

## **Метод формирования оптимальных режимов управляемого движения тросовых систем при решении практических задач**

**Купреев С.А.**

*«Научно-исследовательская часть «МАТИ» Российского государственного технологического университета имени К.Э. Циолковского,  
ул. Петровка, 27, Москва, 103767, Россия  
e-mail: [kupreevsa@mati.ru](mailto:kupreevsa@mati.ru)*

### **Аннотация**

Рассматриваются перспективные направления практического использования космических тросовых систем. Для определения приоритетных направлений применения технологий тросовых систем в новых космических комплексах разрабатываются общие теоретические основы формирования оптимальных схем управляемого движения тросовых систем при выполнении широкого круга практических задач в космосе.

Разработан комплекс математических моделей управляемого движения тросовых систем. В результате исследования полной совокупности качественных структур динамических систем определены все возможные режимы управляемого движения связанных объектов и установлены области начальных условий, в которых реализуются эти режимы. Разработаны показатели эффективности применения этих режимов для выполнения рассматриваемых практических задач.

Проведено исследование динамики управляемого движения связанных объектов на примере задачи вывода космического аппарата с использованием различных режимов движения тросовых систем. Определены оптимальные режимы.

**Ключевые слова:** орбитальная тросовая система, применение технологий космических тросовых систем, режимы относительного движения, вывод на орбиту.

## Введение

Орбитальные тросовые системы (ТС) являются новыми нетрадиционными космическими структурами, позволяющими выполнять задачи, которые невозможно, нецелесообразно или неэкономично решать с помощью существующих средств космической техники. Чаще всего ТС представляют в виде связки двух космических объектов, соединенных длинными гибкими элементами (тросами, кабелями, шлангами). По мнению многих специалистов дальнейшее развитие ракетно-космической техники связано с применением технологии ТС [1-10].

К числу задач, определяющих перспективные направления использования космических ТС можно отнести: вывод космических объектов на орбиту и спуск с орбиты на Землю; выполнение межорбитальных переходов; сближение в космосе и транспортное обслуживание космических объектов; зондирование верхних слоев атмосферы и геодезические исследования на высотах, недоступных другим типам летательных аппаратов (ЛА); создание искусственной тяжести в космосе и микрогравитации; испытание и отработка ЛА, движущихся по баллистическим траекториям; маневр ЛА на баллистической траектории без включения

двигательной установки; обеспечение глобальной радиосвязи и получение электроэнергии в космосе; повышение безопасности космических полетов и др.

Успешное выполнение многих практических задач связано с реализацией управляемого движения ТС. Однако, до настоящего времени это управляемое движение рассматривалось, в основном, только для осуществления операций развертывания ТС. Решение же практических задач в условиях свободного неуправляемого движения связки в значительной мере снижает потенциальные возможности ТС. Поэтому в работе разрабатывается метод формирования оптимальных режимов управляемого движения ТС, а неуправляемое движение связки представляет собой частный случай управляемого движения ТС.

Вместе с тем в известных работах других авторов решение практических задач с применением ТС рассматривается в условиях функционирования связки на круговых орбитах, в то время как целый ряд задач может решаться только на эллиптических орбитах. К числу таких задач можно отнести: испытание и отработка ЛА, движущихся по баллистическим траекториям; маневрирование ЛА на баллистической траектории без включения двигательной установки; наблюдение за определенными участками земной поверхности со сравнительно низких высот; обслуживание космических объектов, движущихся по эллиптическим орбитам и др. Некоторые задачи может оказаться целесообразным решать либо на круговых, либо на эллиптических орбитах. Решение задач динамики функционирования ТС на эллиптических орбитах оказывается более сложным, чем для круговых и требует специального теоретического обоснования. Поэтому в работе параллельно разрабатываются методы формирования оптимальных режимов управляемого

движения ТС при решении широкого круга практических задач как на круговых, так и на эллиптических орбитах.

