

На правах рукописи



Баркин Михаил Юрьевич

**ИЗУЧЕНИЕ ВОЗМУЩЕННЫХ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ
НЕБЕСНОГО ТЕЛА С ПРИЛОЖЕНИЕМ К ТЕОРИИ ВРАЩЕНИЯ
ЗЕМЛИ**

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико - математических наук

Москва - 2014

Работа выполнена на кафедре “Теоретическая механика” Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор

Марков Юрий Георгиевич, профессор кафедры «Теоретическая механика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (МАИ)

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор

Сазонов Виктор Васильевич, главный научный сотрудник Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН (ИПМ РАН)

кандидат физико-математических наук, доцент

Зленко Александр Афанасьевич, профессор кафедры «Высшая математика» Московского автомобильно-дорожного государственного технического университета (МАДИ)

Ведущая организация:

Институт астрономии Российской академии наук (ИНАСАН).

Защита диссертации состоится « 13 » июня 2014 г. в 10 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 212.125.14 при Московском авиационном институте (национальном исследовательском университете) по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Московского авиационного института (национального исследовательского университета), http://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=48265

Автореферат разослан « ___ » _____ 2014 г.

Учёный секретарь диссертационного совета

к.ф. – м.н., доцент



В.Ю. Гидаспов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Разработка теории вращательного движения Земли представляет собой одну из важнейших задач небесной механики и геодинамики. На протяжении многих десятилетий эта проблема сохраняет свою актуальность. Ее значение постоянно возрастает и связано это в первую очередь с возрастающей точностью наблюдений за ориентацией Земли. Наряду с классическими астрометрическими методами бурное развитие получили методы космической геодезии и РСДБ (радиоинтерферометрия со сверхдлинными базами). Постоянно обновляются данные о внутреннем строении Земли, о природных процессах, определяющих изменения геометрии масс планеты и ее относительного кинетического момента. Поэтому возрастают требования, предъявляемые к теориям вращательного движения по точности.

Исследованию движений оси вращения Земли как по отношению к связанной, так и инерциальной системам координат, посвящены работы известных ученых: С. Ньюкома, А. Пуанкаре, Г. Джеффриса, А. Лява, П. Мельхиора, У. Манка и Г. Макдональда, Ф.А. Слудского, М.С. Молоденского и многих других.

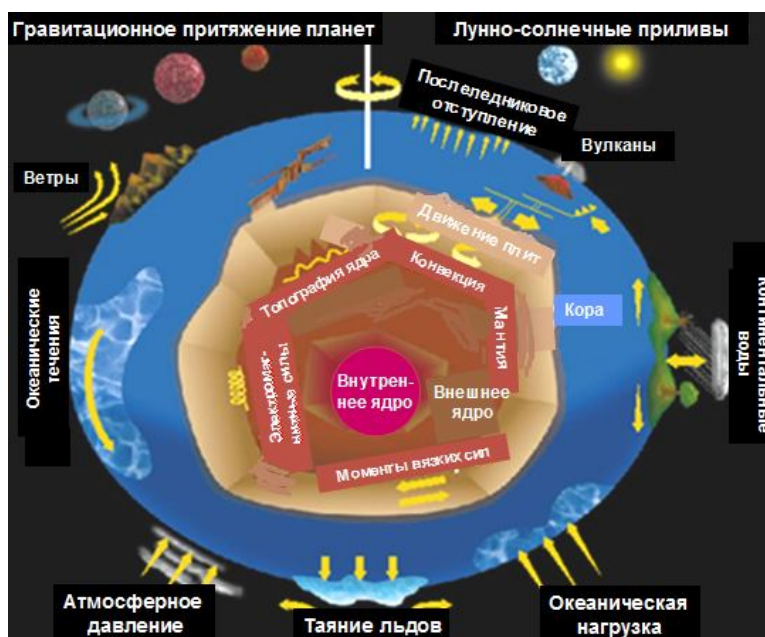


Рис. 1. Схематическая модель Земли с изменяемой геометрией масс, вызванной указанными природными процессами.

Создание адекватной данным Международной службы вращения Земли (МСВЗ) математической модели, позволяющей описывать реальные траектории оси вращения (мгновенного положения вектора угловой скорости) в некоторой удобной системе

координат, связанной с Землей, является актуальной и содержательной проблемой теоретической и небесной механики. Она имеет важное значение в различных науках о Земле, как для решения фундаментальных проблем геодезии, геофизики, геодинамики и небесной механики, так и для решения задач пространственно-временного обеспечения функционирования спутниковых систем (в частности отечественной системы ГЛОНАСС), т.е. для решения технических практических задач навигации. Эта прикладная задача связана с фундаментальной проблемой определения параметров вращения Земли, и изучением возмущенного движения и колебаний полюса и с прогнозом его движения, как на длительном, так и на относительно коротком интервале времени.

Не смотря на общепризнанные достижения в построении теории вращательного движения Земли в последние десятилетия некоторые аспекты проблемы остаются до конца не исследованными. Предлагаемая работа направлена на совершенствование теории вращения Земли на основе нового подхода к проблеме, опирающегося на использование специальных форм канонических и неканонических уравнений вращательного движения небесного тела с изменяемой геометрией масс в переменных Андуайе и в переменных действие-угол для задачи Эйлера - Пуансо.

Цели и задачи диссертации. Основными целями диссертационной работы было построение аналитической теории вращательного движения изолированной планеты и изучение возмущений в движении полюса ее оси вращения, обусловленных вариациями ее геометрии масс и относительного кинетического момента, с приложениями к теории движения полюса Земли.

1. Разработка нового подхода к изучению возмущенного вращательного движения планеты вследствие изменения ее геометрии масс и кинетического момента относительного движения ее частиц на основе новых форм уравнений движения в переменных Андуайе и действие-угол.

2. Построение приближенного аналитического решения задачи о возмущенном вращательном движении изменяемого тела - возмущений первого порядка для указанных переменных и для проекций угловой скорости вращения планеты, вызванных слабыми (малыми) вариациями ее геометрии масс и составляющих кинетического момента относительного движения частиц планеты. В качестве невозмущенного движения принимается свободное эйлеровское движение осесимметричной планеты (1 модель) и свободное эйлеровское движение трехосной планеты (с неравными главными моментами инерции, 2 модель). В невозмущенных вращательных движениях планеты (ее полюсов) учитываются упругие свойства планеты и ее деформации, вызванные ее вращением. Подобные невозмущенные движения условно можно назвать чандлеровско - эйлеровские

движения. Они в частности описывают движения полюса планеты не с эйлеровским периодом (для Земли этот период 305 суток), а с наблюдаемым периодом Чандлера (432 суток).

3. Исследование динамических эффектов во вращательном движении Земли, вызванных временными вариациями коэффициентов геопотенциала и соответствующими им перераспределениями масс планеты. В первую очередь исследовать динамическую роль вековых вариаций, годовых и полугодовых циклических вариаций коэффициентов второй гармоники геопотенциала. Механическая интерпретация годовых и полугодовых вариаций полюса оси вращения Земли и ее осевого вращения. Оценить вклад вековых изменений коэффициентов второй гармоники геопотенциала в наблюдаемые явления векового тренда полюса оси вращения Земли и неприливного ускорения ее осевого вращения.

