Научная статья
УДК 531.39
URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=187443
EDN: https://www.elibrary.ru/BBCPNU

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ СВОЙСТВ МОДИФИЦИРОВАННОГО КОМПОЗИТА ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ЧИСТЫМ СДВИГОМ ВДОЛЬ ВОЛОКОН

Д.С. Шавелкин✉, А.А. Орехов

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия

✉ dshavelkin@inbox.ru

Цитирование: Шавелкин Д.С., Орехов А.А. Определение диссипативных свойств модифицированного композита при динамическом нагружении чистым сдвигом вдоль волокон // Труды МАИ. 2026. № 146. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=187443

Аннотация. В статье решается задача об определении диссипативных свойств модифицированного композита, нагруженного динамическими усилиями чистого сдвига вдоль волокон. Для определения эффективных свойств композита используются процедуры самосогласованного метода Эшелби. Исследуется эффективный модуль упругости сдвига композита при предположении, что элементарная ячейка находится в условиях чисто сдвиговой нагрузки. При этом исследуется эффективный модуль упругости сдвига композита. Предполагается, что элементарная ячейка находится в условиях чисто сдвиговой нагрузки. В отличие от модуля объемного сжатия, модуль сдвига находится неявно, поскольку в системе обычно используются уравнения второго порядка, которые являются нелинейными. На основе проведенных исследований сделано предположение, что введение в вязкоупругий слой специальных наноструктур – вискерсов позволит одновременно увеличивать эффективный поперечный модуль потерь.

Ключевые слова: диссипативные свойства, модифицированный композит, чистый сдвиг, сферические включения, вискерсы, вязкоупругая матрица

Финансирование: работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках Государственного задания МАИ (шифр FSFF-2026-0010).

DETERMINATION OF THE DISSIPATIVE PROPERTIES OF A MODIFIED COMPOSITE UNDER DYNAMIC PURE SHEAR LOADING ALONG THE FIBRES

D.S. Shavelkin✉, A.A. Orekhov

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

✉ dshavelkin@inbox.ru

Citation: Shavelkin D.S., Orekhov A.A. Determination of the dissipative properties of a modified composite under dynamic pure shear loading along the fibres // Trudy MAI. 2026. No. 146. (In Russ.). URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=187443

Abstract. The problem of determining the dissipative properties of a modified composite subjected to dynamic pure shear loading along the fibres is addressed. To determine the effective properties of the composite, we employ the procedures of Eshelby's self-consistent method. We investigate the effective shear modulus of the composite under the assumption that the unit cell is subjected to pure shear loading conditions. In contrast to the bulk modulus, the shear modulus is determined implicitly, as the system typically involves second-order nonlinear equations. Based on the conducted research, it is hypothesised that introducing special nanostructures — whiskers — into the viscoelastic layer will simultaneously increase the effective transverse loss modulus.

Keywords: dissipative properties, modified composite, pure shear, spherical inclusions, whiskers, viscoelastic matrix

Funding: the work was carried out with the support of the Russian Ministry of Education and Science within the framework of the State Assignment of the Moscow Aviation Institute (FSFF-2026-0010)

Введение

Волокнистые композитные материалы, являясь уникальным классом материалов, объединяющим в себе преимущества волокон и преимущества матриц нашли широкое применение в различных отраслях промышленности. Волокнистые композиты используются для создания легких и прочных структур в самолетах и космических аппаратах, антенной техники, кузовных деталей и компонентов, спортивных товаров, медицинских имплантов и протезов и т. д. Однако в современных композитных материалах невозможно достичь одновременно повышенной жесткости, прочности, стабильности размером, повышенной работой разрушения, ударной прочности, повышенной теплостойкости, регулируемых электрических свойств и др. в первую очередь из-за слабого взаимодействия в области контакта волокно-матрица. В связи с этим разрабатываются различные подходы к повышению прочности сцепления на границе двух фаз. К таким подходам относятся: модификация поверхности волокна, улучшение химических взаимодействий, добавление еще одной фазы (межфазного слоя).

В настоящей работе рассматривается подход по улучшению качества интерфейса волокно-матрица, связанный с добавлением между волокном и матрицей еще одной фазы – вискеризованного межфазного слоя. Улучшение свойств такого типа композитов зависит от геометрических и механических свойств вискерсов, выращенных на поверхности волокна, поэтому вискеризованный межфазный слой относится к функциональной композитной структуре, а весь модифицированный композит к мультифункциональной композитной структуре. В модифицированном композитном материале с вискеризованными волокнами одновременно могут быть улучшены прочностные, жесткостные, демпфирующие, усталостные, электро- и теплопроводные свойства, что представляет собой огромный интерес для изучения таких композитов.

