

УДК 534.1:539.398.4

О жесткостях проволочных конструкций спирального типа

Аносов Ю.В.^{1*}, Данилин А.Н.^{2*}, Курдюмов Н.Н.^{3}**

¹*Московский государственный областной гуманитарный институт, МГОГИ, ул. Зелёная, 22, Орехово-Зуево, Московская обл., 142611, Россия*

²*Институт прикладной механики РАН, ИПРИМ РАН, Ленинградский проспект, 7, Москва, 125040, Россия*

³*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*e-mail: andanilin@yandex.ru.

**e-mail: nick.n.kurdyumov@gmail.com

Аннотация

Провода и тросы воздушных ЛЭП, а также спиральная арматура представляют собой сложные конструкции, образованные проволочными слоями (повивами), навитых друг на друга под разными углами относительно сердечника.

В предлагаемой работе каждый повив рассматривается с позиции энергетического подхода как эквивалентная по упругим свойствам анизотропная цилиндрическая оболочка, а проволочная конструкция в целом моделируется как система вложенных друг в друга цилиндрических оболочек, взаимодействующих между собой силами давления и трения. На основе этого подхода получены формулы для определения матриц податливости и жесткости проволочных конструкций. Получены также формулы для оценки жесткостей проводов и тросов

на кручение и изгиб с учетом их внутреннего строения и взаимодействия повивов между собой.

Ключевые слова: провода ЛЭП, энергетическое осреднение, взаимодействие повивов, жесткости на изгиб и кручение.

Введение

Анализ работоспособности воздушных линий электропередачи (ЛЭП) заключается в решении ряда проблем, связанных с расчётами статических состояний и колебаний проводов и тросов совместно с арматурой, гасителями колебаний и другими закрепленными на них устройствами. Решение многих из этих проблем возможно только при корректном учёте взаимодействия проволочных слоёв (повивов) и изгибно-крутильных жесткостей. В ряде задач эти параметры являются определяющими, например, связанных с разработками систем энергобезопасности и надёжности информационно-телекоммуникационного обеспечения аэродромов, авиационных и ракетных систем, воздушных ЛЭП общего назначения, подверженных воздействию ветра в различных климатических условиях.

Из-за сложной структуры проволочных конструкций возникают известные проблемы в оценках их деформаций, жесткостей, несущей способности и пр. [1, 2]. Например, изгибная жесткость провода может заметно меняться по мере его деформации, поскольку проволочные слои провода могут проскальзывать относительно друг друга, а отдельные проволоки – перемещаться внутри повивов. Следовательно, величины изгибной и крутильной жесткостей могут изменяться как вдоль оси провода, так и во времени.

Анализ литературы и состояния исследований в рассматриваемой области механики показывает, что до сих пор не разработаны методы, которые позволили бы с единых позиций моделировать деформирование таких конструкций, рассчитывать их жесткостные характеристики, несущую способность, оптимизировать конструктивные параметры. В этой связи, разработка методов анализа напряженно-деформированного состояния многослойных проволочных конструкций, каждый слой которых образован из проволочных спиралей или их прядей, является актуальной и практически значимой проблемой.

В предлагаемой работе используется новая математическая модель деформирования проволочной конструкции спирального типа, впервые предложенная в работах Данилина А.Н., Шалашилина В.И. [3, 4]. В соответствии с этой моделью каждый повив представляется с позиции энергетического подхода как эквивалентная по упругим свойствам анизотропная цилиндрическая оболочка, а проволочная конструкция в целом рассматривается как система вложенных друг в друга цилиндрических оболочек, между которыми допускается проскальзывание с учетом сил давления и трения.

1. Определяющие соотношения

Произвольный повив состоит из n одинаковых спиральных проволок, навитых с постоянным углом подъема α на воображаемый цилиндр радиуса \tilde{r} . Пусть EJ_b , GJ_t , EF – соответственно жесткости каждой проволоки на изгиб в соприкасающейся плоскости, кручение и растяжение.

Обозначим через w перемещение произвольной точки стержня вдоль радиуса его кривизны. По физическому смыслу эта величина представляет

собой «натяг» – разность радиусов повива до монтажа и воображаемого образующего цилиндра (нижележащие проволочные слои), на который навиваются проволочные спирали рассматриваемого повива.

