

Момент импульса электромагнитного поля

Р.И. Храпко

Показано, что дефектом стандартной классической электродинамики является то, что она не знает спина. Тензор спина классической электродинамики равен нулю. Следствием этого является отрицание существования момента импульса плоской волны круговой поляризации, что противоречит квантовой теории. Несостоятельны попытки приписать спин лучу круговой поляризации, называя спином его орбитальный момент импульса.

Рассматривается истинное выражение спина классической электродинамики.

1. Современное состояние

Недавняя статья [1] весьма симптоматична. Автор указывает, что, с одной стороны, «теория предсказывает равенство нулю момента импульса классической плоской электромагнитной волны»,¹ но, с другой стороны, «со времен опыта Бета известно, что циркулярно поляризованная плоская волна несет момент импульса».² Этот (мнимый) парадокс дискутируется уже длительное время, и теперь автор статьи [1] решил принять участие в дискуссии. Однако я полагаю, что эта дискуссия бесполезна, поскольку причиной противоречия является принципиальный дефект стандартной теории поля, который ускользает от внимания физиков.

Дефект заключается в том, что классическая теория не знает спина. Тензор спина классической электродинамики равен нулю. Хорошо известный канонический тензор спина,

$$Y_c^{\lambda\mu\nu} = -2A^{[\lambda}\delta_\alpha^{\mu]} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu A_\alpha)} = -2A^{[\lambda} F^{\mu]\nu}, \quad Y_c^{ij0} = \mathbf{E} \times \mathbf{A}, \quad (1)$$

не является тензором спина электродинамики так же, как канонический тензор энергии-импульса

$$T_c^{\lambda\mu} = \partial^\lambda A_\alpha \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\alpha)} - g^{\lambda\mu} \mathcal{L} = -\partial^\lambda A_\alpha F^{\mu\alpha} + g^{\lambda\mu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} / 4, \quad (2)$$

не является тензором энергии-импульса электродинамики

Физики модифицируют эти два тензора и, соответственно, полный канонический тензор момента импульса

$$J_c^{\lambda\mu\nu} = 2x^{[\lambda} T_c^{\mu]\nu} + Y_c^{\lambda\mu\nu}. \quad (3)$$

¹ The angular momentum of a classical electromagnetic plane wave is predicted to be, on theoretical grounds, exactly zero

² It has been known ever since the experiment of Beth that a circularly polarized plane wave does carry angular momentum

Они добавляют специфические добавки Белинфанте-Розенфельда [2, 3] и получают стандартный тензор энергии-импульса $\Theta^{\lambda\mu}$, стандартный полный тензор энергии-импульса $J_{st}^{\lambda\mu\nu}$, и стандартный тензор спина $Y_{st}^{\lambda\mu\nu}$, который оказывается равным нулю

$$\Theta^{\lambda\mu} = T_c^{\lambda\mu} - \partial_\nu \tilde{Y}_c^{\lambda\mu\nu} / 2 = -F^{\lambda\sigma} F^{\mu\kappa} g_{\sigma\kappa} + g^{\lambda\mu} F_{\sigma\kappa} F^{\sigma\kappa} / 4 + A^\lambda \partial_\sigma F^{\mu\sigma},$$

$$\tilde{Y}_c^{\lambda\mu\nu} \stackrel{def}{=} Y_c^{\lambda\mu\nu} - Y_c^{\mu\nu\lambda} + Y_c^{\nu\lambda\mu} = -2A^\lambda F^{\mu\nu} \quad (4)$$

$$J_{st}^{\lambda\mu\nu} = J_c^{\lambda\mu\nu} - \partial_\kappa (x^{[\lambda} \tilde{Y}_c^{\mu]\nu\kappa}), \quad (5)$$

$$Y_{st}^{\lambda\mu\nu} = J_{st}^{\lambda\mu\nu} - 2x^{[\lambda} \Theta^{\mu]\nu} = 0. \quad (6)$$

Отсутствие спина в стандартной электродинамике предполагает абсурдное следствие: плоская волна круговой поляризации вообще не имеет момента импульса в прямом противоречии с квантовой теорией. В соответствии с этим абсурдом, автор статьи [1] использует мистическую концепцию «момента импульса в *актуальной* форме и момента импульса в *потенциальной* форме»³

Отсутствие спина означает, что стандартная формула $\int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV$ для момента импульса электромагнитного поля представляет чисто *орбитальный* момент импульса и не содержит спина:

$$\mathbf{L} = \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV. \quad (7)$$

В двух важных случаях этот интеграл равен нулю:

(1) $\mathbf{L} = 0$ для плоской волны, поскольку вектор Пойнтинга $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ параллелен направлению распространения,

(2) $\mathbf{L} = 0$ для опыта Бета [4, 5] из-за того, что $\mathbf{E} \times \mathbf{B} = 0$.

