

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Краев В.М.

*РайффайзенБанк,
Ленинский пр., 15А, Москва, 119071, Россия
e-mail: kraevvm@mail.ru*

Проводится анализ теоретических и экспериментальных исследований нестационарных турбулентных течений и полученных моделей для практических расчетов. Показана важность таких исследований для практического использования при расчетах узлов двигателей летательных аппаратов, условия работы которых являются существенно нестационарными. В нестационарных условиях происходит изменение турбулентной структуры течения, что приводит к существенным изменениям коэффициентов теплоотдачи и гидравлического сопротивления и, следовательно, к невозможности применения стационарных методик расчетов. Сформулированы основные требования для инженерного расчета нестационарных процессов в двигательных установках.

Ключевые слова: структура турбулентных течений, гидродинамическая нестационарность, неизотермические условия, теплообмен в нестационарных условиях, модели расчета нестационарных течений.

Введение

Нестационарные процессы, как тепловые, так и гидродинамические, присущи практически любой современной инженерной системе, техническому агрегату и узлу. Создание новых систем или совершенствование уже существующих образцов авиационных и ракетных двигателей не представляется возможным без хотя бы качественного анализа влияния нестационарности на теплофизические процессы. Для узлов двигателей, функционирующих в режимах существенной нестационарности, в обязательном порядке требуется оценка уровня нестационарного воздействия и, нередко, применение специфического подхода. Такой подход выражается в отказе от применения стационарных или квазистационарных моделей, а обязательным является использование нестационарных моделей.

При создании новых образцов ракетной и авиационной техники в ряд определяющих становятся тепловые и гидродинамические процессы. Это вызвано возрастанием энергонапряженности устройств, повышением требований к режимам работы и регулирования этих систем. Вопросам безопасности и надежности в авиационном и ракетном двигателестроении отводится важное место, а это означает необходимость расчета аварийных режимов, которые являются существенно нестационарными. Таким образом, исследование нестационарных про-

цессов теплообмена и гидродинамики и разработка методики их расчета представляют чрезвычайно актуальную для инженерной практики задачу. Не вызывает возражений тезис о необходимости фундаментального изучения природы нестационарных процессов. Только органичное сочетание фундаментальных и прикладных исследований является наиболее эффективным путем получения точной модели нестационарного процесса и как следствие — практических результатов для инженерных расчетов.

Упоминания об исследованиях влияния нестационарных условий на структуру турбулентных течений и как следствие — на термодинамические параметры течения можно найти в работах 70-х годов XX века [1—9]. Среди этих работ достойное место занимают результаты исследований, проведенных в Московском авиационном институте. К середине 90-х в МАИ сформировалась научная школа по исследованию структуры нестационарных турбулентных течений. Ее основателем является профессор Дрейцер Генрих Александрович.

Проведенные в МАИ исследования турбулентной структуры потоков показали существенное влияние изменения расхода, или, другими словами, гидродинамической нестационарности, на структуру потока. Большая часть этих исследований носит чисто экспериментальный характер [10—15], что

представляет собой не только практический интерес, но и важные первичные данные, которые могут быть использованы и используются в теоретических исследованиях как основа для проверки теоретических гипотез и моделей [16].

Современные исследования влияния гидродинамической нестационарности на процесс теплообмена и гидродинамику течения

Научные исследования, которые были основополагающими в этой области, упомянуты выше [1—9]. Рассмотрим в первую очередь наиболее важные результаты, к которым пришли авторы целого комплекса экспериментальных исследований [10—15]. Исследования являются экспериментальными и представляют надежную основу для последующих математических моделей [16, 17].

Итак, в процессе экспериментальных исследований нестационарных изотермических и неизотермических течений проводились измерения осевых и радиальных пульсаций скорости, температуры, их осредненных и мгновенных значений и их корреляций. Температурный фактор $T_w/T_f = 1,18$, коэффициент гидродинамической нестационарности

$$K_g^* = \frac{\partial G}{\partial \tau} \frac{1}{G} \sqrt{\frac{d}{g}}, \quad K_g^* = -0,111 \dots 0,111.$$

Обобщение экспериментальных данных позволяет утверждать о существенном влиянии ускорения и замедления потока на его турбулентную структуру, а именно при ускорении профиль осредненной осевой скорости становится более заполненным, а при замедлении — по сравнению со стационарным процессом менее заполненным.