Сопоставим повив в пределах шага скрутки L (на рис. 1 – высота подъема винтовой линии при полном обороте вокруг продольной оси) с цилиндрической оболочкой радиуса $r = \tilde{r} + d/2$, где d – условный диаметр поперечного сечения проволоки.

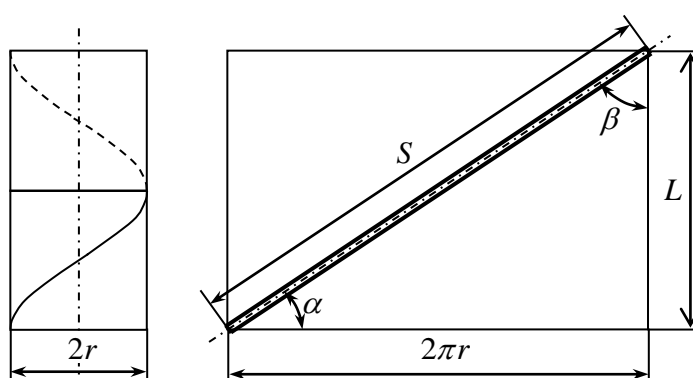


Рис. 1. Развертка винтовой линии постоянного шага на плоскость

Будем считать, что оболочка нагружена по торцам погонным продольным усилием T , крутящим моментом H и внутренним давлением p . Тогда, следуя [3, 4], имеем

$$(\varepsilon \quad \theta \quad w)^{-1} = B(T \quad H \quad p)^{-1}, \quad (1)$$

где элементы матрицы податливости B :

$$b_{11} = \frac{2\pi r^3}{n|\sin \alpha|} \left(\frac{1 + \psi}{EJ_b} \sin^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha}{GJ_t} \right),$$

$$b_{12} = \frac{r}{n} \text{sign}(\sin \alpha) \cos \alpha \left(\frac{1}{GJ_t} - \frac{1}{EJ_b} \right),$$

$$b_{13} = -\frac{2\pi r^4}{n} \sin \alpha \left(\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - (1 + \psi)}{EJ_b} + \frac{2}{GJ_t} \right),$$

$$b_{21} = \frac{2\pi r^2}{n} \operatorname{sign}(\sin \alpha) \cos \alpha \left(\frac{1}{GJ_t} - \frac{1}{EJ_b} \right),$$

$$b_{22} = \frac{1}{n |\sin \alpha|} \left(\frac{\sin^2 \alpha}{GJ_t} + \frac{\cos^2 \alpha}{EJ_b} \right),$$

$$b_{23} = -\frac{2\pi r^3}{n} \cos \alpha \left(\frac{2\operatorname{tg}^2 \alpha}{GJ_t} + \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{EJ_b} \right),$$

$$b_{31} = b_{13}, \quad b_{32} = -\frac{r^2}{n} \cos \alpha \left(\frac{2\operatorname{tg}^2 \alpha}{GJ_t} + \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{EJ_b} \right),$$

$$b_{33} = \frac{2\pi r^5}{n} |\sin \alpha| \left[\frac{(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)^2 + \psi}{EJ_b} + \frac{4\operatorname{tg}^2 \alpha}{GJ_t} \right];$$

безразмерный коэффициент $\psi = J_b / Fr^2$.

Будем считать, что слои провода уложены без зазора и натяга. Пронумеруем слои от 1 до n . Центральному проводу (сердечнику) присвоим индекс (0). Тогда для i -го повива соотношение (1) примет вид

$$\begin{pmatrix} \varepsilon^{(i)} & \theta^{(i)} & 0 \end{pmatrix}^T = B^{(i)} \begin{pmatrix} T^{(i)} & H^{(i)} & p^{(i)} \end{pmatrix}^T. \quad (2)$$

Продольное усилие $T^{(i)}$ в срединной поверхности оболочки связано с продольной силой $N^{(i)}$, действующей на оболочку, соотношением

$$N^{(i)} = 2\pi r^{(i)} T^{(i)}. \quad (3)$$

После исключения $p^{(i)}$ из (2), последнее сводится к виду

$$\begin{pmatrix} \varepsilon^{(i)} & \theta^{(i)} \end{pmatrix}^T = \bar{B}^{(i)} \begin{pmatrix} T^{(i)} & H^{(i)} \end{pmatrix}^T, \quad (4)$$