## **1 Комплексный подход к решению рассматриваемых задач**

Опубликованные ранее работы, связанные с применением ТС для решения практических задач, носят частный разрозненный характер и не позволяют составить достаточно полное представление о потенциальных возможностях и перспективных направлениях практического использования ТС. Для того чтобы составить это полное представление и определить приоритетные направления использования ТС при создании новых космических комплексов, необходимо разработать общие теоретические основы формирования оптимальных схем управляемого движения ТС при выполнении широкого круга практических задач в космосе. В работе это достигается применением предлагаемого комплексного подхода к решению рассматриваемых задач:

- определение по предварительным данным перечня задач, которые целесообразно решать с использованием ТС;
- разработка методов управления относительным движением связанных объектов в процессе развертывания и функционирования ТС;
- определение возможных режимов движения объектов ТС на основе исследования выбранных методов управления;
- определение совокупности режимов движения ТС, с помощью которых может решаться каждая из рассматриваемых практическая задач;

- разработка показателей эффективности, позволяющих провести сравнительную оценку различных режимов движения связки для решения рассматриваемой задачи, а также определить положительный эффект решения данной задачи с использованием ТС по сравнению с обычно применяемыми техническими средствами;

- выбор тех практических задач, для решения которых целесообразно использовать ТС, и определить режимы движения связки, которые дают наибольший эффект от применения ТС.

Реализация такого общего комплексного подхода, в основном, оказывается возможной благодаря использованию математических моделей управляемого движения связанных объектов в виде нелинейных автономных динамических систем. Для этих динамических систем на основе аппарата качественной теории динамических систем и теории бифуркаций [11, 12] разработаны методы и проведено исследование управляемого движения ТС, результаты которого позволяют составить общее представление об эффективности применения ТС для решения рассматриваемых в работе практических задач.

## **2 Математические модели управляемого движения связанных объектов**

Принимая во внимание, что центр масс ТС совершает движение по кеплеровой траектории, можно во многих случаях рассматривать только относительное движение связанных объектов. При нахождении ТС на связи, расстояние до центра масс каждого из концевых объектов связки определяется через

их соотношение масс, поэтому далее будем рассматривать движение одного из концевых объектов относительно центра масс ТС (рис. 1).

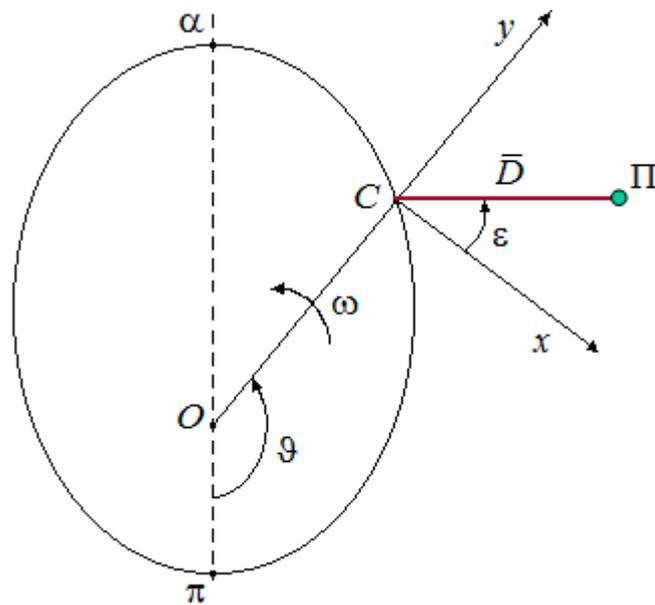


Рис. 1 – Движение центра масс (точка С) тросовой системы по эллиптической орбите (π, α – перигей и апогей орбиты, П – привязной объект)

Тогда математическая модель компланарного управляемого движения ТС в безразмерных переменных может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega_{\text{оп}}}{d\vartheta} &= \frac{1 + e \cos \vartheta}{(1 - e^2)^{3/2}} \left( 2e \sin \vartheta + \frac{3}{2} \sin 2\varepsilon \right) - 2k \left[ 1 + \frac{(1 - e^2)^{3/2}}{(1 + e \cos \vartheta)^2} \Omega_{\text{оп}} \right]; \\ \frac{d\varepsilon}{d\vartheta} &= \frac{(1 - e^2)^{3/2}}{(1 + e \cos \vartheta)^2} \Omega_{\text{оп}}. \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\vartheta$  – угол истинной аномалии, определяющий текущее положение центра масс ТС на орбите;