Основные турбулентные характеристики потока: осевые и радиальные пульсации, их корреляции и корреляции радиальных пульсаций и пульсаций температуры — существенно изменяются в течение нестационарного процесса. Установлено, что в условиях гидродинамической нестационарности существуют три характерные зоны течения: пристенная зона $y/R = 0 \dots 0,02$, зона максимальных изменений параметров турбулентности $y/R = 0,02 \dots 0,4$, ядро потока $y/R = 0,4 \dots 1$. Отмечено, что при ускорении потока зона максимальных изменений параметров располагается ближе к стенке канала (в диапазоне $y/R = 0,02 \dots 0,2$), а при замедлении — немного дальше ($y/R = 0,05 \dots 0,4$). При сравнении результатов, полученных в изотермических и неизотермических условиях, выявлено, что указанная выше зона максимальных изменений в изотермических условиях перемещается во время не-

стационарного процесса к оси канала, а в неизотермических условиях практически не перемещается.

Установлено влияние нагрева стенки канала на усиление гидродинамической нестационарности в структуре потока и замедление перехода турбулентных характеристик к стационарным при завершении нестационарного процесса.

Показано, что изменение профилей корреляций осевых и радиальных пульсаций скорости, корреляций пульсаций радиальной скорости и пульсаций температуры свидетельствует о сильном воздействии гидродинамической нестационарности на турбулентные вязкость и теплопроводность. Особо следует отметить, что корреляции пульсаций изменяются значительно сильнее (в несколько раз по сравнению со стационарными значениями), чем параметры, их составляющие.

Проведенный частотный анализ первичных данных показал преобладание у стенки канала турбулентных пульсаций частот 30...70 Гц. По мере приближения к оси канала их амплитуда падает, причем одновременно растет амплитуда частот 70...200 Гц. В основном данный процесс преобразования происходит в зоне $y/R = 0,05 \dots 0,5$. С ростом чисел Рейнольдса этот процесс ускоряется, например, при $Re = 6200$ эта зона лежит в диапазоне $y/R = 0,05 \dots 0,7$, а при $Re = 18700$ — $y/R = 0,05 \dots 0,4$.

Выявлено существенное (троекратное) отличие коэффициента турбулентной вязкости в нестационарных условиях от стационарных значений. При ускорении потока коэффициент турбулентной вязкости выше стационарных значений, а при замедлении — ниже.

На рис. 1 и 2 приведено сравнение рассчитанных коэффициентов теплоотдачи по предложенным моделям с расчетами, выполненными по квазистационарному подходу при ускорении и замедлении потока соответственно.

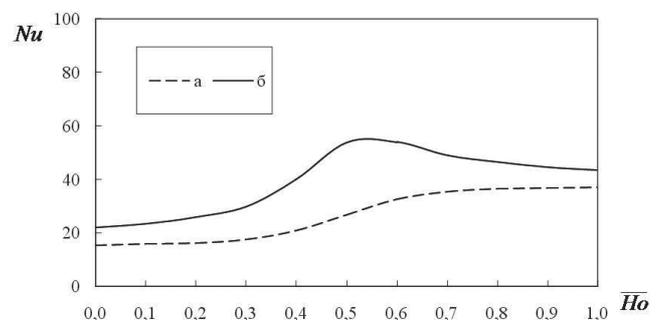


Рис. 1. Влияние ускорения потока на коэффициент теплоотдачи ($Re = 3100 \dots 9300$, $T_w/T_f = 1,18$): *a* — квазистационарный подход; *б* — расчет по модели МАИ [16]

