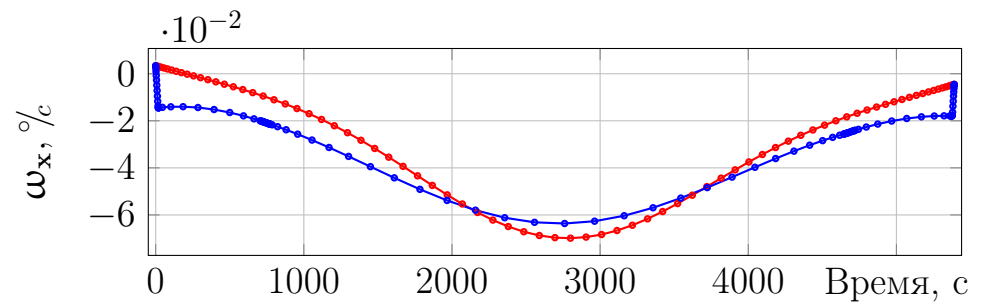


и)

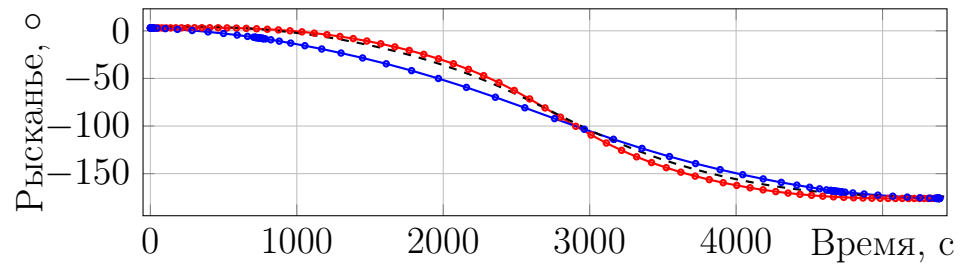
Рисунок 3.8 — Прямой разворот. Варианты 2а и 2б. Графики функций управления



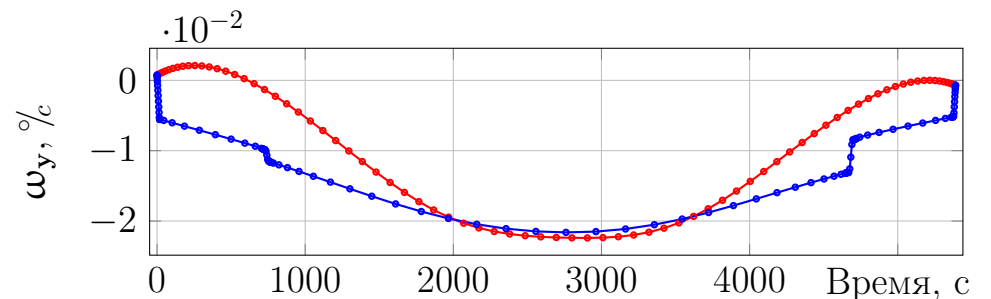
а)



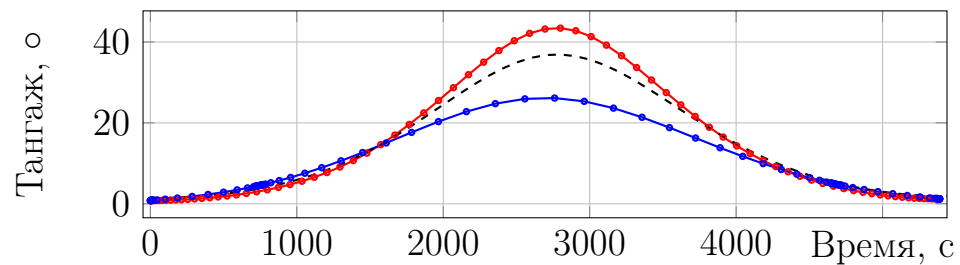
г)



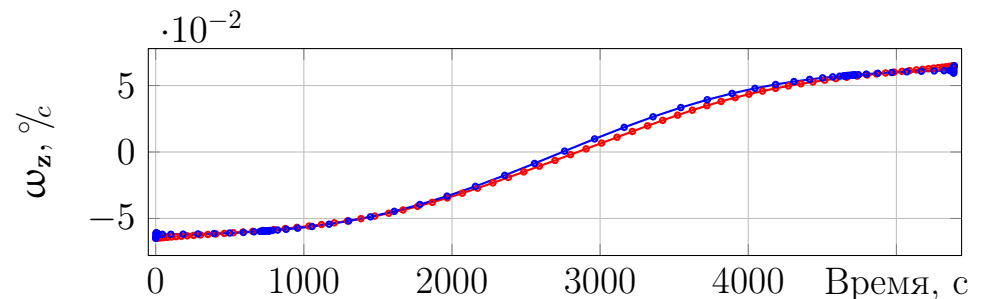
б)



д)

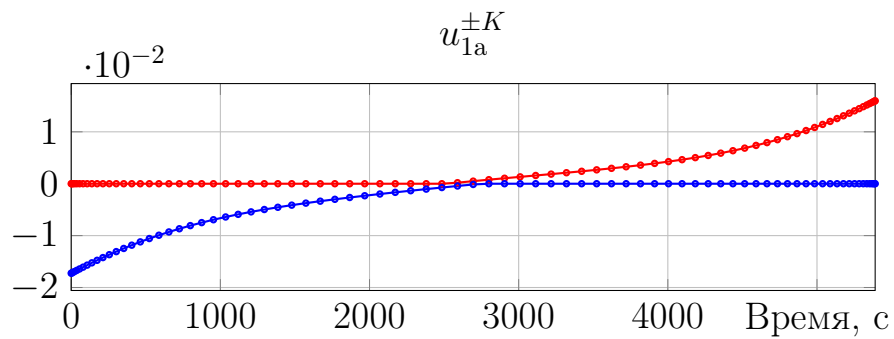


в)

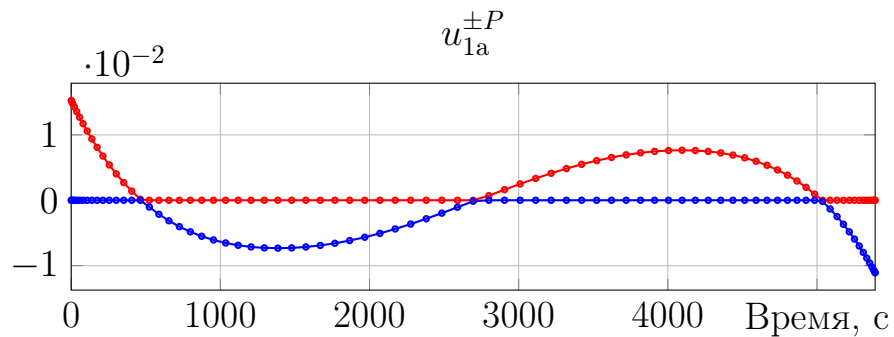


е)

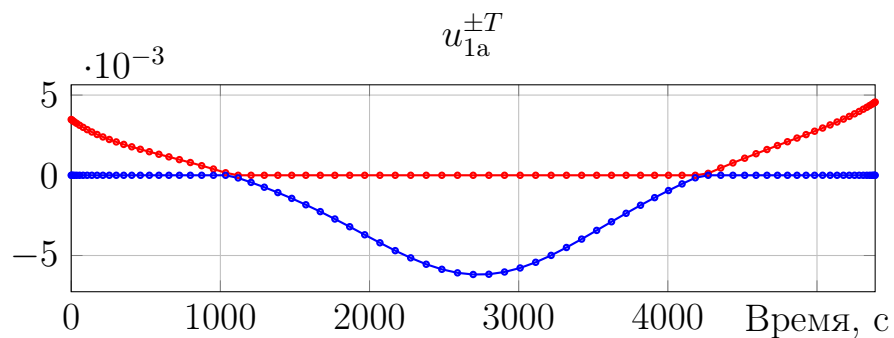
Рисунок 3.9 — Обратный разворот. Варианты 1а и 1б. Полученные траектории и траектория АС



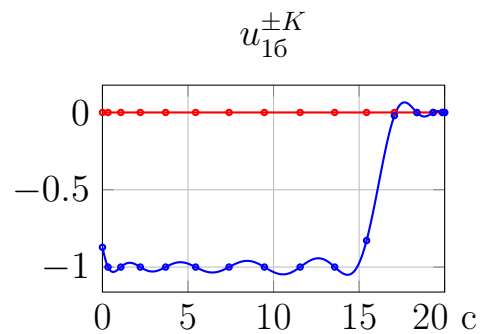
а)



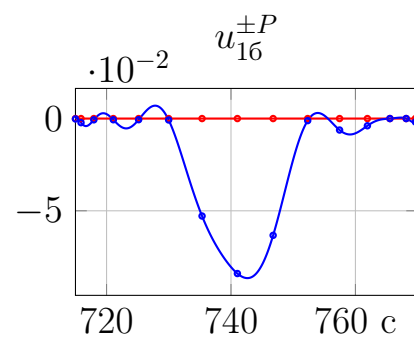
б)



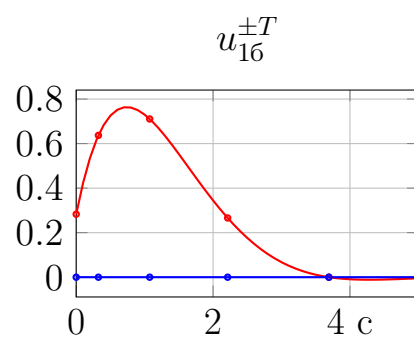
в)



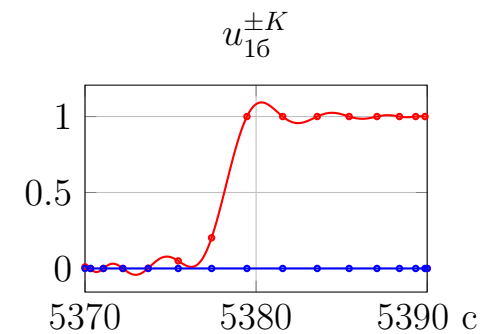
г)



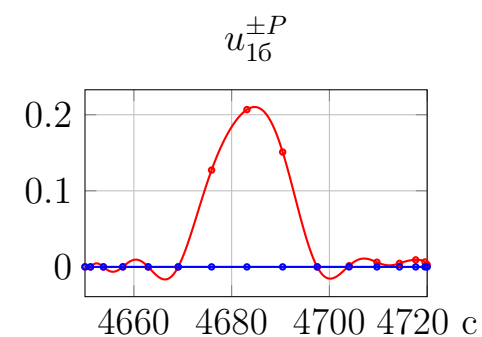
е)



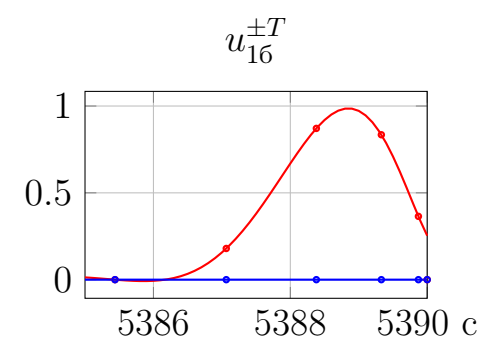
з)



д)

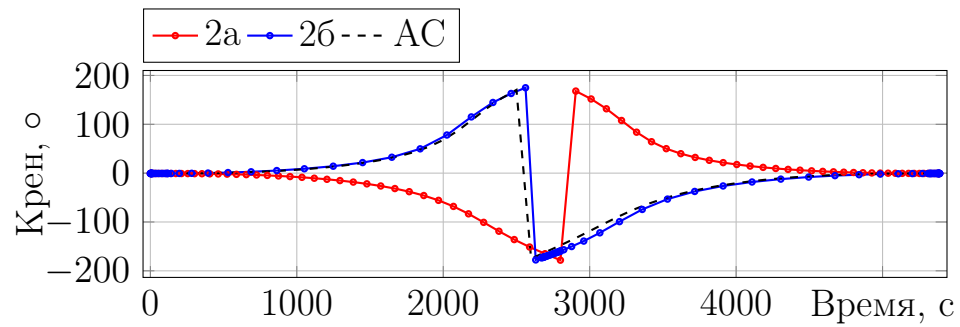


ж)

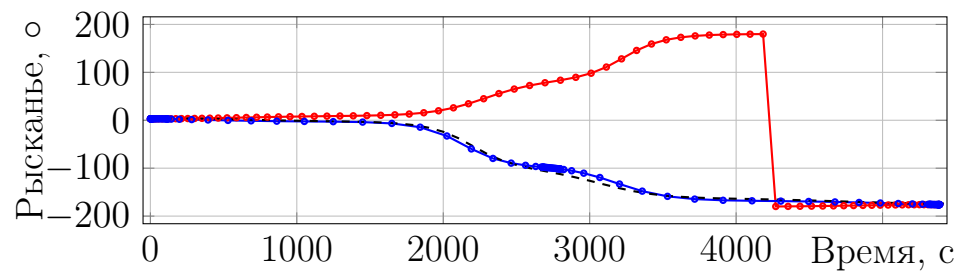


и)

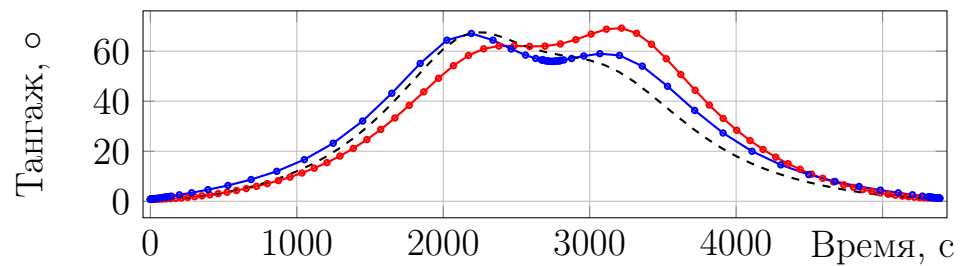
Рисунок 3.10 — Обратный разворот. Варианты 1а и 1б. Графики функций управления



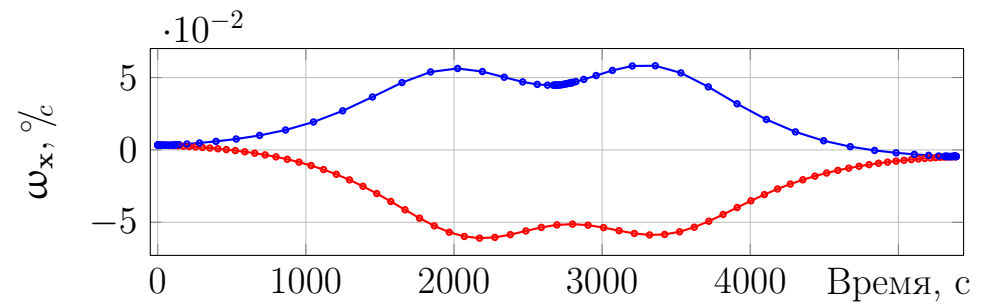
а)



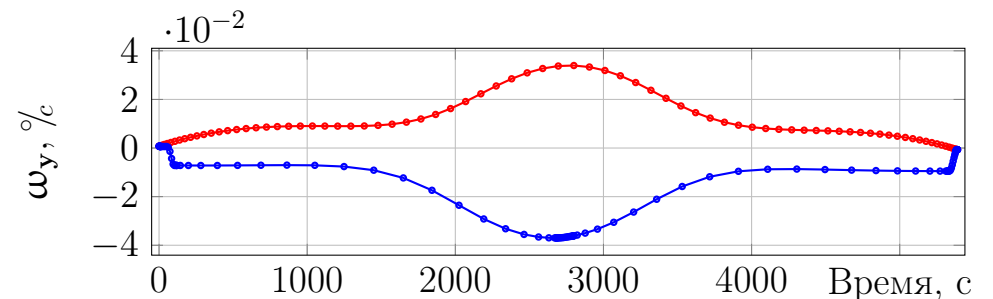
б)



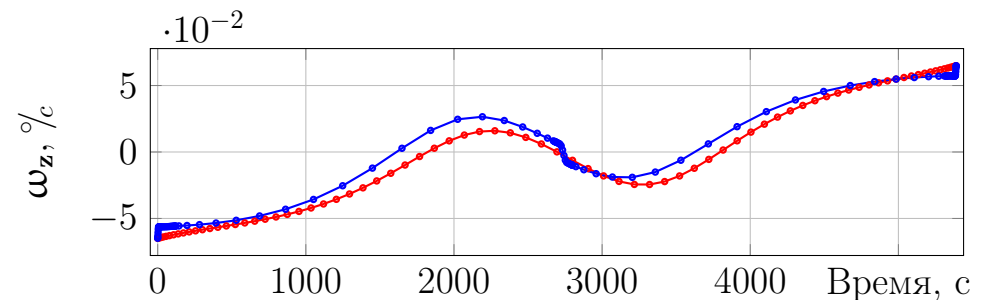
в)



г)

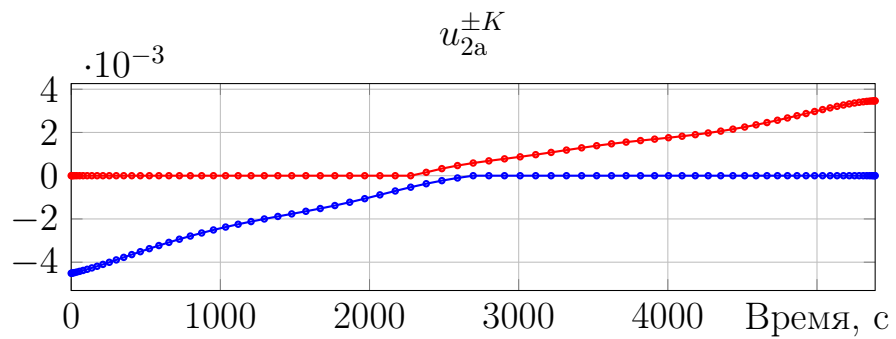


д)

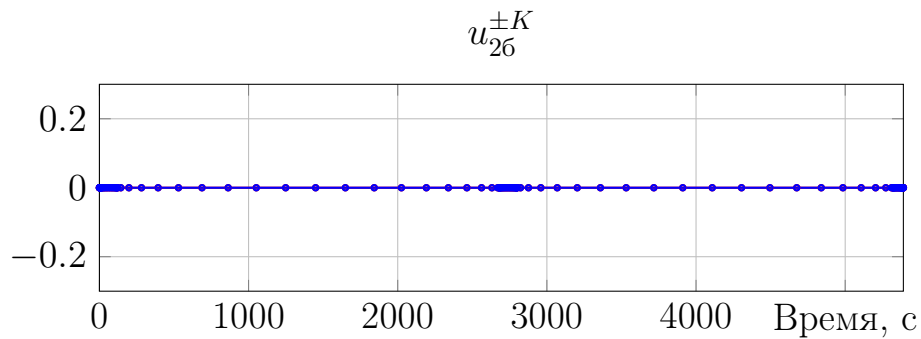


е)

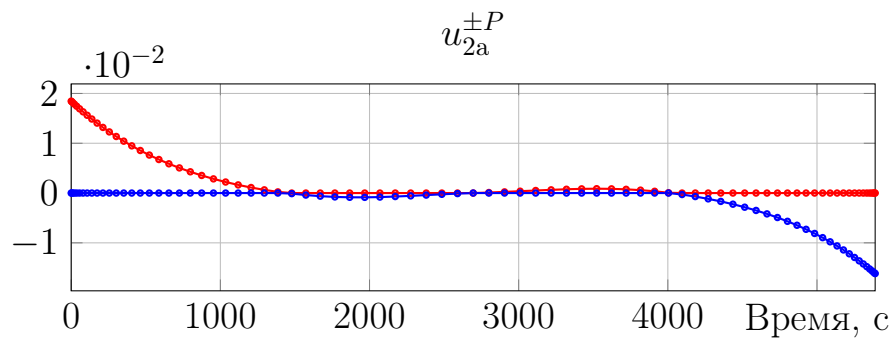
Рисунок 3.11 — Обратный разворот. Варианты 2а и 2б. Полученные траектории и траектория АС



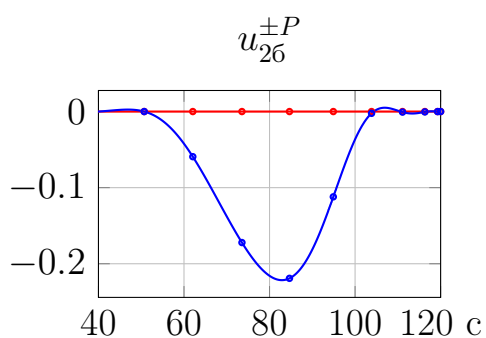
а)



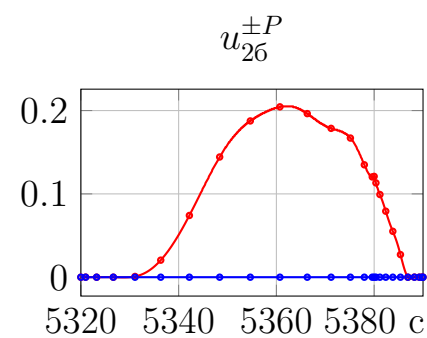
г)



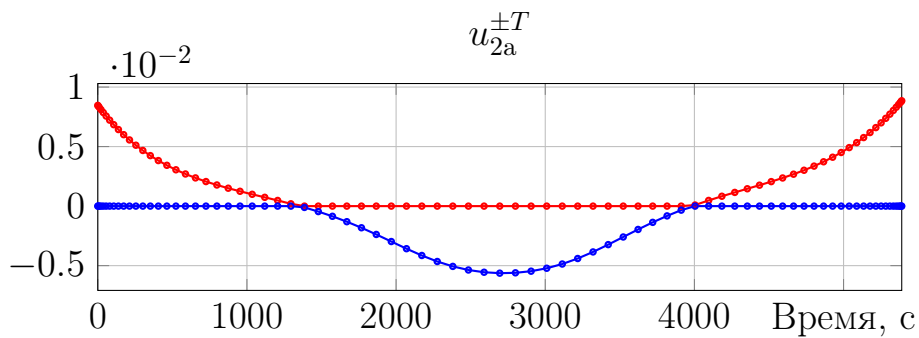
б)



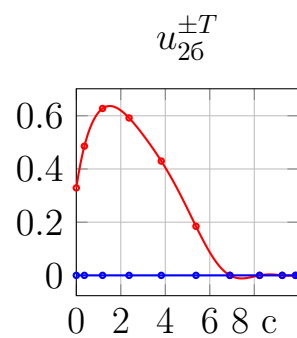
д)



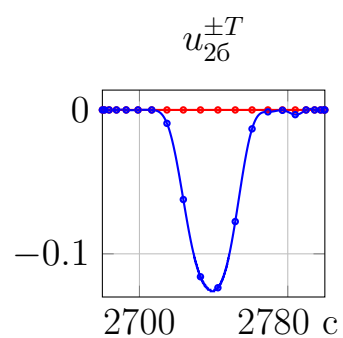
е)



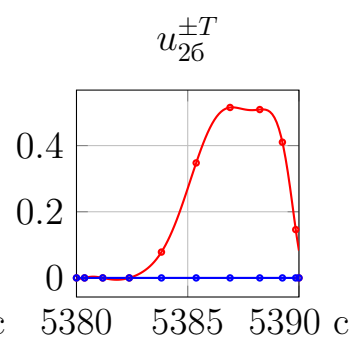
в)



ж)



з)



и)

Рисунок 3.12 — Обратный разворот. Варианты 2а и 2б. Графики функций управления

Разворот осуществляется под управлением на ДО орбитальной станции. Перед выполнением манёвра в бортовую память закладывается с Земли требуемая траектория разворота, которая представляет из себя последовательность кватернионов ориентации орбитальной станции относительно ОСК в равностоящих по времени точках. Интервал между точками составляет по умолчанию $\Delta t = 55$ секунд, а их количество не превышает 100 точек. После начала процедуры выполнения разворота по траектории на каждом вычислительном такте методом интерполяции вычисляются командные ориентация и угловая скорость, пока не будет достигнута конечная точка траектории. Стоит заметить, что при управлении ориентацией МКС в режиме отслеживания используется профиль включения двигателей Pulse-Train [26] для ограничения упругих колебаний конструкции.

Для того чтобы использовать полученные траектории в режиме отслеживания было необходимо получить набор точек в виде кватернионов ориентации относительно ОСК с дискретностью 55 секунд путём аппроксимации при помощи полиномов Лагранжа из данных таблиц в приложении А.

Для первичной верификации траекторий всех восьми разворотов было проведено математическое моделирование разворотов МКС на наземном комплексе отработки (НКО) [67]. НКО представляет собой комплексный стенд, в котором используется реальная бортовая вычислительная машина с версией бортового ПО, использующейся на борту МКС. Эта версия включает в себя логику управления в режиме разворота по траектории. Также в ПО НКО реализованы модели динамики и кинематики углового и поступательного движения МКС, модели ДО, модели датчиков угловой скорости, модель атмосферы Земли. Результаты моделирования на НКО, представленные в таблице 2, показали значительную экономию топлива и ресурса ДО по сравнению со штатным алгоритмом разворота РС МКС.

Для последующей верификации рассчитанных траекторий было необходимо провести статистическое моделирование, во время которого проводится достаточно большое количество моделирований при задании отклонений от исходных данных, использованных при расчёте. Результаты были получены на комплексе «МКС-МА», в котором реализован бортовой алгоритм разворота в режиме слежения за траекторией и используется другая более точная модель атмосферы, чем на комплексе отработки.

Таблица 2 — Результаты верификации на НКО

Тип и название	Расход топлива, кг		Всего включений ДО	
	Предложенное решение	РС	Предложенное решение	РС
Прямой разворот Вариант 1а	7.89	>50	405	>1800
Прямой разворот Вариант 1б	5.22		354	
Прямой разворот Вариант 2а	4.73		251	
Прямой разворот Вариант 2б	4.05		261	
Обратный разворот Вариант 1а	8.04		423	
Обратный разворот Вариант 1б	8.39		435	
Обратный разворот Вариант 2а	5.77		335	
Обратный разворот Вариант 2б	3.59		222	

В представленном моделирующем комплексе аэродинамические характеристики сил и моментов сил вычисляются из четырёхмерной базы аэродинамических характеристик при помощи четырёхмерной интерполяции [44]. Четырёхмерная база представляет из себя аэродинамические характеристики МКС, рассчитанные в конечном наборе узлов в зависимости от направления вектора набегающего потока, определяемого углами атаки α_{aer} и скольжения β_{aer} , и от направления вектора на Солнце, определяемого углами местного склонения Солнца ν_s и азимута Солнца θ_s (рис. 1.4). Аэродинамические характеристики могут быть рассчитаны как при помощи упрощённой модели аэродинамики, описанной в параграфе 1.3, так и при помощи более точного метода расчёта, учитывающего настоящую форму конструкции МКС, материалы обтекаемых элементов станции и другие эффекты.

Вариации задавались по следующим параметрам: начальная ориентация МКС в виде углов Крылова (погрешность $\varepsilon_{\mathbf{q}}$ задаётся независимо для каждого из углов); начальная угловая скорость (погрешность ε_{ω} задаётся независимо для каждой из компонент); матрица тензора инерции МКС (погрешность $\varepsilon_{\mathbf{J}}$ задаётся независимо для каждого из моментов инерции: $J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}, J_{xy}, J_{xz}, J_{yz}$); тяги ДО (погрешность $\varepsilon_{\mathbf{T}^{th}}$ задаётся независимо для каждой из пар каналов управления); параметры модели атмосферы — \mathbf{C}^F и \mathbf{C}^T , которые представляют собой суммы по всем элементарным панелям аэродинамических коэффициентов сил и моментов сил соответственно (1.8 и 1.9). Погрешности параметров относительно исходных представлены в таблице 3, где \mathbf{J}_{ik} — моменты инерции МКС, \mathbf{T}_i — столбцы матрицы моментов сил (1.12). Причём при задании вариации одному из параметров, остальные были неизменными и их значения были равны исходным. Задаваемая вариация вычислялась как случайное число с равномерным распределением.

Таблица 3 — Погрешности варьируемых параметров

Параметр		Задаваемые погрешности
Начальная ориентация		$\varepsilon_{\mathbf{q}} = -1^\circ \dots + 1^\circ$
Начальная угловая скорость		$\varepsilon_{\omega} = -0.005\% \dots + 0.005\%$
Тензор инерции		$\varepsilon_{\mathbf{J}} = [-2\% \dots + 2\%] \mathbf{J}_{ik}$
Тяга ДО		$\varepsilon_{\mathbf{T}^{th}} = [-10\% \dots + 10\%] \mathbf{T}_i$
Аэродинамические коэффициенты	\mathbf{C}^F	$\varepsilon_{\mathbf{C}^F} = [-15\% \dots + 15\%] \mathbf{C}^F$
	\mathbf{C}^T	$\varepsilon_{\mathbf{C}^T} = [-25\% \dots + 25\%] \mathbf{C}^T$

Было проведено по 200 прогонов моделирования при варьировании каждого из параметров для каждой из траекторий. Таким образом, всего прогонов восьми траекторий было осуществлено 8000. В таблицах 4 и 5 (стр. 68 и 69) представлены итоговые данные, полученные после проведения статистического моделирования. Результаты выявили несущественные отклонения от средних значений по расходу топлива и числу включений ДО. Таким образом, рассчитанные траектории, описанные в этой главе, можно использовать при проведении дальнейших лётных испытаний.

Результаты статистического моделирования также представлены на рисунках 3.13–3.18. На рисунках 3.13 и 3.14 изображены гистограммы распределения расхода топлива и количества включений двигателей по результатам тысячи прогонов для каждой из траекторий как прямых, так и обратных.