Метод комплексных модулей является более простым методом упруго-вязкой аналогии, если имеются аналитические оценки для эффективных модулей.

Принцип упруго-вязкоупругой аналогии комплексных модулей преобразует выражения для эффективных упругих свойств в выражения для вязкоупругих свойств. Рассмотрим двухфазный композит, каждая из фаз которого имеет вязкоупругие свойства и характеризуется комплексным тензором модулей упругости так, что мнимая часть связана с процессами диссипации. Описание двухфазных комплексных модулей с учетом зависимости от частоты имеет вид

$$C_{ijkl}^{(1)*} = C_{ijkl}'^{(1)}(\omega) + i\,C_{ijkl}''^{(1)}, \qquad C_{ijkl}^{(2)*} = C_{ijkl}'^{(2)}(\omega) + i\,C_{ijkl}''^{(2)}. \tag{1}$$

Проиллюстрируем описанную процедуру простым примером, полагая, что эффективный модуль определяется, следуя энергетическому методу. Тогда получим

$$C_{ijkl}^{eff}\varepsilon_{ij}^{0}\varepsilon_{kl}^{0} = \frac{1}{V}\left[\int_{V_1}\sigma_{ij}^{(1)}\varepsilon_{ij}^{(1)}dV + \int_{V_2}\sigma_{ij}^{(2)}\varepsilon_{ij}^{(2)}dV\right] \tag{2}$$

Подстановка выражений (1) в (2) приводит к эффективным комплексным модулям

$$C_{ijkl}^{eff\,*} = C_{ijkl}'^{eff} + i\,C_{ijkl}''^{eff}\,. \tag{3}$$

Известно, что C'_{ijkl} — действительная часть, которая равна модулю накопления, а мнимая часть C''_{ijkl} — модуль потерь. Отношение мнимой части к действительной в (3) часто используется в качестве характеристики материала. Тангенс потерь C^{*}_{ijkl} определяется следующим образом

$$tg\,\eta = C''_{ijkl}(\omega)\big/C'_{ijkl}(\omega). \tag{4}$$

Угол h интерпретируется как фазовый угол запаздывания деформации относительно напряжения при установившихся гармонических колебаниях в вязкоупругой среде.

В настоящей работе рассматривается эпоксидный композиционный материал, армированный включениями, покрытыми модифицированными вискерсами вязкоупругими слоями. Вязкоупругие полимеры широко используются для гашения акустики и вибрации [1]. В композиционном материале они являются одним из основных источников механизма демпфирования, при котором происходит диссипация энергии [2]. Здесь будет показано, что за счет оптимизации толщины конкретного слоя вязкоупругого покрытия можно увидеть замечательный эффект усиления потерь в некотором конкретном композиционном материале, для которого можно легко получить многофазные структуры с высокими эффективными характеристиками потерь, намного превышающими модули потерь его отдельных составляющих [3]. Таким образом, возможно получить высокое демпфирование при хороших свойствах жесткости композитной конструкции.

Чтобы ясно объяснить эту основную идею оптимизации, мы сначала рассмотрим двухфазный материал как двухслойный ламинат. Как мы знаем, свойство демпфирования описывает динамическое поведение композитов, а комплексные модули обычно используются для физической характеристики демпфирующих свойств материалов. При указанной циклической частоте типичный комплексный поперечный модуль определяется как E = E' + i E'', где действительная часть представляет собой модуль упругости, а мнимая часть представляет собой модуль потерь материала. Мнимая часть отвечает за формальное определение скорости диссипации энергии на единицу объема как $\grave{U} = \frac{1}{2} E''\varepsilon_0^2$, где ε_0 - амплитуда гармонической деформации, приложенной к вязкоупругому континууму. Отношение E''/E' называется тангенсом потерь или углом потерь (tan η), который связан с демпфированием, а η представляет собой угол сдвига фазы между гармоническим напряжением и деформацией при синусоидальной нагрузке. Вернемся к исходной задаче о композите ламельного типа при сдвиговой деформации. В линейной классической модели вязкоупругости эффективный комплексный модуль сдвига может быть определен с использованием оценки Рейсса [4] с принципом вязкоупругого соответствия [5]. Следовательно, комплексный модуль сдвига и модуль объемного сжатия такого композита пластинчатого типа можно записать следующим образом:

$$\frac{1}{\mu_{eff}^*} = \frac{1-V}{\mu_1^*} + \frac{V}{\mu_2^*} \qquad \frac{1}{K_{eff}^*} = \frac{1-V}{K_1^*} + \frac{V}{K_2^*},$$

где V – объемная доля второй фазы; μ_1* и μ_2* — комплексные модули первой и второй фазы соответственно. Первую фазу будем рассматривать как упругий материал с μ_1* = b, а вторую фазу – полимерный материал с μ_2* = a (1+$i\eta$).