где матрица

$$\bar{B}^{(i)} = \|\bar{b}_{kl}\| = \begin{pmatrix} b_{11}^{(i)} - \frac{b_{13}^{(i)}b_{31}^{(i)}}{b_{33}^{(i)}} & b_{12}^{(i)} - \frac{b_{13}^{(i)}b_{32}^{(i)}}{b_{33}^{(i)}} \\ b_{21}^{(i)} - \frac{b_{23}^{(i)}b_{31}^{(i)}}{b_{33}^{(i)}} & b_{22}^{(i)} - \frac{b_{23}^{(i)}b_{32}^{(i)}}{b_{33}^{(i)}} \end{pmatrix}; \quad k, l = 1, 2. \quad (5)$$

Отсюда

$$\left(T^{(i)} \ H^{(i)} \right)^T = C^{(i)} \left(\varepsilon^{(i)} \ \theta^{(i)} \right)^T; \quad C^{(i)} = \|c_{pq}^{(i)}\| = \left(\bar{B}^{(i)} \right)^{-1}; \quad p, q = 1, 2. \quad (6)$$

При рассмотрении провода в целом, возникающие в нем продольная сила N и крутящий момент H складываются из сил и моментов, действующих на сердечник и повивы. Поэтому с учётом (3), (6)

$$N = N^{(0)} + \sum_{i=1}^n N^{(i)} = N^{(0)} + 2\pi \sum_{i=1}^n r^{(i)} T^{(i)}, \quad H = H^{(0)} + \sum_{i=1}^n H^{(i)}. \quad (7)$$

Будем считать, что повивы провода не проскальзывают друг относительно друга, т.е. что их деформации одинаковы. Тогда

$$\varepsilon^{(i)} = \varepsilon, \quad \theta^{(i)} = \theta; \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (8)$$

Соотношения (7) можно представить в матричной форме

$$\begin{pmatrix} N \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N^{(0)} \\ H^{(0)} \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} 2\pi r^{(i)} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T^{(i)} \\ H^{(i)} \end{pmatrix}.$$

Подставляя сюда (6) с условием (8), получим

$$\begin{pmatrix} N \\ H \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \theta \end{pmatrix},$$

$$R = \|r_{ij}\| = \begin{pmatrix} E^{(0)} F^{(0)} & 0 \\ 0 & G^{(0)} J_t^{(0)} \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} 2\pi r^{(i)} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} C^{(i)}.$$

Здесь $E^{(0)}$, $G^{(0)}$ – модули на растяжение и сдвиг сердечника; площадь $F^{(0)} = \pi d^{(0)2}/4$, полярный момент инерции $J_t^{(0)} = \pi d^{(0)4}/32$; $d^{(0)}$ – диаметр проволоки сердечника.

Полученная в результате матрица R является матрицей жесткости для провода при его работе на растяжение и кручение. Следует ожидать, что ввиду встречной намотки повивов провода элементы $r_{12} = r_{21}$ малы по сравнению с диагональными r_{11} и r_{22} . Во всяком случае, углы намотки повивов могут быть подобраны так, чтобы внедиагональные элементы оказались величинами малыми. Тогда r_{11} и r_{22} можно рассматривать как классические жесткости провода на растяжение и кручение.

2. Изгибные и крутильные жесткости

Соотношения (4), (5) позволяют определить жесткости проволочной конструкции на кручение и изгиб.

Рассмотрим сначала кручение. Из (4) при $T = 0$ следует для i -го повива

$$\theta^{(i)} = \bar{b}_{22}^{(i)} H^{(i)}. \quad (9)$$

При закручивании провода на угол θ все повивы закручиваются одинаково:

$$\theta^{(i)} = \theta ; \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (10)$$

В то же время крутящий момент H складывается из крутящих моментов составляющих повивов:

$$H = \sum_{i=0}^n H^{(i)}. \quad (11)$$

Поэтому, учитывая (9)-(11), имеем

$$H = \sum_{i=0}^n \theta^{(i)} c_{22}^{(i)} = \theta \sum_{i=0}^n c_{22}^{(i)}. \quad (12)$$