Таблица 4 — Сводная информация по расходу топлива и количеству включений двигателей по результатам статистического моделирования «гладких» траекторий

Тип и название	Вариация	Расход топлива, кг			Кол-во включений двигателей		
		Макс.	Мин.	Средний	Макс.	Мин.	Среднее
Прямой разворот Вариант 1а	ε_q	7.67	5.26	6.10	353	261	297
	ε_ω	6.94	4.89	6.00	333	258	294
	ε_J	6.27	5.14	5.78	298	252	276
	$\varepsilon_{T^{th}}$	6.49	4.65	5.59	315	239	275
	$\varepsilon_{C^F}, \varepsilon_{C^T}$	6.08	4.96	5.68	298	259	277
Прямой разворот Вариант 2а	ε_q	5.70	3.27	4.52	263	186	218
	ε_ω	5.06	3.61	4.41	250	188	217
	ε_J	5.00	3.28	4.28	232	199	214
	$\varepsilon_{T^{th}}$	4.69	3.47	4.14	235	180	206
	$\varepsilon_{C^F}, \varepsilon_{C^T}$	4.75	3.86	4.34	240	190	216
Обратный разворот Вариант 1а	ε_q	8.48	5.91	6.65	326	227	263
	ε_ω	7.19	5.77	6.48	292	229	255
	ε_J	6.76	6.01	6.37	274	224	249
	$\varepsilon_{T^{th}}$	7.11	5.61	6.30	278	221	248
	$\varepsilon_{C^F}, \varepsilon_{C^T}$	6.54	6.11	6.32	261	238	251
Обратный разворот Вариант 2а	ε_q	6.33	3.18	4.40	294	191	228
	ε_ω	5.27	3.30	4.35	261	197	225
	ε_J	4.89	3.61	4.20	250	201	222
	$\varepsilon_{T^{th}}$	4.69	3.43	4.05	246	182	214
	$\varepsilon_{C^F}, \varepsilon_{C^T}$	4.48	3.65	4.11	241	195	221

Таблица 5 — Сводная информация по расходу топлива и количеству включений двигателей по результатам статистического моделирования «импульсных» траекторий

Тип и название	Вариация	Расход топлива, кг			Кол-во включений двигателей		
		Макс.	Мин.	Средний	Макс.	Мин.	Средний
Прямой разворот Вариант 1б	ε_q	8.02	4.55	5.72	320	221	267
	ε_ω	7.86	4.39	5.73	323	216	263
	ε_J	6.66	4.53	5.46	281	216	251
	$\varepsilon_{T^{th}}$	6.93	4.43	5.32	295	209	247
	$\varepsilon_{C^F}, \varepsilon_{C^T}$	7.04	4.80	5.52	304	222	259
Прямой разворот Вариант 2б	ε_q	6.18	2.60	4.39	305	145	226
	ε_ω	5.09	2.81	4.06	264	158	211
	ε_J	4.46	1.70	3.54	227	125	193
	$\varepsilon_{T^{th}}$	4.50	1.80	3.62	238	126	198
	$\varepsilon_{C^F}, \varepsilon_{C^T}$	4.70	2.51	3.87	257	148	211
Обратный разворот Вариант 1б	ε_q	10.39	3.34	6.34	343	120	216
	ε_ω	9.35	3.13	6.24	324	130	217
	ε_J	6.51	3.22	4.60	210	115	154
	$\varepsilon_{T^{th}}$	6.77	3.09	4.37	215	118	151
	$\varepsilon_{C^F}, \varepsilon_{C^T}$	6.56	3.48	4.50	224	127	163
Обратный разворот Вариант 2б	ε_q	5.35	1.93	3.33	250	118	175
	ε_ω	4.73	1.94	3.26	246	118	173
	ε_J	4.93	2.00	3.07	253	118	173
	$\varepsilon_{T^{th}}$	4.01	1.72	2.77	220	104	158
	$\varepsilon_{C^F}, \varepsilon_{C^T}$	4.37	2.05	3.05	242	123	174

Подписи \bar{Q} и σ обозначают средний расход топлива и среднеквадратичное отклонение для каждой из траекторий, представленных соответствующим цветом. Из полученных гистограмм можно сделать следующие выводы:

- траектории с переворотом по крену экономнее по расходу топлива разворотов с отклонением по крену;
- «импульсные» траектории в среднем экономичнее «гладких», при этом имеют более широкие «хвосты», что говорит о больших разбросах результирующего расхода топлива и количества включений ДО.

На рисунках 3.15–3.18 представлены графики рассеяния расхода топлива и количества включений ДО при вариации начальной ориентации, начальной угловой скорости, тяг ДО, коэффициента аэродинамического момента сил и компонент матрицы тензора инерции. На графиках также присутствуют подписи с коэффициентом корреляции Спирмана с цветом соответствующим цвету данных по каждой траектории. По представленным графикам рассеяния можно сделать следующие выводы:

- ошибка в начальной ориентации приводит к увеличению расхода топлива и количества включений ДО;
- ошибка в начальной угловой скорости приводит к увеличению расхода топлива и количества включений ДО;
- увеличение тяг ДО закономерно приводит к уменьшению расхода топлива и количества включений ДО;
- увеличение аэродинамического коэффициента момента сил незначительно увеличивает расход топлива и количество включений ДО;
- увеличение осевых моментов инерции J_{xx} и J_{zz} имеет незначительное влияние и чаще приводит к увеличению расхода топлива;
- увеличение осевого момента инерции J_{yy} может привести к сокращению расхода топлива для разворотов с переворотом по крену.

Согласно таблицам 2, 4 и 5 и рисункам 3.13 и 3.14 «импульсные» траектории могут как сократить расход топлива и количество включений двигателей, по сравнению с «гладкими» траекториями, так и повысить их. Как показало статистическое моделирование, наиболее сильно влияют ошибки по начальной ориентации и угловой скорости, которые являются как раз наиболее возможными из всех видов ошибок. В алгоритмах бортового ПО СУДН для готовности системы ориентации, необходимой для начала манёвра по траектории, возможная динамическая ошибка ориентации, определяемая зоной нечувствительности

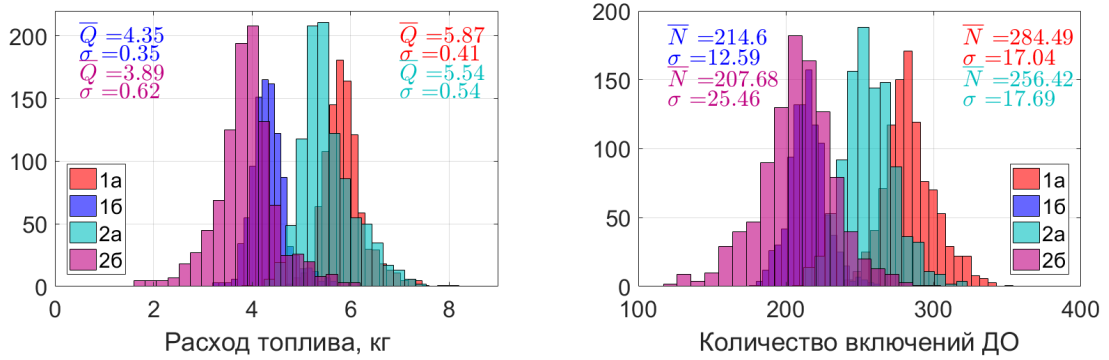


Рисунок 3.13 — Гистограммы распределения расхода топлива и количества включений ДО для прямых разворотов

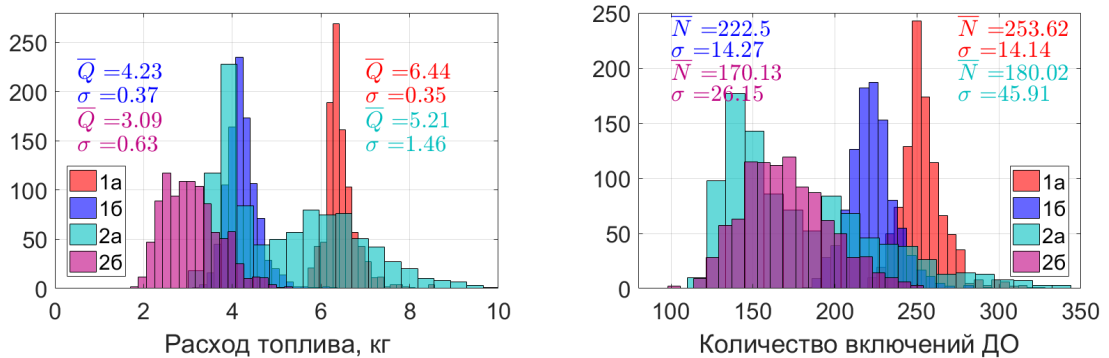


Рисунок 3.14 — Гистограммы распределения расхода топлива и количества включений ДО для обратных разворотов

при включении двигателей, составляет 0.75° от требуемой и отклонение по угловой скорости на 0.01% , которые и определяют потенциальные ошибки в начальный момент времени.

Для анализа причин возникновения сильных отклонений приведём результаты моделирования на НКО «импульсных» траекторий прямого разворота «Вариант 16» и обратного «Вариант 26», представленные на рисунках 3.19–3.23. Как видно из графиков угловых скоростей г), д), е) на рис. 3.19 и 3.21, где красной линией представлены данные фильтрованной угловой скорости и синей линией представлена расчётная угловая скорость, в тот момент, где требуется скачкообразно изменить угловую скорость, она изменяется на большее значение, чем необходимо. В связи с этим через некоторое время бортовым алгоритмам требуется парировать излишнюю разницу до необходимых значений скорости, таким образом возникает дополнительный расход топлива.

Для дальнейших лётных испытаний, проводившихся в рамках космического эксперимента «МКС-Разворот», были выбраны «гладкие» траектории, поскольку они имеют меньший разброс в результатах, показанных статисти-

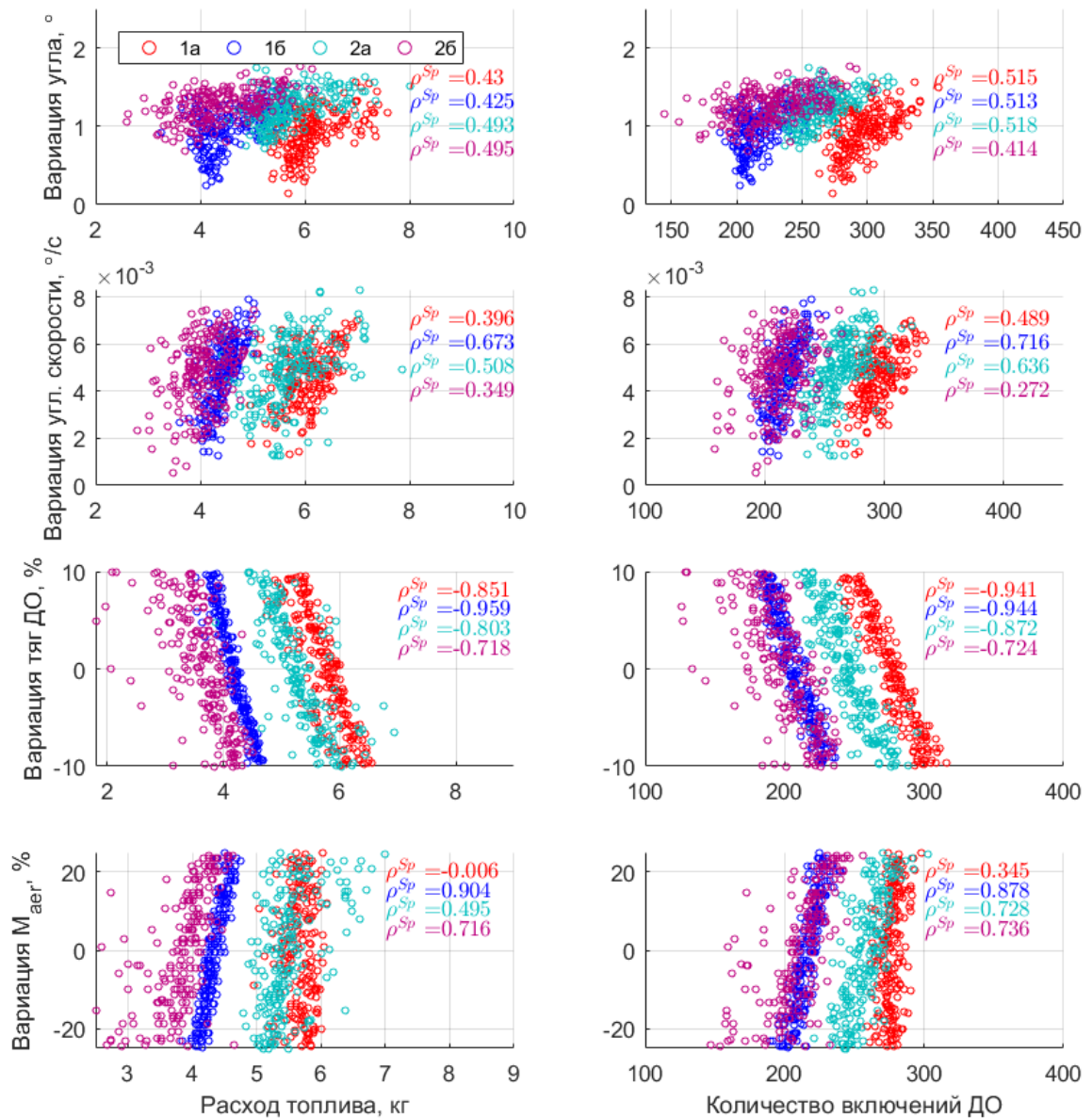


Рисунок 3.15 — Графики рассеяния расхода топлива и количества включений двигателей от ошибок начальных ориентации, угловой скорости, тяг ДО, аэродин. момента сил для прямых разворотов

чиским моделированием. Эти траектории также были проверены и одобрены американскими коллегами для проведения манёвров переориентации.

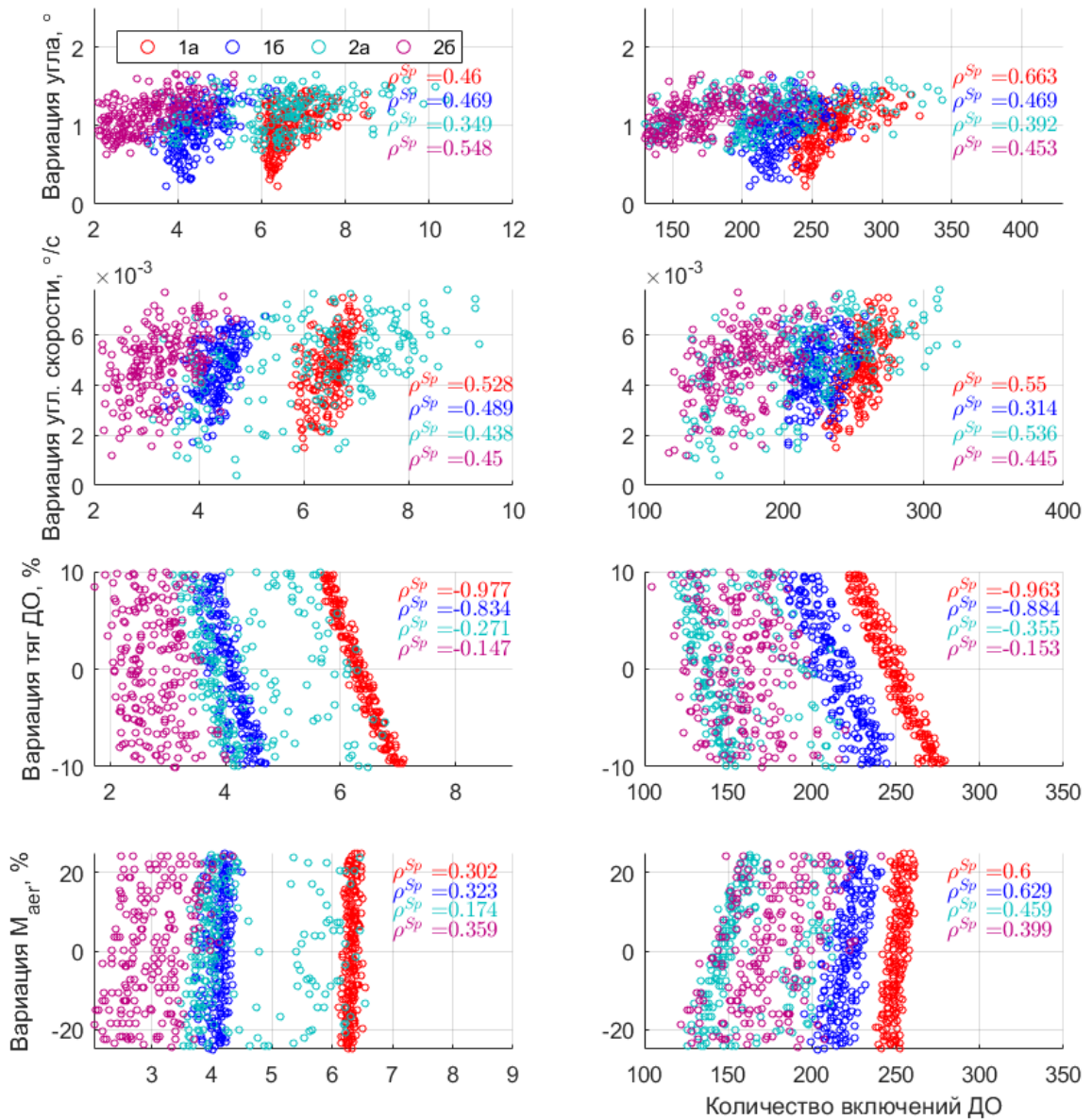


Рисунок 3.16 — Графики рассеяния расхода топлива и количества включений двигателей от ошибок начальной ориентации, угловой скорости, тяг ДО, аэродин. момента сил для обратных разворотов

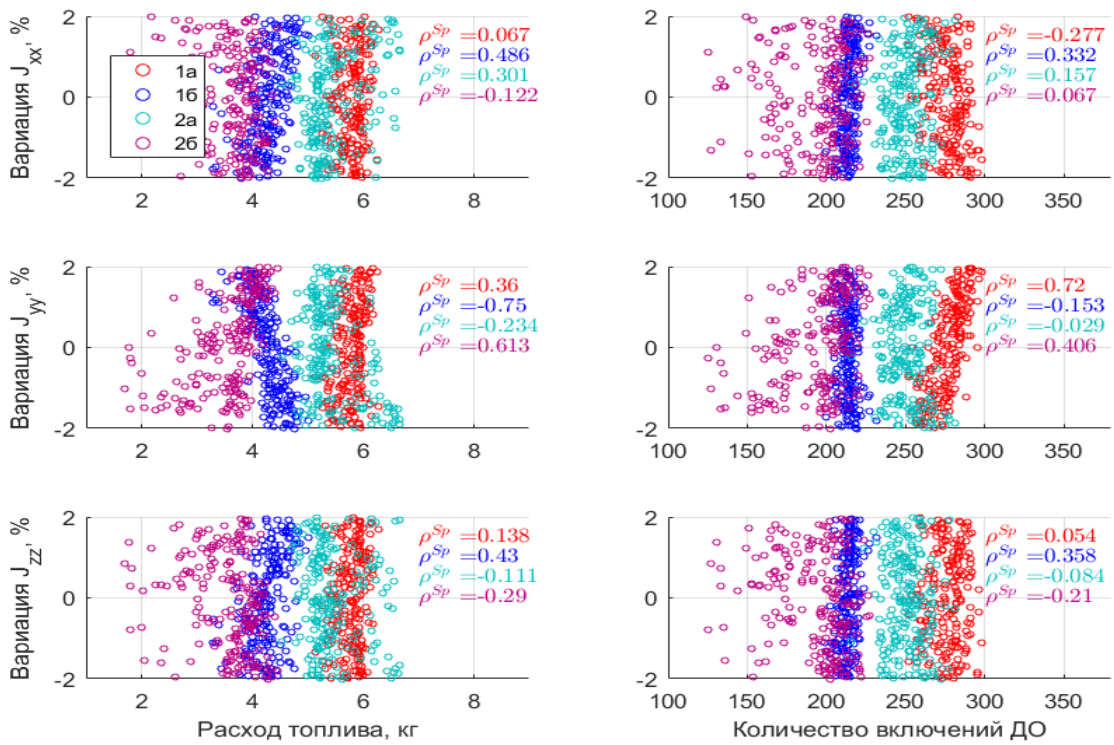


Рисунок 3.17 — Графики рассеяния расхода топлива и количества включений двигателей от ошибок осевых моментов инерции для прямых разворотов

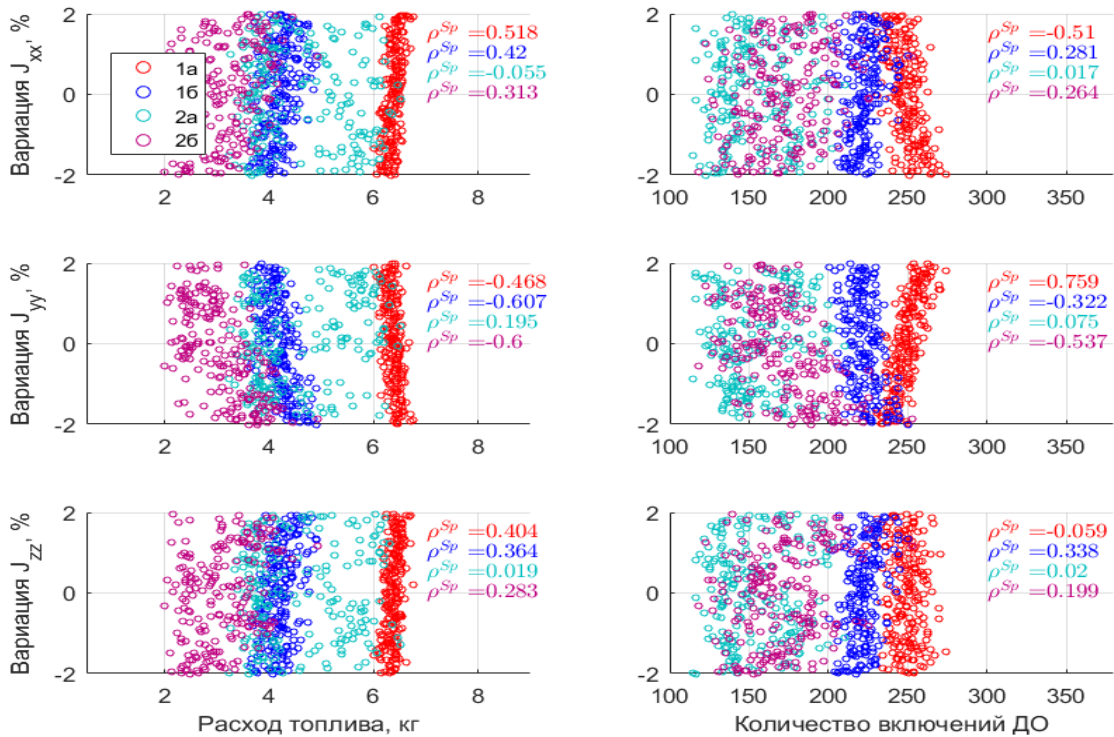
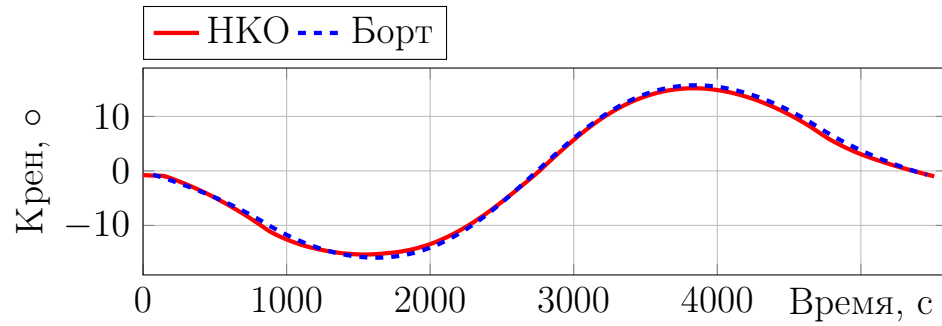
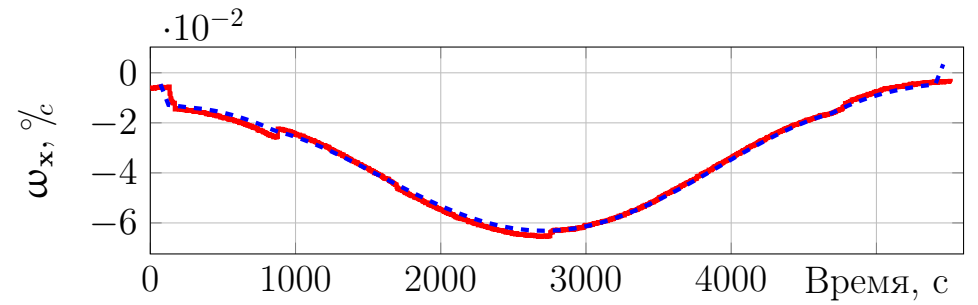


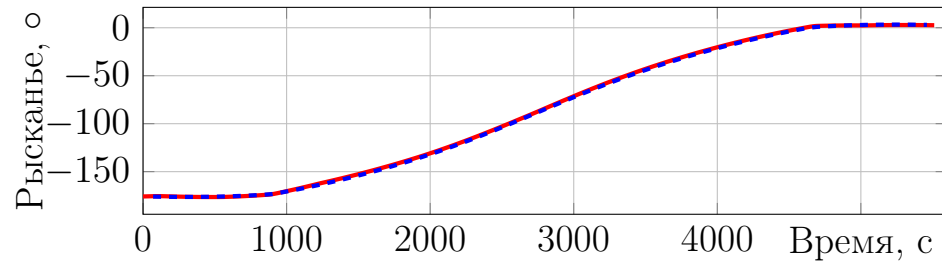
Рисунок 3.18 — Графики рассеяния расхода топлива и количества включений двигателей от ошибок осевых моментов инерции для обратных разворотов



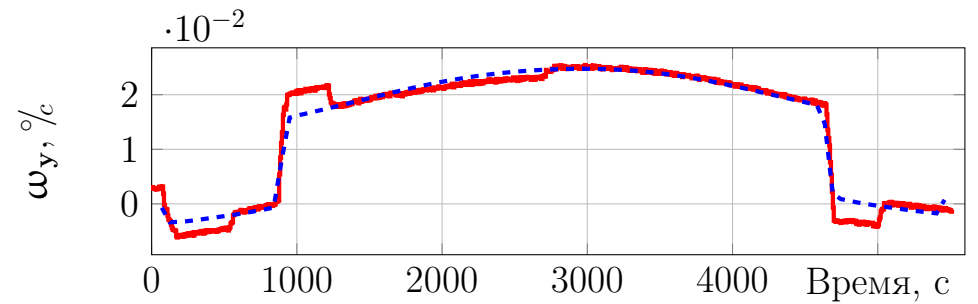
а)



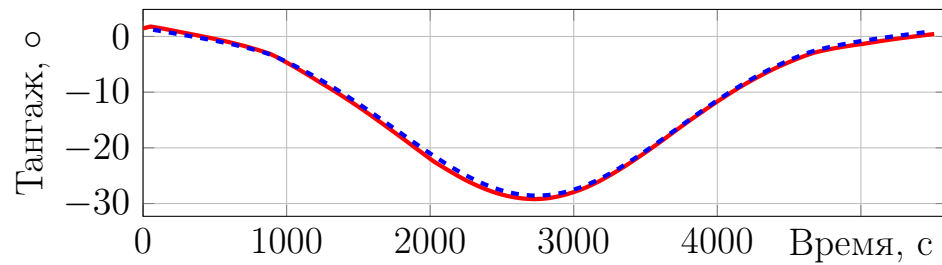
г)



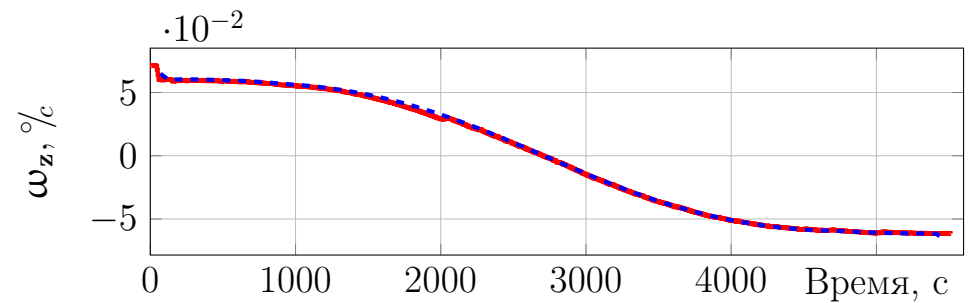
б)



д)



в)



е)

Рисунок 3.19 — Испытание прямого «импульсного» разворота на НКО. Сравнение с требуемой траекторией разворота

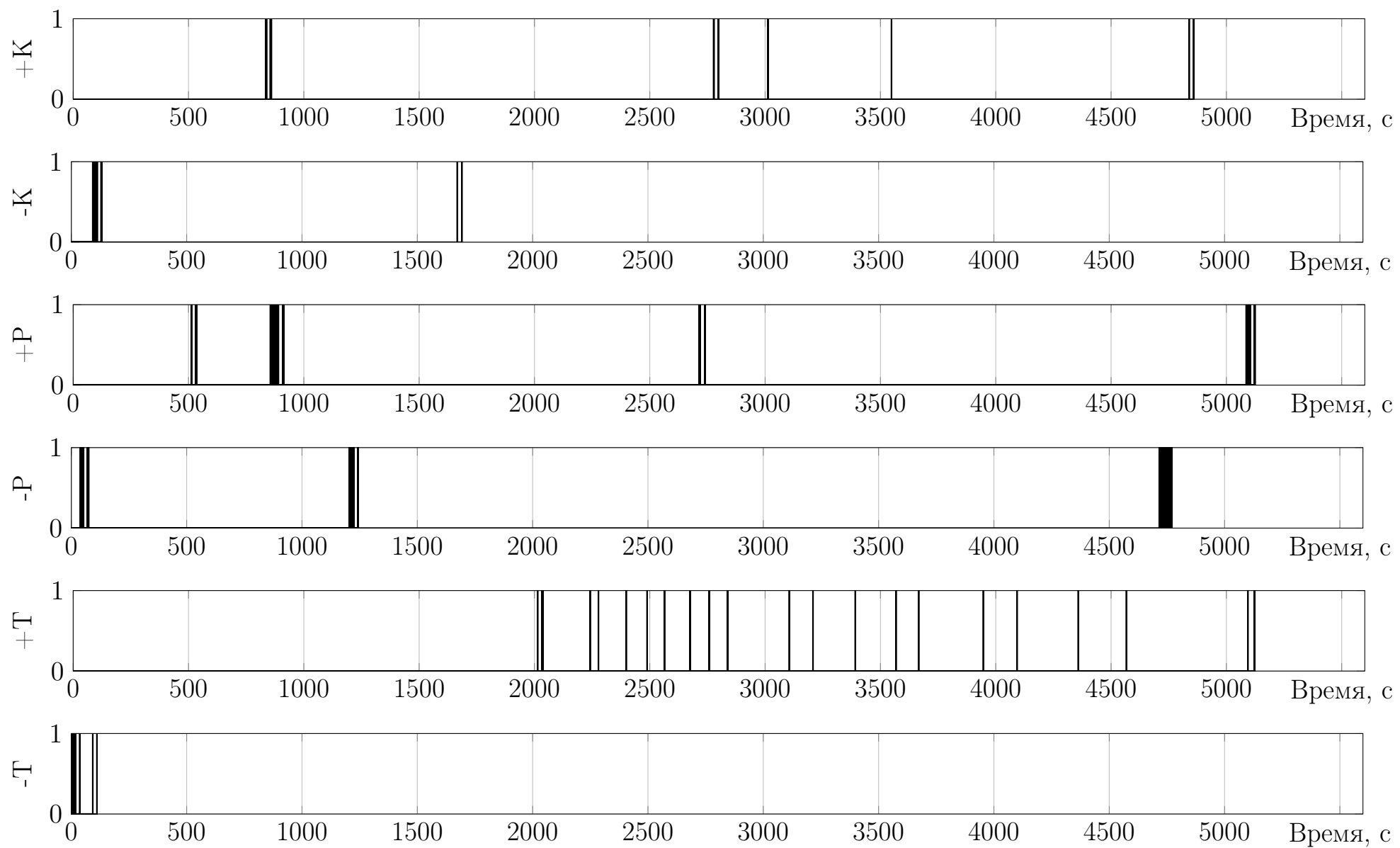
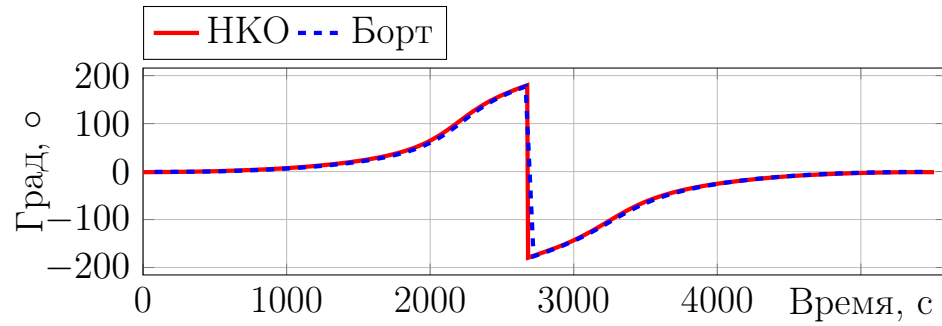
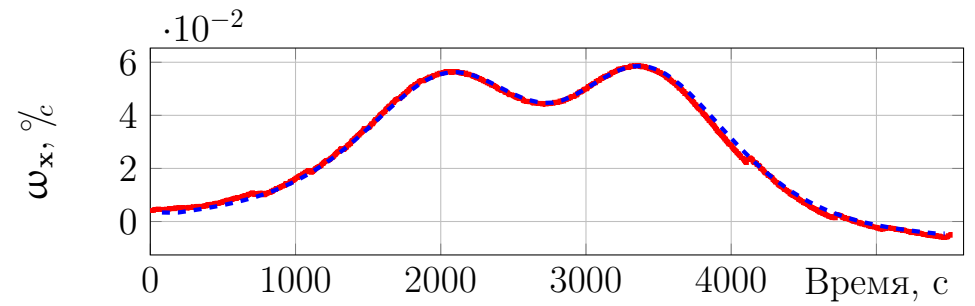