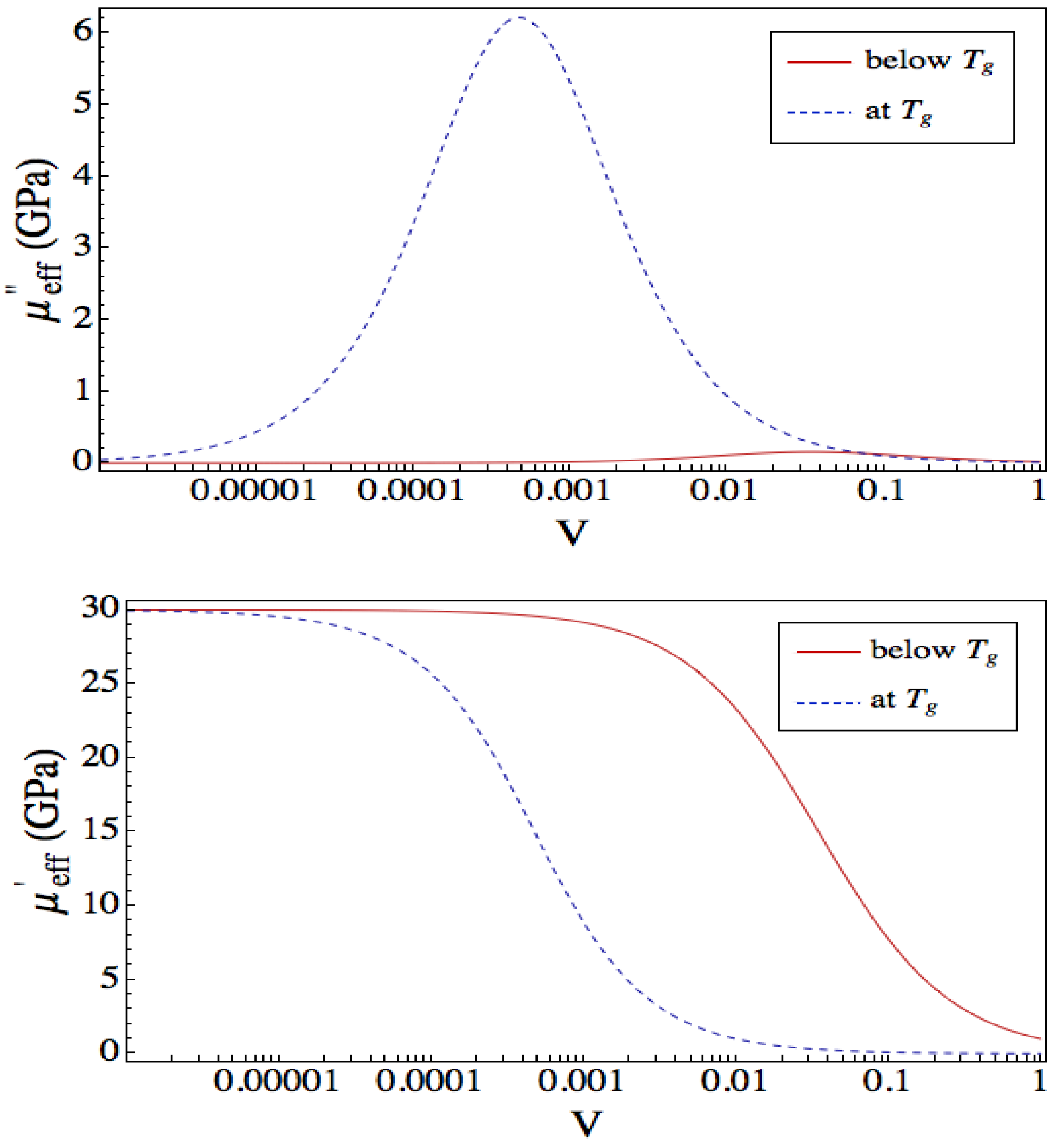

Рисунок 1 - Эффективные комплексные модули сдвига слоистого композита с двумя разными типами полимеров