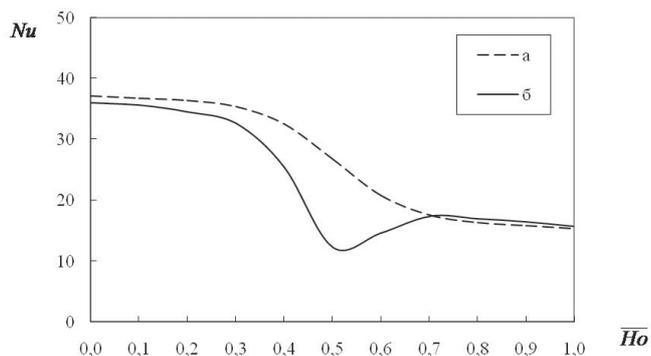


Рис. 2. Влияние замедления потока на коэффициент теплоотдачи ($Re=3100...9300$, $T_w/T_f=1,18$): *a* — квазистационарный подход; *b* — расчет по модели МАИ [17]

В приведенном случае ($Re = 3100...9300$, $K_g^* = -0,111...0,111$, $T_w/T_f = 1...1,18$), как и при ускорении потока (см. рис. 1), так и при его замедлении (рис. 2), отличие предложенной автором модели от квазистационарного подхода достигает двух раз. При ускорении течения полученные значения выше квазистационарных, а при замедлении — ниже.

На основе экспериментальных данных через интеграл Лайона по осредненной осевой скорости и корреляции осевых и радиальных пульсации рассчитан коэффициент теплоотдачи для случаев ускорения и замедления потока при значении температурного фактора $T_w/T_f = 1,18$. Результаты расчетов хорошо коррелируются с экспериментальными результатами по теплоотдаче, полученными другими авторами [18, 19].

На рис. 3 и 4 приведены зависимости для коэффициента гидравлического сопротивления при ускорении и замедлении потока. На графиках представлены квазистационарные расчеты, нестационарные

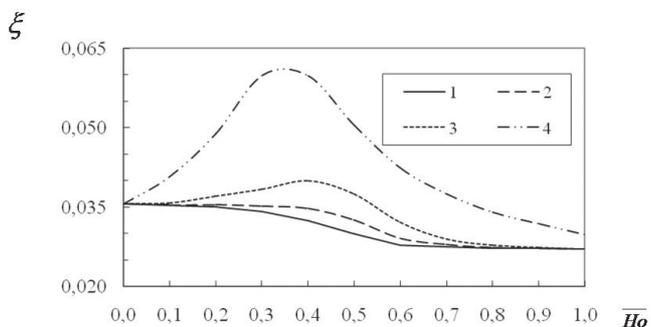


Рис. 3. Влияние ускорения потока на коэффициент гидравлического сопротивления ($Re = 6200...18700$, $T_w/T_f = 1$): 1 — квазистационарный расчет; 2 — эксперимент [18]; 3 — эксперимент [19]; 4 — модель МАИ [17]

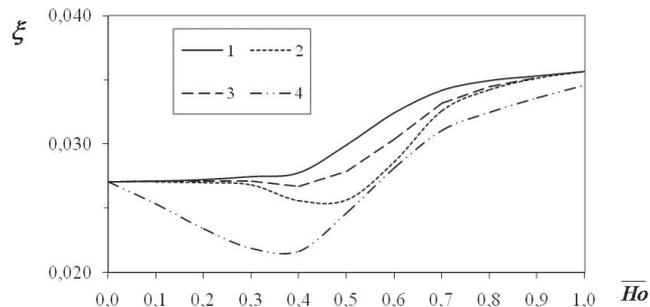


Рис. 4. Влияние замедления потока на коэффициент гидравлического сопротивления ($Re = 6200...18700$, $T_w/T_f = 1$): 1 — квазистационарный расчет; 2 — эксперимент [18]; 3 — эксперимент [19]; 4 — модель МАИ [17]

ные расчеты [18, 19], а также полученные автором результаты.

При качественном совпадении нестационарный эффект, полученный в расчетных зависимостях автора, в несколько раз выше, чем в [18] и [19]. Это можно объяснить условиями проведения экспериментов. В [18] и [19] рабочим телом была вода, а в данной работе — воздух.

