

*На правах рукописи*

**Кузнецов Максим Николаевич**

**ТЕРМИНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ АЭРОБАЛЛИСТИЧЕСКИМ  
ВЫСОКОСКОРОСТНЫМ ЛА**

Специальность 05.13.01  
Системный анализ, управление и обработка информации  
(Авиационная и ракетно-космическая техника)

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Москва, 2013 г

Работа выполнена на кафедре 704 «Информационно-управляющие комплексы летательных аппаратов» Московского авиационного института (национального исследовательского университета, МАИ).

Научный руководитель: Сыпало Кирилл Иванович, доктор технических наук, доцент, начальник комплекса перспективного развития Федерального государственного унитарного предприятия «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е.Жуковского».

Официальные оппоненты: Бобронников Владимир Тимофеевич, доктор технических наук, профессор кафедры 604 «Системный анализ и управление» Московского авиационного института (национального исследовательского университета, МАИ); Янова Ольга Васильевна, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Федерального государственного унитарного предприятия «Центральный аэрогидродинамический институт» (ФГУП «ЦАГИ», Россия, 140180, г.Жуковский, ул.Жуковского д.1).

Ведущая организация: Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем» (ФГУП «ГосНИИАС», Россия, 125319, г.Москва, ул. Викторенко, 7).

Защита состоится «26» декабря 2013 года в 15:00 часов на заседании диссертационного Совета Д 212.125.12 в Московском авиационном институте (национального исследовательского университета, МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского авиационного института (национального исследовательского университета, МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4..

Автореферат разослан «25» ноября 2013 года.

Отзывы, заверенные печатью, просьба направлять по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4., Ученый совет МАИ

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д212.125.12, к.т.н. доц.

В.В. Дарнопых

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Актуальность задачи**

Одним из наиболее актуальных направлений совершенствования летательных аппаратов, в первую очередь, беспилотных, является увеличение скорости полета. Анализ существующих проектов высокоскоростных беспилотных ЛА демонстрирует развитие в ближайшей перспективе так называемых аэробаллистических высокоскоростных ЛА (АВСЛА), т.е. ЛА с большим и средним значением аэродинамического качества ( $K > 3$ ), имеющих выраженный пассивный участок полета в атмосфере. Основной задачей терминального управления таких ЛА на аэробаллистическом участке траектории является обеспечение требуемой высокой терминальной точности выведения АВСЛА в заданную точку пространства не только по плановым координатам и высоте (с.к.о. промаха около 1 м), но и по условиям подхода, т.е. по углам наклона и курса траектории (с.к.о. промаха  $1^\circ$ ) при соблюдении ограничений на управление и минимальную терминальную скорость. Динамические особенности АВСЛА на пассивном участке, заключающиеся в относительно низкой эффективности аэродинамических управляющих органов, большом запаздывании траекторного движения (постоянная времени около 10-15 с), существенном изменении скоростного потока, определяют, в свою очередь, актуальность научно-технической задачи разработки новых алгоритмов управления движением центра масс АВСЛА на терминальном участке полёта. Подобные задачи решаются в настоящее время для дозвуковых БЛА типа ПТУР путем модификации метода пропорционального наведения, однако их применение с учетом динамических особенностей АВСЛА не дает требуемых результатов.

**Цель работы** заключается в обеспечении требуемых характеристик терминального промаха аэробаллистического высокоскоростного беспилотного ЛА с учетом влияния неопределенности начальных условий, неточности знания аэродинамической модели АВСЛА и возмущений атмосферы, при ограничениях на управление и условия подхода к терминальной точке путем разработки методов и алгоритмов терминального управления движением центра масс АВСЛА.

**Объект исследования** - система управления движением центра масс АВСЛА на терминальном участке полёта.

**Предмет исследования** - методы и алгоритмы терминального управления, обеспечивающие минимизацию функционала смешанного типа (взвешенное математическое ожидание энергозатрат на управление и терминального промаха) с учётом ограничений на управление и условия подхода к терминальной точке.

**Методы исследования** - системный анализ, методы динамики полёта, теории оптимального управления нелинейными стохастическими динамическими системами по неполным данным, математического программирования и математического моделирования управляемого полета ЛА.

**Научная новизна** состоит в предложенном подходе к решению задачи высокоточного терминального управления АВСЛА, основанном на концепции

возмущенно-невозмущенного движения и обеспечивающем требуемые характеристики терминального промаха с учетом случайных возмущающих факторов, при ограничениях на управление и условия подхода к терминальной точке. В рамках предложенного подхода:

1. развита методика формирования оптимального, в смысле минимизации взвешенного математического ожидания энергозатрат на управление и терминального промаха, программного управления на терминальном участке полета АВСЛА на основе методов математического программирования;

2. предложена методика формирования т.н. «рационального» программного управления, основанная на поиске попадающей программной траектории с постоянными значениями компонент вектора управления (угла атаки и угла крена) при частично закрепленном левом конце траектории. Данная методика дополнена процедурой формирования области достижимости для АВСЛА с учетом располагаемой перегрузки и разрешающей способности БРЛС;

3. предложены алгоритмы пространственного самонаведения на неподвижную терминальную точку на основе обновляемых попадающих траекторий, формируемых в классе классических сплайнов и кривых Безье и обеспечивающих учёт ограничений по скорости и углам подхода к цели.

**Практическая значимость** результатов диссертационной работы:

1. предложенный способ формирования программного управления АВСЛА на терминальном участке полета и построения области достижимости может использоваться в процессе подготовки полетных заданий;

2. предложенный алгоритм пространственного самонаведения ЛА в окрестности программных траекторий обеспечивает достижение требуемой точности выведения с учетом требований к условиям подхода к цели и минимальной терминальной скорости при наличии ошибок навигации, ошибок реализации управляющих воздействий, воздействия ветровых возмущений и неопределенности аэродинамических характеристик ЛА.

**Достоверность и обоснованность результатов работы** подтверждается полнотой и корректностью использованных математических моделей движения АВСЛА, возмущающих факторов, функционирования информационно-измерительных и управляющих средств, а также результатами математического моделирования процесса управляемого движения АВСЛА.

**Внедрение результатов диссертационной работы** использованы в НИР «Дымоход», выполненной 2009-2011 гг по заказу МО РФ, в практической и научной деятельности ФГУП «ГосНИИАС», научной и учебной деятельности Московского авиационного института (национального исследовательского института)

**Апробация работы.** Основные результаты работы обсуждались на трех всероссийских конференциях.

**Публикации.** Автор имеет 3 статьи опубликованные в журналах, входящих в рекомендованный ВАКом Минобрнауки России перечень изданий, из них [1-2] по теме диссертации; также результаты диссертационной работы обсуждались на 3 всероссийских научно-технических конференциях по [4,5] результаты отражены в сборнике тезисов докладов.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, списка литературы и двух приложений. Объем работы 145 страниц, в том числе 81 рисунок, 4 таблицы, 1 схема. Список литературы включает 22 библиографических источника.

**Основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту:**

1. Редукция исходной задачи оптимизации управления движением центра масс АВСЛА на терминальном участке полёта к частной задаче управления по полным данным с критерием Больца при ограничениях на фазовые координаты и управление, основанная на концепции возмущенно-невозмущенного движения;

2. Алгоритм формирования оптимального программного управления с использованием методов математического программирования;

3. Методика формирования «рационального» программного управления;

4. Алгоритмы пространственного самонаведения на основе обновляемых попадающих траекторий;

5. Программно-математическое обеспечение для моделирования управляемого полета аэробаллистического высокоскоростного ЛА, созданное с использованием технологии объектно-ориентированного анализа и проектирования.

### **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Введение** посвящено обоснованию актуальности и новизны задачи разработки методов и алгоритмов терминального управления АВСЛА.

**В первой главе** диссертационной работы формулируется постановка технической задачи, заключающаяся в разработке методов и алгоритмов формирования траектории АВСЛА, обеспечивающей перевод из точки, соответствующей концу активного участка движения (горизонтальный полет на маршевой высоте с маршевой скоростью) в заданную терминальную точку с требуемыми статистическими характеристиками плановых компонент терминального промаха и терминальных значений углов наклона и курса траектории (т.е. ориентации линии падения - касательной к траектории ЛА в терминальный момент времени) при ограничениях на допустимое управление (т.е. углы атаки, скольжения, отклонения рулей) и минимальную терминальную скорость с учетом неопределенности начальных условий, неточности знания аэродинамической модели АВСЛА и возмущений атмосферы. При решении данной задачи необходимо учитывать:

1. Влияние системы управления угловым движением статически неустойчивого АВСЛА, обладающей существенной инерционностью;

2. Влияние неопределенности в знании аэродинамических характеристик (до 20-30% от номинальных значений);

3. Необходимость использования практически на всем интервале терминального наведения бортовой РЛС дм и см-диапазона, обеспечивающей в режиме синтезированной апертуры возможность сопровождения априори определённой точки прицеливания, посредством измерения ее линейных абсолютных (т.е. привязанных к цифровой карте местности) или угловых относительных координат;

4. Влияние ошибок системы навигации;

5. Влияние ошибок реализации управления угловым движением.

Расчетная математическая модель движения ЛА может быть представлена в виде следующей группы соотношений (1), описывающих движение ц.м. ЛА в траекторной СК, а угловое движение – в связанной и скоростной:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= N_{gx} + g_{g,x}^T \approx \frac{X \cos(\alpha) \cos(\beta) - Y \sin(\alpha) \cos(\beta) - Z \sin(\beta)}{m} - \mu \frac{\sin \Theta}{r^2} - \mu \frac{\cos \Psi \cos \Theta}{r^2}; \\ \dot{\Psi} &= -\frac{N_{gz}}{V \cos \Theta} + \frac{V}{r} \operatorname{tg} \phi \cos \Theta \sin \Psi + 2U_{Earth} (\cos \phi \cos \Psi \operatorname{tg} \Theta - \sin \phi); \\ \dot{\Theta} &= \frac{N_{gy}}{V} - \frac{g_{g,y}^T}{V} + \frac{V}{r} \cos \Theta - 2U_{Earth} \cos \phi \sin \Psi; \\ \dot{L} &= V \frac{R_E}{r} \cos \Theta \cos \Psi; \quad \dot{B} = V \frac{R_E}{r} \cos \Theta \sin \Psi; \quad \dot{h} = V \sin(\Theta); \quad \dot{\alpha} = \omega_z - \dot{\Theta}; \quad \dot{\beta} = \omega_y - \dot{\Psi}; \quad \dot{\phi} = -\Omega_z; \\ \dot{\lambda} &= \frac{\Omega_x}{\cos(\phi)}; \quad \dot{\omega}_x = \frac{\sum M_x - (J_z - J_y) \omega_y \omega_z}{J_x}; \\ \dot{\omega}_y &= \frac{\sum M_y - (J_x - J_z) \omega_z \omega_x}{J_y}; \quad \dot{\omega}_z = \frac{\sum M_z - (J_y - J_x) \omega_x \omega_y}{J_z}.\end{aligned}$$

*Расчетная математическая модель (1)*

В этих уравнениях используются следующие обозначения:

$X, Y, Z$  - продольная, нормальная и поперечная аэродинамические силы соответственно;  $\alpha, \beta, \gamma$  - углы атаки, скольжения и крена соответственно;  $\phi, \lambda$  - геоцентрическая широта и долгота соответственно;  $J_i, M_i$  - моменты инерции и моменты сил по связанным осям ЛА;  $h, L, B$  - высота над земной поверхностью, дальность до цели и боковое отклонение АВСЛА от линии дальности;  $\Theta, \Psi$  - угол наклона траектории, угол пути (угол курса траектории);  $V$  - земная скорость АВСЛА;  $\Omega = (\Omega_x \mid \Omega_y \mid \Omega_z)^T$  - вектор угловой скорости вращения трехгранника нормальной СК относительно Земли  $U_{Earth} = (U_x^{Earth} \mid U_y^{Earth} \mid U_z^{Earth})^T$  - вектор угловой скорости вращения Земли;  $N_g = (N_{gx} \mid N_{gy} \mid N_{gz})^T$  - вектор кажущегося ускорения ЛА в нормальной СК;  $\omega = (\omega_x \mid \omega_y \mid \omega_z)^T$  - абсолютной угловой скорости ЛА в связанной СК.

Таким образом, вектор состояния ЛА состоит из 13 компонент  $X = (\phi \lambda h LB \mid V \Psi \Theta \mid \alpha \beta \omega_x \omega_y \omega_z)^T$ .

Модель движения ЛА (1) дополнена моделью системы угловой стабилизации (2а), реализующая т.н. интегральный закон управления с учетом наличия руля направления в АВСЛА и обеспечении координированного разворота:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}' = K_{\alpha} \cdot K_{\alpha_{\text{инт}}} \cdot (\alpha_{\text{ком}} - \alpha), \alpha = \text{sign}(\alpha) \cdot \min(|\alpha|, \alpha^{\text{max}}) \\ \dot{\gamma}' = K_{\gamma} \cdot K_{\gamma_{\text{инт}}} \cdot (\gamma_{\text{ком}} - \gamma), \gamma = \text{sign}(\gamma) \cdot \min(|\gamma|, \gamma^{\text{max}}) \\ \delta_n^{\text{tr}} = (\alpha' + K_{\alpha} \cdot (\alpha_{\text{ком}} - \alpha) + \omega_z) \cdot K_{\omega_z} - (\gamma' + K_{\gamma} \cdot (\gamma_{\text{ком}} - \gamma) + \omega_x) \cdot K_{\omega_x}, \delta_n^{\text{tr}} = \text{sign}(\delta_n^{\text{tr}}) \cdot \min(|\delta_n^{\text{tr}}|, \delta_{\text{л,п}}^{\text{max}}) \\ \delta_l^{\text{tr}} = (\alpha' + K_{\alpha} \cdot (\alpha_{\text{ком}} - \alpha) + \omega_z) \cdot K_{\omega_z} + (\gamma' + K_{\gamma} \cdot (\gamma_{\text{ком}} - \gamma) + \omega_x) \cdot K_{\omega_x}, \delta_l^{\text{tr}} = \text{sign}(\delta_l^{\text{tr}}) \cdot \min(|\delta_l^{\text{tr}}|, \delta_{\text{л,п}}^{\text{max}}) \\ \delta_n^{\text{tr}} = K_{\beta} \cdot \beta + K_{\omega_y} \cdot \omega_y, \delta_n^{\text{tr}} = \text{sign}(\delta_n^{\text{tr}}) \cdot \min(|\delta_n^{\text{tr}}|, \delta_n^{\text{max}}) \end{cases} \quad (2a)$$