Как видно из рисунка 1, результат ясно показывает преимущество вязкоупругих полимеров (при Tg) по сравнению с твердым полимером (ниже Tg). Однако более интересно то, что толщина слоя вязкоупругого полимера играет очень важный параметр в обеспечении очень высоких свойств диссипативного сдвига композитов. Эффективный модуль сдвиговых потерь в очень тонком слое вязкоупругого материала превышает эффективный модуль сдвиговых потерь композита с твердым полимером почти в 300 раз. Более того, если мы проанализируем асимптотическое поведение этого композита при $a/b \to 0$, мы обнаружим, что экстремум возникает при V = (a/b) $\sqrt{(1 + \eta^2)}$ с максимальным значением эффективного модуля сдвиговых потерь равным $\mu''_{\text{eff}} = b$ $((\sqrt{(1 + \eta^2)} - 1)/2\eta$ [3,6,7]. Этот результат интересно показывает, что максимальное значение эффективного модуля потерь на сдвиг не зависит от абсолютной жесткости вязкоупругого слоя, что подчеркивает механизм усиления потерь, действующий в ламеллярной системе с вязкоупругим слоем.

Здесь мы ожидаем, что этот эффект усиления с высокими потерями также применим к композитному материалу из сферических частиц и волокнистыми включениями. Для сферических включений, покрытых вязкоупругим слоем дисперсного эпоксидного композита, такой эффект был исследован в более ранней работе автора [3]. Было обнаружено несколько интересных результатов, например, появление «второго» пика в свойствах демпфирования, который объясняется другим режимом системы диссипации энергии. Для прогнозирования эффективных упругих свойств сферических и волокнистых композитов мы используем самосогласованный метод Эшелби, основанный на трехфазной модели [4,8-10]. Использование этого метода мотивировано его успехом в дополнении результатов численного метода конечных элементов [3]. Достаточный обзор других аналитических методов микромеханики, используемых для прогнозирования упругих и динамических свойств композиционного материала, можно найти в упомянутых работах [2,11]. Опять же, мы используем вязкоупругий принцип соответствия комплексных модулей для определения комплексных модулей этих композитов. Межфазный эффект будет игнорироваться, хотя такой масштабный эффект присутствует в композиционном материале, особенно в самой ближней области вокруг включений [12-14].

Поэтому в настоящей работе мы стремимся не только аналитически исследовать эффективные динамические свойства (первое приближение) [5] цилиндрического композиционного материала с волокнистыми включениями, который имеет вискеризованный вязкоупругий слой покрытия, окружающий включение, но и понять их высокие механизмы демпфирования в очень тонких слоях такого материала с потерями между включениями и матрицей.

Определение диссипативных свойств композита со сферическими включениями, покрытых вязкоупругим слоем

Для определения эффективных свойств композита воспользуемся процедурами самосогласованного метода Эшелби. Хотя такой метод основан на подходе, при котором включения изолированы друг от друга в представительном элементе объема, он все же позволяет в достаточной степени прогнозировать эффективные свойства композита вплоть до высокого уровня типичных объемных долей включений в композите [3,4,11]. Далее рассмотрим представительный объемный элемент сферической сборки, состоящий из трех концентрических изотропных сфер, погруженных в бесконечную эффективную среду (см. рисунок 2).

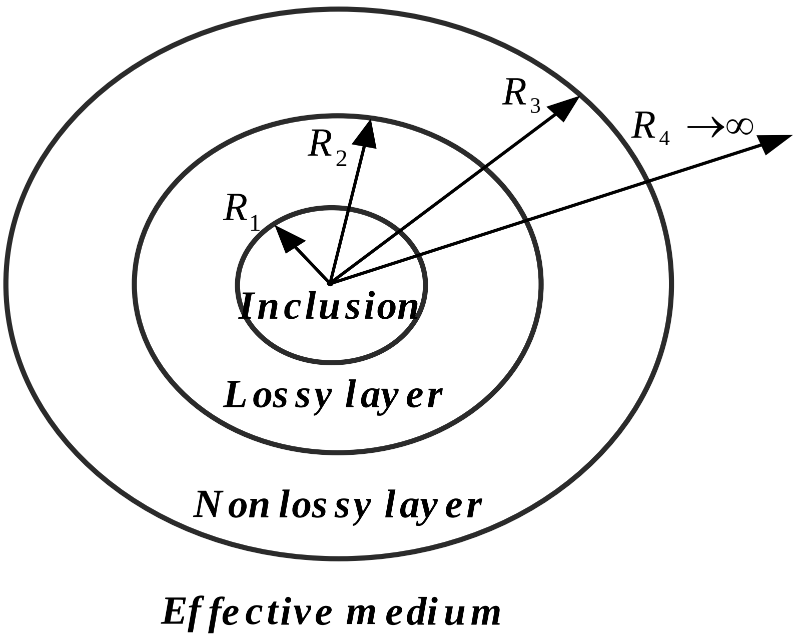

Рисунок 2 – Представительный элемент композита со сферическими включениями, покрытыми вязкоупругим слоем