На основе выявленного существенного влияния гидродинамической и тепловой нестационарности на гидродинамику течения получены расчетные соотношения. При ускорении потока коэффициент гидравлического сопротивления превышал соответствующее квазистационарное значение более чем в два раза, а при замедлении — был меньше на 35%.

Как уже отмечалось, результаты экспериментальных исследований являются прочной основой для теоретических исследований, которые проводятся в МАИ [17]. Сформулируем самые главные выводы. Существующие высокорейнольдсовские модели турбулентности в принципе не способны учесть эффект нестационарности. Из рассмотренных в [17] моделей турбулентности близкие с экспериментальными данными результаты даёт только модель Менстера SST, являющаяся низкорейнольдсовской. Высокореинльдсовские модели турбулентности в принципе не способны хоть как-то учесть эффект нестационарности. Модель же SST хоть и даёт результаты, сходные с экспериментальными данными, на некоторых режимах существенно завышает нестационарный эффект.

В ходе работы впервые получены универсальные аналитические выражения для коэффициента трения и его производной по параметру для течения в каналах для гладких и шероховатых труб. Получены обобщающие зависимости для инженерных расчетов нестационарных коэффициентов трения и теплоотдачи при ускорении и замедлении газового потока в трубе. Особенностью зависимо-

стей являются возможность их применения для любой монотонной кривой изменения расхода и хорошая сходимости с данными экспериментов по гидродинамически нестационарному течению газов в каналах [20].

На основании анализа экспериментальных данных была составлена эмпирическая модель вихревой вязкости в канале. По физической природе полученная зависимость для вихревой вязкости подобна бегущей волне, возникающей на стенке и направляющейся к ядру потока. С увеличением числа Рейнольдса амплитуда пика данной волны убывает, а ширина и сдвиг пика относительно стенки канала — увеличиваются как и для ускорения, так и для замедления потока. Полученная модель применима для диапазона чисел Рейнольдса от 3000 до 30000 и абсолютных значений критерия нестационарности K_g^* от 0 до 0,111. Установлено влияние гидродинамической нестационарности на турбулентное число Прандтля. В [16] предложены формулы для расчёта турбулентного числа Прандтля в зависимости от ускорения или замедления потока. При этом ускорение потока увеличивает турбулентное число Прандтля, а замедление — уменьшает. Получена и апробирована незатратная математическая модель турбулентности, способная адекватно проводить расчёты гидродинамически нестационарных турбулентных течений газов в каналах как при наличии, так и в отсутствии теплообмена. Модель сопоставлена с экспериментальными данными для диапазона чисел Рейнольдса от 3000 до 30000 и абсолютных значений критерия нестационарности K_g^* от 0 до 0,111 и показала достаточную степень сходимости расчётных данных и эксперимента.

Среди работ теоретического характера в первую очередь следует выделить исследования профессора И.В. Деревича. В [21] рассматривается течение газа при монотонном снижении или увеличении расхода. Течение газа имеет турбулентный характер, число Рейнольдса потока во всем диапазоне изменения расхода лежит существенно выше критического значения. Заметную часть в перепаде давления составляет работа сил трения, связанная с процессами турбулентного переноса импульса и зависящая от интенсивности хаотических флуктуаций скорости. Динамика поведения турбулентной энергии различна для случаев увеличения и уменьшения расхода газа. Изменение уровня турбулентной энергии обуславливает отличие коэффициентов трения от их стационарных значений. В [21] проведен теоретический анализ влияния изменения расхода на параметры турбулентного пере-

носа импульса. Показано, что в зависимости от соотношения между временными масштабами турбулентности и характерным временем изменения расхода существуют различные подходы к анализу проблемы нестационарности. Представлено качественное сопоставление результатов расчетов и ряда экспериментальных данных. Обсуждаются причины рассогласования данных расчета и эксперимента.

Таким образом, выявлено рассогласование в результатах экспериментальных и теоретических исследований. Только новые экспериментальные исследования в широком диапазоне режимных параметров дадут новую информацию и, следовательно, материал для дальнейших дискуссий, для понимания протекающих нестационарных процессов и, новых моделей нестационарной турбулентности.