$\varepsilon$  – угол между осью  $x$  орбитальной системы координат и вектором дальности  $\bar{D}$ ;

$\Omega_{\text{оп}} = \dot{\varepsilon}/n$  – безразмерная угловая скорость вращения вектора  $\bar{D}$  относительно орбитальной системы координат;

$k = \frac{\dot{D}}{nD}$  – параметр управления;

$D$  – удаление привязного объекта (ПО) от начала орбитальной системы координат

$Cxy$ ;

$n = \sqrt{\frac{\pi_0}{p}} \frac{(1-e^2)^{3/2}}{p}$  – средняя орбитальная угловая скорость центра масс ТС;

$e, p$  – соответственно эксцентриситет и фокальный параметр орбиты центра масс связки;  $\pi_0 = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$  – гравитационная постоянная Земли.

Условие нахождения ТС на связи характеризуются выражением

$$\left[ (1-e^2)^{3/2} \Omega_{\text{оп}} + (1+e \cos \vartheta)^2 \right]^2 - (1-3 \sin^2 \varepsilon)(1+e \cos \vartheta)^3 > (1-e^2)^3 k^2. \quad (2)$$

В работе основное внимание уделяется экспоненциальному закону регулирования длины троса

$$\dot{D} = knD, \quad (3)$$

так как этот закон управления при переменном параметре управления  $k$  позволяет реализовать любой класс возможных траекторий относительного движения связанных объектов.

Уравнение (3) может быть проинтегрировано

$$D = D_0 \exp(knt), \quad (4)$$

где  $D_0$  – начальное значение  $D$ .

В настоящее время при решении многих практических задач в космосе используются круговые или близкие к круговым орбиты. Запишем математическую

модель движения ТС в предположении движения центра масс ТС по круговой орбите. Изменение относительной дальности в этом случае:

$$\dot{D} = k \omega D; \quad D = D_0 \exp(k \omega t); \quad (5)$$

где  $\omega$  – орбитальная угловая скорость центра масс ТС.

Математическая модель, определяющая вращение ТС вокруг центра масс:

$$\frac{d\Omega_{\text{оп}}}{d\varphi} = \frac{3}{2} \sin 2\varepsilon - 2k(1 + \Omega_{\text{оп}}); \quad \frac{d\varepsilon}{d\varphi} = \Omega_{\text{оп}}; \quad (6)$$

где  $\varphi = \omega t$ ,  $\Omega_{\text{оп}} = \dot{\varepsilon} / \omega$ .

Условие нахождения ТС на связи:

$$3 \sin^2 \varepsilon + \Omega_{\text{оп}} (2 + \Omega_{\text{оп}}) > k^2. \quad (7)$$

В ряде случаев, например для разворачивания ТС в режим равновесного стационарного движения связки, целесообразно использовать модифицированный экспоненциальный метод управления движением связанных объектов, когда параметр управления является переменной величиной, зависящей от угловой скорости  $k = b \Omega_{\text{оп}}$  (здесь  $b$  – постоянный параметр). Для модифицированного экспоненциального закона регулирования длины троса

$$\dot{D} = b \Omega_{\text{оп}} \omega D, \quad (8)$$

а, математическая модель вращения ТС вокруг центра масс записывается в виде:

$$\frac{d\Omega_{\text{оп}}}{d\varphi} = \frac{3}{2} \sin 2\varepsilon - 2b \Omega_{\text{оп}} (1 + \Omega_{\text{оп}}); \quad \frac{d\varepsilon}{d\varphi} = \Omega_{\text{оп}}. \quad (9)$$

Условия нахождения троса в натянутом состоянии для рассматриваемого метода управления имеют следующий вид:

$$(1 - b^2) \Omega_{\text{op}}^2 + 2 \Omega_{\text{op}} + 3 \sin^2 \varepsilon > 0. \quad (10)$$

Математические модели (6) и (9) представляют собой нелинейные автономные динамические системы второго порядка, которые в общем случае не имеют аналитического решения.

### **3 Качественное исследование управляемого движения связанных объектов**

Проведенный анализ показал, что в этом случае для определения всех возможных режимов управляемого движения связанных объектов при любых значениях параметров управления и при всех возможных значениях начальных условий движения наиболее перспективным является использование разрабатываемых автором методов на основе математического аппарата качественной теории динамических систем и теории бифуркаций. Количество реализуемых режимов движения ТС для рассматриваемых классов управлений оказывается ограниченным, что позволяет выделить среди них оптимальный режим.