Обозначим жесткость провода на кручение через GJ_t , где G – некоторый условный модуль сдвига. Тогда

$$\theta = \frac{H}{GJ_t}. \quad (13)$$

Сравнивая выражения (12), (13), получим

$$GJ_t = \sum_{i=0}^n c_{22}^{(i)}. \quad (14)$$

Для сердечника и i -го повива:

$$b_{22}^{(0)} = \frac{1}{G^{(0)} J_t^{(0)}} \approx \frac{10}{G^{(0)} d^{(0)4}};$$

$$J_t^{(i)} = 0.1d^{(i)4}, J_b^{(i)} = 0.05d^{(i)4}, G^{(i)} = \frac{E^{(i)}}{2(1 + \mu^{(i)})},$$

где $E^{(i)}$, $\mu^{(i)}$ – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала i -го повива. С учётом последних формул, из (14) получаем выражение для жесткости на кручение в виде

$$GJ_t = 0.1G^{(0)} J_t^{(0)} + \sum_{i=1}^n c_{22}^{(i)}. \quad (15)$$

Рассмотрим изгибную жесткость провода. Кривизна κ , радиус кривизны ρ и изгибающий момент M_b стержня связаны соотношением

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M_b}{EJ_b}. \quad (16)$$

Момент M_b , подсчитанный через нормальные напряжения σ в поперечном сечении F , равен

$$M_b = \int_F y \sigma dF, \quad (17)$$

где y – расстояние от элемента dF до нейтрального волокна.

При выполнении гипотезы плоских сечений удлинение волокна стержня с сечением dF равно

$$\varepsilon = y/\rho. \quad (18)$$

Если рассматривать i -й повив как оболочку, состоящую из продольных волокон, в которых действуют напряжения $\sigma^{(i)} = T^{(i)}/d^{(i)}$, то из (4), (5) следует закон Гука для продольного волокна в виде $\varepsilon^{(i)} = \bar{b}_{11}^{(i)} T^{(i)} = \bar{b}_{11}^{(i)} d^{(i)} \sigma^{(i)}$. Тогда для i -го повива из (16)-(18) получаем

$$E^{(i)} J_b^{(i)} = M_b^{(i)} \rho^{(i)} = \rho \int_F y \frac{\varepsilon^{(i)}}{\bar{b}_{11}^{(i)} d^{(i)}} dF = \frac{1}{\bar{b}_{11}^{(i)} d^{(i)}} \int_{F^{(i)}} y^2 dF^{(i)}.$$

Для кольцевого сечения радиуса $r^{(i)}$ и толщиной $d^{(i)}$ интеграл $\int_{F^{(i)}} y^2 dF^{(i)} = \pi r^{(i)3} d^{(i)}$. Поэтому жесткость на изгиб i -го повива

$$E^{(i)} J_b^{(i)} = \pi r^{(i)3} / \bar{b}_{11}^{(i)}. \quad (19)$$

При изгибе провода кривизна изгиба осей всех повивов и сердечника провода одинакова, а $M_b = \sum_{i=0}^n M_b^{(i)}$. Поэтому изгибная жесткость провода с

учетом (19) равна

$$EJ_b = M_b \rho = \rho \sum_{i=0}^n M_b^{(i)} = \rho \sum_{i=0}^n \frac{E^{(i)} J_b^{(i)}}{\rho} = 0.05d^{(0)4} E^{(0)} + \pi \sum_{i=1}^n r^{(i)3} c_{11}^{(i)}. \quad (20)$$

3. Жесткости проводов серии АС. Различные оценки

Рассчитывались крутильные и изгибные жесткости проводов алюминивно-стальной серии российского производства (АС). Данные для расчётов представлены в Табл. 1, 2. Типовое сечение провода АС показано на рис. 2.