где  $U = (\alpha_{\text{ком}} \ \gamma_{\text{ком}})^T$  - вектор управления, формируемый системой наведения;  
 $\delta_l^{\text{tr}}, \delta_n^{\text{tr}}, \delta_n^{\text{tr}}$  - углы отклонения левого и правого элерона и руля направления;  
 $K_{\alpha}, K_{\alpha_{\text{инт}}}, K_{\gamma}, K_{\gamma_{\text{инт}}}, K_{\beta}, K_{\omega_x}, K_{\omega_y}, K_{\omega_z}$  - коэффициенты усиления обратных связей системы управления угловым движением;  $\delta_{\text{л,п}}^{\text{max}}, \delta_n^{\text{max}}$  - максимальные углы отклонения левого и правого элерона и руля направления;  $\alpha^{\text{max}}, \gamma^{\text{max}}$  - максимальные углы атаки и крена.

Помимо полной модели системы управления угловым движением в работе для расчета зон достижимости используется ее упрощенная модель (2б), соответствующий полету на балансировочных углах атаки и скольжения, при этом из модели движения ЛА исключаются уравнения для углов атаки и скольжения, а также для компонент вектора абсолютной угловой скорости.

$$\begin{cases} \frac{\alpha(p)}{\alpha_{\text{ком}}(p)} = \frac{K_{\alpha}}{T_{\alpha}^2 p^2 + 2T_{\alpha} \xi_{\alpha} p + 1}, \alpha = \text{sign}(\alpha) \cdot \min(|\alpha|, \alpha^{\text{max}}) \\ \frac{\gamma(p)}{\gamma_{\text{ком}}(p)} = \frac{K_{\gamma}}{T_{\gamma} p + 1}, \gamma = \text{sign}(\gamma) \cdot \min(|\gamma|, \gamma^{\text{max}}) \\ \frac{\beta(p)}{\beta_{\text{ком}}(p)} = \frac{K_{\beta}}{T_{\beta}^2 p^2 + 2T_{\beta} \xi_{\beta} p + 1}, \beta_{\text{ком}}(p) \equiv 0 \\ \dot{\omega}_x = 0 \\ \dot{\omega}_y = 0 \\ \dot{\omega}_z = 0 \end{cases} \quad (2б)$$

Как уже упоминалось, движение АВСЛА осуществляется в соответствии с моделью (1), при этом учитываются следующие случайные факторы:

1. Разброс начальных условий движения, т.е.  $X(t_0) = X_0 \in \Xi$ , при этом область достижимости  $\Xi$  характеризуется возможным диапазоном высот, скоростей, углов атаки, скольжения, курса и наклона траектории.

2. Случайная вариация плотности атмосферы, рассматриваемая как нормальная случайная величина с математическим ожиданием и дисперсией, соответствующих моделям (ГОСТ 4401-81., «Атмосфера стандартная». Параметры. М.:ИПК Издательство стандартов, 1982 г.)

3. Ветровые возмущения, рассматриваемые как стационарный случайный процесс с корреляционной функцией  $K(\tau) = \sigma^2 (1 - \frac{\lambda|\tau|}{2}) e^{-\lambda|\tau|}$ .

4. Неопределенность в значении аэродинамических коэффициентов, рассматриваемая как равномерно распределенная случайная величина с диапазоном  $\pm 30\%$  от номинального значения коэффициента.

Очевидно, что для сформулированной задачи целевым критерием эффективности применения АВСЛА будет являться обеспечение требуемой вероятности события, состоящего в том, что в терминальный момент времени  $T$  величина промаха по точке с априори заданными плановыми координатами не превысит заданных значений, при выполнении сформулированных ранее ограничений на управление и фазовые координаты. Ввиду сложности получения конструктивного решения задачи с приведенным целевым критерием, последний может быть декомпозирован на ряд традиционных подкритериев, среди которых выделим критерий минимума затрат на управление

$$\min M(f_u), f_u = \int_{t_0}^{t_r} \mathbf{U}(t)^T \Lambda \mathbf{U}(t) dt \text{ и максимальной точности}$$

$$\min M(F(T)), F(T) = c_1 \Delta_L + c_2 \Delta_B + c_3 \Delta_H + c_4 \Delta_\Theta + c_5 \Delta_\Psi - c_6 (V_T - V_{\min}), \quad (3)$$

где  $\Delta_L, \Delta_B, \Delta_H$  - абсолютное значение терминального промаха в терминах (дальность, боковое отклонение, высота) траекторной СК,

$$\Delta_\Theta = \left| \Theta_T - \frac{\Theta_{\max} - \Theta_{\min}}{2} \right|, \Delta_\Psi = \left| \Psi_T - \frac{\Psi_{\max} - \Psi_{\min}}{2} \right| - \text{промах по условиям подхода.}$$

Нормировка множителей Лагранжа, учитывающих влияние отдельных компонент  $f_i$  функции  $F(T)$  может быть осуществлена эмпирически, например, на основе проведения имитационного моделирования с использованием следующего соотношения:

$$c_i = \frac{1}{M(f_i) \left( \sum_{k \in 1..n} \frac{1}{M(f_k)} \right)} \quad (4)$$

Исходя из сформулированной выше технической задачи, основным для рассматриваемого класса ЛА является критерий (3), во многом определяющий факт успешного решения целевой задачи. Однако, вследствие влияния случайных неконтролируемых факторов и необходимости решения целевой задачи в условиях отсутствия силы тяги на терминальном участке, также важным становится минимизация затрат на управление, что обеспечивает большую терминальную скорость и возможность парирования возмущений, особенно, в непосредственной близости к терминальной точке. В этой связи, сформулированная задача может быть сведена к частной задаче стохастической оптимизации с критерием Больца вида:

$$U^* = \arg \min_{U^*} M(f(t, U(t), X(t)), X(T)) (**), f = c_0 \int_{t_0}^{t_r} \mathbf{U}(t)^T \Lambda \mathbf{U}(t) dt + F(T) \quad (5)$$

Таким образом, формулируется цель работы как формирование метода и синтез алгоритмов терминального управления АВСЛА, минимизирующих стохастический критерий Больца (5) при ограничениях на фазовые координаты и

управление. Приведем перечень основных допущений, используемых далее при решении сформулированной задачи:

1. в начале терминального участка траектории значения компонентов фазового вектора ЛА принадлежат области достижимости;

2. бортовая система навигации формирует несмещенные и эффективные оценки с приемлемой (для целей управления) точностью вектора состояния ЛА, а также вектора неопределенных параметров модели объекта;

3. подсистема управления угловым движением и система приводов обеспечивает устойчивость ЛА в угловом движении, парируя всевозможные возмущения с требуемым качеством переходных процессов, при этом остается запас управления для реализации задачи траекторного управления.