4. Численное моделирование колебаний глобальной составляющей кинетического момента атмосферы на основе данных измерений МСВЗ и метеоданных NCEP / NCAR. Разработка модели приливной неравномерности вращения Земли с целью построения прогноза и интерполяции глобальной составляющей кинетического момента атмосферы.

Научная новизна. Впервые приближенное аналитическое решение задачи о вращении изолированного небесного тела (планеты) с циклически - изменяемой геометрией масс, а также изменяемой вековым образом, представлено в переменных Андуайе и действие угол. Получены новые формы уравнений движения задачи Лиувилля в указанных переменных, позволяющие непосредственно использовать данные спутниковой геодезии о циклических и вековых вариациях коэффициентов геопотенциала при изучении вращения Земли. Теория опирается на новые невозмущенные движения: чандлеровско - эйлеровское движение осесимметричного твердого тела (с двумя равными моментами инерции ($A_0 = B_0 < C_0$, 1 модель) и движение трехосного твердого тела с неравными главными моментами инерции ($A_0 < B_0 < C_0$, 2 модель). Характерной особенностью первой модели является коническое движение вектора угловой скорости в теле планеты с постоянным заданным начальным значением угла полураствора $\theta = \theta_0$ и по определенной полодии задачи Эйлера - Пуансо (в общем случае трехосного тела, 2 модель). В классических работах по изучению возмущенного движения полюса Земли обычно вместо полодии и указанного конуса принимается полярная ось инерции (при этом $\theta_0 = 0$). На основе развиваемого подхода получены новые формулы для возмущенного движения полюса в переменных Андуайе и в проекциях угловой скорости на главные оси тела. Амплитуды циклических и вековых возмущений зависят от параметров невозмущенного движения, например, от угла $\theta = \theta_0$ (в случае модели 1). В частном случае, когда $\theta_0 = 0$, полученные формулы переходят

в классические возмущения, обычно используемые при изучении вращения изолированной Земли при циклических и вековых вариациях ее геометрии масс и кинетического момента относительного движения частиц. Дана механическая интерпретация фундаментальным явлениям векового тренда полюса оси вращения Земли и неприливного осевого ускорения. Описаны годовые и полугодовые возмущения в движении полюса и в неравномерном осевом вращении Земли. Выявлены новые малые эффекты в движении полюса Земли с амплитудами колебаний на уровне микросекунд дуги, которые обусловлены коничностью невозмущенного движения вектора угловой скорости (т.е. зависимостью от угла $\theta = \theta_0$). Решение, полученное в переменных действие-угол, обобщает описанные результаты на трехосное тело.

Разработаны модели приливной неравномерности вращения Земли и получены новые графики прогноза и интерполяции глобальной составляющей кинетического момента атмосферы для современных периодов времени, качественно и количественно согласующиеся с данными наблюдений и измерений Международной службы вращения Земли.

Положения, выносимые на защиту.

1. Разработка нового подхода к изучению возмущенного вращательного движения планеты вследствие изменения ее геометрии масс и кинетического момента относительного движения ее частиц. Суть этого подхода состоит в том, что в качестве невозмущенного движения принимается эйлеровское коническое движение осесимметричного тела с произвольным постоянным углом полураствора $\theta = \theta_0$ (1 модель). В классической теории вращения Земли этот угол обычно принимается равным нулю. В соответствии с данными наблюдений в нашей теории этот угол принимался равным $\theta_0 = 0''25$. Исследование возмущенного вращательного движения выполняется на основе уравнений движения в переменных Андуайе.
2. В другой постановке задачи в качестве невозмущенного движения принимается эйлеровское движение трехосного тела, описываемое в эллиптических функциях (2 модель). В обоих случаях получены новые аналитические формулы для возмущений первого порядка, вызванных слабыми (малыми) вариациями геометрии масс и составляющих кинетического момента относительного движения частиц планеты. Для модели 2 исследование возмущенного вращательного движения тела (планеты) выполняется на основе уравнений движения в переменных действие-угол задачи Эйлера - Пуансо.
3. Исследование динамических эффектов во вращательном движении Земли, вызванных временными вариациями ее геометрии масс посредством вековых вариаций, годовых и полугодовых циклических вариаций коэффициентов геопотенциала. Последние вариации

определяются в современных исследованиях в космической геодезии и принимаются известными функциями времени. Дана механическая интерпретация наблюдаемым явлениям во вращении Земли: годовым и полугодовым колебаниям полюса оси вращения и скорости ее осевого вращения, вековому дрейфу полюса оси вращения и неприливному ускорению осевого вращения планеты.

4. Разработка модели приливной неравномерности вращения Земли с целью построения прогноза и интерполяции глобальной составляющей кинетического момента атмосферы.

Достоверность и обоснованность результатов диссертации. Все аналитические результаты диссертации получены на основе хорошо разработанных методов и подходов небесной механики (гамильтонов формализм, метод малого параметра) и подкреплены численными расчетами и сравнением с данными астрометрических наблюдений и результатами других авторов. Обоснованность основных результатов подтверждается публикациями в российских и зарубежных реферируемых журналах, а также представлением их в докладах на всероссийских и международных конференциях.

Практическая значимость. В диссертационной работе на основе нового подхода, опирающегося на использование новых форм уравнений движения в переменных Андуйе и действие-угол, решены важные задачи небесной механики по изучению возмущенных вращательных движений слабдеформируемых небесных тел. Полученные результаты представляют важный интерес для изучения вращательного движения не только Земли, но и других небесных тел (Венеры, некоторых астероидов и др.). Выполненные исследования и полученные результаты непосредственно связаны с фундаментальной астрометрической проблемой вращения Земли вокруг центра масс. Из-за ограниченности объема диссертации в нее не включены вопросы по построению теории прецессии и нутации, также на основе развиваемого подхода, когда в качестве невозмущенного движения принимаются эйлеровские движения осесимметричной планеты (модель 1) и трехосной планеты (модель 2). Эти исследования будут полностью выполнены и завершены в будущих работах. В диссертации мы ограничиваемся рассмотрением изолированной планеты с изменяемой геометрией масс. Изучаемые эффекты в движении полюсов и осевом вращении Земли и в теории ее прецессии и нутации имеют одинаковый порядок малости. И согласно с принципом суперпозиции возмущений первого порядка малости могут быть изучены независимо друг от друга (по отдельности).

Важной проблемой также является исследование неравномерности осевого вращения Земли по данным наблюдений спутниковой системы ГЛОНАСС и Международной службы вращения Земли (МСВЗ), а также прогноз и интерполяция осевой составляющей

кинетического момента атмосферы. Все указанные проблемы весьма важны для решения современных задач астрометрии, навигации, геодинамики и других наук о Земле.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы были представлены в докладах на следующих всероссийских и международных конференциях и конгрессах:

1. European Planetary Science Congress (EPSC 2009), Potsdam, Germany;
2. European Geosciences Union General Assembly (EGU 2010), Vienna, Austria;
3. European Planetary Science Congress (EPSC 2010), Rome, Italy;
4. Japan Geoscience Union Meeting 2012, Chiba-city, Japan;
5. Japan Geoscience Union Meeting 2013, Chiba-city, Japan;
6. 18th Meeting of the Geodetic Society of Japan, Sendai, Japan, 2012;
7. X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Нижний Новгород, Россия, 2011;
8. Третий международный симпозиум по изучению Солнечной системы, Москва, Россия, 2012

Результаты диссертации были представлены на семинаре по аналитической механике в МАИ (рук. доц. Б.С. Бардин и проф. П. С. Красильников), на научном семинаре на мехмате МГУ им. М.В. Ломоносова (рук. проф. В.В. Сазонов). Результаты диссертации были доложены лично диссертантом на научных семинарах в Национальной астрономической обсерватории Японии, Мицузава, Япония, в 2012 и 2013 и в 2012 в г. Токио (Митака).