Внутренняя сфера радиуса R_1 представляет собой сферическое включение с модулем объемного сжатия K_1 и модулем сдвига μ_1, тогда как оболочка радиуса R_2

из внешнего радиуса R_1 образует сферический слой с потерями с модулем объемного сжатия К2 и модулем сдвига μ_2. Слой между сферами R_3 и R2 представляет собой слой без потерь со свойствами K_3 и μ_3. Четвертый слой эффективной среды бесконечного радиуса ($R_4 \to \infty$) характеризуется неизвестными упругими свойствами композита K_4 и μ_4. Согласно методу, это эффективные упругие свойства композитной системы, где $K_4 = K_{eff}$ и $\mu_4 = \mu_{eff}$.

Поскольку гомогенизированная композитная среда считается изотропным материалом, логично, что двух эффективных упругих свойств четвертого слоя достаточно для полного описания композитной системы. Общая процедура получения этих двух свойств описывается следующим образом. С учетом конкретных условий нагружения, применяемых к композитной ячейке, сначала определяется допустимое поле перемещений для каждой фазы в композите, удовлетворяющей условиям равновесия. По полям перемещений с помощью соотношений Коши и уравнения закона Гука можно найти допустимые поля напряжений для каждой фазы. Кроме того, эти два поля должны удовлетворять условиям непрерывности на поверхности контакта фаз в точках R_1, R_2 и R_3, а также внешнему граничному условию. Чтобы решения оставались ограниченными, поля смещений и напряжений также должны удовлетворять условиям несингулярности в начале координат (R_0=0) композитной ячейки. Из условий непрерывности вместе со всеми этими условиями можно составить систему алгебраических уравнений для нахождения неизвестных эффективных упругих свойств. Однако согласно процедуре Эшелби [4,8] необходимо составить дополнительное уравнение, чтобы обеспечить необходимое замыкание системы алгебраических уравнений для окончательного получения эффективных свойств композиционного материала. Это уравнение записывается следующим образом

$$U' = \int_S \left(\sigma_{ij}^1 u_i^0 - \sigma_{ij}^0 u_i^1 \right) dS = 0 \qquad (i, j = 1,2,3) \qquad (5)$$

где U' – приращение энергии в элементарной ячейке матричного материала, содержащей включение; S – поверхность контакта матрицы с эффективной средой; σ_{ij}^1, u_i^1 – компоненты тензора напряжений и вектора перемещений на контактной поверхности, находящиеся из контактной задачи; σ_{ij}^0, u_i^0 —

компоненты тензора напряжений и вектора перемещений на контактной поверхности, связанные с задачей на бесконечности.

Что касается общей процедуры, описанной ранее, сначала исследуется эффективный объемный модуль упругости. В этом случае предполагается, что элементарная ячейка включена в условие гидростатической поперечной нагрузки. При таком нагружении обнаружено, что поля напряжений в фазах не зависят от эффективного модуля упругости композита при сдвиге, поскольку такое уравнение (6) может явно определить эффективный объемный модуль упругости композита.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{rr}^{(i)} \\ \sigma_{\theta\theta}^{(i)} \\ \sigma_{zz}^{(i)} \\ \sigma_{rz}^{(i)} \\ \sigma_{\theta z}^{(i)} \\ \sigma_{r\theta}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^{(i)} & C_{12}^{(i)} & C_{13}^{(i)} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^{(i)} & C_{22}^{(i)} & C_{23}^{(i)} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^{(i)} & C_{23}^{(i)} & C_{33}^{(i)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^{(i)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^{(i)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)} \\ \varepsilon_{zz}^{(i)} \\ 2\varepsilon_{rz}^{(i)} \\ 2\varepsilon_{\theta z}^{(i)} \\ 2\varepsilon_{r\theta}^{(i)} \end{pmatrix} \qquad (6)$$

Далее исследуется эффективный модуль упругости сдвига композита. Предполагается, что элементарная ячейка находится в условиях чисто сдвиговой нагрузки. В результате уравнения (6), а также непрерывности, несингулярности и внешних граничных условий могут быть найдены все неизвестные и эффективный модуль упругого сдвига. Однако, в отличие от модуля объемного сжатия, модуль сдвига находится неявно, поскольку в системе обычно используются уравнения второго порядка, которые являются нелинейными.