Принимая во внимание сделанные допущения, исходная задача сводится к задаче оптимального детерминированного управления и задаче наведения в окрестности полученной программной траектории.

Таким образом, основные результаты первой главы состоят в следующем:

1. осуществлена постановка задачи исследования, определена ее актуальность и значимость;

2. осуществлен переход от целевого критерия эффективности к частной задаче стохастической оптимизации с критерием типа Больца;

3. проанализированы существующие подходы к решению;

4. произведена математическая формализация и декомпозиция исходной задачи.

**Вторая глава** посвящена решению задачи детерминированного программного управления по полным данным. Рассмотрим реализацию метода динамического программирования, или т.н. кусочно-линейного синтеза, описываемого дискретной схемой Беллмана (рис.1), заключающейся в выполнении следующей процедуры:

1. для заданной терминальной точки  $\varphi_{tr}, \lambda_{tr}, h_{tr}, V_{tr}, [\Theta_{min} \dots \Theta_{max}], [\Psi_{min}, \Psi_{max}]$  и начальной точки траектории  $\varphi_0, \lambda_0, h_0, V_0, \Theta_0, \Psi_0$  осуществляется разбиение терминальной части траектории протяженностью  $L$  (отрезок в горизонтальной плоскости соединяющий горизонтальные проекции точек начала и окончания терминального участка) на  $N$  частей. При этом на каждом из участков задаем набор управлений в классе постоянных управляющих воздействий  $\alpha_{com} = const \quad \gamma_{com} = const$  из диапазона допустимых с учетом необходимости парирования возмущений;

2. в соответствии с сформированным управлением, начиная с терминальной точки в обратном времени интегрируются уравнения движения (1) совместно с уравнениями упрощенной системы управления (2б). При этом формируется набор траекторий приводящих в начало последнего (ближайшего к терминальной точке) участка;

3. шаг 2 повторяется для каждого последующего интервала, до выполнения условий достижения области достижимости (т.е. горизонтального полета);

4. вычисляется стоимостная функция  $f = c_u f_u + c_v f_v$ , где  $f_u = \int_{t_0}^{t_T} \mathbf{U}(t)^T \Lambda \mathbf{U}(t) dt$ ,  $f_v = \frac{1}{V_T}$  для каждой сформированной траектории, при этом множители Лагранжа определяются в соответствии с (4). Оптимальное управление будет соответствовать минимальному значению стоимостной функции.

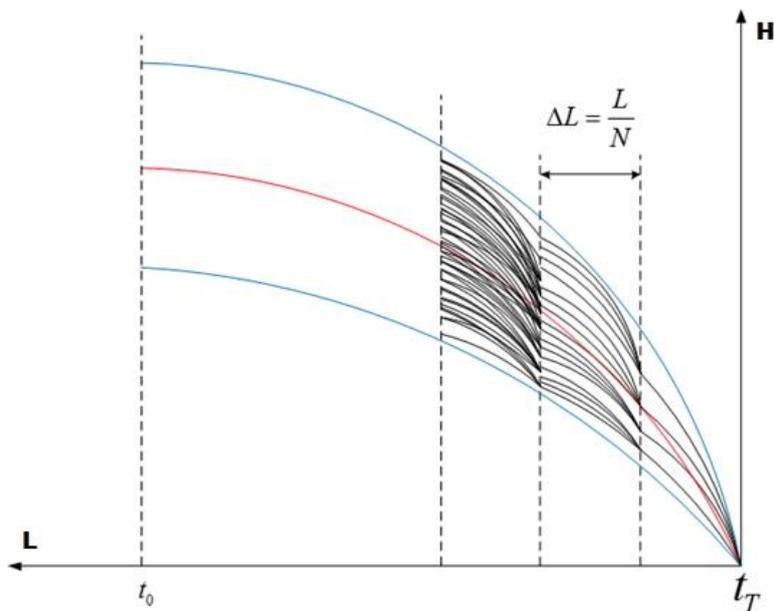


Рис 1. Формирование траекторий ЛА в продольном движении в соответствии с дискретной реализацией метода динамического программирования

Как показывают результаты исследований, требуемые значения терминального промаха, особенно по условиям подхода к терминальной точке, достигаются при очень большом числе разбиений ( $N > 50000$ ), что требует огромных вычислительных затрат и не дает возможности использования этого метода в бортовой реализации. Более перспективным оказалась реализация метода математического программирования (ММП), схема решения которого представлена на Рис 2.



Рис.2 Реализация ММП

Согласно приведенной схеме методика решения запишется следующим образом:

1. Задаются терминальная  $\varphi_{tr}, \lambda_{tr}, h_{tr}, V_{tr}, [\Theta_{min}.. \Theta_{max}], [\Psi_{min}, \Psi_{max}]$  и начальная точка траектории  $\varphi_0, \lambda_0, h_0, V_0, \Theta_0, \Psi_0$ .

2. Задается закон изменения командных значений угла атаки и крена на терминальном участке полета в виде полиномов по степени дальности  $L$  до цели:

$$\alpha_{com}(L) = a_0 + a_1 L + a_2 L^2 + a_3 L^3$$

$$\gamma_{com}(L) = b_0 + b_1 L + b_2 L^2$$

с соответствующими значениями коэффициентов  $a_i$  и  $b_i$  (в первом приближении можно принять нулевыми).

3. Задается стоимостная функция

$$f_c = c_0 \int_{t_0}^T \mathbf{U}(t)^T \Lambda \mathbf{U}(t) dt + c_1 B(T) + c_2 (L(T) - L_{tr}) + c_3 (h(T) - h_{tr}) - c_4 (V(T) - V_{tr}) + c_5 (\Theta(T) - \Theta_{tr}) + c_6 (\Psi(T) - \Psi_{tr}) + c_7 \int_{t_0}^T (\Delta(t) - \Delta^*(t)) dt$$

где множители Лагранжа, определяемые соотношениями (4) имеют следующий смысл:

$c_0$  учитывает суммарный расход потребного управления;

$c_1$  учитывает промах в боковом канале;

$c_2$  учитывает промах по дальности;

$c_3$  учитывает промах в вертикальном канале;

$c_4$  учитывает требования по минимальной терминальной скорости;

$c_5$  учитывает требования по терминальному углу наклона траектории;

$c_6$  учитывает требования по терминальному углу курса траектории;

$c_7$  учитывает требования по разрешению бортовой РЛС.