Результаты диссертационной работы использовались в **научно-исследовательском проекте**, выполненном при участии автора “Исследование вращательных движений спутников Европа, Титан и Энцелад и их корреляций с природными процессами” (РФФИ № 11-02-00988а).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 17 работ, в числе которых 3 статьи в реферируемых журналах (из списка ВАК), 3 статьи в сборниках статей и трудах конференций, 11 тезисов докладов.

Личный вклад автора. Результаты, представленные в диссертационной работе, получены либо лично автором, либо при непосредственном участии. Автор выполнил большинство аналитических исследований и численных расчетов, участвовал в обработке и интерпретации всех полученных данных.

Структура и объём диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, списка цитируемой литературы из 73 работ. Полный объем работы, включая 10 рисунков и 6 таблиц, содержит 125 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность работы, кратко описывается ее структура, содержание диссертации, формулируются цели и задачи.

Первая глава диссертации посвящается выводу уравнений вращательного движения слабдеформируемой планеты (Земли) с изменяемой геометрией масс (задача Лиувилля) в канонических переменных Андуайе. Здесь сформулированы основные положения задачи, предположения о характере вариаций компонент тензора инерции планеты (осевых и центробежных):

$$A = A_0 + \delta A, \quad B = B_0 + \delta B, \quad C = C_0 + \delta C; \quad D = \delta D, \quad E = \delta E, \quad F = \delta F, \quad (1)$$

а также о вариациях компонент вектора кинетического момента относительного движения частиц планеты (его проекций на главные оси инерции):

$$P = \delta P, \quad Q = \delta Q, \quad R = \delta R. \quad (2)$$

Наряду с вариациями компонент тензор инерции в работе мы используем вариации коэффициентов второй гармоники геопотенциала (здесь $\delta J_2 = -\delta C_{20}$):

$$\delta J_2 = \frac{2\delta C - \delta A - \delta B}{2mr_0^2}, \quad \delta C_{22} = \frac{\delta B - \delta A}{4mr_0^2}; \quad \delta S_{22} = \frac{\delta F}{2mr_0^2}, \quad \delta C_{21} = \frac{\delta E}{mr_0^2}, \quad \delta S_{21} = \frac{\delta D}{mr_0^2}, \quad (3)$$

значения которых получаются методами космической геодезии из спутниковых наблюдений.

В (1), (3) A_0, B_0 и C_0 - невозмущенные (постоянные) главные моменты инерции планеты, m_0 и r_0 - ее масса и средний радиус.

В диссертации выполнено исследование влияния годовых и полугодовых вариаций тензора инерции Земли (1) на вариации переменных Андуайе и проекций угловой скорости вращения Земли:

$$L, G, H, l, g, h; \quad p, q, r. \quad (4)$$

Также исследуется динамическое влияние вековых изменений строения Земли. В канонических переменных Андуайе уравнения вращательного движения слабдеформируемого тела были представлены в виде:

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{\partial K}{\partial l}, \quad \frac{dG}{dt} = -\frac{\partial K}{\partial g}, \quad \frac{dH}{dt} = -\frac{\partial K}{\partial h}, \quad (5)$$

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\partial K}{\partial L}, \quad \frac{dg}{dt} = \frac{\partial K}{\partial G}, \quad \frac{dh}{dt} = \frac{\partial K}{\partial H},$$

$$K = K_0(L, G) + K_1(L, H, l, g, h, t). \quad (6)$$

С целью более детального исследования приближенных решений уравнений Лиувилля в канонических переменных Андуайе (4) возмущающий Гамильтониан K_1 (6) был представлен в виде суммы трех слагаемых:

$$K_1 = K_1^{(1)} + K_1^{(2)} + K_1^{(3)}, \quad (7)$$

где

$$K_1^{(1)} = \frac{1}{2IC_0} \left[\left(\frac{1}{3} G^2 - L^2 \right) \delta J_2 - 2\delta C_{22} (G^2 - L^2) \cos 2l \right], \quad (8)$$

$$K_1^{(2)} = \frac{1}{2IC_0} \left[2\delta S_{22} (G^2 - L^2) \sin 2l + 2\delta C_{21} \sqrt{G^2 - L^2} L \sin l + 2\delta S_{21} \sqrt{G^2 - L^2} L \cos l \right], \quad (9)$$

$$K_1^{(3)} = -\frac{1}{C_0} \left[(\delta P \sin l + \delta Q \cos l) \sqrt{G^2 - L^2} + L \delta R \right]. \quad (10)$$

В результате анализа первой части гамильтониана (8) были изучены динамические эффекты во вращении планеты, вызванные циклическими и вековыми изменениями основных коэффициентов геопотенциала δJ_2 и δC_{22} . В результате анализа второй части гамильтониана (9), в рамках теории возмущений были изучены динамические эффекты во вращении планеты, вызванные циклическими и вековыми изменениями произведений инерции планеты или соответствующих им коэффициентов геопотенциала: δC_{21} , δS_{21} и δS_{22} . Наконец третье слагаемое возмущающего гамильтониана (10) позволило аналогичным образом описать динамические эффекты, вызванные временными вариациями проекций вектора кинетического момента на главные оси инерции планеты δP , δQ и δR .

Одним из основных результатов диссертации является исследование динамических эффектов в движении полюса Земли и в вариациях длительности суток, обусловленных годовыми и полугодовыми вариациями перераспределения масс Земли. В последнее десятилетие годовые и полугодовые вариации коэффициентов геопотенциала (для гармоник порядков 2, 3, 4, 5, 6) были определены по современным спутниковым данным. Данные лазерной локации спутников Земли (SLR) представляют собой наиболее точные данные спутникового позиционирования на орбите. При этом использовались данные лазерных наблюдений 6 геодезических спутников (Lageos-1 and 2, Starlette, Ajisai, Stella, and BEC) за период с января 2000 года по декабрь 2001 года.

Для нас наибольший интерес представляют вариации коэффициентов второй гармоники геопотенциала (с $n = 2$), так как именно они входят в уравнения движения рассматриваемой задачи (5) – (10). Указанные вариации коэффициентов второй гармоники (их не нормированных значений) были представлены следующими формулами:

$$\delta J_2 = \sum_N J_2^{(N)} \cos(\omega_N t + \alpha_2^{(N)}), \quad (11)$$

$$\delta C_{2m} = \sum_N C_{2m}^{(N)} \cos(\omega_N t + \alpha_{2,m}^{(N)}), \quad \delta S_{2m} = \sum_N S_{2m}^{(N)} \cos(\omega_N t + \beta_{2,m}^{(N)}), \quad (m=1,2) \quad (12)$$