К сожалению, проведение масштабных экспериментальных исследований влияния нестационарных условий на структуру турбулентных течений является сложным с технической точки зрения проектом, не говоря уже о финансовой составляющей такой задачи.

Рекомендуемый подход для инженерных расчетов

В начале статьи говорилось о необходимости внедрения нового подхода к разработке различных узлов и агрегатов современной техники. Мы упомянули, что практически любое изделие в любой области работает в нестационарных режимах. Для каждого агрегата существует как минимум два таких режима — запуск и останов. На практике каждый агрегат работает в широком диапазоне регулируемых параметров, которые теоретически являются нестационарными. Перед инженером встает задача учета влияния нестационарных условий на работу создаваемого им устройства. Для практического применения необходимо иметь некую матрицу, позволяющую дать простой ответ — требуется или нет учитывать влияние нестационарных условий на процессы, протекающие в системе.

Бесспорно, важным входным параметром является требуемая точность инженерных расчетов. Выше мы рассмотрели нестационарные гидродинамические процессы, которые приводят в случае неучета нестационарных условий к «ошибкам» в расчете коэффициента теплоотдачи и гидравлического сопротивления до 100% (в указанных диапазонах режимных параметров). Возможно, в некоторых отраслях промышленности такие отклонения сочтут несущественными, тогда как для авиационной и ракетной техники, атомной энергетики и т.д. такое воздействие может сыграть решающую роль и требует учета.

В любом случае при инженерных расчетах необходимо проводить анализ на предмет влияния нестационарных условий на теплогидравлические процессы, протекающие в системе. В случае если процессы носят существенно нестационарный характер, а требуемая точность расчета высока, требуется либо применять поправки, либо использовать специализированную модель.

Выводы

Представлены современные исследования влияния гидродинамической нестационарности на процесс теплообмена и гидродинамику течения в двигателях летательных аппаратов.

Предложен новый подход для инженерных расчетов систем авиационных и ракетных двигателей, работающих в нестационарных условиях.

Библиографический список

1. *Галицкий Б.М., Дрейцер Г.А.* Экспериментальное исследование нестационарного теплообмена в трубе при изменении расхода газа // Известия АН БССР. Сер. Физико-технические науки. 1967. № 2. С. 56-64.
2. *Галицкий Б.М., Дрейцер Г.А., Калинин Э.К.* Нестационарный теплообмен в трубе при изменении теплового потока и расхода газа // Теплофизика высоких температур. 1967. Т. 5. № 5. С. 867-876.
3. *Дрейцер Г.А., Изосимов В.Г., Калинин Э.К.* Обобщение опытных данных по нестационарному конвективному теплообмену при изменении теплового потока // Теплофизика высоких температур. 1969. Т. 7. № 6. С. 1222-1224.
4. *Коченов И.С., Фалий В.Ф.* Нестационарный теплообмен в трубе при изменении тепловой мощности // Теплофизика высоких температур. 1978. Т. 16. № 4. С. 791-795.
5. *Фалий В.Ф.* Нестационарный конвективный теплообмен в трубе // Теплоэнергетика. 1991. № 3. С. 43-47.
6. *Коченов И.С.* Нестационарный теплообмен при течениях в трубах // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Реакторостроение. 1972. Вып. 1. С. 117-121.
7. *Худаско В.В., Грачев Н.С.* Расчет нестационарного турбулентного конвективного теплообмена в круглых трубах // Теплофизика высоких температур. 1979. Т. 17. № 1. С. 92-95.
8. *Kawamura H.* Experimental and analytical study of transient heat transfer for turbulent flow in a circular tube // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1977. Vol. 20. Pp. 443-480.
9. *Кошкин В.К., Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А.* Нестационарный теплообмен. — М.: Машиностроение, 1973. — 328 с.
10. *Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А.* Методы расчета сопряженных задач теплообмена. — М.: Машиностроение, 1983. — 232 с.
11. *Краев В.М.* Экспериментальные исследования турбулентной структуры течения в гидродинамически нестационарных условиях // Вестник Московского авиационного института. 2003. Т.10. №1. С. 22-29.
12. *Краев В.М., Дрейцер Г.А.* Исследование частотных спектров пульсаций при течении газа в трубе // Вестник Московского авиационного института. 2004. Т.11. №1. С. 27-33.
13. *Краев В.М.* Исследование частотных спектров пульсаций при течении газа в трубе в нестационарных условиях // Вестник Московского авиационного института. 2004. Т.11. №2. С. 41-45.
14. *Дрейцер Г.А., Краев В.М.* О влиянии гидродинамической нестационарности на структуру потока, коэффициенты теплоотдачи и гидравлического сопротивления при турбулентном течении теплоносителя в трубе // Теплофизика высоких температур. 2004. Т. 48. №3. С. 442-448.
15. *Краев В.М.* Теплообмен и гидродинамика турбулентных течений в условиях гидродинамической нестационарности // Авиационная техника. 2005. № 3. С. 39-42.
16. *Краев В.М., Мякочин А.С., Янышев Д.С.* Эмпирическая модель расчета вихревой вязкости при течении газов в каналах в условиях монотонного изменения расхода // Тепловые процессы в технике. 2012. №2. С. 50-55.
17. *Краев В.М., Янышев Д.С.* Нестационарные турбулентные течения в каналах энергоустановок. — Красноярск: Сибирский государственный аэрокосмический университет, 2014. — 276 с.
18. *Марков С.Б.* Экспериментальное исследование скоростной структуры и гидравлических сопротивлений в неустановившихся напорных турбулентных потоках // Механика жидкости и газа. 1973. № 2. С. 65—75.
19. *Никифоров А.Н., Герасимов С.В.* Изменение параметров турбулентного течения при ускорении и замедлении потока // Инженерно-физический журнал. 1985. № 49(4). С. 533-539.
20. *Дзюбенко Б.В., Краев В.М., Мякочин А.С.* Закономерности и расчет нестационарных турбулентных течений и тепломассообмена в каналах энергоустановок. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2008. — 384 с.
21. *Деревич И.В.* О моделировании нестационарной гидродинамики при турбулентном течении в трубах // Теплофизика высоких температур. 2005. Т. 43. № 2. С. 231-248.