4. В соответствии с сформированным управлением, начиная с терминальной точки в обратном времени интегрируются уравнения движения (1) совместно с уравнениями упрощенной системы управления (2б) до момента времени достижения горизонтального полета ( $\Theta = 0$ ) или требуемого диапазона высот области достижимости ( $[h_{min}..h_{max}]$ ).

5. Начиная с полученной начальной точки траектории, осуществляется интегрирование в прямом времени уравнений движения (1) совместно с уравнениями полной системы управления угловым движением (2а) до момента времени, соответствующему достижению высоты полета  $h_{tr}$ .

6. На полученной траектории рассчитывается значение функционала п.3

7. Далее, в соответствии с методом случайного поиска с размножением в наилучшей точке (генетический алгоритм) изменяются значения коэффициентов  $a_i$  и  $b_i$  и повторяется процедура по шагам 4-7. В комбинации с генетическим алгоритмом использовался градиентный поиск оптимального вектора коэффициентов. Оптимальным является управление, соответствующее наименьшему значению стоимостной функции п.3.

На графиках (Рис.3-6) приведен, в качестве примера, вид полученной программной траектории, эволюция абсолютной величины скорости и соответствующее программное управление для следующих начальных условий:

$$\Theta_t = -70 \text{ град}, \Psi_t = -10 \text{ град}, V_t = 800 \text{ м/с}, H_t = 0 \text{ м}$$

$$\Theta_0 = 0 \text{ град}, \Psi_0 = 0 \text{ град}, V_0 = 1350 \text{ м/с}, B_0 = 1.5 \text{ км}, H_0 = 30 \text{ км}, L_0 = 80 \text{ км}$$

Алгоритмом в качестве оптимального, был определен следующий вектор коэффициентов управления:

$$a_0 = -0.03794, a_1 = 0.678 \cdot 10^{-13}, a_2 = 0.883 \cdot 10^{-15}, a_3 = 0.5 \cdot 10^{-16}$$

$$b_0 = -0.16585, b_1 = 0.34 \cdot 10^{-9}, b_2 = 0.77 \cdot 10^{-11}$$

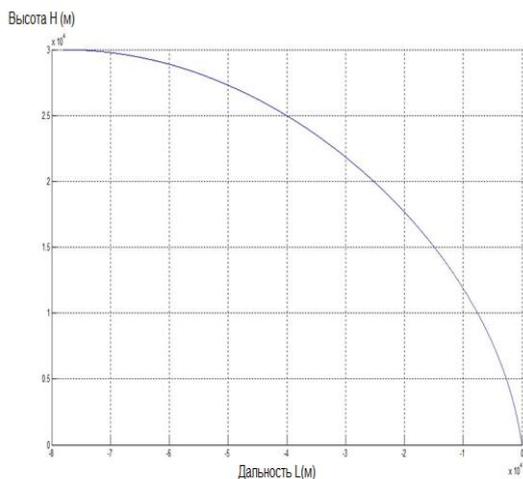


Рис.3

Траектория АВСЛА  
в продольном движении

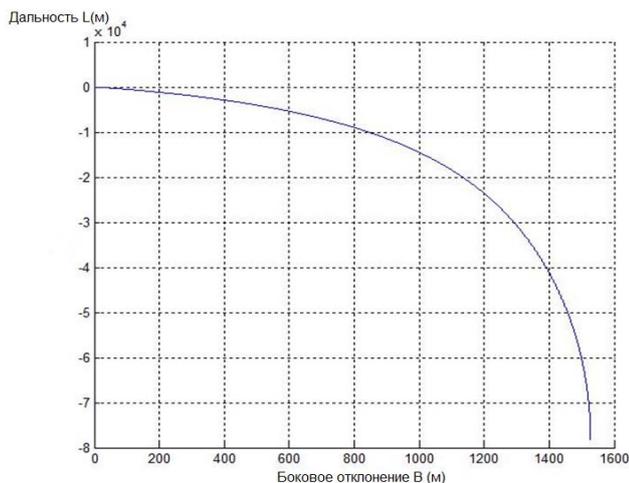


Рис.4

Траектория АВСЛА  
в боковом движении

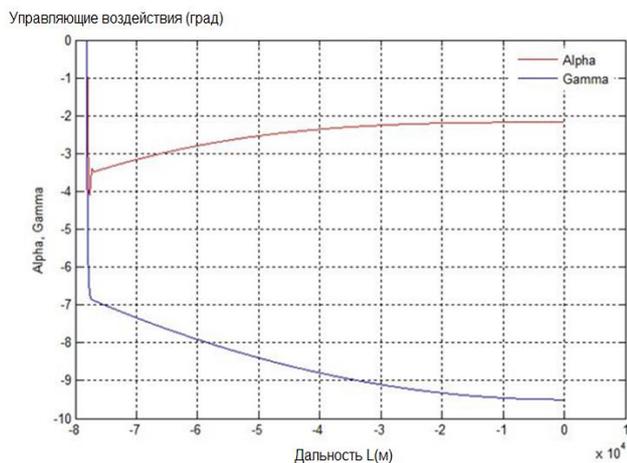


Рис.5

Эволюция сигналов управления

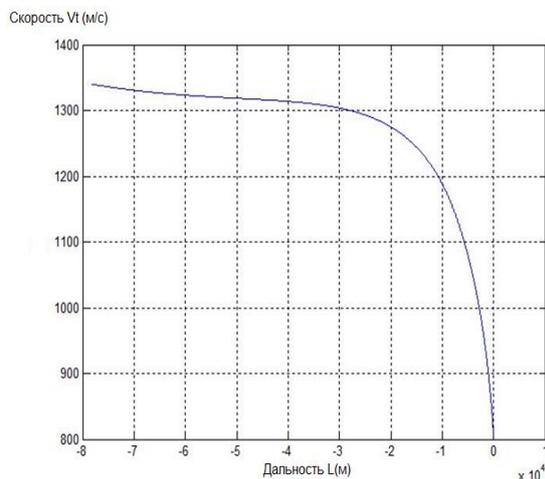


Рис.6

Эволюция скорости АВСЛА

Кроме того, в процессе моделирования с помощью вышеизложенного алгоритма исследовалось формирование оптимальных траекторий при воздействии перечисленных выше случайных факторов и с учетом разброса начальных условий движений на терминальном участке:

$$\Delta B_0 \in [-2000..2000] \text{ м}, \Delta H_0 \in [-3000..3000] \text{ м}, \Delta \Psi_0 \in [-2.5..2.5] \text{ град}$$

$$\Delta \Theta_0 \in [-3..3] \text{ град}, \Delta V_0 \in [-100..100] \text{ м/с}$$

На рис. 7 приведено рассеивание конечной точки в картинной плоскости и по углу курса и наклона траектории АВСЛА.