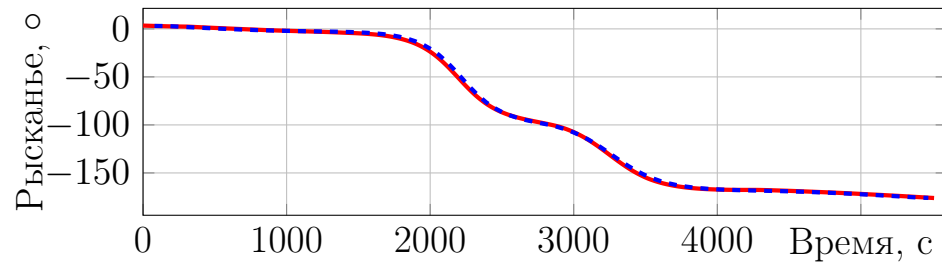
Рисунок 3.20 — Испытание прямого «импульсного» разворота на НКО. Циклограмма работы ДО



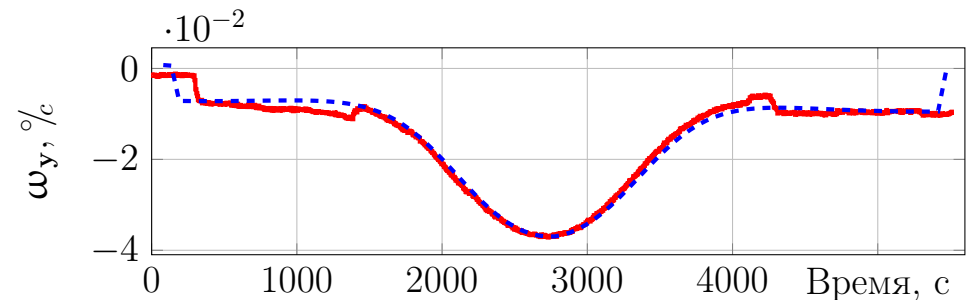
а)



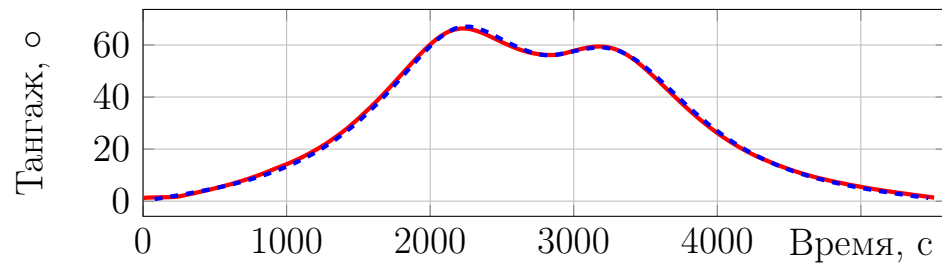
г)



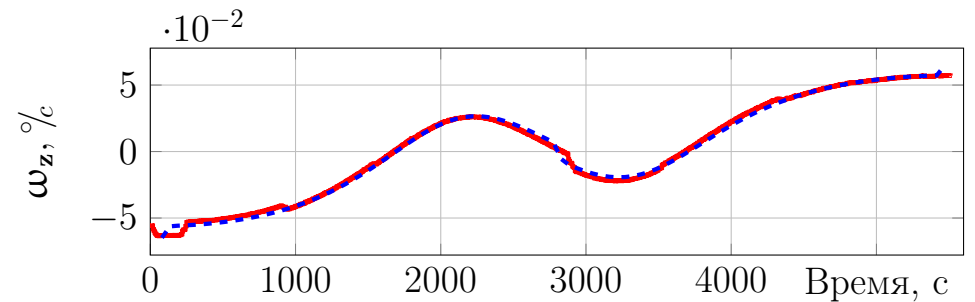
б)



д)



в)



е)

Рисунок 3.21 — Испытание обратного «импульсного» разворота на НКО. Сравнение с требуемой траекторией разворота

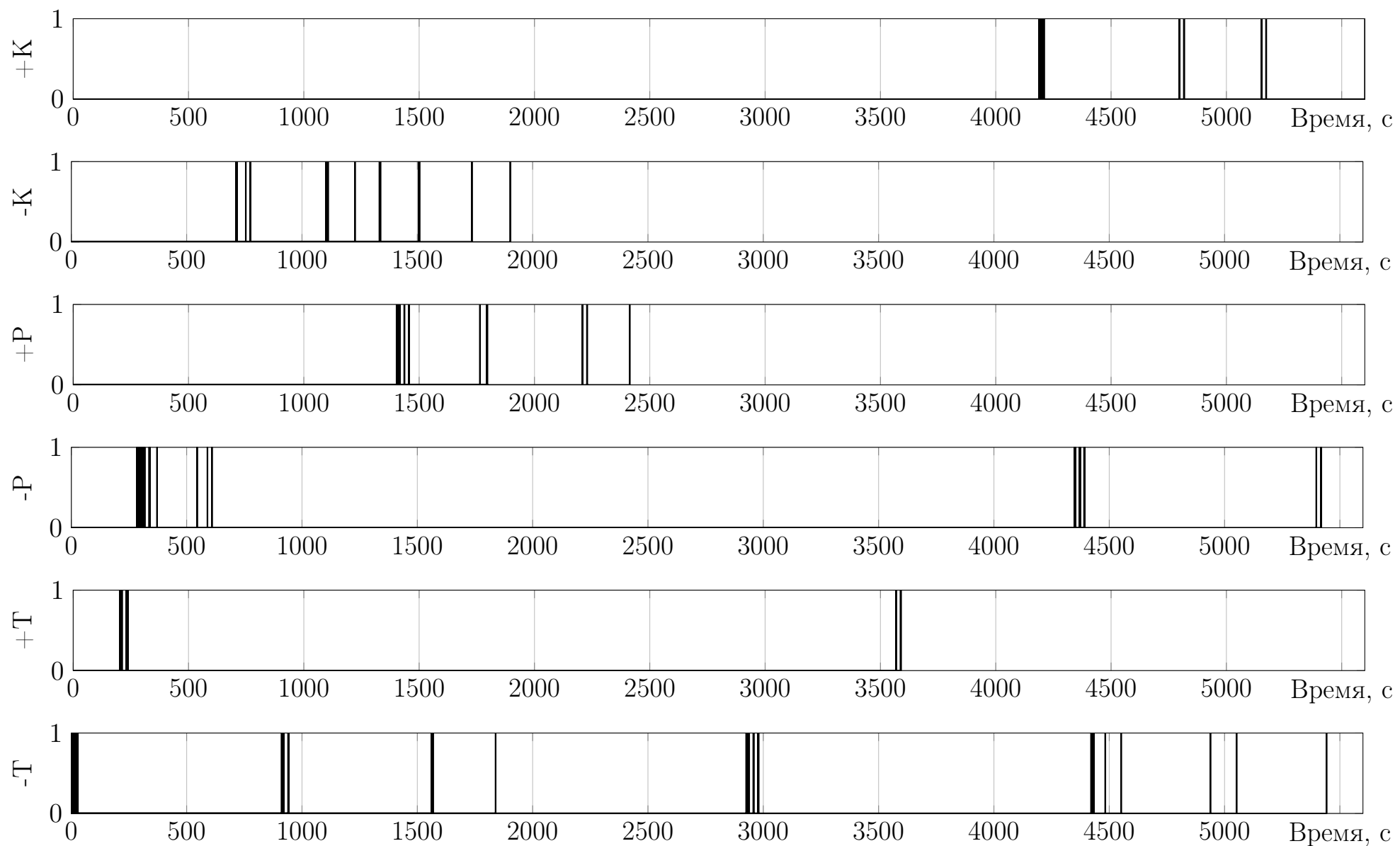
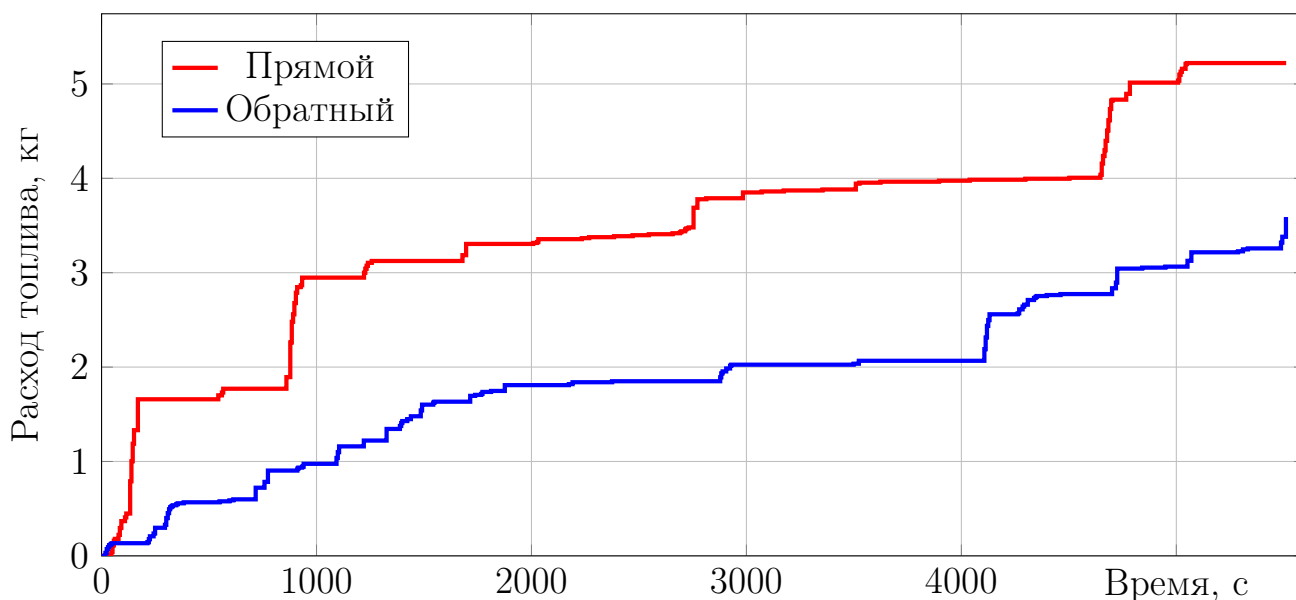


Рисунок 3.22 — Испытание обратного «импульсного» разворота на НКО. Циклограмма работы ДО



вариации начальных параметров, чем траектории под обозначениями «Вариант 1б». Из этого можно сделать вывод, что траектории с переворотом по углу крена более устойчивы к ошибкам начальных параметров и экономнее, поэтому векторы управления из результатов расчёта траекторий «Вариант 2б», представленные в таблицах 22 и 23 в приложении А, были выбраны для анализа возможности преобразования их в циклограммы включений двигателей.

Для этого компоненты векторов управления были проинтегрированы по времени на каждом из расчётных временных отрезков (табл. 1) по формуле (2.25). Поскольку компоненты имеют ограничения в значениях (1.27), то после интегрирования получим время работы двигателей по каждому из каналов управления в секундах. По значениям компонент найдём временные точки, где они достигают локальных максимумов в рассматриваемом отрезке. Далее отметим времена включений двигателей в местах от найденного пика, сдвинутых влево на половину времени необходимой длительности включения двигателя по соответствующему каналу управления, таким образом локальные максимумы будут находиться в середине временного отрезка работы двигателя.

Вычислительный такт бортовых машин СМ РС МКС равен 200 мс, что определяет время включения двигателя и длительность его работы с дискретностью равной вычислительному такту — 200 мс. Этот факт вносит определённые сложности задания необходимых точностей в работах ДО. Для окончательного формирования циклограмм работы двигателей был проведён ряд моделирований на комплексе «МКС-МА». При помощи сдвигов влево/вправо моментов включений ДО, а также увеличения/сокращения длительности их работы, были получены циклограммы для проведения прямого и обратного разворотов с переворотом по углу крена без работы двигателей по каналу крена. Результирующие циклограммы описаны в таблицах 6 и 7.

Таблица 6 — Циклограмма включений двигателей для прямого разворота

Время включения, с	Канал управления	Длительность включения, с
2.0	-Тангаж	3.2
31.2	+Рысканье	5.8
2605.6	+Тангаж	4.8
5370.8	-Рысканье	6.0
5387.0	-Тангаж	3.0

Таблица 7 — Циклограмма включений двигателей для обратного разворота

Время включения, с	Канал управления	Длительность включения, с
1.4	+Тангаж	2.6
71.8	-Рысканье	5.8
2749.2	-Тангаж	3.2
5358.6	+Рысканье	6.2
5388.6	+Тангаж	1.4

Из-за ограничений, описанных выше, добиться необходимой точности в положении МКС относительно ОСК в конце манёвра не удалось, но тем не менее математическое моделирование показывает хорошие результаты, представленные в таблице 8, где $\Delta\mathbf{q}$ — ошибка по углу в конечной точке манёвра, $\Delta\boldsymbol{\omega}$ — ошибка по угловой скорости в конечной точке манёвра. Моделирование проводилось без учёта влияния аэродинамических моментов сил.

Таблица 8 — Результаты оптимальных разворотов при управлении по циклограмме включений двигателей

Разворот	Расход топлива, кг	$\Delta\mathbf{q}, \circ$	$\Delta\boldsymbol{\omega}, \%$	$\Delta\boldsymbol{\omega}/\boldsymbol{\omega}^{orb}$
Прямой	1.32	1.68	0.0016	0.025
Обратный	1.11	4.68	0.0013	0.019

Для оценки нагрузок на критические элементы конструкции был использован моделирующий комплекс «МКС-МА», в котором была реализована модель вычисления упругих нагрузок [28; 50], описанная в параграфе 1.4, их мониторинг и регистрация. Все данные по рассматриваемым узлам конструкции и их предельно допустимых нагрузкам, преобразующей матрице нагрузок \mathbf{LTM} , круговым частотам $\tilde{\omega}_n$ колебаний конструкции, линейным λ_{ni} и угловым γ_{ni} формам, логарифмическим декрементом затухания δ_n , обобщённым массам μ_n для каждого n -го тона колебаний конструкции МКС были предоставлены американскими специалистами из группы нагрузок НАСА. Для дальнейшего моделирования было использовано 1723 упругих тона колебаний с частотами до 10 Гц. Нагрузки в виде сил и моментов сил были рассчитаны в 74 интерфейсах, которыми являются места креплений солнечных батарей, радиаторов, стыковочные узлы модулей станции и кораблей. Количество используемых ДО при проведении пространственных манёвров равно 12.

Было проведено моделирование для расчёта нагрузок при проведении вышеописанных оптимальных разворотов. На рисунке 3.24 представлены результаты моделирования нагрузок, где представлено отношение максимально полученной нагрузки к предельно допустимой нагрузке для каждого из интерфейсов. Как видно из рисунка, нагрузки не превышают 15% от предельно допустимых значений. Полученный результат позволяет сделать вывод, что при проведении разворотов по циклограмме включений двигателей можно отказаться от профиля включений двигателей Pulse-Train без риска для конструкции МКС.

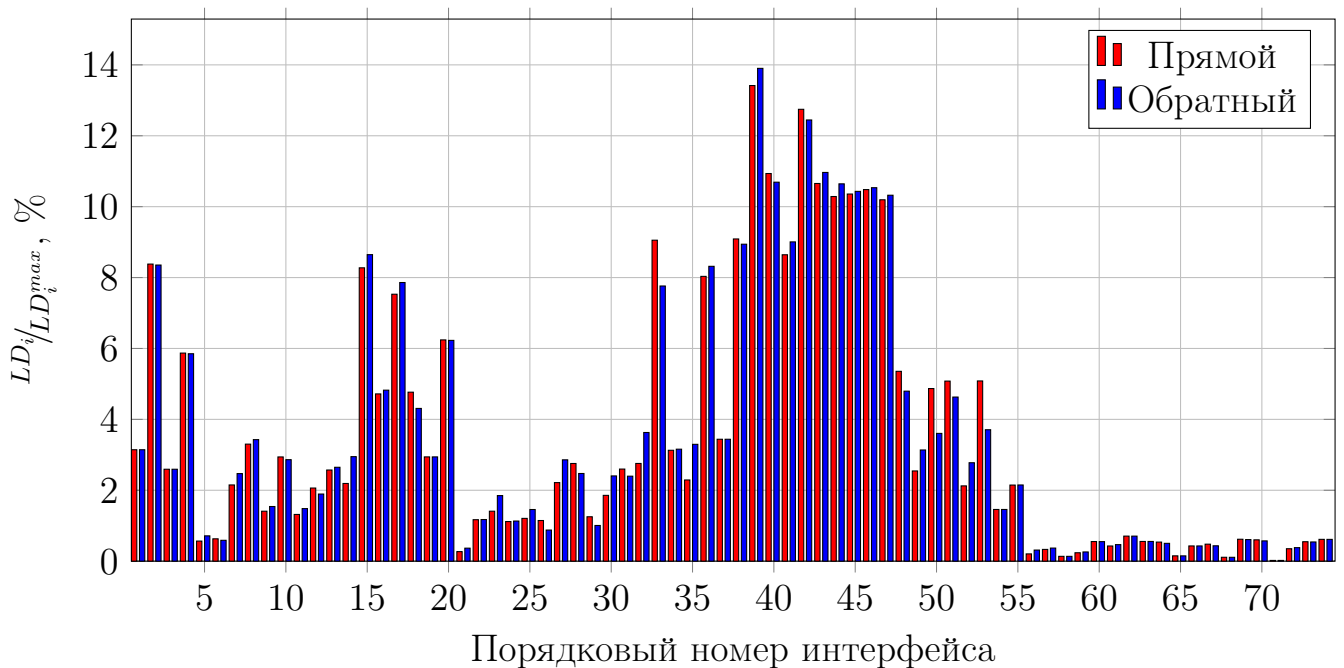


Рисунок 3.24 — Результаты моделирования нагрузок на элементы конструкции МКС

Выполнение разворота по циклограмме включений двигателей предполагает управление без обратной связи, что с большой вероятностью должно привести к неудачному результату манёвра. Поэтому для дальнейшего анализа было проведено статистическое моделирование, как было описано в предыдущем параграфе, с одним отличием: при варьировании начальной ориентации, начальной угловой скорости, тензора инерции и тяг ДО влияние аэродинамики не учитывалось. Результаты моделирования представлены на рисунках 3.25 и 3.26, где красной линией обозначены ошибки по углу $\Delta \mathbf{q}$ (слева) и угловой скорости $\Delta \omega / \omega_{orb}$ (справа) между текущим состоянием и требуемым в конце манёвра, а синими линиями — для 200 моделирований при вариации каждого из параметра.

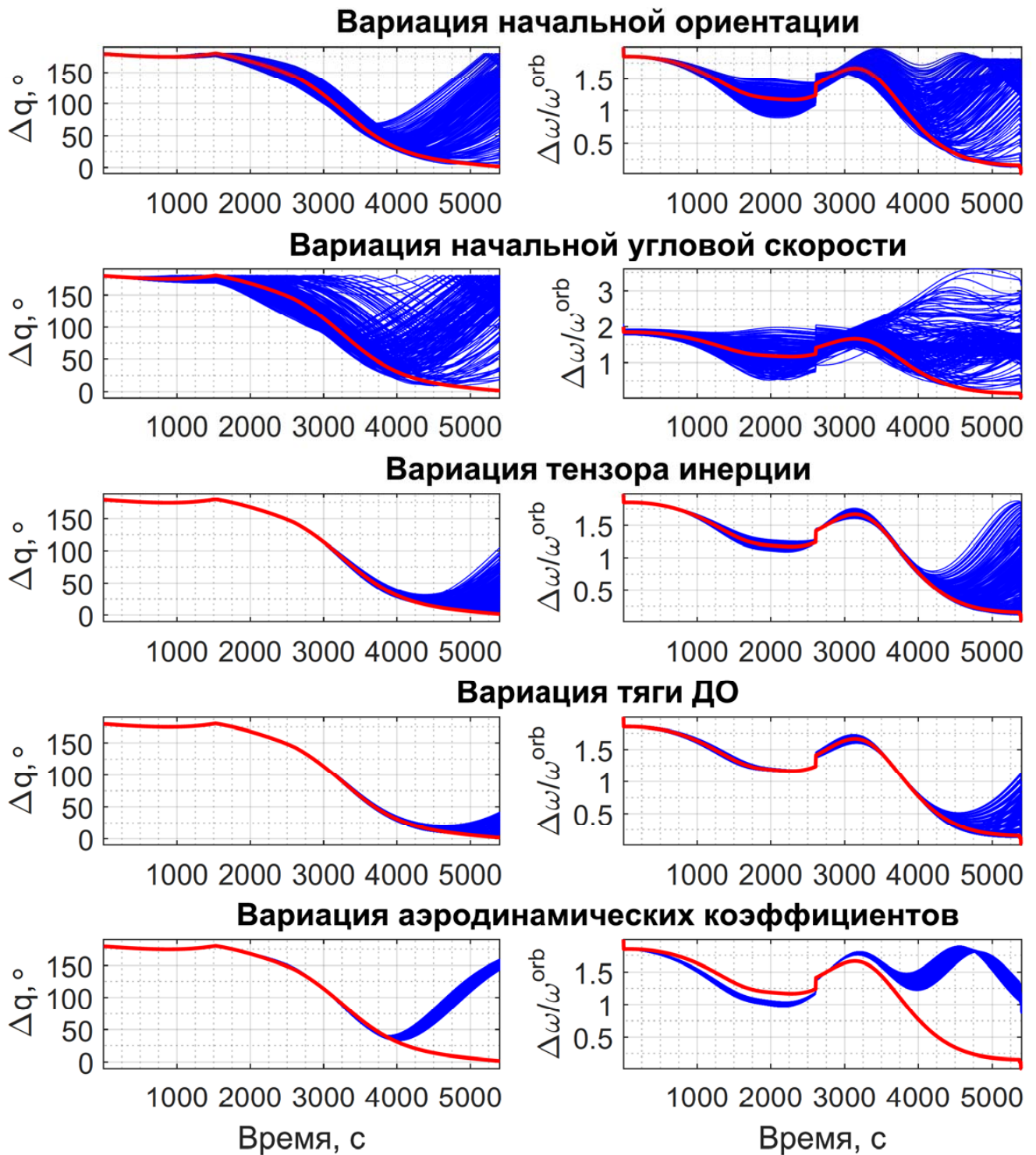


Рисунок 3.25 — Анализ статистического моделирования при управлении по циклограмме включений ДО для прямого разворота

Согласно представленным результатам можно сделать вывод, что больше всего на успешность проведения разворота влияют ошибки начальной ориентации и угловой скорости, и создаётся необходимость приводить орбитальную станцию в точку входа манёвра с очень высокой точностью. Тензор инерции и значения тяг ДО могут быть известны с требуемой точностью, кроме того тен-

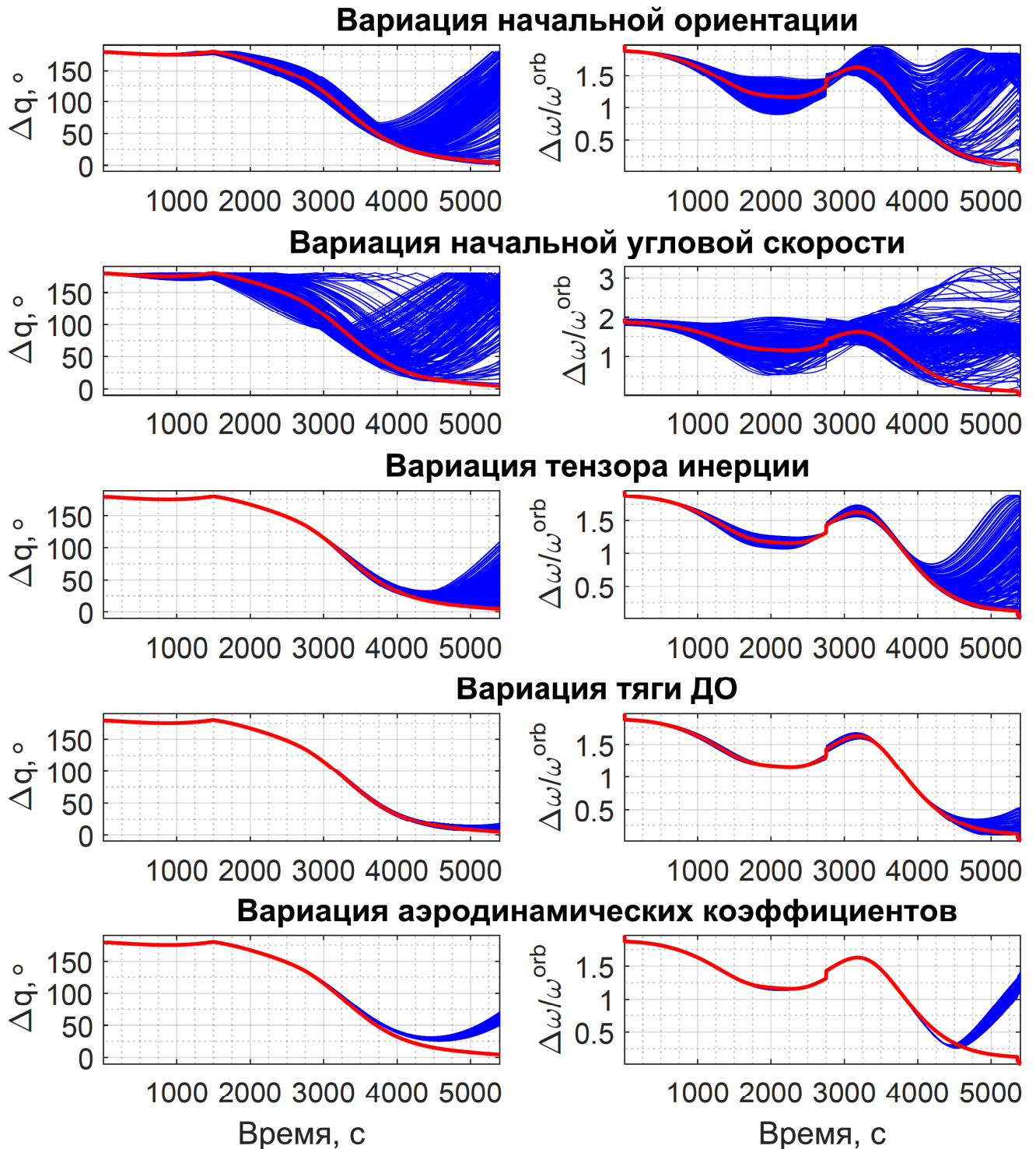


Рисунок 3.26 — Анализ статистического моделирования при управлении по циклограмме включений ДО для обратного разворота

зор инерции можно считать постоянным, т.к. при выполнении манёвра приводы ферм «Альфа» фиксируются, а СБ во время слежения за Солнцем вращаются вокруг продольной оси. Кроме того, по рисунку видно, что аэродинамика при управлении без обратной связи может сильно деформировать требуемую траекторию манёвра.

Таким образом, для проведения переориентации МКС по циклограмме включений двигателей требуется с высокой точностью знать параметры атмосферы, тензора инерции, значения тяг ДО, а также задавать начальное положение МКС с минимальными отклонениями. Или разработать бортовой алгоритм управления ориентацией орбитальной станцией, имеющий возможность совместить как управление по заданной циклограмме, так и слежение за расчётной траекторией.

3.6 Проведение лётных испытаний траекторий переориентации

Полученные «гладкие» траектории оптимальных разворотов МКС были использованы в лётных испытаниях в ходе проведения космического эксперимента «МКС-Разворот». Первый этап лётных испытаний (первый и второй сеансы эксперимента) было решено провести без привязки к каким-либо динамическим операциям, например, стыковкам или расстыковкам пилотируемых или транспортных кораблей, из соображений безопасности МКС. Для прямого разворота 28 декабря 2018 г. была выбрана траектория «Вариант 1а», изображённая на рисунке 3.5, а для обратного 29 декабря 2018 г. — траектория «Вариант 2а», изображённая на рисунке 3.11. Перерыв длиной в сутки между разворотами связан с требованиями специалистов с американской стороны. Выбор обосновывается тем, что была необходимость проверить как первый тип разворота, так и второй. Кроме того, имеется практическая необходимость сравнить результаты разных разворотов по расходу топлива и количеству включений ДО.