PRESENT CONDITION OF UNSTEADY TURBULENT FLOWS STUDY

Kraev V.M.

*RaiffaizenBank,
15A, Leninskii prospect, Moscow, 119071, Russia
e-mail: kraevvm@mail.ru*

Abstract

Heat and hydrodynamic processes are becoming determinant while creating new types of engines for space, aviation and nuclear power systems [1–9]. Unsteady hydrodynamic and heat transfer processes study is an extremely important problem of engine building.

Only the combination of fundamental and engineering studies provides most effective way to design precise unsteady process model for practical computation. Experimental studies carried out in Moscow Aviation Institute (MAI) hold a prominent place in this field [10–17].

The turbulent flow structure studies carried out in MAI reveal non-stationary conditions fundamental effect on turbulent flow structure.

Axial and radial velocity and temperature pulsations, average parameters and their correlations were measured as a part of the study. Generalized experimental data reveals significant impact of flow acceleration and deceleration on turbulent structure. Three specific zones in turbulent flow were identified: near wall area $y/R = 0...0.02$ (y — distance from the wall, R — radius of the channel); maximal turbulent parameters modification area $y/R = 0.02...0.4$ and flow core. Significant difference of turbulent viscosity between steady and unsteady approaches up to three times was identified. Comparison of quasi-steady and unsteady approach to heat transfer and hydraulic resistance coefficients revealed the two-times difference. Undoubtedly, such huge difference is unacceptable for space, aviation and nuclear energetics. This result agrees well with experimental data obtained by other authors [18, 19].

Based on non-stationary conditions significant impact on turbulent structure a computation model was developed. With flow acceleration, hydraulic resistance coefficient exceeds relative quasi-steady value by 2 times and more. During flow deceleration, it is 35% less.