Качественное исследование управляемого движения связанных объектов предполагает изучение структуры разбиения фазового пространства системы (топологической структуры фазовых траекторий системы) и пространства параметров системы. Структура фазового пространства дает описание поведения данной конкретной системы, а структура пространства параметров – описание поведения системы при изменении параметров.

Определение полной качественной структуры фазовых траекторий системы состоит в выявлении и исследовании всех особых фазовых траекторий и изучении характера однотипных неособых траекторий.

Установлено, что в качестве особых траекторий рассматриваемых в работе систем имеют место простые и сложные состояния равновесия, сепаратрисы седловых точек и предельные циклы. Особенностью изучаемых динамических систем является то, что они рассматриваются на цилиндрической фазовой поверхности, когда помимо обычных предельных циклов, охватывающих состояния равновесия, могут иметь место предельные циклы, охватывающие сам фазовый цилиндр. Построение и изучение качественных структур фазовых траекторий производится на развертке фазового цилиндра.

Особые траектории разделяют всю фазовую поверхность на области (ячейки), заполненные однотипными неособыми (орбитно-устойчивыми) фазовыми траекториями. Методы качественного исследования в сочетании с методами математического моделирования позволяют построить полные качественные структуры каждой из рассматриваемых динамических систем при фиксированных значениях параметра управления и тем самым определить характер траекторий относительного движения связанных объектов в орбитальной системе координат. Особые траектории в этом случае представляют собой границы между областями однотипного движения связанных объектов.

При изменении параметра управления изменение качественной структуры системы происходит скачкообразно в момент прохождения параметром через бифуркационные значения. Наиболее сложным оказывается определение бифуркаций и бифуркационных значений параметров, связанных с появлением и исчезновением предельных циклов, охватывающих фазовый цилиндр. Для этого в работе используются критерий Бендиксона, понятие о функции последования,

характеристики вращения векторного поля системы, а также ряд других свойств изучаемых динамических систем.

Количество различных типов качественных структур изучаемых динамических систем  $N = 2n_6 + 1$ , где  $n_6$  – число бифуркационных значений параметров системы. Построение всех типов качественных структур дает возможность составить полное представление о возможных типах фазовых траекторий системы, а, следовательно, о характеристике возможных траекторий управляемого движения ТС при любых значениях параметров управления, при любых начальных условиях движения и на любом отрезке времени. Для построения качественных структур может быть использован разработанный метод математического моделирования движения изображающей точки по определенной совокупности фазовых траекторий.

В результате анализа построенных таким образом качественных структур фазовых траекторий может быть определена совокупность реализуемых режимов управляемого движения ТС, соответствующая рассматриваемой динамической системе. Реализуемые режимы должны соответствовать устойчивым особым фазовым траекториям системы (состояния равновесия и предельные циклы) и совокупности орбитно-устойчивых неособых фазовых траекторий, заполняющих фиксированные области фазовой поверхности. Количество выбранных таким образом реализуемых режимов управляемого движения связанных объектов является ограниченным. Для каждого из рассматриваемых режимов движения ТС устанавливаются требуемые параметры управления и диапазон начальных условий относительного движения связанных объектов, соответствующих данному режиму.

Проведенные исследования показали, что динамическая система (6) имеет пять бифуркационных значений параметра управления:  $k_{\sigma} = 0; \pm 0,532815; \pm 0,75$ . При  $k_{\sigma} = 0$  рассматриваемая система является консервативной; для  $k < 0$  состояния равновесия неустойчивы, а при  $k > 0$  – устойчивы. Для  $k_{\sigma} = \pm 0,532815$  система имеет неустойчивый предельный континуум, охватывающий фазовый цилиндр, который при изменении параметра  $k$  разделяется на две сепаратрисы и предельный цикл, охватывающий фазовый цилиндр (устойчивых при  $k > 0$  и неустойчивых при  $k < 0$ ). Для  $k_{\sigma} = \pm 0,75$  система имеет два сложных изолированных состояния равновесия типа седло-узел, которые при  $|k| < 0,75$  разделяются на два простых состояния равновесия (седло и узел). В случае  $|k| > 0,75$  система не имеет состояний равновесия. На рис. 2 представлена качественная структура системы (6) при  $k = 0,75$  которая имеет предельный цикл, охватывающий фазовый цилиндр. Две области схода системы со связи обозначены штриховкой. Ячейки 1 - 5 заполнены однотипными неособыми (орбитно-устойчивыми) фазовыми траекториями.