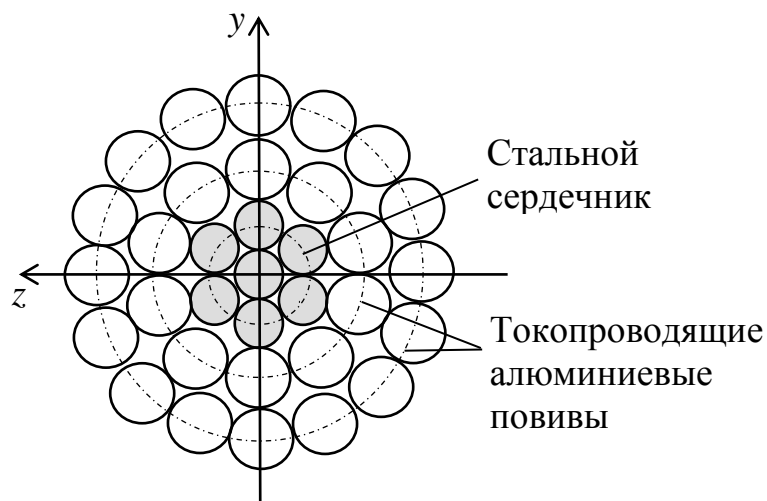


Рис. 2. Конструкция провода АС

В первых столбцах таблиц даны марки сталеалюминевых проводов серии АС в виде отношения номинальных площадей алюминиевой и стальной частей сечения провода (мм²). Во вторых – даны в виде сумм количества проволок в каждом из повивов: значение слагаемого дает число

**Параметры токопроводящей (алюминиевой) части
проводов серии АС**

проволок в повиве, а число слагаемых суть число повивов. В третьих и четвёртых столбцах указаны номинальные диаметры проволок и кратности скрутки, определяющие углы подъема и скрутки. Кратность скрутки повива определяется формулой $m = L/(2r + d)$, где L – шаг скрутки; r – радиус повива, т.е. радиус окружности, на которой лежат центры поперечных сечений проволок; d – диаметр проволок повива. Из этой формулы следует, что $L = m(2r + d)$, откуда по формуле $L = 2\pi r |\operatorname{tg} \alpha|$ находим $\alpha = \operatorname{Arctg}(L/2\pi r)$.

Марка провода АС	Числа проволок в повивах	Номинальный диаметр проволок, мм	Кратности скрутки повивов
1	2	3	4
120/19	10+16	2,40	15, 12
120/27	12+18	2,20	15, 12
150/19	9+15	2,80	15, 12
150/34	12+18	2,50	15, 12
185/24	9+15	3,15	15, 12
240/39	10+16	3,40	15, 12
185/128	24+30	2,10	15, 12
300/39	9+15	4,00	15, 12
300/66	12+18	3,50	15, 12
330/30	10+16+22	2,98	15, 12, 10
330/43	12+18+24	2,80	15, 12, 10
400/22	10+16+22+28	2,57	18, 15, 13, 11
400/64	10+16	4,37	15, 12
400/93	12+18	4,15	15, 12
300/204	24+30	2,65	15, 12
500/26	8+14+20	3,90	15, 12, 10
500/64	12+18+24	3,40	15, 12, 10
550/71	12+18+24	3,60	15, 12, 10
600/72	12+18+24	3,70	15, 12, 10
650/79	15+21+27+33	2,90	18, 15, 12, 10

Таблица. 2

**Параметры сердечников – стальной части проводов
серии АС**

Марка провода АС	Числа проволок в повивах	Номинальный диаметр поволок, мм	Кратности скрутки повивов
1	2	3	4
120/19	1+6	1,85	20
120/27	1+6	2,20	20
150/19	1+6	1,85	20
150/34	1+6	2,50	20
185/24	1+6	2,10	20
240/39	1+6	2,65	20
185/128	1+6+12+18	2,10	25, 20, 15
300/39	1+6	2,65	20
300/66	1+6+12	2,10	25, 20
330/30	1+6	2,30	20
330/43	1+6	2,80	20
400/22	1+6	2,00	20
400/64	1+6	3,40	20
400/93	1+6+12	2,50	25, 20
300/204	1+6+12+18	2,65	25, 20, 18
500/26	1+6	2,20	20
500/64	1+6	3,40	20
550/71	1+6	3,60	20
600/72	1+6+12	2,20	25, 20
650/79	1+6+12	2,30	25, 20

Таблица. 3

Жесткости проводов серии АС

Марка провода АС	d , мм	EJ , Н·м ²	GJ_t , Н·м ²	$GJ_t^{экс.}$, Н·м ²
1	2	3	4	5
120/19	15,15	113,6	15,37	14,22
120/27	15,40	125,3	16,50	15,19
150/19	16,75	166,8	23,03	21,25
150/34	17,50	208,9	27,50	25,32
185/24	18,90	269,5	37,18	34,45
240/39	21,55	463,1	62,60	58,23
185/128	23,10	835,9	82,66	76,88
300/39	23,95	695,4	96,14	88,84
300/66	24,50	812,2	101,48	97,28
330/30	24,78	807,5	103,77	101,81
330/43	25,20	867,2	120,92	108,88
400/22	26,56	1041,6	163,73	134,36
400/64	27,68	1261,3	170,52	158,50
400/93	29,10	1615,0	200,79	193,61
300/204	29,15	2119,1	209,61	194,95
500/26	30,00	1684,2	244,93	218,70
500/64	30,60	1885,4	262,89	236,73
550/71	32,40	2369,7	330,42	297,54
600/72	33,20	2632,8	360,17	328,03
650/79	34,70	3134,4	468,10	391,45