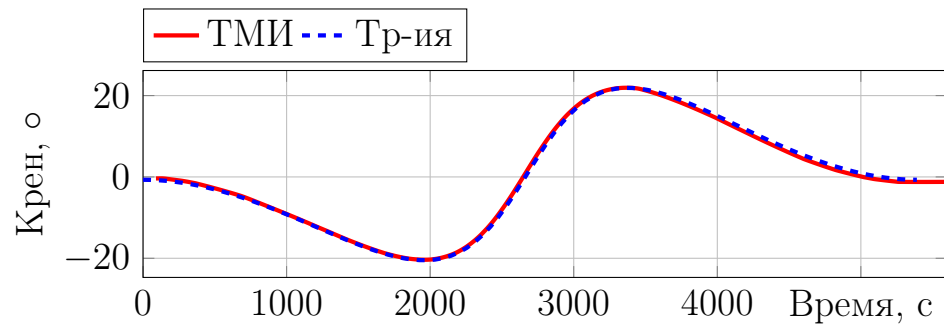
Перед началом разворота по траектории требуется выполнение следующих условий:

- гиродины АС должны быть в режиме, при котором вектор их кинетического момента постоянен относительно инерциальной системы координат. Это штатный режим работы гиродинов АС, когда управление МКС передаётся СУДН РС. При выполнении этого условия возможно использование динамических уравнений вращательного движения МКС в виде (1.4);

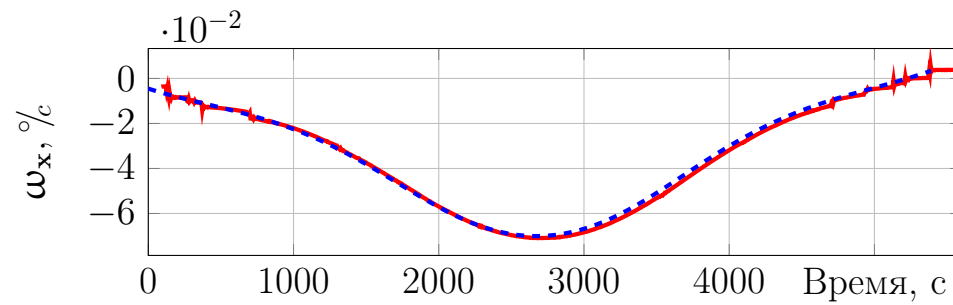
- для управления ориентацией МКС выбрана конфигурация ДО, описанная в параграфе 3.1;
- МКС находится под управлением РС;
- СУДН РС работает в режиме поддержания ориентации, совпадающей с начальными кинематическими параметрами разворота;
- в терминальную вычислительную машину СМ передан с Земли массив цифровой информации, соответствующий траектории разворота;
- прочие бортовые системы МКС находятся в состоянии, стандартном для выполнения режима «разворот относительно ОСК».

Запуск режима разворота по траектории осуществляется выдачей соответствующей команды. Во время разворота выдача дополнительных команд не предполагается. Разворот выполняется полностью под управлением СУДН РС. В случае отклонения от траектории во время разворота более чем на угол, заданный в уставке (по умолчанию 10°), происходит снятие заявки на режим разворота по траектории и продолжение разворота по штатной логике разворота СУДН РС.

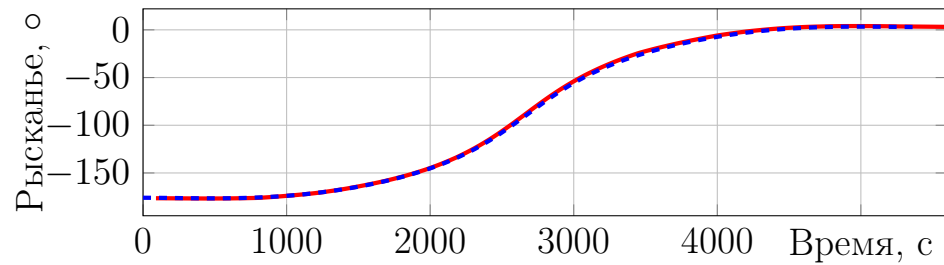
Лётные испытания прошли успешно согласно программе полёта. После испытаний был проведён анализ ТМИ, полученной во время разворота, для сравнения данных об ориентации МКС с требуемой траекторией, получения расхода топлива, циклограмм включений двигателей и количества включений. На рисунках 3.27 и 3.29 (стр. 87 и 89) изображены графики изменения ориентации, которые представлены через углы Крылова в последовательности поворотов рысканье-тангаж-крен (а, б, в слева), и графики изменения вектора собственной угловой скорости МКС (г, д, е справа). Красной линией представлены данные, полученные из ТМИ, а синей прерывистой линией — требуемая траектория разворота. Из рисунков можно видеть, что алгоритм слежения СУДН РС с хорошей точностью следует за траекторией. На рисунках 3.28 и 3.30 (стр. 88 и 90) представлены циклограммы включений двигателей, а на рисунке 3.31 (стр. 91) представлены графики расхода топлива в течение разворотов.



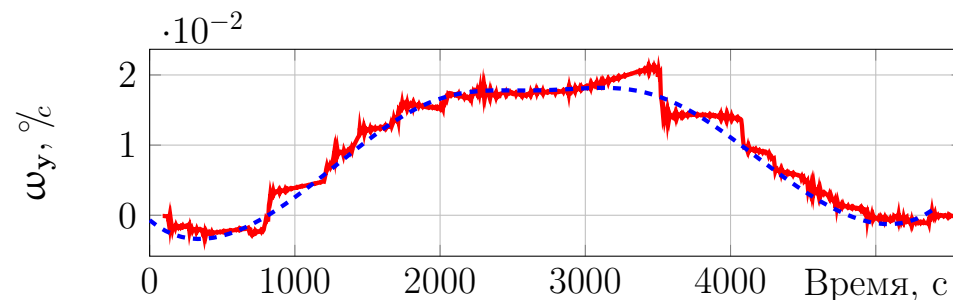
а)



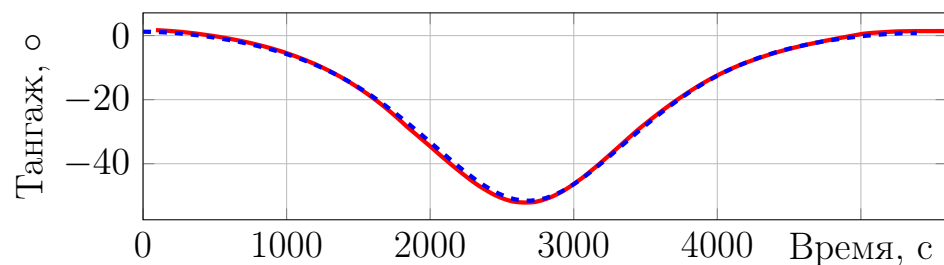
г)



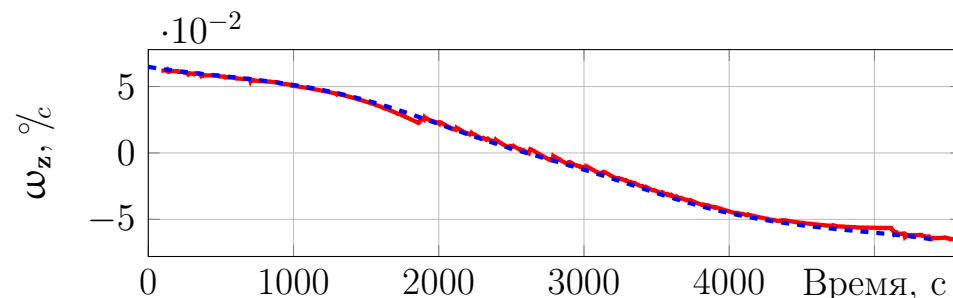
б)



д)



в)



е)

Рисунок 3.27 — Испытание прямого разворота. Сравнение с требуемой траекторией разворота

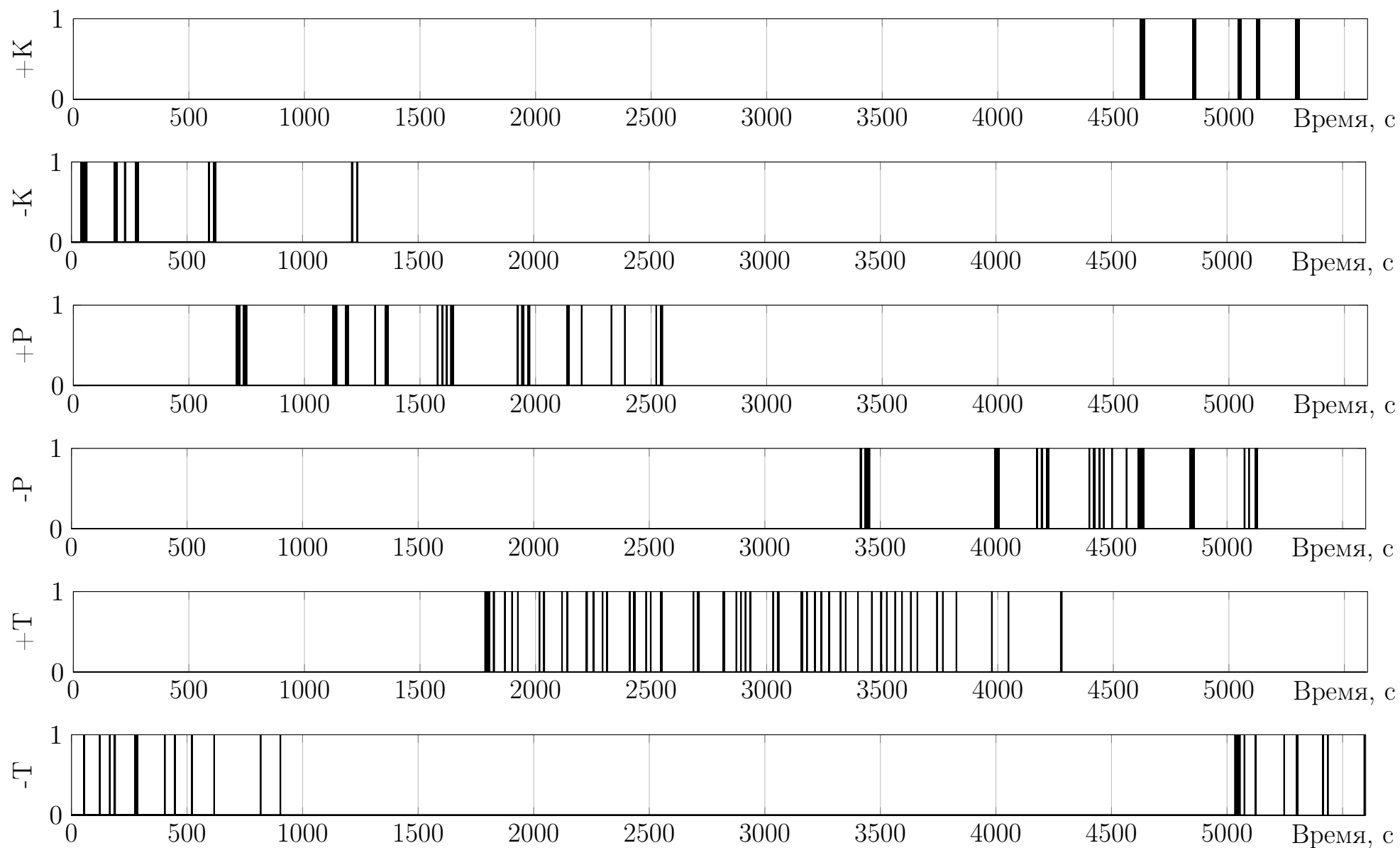
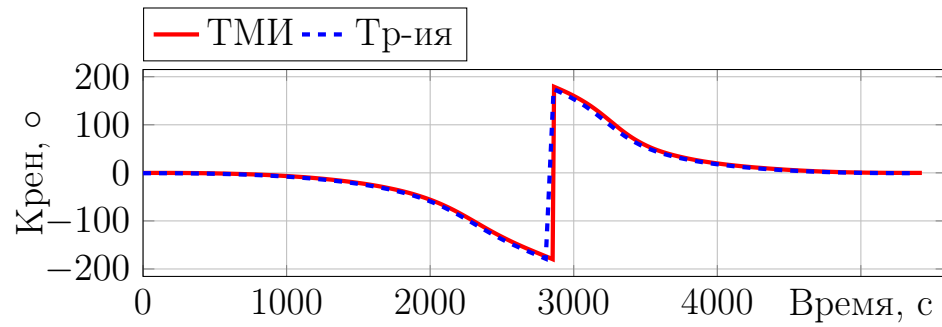
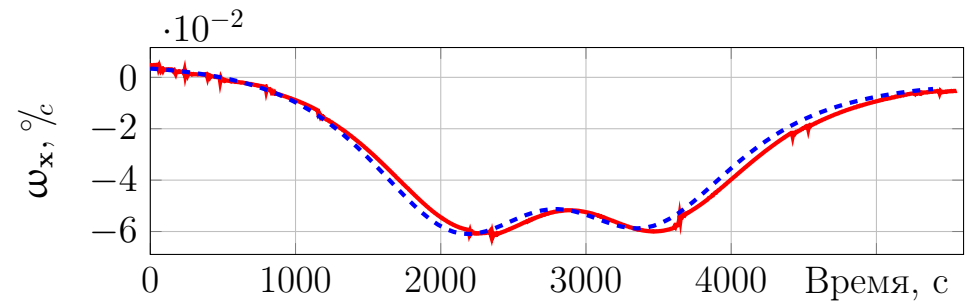


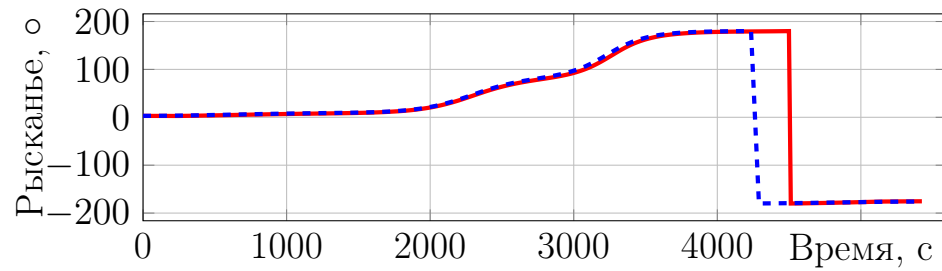
Рисунок 3.28 — Испытание прямого разворота. Циклограмма работы ДО



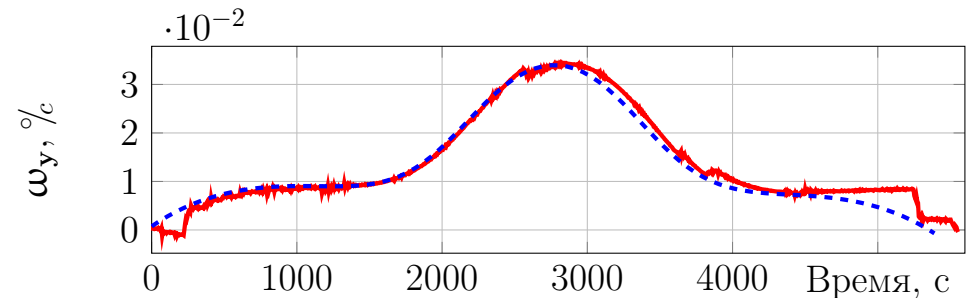
а)



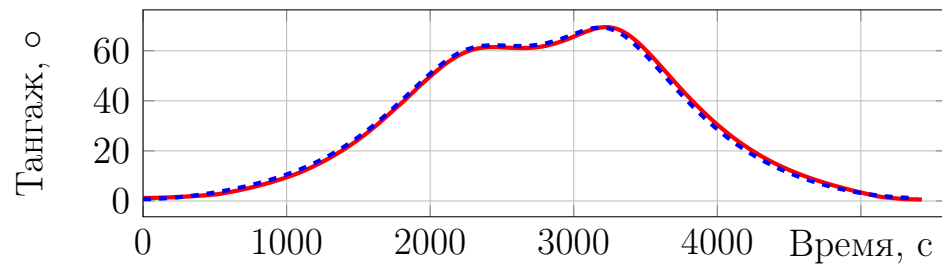
г)



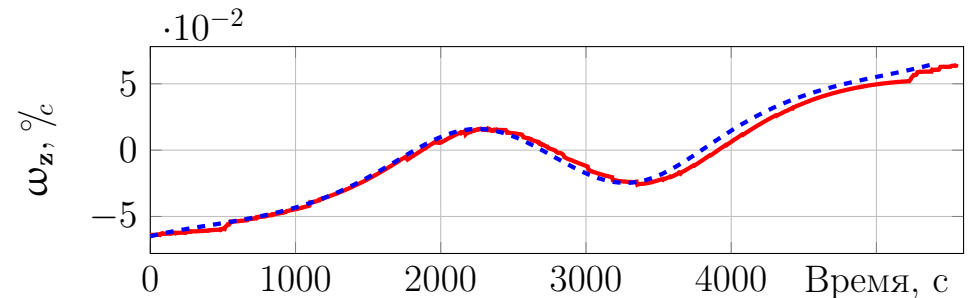
б)



д)



в)



е)

Рисунок 3.29 — Испытание обратного разворота. Сравнение с требуемой траекторией разворота

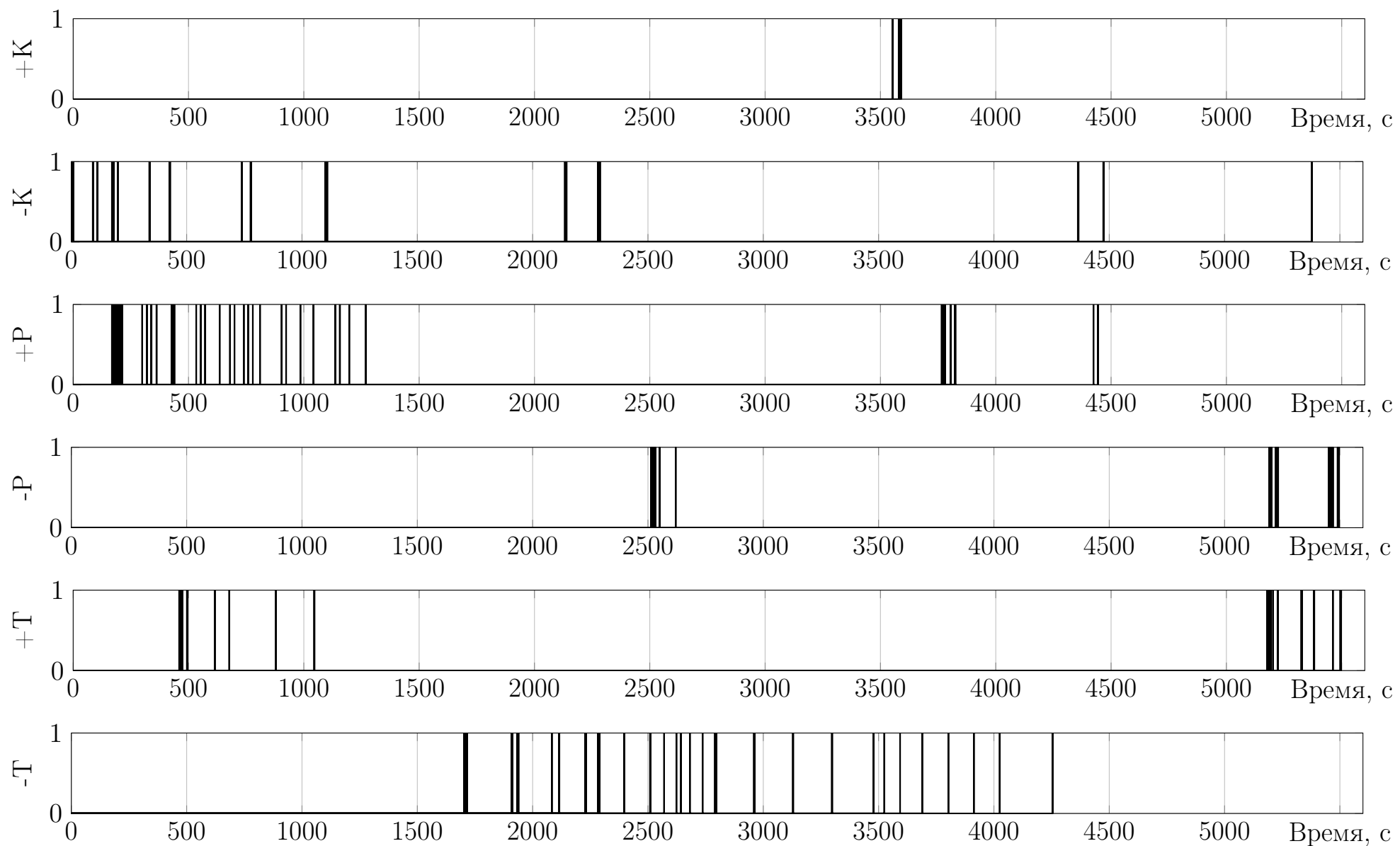


Рисунок 3.30 — Испытание обратного разворота. Циклограмма работы ДО

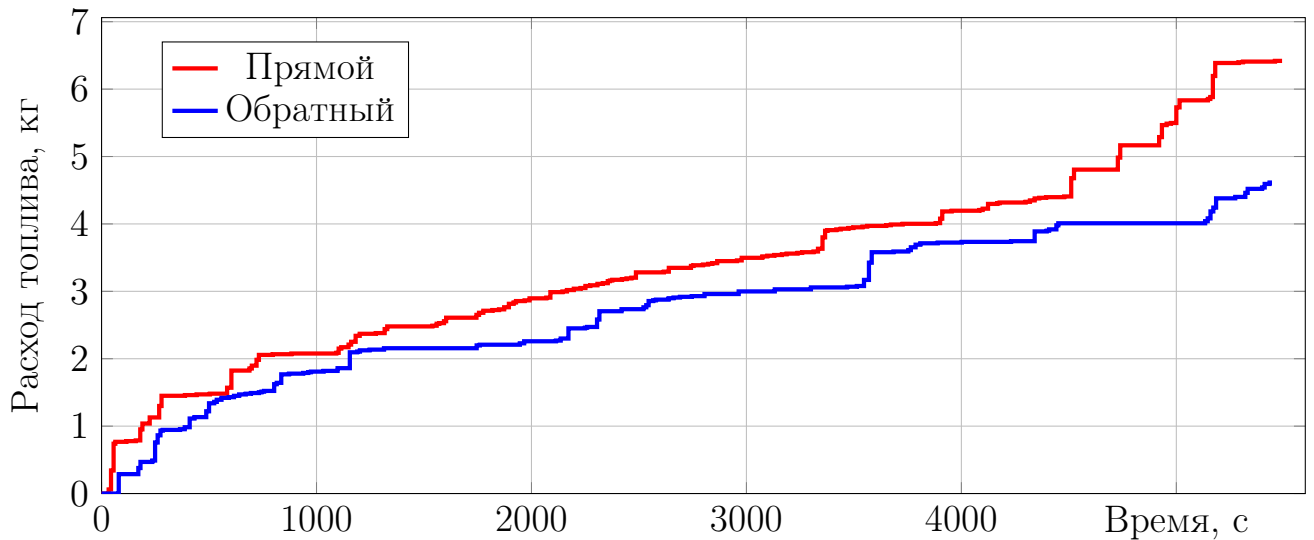


Рисунок 3.31 — Испытания разворотов. Графики расхода топлива

Из анализа ТМИ были получены расход топлива и количество включений двигателей для каждой из траекторий, которые представлены в таблице 9. В таблице 10 представлены количества включений двигателей по каждому из каналов управления. Сравнивая результаты испытаний с результатами моделирования на НКО из таблицы 2, значения по расходу топлива при лётных испытаниях оказались меньше.

Таблица 9 — Сводная информация по расходу топлива и количеству включений двигателей для разворотов 28 и 29 декабря 2018 г.

Разворот	Расход топлива, кг	Количество включений ДО
Прямой	6.42	469
Обратный	4.61	344

Таблица 10 — Сводная информация по количеству включений двигателей по каждому из каналов управления для разворотов 28 и 29 декабря 2018 г.

Канал управления	Количество включений двигателей	
	Прямой разворот	Обратный разворот
+К/−К	66/70	16/86
+Р/−Р	115/113	121/50
+Т/−Т	75/30	26/45

Из информации о работе ДО во время прямого разворота по первому варианту траекторий было отмечено 25 участков без включений двигателей длительностью более 60 секунд, самый долгий участок равен 219 секундам. Во

время обратного разворота по траектории с переворотом по оси крена было отмечено 25 участков без включений двигателей длительностью более 60 секунд, при этом самый долгий участок равен 700 секундам (≈ 12 минут), а второй по длительности — 433 секунды (≈ 7 минут).

Второй этап проведения лётных испытаний (третий сеанс космического эксперимента «МКС-Разворот») был проведён 5 апреля 2019 г. после стыковки ТГК «Прогресс» к СО1. Обычно при стыковке корабля к этому узлу его двигатели подключаются в объединённую двигательную установку для управления ориентацией МКС, поскольку они могут создать больший момент сил по каналу крена, чем двигатели СМ РС МКС. Но такие развороты были проведены 28 и 29 декабря 2019 г. В рамках испытаний было решено не подключать двигатели транспортного грузового корабля. Расход топлива предположительно должен увеличиться, но требовалось проверить возможность использования траекторий в таких ситуациях, поскольку не всегда присутствует грузовой корабль на СО1. Для этого была посчитана новая траектория разворота с другой матрицей управления (1.12) и другими начальными, конечными условиями:

$$\mathbf{T}^{th} = \begin{pmatrix} 776 & 124 & 96 & -776 & -114 & -82 \\ 0 & 4050 & 210 & 0 & -4090 & 210 \\ 0 & 258 & 4098 & 0 & 258 & -4042 \end{pmatrix} H \cdot m,$$

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{q}_0^{TEA} = \begin{pmatrix} 0.999398 & -0.007190 & 0.029930 & 0.015990 \end{pmatrix}^T,$$

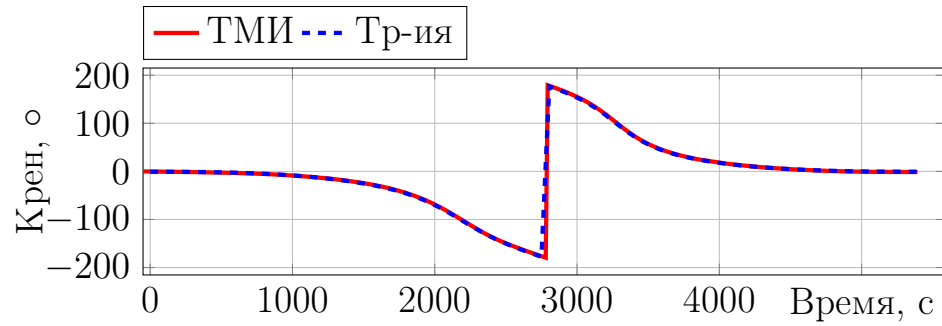
$$\mathbf{q}_N = \mathbf{q}_f^{TEA} = \begin{pmatrix} 0.034790 & -0.017650 & -0.999224 & -0.005490 \end{pmatrix}^T,$$

$$\boldsymbol{\omega}_0 = \begin{pmatrix} 0.003901 & 0.000871 & -0.064843 \end{pmatrix}^T \%,$$

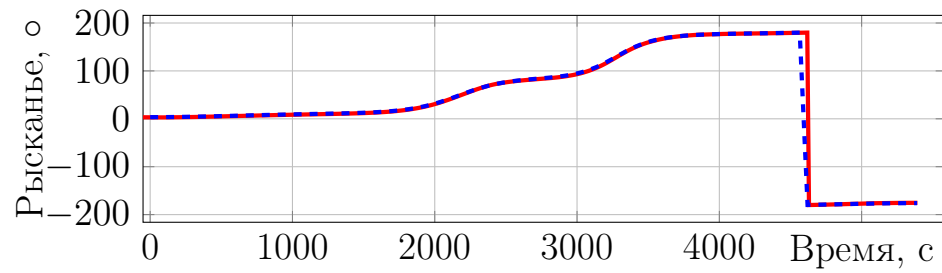
$$\boldsymbol{\omega}_N = \begin{pmatrix} -0.004529 & -0.000633 & 0.064805 \end{pmatrix}^T \%.$$

Был выбран тип траектории, изображённой на рисунке 3.11, поскольку он показал себя более экономным.

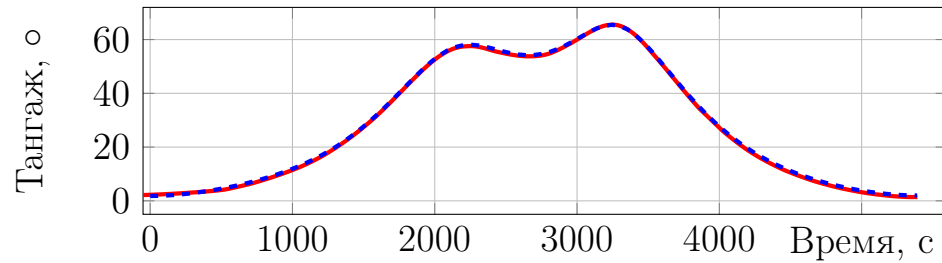
Разворот 5 апреля был также проведён штатно. На рисунке 3.32 (стр. 93) представлены графики изменения ориентации МКС относительно ОСК в виде углов Крылова в последовательности рысканье-тангаж-крен (а, б, в, слева) и графики компонент вектора угловой скорости МКС относительно ССК (г, д, е справа). На рисунке 3.33 (стр. 94) представлены циклограммы включений двигателей, а на рисунке 3.34 (стр. 95) представлен график расхода топлива в течение разворота.