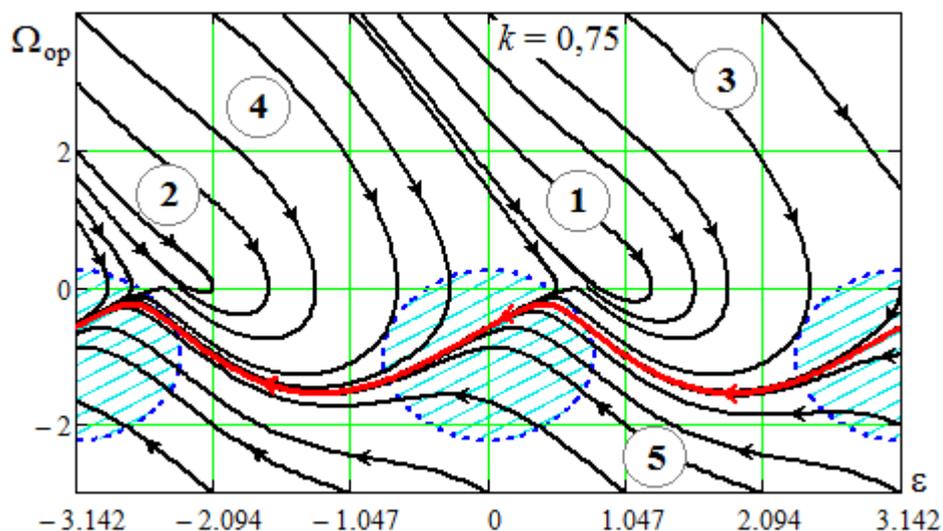


Рис. 2 – Качественная структура динамической системы (6) при  $k = 0,75$

Учитывая наличие пяти бифуркационных значений параметра управления, (6) имеет 11 типов различных качественных структур. Построение всех типов качественных структур с учетом областей схода системы со связи позволило составить полное представление обо всех возможных траекториях управляемого движения ТС при любых начальных условиях и на любом отрезке времени.

В результате анализа всего комплекса качественных структур определены возможные режимы управляемого движения ТС, из числа которых в дальнейшем при решении практических задач используются следующие: равновесный стационарный режим, режим колебаний ТС относительно вертикального положения равновесия, режим вращения связки вокруг центра масс, режим прямолинейного развертывания ТС.

Динамическая система (9), соответствующая модифицированному экспоненциальному методу регулирования длины троса, имеет три бифуркационных значения параметра управления ( $b_0 = 0; \pm 2,1356$ ) и, следовательно, семь различных типов качественных структур фазовых траекторий. Бифуркации этой системы заключаются в следующем. При переходе параметра  $b$  через ноль происходит смена устойчивости состояния равновесия. Для  $b > 0$  имеют место два устойчивых фокуса или узла, а также две седловые точки, а при  $b < 0$  – два неустойчивых фокуса или узла и тоже две седловые точки. При  $b = 0$  система является консервативной и имеет два состояния равновесия типа центр и две седловые точки. Кроме того, при переходе от  $b = 0$  к  $b > 0$  и  $b < 0$  происходит разделение каждой из двух сепаратрис, идущих в нижней и верхней половинах фазового цилиндра на две сепаратрисы.

Остальные два бифуркационных значения параметра  $b$  связаны с появлением предельного цикла. В связи с этим в работе доказаны две теоремы.

В работе рассмотрены и проанализированы все семь типов возможных качественных структур. Установлено, что с использованием модифицированного экспоненциального закона регулирования длины троса могут быть реализованы: равновесный стационарный режим движения связанных объектов, режим колебаний ТС относительно местного вертикального положения связки, режим вращения связки вокруг центра масс, режим перехода ТС в состояние равновесного стационарного движения связки.