Амплитуды годовых и полугодовых вариаций и их фазы были выбраны согласно результатам работы (Cheng et al., 2003):

$$\delta C_{20} = 2.77 \cdot 10^{-10} \cos(M + 328.8^0) + 0.56 \cdot 10^{-10} \cos(2M + 54.1^0), \quad (13)$$

$$\delta C_{21} = 0.57 \cdot 10^{-10} \cos(M + 47.0^0) + 0.41 \cdot 10^{-10} \cos(2M + 28.5^0),$$

$$\delta S_{21} = 0.66 \cdot 10^{-10} \cos(M + 32.7^0) + 0.32 \cdot 10^{-10} \cos(2M + 65.3^0),$$

$$\delta C_{22} = 0.25 \cdot 10^{-10} \cos(M + 227.9^0) + 0.10 \cdot 10^{-10} \cos(2M + 326.6^0),$$

$$\delta S_{22} = 0.51 \cdot 10^{-10} \cos(M + 55.3^0) + 0.14 \cdot 10^{-10} \cos(2M + 107.5^0),$$

где $M = \omega_1(t - t_0)$, ω_1 - частота годового движения Земли вокруг Солнца, t_0 - начальный момент времени (он соответствует началу года 2000.0). При изучении вековых эффектов во вращательном движении Земли (в движении полюса и в осевом вращении планеты) были приняты значения скоростей вековых изменений коэффициентов второй гармоники геопотенциала в соответствие с работами известных специалистов по космической геодезии (Cheng, Tapley, 2009; Lemoine et al., 2007; Cox et al., 2004 и др.).

В таблице 1 приведены основные значения скоростей вековых изменений коэффициентов второй гармоники, которые использовались в диссертации.

Таблица 1. Вековые вариации коэффициентов второй гармоники геопотенциала.

	Barkin (2001)	Cox et al. (2004)	Shen et al. (2011)	Barkin (2011)
\dot{J}_2	-2.60	-3.58	-2.59 ± 0.29	-3.51 ± 0.52
\dot{C}_{21}	-0.41	-0.30	-0.83 ± 0.06	-0.39 ± 0.06
\dot{S}_{21}	2.09	1.75	1.57 ± 0.07	1.54 ± 0.23
\dot{C}_{22}	-0.32	-0.04	-0.14 ± 0.10	-0.14 ± 0.02
\dot{S}_{22}	-0.13	-0.13	-0.21 ± 0.13	-0.08 ± 0.01

Приведенные в табл. 1 значения вековых вариаций коэффициентов второй гармоники геопотенциала (они даны в единицах $1 \text{ ед.} = 10^{-11} \text{ 1/год}$) вполне согласуются друг с другом, хотя и получены различными авторами и на основе разных подходов к проблеме. Значения во втором и третьем столбцах таблицы получены на основе лазерных наблюдений геодезических спутников Земли в период 1976 - 2006 гг.

Основная цель диссертации заключается в построении приближенного аналитического решения задачи Лиувилля и в детальном изучении вековых, годовых и полугодовых возмущений в движении полюса оси вращения и в осевом вращении Земли, вызванных указанными выше вариациями коэффициентов геопотенциала. В качестве иллюстрации рассмотрены динамические эффекты, вызванные одноименными вариациями компонент кинетического момента относительного движения частиц Земли (в гринвичской земной системе координат). Согласно данным (Сидоренков, 2002) для осевой полярной составляющей кинетического момента атмосферы Земли G_{atm} наблюдаются следующие годовые и полугодовые вариации:

$$\delta R_{atm} = 128 + 22 \cos(\oplus - 32^0) + 12 \cos(2\oplus - 227^0) \quad (14)$$

(1 ед. = 10^{24} кг · м² · с⁻¹). Согласно нашему решению эти вариации (14) вызывают соответствующие вариации осевого вращения Земли.

В диссертации были получены аналитические формулы для возмущений во вращательном движении Земли, вызванных годовыми и полугодовыми перераспределениями масс для всех переменных. Для их вывода использовался метод малого параметра. Как это следует из формул (11) - (13) малый параметр имеет порядок 10^{-10} . В качестве невозмущенного вращательного движения было принято коническое вращение осесимметричного твердого тела. Для угла θ принимается определенное невозмущенное значение (Barkin, 1998): $\theta = 0''2523 = 0^070083 \cdot 10^{-4}$. Это означает, что в теле Земли в невозмущенном движении вектор кинетического момента ее вращательного движения (и вектор угловой скорости ее вращения) описывает круговой конус с малым углом полураствора $\theta = 0''2523$. Период одного оборота по конусу равен периоду Чандлера: $T_{Ch} = 433.165$ сут = 1.18591 год, $\omega_0 = 7.292115 \cdot 10^{-5}$ 1/с - угловая скорость вращения Земли в невозмущенном движении.

В качестве иллюстрации приведем формулы для возмущений одной из переменных Андуайе (l, g, L), обусловленных годовыми ($N = 1$) и полугодовыми ($N = 2$) вариациями коэффициентов геопотенциала δJ_2 и δC_{22} (11):

$$\delta l = \sum_N \left[l_{0,N} \sin(\omega_N t + \alpha_2^{(N)}) + l_{2,N} \sin(2l + \omega_N t + \alpha_{22}^{(N)}) + l_{2,-N} \sin(2l - \omega_N t - \alpha_{22}^{(N)}) \right], \quad (15)$$

$$l_{0,N} = -\frac{1}{I} \cdot \frac{\omega J_N^{(2)}}{\omega_N} \cos \theta, \quad l_{2,N} = \frac{1}{I} \cdot \frac{\omega C_N^{(22)}}{2n_l + \omega_N} \cos \theta, \quad l_{2,-N} = \frac{1}{I} \cdot \frac{\omega C_N^{(22)}}{2n_l - \omega_N} \cos \theta.$$

Здесь $N = 1, 2$, $\omega_1 = 2\pi$ 1/год = 2π 1/год = 6.283185 1/год, $\omega_2 = 4\pi$ 1/год = 12.566371 1/год - соответствующие частоты годовых и полугодовых вариаций геометрии масс Земли.

$n_l = -2\pi / T_{Ch} = -5.2982$ 1/год < 0 - частота Чандлера. $\omega_0 = 0.230117 \cdot 10^4$ 1/год - частота суточного вращения Земли. $I = 0.3306784$ - безразмерный полярный момент инерции Земли. t - время, отсчитываемое от начала 2000.0 г.

Амплитуды и фазы вариаций коэффициентов геопотенциала приведены в формулах (13). Возмущения первого порядка других переменных, включая проекции вектора угловой скорости p, q и r , определяются аналогичными формулами. Таким образом, в результате выполненных исследований были последовательно определены вариации компонент угловой скорости вращения Земли, обусловленные годовыми и полугодовыми вариациями коэффициентов геопотенциала J_2 и C_{22} , а также вариациями произведений инерции или соответствующих коэффициентов геопотенциала δC_{21} , δS_{21} и δS_{22} . Определены возмущения в проекциях угловой скорости вращения планеты, обусловленные соответствующими вариациями составляющих относительного кинетического момента подвижных частиц планеты и вызванных переходом от переменных Андуайе к составляющим угловой скорости. В результате этих исследований были определены годовые вариации экваториальных компонент угловой скорости вращения Земли (Табл. 2).

Таблица 2. Амплитуды возмущений компонент угловой скорости p и q , вызванных годовыми и полугодовыми вариациями коэффициентов геопотенциала $\delta C_{21}, \delta S_{21}$ и δS_{22} .