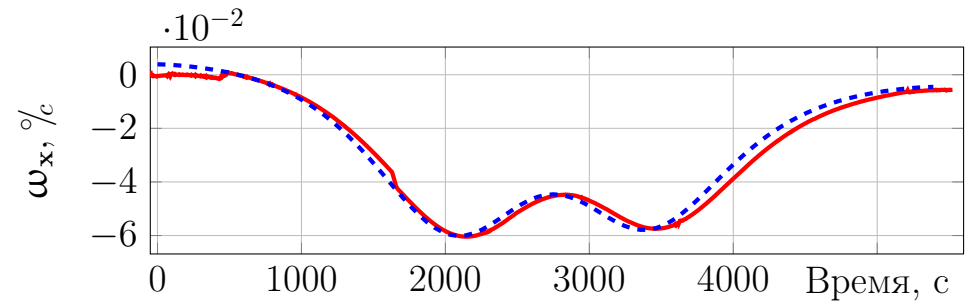
а)



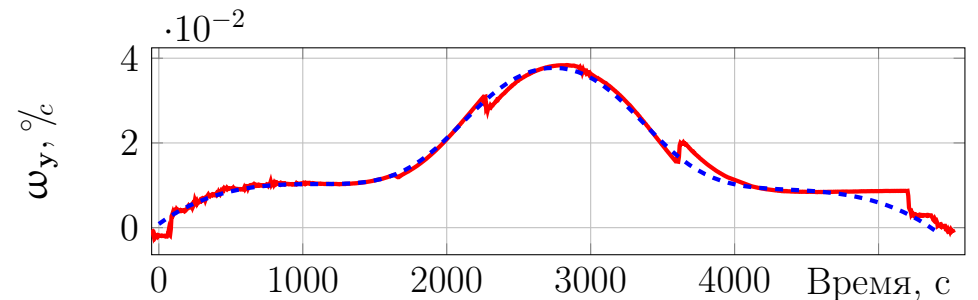
б)



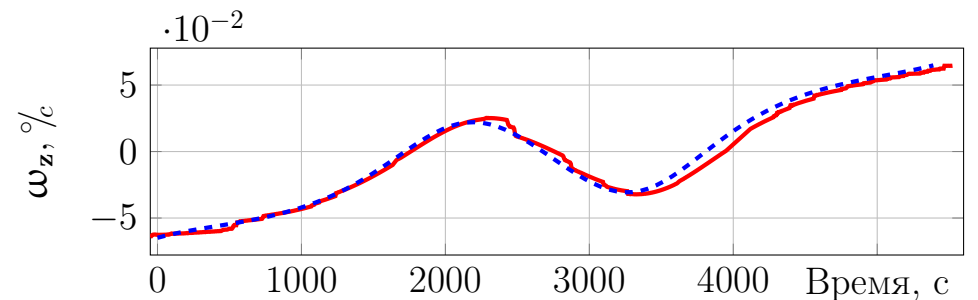
в)



г)



д)



е)

Рисунок 3.32 — Испытание разворота без использования двигателей ТГК «Прогресс». Сравнение с требуемой траекторией разворота

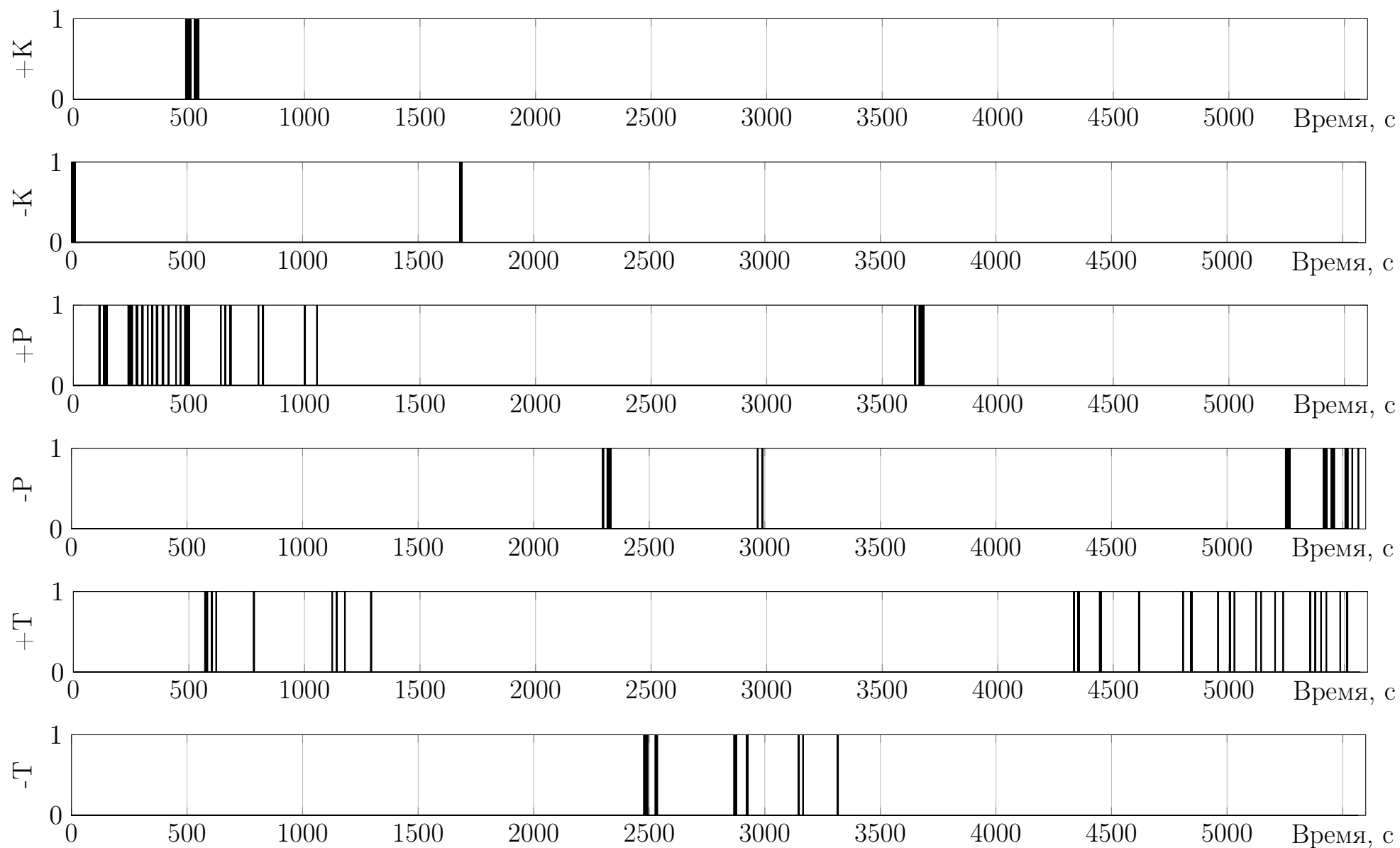


Рисунок 3.33 — Испытание разворота без использования двигателей ТГК «Прогресс». Циклограмма работы ДО

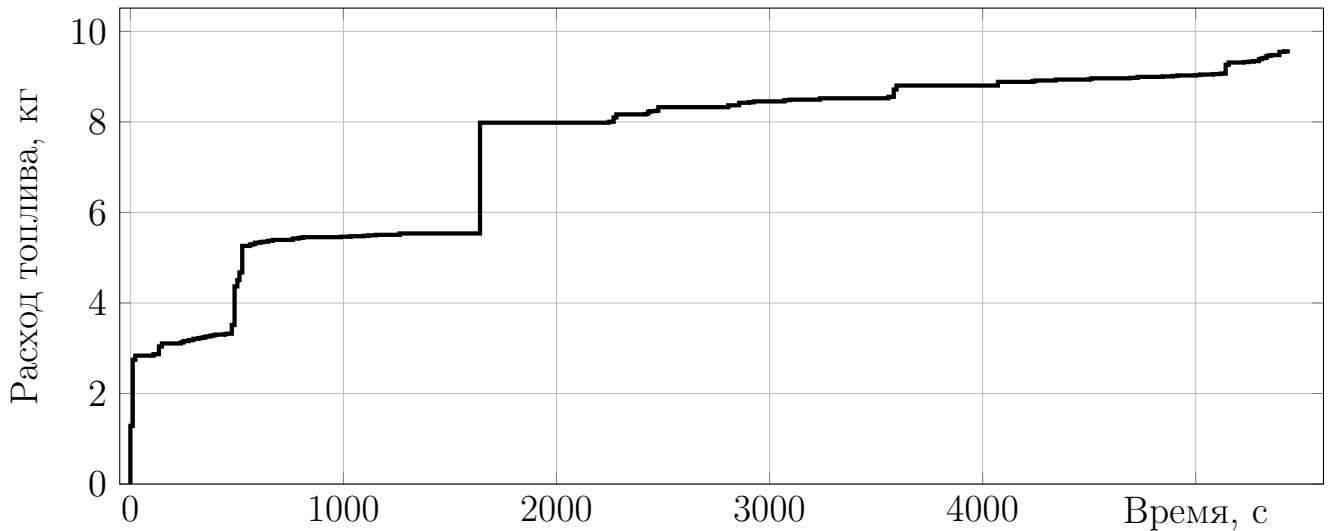


Рисунок 3.34 — Испытание разворота без использования двигателей ТК «Прогресс». График расхода топлива

Из анализа ТМИ были получены расход топлива и количество включений двигателей, которые представлены в таблице 11. В таблице 12 представлены количества включений двигателей по каждому из каналов управления. Сравнивая результаты разворота 5 апреля с результатами разворота 29 декабря из таблицы 9, значения по расходу топлива оказались ожидаемо больше, но ненамного. Подобный разворот без использования двигателей ТК «Прогресс» на штатном алгоритме управления ориентацией МКС может затратить более 180 кг топлива, а количество включений двигателей превышает 2500.

Таблица 11 — Сводная информация по расходу топлива и количеству включений двигателей для разворота 5 апреля 2019 г.

Разворот	Расход топлива, кг	Количество включений ДО
Без ТК «Прогресс»	9.55	416

Таблица 12 — Сводная информация по количеству включений двигателей по каждому из каналов управления для разворота 5 апреля 2019 г.

Канал управления	Количество включений двигателей
+К/–К	108/100
+Р/–Р	82/58
+Т/–Т	43/25

Из информации о работе ДО во время разворота по траектории с переворотом по оси крена при управлении на двигателях СМ был отмечен 21 участок

без включений двигателей длительностью более 60 секунд, при этом самый долгий участок равен 650 секундам (≈ 11 минут), а второй по длительности — 610 секунд (≈ 10 минут).

3.7 Выводы по третьей главе

В третьей главе была определена длительность проведения оптимальных манёвров посредством расчёта траекторий для разных длительностей переориентаций орбитальной станции и оценки расхода топлива в течение этих разворотов. Проанализирована необходимость учёта гравитационного и аэродинамического моментов сил в уравнениях движения. Анализ показал, что при учёте гравитационного момента сил требуется меньшее воздействие управляющего момента, что положительно влияет на снижение затрачиваемого топлива на работу двигателей. В то же время аэродинамические моменты сил, действующие на МКС во время разворотов и рассчитанных для рассмотренных в главе дат (декабрь 2018 г., май 2019 г.), на порядок слабее гравитационных моментов сил. Слабое влияние аэродинамики и возможность компенсации небольших возмущений алгоритмами отслеживания траектории системы управления движением позволяют проводить синтез оптимальных траекторий разворота МКС для указанных периодов времени без учёта аэродинамических моментов сил.

Были получены по две «гладкие» и по две «импульсные» траектории для прямого и обратного разворотов. В ходе работ по реализации космического эксперимента «МКС-Разворот» все восемь траекторий были верифицированы на наземном комплексе отработки, в котором используется реальная бортовая вычислительная машина с версией бортового ПО, использующейся на борту МКС. Также при помощи комплекса «МКС-МА» было проведено статистическое моделирование траекторий, включающее в себя вариации по нескольким параметрам: начальная ориентация; начальная угловая скорость; компоненты тензора инерции; тяги двигателей ориентации; аэродинамические коэффициенты. Моделирование показало незначительное отклонение расхода топлива от средних значений, что не является критичным для использования полученных траекторий.

Проведён анализ возможности использования циклограмм включений двигателей для проведения оптимальных разворотов. Графики компонент вектора управления «импульсных» траекторий показали несколько участков активной работы двигателей. После проведения ряда действий были получены времена и длительности включений двигателей. Проведение математического моделирования без учёта аэродинамических моментов сил показало хорошие результаты по приведению орбитальной станции к нужной ориентации. Оценка возникающих нагрузок продемонстрировала, что они не превышают 15% от предельно допустимых значений. В то же время статистическое моделирование выявило существенное негативное влияние вариаций в начальных условиях на результат проведения оптимальных манёвров. Из чего можно сделать вывод, что использование циклограмм включений двигателей невозможно без доработки бортового ПО.

По результатам наземных отработок были отобраны три «гладкие» траектории для проведения лётных испытаний в рамках космического эксперимента «МКС-Разворот»: траектория с небольшим отклонением по крену для прямого разворота; траектория с переворотом по крену для обратного разворота; траектория с переворотом по крену для разворота при отключённых двигателях корабля «Прогресс» по каналу крена. Испытания всех траекторий прошли штатно, и анализ телеметрической информации показал существенную экономию расхода топлива и снижение количества включений двигателей по сравнению со штатными алгоритмами разворота вокруг оси Эйлера.

Наличие длительных участков без включений двигателей, в частности более 10 минут во время разворотов с переворотом по оси крена, подтверждает хорошую точность расчёта траекторий, существенное влияние гравитационного момента сил на динамику разворота орбитальной станции и необходимость его учёта при решении оптимизационной задачи.

Заключение

Ниже представлены наиболее значимые результаты:

1. При помощи псевдоспектральных методов Лобатто и Радау поставленная задача оптимального по расходу топлива разворота крупногабаритной космической конструкции при управлении на ракетных двигателях была приведена к задаче нелинейного математического программирования в нескольких вариантах. Кроме того, в сформулированных уравнениях движения был добавлен учёт гравитационного момента сил. Учитывая особенность метода Радау, была получена возможность рассматриваемый временной отрезок разбить на несколько подинтервалов, где есть необходимость получить более точное решение, например, в моменты активных участков работы двигателей ориентации.
2. Для выполнения поставленных задач был разработан программный компонент, позволяющий рассчитывать траектории, оптимизирующие расход топлива, задавая начальные, конечные условия и время проведения переориентации орбитальной станции. Программный компонент для решения задачи нелинейного программирования использует решатель, который применяет метод последовательного квадратичного программирования. Были реализованы оба псевдоспектральных метода Лобатто и Радау, а также мультиинтервальный метод.
3. При помощи разработанного программного компонента был получен набор траекторий управления разворотом: «гладкие» и «импульсные» траектории для прямого и обратного разворотов с небольшим отклонением по крену; «гладкие» и «импульсные» траектории для прямого и обратного разворотов с переворотом по крену. Полученные траектории были преобразованы в набор кватернионов ориентации относительно орбитальной системы координат в равностоящих точках при помощи полиномов Лагранжа, которые в дальнейшем могут быть использованы на борту Международной космической станции с помощью алгоритма разворота по заданной траектории.
4. Функции вектора управления «импульсных» траекторий показали конечное число активных участков работы двигателей. При помощи интегрирования компонент вектора управления, были получены цик-

лограммы включений двигателей, позволяющие провести оптимальные по расходу топлива манёвры. Был проведён анализ нагрузок на элементы конструкции Международной космической станции при выполнении манёвров. Моделирование показало, что возникающие нагрузки в критических узлах орбитальной станции, которыми являются, например, места соединений солнечных батарей и радиаторов охлаждения, не достигают 15% от максимально допустимых значений. Из чего можно сделать вывод, что при выполнении оптимальных манёвров по циклограммам допустимо отказаться от профиля включений двигателей Pulse-Train.

5. Результаты моделирования на наземном комплексе отладки и статистического моделирования выявили существенное сокращение расхода топлива (примерно в 10 раз) и количества включений двигателей ориентации при переориентациях Международной космической станции в сравнении с алгоритмом разворота по кратчайшей траектории системы управления ориентацией российского сегмента. Статистическое моделирование циклограмм включений двигателей для выполнения оптимальных разворотов показало необходимость задания высокой точности исходных параметров в точке старта разворота, а в особенности точность начальной ориентации и угловой скорости Международной космической станции.
6. Проведен космический эксперимент на Международной космической станции. При его проведении выполнялись оптимальные переориентации орбитальной станции. Результаты эксперимента показали применимость разработанных различных вариантов «гладких» траекторий, а результаты по расходу топлива согласуются с результатами математического моделирования.

В дальнейшем планируется разработать бортовой алгоритм, позволяющий использовать циклограммы включений двигателей для проведения оптимальных манёвров переориентации орбитальной станции или других крупногабаритных космических конструкций. Алгоритм будет подразумевать более точное приведение в точку старта манёвра, а также возможность перехода с управления ориентацией при помощи циклограмм включений двигателей на режим отслеживания заложенной траектории и обратно.

Результаты работы могут быть использованы при разработке систем управления перспективных орбитальных станций и других космических аппаратов.

Список сокращений и условных обозначений

A_i	площадь i -ой аппроксимирующей плоскости
C^F	аэродинамический коэффициент сил
C^T	аэродинамический коэффициент моментов сил
D_{ki}^L	матрица дифференцирования Лобатто
D_{ki}^R	матрица дифференцирования Радау
F_i	сосредоточенная сила, приложенная в i -ом узле конструкции
J	тензор инерции
LD	полный вектор текущих нагрузок
L_{xap}	характерный размер КА
LTM	преобразующая матрица нагрузок
M	вектор момента сил
M^{aer}	вектор аэродинамического момента сил
M^{ext}	вектор возмущающих моментов сил
M^{grav}	вектор гравитационного момента сил
M_n	переходная матрица
M^u	вектор управляющего момента сил
N	количество элементарных панелей
N_{node}	количество критических узлов
N_{osc}	общее число рассматриваемых упругих тонов
N_{th}	количество узлов, где могут быть приложены сосредоточенные силы F_i и/или моменты сил T_i
P_N	полином Лежандра
S_{xap}	характерная площадь КА
T_i	сосредоточенный момент сил, приложенный в i -ом узле конструкции
T^{th}	матрица моментов сил
V	скорость набегающего потока воздуха относительно КА
Q	массовый расход топлива
Q_M	секундный массовый расход топлива
\bar{Q}	средний массовый расход топлива
\mathbf{a}_{aer}	вектор набегающего потока
d	коэффициент диффузности

\mathbf{e}_s	вектор направления на Солнце
\mathbf{n}_i	единичный вектор нормали к i -ой аппроксимирующей плоскости
t_0, t_f	начальный и конечный момент времени
t_{orb}	время витка вокруг Земли
\mathbf{q}	кватернион ориентации
$\tilde{\mathbf{q}}$	кватернион, сопряжённый к \mathbf{q}
$\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_f$	начальный и конечный кватернионы ориентации
$\mathbf{q}_0^{TEA}, \mathbf{q}_f^{TEA}$	начальный и конечный кватернионы равновесной ориентации ТЕА
\mathbf{r}_i	эффективный радиус-вектор из центра масс к центру давления i -ой аппроксимирующей плоскости
\mathbf{u}	вектор управления
α_{aer}	угол атаки
β_{aer}	угол скольжения
γ_{ni}	коэффициенты угловой формы n -го тона колебаний в i -ом узле конструкции
δ_n	логарифмический декремент затухания n -го упругого тона
ε_{CF}	вариация аэродинамических коэффициентов сил
ε_{CT}	вариация аэродинамических коэффициентов моментов сил
ε_J	вариация момента инерции
$\varepsilon_{T^{th}}$	вариация тяги ДО
ε_q	вариация начальной ориентации
ε_ω	вариация начальной угловой скорости
ζ_n	безразмерная функция, характеризующая колебания n -го упругого тона
θ_s	угол местного азимута Солнца
λ_{ni}	коэффициенты линейной формы n -го тона колебаний в i -ом узле конструкции
μ_n	обобщённая масса для n -го тона колебаний
ν_s	угол местного склонения Солнца
ρ	плотность набегающего потока воздуха
ρ^{Sp}	коэффициент корреляции Спирмана
σ	среднеквадратичное отклонение
$\boldsymbol{\omega}$	вектор угловой скорости
$\boldsymbol{\omega}^{orb}$	вектор орбитальной угловой скорости
$\bar{\boldsymbol{\omega}}$	расширение вектора угловой скорости

$\tilde{\omega}_n$	круговая частота n -го упругого тона
ω_0, ω_f	начальный и конечный векторы угловых скоростей
Φ	функционал
φ_i	базисные полиномы Лагранжа
Q_M	массовый расход топлива
h_i	столбец коэффициентов для расчёта расхода топлива
w_i^L	весовые коэффициенты Лобатто
w_i^R	весовые коэффициенты Радау
\mathbf{x}	вектор состояния
LGL	Legendre-Gauss-Lobatto, Лежандр-Гаусс-Лобатто
LGR	Legendre-Gauss-Radau, Лежандр-Гаусс-Радау
TEA	torque equilibrium attitude, ориентация с равновесными возмущающими моментами сил
ZPM	zero propellant maneuver, манёвр без расхода топлива
АС	американский сегмент
ДО	двигатель ориентации
ИСК	инерциальная система координат
КА	космический аппарат
МКС	Международная космическая станция
НКО	наземный комплекс обработки
НЛП	нелинейное программирование
ОСК	орбитальная система координат
ПО	программное обеспечение
РС	российский сегмент
СМ	служебный модуль
СБ	солнечная батарея
СО1	стыковочный отсек «Пирс»
ССК	связанная система координат
СУДН	система управления движением и навигацией
ТМИ	телеметрическая информация
ТГК	транспортный грузовой корабль

Список литературы

1. *Бранец В. Н.* Применение кватернионов в задачах ориентации твёрдого тела / В. Н. Бранец, И. П. Шмыглевский. — М. : Наука, 1973. — 320 с.
2. *Алексеев К. Б.* Управление космическими летательными аппаратами / К. Б. Алексеев, Г. Г. Бебенин. — М. : Машиностр., 1974. — 343 с.
3. *Hall R. A.* Fuel-optimal rotations of the space station Mir / R. A. Hall, Y. V. Kaznacheev // AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference. — 1996.
4. *Бранец В. Н.* Оптимальный разворот твёрдого тела с одной осью симметрии / В. Н. Бранец, М. Б. Черток, А. В. Казначеев // Космические исследования. — 1984. — Т. 22, № 3. — С. 352—360.
5. *Kranton J.* Minimum-time attitude maneuvers with control moment gyroscopes / J. Kranton // AIAA Journal. — 1970. — Vol. 8, no. 8. — P. 1523—1525.
6. *Li F.* Numerical approach for solving rigid spacecraft minimum time attitude maneuvers / F. Li, P. M. Bainum // Journal of Guidance, Control and Dynamics. — 1990. — Vol. 13, no. 5. — P. 38—45.
7. *Scrivener S. L.* Survey of time-optimal attitude maneuvers / S. L. Scrivener, R. C. Thompson // Journal of Guidance, Control and Dynamics. — 1994. — Vol. 17, no. 2. — P. 225—233.
8. *Сапунков Я. Г.* Алгоритм оптимального по энергии разворота космического аппарата при произвольных граничных условиях / Я. Г. Сапунков, А. В. Молоденков // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2015. — Т. 16, № 8. — С. 536—544.
9. *Левский М. В.* Оптимальное управление ориентацией космического аппарата с учётом энергии вращения / М. В. Левский // Прикладная математика и механика. — 2018. — Т. 82, № 6. — С. 690—705.
10. *Левский М. В.* Об одном методе решения задач оптимального управления пространственной ориентацией космического аппарата / М. В. Левский // Проблемы нелинейного анализа в инженерных системах. — 2015. — Т. 21, 2 (44). — С. 45—60.

11. *Левский М. В.* О задачах управления пространственной ориентацией космического аппарата / М. В. Левский // Проблемы нелинейного анализа в инженерных системах. — 2016. — Т. 22, 1 (45). — С. 1—11.
12. *Левский М. В.* Управление пространственным разворотом космического аппарата с минимальным значением функционала пути / М. В. Левский // Космические исследования. — 2007. — Т. 45, № 3. — С. 250—263.
13. *Левский М. В.* Ограниченное квадратично оптимальное управление разворотом космического аппарата за фиксированное время / М. В. Левский // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2019. — № 1. — С. 131—152.
14. *Левский М. В.* Аналитическое решение задачи оптимального управления переориентацией твёрдого тела (космического аппарата) с использованием кватернионов / М. В. Левский // Известия РАН. Механика твёрдого тела. — 2019. — № 5. — С. 3—26.
15. *Левский М. В.* Применение принципа максимума Л. С. Понтрягина к задачам оптимального управления ориентацией космического аппарата / М. В. Левский // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2008. — № 6. — С. 144—157.
16. *Liu S.* Fuel/time optimal control of spacecraft maneuvers / S. Liu, T. Singh // J. Guidance. — 1996. — Vol. 20, no. 2. — P. 394—397.
17. *Shen H.* Time-optimal control of axi-symmetric rigid spacecraft with two controls / H. Shen, P. Tsiotras // Journal of Guidance, Control and Dynamics. — 1999. — Vol. 22, no. 5. — P. 682—694.
18. Zero-propellant maneuver guidance / N. Bedrossian, S. Bhatt, W. Kang, M. Ross I. // IEEE Control Systems Magazine. — 2009. — Vol. 29, no. 5. — P. 53—73.
19. *Bhatt S.* Optimal propellant maneuver flight demonstrations on ISS / S. Bhatt, N. Bedrossian, L. Nguyen // AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference. — 2013.
20. *Ермошина О. В.* Синтез программных управлений ориентацией космического аппарата методом обратной задачи динамики / О. В. Ермошина, А. П. Крищенко // Изв. РАН ТИСУ. — 2000. — № 2. — С. 155—162.

21. *Велицанский М. А.* Синтез алгоритмов переориентации космического аппарата на основе концепции обратной задачи динамики / М. А. Велицанский, А. П. Крищенко, С. Б. Ткачев // Изв. РАН ТИСУ. — 2003. — № 5. — С. 156—163.
22. Оптимальное управление орбитальной ориентацией космического аппарата на основе алгоритма с прогнозируемой моделью / Е. А. Микрин, Н. Е. Зубов, С. С. Негодяев, А. В. Богачев // Труды МФТИ. — 2010. — Т. 2, № 3. — С. 189—195.
23. *Петрищев В. Ф.* Оптимизация пространственных поворотов малого космического аппарата «Аист-2» на основе принципа минимума управления / В. Ф. Петрищев, М. Г. Шипов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. — 2015. — Т. 14, № 4. — С. 72—79.
24. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. — М. : Наука., 1983. — 393 с.
25. *Амелькин Н. И.* Динамика твёрдого тела: учеб. пособие / Н. И. Амелькин. — 2-е изд. — М. : МФТИ, 2010. — 80 с.
26. Unexpected control structure interaction on International space station / S. F. Gomez, V. Platonov, A. Borisenko, [et al.] // Proceedings of the International Astronautical Congress. — 2017. — P. 5361—5375.
27. DIDO Optimal Control Toolbox / Elissar Global. — URL: <http://www.elissarglobal.com/industry/products/software-3/> (дата обр. 06.04.2020).
28. Оптимальный по расходу топлива алгоритм разворота МКС с помощью реактивных двигателей с учётом ограничений по нагрузкам на конструкцию / С. Н. Атрошенко, В. Н. Платонов, Ф. В. Губарев, А. А. Саратов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2017. — № 4. — С. 118—138.
29. *Moser J.* Discrete versions of some classical integrable systems and factorization of matrix polynomials / J. Moser, A. P. Veselov // Comm. Math. Phys. — 1991. — Vol. 139, no. 2. — P. 217—243.
30. *Celledoni E.* An introduction to Lie group integrators - basics, new developments and applications / E. Celledoni, H. Marthinsen, B. Owren // Journal of Computational Physics. — 2014. — Vol. 257—B. — P. 1040—1061.

31. МКС-Разворот / АО «ЦНИИмаш». — URL: https://tsniimash.ru/science/scientific-experiments-onboard-the-is-rs/cnts/experiments/mks_razvorot/ (дата обр. 02.02.2021).
32. *Fornberg B.* A practical guide to pseudospectral methods / B. Fornberg. — Cambridge : Cambridge University Press, 1996. — 231 p.
33. *Fahroo F.* Costate Estimation by a Legendre Pseudospectral Method / F. Fahroo, I. M. Ross // Journal of Guidance, Control and Dynamics. — 2001. — Vol. 24, no. 2. — P. 270–277.
34. *Fahroo F.* Pseudospectral Methods for Infinite-Horizon Optimal Control Problems / F. Fahroo, I. M. Ross // AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference. — 2005.
35. *Yan H.* Dynamics and real-time optimal control of satellite attitude and satellite formation systems : PhD thesis / Yan Hui. — Texas A & M University, 2006.
36. *Geiger B.* Unmanned aerial vehicle trajectory planning with direct methods : PhD thesis / Geiger Brian. — The Pennsylvania State University, 2013.
37. *Kim S. P.* Optimal trajectories for constrained station change in geo using a Legendre pseudospectral method : PhD thesis / Kim Seung Pil. — The Pennsylvania State University, 2012.
38. *Лицзе В.* Разработка баллистического обеспечения оперативного комбинированного выведения и поддержания солнечно-синхронной орбиты миниспутника : дис. ... канд. техн. наук: 05.07.09 / Лицзе Ван. — НИУ МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018.
39. *Лам Т. Т.* Системный анализ и оптимизация режимов полёта для управления летательный аппаратом : дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01 / Лам Танг Тхань. — МФТИ (ГУ), 2015.
40. *Гладких Б. А.* Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики. Ч. II. Нелинейное и динамическое программирование / Б. А. Гладких. — Томск : НТЛ, 2011. — 264 с.
41. Nonlinear Optimization: Lectures given at the C.I.M.E. Summer School held in Cetraro, Italy, July 1-7, 2007 / I. Bomze, G. Di Pillo, F. Schoen, [et al.]. — Springer Berlin Heidelberg, 2010. — (Lecture Notes in Mathematics).

42. *Борисенко Н. Ю.* Об ускоренном построении орбитальной ориентации грузовых и транспортных кораблей серий «Союз МС» и «Прогресс МС» // Н. Ю. Борисенко, А. В. Сумароков // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2017. — № 5. — С. 131—141.
43. *Васильев В. Н.* Системы ориентации космических аппаратов / В. Н. Васильев. — М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009. — 310 с.
44. Моделирование сил и моментов сил набегающего потока атмосферы в целях верификации динамических режимов системы управления движением и навигации МКС и синтеза оптимального управления / С. Н. Атрошенко, А. А. Прутько, А. Н. Крылов [и др.] // Космическая техника и технологии. — 2017. — № 4. — С. 72—88.
45. ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. — М. : «Издательство стандартов», 1981. — 52 с.
46. ГОСТ 25645.115-84. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. — М. : «Издательство стандартов», 1991. — 33 с.
47. *Жирнов А. В.* Алгоритм диагностики отказов двигателей ориентации МКС на основе самонастраивающейся бортовой модели динамики углового движения / А. В. Жирнов, С. Н. Тимаков // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2016. — № 4. — С. 98—114.
48. *Тимаков С. Н.* Алгоритм диагностики отказов двигателей ориентации МКС на основе самонастраивающейся бортовой модели динамики углового движения / С. Н. Тимаков, А. В. Жирнов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2016. — № 4. — С. 98—114.
49. *Тимаков С. Н.* Алгоритм активного демпфирования упругих колебаний конструкции Международной космической станции / С. Н. Тимаков, А. В. Жирнов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2013. — № 3. — С. 37—53.
50. *Прутько А. А.* О нагрузках на элементы конструкции многоцелевого лабораторного модуля на автономном участке полета / А. А. Прутько, А. В. Сумароков // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2017. — № 2. — С. 123—128.

51. *Прутько А. А.* Использование спектральных методов для анализа собственных частот колебаний конструкции МКС и амплитуды шумов измерителя угловой скорости / А. А. Прутько, А. В. Сумароков // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2018. — № 4. — С. 59–68.
52. MSC Nastran. Расчет и оптимизация конструкций / MSC Software. — URL: <http://www.mscsoftware.ru/products/msc-nastran> (дата обр. 06.04.2020).
53. *Галлагер Р.* Метод конечных элементов. Основы / Р. Галлагер ; под ред. Н. В. Баничука ; пер. В. М. Картвелишвили. — М. : Мир, 1984. — 428 с.
54. *Тимаков С. Н.* Метод последовательного замыкания мод движения для многомерных, многосвязных динамических систем / С. Н. Тимаков, К. А. Богданов, С. Е. Нефёдов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2014. — № 5. — С. 40–59.
55. *Богданов К. А.* Задача поиска и поддержания положения динамического равновесия Международной космической станции / К. А. Богданов, С. Н. Тимаков // Труды ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления. — 2018. — № 2. — С. 16–17.
56. An Overview of Three Pseudospectral Methods for the Numerical Solution of Optimal Control Problems / D. Garg, M. A. Patterson, W. W. Hager, [et al.] // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. — 2009.
57. *Бейтмен Г.* Высшие трансцендентные функции. Т. 1 / Г. Бейтмен, А. Эрдейи ; пер. Н. Я. Виленкина. — 2-е. — М. : Наука, 1973. — 296 с.
58. *Shen J.* Spectral Methods: Algorithms, Analysis and Applications / J. Shen, T. Tang, L. Wang. — Springer Berlin Heidelberg, 2011. — (Springer Series in Computational Mathematics).
59. *Boyd J. P.* Chebyshev and Fourier Spectral Methods / J. P. Boyd. — 2nd ed. — Mineola, NY : Dover, 2001. — 665 p.
60. *Самарский А. А.* Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. — М. : Наука, 1989. — 432 с.
61. *Yakimiw E.* Accurate Computation of Weights in Classical Gauss–Christoffel Quadrature Rules / E. Yakimiw // Journal of Computational Physics. — 1996. — Vol. 129, no. 2. — P. 406–430.