В опыте Бета луч света круговой поляризации воздействовал механическим вращающим моментом силы на двояко лучепреломляющую пластинку, которая изменяла направление круговой поляризации на противоположное. Однако, для удвоения эффекта луч пропускался через пластинку дважды, в прямом и обратном направлении после дополнительного отражения. Поэтому в опыте Бета отсутствовал поток энергии, и вектор Пойнтинга равнялся нулю. Это очевидно и легко подтверждается простым расчетом [6, 7]. Поэтому положительный результат опыта Бета противоречит формуле (7), которая претендует на описание полного момента импульса в стандартной

³ It seems that although a circularly polarized plane wave of arbitrary extent may not carry angular momentum in an *actual* form, it does carry it in a *potential* form.

электродинамике. Поэтому положительный результат опыта Бета необъясним в рамках стандартной теории.

Интеграл (7) отличен от нуля для луча круговой поляризации без азимутальной фазовой структуры за счет поверхностного эффекта. На поверхности луча поля \mathbf{E} и \mathbf{B} направлены вдоль луча, потому что их силовые линии замкнуты, так что масса-энергия крутится вокруг тела луча [8, 9], и это наглядно подтверждает орбитальный характер момента импульса, описываемого формулой (7).

Тем не менее, физики упрямо рассматривают выражение (7) в качестве полного момента импульса электромагнитного поля. Они заявляют

$$\mathbf{J} = \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV \quad (8)$$

и стараются разложить этот интеграл на «орбитальную» и «спиновую» части,

$$\mathbf{J} = \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV = \mathbf{L} + \mathbf{S} . \quad (9)$$

Для этой цели они подставляют [9]

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} , \quad (10)$$

или [1]

$$\mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{F} , \quad \mathbf{F} = - \int \frac{\partial_t \mathbf{B} dV}{4\pi r} , \quad (11)$$

в выражение (8). В результате, в случае луча, подстановка (10) дает [9]

$$\mathbf{J} = \int \mathbf{r} \times (E^i \nabla A_i) dV + \int (\mathbf{E} \times \mathbf{A}) dV , \quad (12)$$

а подстановка (11) дает [1]

$$\mathbf{J} = \int \mathbf{r} \times (B^i \nabla F_i) dV + \int (\mathbf{F} \times \mathbf{B}) dV . \quad (13)$$

Однако в действительности эти разложения не дают основания интерпретировать слагаемые как орбитальную и спиновую части момента импульса луча. В первых, ни $\mathbf{E} \times \mathbf{A}$, ни $\mathbf{F} \times \mathbf{B}$ не являются тензорами спина электродинамики, а потому интегралы от них не являются спином. Во-вторых, изменение интегранда в интеграле (8) для того, чтобы интегрирование по поверхности заменить интегрированием по объему, ничего не доказывает. Рассмотрим, например, аналогичное преобразование интеграла от момента плотности электрического тока \mathbf{j} длинного соленоида

$\int \mathbf{r} \times \mathbf{j} dV$; как и в (8) интегранд здесь отличен от нуля только на поверхности соленоида. Мы имеем:

$$\begin{aligned} \int \mathbf{r} \times \mathbf{j} dV &= \int \mathbf{r} \times (\nabla \times \mathbf{H}) dV = \int (r^i \partial_k H_i - r^i \partial_i H_k) dV = \\ &= \int [\partial_k (r^i H_i) - \partial_k r^i H_i - \partial_i (r^i H_k) + \partial_i r^i H_k] dV = \int 2\mathbf{H} dV \end{aligned}$$

Равенство момента тока $\int \mathbf{r} \times \mathbf{j} dV$ интегралу от \mathbf{H} , т.е. $\int 2\mathbf{H}dV$, ничего не доказывает. Это просто другой способ вычисления интегрального момента плотности тока. Аналогично, (12) и (13) - это усложненные представления *орбитального* момента импульса (8).