Коэффициенты	Амплитуды $N = 1$	Периоды (г) $N = 1$	Амплитуды $N = 2$	Периоды (г) $N = 2$
$p_{0,N}^{(2)} = q_{0,N}^{(2)}$	0''04153	1.0000	0''004049	0.5000
$P_{0,N}^{(2)} = Q_{0,N}^{(2)}$	-0''04809	1.0000	-0''003160	0.5000
$p_{1,N}^{(2)} = q_{1,N}^{(2)}$	$1''6851 \cdot 10^{-6}$	6.3792	$0''11073 \cdot 10^{-6}$	0.8645
$p_{1,-N}^{(2)} = q_{1,-N}^{(2)}$	$-0''1433 \cdot 10^{-6}$	-0.5425	$-0''04505 \cdot 10^{-6}$	-0.3517

В последних двух строках таблицы 2 приведены малые по амплитуде вариации компонент угловой скорости с новыми периодами (отличными от годового и полугодового) и с амплитудами уровня микросекунд дуги. Именно эти малые возмущения вызваны конечностью невозмущенного движения вектора кинетического момента (при $\theta_0 \neq 0$).

Соответствующие вариации длительности суток в микросекундах времени вычисляются по формулам построенного решения и равны

$$\delta D = 48.25 \sin(\omega_{an} t - 121.2^0) + 9.76 \sin(\omega_{an/2} t - 35.9^0) \text{ мкс.} \quad (16)$$

Полученная годовая вариация длительности суток (16) вызванная годовой вариацией геометрии масс Земли согласуется с ее современными определениями (Jin Shuanggen, Zhang, Tapley, 2011):

$$\delta D_{obs} = (64.7 \pm 1.7) \sin(\omega_{an} t - 102.0^\circ \pm 1.4^\circ). \quad (17)$$

По данным астрометрических наблюдений в среднем за период 1962 - 2000 гг. сезонные колебания всей неравномерности вращения Земли можно представить формулами (Сидоренков, 2002):

$$\frac{\delta r}{\omega_0} = (42.2 \pm 2.2) \cdot 10^{-10} \sin(2\pi t - 151^\circ \pm 2^\circ) + (39.4 \pm 2.2) \cdot 10^{-10} \sin(4\pi t - 9^\circ \pm 4^\circ), \quad (18)$$

$$\delta D = -(364.6 \pm 19.0) \cdot 10^{-10} \sin(2\pi t - 151^\circ \pm 2^\circ) - (340.4 \pm 19.0) \sin(4\pi t - 9^\circ \pm 4^\circ) \text{ мкс.}$$

Амплитуды даны в микросекундах времени. Время t отсчитывается в долях года от начала года. Таким образом, около 13.2% наблюдаемых вариаций угловой скорости приходится на вариации геометрии масс, а основная часть приходится на вариации относительного кинетического момента.

В диссертации получены формулы для вековых возмущений вращения планеты в случае рассматриваемого невозмущенного движения осесимметричной планеты при произвольном значении угла $\theta = \theta_0$. Так для вековых скоростей изменения проекций угловой скорости в главных осях инерции тела были получены формулы:

$$\frac{\dot{p}}{\omega} = \frac{1}{2} \left(2 \cos^2 \theta \frac{\dot{C}_{21}}{I} - \frac{1 + \cos^2 \theta}{\cos \theta} \cdot \frac{\dot{P}}{G} \right) + \cos \theta \frac{\dot{C}_{21}}{I} - \frac{\dot{P}}{G}, \quad (19)$$

$$\frac{\dot{q}}{\omega} = \frac{1}{2} \left(2 \cos^2 \theta \frac{\dot{S}_{21}}{I} - \frac{1 + \cos^2 \theta}{\cos \theta} \cdot \frac{\dot{Q}}{G} \right) + \cos \theta \frac{\dot{S}_{21}}{I} - \frac{\dot{Q}}{C}, \quad (20)$$

$$\frac{\dot{r}}{\omega} = -\frac{\dot{R}}{G} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\dot{J}_2}{I} \cos \theta. \quad (21)$$

Здесь точки означают постоянные значения скоростей изменения соответствующих переменных и динамических характеристик тела с изменяемой геометрией масс. $C = C_0$ - полярный осевой момент инерции планеты в ее недеформированном состоянии. $G = C\omega_0$ - невозмущенное значение кинетического момента тела. Предполагается, что эллипсоид инерции близок к сфере. Вековые изменения компонент угловой скорости полюса планеты обусловлены медленным (вековым) перераспределением масс планеты и вековым изменением компонент ее относительного кинетического момента. В формулах (19) – (21) угол полураствора конуса невозмущенного движения вектора кинетического момента θ_0 является произвольным (для различных небесных тел).

Полученные формулы обобщают классические формулы (Сидоренков, 2002), которым соответствует нулевое значение угла $\theta_0 = 0$. В этом случае формулы (19) – (21) принимают упрощенный вид:

$$\frac{\dot{p}}{\omega} = \left(1 + \frac{\omega}{n_l}\right) \left(\frac{\dot{C}_{21}}{I} - \frac{\dot{P}}{\omega C_0}\right), \quad \frac{\dot{q}}{\omega} = \left(1 + \frac{\omega}{n_l}\right) \left(\frac{\dot{S}_{21}}{I} - \frac{\dot{Q}}{\omega C_0}\right), \quad (22)$$

где $I = C_0 / m r_{\oplus}^2$ - безразмерный момент инерции Земли. $G = \omega C_0$ - невозмущенное значение модуля кинетического момента планеты. $n_l < 0$ - частота Чандлера.

Найденные по формулам (22) параметры векового дрейфа полюса позволили определить скорость дрейфа и меридиан, вдоль которого происходит дрейф:

$$V_{\omega} = 1.67 \cdot 10^{-6} \text{ 1/век} = 0.345'' \text{ 1/век}, \quad \lambda_{\omega} = 58.2^{\circ} \text{ з.д.} \quad (23)$$

Найденные параметры дрейфа полюса Земли хорошо согласуются с их значениями, полученными из наблюдений (Gross, Vondrak, 1999):

$$V_{\omega} = 1.60 \cdot 10^{-6} \text{ 1/век} = 0.329'' \text{ 1/век}, \quad \lambda_{\omega} = 75.7^{\circ} \text{ з.д.} \quad (24)$$

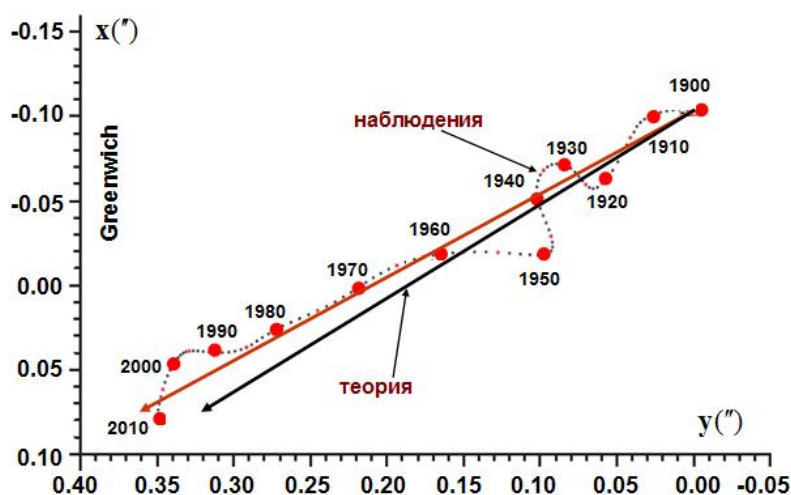


Рис. 2. Вековой дрейф полюса оси вращения Земли в условной международной системе отсчета за период 1900 – 2010 гг. По данным работы Скалера – точечная кривая (Scalera, 2011).