#### **4 Определение оптимальных режимов движения связанных объектов**

Имея данные о полной совокупности реализуемых режимов относительного движения можно сформулировать общий подход к определению оптимальных режимов применительно для каждой из решаемых практических задач. Для этого должны быть выбраны соответствующие показатели эффективности, по которым устанавливается оптимальный режим управляемого движения ТС.

Применительно к рассматриваемым в работе практическим задачам может быть сформулирован один общий показатель эффективности и ряд частных показателей для каждой из задач в отдельности. В качестве общего показателя эффективности применения различных режимов движения предлагается использовать выигрыш в энергетике за счет применения ТС для решения рассматриваемой задачи по сравнению с энергетическими затратами при традиционных методах управления, который определяется суммарным значением

характеристической скорости  $\Delta V_{\Sigma}$ , необходимой для решения той же задачи с использованием обычной двигательной установки. Зная массовые характеристики связанных объектов можно рассчитать массу экономии топлива за счет решения задачи с использованием ТС. Вместе с тем, может оказаться, что реализация оптимального по энергетике режима связана со значительными трудностями, которые не всегда оправдываются выигрышем в энергетике. Тогда следует ориентироваться на частные показатели эффективности, связанные с решением данной целевой задачи.

Для рассматриваемых в работе практических задач предполагается использование следующих показателей эффективности применения различных режимов управляемого движения ТС. Так в случае вывода объектов на орбиту в качестве показателя эффективности предлагается безразмерная величина  $\delta r$ , определяющая во сколько раз по отношению к длине троса происходит увеличение высоты конечной орбиты относительно высоты орбиты ожидания. Для задачи спуска объектов с орбиты на Землю в качестве показателя эффективности реализуемых режимов движения ТС применяется минимальная длина троса, при которой возможен спуск на Землю с данной орбиты. В качестве показателей эффективности применения ТС для решения задачи транспортного обслуживания космических объектов в зависимости от постановки задачи рассматриваются значения минимальной длины троса для обслуживания данного класса орбит и величины возможных областей обслуживания КА. При обслуживании систем КА на круговых орбитах в качестве показателя эффективности применения ТС

используется продолжительность однократного облета данной системы при заданных ограничениях на параметры относительного движения.

Для других практических задач в качестве показателей эффективности применения ТС могут применяться: при зондировании верхних слоев атмосферы – продолжительность функционирования зонда в заданном диапазоне высот; при создании искусственной тяжести в космосе – создаваемое на борту КА ускорение при фиксированных характеристиках и параметрах движения связки; при выполнении операций, связанных с пространственным функционированием ПО связки в окрестности ОС – область «зависания» ПО в окрестности ОС, продолжительность однократного облета станции на заданном удалении и общая продолжительность функционирования ПО в заданной окрестности ОС; при выполнении маневров ЛА на баллистических траекториях без использования двигательной установки – возможное изменение дальности полета и диапазон маневрирования ЛА по дальности.

На основе математических моделей движения ТС в работе разрабатываются методы исследования управляемого движения связанных объектов при решении рассматриваемых задач с применением реализуемых режимов управляемого движения. При этом в процессе моделирования для каждого из режимов определяются значения показателей эффективности. Сравнение этих показателей позволяет установить оптимальный режим управляемого движения ТС для решения данной конкретной задачи.

Например, разработана методика расчета параметров конечной орбиты выводимого КА при использовании круговых и эллиптических промежуточных

орбит. В качестве основного показателя эффективности применения того или иного режима движения ТС предложена безразмерная величина  $\delta r$ , определяющая во сколько раз по отношению к длине троса происходит увеличение высоты конечной орбиты выводимого КА по сравнению с высотой орбиты ожидания (табл. 1).