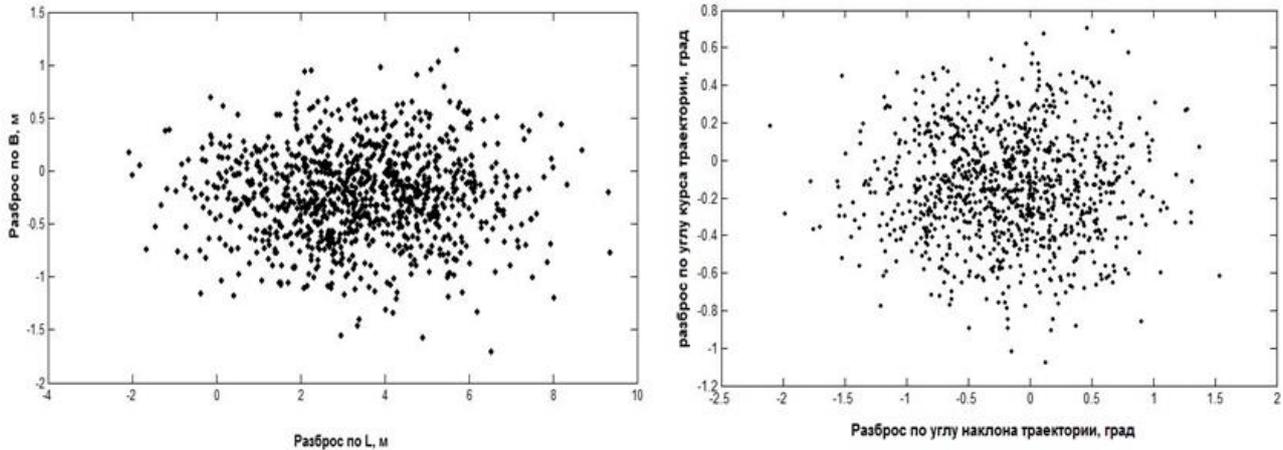


Рис.7 Рассеивание терминальной точки

В целях уменьшения вычислительных затрат был предложен приближенный, но эффективный в вычислительном отношении алгоритм формирования «рациональных» попадающих траекторий.

Идея алгоритма заключается в нахождении программной попадающей траектории путем подбора постоянных значений компонент вектора управления при частично закрепленном левом конце траектории (горизонтальный полет в диапазоне высот с заданной скоростью). Такой класс управлений наиболее просто реализуем на борту, не требует дополнительных расходов управления на перекладку рулей и приводит к траекториям, наиболее близким к баллистическим, что для данного класса аппаратов приводит к наименьшим потерям в терминальной скорости.

Последовательность шагов алгоритма:

1. для заданных условий  $\Theta(t_0)=0, \Psi(t_0)=0, h(t_0)=h_m, V(t_0)=V_m$  и терминальных значений  $\Theta_{tr}, \Psi_{tr}, H_{tr}$  задаются начальные значения компонент управления  $\alpha = const, \gamma = const$ ;

2. интегрируются уравнения движения ЛА (1) совместно с уравнениями системы управления угловым движением (2а) в прямом времени до выполнения условия  $h(T)=H_{tr}$ , вычисляется вектор состояния системы в терминальный момент  $X(T)$ ;

3. находим требуемое управление на следующем шаге посредством решения методом Ньютона следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \delta_{\Theta}(\alpha, \gamma) = 0 \\ \delta_{\Psi}(\alpha, \gamma) = 0 \end{cases}, \text{ где } \delta_{\Theta} = \Theta(T) - \Theta_{tr}, \delta_{\Psi} = \Psi(T) - \Psi_{tr}$$

Последовательные приближения находятся путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \delta_{\Theta} + \frac{\partial \delta_{\Theta}(\alpha_j, \gamma_j)}{\partial \alpha} (\alpha_{j+1} - \alpha_j) + \frac{\partial \delta_{\Theta}(\alpha_j, \gamma_j)}{\partial \gamma} (\gamma_{j+1} - \gamma_j) = 0 \\ \delta_{\Psi} + \frac{\partial \delta_{\Psi}(\alpha_j, \gamma_j)}{\partial \alpha} (\alpha_{j+1} - \alpha_j) + \frac{\partial \delta_{\Psi}(\alpha_j, \gamma_j)}{\partial \gamma} (\gamma_{j+1} - \gamma_j) = 0 \end{cases},$$

где  $j$ -номер итерации. При этом для численного нахождения частных производных приходится на каждом шаге выполнять два дополнительных прогона п.3;

4. шаги 3-4 повторяется до выполнения условия  $|\Theta(T) - \Theta_{tr}| \leq \varepsilon_{\Theta}, |\Psi(T) - \Psi_{tr}| \leq \varepsilon_{\Psi}$

где  $\varepsilon_{\Theta} = \frac{\Theta_{\max} - \Theta_{\min}}{2}, \varepsilon_{\Psi} = \frac{\Psi_{\max} - \Psi_{\min}}{2}$  требуемая точность выдерживания углов

в терминальный момент времени.

5. сравнивается значение терминальной скорости АВСЛА. Если  $V(T) \geq V_{tr}$  - траектория сформирована, в противном случае уменьшается начальная высота полета АВСЛА на заранее заданное приращение  $h_m = h_m - \Delta h$  и шаги 3-5 повторяются.

Если в результате описанной процедуры не удалось достичь требуемых значений угла курса или наклона траектории или минимально требуемой терминальной скорости АВСЛА, делается вывод о невозможности применения данного АВСЛА для наведения по данной терминальной точке. Изложенный подход предполагает частичную фиксацию левого конца траектории, вследствие чего дальность между терминальной точкой и началом терминального участка, а также высота в начальный момент времени определяются в результате приведенной процедуры. Поэтому алгоритм расчета попадающей траектории дополняется процедурой формирования зон достижимости, т.е. определения области фазового пространства, из которой возможно приведение АВСЛА в точку цели при выполнении условий подхода к терминальной точке.

Процедура формирования зоны достижимости:

1. Конечный вектор состояния АВСЛА принимается как начальный при движении в обратном времени.

2. Задается управление в виде  $\alpha^{\pm} = \alpha_{com} \pm \Delta\alpha; \gamma^{\pm} = \gamma_{com} \pm \Delta\gamma$ , где  $\Delta\gamma, \Delta\alpha$  - максимально допустимые приращения согласно располагаемой перегрузке.

3. Соотношения (1) в предположении об идеальной работе СУУД интегрируются в обратном времени до выполнения условия горизонтального полета  $\Theta(t_k) = 0^0$ .