На рис. 2 представлена усредненная траектория движения полюса оси вращения Земли (пунктирная кривая). Изображены направления векового тренда полюса по данным астрометрических и спутниковых наблюдений (наблюдения) из работы Гросса и Вондрака (Gross, Vondrak Jan, 1999) и наше расчетное направление векового тренда (теория), полученное в диссертации для модели Земли с изменяемой геометрией масс.

В диссертации показано, что вековая перестройка масс Земли приводит к вековому нарастанию скорости осевого вращения планеты,

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{\dot{J}_2}{I} \cos \theta = (5.22 \pm 0.59) \cdot 10^{-9} \text{ 1/век.}$$

Найденное ускорение вращения Земли обусловлено вековой перестройкой масс Земли, включая атмосферные, океанические и другие массы. Для этой перестройки масс полярный момент инерции уменьшается вековым образом и как геодинамический отклик скорость вращения Земли нарастает.

Согласно данным астрономических наблюдений (в результате анализа античных затмений за период около 2500 лет) было выявлено неприливное ускорение вращения Земли в работе (Stephenson, Morrison, 1995). Наблюдаемое значение неприливногo ускорения вращения Земли составляет 1.7 мс/век, а его неприливногa часть оценивается в 0.6 мс/век. Последнему ускорению соответствует относительное ускорение $(\dot{\omega} / \omega)_{ob} = (6.9 \pm 1.2) \cdot 10^{-9} \text{ 1/век.}$ Следовательно, на долю влияния относительного кинетического момента планеты на ее ускорение суточного вращения приходится составляющая: $(\dot{\omega} / \omega)_L = (1.7 \pm 1.8) \cdot 10^{-9} \text{ 1/век.}$ Таким образом, в пределах погрешностей наблюдаемое ускорение вращения Земли (неприливное) объясняется влиянием изменения геометрии масс планеты.

В третьей главе приближенное решение задачи Лиувилля строится методом малого параметра на основе уравнений вращательного движения небесного тела в переменных действие-угол, введенных на основе решения задачи Эйлера-Пуансо. Переменные действие-угол вводятся в известных работах Садова, Киношита, Козлова, Архангельского, Демина и Конкиной и др. В диссертации используются эти результаты, включая вопросы построения рядов Фурье для направляющих косинусов, а также для их произведений и квадратов. В результате было построено тригонометрическое разложение Гамильтониана задачи Лиувилля в переменных действие-угол. А дифференциальные уравнения задачи Лиувилля были записаны в указанных переменных в стандартном виде гамильтоновых систем с малым параметром. Последние результаты являются важными для построения и исследования аналитического решения задачи Лиувилля методами теории возмущений. В качестве невозмущенного движения принимается движение твердого тела (с тремя неравными главными центральными моментами инерции) по Эйлеру - Пуансо. Подчеркнем, что изменяемое тело имеет произвольные динамические сжатия и полученное здесь решение обобщает исследования, выполненные в Главе 2, в которой предполагалось, что динамическое строение тела близко к осесимметричному. Это позволило упростить исследование и аналитические построения и дало возможность для полного и детального

описания кинематических и динамических эффектов в возмущенных вращательных движениях. Также этот подход позволяет использовать широкий набор формул невозмущенного вращательного движения Эйлера.

В четвертой главе изучаются приливные деформации вращающейся Земли и разрабатывается методика прогнозирования глобальной составляющей кинетического момента атмосферы. Полученные здесь результаты относятся к направлению исследований вращения Земли на основе классических уравнений задачи Лиувилля. На основе небесно - механической модели неравномерности вращения Земли построена модель глобальной составляющей кинетического момента атмосферы. Выполнено сравнение и сопоставление процесса моделирования приливной неравномерности вращения Земли и колебаний глобальной составляющей кинетического момента атмосферы на основе метеоданных NCEP/NCAR. Показано, что данные о флуктуациях скорости осевого вращения Земли могут быть эффективно использованы для построения прогноза глобальной составляющей кинетического момента атмосферы. В четвертой главе диссертации исследованы динамические уравнения возмущенных вращательных движений деформируемой Земли относительно центра масс в форме Эйлера - Лиувилля с учетом глобальной составляющей кинетического момента атмосферы. В четвертой главе диссертации проведено численное моделирование колебаний глобальной составляющей кинетического момента атмосферы на основе данных измерений МСВЗ и метеоданных NCEP / NCAR. Данные модели приливной неравномерности вращения Земли были эффективно использована для построения прогноза и интерполяции глобальной составляющей кинетического момента атмосферы. Полученные результаты могут представлять как естественнонаучный интерес, так и найти применение в прикладных задачах геофизики.

Метод или методология проведения работы

В диссертации применяются и разрабатываются методы теории возмущений для исследования динамических эффектов во вращении Земли на основе классической задачи Лиувилля. В работе получены и используются новые формы уравнений вращательного движения изменяемого небесного тела в переменных Андуайе и в переменных действие-угол для задачи Эйлера - Пуансо. Это позволило эффективно применить метод малого параметра и получить аналитические формулы для возмущений переменных действие-угол первого порядка. Важную роль при этом сыграли ряды Фурье для первых степеней, квадратов и взаимных произведений направляющих косинусов осей инерции тела в базовой системе координат. На основе указанных разложений гамильтониан задачи и уравнения

движения в переменных Андуайе и действие-угол были представлены в канонической форме в стандартном виде удобном для применения методов теории возмущений.

Область применения результатов.

Полученные результаты представляют важный интерес для исследований в небесной механике и геодинатике. Теория возмущенного вращательного движения небесного тела содержит эффекты, которые ранее не были описаны. В качестве невозмущенного движения принимается свободное движение твердого тела по Эйлеру-Пуансо, параметры которого могут быть произвольными (любая из полодий, за исключением сепаратрис). Они позволяют выявить новые эффекты в движении полюса и в суточном вращении не только Земли, но и других планет и астероидов. Так формулы для возмущений первого порядка содержат малые вариации с новыми периодами (по сравнению с возмущениями, построенными классическим методом на основе уравнений Эйлера - Лиувилля).

Выводы. В диссертации на основе разрабатываемого подхода получены важные новые результаты по изучению наблюдаемых циклических и вековых возмущений во вращении планеты (Земли) с изменяемой геометрией масс. У исследователей возмущенных вращательных движений небесных тел с изменяемой геометрией масс открываются новые возможности с применением построенных уравнений движения в переменных Андуайе и действие – угол. Разрабатываемый подход позволяет напрямую использовать данные космической геодезии о вариациях геометрии масс Земли непосредственно по наблюдаемым вариациям коэффициентов геопотенциала. Эти данные наблюдений постоянно пополняются. Тем самым методы космической геодезии и методы исследования возмущенных движений полюса Земли и вариаций ее осевого вращения выступают как бы единым тандемом и позволяют получить новые результаты. В первую очередь эти результаты представляют интерес для исследования влияния перераспределения масс небесных тел на движение их полюсов и на осевое суточное вращение. Полученные формы уравнений задачи Лиувилля в переменных действие-угол будут широко использоваться в последующих работах. В том числе при построении теории прецессии и нутации Земли.