Табл. 1 – Зависимость показателя эффективности  $\delta r$  от  $D$  и  $\Omega_{op}$

Режимы	$\Omega_{op}$   $D$ , км	10	20	30	40	50
Равновесный стационарный	0	7,032	7,065	7,097	7,130	7,164
Колебаний	0,5	9,048	9,097	9,146	9,196	9,247
	1,0	11,067	11,136	11,205	11,275	11,346
	1,58114	13,418	13,513	13,610	13,707	13,807
Вращения	1,73205	14,029	14,132	14,236	14,342	14,449
	2,0	15,115	15,232	15,351	15,472	15,594
	5,0	27,333	27,675	28,025	28,385	28,753
	10,0	47,950	48,940	49,971	51,046	52,169
	20,0	90,161	93,561	97,227	101,191	105,494

Предложена методика оценки выигрыша в энергетике за счет применения ТС. Этот выигрыш в работе определяется суммарным значением характеристической скорости  $\Delta V_{\Sigma}$ , необходимой для реализации двухимпульсного перехода маневрирующего КА с орбиты ожидания на заданную конечную орбиту при одних и тех же граничных условиях и угловой дальности перехода. Для выводимого КА массой  $m_K$  определяется масса экономии топлива

$$m_T = m_K \left[ \exp\left(\frac{\Delta V_{\Sigma}}{g_e}\right) - 1 \right], \quad (11)$$

где  $\vartheta_e$  – эффективная скорость истечения продуктов сгорания двигательной установки.

В табл. 2 приведены результаты оценки выигрыша в энергетике за счет применения ТС для вывода КА массой  $m_k = 5000$  кг с промежуточной орбиты  $r_0 = 6560$  км на эллиптическую орбиту с радиусом перигея  $r_\pi = 6610$  км при разных значениях радиуса апогея  $r_\alpha$  по расчетной схеме вывода маневрирующего КА в апогей конечной орбиты.

Табл. 2 – Выигрыш в энергетике за счет применения ТС для вывода КА

$r_\alpha$ , км	6 950	7 100	7 250	7 500	8 100	8 500
$\Delta V_\Sigma$ , м/с	126,277	167,063	206,749	270,604	413,109	500,555
$m_T$ , кг	214,952	286,336	356,733	471,974	738,174	907,893

В работе также рассматривается решение задачи вывода с эллиптической промежуточной орбиты с использованием режима прямолинейного развертывания ТС, режима вертикального развертывания, режима колебаний связки при фиксированной длине троса и режима вращения ТС вокруг центра масс с постоянной угловой скоростью.

Характеристики траектории вывода и значение показателей эффективности применения ТС существенным образом зависят от того в какой точке промежуточной орбиты происходит расцепление связки и каковы радиусы перигея и апогея самой промежуточной орбиты.

При решении задачи вывода КА на орбиту из режима прямолинейного развертывания ТС выбор эксцентриситета промежуточной орбиты  $e_0$  и направление

развертывания связки, определяемого углом  $\varepsilon$ , должно производиться с учетом приведенных в работе условий, гарантирующих осуществление непрерывного развертывания связки ( $\dot{D} > 0$ ) и движение ТС при натянутом тросе. При приближении направления развертывания связки к вертикальному ( $\varepsilon \rightarrow 90^\circ$ ) условия движения при натянутом тросе все время выполняются, а условие непрерывного удаления связанных объектов друг от друга ( $\dot{D} > 0$ ) при  $\varepsilon = 90^\circ$  уже выполняется только в некотором диапазоне относительных дальностей. Вместе с тем режим вертикального развертывания связки при решении задачи вывода КА на орбиту заслуживает существенного внимания, так как в этом случае показатель эффективности  $\delta r$  имеет максимальное значение по сравнению с другими направлениями прямолинейного развертывания ТС. Так при вертикальном развертывании связки на длину 10 км для рассмотренных в работе вариантов показатель эффективности  $\delta r$  достигает 7,355, а при развертывании под углом  $\varepsilon = 60^\circ$  значение  $\delta r = 5,770$ .

Рассматриваемый в работе режим колебаний ТС на эллиптической орбите при фиксированной длине троса представляется достаточно перспективным при решении ряда практических задач, в том числе и вывода КА на орбиту. Достоинство этого режима заключается в сравнительной простоте прогнозирования относительного и абсолютного движений связанных объектов, а также в простоте реализации управления ТС, которое сводится к поддержанию постоянной длины троса. Тогда по известным параметрам промежуточной орбиты и начальным условиям движения связки можно рассчитать характеристики движения КА в

момент расцепления связки и определить параметры орбиты, на которую выводится аппарат. Для рассматриваемых в работе вариантов при длине троса 20 – 40 км в течение одного витка ТС по орбите можно выбрать такую точку расцепления связки, для которой показатель эффективности использования ТС будет достигать значения  $\delta r = 25$ .