62. *Liao Y.* Indirect Radau pseudospectral method for the receding horizon control problem / Y. Liao, H. Li, W. Bao // Chinese Journal of Aeronautics. — 2016. — Vol. 29, no. 1. — P. 215–227.
63. Использование псевдоспектрального метода для поиска траекторий оптимальных по расходу топлива разворотов Международной космической станции / А. А. Прутько, С. Н. Атрошенко, А. В. Богачев, А. Е. Старченко // Космическая техника и технологии. — 2019. — № 4. — С. 121–133.
64. *Prut'ko A. A.* Optimal control of large space construction maneuvers / A. A. Prut'ko, S. N. Atroshenkov // 2018 25th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS). — 2018. — P. 1–4.
65. *Prut'ko A. A.* Search for optimal propellant cyclograms of jet engines firing for large-sized spacecraft reorientations / A. A. Prut'ko // 2021 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS). — 2021. — P. 1–3.
66. Find minimum of constrained nonlinear multivariable function / MathWorks. — URL: <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html> (дата обр. 23.08.2018).
67. *Микрин Е. А.* Бортовые комплексы управления космических аппаратов / Е. А. Микрин. — М. : Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. — 245 с.
68. *Атрошенко С. Н.* Учёт влияния набегающего потока атмосферы для КА с изменяемой геометрией с разнонаправленными осями вращения подвижных элементов / С. Н. Атрошенко, А. А. Прутько // Труды LI чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э. Циолковского / под ред. В. А. Алтунина, В. А. Балашова. — г. Калуга : Изд-во Казан. ун-та, 2017. — С. 112–122.
69. *Прутько А. А.* Использование псевдоспектрального метода Лобатто для решения задачи оптимального по расходу топлива маневра орбитальной станции / А. А. Прутько // Тезисы докладов XXI научно-технической конференции молодых ученых и специалистов. Том 1. — г. Королев : Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва, 2017. — С. 23–24.

70. *Прутько А. А.* Оптимальное управление разворотами больших космических конструкций / А. А. Прутько, С. Н. Атрошенко // Юбилейная XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам / под ред. В. Г. Пешехонова. — г. Санкт-Петербург : АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. — С. 345—348.
71. *Прутько А. А.* Об использовании псевдоспектральных методов для решения задачи маневра орбитальной станции оптимального по расходу топлива / А. А. Прутько // Актуальные проблемы космонавтики: XLII Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства. — г. Москва : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018. — С. 314—315.
72. *Прутько А. А.* Поиск оптимальных по расходу топлива траекторий управления ориентацией крупногабаритной пилотируемой станции / А. А. Прутько // Сборник материалов всероссийской молодёжной научно-практической конференции «Орбита молодёжи-2018». — г. Красноярск : СибГУ им. академика М.Ф. Решетнева, 2018. — С. 116—118.
73. *Прутько А. А.* Результаты проведения маневров крупногабаритной орбитальной станции по траекториям, оптимизирующим расход топлива / А. А. Прутько // Сборник материалов всероссийской молодёжной научно-практической конференции «Орбита молодёжи-2019». — г. Санкт-Петербург : Балтийский государственный технический университет «Военмех», 2019. — С. 130—132.
74. *Прутько А. А.* Об определении величин нагрузок на элементы конструкции Многоцелевого лабораторного модуля на автономном участке полёта / А. А. Прутько, А. В. Сумароков // Труды LI чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э. Циолковского / под ред. В. А. Алтунина, В. А. Балашова. — г. Калуга : Изд-во Казан. ун-та, 2017. — С. 106—111.
75. *Прутько А. А.* Разработка модели нагрузок на элементы Многоцелевого лабораторного модуля на автономном участке полёта / А. А. Прутько, А. В. Сумароков // Материалы XVIII конференции молодых ученых с международным участием. — г. Санкт-Петербург : АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. — С. 516—522.

76. *Прутько А. А.* Использование спектральных методов для анализа собственных частот колебаний конструкции Международной космической станции и амплитуды шумов измерителя угловой скорости / А. А. Прутько, А. В. Сумароков // Материалы XIX конференции молодых ученых с международным участием. — г. Санкт-Петербург : АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. — С. 38—40.
77. *Прутько А. А.* Разработка алгоритмов, оптимизирующих расход топлива, при разворотах больших космических конструкций / А. А. Прутько // Материалы XX конференции молодых ученых с международным участием / под ред. О. А. Степанова, В. Г. Пешехонова. — г. Санкт-Петербург : АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. — С. 211—213.
78. *Прутько А. А.* Результаты проведения оптимального по расходу топлива разворота крупногабаритной орбитальной станции / А. А. Прутько, С. Н. Атрошенко // Материалы XXI конференции молодых ученых с международным участием / под ред. В. Пешехонова. — г. Санкт-Петербург : АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. — С. 107—108.
79. *Прутько А. А.* Исследование нагрузок на элементы конструкции Многоцелевого лабораторного модуля на автономном участке полета / А. А. Прутько, А. В. Сумароков // Аэрофизика и космические исследования: труды 59-й научной конференции МФТИ, 21-26 ноября 2016 года. — М. : МФТИ, 2016.
80. *Прутько А. А.* Решение задачи оптимального по расходу топлива маневра орбитальной пилотируемой станции псевдоспектральным методом Лобатто / А. А. Прутько // Труды 60-й Всероссийской научной конференции МФТИ. 20–26 ноября 2017 г. Аэрокосмические технологии. — М. : МФТИ, 2017. — С. 102—103.
81. *Прутько А. А.* Использование циклограмм включений двигателей для оптимальной по расходу топлива переориентации крупногабаритной орбитальной станции / А. А. Прутько // «Орбита молодежи» и перспектива развития российской космонавтики : материалы VI Всерос. молодежной науч.-практ. конф. — г. Пермь : Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2020. — С. 162—164.

Список рисунков

1.1	Орбитальная система координат	17
1.2	Связанная система координат	17
1.3	Поворотные элементы конструкции АС МКС	20
1.4	Вектора набегающего потока и направления на Солнце	21
1.5	Параметры для расчёта аэродинамических моментов сил	23
1.6	Расположение двигателей ориентации МКС	24
2.1	Расположение 11 точек Лежандра-Гаусса-Лобатто	34
2.2	Феномен Рунге	35
2.3	Расположение 10 точек Лежандра-Гаусса-Радау	38
2.4	Феномен Гиббса	44
3.1	График оценки расхода топлива от длительности манёвра	49
3.2	Траектории манёвров при различных длительностях проведения . .	50
3.3	Сравнение траекторий с учётом и без учёта гравитационного момента сил	52
3.4	Аэродинамические моменты сил	53
3.5	Прямой разворот. Варианты 1а и 1б. Полученные траектории и траектория АС	57
3.6	Прямой разворот. Варианты 1а и 1б. Графики функций управления	58
3.7	Прямой разворот. Варианты 2а и 2б. Полученные траектории и траектория АС	59
3.8	Прямой разворот. Варианты 2а и 2б. Графики функций управления	60
3.9	Обратный разворот. Варианты 1а и 1б. Полученные траектории и траектория АС	61
3.10	Обратный разворот. Варианты 1а и 1б. Графики функций управления	62
3.11	Обратный разворот. Варианты 2а и 2б. Полученные траектории и траектория АС	63
3.12	Обратный разворот. Варианты 2а и 2б. Графики функций управления	64
3.13	Гистограммы распределения расхода топлива и количества включений ДО для прямых разворотов	71

3.14	Гистограммы распределения расхода топлива и количества включений ДО для обратных разворотов	71
3.15	Графики рассеяния расхода топлива и количества включений двигателей от ошибок начальных ориентации, угловой скорости, тяг ДО, аэродин. момента сил для прямых разворотов	72
3.16	Графики рассеяния расхода топлива и количества включений двигателей от ошибок начальных ориентации, угловой скорости, тяг ДО, аэродин. момента сил для обратных разворотов	73
3.17	Графики рассеяния расхода топлива и количества включений двигателей от ошибок осевых моментов инерции для прямых разворотов	74
3.18	Графики рассеяния расхода топлива и количества включений двигателей от ошибок осевых моментов инерции для обратных разворотов	74
3.19	Испытание прямого «импульсного» разворота на НКО. Сравнение с требуемой траекторией разворота	75
3.20	Испытание прямого «импульсного» разворота на НКО. Циклограмма работы ДО	76
3.21	Испытание обратного «импульсного» разворота на НКО. Сравнение с требуемой траекторией разворота	77
3.22	Испытание обратного «импульсного» разворота на НКО. Циклограмма работы ДО	78
3.23	Испытание «импульсных» разворотов на НКО. Графики расхода топлива	79
3.24	Результаты моделирования нагрузок на элементы конструкции МКС	82
3.25	Анализ статистического моделирования при управлении по циклограмме включений ДО для прямого разворота	83
3.26	Анализ статистического моделирования при управлении по циклограмме включений ДО для обратного разворота	84
3.27	Испытание прямого разворота. Сравнение с требуемой траекторией разворота	87
3.28	Испытание прямого разворота. Циклограмма работы ДО	88
3.29	Испытание обратного разворота. Сравнение с требуемой траекторией разворота	89
3.30	Испытание обратного разворота. Циклограмма работы ДО	90

3.31	Испытания разворотов. Графики расхода топлива	91
3.32	Испытание разворота без использования двигателей ТК «Прогресс». Сравнение с требуемой траекторией разворота	93
3.33	Испытание разворота без использования двигателей ТК «Прогресс». Циклограмма работы ДО	94
3.34	Испытание разворота без использования двигателей ТК «Прогресс». График расхода топлива	95

Список таблиц

1	Выбор количества точек для «импульсных» траекторий	56
2	Результаты верификации на НКО	66
3	Погрешности варьируемых параметров	67
4	Сводная информация по расходу топлива и количеству включений двигателей по результатам статистического моделирования «гладких» траекторий	68
5	Сводная информация по расходу топлива и количеству включений двигателей по результатам статистического моделирования «импульсных» траекторий	69
6	Циклограмма включений двигателей для прямого разворота	80
7	Циклограмма включений двигателей для обратного разворота	81
8	Результаты оптимальных разворотов при управлении по циклограмме включений двигателей	81
9	Сводная информация по расходу топлива и количеству включений двигателей для разворотов 28 и 29 декабря 2018 г.	91
10	Сводная информация по количеству включений двигателей по каждому из каналов управления для разворотов 28 и 29 декабря 2018 г.	91
11	Сводная информация по расходу топлива и количеству включений двигателей для разворота 5 апреля 2019 г.	95
12	Сводная информация по количеству включений двигателей по каждому из каналов управления для разворота 5 апреля 2019 г.	95
13	Расчётная траектория прямого разворота. Вариант 1а	118
14	Расчётная траектория прямого разворота. Вариант 2а	120
15	Расчётная траектория обратного разворота. Вариант 1а	123
16	Расчётная траектория обратного разворота. Вариант 2а	126
17	Расчётная траектория обратного разворота. Вариант без использования двигателей ТГК «Прогресс»	129
18	Расчётная траектория прямого разворота. Вариант 1б	131
19	Расчётная траектория прямого разворота. Вариант 2б	135
20	Расчётная траектория обратного разворота. Вариант 1б	138

21	Расчётная траектория обратного разворота. Вариант 2б	142
22	Вектор управления прямого разворота. Вариант 2б	145
23	Вектор управления обратного разворота. Вариант 2б	149

Приложение А

Данные по траекториям оптимальных разворотов

Таблица 13 — Расчётная траектория прямого разворота. Вариант 1а

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
0.00	0.034833	-0.010678	-0.999320	-0.005739
3.05	0.034832	-0.010678	-0.999320	-0.005740
10.23	0.034825	-0.010670	-0.999320	-0.005749
21.49	0.034798	-0.010642	-0.999321	-0.005781
36.83	0.034733	-0.010574	-0.999323	-0.005863
56.22	0.034610	-0.010438	-0.999328	-0.006027
79.62	0.034406	-0.010203	-0.999336	-0.006315
107.01	0.034101	-0.009833	-0.999347	-0.006776
138.33	0.033685	-0.009290	-0.999361	-0.007465
173.55	0.033156	-0.008536	-0.999378	-0.008442
212.61	0.032528	-0.007531	-0.999395	-0.009773
255.46	0.031829	-0.006232	-0.999407	-0.011528
302.01	0.031111	-0.004596	-0.999411	-0.013773
352.21	0.030448	-0.002580	-0.999396	-0.016579
405.98	0.029936	-0.000142	-0.999352	-0.020011
463.23	0.029701	0.002761	-0.999264	-0.024132
523.88	0.029894	0.006181	-0.999113	-0.028999
587.84	0.030690	0.010169	-0.998876	-0.034667
655.01	0.032288	0.014782	-0.998521	-0.041180
725.28	0.034909	0.020086	-0.998008	-0.048577
798.56	0.038791	0.026161	-0.997284	-0.056888
874.72	0.044196	0.033091	-0.996282	-0.066139
953.65	0.051391	0.040979	-0.994913	-0.076344
1035.24	0.060653	0.049927	-0.993062	-0.087505
1119.35	0.072259	0.060039	-0.990582	-0.099617
1205.86	0.086478	0.071443	-0.987282	-0.112669

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
1294.64	0.103572	0.084226	-0.982927	-0.126636
1385.55	0.123776	0.098471	-0.977227	-0.141466
1478.46	0.147289	0.114226	-0.969839	-0.157082
1573.22	0.174258	0.131463	-0.960363	-0.173374
1669.68	0.204768	0.150083	-0.948355	-0.190188
1767.71	0.238810	0.169859	-0.933352	-0.207306
1867.15	0.276276	0.190455	-0.914892	-0.224446
1967.86	0.316945	0.211381	-0.892564	-0.241240
2069.66	0.360471	0.232019	-0.866058	-0.257246
2172.43	0.406398	0.251653	-0.835200	-0.271951
2275.98	0.454167	0.269499	-0.800005	-0.284778
2380.18	0.503140	0.284775	-0.760689	-0.295146
2484.85	0.552616	0.296780	-0.717661	-0.302497
2589.85	0.601859	0.304980	-0.671502	-0.306336
2695.00	0.650121	0.309079	-0.622898	-0.306293
2800.15	0.696644	0.309023	-0.572601	-0.302200
2905.15	0.740707	0.304951	-0.521392	-0.294130
3009.82	0.781658	0.297213	-0.470039	-0.282388
3114.02	0.818963	0.286297	-0.419287	-0.267465
3217.57	0.852238	0.272785	-0.369829	-0.250019
3320.34	0.881284	0.257297	-0.322300	-0.230788
3422.14	0.906098	0.240434	-0.277243	-0.210520
3522.85	0.926845	0.222743	-0.235102	-0.189934
3622.29	0.943835	0.204699	-0.196205	-0.169648
3720.32	0.957478	0.186688	-0.160773	-0.150132
3816.78	0.968227	0.169012	-0.128908	-0.131748
3911.54	0.976547	0.151904	-0.100620	-0.114721
4004.45	0.982879	0.135527	-0.075830	-0.099163
4095.36	0.987625	0.119995	-0.054399	-0.085095
4184.14	0.991130	0.105387	-0.036129	-0.072475
4270.65	0.993681	0.091751	-0.020789	-0.061235

продолжение следует

(окончание)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
4354.76	0.995514	0.079110	-0.008122	-0.051279
4436.35	0.996813	0.067483	0.002144	-0.042505
4515.28	0.997722	0.056870	0.010286	-0.034808
4591.44	0.998351	0.047259	0.016573	-0.028072
4664.72	0.998781	0.038629	0.021274	-0.022197
4734.99	0.999071	0.030954	0.024644	-0.017090
4802.16	0.999265	0.024197	0.026917	-0.012670
4866.12	0.999392	0.018316	0.028318	-0.008864
4926.77	0.999475	0.013262	0.029042	-0.005610
4984.02	0.999527	0.008980	0.029270	-0.002851
5037.79	0.999560	0.005410	0.029153	-0.000538
5087.99	0.999581	0.002486	0.028820	0.001372
5134.54	0.999593	0.000143	0.028374	0.002922
5177.39	0.999601	-0.001689	0.027895	0.004156
5216.45	0.999606	-0.003082	0.027438	0.005110
5251.67	0.999609	-0.004107	0.027040	0.005824
5282.99	0.999611	-0.004829	0.026718	0.006337
5310.38	0.999613	-0.005314	0.026479	0.006686
5333.78	0.999614	-0.005618	0.026315	0.006909
5353.17	0.999615	-0.005791	0.026215	0.007038
5368.51	0.999615	-0.005878	0.026162	0.007103
5379.77	0.999615	-0.005913	0.026140	0.007130
5386.95	0.999615	-0.005923	0.026134	0.007138
5390.00	0.999615	-0.005924	0.026133	0.007139

Таблица 14 — Расчётная траектория прямого разворота. Вариант 2а

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
0.00	0.034833	-0.01068	-0.99932	-0.00574
3.05	0.034832	-0.01068	-0.99932	-0.00574
10.23	0.034826	-0.01066	-0.99932	-0.00574

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
21.49	0.034802	-0.01062	-0.99932	-0.00575
36.83	0.034742	-0.0105	-0.99932	-0.00578
56.22	0.034624	-0.01028	-0.99933	-0.00583
79.62	0.03442	-0.00988	-0.99934	-0.00593
107.01	0.034101	-0.00926	-0.99936	-0.0061
138.33	0.033634	-0.00834	-0.99938	-0.00636
173.55	0.032989	-0.00706	-0.99941	-0.00676
212.61	0.03214	-0.00534	-0.99944	-0.00733
255.46	0.031063	-0.00311	-0.99948	-0.00812
302.01	0.029745	-0.00029	-0.99952	-0.00921
352.21	0.028183	0.0032	-0.99954	-0.01066
405.98	0.026385	0.00745	-0.99955	-0.01255
463.23	0.02438	0.012551	-0.99951	-0.01499
523.88	0.022211	0.01861	-0.99942	-0.01807
587.84	0.019948	0.025749	-0.99923	-0.02193
655.01	0.017684	0.034112	-0.9989	-0.02669
725.28	0.015538	0.043868	-0.99839	-0.03252
798.56	0.013663	0.05522	-0.9976	-0.03959
874.72	0.012242	0.068411	-0.99642	-0.04809
953.65	0.011492	0.083725	-0.99472	-0.05824
1035.24	0.011663	0.101498	-0.99228	-0.07028
1119.35	0.013039	0.122105	-0.98883	-0.08447
1205.86	0.01593	0.145962	-0.98398	-0.10111
1294.64	0.020666	0.173494	-0.97722	-0.1205
1385.55	0.027583	0.205093	-0.96785	-0.14296
1478.46	0.037	0.241046	-0.95501	-0.16877
1573.22	0.04919	0.281422	-0.93761	-0.19815
1669.68	0.064338	0.325926	-0.91444	-0.23116
1767.71	0.08251	0.373737	-0.88424	-0.26765
1867.15	0.103622	0.423377	-0.84597	-0.30715
1967.86	0.127458	0.472692	-0.79916	-0.34879

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
2069.66	0.153741	0.519029	-0.74418	-0.39137
2172.43	0.18227	0.559615	-0.68247	-0.43342
2275.98	0.21307	0.59205	-0.6164	-0.47343
2380.18	0.246492	0.614718	-0.54887	-0.51001
2484.85	0.283213	0.626947	-0.4827	-0.54196
2589.85	0.324097	0.628889	-0.42015	-0.56827
2695.00	0.369969	0.621241	-0.36259	-0.58797
2800.15	0.421326	0.604941	-0.31053	-0.60009
2905.15	0.47806	0.580971	-0.26377	-0.60362
3009.82	0.539243	0.550298	-0.2217	-0.5977
3114.02	0.60306	0.513931	-0.18353	-0.58181
3217.57	0.666971	0.473045	-0.14862	-0.55614
3320.34	0.728115	0.429049	-0.11655	-0.52171
3422.14	0.783871	0.383559	-0.08721	-0.48044
3522.85	0.832371	0.338236	-0.06072	-0.43482
3622.29	0.872751	0.294576	-0.03728	-0.38748
3720.32	0.905108	0.253723	-0.01706	-0.34075
3816.78	0.930221	0.216401	-0.00011	-0.29641
3911.54	0.949223	0.182956	0.013665	-0.25557
4004.45	0.963324	0.153427	0.024477	-0.21879
4095.36	0.973642	0.12765	0.03262	-0.18618
4184.14	0.981117	0.105344	0.038435	-0.15759
4270.65	0.986496	0.086178	0.042275	-0.13271
4354.76	0.990351	0.069808	0.044487	-0.11115
4436.35	0.993104	0.055905	0.045394	-0.09251
4515.28	0.995067	0.044162	0.04529	-0.07642
4591.44	0.996462	0.034303	0.044436	-0.06255
4664.72	0.99745	0.026079	0.043056	-0.05059
4734.99	0.998146	0.019267	0.04134	-0.04031
4802.16	0.998632	0.013672	0.039446	-0.03149
4866.12	0.998968	0.009118	0.0375	-0.02395

продолжение следует

(окончание)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
4926.77	0.999197	0.00545	0.0356	-0.01754
4984.02	0.999351	0.002531	0.033819	-0.01214
5037.79	0.999452	0.00024	0.032206	-0.00764
5087.99	0.999517	-0.00153	0.030794	-0.00393
5134.54	0.999557	-0.00287	0.029596	-0.00093
5177.39	0.999582	-0.00387	0.028613	0.001441
5216.45	0.999597	-0.00459	0.027834	0.003272
5251.67	0.999605	-0.0051	0.027241	0.004639
5282.99	0.99961	-0.00544	0.02681	0.005618
5310.38	0.999613	-0.00566	0.026515	0.006284
5333.78	0.999614	-0.0058	0.026326	0.006707
5353.17	0.999615	-0.00587	0.026217	0.006951
5368.51	0.999615	-0.00591	0.026162	0.007074
5379.77	0.999615	-0.00592	0.02614	0.007124
5386.95	0.999615	-0.00592	0.026134	0.007137
5390.00	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007139

Таблица 15 — Расчётная траектория обратного разворота. Вариант 1а

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
0.00	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007139
3.05	0.999615	-0.00592	0.026134	0.007139
10.23	0.999615	-0.00593	0.026138	0.007143
21.49	0.999614	-0.00596	0.026156	0.007159
36.83	0.999613	-0.00603	0.026198	0.007199
56.22	0.999609	-0.00616	0.026277	0.007278
79.62	0.999603	-0.0064	0.026405	0.007415
107.01	0.999594	-0.00679	0.026591	0.00763
138.33	0.999581	-0.00737	0.026834	0.007947
173.55	0.999563	-0.00821	0.027125	0.008391
212.61	0.999539	-0.00936	0.027442	0.008987

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
255.46	0.999508	-0.01089	0.027744	0.009763
302.01	0.999468	-0.01287	0.027972	0.01075
352.21	0.999417	-0.01536	0.028047	0.011978
405.98	0.999351	-0.01844	0.027866	0.013482
463.23	0.999264	-0.02217	0.027302	0.015301
523.88	0.99915	-0.0266	0.026206	0.017477
587.84	0.998995	-0.0318	0.024405	0.020061
655.01	0.998782	-0.03781	0.021705	0.023107
725.28	0.998486	-0.04466	0.01789	0.026677
798.56	0.998069	-0.0524	0.012733	0.03084
874.72	0.997481	-0.06103	0.005988	0.035673
953.65	0.996651	-0.07056	-0.00259	0.041257
1035.24	0.995486	-0.08098	-0.01327	0.047677
1119.35	0.993863	-0.09229	-0.02631	0.055017
1205.86	0.991625	-0.10444	-0.04194	0.063349
1294.64	0.988575	-0.11738	-0.06041	0.072743
1385.55	0.984472	-0.13104	-0.08193	0.083251
1478.46	0.979028	-0.14532	-0.10667	0.094897
1573.22	0.971913	-0.1601	-0.13477	0.107659
1669.68	0.962759	-0.17519	-0.16628	0.121461
1767.71	0.951172	-0.1904	-0.2012	0.136156
1867.15	0.936755	-0.20546	-0.23942	0.151513
1967.86	0.919133	-0.22005	-0.28073	0.167215
2069.66	0.897987	-0.23383	-0.32482	0.182856
2172.43	0.873084	-0.24637	-0.37126	0.19796
2275.98	0.844316	-0.25726	-0.41953	0.212002
2380.18	0.811712	-0.26606	-0.469	0.224445
2484.85	0.775458	-0.27238	-0.51899	0.234788
2589.85	0.735885	-0.27586	-0.56879	0.242602
2695.00	0.693469	-0.27627	-0.61764	0.247582
2800.15	0.648795	-0.27347	-0.66483	0.249573

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
2905.15	0.602514	-0.2675	-0.70967	0.248566
3009.82	0.555316	-0.25856	-0.7516	0.244688
3114.02	0.507906	-0.247	-0.79012	0.238182
3217.57	0.460978	-0.23329	-0.8249	0.229382
3320.34	0.415186	-0.21794	-0.85575	0.218675
3422.14	0.371119	-0.20153	-0.88262	0.206475
3522.85	0.329286	-0.1846	-0.90564	0.193183
3622.29	0.290094	-0.16763	-0.92501	0.179179
3720.32	0.253843	-0.15105	-0.94106	0.164798
3816.78	0.22073	-0.13519	-0.95415	0.150329
3911.54	0.190849	-0.12027	-0.96468	0.136013
4004.45	0.16421	-0.10645	-0.97304	0.122043
4095.36	0.140745	-0.0938	-0.97959	0.108575
4184.14	0.120329	-0.08236	-0.98467	0.095726
4270.65	0.102789	-0.0721	-0.98856	0.083588
4354.76	0.087923	-0.06297	-0.99151	0.072226
4436.35	0.075504	-0.05488	-0.99372	0.061687
4515.28	0.065291	-0.04778	-0.99536	0.052
4591.44	0.057038	-0.04157	-0.99657	0.043182
4664.72	0.050501	-0.03618	-0.99745	0.035233
4734.99	0.04544	-0.03152	-0.99807	0.028145
4802.16	0.041628	-0.02753	-0.99851	0.021897
4866.12	0.03885	-0.02414	-0.99882	0.016458
4926.77	0.036907	-0.02128	-0.99902	0.011788
4984.02	0.035623	-0.01889	-0.99916	0.007839
5037.79	0.034839	-0.01692	-0.99924	0.004555
5087.99	0.03442	-0.01531	-0.99929	0.001875
5134.54	0.034251	-0.01403	-0.99931	-0.00026
5177.39	0.034242	-0.01303	-0.99933	-0.00193
5216.45	0.034323	-0.01226	-0.99933	-0.0032
5251.67	0.03444	-0.01169	-0.99933	-0.00412

продолжение следует

(окончание)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
5282.99	0.034561	-0.01129	-0.99933	-0.00477
5310.38	0.034664	-0.01102	-0.99932	-0.0052
5333.78	0.034741	-0.01085	-0.99932	-0.00547
5353.17	0.03479	-0.01075	-0.99932	-0.00562
5368.51	0.034818	-0.0107	-0.99932	-0.0057
5379.77	0.034829	-0.01068	-0.99932	-0.00573
5386.95	0.034833	-0.01068	-0.99932	-0.00574
5390.00	0.034833	-0.01068	-0.99932	-0.00574

Таблица 16 — Расчётная траектория обратного разворота. Вариант 2а

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
0.00	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007139
3.05	0.999615	-0.00592	0.026134	0.00714
10.23	0.999615	-0.00592	0.026143	0.007151
21.49	0.999614	-0.00593	0.026175	0.007192
36.83	0.999611	-0.00594	0.026253	0.007294
56.22	0.999605	-0.00597	0.02641	0.007495
79.62	0.999595	-0.00603	0.02668	0.007844
107.01	0.999579	-0.00613	0.027104	0.008392
138.33	0.999553	-0.0063	0.027723	0.009197
173.55	0.999517	-0.00657	0.028578	0.010316
212.61	0.999464	-0.00699	0.029705	0.011812
255.46	0.999392	-0.0076	0.031134	0.013747
302.01	0.999292	-0.00848	0.032887	0.016183
352.21	0.999157	-0.00969	0.034971	0.019189
405.98	0.998976	-0.01134	0.03738	0.022836
463.23	0.998734	-0.01351	0.040088	0.027201
523.88	0.998415	-0.01634	0.043045	0.032374
587.84	0.997993	-0.01994	0.04618	0.038459
655.01	0.997439	-0.02447	0.049394	0.045581

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
725.28	0.996708	-0.0301	0.052557	0.053887
798.56	0.995746	-0.03701	0.055508	0.063559
874.72	0.994471	-0.04539	0.058051	0.074811
953.65	0.992774	-0.05548	0.059957	0.087904
1035.24	0.990498	-0.06753	0.060959	0.103139
1119.35	0.987424	-0.08182	0.060754	0.120865
1205.86	0.983247	-0.09864	0.059005	0.141471
1294.64	0.977543	-0.11832	0.055346	0.165365
1385.55	0.969739	-0.14121	0.049388	0.192944
1478.46	0.959077	-0.16761	0.040736	0.224537
1573.22	0.9446	-0.1978	0.029014	0.260312
1669.68	0.925165	-0.23192	0.013896	0.300147
1767.71	0.899529	-0.2699	-0.00484	0.343482
1867.15	0.866531	-0.31133	-0.02729	0.389168
1967.86	0.82538	-0.35543	-0.05337	0.435399
2069.66	0.775999	-0.40096	-0.08283	0.479789
2172.43	0.7193	-0.44636	-0.11539	0.519664
2275.98	0.65723	-0.48993	-0.15082	0.55251
2380.18	0.592482	-0.53003	-0.18911	0.576425
2484.85	0.527976	-0.56525	-0.23058	0.590394
2589.85	0.466278	-0.59443	-0.27579	0.594288
2695.00	0.409186	-0.61657	-0.32543	0.588645
2800.15	0.357592	-0.63074	-0.37999	0.57437
2905.15	0.311566	-0.636	-0.43953	0.552489
3009.82	0.270595	-0.63151	-0.50336	0.524033
3114.02	0.233874	-0.61672	-0.56992	0.49005
3217.57	0.200584	-0.59173	-0.63687	0.451688
3320.34	0.170113	-0.55744	-0.70142	0.410276
3422.14	0.14215	-0.51569	-0.76088	0.36731
3522.85	0.116676	-0.46898	-0.81317	0.324339
3622.29	0.093853	-0.42004	-0.8572	0.282779