Основные результаты диссертации

1. Разработан новый метод исследования вращательного движения слабдеформируемого тела, по динамическому строению близкому к осесимметричному и даны приложения к изучению движения полюса Земли. Получена новая форма уравнений движения для задачи Лиувилля в канонических переменных Андуайе, правые части которых выражены

непосредственно через временные вариации коэффициентов геопотенциала (1), (2) и компоненты вектора кинетического момента относительного движения частиц изменяемой Земли (3). В качестве невозмущенного движения выбирается свободное чандлеровско - эйлеровское вращательное движение упругого тела, деформируемого его собственным вращением.

2. С помощью теории возмущений (метод малого параметра) последовательно построено аналитическое решение задачи и изучены эффекты в вариациях переменных Андуйе и в компонентах угловой скорости, обусловленные наблюдаемыми годовыми и полугодовыми вариациями основных коэффициентов геопотенциала J_2 , C_{22} и коэффициентов второй гармоники геопотенциала C_{21} , S_{21} и S_{22} , связанными с произведениями инерции Земли. В отличие от классического подхода здесь получено решение задачи в предположении, что невозмущенное значение угла между вектором кинетического момента и полярной осью инерции θ_0 имеет конечное, хотя и малое значение (в случае Земли этот угол составляет $\theta_0 = 0''2523$). Соответственно, в невозмущенном движении вектор кинетического момента описывает конус с малым углом полу-раствора и с периодом Чандлера в 433 суток.

Формулы аналитического решения содержат значение угла θ_0 . В этом состоит его новизна и отличие от классического подхода к изучению движения полюса Земли. Это решение не может быть получено из известных теорий и является новым. Полученное аналитическое решение задачи представляет важный интерес для изучения вращательных движений не только Земли, но и других тел солнечной системы, таких как Венера, Марс, некоторые астероиды и др.

3. Определены численные параметры годового движения полюса, вызванного годовой вариацией геометрии масс Земли в хорошем согласии с параметрами этого движения, которые были получены на основе астрометрических наблюдений известными авторами (Джеффрис, Яцкив, Рыхлова, Сидоренков и др.). Определены параметры полугодового колебания полюса Земли, а также тонкие эффекты в движении полюса с малыми амплитудами порядка микросекунд дуги. Современная астрометрия, космическая астрометрия приближаются к этому уровню точности и уже изучаются эффекты в десятки микросекунд дуги.

4. Вековые вариации коэффициентов геопотенциала C_{21} , S_{21} , обусловленные вековыми перераспределениями масс планеты и определяемые методами космической геодезии, в пределах погрешностей позволяют объяснить наблюдаемый дрейф полюса Земли в период 1900 – 2010 г. Теоретические и наблюдаемые астрометрическими методами значения скорости дрейфа и долготы меридиана движения полюса составляют:

$$V_{\omega} = 0.345''/век, \quad \lambda_{\omega} = 58.2^0 \text{ з.д.}, \quad (\text{теория})$$

$$V_{\omega} = 0.329''/век, \quad \lambda_{\omega} = 75.7^0 \text{ з.д.} \quad (\text{наблюдения})$$

5. Получило объяснение неприливное ускорение вращения Земли. Вековая перестройка масс Земли приводит к вековому нарастанию скорости осевого вращения Земли \dot{r} , $\dot{r} / \omega = (5.22 \pm 0.59) \cdot 10^{-9} / \text{век}$.

Найденное ускорение вращения Земли обусловлено вековой перестройкой масс Земли, включая атмосферные, океанические и другие массы. Для этой перестройки масс полярный момент инерции уменьшается вековым образом и как геодинамический отклик скорость вращения Земли нарастает. Согласно данным астрономических наблюдений (в результате анализа античных затмений за период около 2500) было выявлено неприливное ускорение вращения Земли в работе (Stephenson, Morrison, 1995). Наблюдаемое значение неприливногo ускорения вращения Земли составляет $(\dot{r} / \omega)_{ob} = (6.9 \pm 1.2) \cdot 10^{-9} / \text{век}$ (наблюдения). Следовательно, на долю влияния относительного кинетического момента планеты приходится составляющая: $(\dot{r} / \omega)_R = (1.7 \pm 1.8) \cdot 10^{-9} / \text{век}$. Т.е. в пределах погрешностей наблюдаемое ускорение вращения Земли (неприливное) объясняется влиянием изменения геометрии масс планеты.

6. Приближенное решение задачи Лиувилля построено на основе общего невозмущенного вращательного движения трехосного небесного тела с изменяемой геометрией масс – движения по Эйлеру-Пуансо. Решение задачи представлено тригонометрическими рядами по кратным переменных угол и аргументов временных вариаций геометрии масс слабodeформируемого тела. Постоянные коэффициенты рядов выражены через эллиптические полные и неполные интегралы первого, второго и третьего родов и другие функции параметров задачи. Полученное аналитическое решение представляет интерес для изучения вращательных движений Земли и других тел солнечной системы.

7. Проведено численное моделирование колебаний глобальной составляющей кинетического момента атмосферы Земли на основе данных измерений МСВЗ и метеоданных NCER / NCAR. Данные модели приливной неравномерности вращения Земли были эффективно использованы для построения прогноза и интерполяции глобальной составляющей кинетического момента атмосферы.

Работы автора по теме диссертации

Публикации в изданиях, входящих в перечень ВАК

1. Баркин М.Ю. (2014) Приближенное решение задачи Лиувилля в переменных действие-угол для задачи Эйлера-Пуансо. Электронный журнал «Труды МАИ». Выпуск № 72 С. 1-22. <http://www.mai.ru/upload/iblock/344/34493ef25ac79b658bee0265b9f60a6d.pdf>
2. Баркин М.Ю., Перепёлкин В.В., Скоробогатых И.В. (2011) Исследование приливных деформаций вращающейся Земли и прогнозирование глобальной составляющей момента импульса атмосферы. Космонавтика и ракетостроение. ЦНИИМАШ. Том. 65, N 4. с. 165-173.
3. Баркин М. Ю., Перепёлкин В. В., Скоробогатых И. В. (2012) Небесномеханическая модель вращательного движения Земли и прогноз глобальной составляющей момента импульса атмосферы. Космические исследования. Том. 50, N 3. С. 271-282. DOI: 10.1134/S0023420612030089, PII: S0023420612030089.

Публикации по теме диссертации в других изданиях

1. Баркин М.Ю. (2011) Прогнозирование приливной неравномерности вращения Земли. X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Избранные тезисы докладов. (Нижний Новгород, 24 – 30 августа 2011 г.). Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, 2011. 246 с. 15-16. http://www.ruscongrmech2011.ru/doc/izbran_tez.pdf.
2. Akulenko L.D., Barkin M.Yu. , Markov Yu.G. and Perepelkin V.V (2011) Improved refined model of subannual nonuniform axial rotation of the Earth. Proceedings of the International Conference on Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering Benidorm, Spain June 26-30 2011 Editor: J.Vigo-Aguilar. Vol. 4, pp. 1217-1226. <http://gsii.usal.es/~CMMSE/images/stories/congreso/program.pdf>.
3. Barkin Yu.V., Kudrjavsev S.M., Barkin M.Yu. (2009) Perturbations of the first order of the Moon rotation. Proceedings of International Conference “Astronomy and World Heritage: across Time and Continents” (Kazan, 19-24 August). KSU, Section C: “The Moon, moons and planets: Robotic Explorations and Comparison, pp. 161-164.
4. Perepelkin V.V., Barkin M.Yu. (2009) Modeling and the forecast of inter-annual tidal irregularities of the Earth diurnal rotation. European Planetary Sciences Congress (Potsdam, Germany, 19-24 April 2009). EPSC Abstracts, Vol. 4 abstract EPSC2009-172.