4. На полученной траектории разрешающая способность БРЛС определяется согласно соотношению

$$\Delta_M = \frac{R\lambda}{2V \sin(\Xi) \cos(\Lambda)},$$

если она больше допустимой  $\Delta_M > \Delta^*$ , то необходимый (для достижения субметрового уровня точности решения целевых задач) угол курса траектории в начале терминального участка может быть получен так

$$\sin(\Psi_M) = \frac{R_M \lambda}{\Delta^* \cos(\Theta_M) 2V_M}, \text{ где } R_M, V_M, \Theta_M - \text{ радиус-вектор АВСЛА (дальность до}$$

цели), земная скорость ЛА и угол наклона траектории в момент начала терминального участка;  $\Delta^*$  - требуемое разрешение РЛС в момент начала терминального участка;  $\lambda$  - длина волны РЛС;  $\Xi$  - угол азимута цели в связанной с РЛС системой координат;  $\Lambda$  - угол склонения цели в связанной с РЛС системой координат.

Как показывают результаты математического моделирования, предложенная процедура формирования «рациональной» программной пространственной траектории на терминальном участке позволяет формировать траектории, близкие к оптимальным за 4-5 итераций, при этом потери в терминальной скорости составляют не более 5-7 м/с относительно оптимального решения.

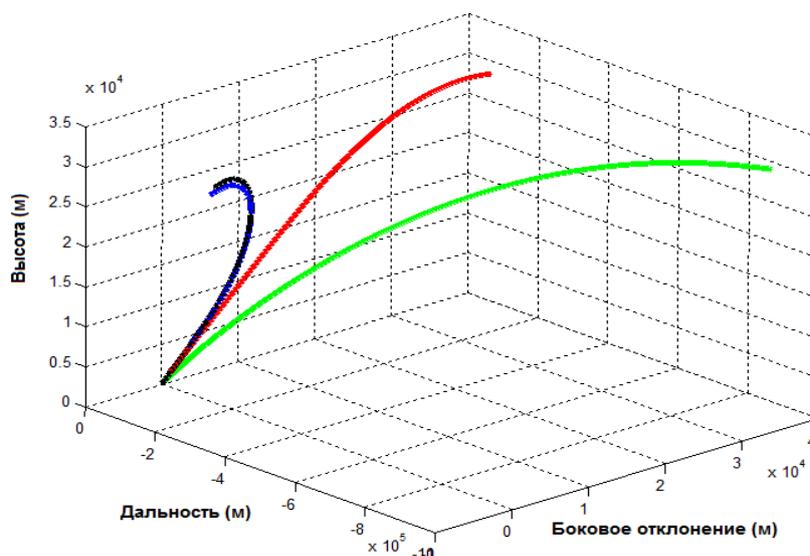


Рис 8 Границы области достижимости

Основные результаты второй главы состоят в следующем:

1. решена задача формирования программного оптимального управления на терминальном участке полета АВСЛА двумя способами (динамическое и математическое программирование)
2. решена задача формирования программного «рационального» управления, на терминальном участке, дополненная формированием областей достижимости
3. проведено имитационное математическое моделирование подтверждающее состоятельность разработанных подходов.

**В третьей главе** рассматривается задача наведения в окрестности полученной (методами предыдущей главы) программной траектории. Алгоритм самонаведения заключается в периодическом перестроении попадающих траектории на основе текущих данных о состоянии АВСЛА, поставляемых бортовой системой наблюдения, без учёта влияния неконтролируемых факторов на оставшейся части траектории движения ЛА.

Вследствие необходимости формирования обновляемой траектории на борту АВСЛА в реальном времени полёта, наиболее простым и естественным способом является использование аналитического представления траектории дви-

жения АВСЛА. В силу своей природы наилучшим образом подходят такие типы кривых как Сплайн и Безье (частный случай многочлена Бернштейна). Формируемая попадающая траектория для классических сплайнов представляется в виде:

$$\begin{cases} h(L) = a_0 + a_1L + a_2L^2 + a_3L^3 \\ B(L) = b_0 + b_1L + b_2L^2 + b_3L^3 \end{cases},$$

$L \in [L(t), L_{tr}]$  где  $h(L)$  значение высоты полета, как функция продольной координаты ЛА;  $B(L)$  - значение бокового отклонения, как функция продольной координаты ЛА;  $a_0, a_1, a_2, a_3, b_0, b_1, b_2, b_3$ , коэффициенты сплайна в продольном и боковом движении соответственно;  $(L_{tr}, H_{tr}, B_{tr}, \Theta_{tr}, \Psi_{tr})$  - терминальная точка. Подставляя значения компонент вектора начальной и терминальной точки, решаем следующую систему уравнений для определения коэффициентов сплайна.

$$\begin{cases} a_0 + a_1L(t) + a_2L(t)^2 + a_3L(t)^3 = h(t) \\ a_0 + a_1L_{tr} + a_2L_{tr}^2 + a_3L_{tr}^3 = h_{tr} \\ \left. \frac{\partial h(L)}{\partial L} \right|_{L(t)} = a_1 + 2a_2L(t) + 3a_3L(t)^2 = tg(\Theta(t)) \\ \left. \frac{\partial h(L)}{\partial L} \right|_{L_{tr}} = a_1 + 2a_2L_{tr} + 3a_3L_{tr}^2 = tg(\Theta_{tr}) \end{cases}$$

В продольном движении:  
 $\Theta_{com}(t) = arctg(a_1 + 2a_2L + 3a_3L^2)$   
 $\dot{\Theta}_{com}(t) = \frac{1}{1 + (a_1 + 2a_2L + 3a_3L^2)^2} \times (2a_2V \cos \Theta \cos \Psi + 6a_3L \cdot V \cos \Theta \cos \Psi)$

В боковом аналогично:  
 $\Psi_{com}(t) = arctg(b_1 + 2b_2L + 3b_3L^2)$   
 $\dot{\Psi}_{com}(t) = \frac{1}{1 + (b_1 + 2b_2L + 3b_3L^2)^2} \times (2b_2V \cos \Theta \cos \Psi + 6b_3L \cdot V \cos \Theta \cos \Psi)$

Из (1) и соотношения для подъемной силы компоненты вектора управления могут быть представлены в виде

$$\gamma_{com} = arctg \left( \frac{-\dot{\Psi}_{com} \cos \Theta}{\left( \dot{\Theta}_{com} + \frac{g}{V} \cos \Theta - \frac{V}{r} \cos \Theta \right)} \right) \quad (6)$$

$$\alpha_{com} = \frac{1}{C_y^\alpha} \left( \frac{2}{\rho V^2 S} Y_{com} - C_y^0 - C_y^\delta \delta \right) = \frac{1}{C_y^\alpha} \left( \frac{2}{\rho V^2 S} \frac{-\dot{\Psi}_{com} \cos \Theta}{\cos(\gamma_{com})} - C_y^0 - C_y^\delta \delta \right) \quad (7)$$

Формирование управлений на основе кривых Безье как второго, так и третьего порядка происходит с использованием тех же соотношений (6) и (7), углы  $\Theta, \Psi$  и соответствующие угловые скорости  $\dot{\Theta}, \dot{\Psi}$  определяются формой выбранных кривых.