Experimental study results present reliable base for further theoretical studies to be carried out in MAI [17]. The existing high-Reynolds turbulent models are not able, in principal, to consider non-stationary effect. From turbulence models analyzed in [18], only Menters SST model, which is low-Reynolds model, gives the results close to the experimental. Generalized equations

for non-stationary friction and heat transfer coefficients at flow acceleration and deceleration in a tube for engineering design were obtained. The advantage of such models consists in the possibility of their employing for any monotonous flow variation curve, as well as satisfactory convergence with experimental data on hydrodynamic non-stationary gas flow in through channels [20].

Among the works of theoretical character, the studies of Professor Igor Derevich should be noted in the first place. In reference [21] the author considers the gas flow with monotonous consumption decrease/increase, and reveals the causes of computation and experimental data mismatch.

For practice, we recommend to analyze the effect of non-stationary processes on a certain jet engine control system. In case, when the processes are principally non-stationary and the required accuracy must be high, a non-stationary model and/or other approaches, considering non-stationaries, should be used.

Keywords: turbulent flow structure, hydrodynamic non-stationarity, non-isothermal conditions, heat transfer under unsteady conditions, of non-stationary flows computation models.

References

1. Galitseiskii B.M., Dreitser G.A. *Izvestiya Akademii nauk BSSR. Seria Fiziko-tehnicheskie nauki*, 1967, no. 2, pp. 56–64.
2. Galitseiskii B.M., Dreitser G.A., Kalinin E.K. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 1967, vol. 5, no. 5, pp. 867–876.
3. Dreitser G.A., Izosimov V.G., Kalinin E.K. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 1969, vol. 7, no. 6, pp. 1222–1224.
4. Kochenov I.S., Falii V.F. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 1978, vol. 16, no. 4, pp. 791–795.
5. Falii V.F. *Teploenergetika*, 1991, no. 3, pp. 43–47.
6. Kochenov I.S. *Voprosy atomnoi nauki i tekhniki. Ser. Reaktorostroenie*, 1972, vol. 1, pp. 117–121.
7. Khudasko V.V., Grachev N.S. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 1979, vol. 17, no. 1, pp. 92–95.
8. Kawamura H. Experimental and analytical study of transient heat transfer for turbulent flow in a circular tube. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1977, vol. 20, pp. 443–480.

9. Koshkin V.K., Kalinin E.K., Dreitser G.A., Yarkho S.A. *Nestatsionarnyi teploobmen* (Unsteady heat transfer), Moscow, Mashinostroenie, 1973, 328 p.
10. Kalinin E.K., Dreitser G.A., Yarkho S.A. *Metody rascheta sopryazhennykh zadach teploobmena* (Calculating methods of conjugate heat transfer problems), Moscow, Mashinostroenie, 1983, 232 p.
11. Kraev V.M. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2003, vol. 10, no. 1, pp. 22-29.
12. Kraev V.M., Dreitser G.A. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2004, vol. 11, no. 1, pp. 27-33.
13. Kraev V.M. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2004, vol. 11, no. 2, pp. 41-45.
14. Dreitser G.A., Kraev V.M. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2004, vol. 48, no. 3, pp. 442-448.
15. Kraev V.M. *Aviatsionnaya tekhnika*, 2005, no. 3, pp. 39-42.
16. Kraev V.M., Myakochin A.S., Yanyshv D.S. *Teplovy protsessy v tekhnike*, 2012, no. 2, pp. 50-55.
17. Kraev V.M., Yanyshv D.S. *Nestatsionarnye turbulentnye techeniya v kanalakh energoustanovok* (Unsteady turbulent flow in power plants' channels), Krasnoyarsk, Sibirskii gosudarstvennyi aerokosmicheskii universitet, 2014, 276 p.
18. Markov S.B. *Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1973, no. 2, pp. 65-75.
19. Nikiforov A.N., Gerasimov S.V. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*, 1985, vol. 4, no. 49, pp. 533-539.
20. Dzyubenko B.V., Kraev V.M., Myakochin A.S. *Zakonomernosti i raschet nestatsionarnykh turbulentnykh techenii i teplomassoobmena v kanalakh energoustanovok* (Unsteady turbulent flows regularities and calculation and heat and mass transfer in power plants' channels), Moscow, MAI, 2008, 384 p.
21. Derevich I.V. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2005, vol. 43, no. 2, pp. 231-248.