После того, как все эффективные упругие свойства найдены, используется подход принципа вязкоупругого соответствия, чтобы преобразовать их в эффективные комплексные модули композита, которые обычно состоят из действительной части - модулей накопления и мнимой части - модулей потерь.

Диссипативные свойства волокнистого композита с вязкоупругим слоем, образованным вискерсами и вязкоупругой матрицей

Волокнистый композит, образованный волокном, вязкоупругим межфазным слоем и матрицей, у которого физические свойства волокна и матрицы равны между собой, рассмотрим отдельно как слоистый композит и как композит с цилиндрическим включением. Будем считать, что оба композита состоят из двух слоев – жесткого включения и вязкоупругой матрицы. Тогда модуль потерь такого композита можно определить при помощи метода Рейса, используя формулу [15]:

$$\mu'' = \frac{bfx\eta}{(f + x - fx)^2 + (-x\eta + fx\eta)^2}, \qquad (7)$$

где $x = a/b$, а также по методу трех фаз, расширенного на многофазную среду. Положим, что радиус включения – волокна, покрытого вязкоупругим слоем, равен радиусу матрицы, т.е. $r_2 = r_3$. На рисунке 3 представлены графики зависимости эффективных сдвиговых модулей потерь от толщины межфазного вязкоупругого слоя Δ / r_1. Считаем, что волокно и вязкоупругий слой являются изотропными материалами со следующими свойствами: модуль объемного расширения волокна $k_1 = 40$ ГПа, модуль сдвига волокна $\mu_1 = 30$ ГПа, модуль объемного расширения и вязкоупругого межфазного слоя $k_2 = 4$ ГПа, модуль сдвига вязкоупругого межфазного слоя $\mu_2 = 0{,}02(1 + i)$ ГПа.

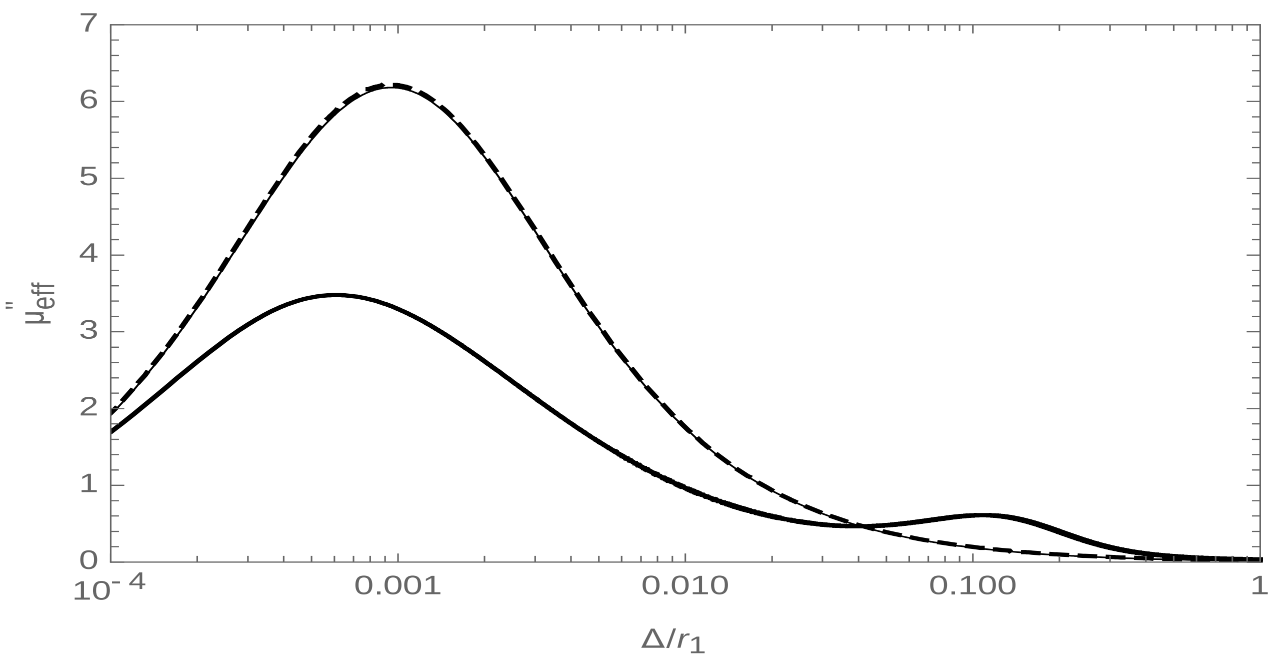

Рисунок 3 – График зависимости эффективного модуля потерь от толщины вязкоупругого слоя