- <http://meetings.copernicus.org/epsc2009/abstracts/EPSC2009-172.pdf>
5. Barkin M.Yu., Barkin Yu.V. (2009) Kinematics of center of mass of the Earth. EGU General Assembly (Vienna, Austria, 19-24 April 2009). Geophysical Research Abstracts, Volume 11, 2009, abstract # EGU2009-1698. <http://meetingorganizer.copernicus.org/EGU2009/EGU2009-1698-1.pdf> <http://adsabs.harvard.edu/abs/2009EGUGA..11.1698B>.
 6. Barkin M.Yu. and Markov Yu.G. (2010) Oscillations of poles under action of gravitational-tidal perturbations for model of the deformable Earth // Geophysical Research Abstracts. Vol. 12, EGU2010-2025. <http://meetingorganizer.copernicus.org/EGU2010/EGU2010-2025.pdf>.
 7. Markov Yu.G., Barkin M.Yu., V.V. Perepelkin V.V. (2010) Translatory - rotary motion of the planet as new approach to solution of astronomical problems of the theory of the Earth rotation. EPSC Abstracts. Vol. 5, EPSC2010-56, 2010. <http://meetings.copernicus.org/epsc2010/abstracts/EPSC2010-56.pdf>.
 8. Barkin M.Yu., Markov Yu.G., V.V. Perepelkin V.V. (2010) Fundamental astronomical aspects of forecast of the Earth rotation parameters // EPSC Abstracts. Vol. 5, EPSC2010-57, 2010. <http://meetings.copernicus.org/epsc2010/abstracts/EPSC2010-57.pdf>.
 9. Barkin M.Yu. and Markov Yu.G. (2010) Oscillations of poles under action of gravitational-tidal perturbations for model of the deformable Earth // Geophysical Research Abstracts. Vol. 12, EGU2010-2025. <http://meetingorganizer.copernicus.org/EGU2010/EGU2010-2025.pdf>.
 10. Barkin M., Barkin Yu.V. (2012) The theory of the unperturbed and perturbed rotational motion of celestial bodies in the Sadov and Kinoshita variables and its applications to study of the rotation of the Earth, Mars and pulsars with the observed precession. Japan Geoscience Union Meeting (20-25 May 2012, Makuhari Messe, Chiba, Japan). PPS04-P01. P. 61. Abstracts. http://www2.jpgu.org/meeting/2012/session/PDF/P-PS04/PPS04-P01_e.pdf
 11. Barkin Yu., Matsumoto K., Hanada H., Sasaki S., Petrova N., Barkin M. (2012) The influence of elastic properties of the Moon on its pole motion. 118th Meeting of the Geodetic Society of Japan, Sendai, Japan, (29 October – 2 November 2012, Sendai). Book of abstracts. Pp. 149-150.
 12. Barkin Yu., Hanada H., Matsumoto K., Sasaki S., Barkin M. (2012) Modern problems of selenodynamics and possibilities of their study and solution on the base of the SELENE data and data of future lunar missions. Seminar on lunar and planetary geodesy. National Astronomical Observatory of Japan (19-20 June 2012, Mitaka, Japan). Презентация: <http://www.miz.nao.ac.jp/staffs/nao99/data/tmp/RISEWS2012/>
 13. Barkin Yu., Hanada H., Sasaki S., Goossens S., Matsumoto K., Barkin M (2012) Current and future exploration of the Moon and Mars: variations of rotation, shapes, displacements of center of mass. Seminar on lunar and planetary geodesy. National Astronomical Observatory of Japan (19-20 June 2012, Mitaka, Japan).

Презентация: <http://www.miz.nao.ac.jp/staffs/nao99/data/tmp/RISEWS2012/>

14. Barkin Yu.V., Hanada H., Sasaki S., Goossens S., Matsumoto K. (2012) Current and future exploration of the Moon and Mars: variations of rotation, shapes, displacements of center of mass. Japan Geoscience Union Meeting (20-25 May 2012, Makuhari Messe, Chiba, Japan). Programm Book. Session P-PS03. P.51. Abstracts.
http://www2.jpгу.org/meeting/2012/session/session_e.html
http://www2.jpгу.org/meeting/2012/session/PDF/P-PS03/PPS03-10_e.pdf

Цитируемая литература

1. Белецкий В.В. (1975) Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. М.: Изд-во МГУ, 1975.-308с.
2. Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А., Марков Ю.Г., Рыхлова Л.В. (2002) Прогноз движения полюса деформируемой Земли // Изв. РАН. Астрономический журнал. № 10. С. 952-960.
3. Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А., Марков Ю.Г. (2001) Моделирование движения полюса деформируемой Земли // Доклады академии наук. Т. 379, № 2. С. 191-195.
4. Архангельский Ю.А. (1977) Аналитическая динамика твердого тела. М., "Наука". 328с.
5. Вулард Э. (1963) Теория вращения Земли около центра масс. М.: Физматгиз. 167 с.
6. Манк У., Макдональд Г. (1964) Вращение Земли / Пер. с англ. В.В. Нестерова, под ред. Я.Я. Успенского. — М.: Мир. — 384 с.
7. Садов Ю.А. Переменные действие-угол в задаче Эйлера-Пуансо. ПММ. 1970. Т. 34. Вып. 5. С. 962-964.
8. Сидоренков Н.С. (2002b) Физика неустойчивостей вращения Земли. –М.: Наука. Физматлит. 384 с.
9. Barkin Yu.V. (2000) Perturbated rotational motion of weakly deformable celestial bodies // Astronomical and Astrophysical Transactions. Vol.19. Issue 1, P. 19-65. doi: 10.1080/10556790008241350.
10. Cheng M., Tapley B. (1999) Seasonal variations in low degree zonal harmonics of the Earth's gravity field from satellite laser ranging observations. Journal of Geophysical Research, V.104, Issue B2, p. 2667-2682.
11. Moore P., Zhang Q., and A. Althman (2005) Annual and semiannual variations of the Earth's gravitational field from satellite laser ranging and CHAMP, J. Geophys. Res., 110, B06401, doi:10.1029/2004JB003448.
12. Stephenson F.R. and Morrison L.V. (1995) Long term fluctuations in the Earth's rotation:700 BC to AD 1990, Phil. Trans. R. Soc. Lond., A, 351, p. 165-202.

13. Gross R.S., Vondrak J. (1999) Astrometric and space-geodetic observations of polar wander. *Geophysical res. Ltrs/* 1999GL900422, Vol. 26, No. 14, p. 2085.
14. Shen Wen-Bin, Sun Rong, Chen Wei et al. (2011) The expanding Earth at present: evidence from temporal gravity field and space-geodetic data. *Annals of Geophysics*, 2011, N4, doi: 10.4401/ag-4951.
15. Jin Shuanggen, Zhang L.J., Tapley B.D. (2011) The understanding of length-of-day variations from satellite gravity and laser ranging measurements. *Geophys. J. Int.* (2011) 184, 651–660.