продолжение следует

(окончание)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
3720.32	0.073882	-0.37137	-0.89287	0.243742
3816.78	0.056896	-0.32493	-0.92083	0.20796
3911.54	0.042908	-0.28201	-0.94219	0.175797
4004.45	0.031803	-0.24327	-0.95818	0.147322
4095.36	0.023367	-0.20892	-0.96996	0.122404
4184.14	0.017314	-0.17883	-0.97855	0.100797
4270.65	0.013327	-0.15271	-0.98476	0.082202
4354.76	0.011078	-0.13015	-0.98921	0.066303
4436.35	0.010248	-0.11075	-0.99239	0.052795
4515.28	0.010537	-0.09409	-0.99465	0.041395
4591.44	0.011672	-0.07982	-0.99623	0.03184
4664.72	0.013413	-0.06762	-0.99733	0.023895
4734.99	0.015548	-0.0572	-0.99809	0.017346
4802.16	0.017901	-0.04833	-0.9986	0.012003
4866.12	0.020324	-0.04081	-0.99893	0.007692
4926.77	0.0227	-0.03447	-0.99914	0.004258
4984.02	0.024941	-0.02918	-0.99926	0.001563
5037.79	0.026981	-0.02479	-0.99933	-0.00052
5087.99	0.02878	-0.0212	-0.99936	-0.0021
5134.54	0.030316	-0.01832	-0.99937	-0.00327
5177.39	0.031585	-0.01606	-0.99936	-0.00412
5216.45	0.032596	-0.01432	-0.99935	-0.00471
5251.67	0.033371	-0.01302	-0.99935	-0.00512
5282.99	0.033936	-0.0121	-0.99934	-0.00539
5310.38	0.034326	-0.01148	-0.99933	-0.00555
5333.78	0.034575	-0.01108	-0.99932	-0.00565
5353.17	0.034721	-0.01085	-0.99932	-0.0057
5368.51	0.034794	-0.01074	-0.99932	-0.00573
5379.77	0.034824	-0.01069	-0.99932	-0.00574
5386.95	0.034832	-0.01068	-0.99932	-0.00574
5390.00	0.034833	-0.01068	-0.99932	-0.00574

Таблица 17 — Расчётная траектория обратного разворота. Вариант без использования двигателей ТГК «Прогресс»

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
0.00	0.999398	-0.007190	0.029930	0.015990
3.05	0.999398	-0.007190	0.029931	0.015991
10.23	0.999398	-0.007190	0.029941	0.016003
21.49	0.999396	-0.007192	0.029980	0.016049
36.83	0.999391	-0.007199	0.030075	0.016160
56.22	0.999382	-0.007215	0.030263	0.016380
79.62	0.999365	-0.007251	0.030588	0.016759
107.01	0.999339	-0.007322	0.031097	0.017353
138.33	0.999299	-0.007452	0.031838	0.018221
173.55	0.999242	-0.007673	0.032860	0.019422
212.61	0.999161	-0.008029	0.034206	0.021019
255.46	0.999052	-0.008574	0.035911	0.023074
302.01	0.998905	-0.009376	0.038000	0.025648
352.21	0.998709	-0.010519	0.040482	0.028808
405.98	0.998454	-0.012097	0.043351	0.032624
463.23	0.998121	-0.014225	0.046576	0.037173
523.88	0.997692	-0.017029	0.050106	0.042548
587.84	0.997139	-0.020654	0.053861	0.048856
655.01	0.996427	-0.025264	0.057734	0.056230
725.28	0.995510	-0.031039	0.061584	0.064833
798.56	0.994324	-0.038184	0.065238	0.074865
874.72	0.992780	-0.046924	0.068488	0.086571
953.65	0.990752	-0.057512	0.071088	0.100246
1035.24	0.988060	-0.070232	0.072757	0.116242
1119.35	0.984447	-0.085396	0.073176	0.134967
1205.86	0.979553	-0.103350	0.071991	0.156880
1294.64	0.972870	-0.124462	0.068820	0.182474
1385.55	0.963701	-0.149112	0.063265	0.212236
1478.46	0.951118	-0.177656	0.054939	0.246568
1573.22	0.933949	-0.210369	0.043484	0.285644

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
1669.68	0.910818	-0.247361	0.028620	0.329249
1767.71	0.880274	-0.288450	0.010193	0.376577
1867.15	0.841079	-0.333042	-0.011773	0.426064
1967.86	0.792609	-0.380052	-0.037069	0.475349
2069.66	0.735293	-0.427941	-0.065352	0.521478
2172.43	0.670856	-0.474901	-0.096288	0.561383
2275.98	0.602171	-0.519141	-0.129746	0.592493
2380.18	0.532706	-0.559143	-0.165959	0.613222
2484.85	0.465765	-0.593748	-0.205576	0.623109
2589.85	0.403869	-0.622062	-0.249551	0.622618
2695.00	0.348458	-0.643261	-0.298902	0.612740
2800.15	0.299903	-0.656415	-0.354393	0.594628
2905.15	0.257739	-0.660448	-0.416181	0.569362
3009.82	0.220977	-0.654275	-0.483504	0.537883
3114.02	0.188439	-0.637121	-0.554508	0.501088
3217.57	0.159059	-0.608940	-0.626338	0.459992
3320.34	0.132099	-0.570756	-0.695580	0.415881
3422.14	0.107239	-0.524718	-0.758971	0.370317
3522.85	0.084524	-0.473786	-0.814106	0.324983
3622.29	0.064211	-0.421139	-0.859836	0.281425
3720.32	0.046584	-0.369583	-0.896235	0.240836
3816.78	0.031833	-0.321182	-0.924247	0.203952
3911.54	0.019996	-0.277182	-0.945250	0.171091
4004.45	0.010963	-0.238129	-0.960697	0.142249
4095.36	0.004517	-0.204046	-0.971908	0.117217
4184.14	0.000375	-0.174632	-0.979974	0.095681
4270.65	-0.001789	-0.149428	-0.985746	0.077286
4354.76	-0.002313	-0.127925	-0.989861	0.061678
4436.35	-0.001524	-0.109623	-0.992787	0.048523
4515.28	0.000277	-0.094062	-0.994859	0.037511
4591.44	0.002814	-0.080836	-0.996320	0.028366

продолжение следует

(окончание)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
4664.72	0.005845	-0.069599	-0.997340	0.020837
4734.99	0.009157	-0.060057	-0.998045	0.014702
4802.16	0.012572	-0.051967	-0.998522	0.009760
4866.12	0.015945	-0.045128	-0.998837	0.005831
4926.77	0.019160	-0.039371	-0.999037	0.002754
4984.02	0.022130	-0.034559	-0.999158	0.000385
5037.79	0.024794	-0.030572	-0.999224	-0.001404
5087.99	0.027118	-0.027310	-0.999255	-0.002726
5134.54	0.029085	-0.024683	-0.999265	-0.003678
5177.39	0.030699	-0.022609	-0.999263	-0.004345
5216.45	0.031980	-0.021013	-0.999256	-0.004796
5251.67	0.032956	-0.019824	-0.999247	-0.005090
5282.99	0.033666	-0.018972	-0.999239	-0.005273
5310.38	0.034155	-0.018393	-0.999233	-0.005381
5333.78	0.034468	-0.018025	-0.999228	-0.005441
5353.17	0.034650	-0.017813	-0.999226	-0.005471
5368.51	0.034742	-0.017706	-0.999224	-0.005484
5379.77	0.034779	-0.017663	-0.999224	-0.005489
5386.95	0.034789	-0.017651	-0.999224	-0.005490
5390.00	0.034790	-0.017650	-0.999224	-0.005490

Таблица 18 — Расчётная траектория прямого разворота. Вариант 1б

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
0.00	0.034833	-0.01068	-0.99932	-0.00574
0.24	0.034833	-0.01068	-0.99932	-0.00574
0.81	0.034832	-0.01068	-0.99932	-0.00574
1.66	0.034828	-0.01067	-0.99932	-0.00575
2.77	0.03482	-0.01064	-0.99932	-0.00578
4.08	0.034805	-0.01061	-0.99932	-0.00582
5.55	0.034781	-0.01056	-0.99932	-0.00589

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
7.10	0.034749	-0.0105	-0.99932	-0.00598
8.67	0.034713	-0.01045	-0.99932	-0.00609
10.18	0.034675	-0.01039	-0.99933	-0.0062
11.58	0.034639	-0.01034	-0.99933	-0.0063
12.80	0.034608	-0.01029	-0.99933	-0.00639
13.79	0.034583	-0.01025	-0.99933	-0.00647
14.50	0.034565	-0.01023	-0.99933	-0.00652
14.90	0.034555	-0.01021	-0.99933	-0.00655
15.00	0.034552	-0.01021	-0.99933	-0.00656
117.72	0.032561	-0.00644	-0.99934	-0.01452
321.06	0.032338	0.001	-0.99896	-0.03199
546.52	0.038702	0.009964	-0.99768	-0.05503
708.03	0.048363	0.017402	-0.99588	-0.07473
750.00	0.051675	0.019528	-0.99523	-0.08038
752.43	0.051877	0.019654	-0.99519	-0.08072
758.05	0.052351	0.019946	-0.9951	-0.08149
766.60	0.053082	0.020394	-0.99495	-0.08268
777.69	0.054057	0.020981	-0.99476	-0.08424
790.85	0.055297	0.021691	-0.99451	-0.0861
805.49	0.056942	0.022515	-0.99422	-0.08819
820.99	0.05916	0.023443	-0.99387	-0.0904
836.66	0.061981	0.024448	-0.99347	-0.09261
851.81	0.065229	0.025478	-0.99304	-0.09471
865.79	0.068537	0.026463	-0.99261	-0.09661
877.98	0.071525	0.027333	-0.99221	-0.09825
887.85	0.073972	0.028039	-0.99188	-0.09957
894.97	0.075751	0.028551	-0.99164	-0.10051
899.04	0.076769	0.028843	-0.9915	-0.10104
900.00	0.077012	0.028912	-0.99146	-0.10117
921.16	0.08238	0.030438	-0.9907	-0.10391
970.61	0.095271	0.034041	-0.98876	-0.11013

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
1047.40	0.116208	0.03975	-0.98524	-0.11925
1150.33	0.145931	0.047652	-0.97949	-0.13054
1277.76	0.185191	0.057872	-0.9705	-0.14309
1427.70	0.234535	0.070525	-0.95692	-0.15596
1597.76	0.294048	0.085598	-0.93699	-0.16808
1785.27	0.363069	0.102784	-0.90875	-0.17832
1987.28	0.439926	0.121322	-0.87026	-0.18544
2200.60	0.521829	0.139943	-0.82015	-0.1883
2421.86	0.605036	0.156984	-0.75808	-0.18602
2647.57	0.685343	0.170714	-0.68512	-0.17827
2874.18	0.758768	0.179735	-0.60381	-0.16546
3098.11	0.822241	0.183305	-0.51788	-0.14873
3315.82	0.874066	0.181458	-0.43157	-0.12973
3523.89	0.914045	0.174891	-0.34897	-0.11024
3719.04	0.943233	0.164716	-0.27341	-0.09178
3898.18	0.963462	0.15219	-0.20711	-0.0754
4058.50	0.976813	0.138533	-0.15117	-0.06159
4197.46	0.985228	0.124854	-0.10579	-0.05047
4312.87	0.990297	0.112157	-0.07056	-0.04188
4402.91	0.993205	0.101359	-0.04475	-0.0356
4466.17	0.994764	0.093274	-0.02756	-0.03139
4501.65	0.995479	0.088546	-0.01826	-0.02911
4510.00	0.995632	0.087414	-0.01611	-0.02858
4512.43	0.995675	0.087082	-0.01548	-0.02842
4518.05	0.995774	0.086313	-0.01405	-0.02807
4526.60	0.995918	0.085137	-0.01187	-0.02753
4537.69	0.996097	0.083598	-0.00908	-0.02684
4550.85	0.996296	0.081751	-0.00584	-0.02602
4565.49	0.996502	0.079664	-0.00247	-0.02513
4580.99	0.996704	0.077417	0.000625	-0.02422
4596.66	0.996897	0.075114	0.003149	-0.02332

продолжение следует

(окончание)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
4611.81	0.997075	0.072876	0.005034	-0.02249
4625.79	0.997232	0.07082	0.006422	-0.02174
4637.98	0.997362	0.069045	0.007506	-0.0211
4647.85	0.997463	0.067625	0.008355	-0.02059
4654.97	0.997534	0.06661	0.008954	-0.02022
4659.04	0.997573	0.066034	0.009291	-0.02002
4660.00	0.997583	0.065898	0.009371	-0.01997
4759.93	0.998367	0.05251	0.016595	-0.01517
4957.73	0.999201	0.029862	0.025578	-0.00707
5177.06	0.999543	0.00964	0.028657	0.000479
5334.17	0.999612	-0.00237	0.02719	0.005477
5375.00	0.999616	-0.00521	0.026373	0.00677
5375.24	0.999616	-0.00522	0.026367	0.006777
5375.81	0.999616	-0.00526	0.026355	0.006795
5376.66	0.999616	-0.00532	0.026336	0.006822
5377.77	0.999616	-0.00539	0.026311	0.006857
5379.08	0.999616	-0.00548	0.026281	0.006899
5380.55	0.999616	-0.00558	0.026249	0.006945
5382.10	0.999616	-0.00568	0.026216	0.006993
5383.67	0.999616	-0.00577	0.026185	0.007039
5385.18	0.999616	-0.00584	0.026162	0.007079
5386.58	0.999616	-0.00589	0.026146	0.00711
5387.80	0.999615	-0.00591	0.026137	0.007129
5388.79	0.999615	-0.00592	0.026134	0.007137
5389.50	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007138
5389.90	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007139
5390.00	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007139

Таблица 19 — Расчётная траектория прямого разворота. Вариант 2б

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
0.00	-0.03483	0.010678	0.99932	0.005739
0.36	-0.03483	0.010677	0.99932	0.005739
1.18	-0.03483	0.010666	0.99932	0.005739
2.37	-0.03483	0.010628	0.99932	0.00574
3.82	-0.03484	0.010549	0.999321	0.005741
5.38	-0.03484	0.010436	0.999322	0.005743
6.90	-0.03484	0.010309	0.999323	0.005745
8.24	-0.03485	0.010194	0.999324	0.005747
9.26	-0.03485	0.010106	0.999325	0.005748
9.86	-0.03485	0.010053	0.999325	0.005749
10.00	-0.03485	0.010041	0.999325	0.005749
11.14	-0.03486	0.009942	0.999326	0.005751
13.76	-0.03488	0.009715	0.999328	0.005754
17.75	-0.03491	0.009369	0.99933	0.005758
22.92	-0.03499	0.008919	0.999331	0.005762
29.06	-0.03511	0.008385	0.999332	0.005764
35.90	-0.0353	0.007791	0.99933	0.005763
43.13	-0.03557	0.007161	0.999325	0.005756
50.44	-0.03591	0.006523	0.999317	0.005743
57.51	-0.03629	0.005906	0.999307	0.005723
64.03	-0.03669	0.005336	0.999296	0.005698
69.72	-0.03705	0.004838	0.999286	0.005672
74.33	-0.03735	0.004435	0.999276	0.005646
77.65	-0.03757	0.004145	0.999269	0.005626
79.55	-0.0377	0.003979	0.999265	0.005614
80.00	-0.03773	0.00394	0.999265	0.005611
119.91	-0.04036	0.000451	0.999171	0.005234
212.10	-0.04634	-0.00767	0.99889	0.003489
352.22	-0.05493	-0.02059	0.998277	-0.00156
534.14	-0.0644	-0.0395	0.997061	-0.0127
749.92	-0.07163	-0.06741	0.994588	-0.03348

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
990.11	-0.07194	-0.10968	0.98901	-0.06821
1244.22	-0.05958	-0.17342	0.975481	-0.12171
1501.16	-0.0295	-0.26341	0.943797	-0.19746
1749.67	0.019045	-0.37312	0.88019	-0.29271
1978.91	0.079532	-0.47871	0.780844	-0.39344
2178.86	0.141468	-0.55393	0.665195	-0.48027
2340.78	0.196895	-0.5925	0.562335	-0.54218
2457.59	0.240508	-0.60586	0.489104	-0.57954
2524.21	0.267167	-0.60815	0.449052	-0.5976
2540.00	0.273704	-0.60815	0.439801	-0.60151
2540.76	0.274022	-0.60814	0.439357	-0.6017
2542.54	0.274765	-0.60813	0.438321	-0.60213
2545.31	0.275922	-0.6081	0.436713	-0.60279
2549.01	0.277478	-0.60806	0.434564	-0.60368
2553.60	0.279411	-0.60798	0.431911	-0.60476
2559.00	0.281696	-0.60787	0.428801	-0.60602
2565.13	0.284302	-0.60772	0.42529	-0.60743
2571.88	0.287202	-0.60752	0.421446	-0.60895
2579.15	0.290367	-0.60724	0.417349	-0.61055
2586.84	0.293772	-0.60687	0.413087	-0.61218
2594.80	0.297387	-0.60641	0.408754	-0.6138
2602.93	0.301182	-0.60583	0.404442	-0.61537
2611.09	0.305109	-0.60515	0.400234	-0.61686
2619.16	0.30911	-0.60437	0.396198	-0.61824
2627.00	0.313116	-0.60351	0.392391	-0.61948
2634.49	0.317049	-0.60261	0.388858	-0.62059
2641.52	0.320818	-0.60168	0.385625	-0.62157
2647.97	0.324333	-0.60079	0.382713	-0.62241
2653.74	0.327509	-0.59996	0.380138	-0.62312
2658.75	0.330275	-0.59922	0.37792	-0.62372
2662.90	0.33258	-0.59859	0.376086	-0.62421

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
2666.14	0.334384	-0.5981	0.37466	-0.62458
2668.42	0.335654	-0.59775	0.373661	-0.62483
2669.70	0.336367	-0.59755	0.373102	-0.62497
2670.00	0.336535	-0.5975	0.37297	-0.62501
2713.64	0.361325	-0.5901	0.354296	-0.62905
2814.45	0.421637	-0.56881	0.314151	-0.63245
2967.67	0.519951	-0.52643	0.259678	-0.62056
3166.60	0.651305	-0.45683	0.196849	-0.57303
3402.55	0.789985	-0.36203	0.129844	-0.47748
3665.20	0.897311	-0.25867	0.066908	-0.35136
3943.08	0.95754	-0.16868	0.020052	-0.23293
4224.03	0.984091	-0.10249	-0.00535	-0.14504
4495.78	0.994366	-0.05867	-0.01253	-0.08736
4746.45	0.998162	-0.03187	-0.00829	-0.05092
4965.09	0.999476	-0.01691	0.001143	-0.02751
5142.15	0.999821	-0.00963	0.011201	-0.01199
5269.88	0.999788	-0.0068	0.019273	-0.00182
5342.74	0.999688	-0.00607	0.023985	0.003784
5360.00	0.999655	-0.00598	0.02505	0.005112
5360.32	0.999655	-0.00598	0.02507	0.005137
5361.07	0.999653	-0.00598	0.025115	0.005194
5362.21	0.999651	-0.00597	0.025184	0.005282
5363.69	0.999648	-0.00597	0.025272	0.005396
5365.45	0.999645	-0.00596	0.025378	0.00553
5367.40	0.999641	-0.00596	0.025493	0.005681
5369.47	0.999637	-0.00595	0.025611	0.00584
5371.55	0.999633	-0.00595	0.025722	0.006001
5373.57	0.99963	-0.00594	0.02582	0.006158
5375.44	0.999627	-0.00594	0.0259	0.006302
5377.06	0.999625	-0.00593	0.02596	0.006429
5378.38	0.999623	-0.00593	0.026001	0.006532

продолжение следует

(окончание)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
5379.33	0.999622	-0.00593	0.026027	0.006607
5379.87	0.999621	-0.00593	0.026041	0.00665
5380.00	0.999621	-0.00593	0.026044	0.00666
5380.36	0.999621	-0.00593	0.026052	0.006688
5381.18	0.99962	-0.00593	0.026069	0.006753
5382.37	0.999619	-0.00593	0.02609	0.006845
5383.82	0.999617	-0.00593	0.026109	0.006947
5385.38	0.999616	-0.00592	0.026122	0.007036
5386.90	0.999616	-0.00592	0.02613	0.007097
5388.24	0.999616	-0.00592	0.026132	0.007128
5389.26	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007137
5389.86	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007139
5390.00	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007139

Таблица 20 — Расчётная траектория обратного разворота. Вариант 16

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
0.00	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007139
0.32	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007139
1.07	0.999615	-0.00593	0.026131	0.007148
2.21	0.999615	-0.00595	0.026125	0.007179
3.69	0.999615	-0.00599	0.026109	0.007232
5.45	0.999615	-0.00607	0.026081	0.007296
7.40	0.999615	-0.00619	0.026037	0.007364
9.47	0.999615	-0.00635	0.025976	0.007435
11.55	0.999615	-0.00656	0.025898	0.007504
13.57	0.999615	-0.00681	0.025808	0.007569
15.44	0.999615	-0.00707	0.025712	0.007626
17.06	0.999615	-0.00732	0.025621	0.007676
18.38	0.999616	-0.00752	0.025545	0.007715
19.33	0.999616	-0.00767	0.02549	0.007744

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
19.87	0.999616	-0.00775	0.025459	0.00776
20.00	0.999616	-0.00777	0.025451	0.007764
45.20	0.99961	-0.0116	0.02392	0.008525
102.06	0.999549	-0.01998	0.01995	0.010243
184.84	0.999337	-0.03156	0.012939	0.012766
285.41	0.998868	-0.04475	0.002545	0.015915
393.93	0.998061	-0.0581	-0.01088	0.019482
499.78	0.99691	-0.07037	-0.02608	0.023195
592.60	0.995538	-0.08064	-0.04109	0.026688
663.30	0.994224	-0.0882	-0.05355	0.029519
704.98	0.993325	-0.09257	-0.06131	0.031263
715.00	0.993094	-0.09361	-0.06322	0.031691
715.89	0.993073	-0.0937	-0.06339	0.03173
717.95	0.993025	-0.09391	-0.06379	0.031818
721.09	0.992951	-0.09424	-0.06439	0.031953
725.15	0.992854	-0.09466	-0.06518	0.032129
729.98	0.992738	-0.09515	-0.06612	0.032338
735.35	0.992606	-0.09571	-0.06717	0.032572
741.03	0.992464	-0.09629	-0.0683	0.032824
746.77	0.992317	-0.09688	-0.06948	0.033083
752.33	0.99217	-0.09745	-0.07065	0.033337
757.46	0.992033	-0.09797	-0.07174	0.033573
761.93	0.991912	-0.09842	-0.07269	0.033779
765.55	0.991812	-0.09879	-0.07346	0.033947
768.16	0.99174	-0.09905	-0.07402	0.034068
769.65	0.991699	-0.0992	-0.07434	0.034138
770.00	0.991689	-0.09924	-0.07441	0.034154
785.80	0.991241	-0.10083	-0.07783	0.034894
822.81	0.990124	-0.10448	-0.08599	0.036657
880.48	0.988179	-0.11002	-0.09918	0.039495
958.20	0.985136	-0.1172	-0.11781	0.043498

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
1055.11	0.980583	-0.12569	-0.14241	0.048784
1170.14	0.973946	-0.1351	-0.17349	0.055481
1302.04	0.964461	-0.14501	-0.21149	0.063702
1449.36	0.951172	-0.15488	-0.25668	0.073492
1610.48	0.932968	-0.16408	-0.30897	0.084764
1783.64	0.908679	-0.17189	-0.36783	0.097237
1966.95	0.87724	-0.17754	-0.43214	0.110382
2158.39	0.837918	-0.18028	-0.50016	0.123432
2355.88	0.790541	-0.17954	-0.56962	0.135452
2557.23	0.735666	-0.17503	-0.63796	0.145478
2760.25	0.674625	-0.16686	-0.70266	0.15269
2962.72	0.609416	-0.15556	-0.76151	0.156564
3162.41	0.542455	-0.14199	-0.81299	0.156951
3357.14	0.476255	-0.1272	-0.85631	0.154074
3544.77	0.413092	-0.11223	-0.89147	0.148438
3723.25	0.354769	-0.09794	-0.9191	0.140714
3890.62	0.302498	-0.08493	-0.94019	0.131608
4045.05	0.256917	-0.07354	-0.95591	0.121782
4184.85	0.218187	-0.06389	-0.96737	0.111807
4308.49	0.18613	-0.05594	-0.9756	0.10217
4414.60	0.16036	-0.04957	-0.98139	0.093287
4502.04	0.140389	-0.04464	-0.98538	0.085528
4569.83	0.125713	-0.041	-0.98805	0.079221
4617.25	0.115878	-0.03855	-0.9897	0.074651
4643.77	0.110534	-0.03721	-0.99056	0.072034
4650.00	0.109295	-0.0369	-0.99075	0.071413
4651.14	0.10907	-0.03684	-0.99079	0.0713
4653.76	0.108551	-0.03671	-0.99087	0.071037
4657.75	0.107763	-0.03651	-0.99099	0.070638
4662.92	0.106746	-0.03626	-0.99115	0.070117
4669.06	0.105543	-0.03596	-0.99133	0.069498

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
4675.90	0.104219	-0.03562	-0.99153	0.068805
4683.13	0.102895	-0.03527	-0.99173	0.068069
4690.44	0.101679	-0.03492	-0.99192	0.067322
4697.51	0.100589	-0.0346	-0.99209	0.066599
4704.03	0.0996	-0.03429	-0.99225	0.065933
4709.72	0.098742	-0.03403	-0.99238	0.065352
4714.33	0.098054	-0.03382	-0.99249	0.064882
4717.65	0.09756	-0.03367	-0.99256	0.064543
4719.55	0.09728	-0.03359	-0.99261	0.06435
4720.00	0.097213	-0.03357	-0.99262	0.064304
4743.57	0.093786	-0.03251	-0.99313	0.061904
4796.75	0.086406	-0.03022	-0.9942	0.056506
4874.17	0.076479	-0.02709	-0.99551	0.048672
4968.22	0.065694	-0.02359	-0.99679	0.03913
5069.72	0.055616	-0.02012	-0.99784	0.028708
5168.72	0.047348	-0.01701	-0.99857	0.018304
5255.52	0.041385	-0.01447	-0.999	0.008889
5321.65	0.037665	-0.01262	-0.99921	0.001477
5360.63	0.035815	-0.01156	-0.99929	-0.00301
5370.00	0.035408	-0.01131	-0.9993	-0.0041
5370.32	0.035395	-0.0113	-0.9993	-0.00414
5371.07	0.035363	-0.01128	-0.9993	-0.00423
5372.21	0.035315	-0.01125	-0.9993	-0.00436
5373.69	0.035252	-0.01121	-0.99931	-0.00453
5375.45	0.035179	-0.01116	-0.99931	-0.00474
5377.40	0.035099	-0.01111	-0.99931	-0.00497
5379.47	0.035019	-0.01105	-0.99931	-0.00519
5381.55	0.034951	-0.01098	-0.99931	-0.00539
5383.57	0.034901	-0.01091	-0.99932	-0.00553
5385.44	0.034867	-0.01083	-0.99932	-0.00564
5387.06	0.034847	-0.01075	-0.99932	-0.0057

продолжение следует

(окончание)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
5388.38	0.034837	-0.0107	-0.99932	-0.00573
5389.33	0.034834	-0.01068	-0.99932	-0.00574
5389.87	0.034833	-0.01068	-0.99932	-0.00574
5390.00	0.034833	-0.01068	-0.99932	-0.00574

Таблица 21 — Расчётная траектория обратного разворота. Вариант 2б

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
0.00	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007139
0.32	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007139
1.07	0.999615	-0.00592	0.026133	0.007148
2.21	0.999615	-0.00592	0.026133	0.00718
3.69	0.999615	-0.00592	0.026132	0.00725
5.45	0.999614	-0.00592	0.026132	0.007353
7.40	0.999613	-0.00592	0.026131	0.007465
9.47	0.999612	-0.00592	0.02613	0.007564
11.55	0.999612	-0.00592	0.026129	0.00764
13.57	0.999612	-0.00592	0.026129	0.007685
15.44	0.999611	-0.00592	0.026129	0.007695
17.06	0.99961	-0.00592	0.026128	0.007828
18.38	0.999608	-0.00591	0.026126	0.008135
19.33	0.999604	-0.00591	0.026122	0.008602
19.87	0.999599	-0.0059	0.026118	0.009209
20.00	0.999592	-0.00589	0.026113	0.00993
45.20	0.999584	-0.00587	0.026108	0.010735
102.06	0.999575	-0.00586	0.026095	0.011589
184.84	0.999568	-0.00584	0.025989	0.01246
285.41	0.999565	-0.00582	0.025655	0.013317
393.93	0.999568	-0.0058	0.025098	0.014122
499.78	0.999573	-0.00576	0.024501	0.014832
592.60	0.999577	-0.00573	0.024008	0.01541

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
663.30	0.999579	-0.0057	0.023653	0.015828
704.98	0.99958	-0.00568	0.023451	0.016067
715.00	0.99958	-0.00568	0.023403	0.016124
715.89	0.999585	-0.00549	0.021813	0.018015
717.95	0.999571	-0.00473	0.018143	0.022517
721.09	0.999472	-0.00268	0.012622	0.029808
725.15	0.999167	0.001712	0.005735	0.040368
729.98	0.998428	0.009794	-0.00164	0.055159
735.35	0.996817	0.023194	-0.00809	0.075843
741.03	0.993442	0.043825	-0.01163	0.104963
746.77	0.98648	0.073892	-0.00978	0.14595
752.33	0.972402	0.115725	0.000177	0.202591
757.46	0.945208	0.171102	0.020437	0.277286
761.93	0.897068	0.239681	0.051567	0.367645
765.55	0.822564	0.316946	0.091478	0.463212
768.16	0.725496	0.394135	0.135998	0.547557
769.65	0.620093	0.462052	0.18129	0.607558
770.00	0.522589	0.515411	0.225332	0.640685
785.80	0.442864	0.553464	0.266766	0.652981
822.81	0.383722	0.578164	0.303305	0.653062
880.48	0.344323	0.592477	0.331679	0.648384
958.20	0.32306	0.599291	0.348682	0.64413
1055.11	0.318147	0.600759	0.3528	0.642965
1170.14	0.317566	0.60093	0.353291	0.642822
1302.04	0.316216	0.601325	0.354438	0.642487
1449.36	0.314139	0.601925	0.356214	0.641961
1610.48	0.311393	0.602707	0.358583	0.641246
1783.64	0.308054	0.603639	0.361496	0.640347
1966.95	0.304214	0.604683	0.364891	0.639271
2158.39	0.299975	0.605802	0.368695	0.63803
2355.88	0.295469	0.606945	0.372842	0.636636