Применение режима вращения ТС вокруг центра масс позволяет получить максимальное приращение абсолютной скорости выводимого на орбиту КА за счет относительной скорости при вращении системы вокруг центра масс. Поэтому для вывода объектов на орбиту (также как и для решения других задач, связанных с выполнением орбитальных маневров) оптимальным по энергетике является режим вращения ТС вокруг центра масс. Для эллиптической промежуточной орбиты предлагается использовать режим вращения с постоянной угловой скоростью  $\Omega_{ор}$ . Для рассмотренных в работе вариантов при вращении ТС с угловой скоростью  $\Omega_{ор} = 5$  и  $D_0 = 20$  км показатель эффективности применения ТС для вывода КА на орбиту превышает  $\delta r = 30$ .

Таким образом, на основе анализа результатов математического моделирования управляемого движения ТС проводится сравнительная оценка решения рассматриваемых практических задач с использованием оптимальных и различных неоптимальных режимов движения связанных объектов. Полученные при этом данные могут быть использованы для разработки рекомендаций по наиболее эффективному применению ТС.

## **Заключение:**

1. Предложен эффективный метод формирования оптимальных режимов управляемого движения тросовых систем при решении практических задач на круговых и эллиптических орбитах.
2. На основе математического аппарата качественной теории динамических систем и теории бифуркаций разработаны методы полного качественного и количественного исследования динамических систем управляемого движения связанных объектов, определены все бифуркации изучаемых систем и бифуркационные значения параметров, которые определяют всю совокупность характеристик управляемого движения ТС.
3. Получены условия нахождения рассматриваемых динамических систем на связи, когда движение ТС осуществляется при натянутом соединительном тросе.
4. В результате исследования полной совокупности качественных структур динамических систем определены все возможные режимы управляемого движения связанных объектов и установлены области начальных условий, в которых реализуются эти режимы.
5. Разработаны показатели эффективности применения различных режимов управляемого движения ТС для выполнения рассматриваемых в работе практических задач.
6. Разработаны методы и проведено исследование динамики управляемого движения связанных объектов при решении практических задач с использованием различных режимов движения ТС.

## Библиографический список

1. Даниленко А.В., Ёлкин К.А., Лягушина С.Ц. Проект программы поэтапного освоения перспективной космической технологии – орбитальных тросовых систем. // Восьмой международный аэрокосмический конгресс IAC'15. Москва, 28 августа 2015, С. 312-313.
2. Динамика космических систем с тросовыми и шарнирными соединениями / Под ред. А.П. Алпатова. – Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2007. – 559 с.
3. Белецкий В.В. Динамика космических тросовых систем – М.: Наука, 1990. – 336 с.
4. Иванов В.А., Купреев С.А., Либерзон М.Р. Космические тросовые системы. Некоторые аспекты практического использования. – М.: СИП РИА, 2005. – 100 с.
5. Иванов В.А., Купреев С.А., Либерзон М.Р. Сближение в космосе с использованием тросовых систем. – М.: Хоружевский, 2010. – 360 с.
6. Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Орбитальное функционирование связанных космических объектов. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 320 с.
7. Щербаков В.И. Механика стационарных движений гибко связанных КА. – СПб.: Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, 2007. – 106 с.
8. Волощенко О.Л., Пироженко А.В., Храмов Д.А. Космические тросовые системы - перспективное направление космической техники и технологии // Космическая наука и технология. 2011. Т.17. №2. С. 32-44.
9. Cosmo, M. L. Tethers in space handbook / M. L. Cosmo, E. C. Lorenzini. - Cambridge: Smithsonian Astrophysical Observatory, 1997. – 274 p.
10. Aslanov, V. S. Dynamics of the Tethered Satellite Systems / V. S. Aslanov, A. S. Ledkov. - Cambridge: Woodhead Publishing Limited. 2012.- 331 p.

11. Андронон А.А. Качественная теория динамических систем второго порядка. - М.: Наука, 1960. – 568 с.
12. Андронон А.А. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. – М.: Наука, 1967. – 488 с.