Сплошная жирная линия – эффективный модуль потерь, полученный по методу трех фаз, в случае чистого сдвига поперек волокон; сплошная тонкая линия – эффективный модуль потерь, полученный по методу трех фаз, в случае чистого сдвига вдоль волокон, пунктирная линия - эффективный модуль потерь, полученный по методу Рейсса.

Согласно рисунку 3 использование метода Рейсса позволяет получить результаты, полностью соответствующие результатам, полученным по методу трех фаз в случае чистого сдвига вдоль волокна. Однако, в случае чистого сдвига поперек волокна, метод Рейсса приводит к завышенным численным результатам модуля потерь, нежели метод трех фаз, а также не позволяет отследить еще одну область пиковых значений эффективного модуля потерь.

Заключение

Рассмотрены задачи сдвигового нагружения вязкоупругих композитов. Предложены подходы к определению динамических демпфирующих свойств слоистых композитов и композитов с цилиндрическими включениями. Были рассмотрены слоистые композиты, состоящие из упругих включений и вязкоупругих матриц и волокнистые композиты, состоящие из упругих волокна и матрицы и вязкоупругого межфазного слоя.

В основе предлагаемых подходов оценки демпфирующих свойств положены метод Рейса, метод трех фаз и метод вязкоупругой аналогии. Отмечается, что в случае определения эффективного поперечного модуля потерь метод Рейса не позволяет учесть полный механизм работы волокнистого композита и отследить все пиковые значения эффективного модуля потерь. Поэтому в случае чистого сдвига поперек волокон полезно использовать формулы, полученные на основе метода трех фаз.

Введение в композит вязкоупругих слоев позволяет значительно увеличивать эффективный поперечный модуль потерь композита, но, показано, что эффективный модуль поперечного сдвига стремительно падает по мере увеличения толщины вязкоупругого слоя.

В работе сделано предположение, что введение в вязкоупругий слой специальных наноструктур – вискерсов, позволит одновременно увеличивать эффективный поперечный модуль потерь, сохраняя достаточно высокие значения эффективного модуля поперечного сдвига.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Список источников

1. Jones D.I.G. Handbook of viscoelastic vibration damping. Wiley : Chichester, 2001. 416 p.
2. Chandra R., Singh S.P., Gupta K.Chandra, R. Damping studies in fiber-reinforced composites: a review // Composite Structures, 1999. Vol. 46. P. 41–51.
3. Gusev A.A., Lurie S.A. Loss amplification effect in multiphase materials with viscoelastic interfaces // Macromolecules, 2009. Vol. 42 (14). P. 5372–5377. DOI 10.1021/ma900426v.
4. Кристенсен Р.М. Введение в механику композитов. М. : Мир, 1982. 334 с.
5. Hashin Z. Complex moduli of viscoelastic composites – I. General theory and application to particulate composites // International Journal of Solids Structure, 1970. Vol. 6. P. 539–552.
6. Berlyand L.V., Kozlov S.M. Asymptotics of homogenized moduli for the elastic chess-board composites // Arch Rational Mech Anal, 1992. Vol. 118. P. 95–112.
7. Berlyand L.V., Promislow K. Effective elastic moduli of a soft medium with hard polygonal inclusions and extremal behavior of effective Poisson’s ratio // Journal of elasticity, 1995. Vol. 40. P. 45–73.
8. Christensen R.M., Lo K.H. Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1979. Vol. 27. P. 315–330.

9. Hill R. A self-consistent mechanics of composite materials // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1965. Vol. 13. P. 213–222.

10. Budiansky B. On the elastic moduli of some heterogeneous materials / B. Budiansky // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1965. Vol. 13. P. 223–227.

11. Chandra R., Singh S.P., Gupta K. Study of damping in fiber-reinforced composites // Journal of Sound and Vibration, 2003. Vol. 262. P. 475–496.