2. Классический спин

Положительный результат опыта Бета при отсутствии потока энергии и орбитального момента импульса, $\mathbf{L} = 0$, в районе пластинки Бете свидетельствует о наличии агента, не описываемого стандартной электродинамикой и ответственного за возникновение вращающего момента силы. Естественно, таким агентом является спин, идея которого возникла в квантовой механике и не была использована в классической теории. Мы сейчас восполним этот пробел. При этом для построения истинной плотности спина будем использовать в качестве исходных выражений ту же каноническую пару тензоров энергии-импульса и спина, которая используется при стандартной процедуре Белинфанте-Розенфельда.

При стандартной процедуре (4) – (6) используются добавки $t_{st}^{\lambda\mu}, s_{st}^{\lambda\mu\nu}$ к канонической паре

$T_c^{\lambda\mu}, Y_c^{\lambda\mu\nu}$:

$$\Theta^{\lambda\mu} = T_c^{\lambda\mu} + t_{st}^{\lambda\mu}, \quad t_{st}^{\lambda\mu} = -\partial_v \tilde{Y}_c^{\lambda\mu\nu} / 2 = \partial_v (A^\lambda F^{\mu\nu}), \quad (14)$$

$$Y_{st}^{\lambda\mu\nu} = Y_c^{\lambda\mu\nu} + s_{st}^{\lambda\mu\nu} = 0, \quad s_{st}^{\lambda\mu\nu} = -Y_c^{\lambda\mu\nu} = 2A^{[\lambda} F^{\mu]\nu}. \quad (15)$$

Эти добавки удовлетворяют важному соотношению

$$2t_{st}^{[\lambda\mu]} = \partial_v s_{st}^{\lambda\mu\nu}, \quad (16)$$

однако они приводят к нефизичному стандартному тензору энергии-импульса $\Theta^{\lambda\mu}$ и нулевому тензору спина $Y_{st}^{\lambda\mu\nu} = 0$. Мы заменяем добавку $t_{st}^{\lambda\mu}$ самым естественным способом. Мы подбираем ее так, чтобы она приводила не к стандартному тензору энергии-импульса, а к максвелловскому тензору

$$T^{\lambda\mu} = -F^{\lambda\sigma} F^{\mu\kappa} g_{\sigma\kappa} + g^{\lambda\mu} F_{\sigma\kappa} F^{\sigma\kappa} / 4, \quad (17)$$

который является истинным тензором энергии-импульса электродинамики. Мы обозначаем эту добавку

$$t^{\lambda\mu} = T^{\lambda\mu} - T_c^{\lambda\mu} = \partial_\alpha A^\lambda F^{\mu\alpha}, \quad (18)$$

Мы заменяем добавку $s_{st}^{\lambda\mu\nu}$, подбирая вместо нее $s^{\lambda\mu\nu}$, удовлетворяющую уравнению типа (16)

$$2t^{[\lambda\mu]} = \partial_\nu s^{\lambda\mu\nu} . \quad (19)$$

Уравнение (19) имеет простое решение

$$s^{\lambda\mu\nu} = 2A^{[\lambda} \partial^{\mu]} A^\nu . \quad (20)$$

Поэтому мы приходим к выражению

$$Y^{\lambda\mu\nu} = Y_c^{\lambda\mu\nu} + s^{\lambda\mu\nu} = 2A^{[\lambda} \partial^{|\nu]} A^{\mu]} \quad (21)$$

для тензора спина электродинамики. Таким образом, полный момент импульса электромагнитного поля дается не формулой (8), а формулой

$$J^{\mu\nu} = 2 \int (x^{[\mu} T^{\nu]\alpha} + Y^{\mu\nu\alpha}) dV_\alpha . \quad (22)$$

Результат (21) был направлен в журнал «Письма в ЖЭТФ» 14 мая 1998года и в «ЖЭТФ» 27 января 1999 года. Оба раза статьи были отклонены, потому что их публикация была признана нецелесообразной. С тех пор материал статьи был отклонен свыше трехсот раз следующими научными журналами: Письма в ЖЭТФ, ЖЭТФ, ТМФ, УФН, Изв. вузов, AJP, EJP, EPL, PRA, PRD, PRE, APP, FP, PLA, JPA, JPB, JMP, JOPA, JMO, CJP, OL, NJP, arXiv. В частности, настоящая статья была направлена в “European J. Phys.” в связи с публикацией [1]. Рецензия, полученная оттуда, приводится здесь полностью: «Начиная с путанного и неточного Резюме и до самого конца, статья содержит большое количество ошибок и недоразумений. Я знаю, что подобные статьи Храпко были отклонены множеством других журналов. Непонимание автора фатально. Переписывание статьи не сделает ее понятной. Я строго рекомендую отклонить статью как неподходящую для публикации»⁴

Исключением в мире научных журналов явился журнал «Измерительная техника», свободный от номенклатурных теоретиков [10, 11].