В процессе математического моделирования при учёте описанных выше возмущающих факторов были выявлены следующие ограничения (рис. 10):

1. Алгоритм с использованием сплайнов при наведении в продольном канале формирует нереализуемые аппроксимирующие траектории при терминальных углах наклона траектории свыше  $60^\circ$ .

2. Алгоритмы с использованием кривых Безье при наведении в продольном канале формируют нереализуемые аппроксимирующие траектории для опорных траекторий, имеющих низкую начальную высоту и терминальный угол наклона траектории меньше  $30^\circ$ .

3. Алгоритм с использованием кривых Безье второго порядка при наведении в боковом канале формирует нереализуемые аппроксимирующие траектории для опорных траекторий с начальным и конечным углом курса разных знаков.

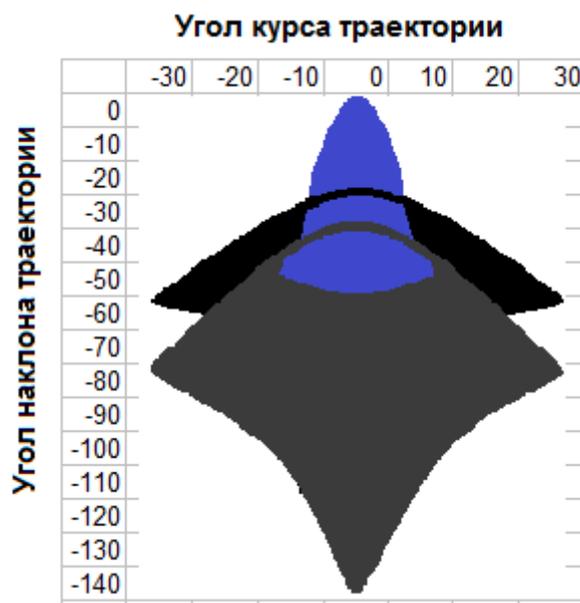


Рис. 9 Зоны применимости алгоритмов наведения  
(синий - сплайн, серый - кривые Безье (3+3), черный – Безье 2+3)

Таким образом, основные результаты третьей главы состоят в следующем:

1. решена задача самонаведения в предположении о решении задачи информационного обеспечения с использованием классических сплайнов и кривых Безье 2-го и 3-го порядка,
2. проведено математическое моделирование, подтверждающее состоятельность разработанных подходов и выявляющее особенности их применения для различных начальных условий.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В рамках данной работы были получены следующие результаты

1. Предложен научно обоснованный подход к формированию методов и алгоритмов терминального управления движением центра масс аэробаллистического высокоскоростного беспилотного ЛА (АВСЛА) обеспечивающих требуемые характеристики терминального промаха с учетом возмущающих факторов, при ограничениях на управление и условия подхода к терминальной точке;

2. Осуществлен переход от целевого критерия эффективности к частной задаче стохастической оптимизации с критерием типа Больца, проанализированы существующие подходы к решению и произведена математическая формализация исходной задачи путем декомпозиции задачи стохастического управления по неполным данным с критерием Больца к совокупности задач оптимального управления по полным данным и разработке метода терминального наведения в окрестности найденной программной траектории в предположении о решении задачи информационного обеспечения;

3. Решена задача формирования программного оптимального управления по полным данным на терминальном участке полета АВСЛА;

4. Предложено решение задачи формирования программного «рационального» (данное управление формально не является оптимальным, в рамках сформулированного критерия, однако обладает простотой реализации и допустимыми погрешностями) управления, на терминальном участке, дополненное формированием областей достижимости, т.е. области пространства фазового вектора системы, из которой возможно приведение АВСЛА в терминальную точку данным способом;

5. Решена задача самонаведения на терминальном участке полета АВСЛА с использованием классических сплайнов и кривых Безье 2-го и 3-го порядка, в предположении о решении задачи информационного обеспечения;

6. Проведено комплексное математическое моделирование процесса терминального наведения, подтверждающее состоятельность разработанных методик формирования программного управления и методов самонаведения, и позволяющие высказать рекомендации к их использованию.

Полученные результаты, позволяют сделать вывод о возможности использования рассматриваемого в работе подхода к формированию процесса наведения АВСЛА на терминальном пассивном участке полета.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

### **Публикации в изданиях из рекомендованного ВАК Минобрнауки России перечня:**

1. М.Н.Кузнецов, К.И.Сыпало «Самонаведение аэробаллистического высокоскоростного беспилотного летательного аппарата на терминальном участке полета», Труды МАИ, №48, 2011 г.

2. М.Н.Кузнецов, К.И.Сыпало «Самонаведение аэробаллистического высокоскоростного беспилотного летательного аппарата на терминальном участке полета с учётом неопределённости его аэродинамических характеристик и влияния неконтролируемых факторов», Труды МАИ, №48, 2011 г.

3. М.Н.Кузнецов, Акимов Е.В. «Вероятностные математические модели для оценки надежности беспроводных сенсорных сетей (БСС)», Труды МАИ, №40, 2010 г.

### **Другие публикации**

4. М.Н.Красильщиков, К.И.Сыпало, Д.А.Козорез, М.Н.Кузнецов Терминальное наведение высокоскоростных ЛА с высоким аэродинамическим качеством. Тезисы доклада на Всероссийской научно-технической конференции «Перспективы развития РЛС дальнего обнаружения и интегрированных систем и комплексов информационного обеспечения Воздушно-космической обороны РФ» (Радиотехнические информационные системы ВКО-2013)., М., ОАО «РТИ», 2013

5. М.Н.Кузнецов, «Алгоритм оптимального управления аэробаллистическим ЛА на терминальном участке полета». Тезисы доклада на Московской молодежной научно-практической конференции «Инновации в авиации и космонавтике», 2013 г.

6. М.Н.Кузнецов, А.М.Осипов, К.И.Сыпало, "Методология формирования облика интегрированных систем управления и наведения высокоскоростных ЛА". Пленарный доклад на 9ой Всероссийской научно-технической конференции "Проблемы совершенствования робототехнических и интеллектуальных систем ЛА", М. МАИ, 25-26 июня 2012 года.

Бумага офсетная. Формат 60x84 1/16

Печать офсетная. Усл печ.л. 1,1

Уч изд.л. 1,1. Тираж 80 экз.

Заказ 1060.

Отпечатано в типографии «Реглет»

г. Москва, Ленинградский проспект д.74

(495)790-47-77 [www.reglet.ru](http://www.reglet.ru)