продолжение следует

(продолжение)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
2557.23	0.290882	0.608031	0.377307	0.635079
2760.25	0.286411	0.608975	0.382066	0.633359
2962.72	0.282181	0.609742	0.387017	0.631512
3162.41	0.278221	0.610356	0.391963	0.629622
3357.14	0.274538	0.610862	0.396691	0.627783
3544.77	0.271193	0.611276	0.401054	0.626061
3723.25	0.268259	0.611601	0.404932	0.624509
3890.62	0.265802	0.611845	0.40822	0.623179
4045.05	0.263871	0.612018	0.410827	0.622115
4184.85	0.262508	0.61213	0.41268	0.621354
4308.49	0.261741	0.61219	0.413727	0.620922
4414.60	0.26156	0.612204	0.413974	0.62082
4502.04	0.252051	0.612715	0.427242	0.615235
4569.83	0.230614	0.61221	0.459036	0.601084
4617.25	0.199238	0.606571	0.510197	0.576259
4643.77	0.160162	0.589593	0.580596	0.538178
4650.00	0.115489	0.554305	0.666486	0.48498
4651.14	0.067598	0.496435	0.758147	0.417368
4653.76	0.02021	0.419064	0.841475	0.340436
4657.75	-0.02164	0.333481	0.905082	0.262962
4662.92	-0.05359	0.253126	0.946385	0.193421
4669.06	-0.07389	0.186529	0.970116	0.136462
4675.90	-0.08339	0.135718	0.982862	0.092788
4683.13	-0.08442	0.098724	0.989655	0.060908
4690.44	-0.07972	0.072307	0.99344	0.038646
4697.51	-0.07184	0.053454	0.995697	0.023867
4704.03	-0.06283	0.039873	0.997119	0.014694
4709.72	-0.05422	0.030026	0.998032	0.009521
4714.33	-0.047	0.02299	0.998606	0.006995
4717.65	-0.04175	0.018285	0.998942	0.00601
4719.55	-0.03877	0.015706	0.999108	0.005745

продолжение следует

(окончание)

t, c	q_0	q_1	q_2	q_3
4720.00	-0.03807	0.015104	0.999145	0.005713
4743.57	-0.038	0.01504	0.999148	0.00571
4796.75	-0.03782	0.014891	0.999157	0.005704
4874.17	-0.03756	0.014666	0.999171	0.005696
4968.22	-0.03721	0.014374	0.999188	0.005689
5069.72	-0.03681	0.014029	0.999208	0.005684
5168.72	-0.03636	0.013644	0.999229	0.005682
5255.52	-0.03593	0.013238	0.999251	0.005685
5321.65	-0.03555	0.012826	0.99927	0.005691
5360.63	-0.03525	0.012428	0.999285	0.0057
5370.00	-0.03506	0.012059	0.999296	0.005709
5370.32	-0.03494	0.011736	0.999304	0.005717
5371.07	-0.03488	0.011474	0.999309	0.005723
5372.21	-0.03485	0.011286	0.999312	0.005727
5373.69	-0.03484	0.011178	0.999314	0.005729
5375.45	-0.03484	0.011152	0.999314	0.00573
5377.40	-0.03484	0.011128	0.999315	0.00573
5379.47	-0.03484	0.011074	0.999315	0.005731
5381.55	-0.03483	0.010995	0.999316	0.005733
5383.57	-0.03483	0.010899	0.999317	0.005735
5385.44	-0.03483	0.010802	0.999318	0.005737
5387.06	-0.03483	0.010729	0.999319	0.005738
5388.38	-0.03483	0.010692	0.999319	0.005739
5389.33	-0.03483	0.01068	0.99932	0.005739
5389.87	-0.03483	0.010678	0.99932	0.005739
5390.00	-0.03483	0.010678	0.99932	0.005739

Таблица 22 — Вектор управления прямого разворота. Вариант 2б

t, c	u^{+K}	u^{+P}	u^{+T}	u^{-K}	u^{-P}	u^{-T}
0.00	-7.43E-20	2.42E-03	-1.46E-19	-5.23E-21	-4.08E-22	5.87E-01

продолжение следует

(продолжение)

t, c	u^{+K}	u^{+P}	u^{+T}	u^{-K}	u^{-P}	u^{-T}
0.36	4.79E-20	1.06E-02	-1.22E-19	1.00E-21	1.53E-21	6.47E-01
1.18	-2.40E-19	2.14E-02	1.46E-20	-1.65E-20	5.17E-22	6.93E-01
2.37	-1.68E-20	3.03E-02	-3.12E-20	6.51E-21	2.37E-21	6.33E-01
3.82	4.87E-21	3.83E-02	2.72E-19	2.13E-20	-1.23E-21	4.60E-01
5.38	1.24E-19	4.54E-02	1.38E-19	1.20E-20	-1.31E-21	2.39E-01
6.90	-4.68E-20	5.09E-02	-7.43E-20	-8.70E-22	-1.40E-21	7.54E-02
8.24	4.43E-20	5.43E-02	-2.44E-19	1.51E-20	-5.71E-24	5.18E-03
9.26	1.78E-20	5.58E-02	8.83E-20	-1.97E-19	2.90E-22	3.14E-20
9.86	-4.45E-21	5.55E-02	1.50E-19	1.34E-21	-5.19E-22	-4.60E-20
10.00	-3.73E-20	5.59E-02	-4.50E-20	1.19E-20	1.62E-22	5.39E-20
11.14	1.06E-19	6.53E-02	-1.15E-19	6.17E-20	5.68E-22	-4.50E-20
13.76	-1.73E-19	7.89E-02	2.13E-19	-2.34E-21	8.32E-21	5.29E-21
17.75	-2.37E-20	9.01E-02	1.79E-19	1.85E-21	-9.27E-21	4.02E-21
22.92	2.80E-20	1.01E-01	2.95E-19	1.04E-19	2.52E-21	-1.55E-20
29.06	-7.77E-20	1.10E-01	6.37E-21	-2.12E-19	-7.00E-21	-2.48E-20
35.90	1.82E-19	1.15E-01	5.02E-20	-3.76E-20	3.98E-20	-1.19E-20
43.13	-1.31E-19	1.14E-01	2.06E-20	-1.52E-19	8.85E-21	-2.27E-20
50.44	3.31E-19	1.05E-01	1.37E-19	-6.00E-21	2.13E-20	2.54E-21
57.51	-8.83E-20	8.33E-02	1.14E-19	-4.72E-20	5.95E-21	-5.08E-21
64.03	-1.28E-19	5.42E-02	2.60E-19	3.20E-20	-4.06E-20	4.24E-22
69.72	1.04E-19	2.52E-02	5.92E-20	2.16E-20	-3.68E-20	-2.12E-21
74.33	-2.61E-19	6.58E-03	1.43E-19	-2.52E-19	5.39E-20	-1.06E-21
77.65	-7.50E-20	-3.01E-21	-1.49E-20	2.36E-20	-1.12E-19	2.65E-22
79.55	1.36E-20	-6.89E-21	1.09E-19	2.49E-20	-1.35E-19	3.02E-21
80.00	-2.03E-20	-9.83E-20	-1.71E-20	-1.47E-19	-1.40E-20	-1.31E-20
119.91	1.53E-20	2.08E-20	-1.06E-20	7.41E-21	-4.42E-19	-3.86E-20
212.10	3.81E-21	3.40E-20	-1.30E-20	7.65E-20	1.57E-20	4.66E-21
352.22	1.73E-21	2.24E-19	8.47E-22	-1.95E-20	1.46E-19	-1.08E-20
534.14	1.44E-20	2.83E-20	-2.98E-21	-7.15E-20	6.90E-20	2.12E-22
749.92	-1.84E-20	-3.88E-20	2.48E-20	4.49E-20	-1.16E-19	1.55E-20
990.11	1.53E-20	-2.32E-20	5.10E-20	1.36E-20	-4.24E-21	2.53E-21

продолжение следует

(продолжение)

t, c	u^{+K}	u^{+P}	u^{+T}	u^{-K}	u^{-P}	u^{-T}
1244.22	6.56E-21	4.03E-20	1.76E-19	-6.22E-20	2.72E-20	3.68E-20
1501.16	-6.10E-23	-9.19E-20	-2.26E-19	-1.84E-20	3.11E-20	1.65E-20
1749.67	1.48E-21	3.09E-20	3.79E-20	2.77E-20	1.33E-20	-2.55E-20
1978.91	2.96E-21	3.36E-19	1.23E-20	1.86E-21	2.46E-20	1.76E-20
2178.86	-7.62E-21	1.28E-20	-1.57E-20	-6.66E-21	-2.31E-20	-7.83E-22
2340.78	-7.10E-20	-1.68E-19	-3.05E-20	3.15E-19	0.00E+00	8.71E-20
2457.59	1.12E-19	-1.93E-20	-6.67E-21	-9.01E-20	-2.54E-21	2.70E-20
2524.21	-2.64E-20	1.20E-20	0.00E+00	5.77E-20	1.17E-19	-5.14E-20
2540.00	1.10E-19	-2.59E-20	9.86E-04	-1.03E-19	8.92E-20	-4.97E-21
2540.76	-2.27E-20	6.61E-23	1.17E-04	4.64E-20	-1.07E-19	-3.36E-21
2542.54	-1.08E-19	-7.71E-22	4.14E-04	-1.04E-20	-4.09E-20	4.21E-20
2545.31	-1.72E-19	1.36E-19	8.02E-04	-2.14E-20	4.66E-20	1.15E-19
2549.01	-1.20E-20	6.57E-20	1.44E-03	-6.69E-20	-2.12E-21	-5.14E-21
2553.60	-6.45E-20	-6.87E-20	1.62E-03	3.21E-20	3.20E-20	3.63E-20
2559.00	-6.45E-20	1.36E-19	3.79E-04	-2.24E-19	6.14E-20	9.99E-20
2565.13	-1.49E-19	1.94E-20	1.20E-02	2.84E-22	1.15E-19	1.83E-20
2571.88	-3.99E-20	2.49E-19	2.68E-02	2.56E-20	4.53E-20	6.52E-20
2579.15	2.91E-19	-3.92E-20	4.01E-02	-9.00E-21	5.93E-21	3.41E-21
2586.84	-7.70E-20	-1.42E-19	5.73E-02	1.43E-20	1.29E-20	-1.07E-19
2594.80	1.18E-19	1.24E-19	7.41E-02	-6.06E-20	4.24E-22	5.98E-20
2602.93	-2.02E-23	1.46E-19	8.17E-02	4.05E-20	1.27E-21	9.57E-20
2611.09	-4.11E-21	-1.68E-19	8.47E-02	-6.76E-20	2.05E-20	-2.58E-19
2619.16	-2.65E-21	-1.74E-20	8.68E-02	1.49E-19	-1.59E-20	-3.86E-20
2627.00	-1.26E-19	6.34E-20	8.26E-02	-1.55E-20	-1.04E-19	-1.58E-21
2634.49	-7.91E-21	-1.47E-19	6.94E-02	3.08E-19	8.05E-21	-3.89E-19
2641.52	1.23E-20	4.85E-20	4.91E-02	2.87E-19	-2.67E-20	-2.73E-21
2647.97	2.02E-20	-1.53E-20	2.63E-02	-7.64E-20	2.54E-21	-6.20E-22
2653.74	-1.58E-20	-7.17E-20	2.36E-04	-3.00E-20	-1.14E-20	1.19E-20
2658.75	1.58E-20	2.52E-20	1.63E-04	-6.13E-20	1.99E-20	-1.09E-19
2662.90	5.21E-21	-4.40E-20	1.02E-04	-1.19E-19	1.33E-20	-2.97E-20
2666.14	-7.93E-20	-1.12E-20	5.65E-05	1.85E-20	-4.66E-20	4.24E-20

продолжение следует

(продолжение)

t, c	u^{+K}	u^{+P}	u^{+T}	u^{-K}	u^{-P}	u^{-T}
2668.42	-1.12E-20	-1.59E-19	2.71E-05	-3.89E-20	2.09E-19	-1.68E-19
2669.70	4.36E-20	-1.50E-19	8.80E-06	1.37E-19	-1.11E-19	-9.91E-20
2670.00	4.88E-20	-4.09E-20	6.35E-21	-1.24E-19	5.42E-20	3.62E-20
2713.64	9.82E-20	-3.73E-20	5.45E-04	1.22E-19	-6.23E-21	1.77E-23
2814.45	1.73E-20	6.35E-22	-4.84E-20	-1.12E-19	-3.37E-20	-7.47E-20
2967.67	-3.02E-20	-2.33E-21	-2.75E-21	-4.21E-20	5.08E-20	-2.02E-20
3166.60	-6.65E-20	2.94E-20	-2.20E-20	2.57E-20	-5.60E-20	-1.28E-20
3402.55	-2.66E-20	2.63E-20	1.13E-19	1.91E-20	4.19E-20	-2.13E-20
3665.20	2.33E-20	5.94E-21	2.03E-20	-1.44E-20	-2.82E-20	2.73E-20
3943.08	5.08E-20	-1.60E-20	3.96E-20	5.68E-20	-1.69E-21	-4.90E-21
4224.03	2.37E-20	2.22E-20	-2.99E-20	3.73E-20	-1.06E-20	-1.23E-20
4495.78	4.02E-21	-3.32E-20	-3.16E-20	-5.01E-21	3.86E-20	1.48E-21
4746.45	6.28E-21	-2.44E-20	3.90E-21	1.80E-20	-3.88E-20	-9.25E-20
4965.09	-4.00E-20	9.32E-21	-1.06E-20	-1.25E-19	1.99E-20	1.72E-20
5142.15	-5.67E-20	7.84E-21	6.01E-21	-2.47E-19	-8.80E-21	1.02E-19
5269.88	-1.19E-20	-4.24E-20	1.92E-19	7.78E-20	4.02E-21	-2.84E-20
5342.74	6.17E-20	2.54E-21	5.38E-20	1.82E-19	1.13E-02	-6.35E-22
5360.00	7.98E-21	-5.10E-21	-5.01E-24	8.19E-20	3.93E-04	4.90E-20
5360.32	7.45E-21	6.36E-22	2.17E-22	-2.89E-19	8.48E-04	-1.55E-20
5361.07	-1.98E-20	-1.47E-20	-6.07E-22	6.34E-21	1.78E-03	-2.23E-20
5362.21	-2.53E-21	-3.43E-20	-1.32E-24	1.35E-19	1.98E-03	1.38E-21
5363.69	-6.37E-22	-2.00E-20	5.05E-20	-1.60E-19	6.64E-03	1.56E-20
5365.45	-8.14E-21	9.08E-22	-4.31E-20	1.88E-19	3.67E-02	2.66E-20
5367.40	4.05E-20	2.24E-20	-5.52E-22	2.61E-20	9.46E-02	-8.70E-20
5369.47	8.06E-20	-7.75E-21	1.03E-21	-1.97E-20	1.57E-01	-1.64E-20
5371.55	-7.29E-20	-6.43E-21	-3.95E-21	-6.21E-20	2.17E-01	-1.39E-20
5373.57	1.20E-19	-2.45E-21	-1.64E-20	2.30E-20	2.68E-01	-7.29E-20
5375.44	6.19E-20	2.37E-20	-1.68E-20	5.48E-21	3.16E-01	5.07E-20
5377.06	-1.90E-19	-1.87E-21	1.51E-23	-1.88E-19	3.20E-01	-2.64E-19
5378.38	7.11E-20	3.20E-22	9.70E-23	-1.59E-20	3.21E-01	6.14E-20
5379.33	-3.77E-20	-3.11E-23	2.39E-22	-5.58E-20	3.19E-01	2.32E-20

продолжение следует

(окончание)

t, c	u^{+K}	u^{+P}	u^{+T}	u^{-K}	u^{-P}	u^{-T}
5379.87	8.64E-20	-5.67E-22	8.39E-22	-6.05E-20	3.17E-01	6.51E-21
5380.00	-1.04E-19	2.37E-21	1.50E-20	-1.72E-20	3.17E-01	6.94E-05
5380.36	-2.55E-20	-2.30E-21	9.31E-23	-4.19E-20	3.15E-01	5.66E-20
5381.18	1.21E-19	5.56E-22	1.31E-21	-2.52E-20	3.09E-01	3.52E-02
5382.37	-2.09E-19	-2.86E-22	-8.10E-22	5.59E-20	2.95E-01	1.89E-01
5383.82	2.96E-20	1.17E-22	1.58E-22	5.20E-20	2.70E-01	3.42E-01
5385.38	3.11E-20	6.65E-22	1.43E-21	1.37E-19	2.27E-01	4.12E-01
5386.90	8.87E-20	-1.07E-22	1.38E-21	-1.64E-20	1.66E-01	4.53E-01
5388.24	3.86E-21	-2.43E-22	-9.47E-22	1.98E-20	1.16E-01	4.27E-01
5389.26	1.76E-19	2.90E-22	1.97E-22	-9.70E-21	5.97E-02	3.36E-01
5389.86	-1.99E-19	1.11E-21	3.50E-22	2.58E-20	1.23E-02	1.06E-01
5390.00	-3.58E-09	2.29E-09	-5.15E-09	2.26E-08	8.87E-09	2.78E-17

Таблица 23 — Вектор управления обратного разворота. Вариант 2б

t, c	u^{+K}	u^{+P}	u^{+T}	u^{-K}	u^{-P}	u^{-T}
0.00	-1.95E-18	-4.14E-19	3.29E-01	-1.03E-21	1.18E-18	8.25E-19
0.36	3.80E-18	2.33E-18	4.86E-01	8.60E-20	1.83E-18	-2.46E-18
1.18	-6.10E-19	6.60E-19	6.28E-01	-1.60E-19	-1.67E-18	1.99E-19
2.37	2.61E-18	2.35E-19	5.92E-01	-3.35E-19	2.35E-20	-4.56E-19
3.82	1.15E-18	2.19E-19	4.30E-01	8.77E-20	3.79E-19	-7.68E-19
5.38	5.63E-18	-2.37E-19	1.84E-01	-4.11E-19	-3.54E-20	4.90E-19
6.90	-6.02E-19	1.34E-19	-1.72E-18	2.07E-19	-7.89E-19	7.91E-19
8.24	2.71E-18	-3.71E-19	-5.91E-20	-2.08E-19	1.14E-19	-1.32E-18
9.26	2.72E-18	1.16E-19	-4.19E-18	-1.47E-19	-5.27E-19	-1.22E-18
9.86	2.14E-18	-8.47E-20	-4.20E-18	4.77E-19	-6.61E-18	3.10E-19
10.00	-3.23E-18	-3.64E-19	7.20E-19	9.79E-20	-8.27E-19	-1.05E-18
11.78	2.69E-18	-8.91E-19	3.25E-18	2.40E-21	-1.45E-18	-5.40E-19
15.91	2.67E-18	1.71E-20	1.24E-18	-3.71E-20	1.27E-19	-2.43E-18
22.17	-3.31E-18	7.17E-20	-2.68E-18	-7.48E-22	-7.57E-19	-6.13E-19
30.31	-2.53E-18	-1.05E-20	-7.10E-18	2.11E-19	-1.01E-18	-2.47E-19

продолжение следует

(продолжение)

t, c	u^{+K}	u^{+P}	u^{+T}	u^{-K}	u^{-P}	u^{-T}
39.96	3.04E-19	-1.33E-19	3.00E-18	9.62E-21	5.36E-21	-1.74E-19
50.70	-1.69E-18	2.43E-20	3.15E-18	7.56E-20	-8.39E-19	-2.70E-19
62.06	-4.86E-18	-6.75E-20	-9.04E-19	1.22E-20	5.93E-02	-1.04E-17
73.55	-3.30E-18	4.30E-20	3.56E-18	-2.07E-20	1.72E-01	5.44E-18
84.66	-4.30E-18	-1.35E-20	1.35E-18	-1.73E-20	2.19E-01	1.32E-18
94.91	-1.08E-18	9.59E-20	9.16E-19	3.20E-20	1.12E-01	-4.41E-19
103.85	-3.52E-18	-2.88E-20	-6.79E-19	2.20E-22	2.32E-03	-2.20E-18
111.09	-8.75E-18	-9.67E-20	-2.75E-18	8.27E-21	7.01E-04	-1.30E-19
116.31	6.45E-19	3.11E-21	-1.06E-18	-6.09E-21	4.87E-04	-3.43E-20
119.29	-2.56E-18	8.99E-20	-8.30E-19	2.64E-21	4.18E-05	3.83E-20
120.00	9.54E-19	-2.57E-18	1.33E-18	-2.34E-18	1.16E-20	-8.25E-18
143.42	2.77E-18	-3.47E-19	-2.62E-18	-9.17E-21	4.90E-06	3.89E-18
197.95	3.57E-19	-7.10E-19	2.20E-18	-3.17E-18	-7.98E-19	-5.54E-18
282.06	4.51E-19	-1.37E-19	-9.11E-18	6.10E-19	1.70E-18	-1.05E-18
393.68	-6.92E-19	-7.72E-19	1.13E-18	9.06E-19	-1.51E-18	2.20E-18
530.06	-3.71E-18	9.75E-19	-2.44E-19	6.83E-19	-1.32E-19	-2.98E-19
687.85	-2.67E-18	3.57E-18	4.16E-19	-8.49E-19	1.66E-18	-1.04E-18
863.15	-1.10E-18	-2.48E-18	-7.45E-19	-7.67E-18	2.30E-19	7.34E-21
1051.65	7.93E-21	-6.56E-19	7.73E-21	2.15E-19	9.96E-19	2.32E-18
1248.71	9.64E-19	4.54E-19	-1.17E-18	-3.77E-19	5.72E-20	-1.21E-18
1449.47	-1.41E-20	-6.52E-19	7.57E-19	2.85E-20	7.61E-20	-8.57E-20
1648.99	7.62E-21	1.56E-19	-3.06E-19	3.50E-19	2.15E-18	-4.30E-19
1842.37	7.51E-19	1.77E-18	-3.68E-18	-6.55E-19	2.39E-19	-5.57E-19
2024.83	7.23E-19	4.34E-19	5.60E-20	-1.78E-18	-4.69E-19	1.23E-18
2191.89	-8.27E-18	4.95E-18	1.34E-18	7.38E-18	-5.63E-19	7.53E-19
2339.43	6.77E-19	-1.80E-18	-1.26E-19	1.24E-19	-4.18E-19	-4.15E-18
2463.82	1.77E-19	1.05E-18	-5.98E-19	1.08E-18	1.03E-17	-5.30E-19
2561.99	2.34E-19	1.31E-18	1.95E-18	1.50E-19	-1.43E-21	1.08E-18
2631.53	9.95E-20	3.31E-18	-5.88E-20	2.38E-19	-3.95E-19	4.73E-19
2670.75	3.23E-18	-3.27E-18	-3.29E-18	3.90E-21	1.21E-19	2.75E-19
2680.00	3.91E-18	1.19E-18	-9.10E-19	-1.37E-19	-2.84E-18	-2.29E-18

продолжение следует

(продолжение)

t, c	u^{+K}	u^{+P}	u^{+T}	u^{-K}	u^{-P}	u^{-T}
2681.10	6.84E-18	3.43E-18	1.16E-18	-2.62E-19	3.40E-18	0.00E+00
2683.65	1.57E-18	-2.65E-18	-5.66E-19	2.80E-21	2.18E-18	-6.70E-19
2687.60	1.92E-18	-7.49E-19	1.29E-19	8.05E-19	1.49E-18	0.00E+00
2692.83	1.55E-18	6.41E-19	8.74E-19	1.14E-18	-3.87E-20	5.37E-19
2699.22	2.62E-19	-1.88E-19	-8.94E-19	-7.28E-19	-2.88E-18	-2.82E-18
2706.62	2.98E-18	5.10E-19	2.65E-18	-1.34E-19	4.12E-19	-5.62E-19
2714.84	8.25E-19	-2.48E-18	2.17E-18	-2.15E-20	-1.75E-18	9.33E-03
2723.67	-2.78E-19	2.57E-19	-7.56E-20	1.83E-19	2.50E-18	6.23E-02
2732.91	3.20E-19	-8.25E-19	-2.23E-19	-7.95E-20	4.46E-18	1.16E-01
2742.32	7.15E-19	3.36E-18	1.50E-19	-7.21E-21	8.89E-19	1.24E-01
2751.67	3.25E-20	9.54E-19	-1.77E-19	-8.84E-21	1.81E-20	7.76E-02
2760.74	6.59E-19	3.78E-18	1.29E-18	1.93E-21	-4.99E-20	1.31E-02
2769.29	2.55E-18	2.71E-19	3.97E-18	8.01E-22	1.01E-20	1.33E-03
2777.12	-2.18E-18	4.61E-19	-8.17E-19	1.19E-20	1.42E-19	2.49E-04
2784.04	-2.78E-18	8.35E-19	-1.96E-18	-1.12E-20	1.93E-19	3.28E-03
2789.87	-8.06E-20	5.72E-18	1.06E-18	2.53E-21	-5.15E-19	0.00E+00
2794.47	-4.24E-18	-1.32E-18	3.21E-19	4.73E-21	-8.08E-19	3.89E-19
2797.73	-5.35E-19	-1.40E-18	-2.20E-18	3.54E-21	-1.99E-19	4.56E-18
2799.57	7.37E-18	-6.64E-18	1.95E-19	-8.31E-22	5.17E-19	1.16E-19
2800.00	-5.81E-18	3.08E-18	-1.48E-17	-5.59E-19	2.48E-18	-7.29E-18
2823.05	3.04E-18	-1.93E-18	-3.13E-18	-1.43E-19	-3.13E-20	3.12E-05
2876.73	3.23E-19	7.38E-20	2.94E-19	1.50E-18	-4.14E-20	3.61E-18
2959.53	-9.14E-20	1.33E-20	-1.22E-18	7.62E-19	8.59E-19	-6.72E-19
3069.41	1.50E-18	1.29E-18	1.67E-18	-8.53E-19	-2.94E-18	-2.29E-19
3203.66	4.43E-19	6.80E-21	-2.13E-18	-7.61E-18	-4.10E-20	2.52E-19
3358.98	-1.50E-18	-2.17E-19	-1.89E-18	-7.94E-19	-6.53E-19	-2.00E-18
3531.54	-3.14E-19	-1.25E-18	1.71E-18	1.41E-18	7.55E-19	-4.93E-19
3717.09	2.22E-18	1.56E-21	7.76E-19	-1.54E-19	-5.52E-19	7.37E-19
3911.07	5.16E-20	1.69E-18	-1.81E-18	-1.70E-18	5.64E-19	-1.38E-18
4108.70	2.79E-19	2.15E-20	-3.41E-20	-6.96E-19	8.54E-19	-7.77E-20
4305.10	-9.44E-20	1.52E-18	-3.88E-18	-8.19E-20	2.73E-20	-1.99E-18

продолжение следует

(продолжение)

t, c	u^{+K}	u^{+P}	u^{+T}	u^{-K}	u^{-P}	u^{-T}
4495.46	9.09E-20	3.53E-20	7.72E-19	-5.93E-20	3.61E-19	-1.08E-18
4675.07	-8.50E-19	4.94E-20	2.91E-19	-1.70E-21	-1.15E-18	4.42E-19
4839.52	-1.25E-19	1.03E-18	1.11E-18	5.54E-19	1.80E-20	2.03E-18
4984.75	-2.78E-19	-7.20E-20	-2.07E-19	5.88E-21	1.44E-18	7.69E-19
5107.19	9.97E-20	1.14E-18	-1.52E-18	6.67E-19	3.75E-20	6.24E-19
5203.83	-5.52E-19	-2.04E-20	-6.11E-19	-3.26E-21	-9.01E-19	9.76E-20
5272.29	1.64E-19	-5.99E-19	-6.28E-19	-8.81E-19	-2.45E-20	-2.70E-18
5310.90	3.99E-18	-3.86E-20	7.69E-20	-8.24E-21	2.40E-18	1.22E-19
5320.00	-9.64E-22	7.16E-06	-5.16E-21	-3.59E-18	1.44E-18	-1.80E-19
5320.97	6.81E-21	1.15E-04	-5.30E-21	-3.07E-18	8.36E-19	1.56E-18
5323.22	-2.25E-20	-1.21E-20	-7.75E-21	-2.18E-18	-7.31E-18	-1.73E-18
5326.64	-8.92E-22	1.07E-20	5.17E-21	-1.45E-18	-5.48E-20	-2.25E-20
5331.08	3.38E-20	8.89E-04	-8.73E-21	-6.05E-19	-6.27E-19	-6.81E-20
5336.34	1.64E-21	2.05E-02	-2.28E-21	6.96E-18	-3.26E-18	1.52E-18
5342.20	2.45E-21	7.41E-02	-6.50E-21	-7.26E-19	-4.78E-20	4.15E-19
5348.40	9.46E-21	1.44E-01	-6.16E-20	-9.49E-19	-8.51E-20	1.03E-18
5354.66	-7.41E-22	1.88E-01	6.03E-21	-4.89E-18	2.25E-19	3.14E-19
5360.72	-4.36E-20	2.04E-01	-5.61E-20	-2.07E-18	-5.61E-19	-8.70E-19
5366.31	2.41E-21	1.96E-01	4.48E-20	1.40E-19	1.92E-19	-5.69E-19
5371.19	6.93E-21	1.79E-01	-5.76E-21	-9.22E-19	-4.31E-19	3.90E-19
5375.14	-1.09E-20	1.67E-01	3.60E-20	3.61E-18	1.61E-18	-2.89E-18
5377.99	1.18E-21	1.35E-01	1.01E-21	2.65E-18	3.02E-18	3.43E-18
5379.61	-1.15E-20	1.20E-01	-9.44E-19	4.16E-18	-1.82E-18	-1.43E-18
5380.00	-3.77E-21	1.21E-01	-2.87E-18	-4.92E-18	-6.89E-18	-1.15E-18
5380.36	6.33E-21	1.13E-01	8.44E-20	1.57E-18	7.30E-19	2.75E-18
5381.18	6.14E-21	9.92E-02	-5.38E-21	4.83E-18	-1.11E-19	-4.19E-19
5382.37	2.01E-20	7.92E-02	-2.85E-21	1.02E-19	-1.80E-18	-2.68E-18
5383.82	3.15E-20	5.51E-02	7.81E-02	-3.75E-18	8.40E-19	-6.85E-19
5385.38	-1.35E-20	2.71E-02	3.48E-01	-4.27E-18	-8.46E-19	8.18E-18
5386.90	8.48E-21	-8.67E-19	5.15E-01	1.34E-19	-1.17E-18	-7.89E-19
5388.24	1.85E-20	1.22E-04	5.09E-01	2.83E-18	3.11E-20	-1.70E-18

продолжение следует

(окончание)

t, c	u^{+K}	u^{+P}	u^{+T}	u^{-K}	u^{-P}	u^{-T}
5389.26	9.56E-21	7.47E-05	4.10E-01	-3.91E-18	-6.37E-20	-2.90E-18
5389.86	-4.04E-20	2.29E-04	1.46E-01	2.88E-18	-1.31E-19	-4.61E-18
5390.00	2.68E-10	-8.48E-10	-1.60E-09	2.10E-11	2.97E-10	2.75E-21