Выражение (21), полученное, по сути, эвристически, не является окончательным. Его модернизация и применение представлены в работах [10 – 19] и на сайтах http://www.mai.ru/projects/mai_works/, <http://www.sciprint.org>. Там рассчитано поглощение луча круговой поляризации, дано объяснение результату классического опыта Бета, рассмотрено излучение вращающегося диполя и др.

Я глубоко благодарен профессору Роберту Ромеру за публикацию моего вопроса [20], а также профессору Тимо Ниеминену за плодотворную дискуссию в интернете (Newsgroups: sci.physics.electromag).

⁴ From the confused and inaccurate Abstract right through to the end, this paper contains a large number of errors and misunderstandings. I know that similar papers by Khrapko have been rejected by a number of other journals. The lack of understanding shown by the author is beyond any easy solution; no simple re-writing of the paper can make it sensible. I strongly recommend that the paper be rejected as unsuitable for publication.

Список литературы

1. Stewart A.M. Angular momentum of the electromagnetic field: the plane wave paradox resolved. //Eur. J. Phys. – 2005, **26**.- p.635-641
2. Belinfante F.J. On the spin angular momentum of Meson. //Physica. – 1939, **6**.- p.887-98
3. Rosenfeld L. Sur le Tenseur d'Impulsion-Energie. //Memoires de l'Academie Royale des Sciences de Beligues.-. 1940, **18** No. 6.- p.1-30
4. Beth R.A. Direct Detection of the Angular Momentum of Light. //Phys. Rev. – 1935, **48**.- p.471
5. Beth R.A. Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light. //Phys. Rev. – 1936, **50**.- p.115-25.
6. Храпко Р.И. Спин классической электродинамики. //Вестник Российского университета дружбы народов, Серия Физика. – 2002, № 10(1).- с.40-48
7. R.I.Khrapko. The Beth's experiment is under review // mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-307 (2003)
8. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. – М.: ИЛ, 1956.- 459с.
9. Ohanian H.C. What is spin? //Amer. J. Phys. – 1986, **54**.- p.500-505
10. Khrapko R.I. Experimental verification of Maxwellian electrodynamics. // Measurement Techniques – 2003, **46**, No. 4.- p.317.
11. Храпко Р.И. Экспериментальная проверка электродинамики Максвелла.// Измерительная техника. – 2003, № 4.- с.3-5.
12. Храпко Р.И. Истинные тензоры энергии-импульса и спина среды однозначны.// Теоретические и экспериментальные проблемы общей теории относительности и гравитации. X Российская гравитационная конференция, Владимир. 1999: Тез. докл. - Москва, 1999. - с.47.
13. R.I. Khrapko. True energy-momentum tensors are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero. - <http://arXiv.org/abs/physics/0102084> (10.08.2001)
14. R.I. Khrapko. Violation of the gauge equivalence. - <http://arXiv.org/abs/physics/0105031> (11.12.2001)
15. Храпко Р.И. Локализация энергии-импульса и спин.// Вестник Российского университета дружбы народов, Серия Физика. – 2002, № 10(1).- с.35-39.
16. R.I.Khrapko. Radiation of spin by a rotator. - mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-315
17. R.I.Khrapko. A circularly polarized beam carries the double angular momentum. - mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-311

18. Khrapko R.I. Classical spin in space with and without torsion. // Gravitation & Cosmology – 2004, **10**, No. 1-2.- p.91.

19. R.I. Khrapko. Transfer of spin to a mirror2. – <http://www.sciprint.org> (17.09.05)

20. Khrapko R.I. Does plane wave not carry a spin? //Amer. J. of Physics. – 2001, **69**.- p.405.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

*Храпко Радий Игоревич, доцент кафедры физики Московского авиационного института
(Государственного технического университета), к.ф.-м.н. E-mail: khrapko_ri@hotmail.com*

121433, Москва, Б. Филевская, 43 – 92, т. 1446312