12. Evidence for the shift of the glass transition near the particles in silica-filled elastomers / J. Berriot, H. Montes, F. Lequex, D. Long, P. Sotta // Macromolecules, 2002. Vol. 35. P. 9756–9762.

13. Heinrich G., Kluppel M., Vilgis T.A. Reinforcement of elastomers / // Current Opinion in Solid State and Materials Science, 2002. Vol. 6. P. 195–203.

14. Масштабные эффекты в механике сплошных сред. Материалы с микро- и наноструктурой: учебное пособие / С.А. Лурье, П.А. Белов, Л.Н. Рабинский, С.И. Жаворонок. М. : Издательство МАИ, 2011. 11 с.

15. Кривень Г.И., Маковский С.В. О демпфирующих свойствах вискеризованного слоя в модифицированных волокнистых композитах // Труды МАИ: электрон. журн., 2020. № 114. URL: https://trudymai.ru/upload/iblock/63c/Kriven_-Makovskiy_rus.pdf?lang=ru&issue=114.

References

1. Jones D.I.G. *Handbook of viscoelastic vibration damping*, Wiley, Chichester, 2001. 416 p.

2. Chandra R., Singh S.P., Gupta K., Chandra R. Damping studies in fiber-reinforced composites: a review. *Composite Structures*, 1999, vol. 46, pp. 41–51.

3. Gusev A.A., Lurie S.A. Loss amplification effect in multiphase materials with viscoelastic interfaces. *Macromolecules*, 2009, vol. 42 (14). pp. 5372–5377. DOI 10.1021/ma900426v.

4. Kristensen, R.M. *Vvedenie v mekhaniku kompozitov* [mechanics of composite materials], Moscow, Mir, 1982. 334 p.

5. Hashin, Z. Complex moduli of viscoelastic composites – I. General theory and application to particulate composites. *International Journal of Solids Structure,* 1970, vol. 6, pp. 539–552.

6. Berlyand L.V., Kozlov S.M. Asymptotics of homogenized moduli for the elastic chess-board composites. *Arch Rational Mech Anal*, 1992. vol. 118, pp. 95–112.

7. Berlyand L.V., Promislow K.Effective elastic moduli of a soft medium with hard polygonal inclusions and extremal behavior of effective Poisson's ratio. *Journal of elasticity*, 1995, vol. 40. pp. 45–73.

8. Christensen R.M., Lo K.H. Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* 1979, vol. 27, pp. 315–330.

9. Hill R. A self-consistent mechanics of composite materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1965, vol. 13, pp. 213–222.

10. Budiansky B. On the elastic moduli of some heterogeneous materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1965, vol. 13. pp. 223–227.

11. Chandra R., Singh S.P., Gupta K. A study of damping in fiber-reinforced composites. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, vol. 262. pp. 475–496.

12. Berriot J., Montes H., Lequex F., Long D., Sotta P. Evidence for the shift of the glass transition near the particles in silica-filled elastomers. *Macromolecules*, 2002, vol. 35, pp. 9756–9762.

13. Heinrich G., Kluppel M., Vilgis T.A. Reinforcement of elastomers. *Current Opinion in Solid State and Materials Science*, 2002, vol. 6, pp. 195–203.

14. Lur'e S.A., Belov P.A., Rabinskii L.N., Zhavoronok S.I. Masshtabnye ehffekty v mekhanike sploshnykh sred. Materialy s mikro- i nanostrukturoi: uchebnoe posobie. Moscow, Izdatel'stvo MAI, 2011. 11 p.

15. Kriven' G.I., Makovskii S.V. *Trudy MAI: elektron. zhurn.,* 2020, no. 114. Avialable at: https://trudymai.ru/upload/iblock/63c/Kriven_-Makovskiy_rus.pdf?lang=ru&issue=114.

Информация об авторах

Денис Сергеевич Шавелкин, старший преподаватель, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2335-4069; ScopusID: 57391948400; e-mail: dshavelkin@inbox.ru

Александр Александрович Орехов, доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9012-3319;
ScopusID: 57205127904; e-mail: a_orekhov@mai.ru

Information about the authors

Denis S. Shavelkin, senior lecturer, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2335-4069; ScopusID: 57391948400; e-mail: dshavelkin@inbox.ru

Alexander A. Orekhov, associate professor, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9012-3319; ScopusID: 57205127904; e-mail: a_orekhov@mai.ru

Получено 21 декабря 2025 ● Принято к публикации 13 февраля 2026 ● Опубликовано 27 февраля 2026
Received 21 December 2025 ● Accepted 13 February2026 ● Published 27 February 2026