Результаты вычислений представлены в Табл. 3. Здесь первая колонка – марка провода, вторая – внешний диаметр провода (диаметр окружности, в которую вписано поперечное сечение провода). Третья и четвёртая колонки таблицы содержат значения изгибной и крутильной жесткостей, посчитанные соответственно по формулам (20) и (15). Пятая колонка содержит значения крутильных жесткостей, вычисленных по формуле $GJ_t = 0.00027 d^4$, где d – внешний диаметр провода в миллиметрах, а числовой коэффициент имеет размерность $\text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{мм}^4$. Эта формула получена в институте Montefiore (Бельгия, Льежский университет) [6] в результате обширного анализа экспериментальных данных. Систематических данных об изгибных жесткостях проводов, измеренных в результате каких-либо экспериментов, в литературе найти не удалось.

Сравнение 4-й и 5-й колонок Табл. 3 говорит о хорошем соответствии предложенной модели экспериментальным данным.

ВЫВОДЫ

Разработан общий метод расчёта многоповивных (многослойных) проволочных конструкций регулярной структуры с учётом взаимодействия проволочных повивов силами давления и трения. В соответствии с разработанной теорией, каждый повив представляется с позиции энергетического подхода как эквивалентная по упругим свойствам анизотропная цилиндрическая оболочка, а сама проволочная конструкция

рассматривается как система вложенных друг в друга цилиндрических оболочек, между которыми допускается проскальзывание с учетом сил трения.

На основе разработанного подхода получены формулы для вычисления матриц жесткости и податливости, позволяющие дать оценки жесткостям провода на кручение и изгиб с учетом его внутреннего строения и взаимодействия повивов между собой.

Предложенный подход может быть использован для анализа работы спиральных зажимов различного назначения и оптимизации их конструктивных параметров [6-8].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ: код проекта 13-01-00471-а .

ЛИТЕРАТУРА

1. Papailiou K.O. On the bending stiffness of transmission line conductors // IEEE Transactions on Power Delivery. 1997. V. 12. № 4. – P.1576-1588.
2. Колебания проводов воздушных линий под воздействием ветра. Часть 1. Усталостная прочность. Вибрация / Под ред. Виноградова А.А. – М.: Изд-во ЗАО «Электросетьстройпроект», 2005. – 185 с.
3. Данилин А.Н., Рыжов С.В., Цветков Ю.Л., Шалашилин В.И. Модель провода воздушной линии электропередачи. // Материалы XI международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Том II. Избранные доклады. Ярополец, Россия, 14-18 февраля 2005 г. 64-73 с.

4. Шалашилин В.И., Данилин А.Н., Цветков Ю.Л., Рыжов С.В. Модель провода воздушной линии электропередачи // Механика композиционных материалов и конструкций. 2005. Т.11. № 4. – С. 564-572.
5. Dubois H., Lilien J.L., Dal Maso F. A new theory for frequencies computation of overhead lines with bundle conductors // Rev. AIM – Liege. 1991. № 1. – P.46-62.
6. Рыжов С.В., Цветков Ю.Л. Арматура спирального типа для подвески и ремонта сталь-алюминиевых проводов марки АС и грозозащитных тросов // Материалы семинара: «Мониторинг состояния воздушных ЛЭП: методы прогнозирования срока службы, повышение их надежности», Москва, 14-18 февраля 2005 г. 68 с.
7. Рыжов С.В., Цветков Ю.Л. Опыт применения арматуры спирального типа на воздушных ЛЭП // ЭЛЕКТРО. 2005. № 2. – 32-36 с.
8. Данилин А.Н., Захаров А.П., Кузнецова Е.Л., Курдюмов Н.Н., Тарасов С.С. Деформирование спиральных зажимов для проводов воздушных линий электропередачи // Нелинейный мир. 2011. Т.11. №4. – С.234-242.