

На правах рукописи

Янышев Дмитрий Сергеевич

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ И
ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ТУРБУЛЕНТНЫХ
ТЕЧЕНИЯХ ГАЗА В КАНАЛАХ С ПЕРЕМЕННЫМ
РАСХОДОМ**

**Специальность: 01.04.14 «Теплофизика и теоретическая
теплотехника»**

**Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

Москва – 2012

Работа выполнена в Московском авиационном институте
(национальном исследовательском университете) «МАИ»

Научный руководитель:

д.т.н., доцент Краев Вячеслав Михайлович

Официальные оппоненты:

Деревич Игорь Владимирович, д.т.н., профессор, Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана, профессор кафедры «Прикладная математика»

Яковлев Алексей Александрович, к.т.н., доцент, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), доцент кафедры «Теория воздушно-реактивных двигателей»

Ведущая организация: Открытое акционерное общество
«Красноярский машиностроительный завод»

Защита состоится «15» октября 2012 г. в 15-00 на заседании диссертационного совета Д 212.125.08, созданного на базе Московского авиационного института (национального исследовательского университета).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского авиационного института (национального исследовательского университета) «МАИ» по адресу 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4

Автореферат разослан « » 2012 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета Д 212.125.08
д.т.н., профессор



Зуев Ю.В.

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы. В современной науке и технике особое место занимают вопросы оптимизации различных процессов и устройств. Сейчас, когда большинство основополагающих принципов создания энергоустановок уже известны, повышение эффективности их работы – первостепенная задача.

Расчеты нестационарных тепловых и гидродинамических процессов становятся в ряд определяющих при разработке новых образцов техники в различных областях – в авиации и космонавтике, теплоэнергетике, судостроении, криогенной технике и т. д. Это вызвано возрастанием энергонапряженности устройств, повышением требований к возможным режимам регулирования работы этих систем.

Всё ещё мало исследованной с этой стороны являются процессы нестационарные. Данных по таким процессам на сегодняшний день часто не хватает и очень часто используется подход так называемого квазистационарного приближения, которое заключается в том, что влиянием нестационарности на интегральные характеристики системы пренебрегается. Опыт, однако, показывает, что во многих случаях такой подход оказывается несостоятельным. Самой большой сложностью в оптимизации процессов, связанных с конвективным теплообменом и гидродинамикой, является подчас их нерегулярность и, как следствие, трудность математического описания.

Поэтому проблема исследования нестационарных процессов теплообмена и гидродинамики и разработка методики их расчета и оптимизации представляются чрезвычайно актуальными.

Очевидно, что инженерные расчеты по теплообмену и гидродинамике могут быть выполнены при условии фундаментального изучения нестационарных процессов. Лишь органичное сочетание фундаментальных и прикладных исследований является наиболее эффективным путем получения практических результатов.

Объектом исследования в настоящей работе являются гидродинамически нестационарные турбулентные течения в каналах при числах Рейнольдса Re от 3200 до 30000 с монотонно изменяющимся расходом.

Цель диссертационной работы. Обобщение экспериментальных и теоретических данных и разработка адекватной незатратной методики моделирования турбулентных течений газа в каналах в условиях гидродинамической нестационарности.

Для достижения поставленных целей решаются следующие задачи:

– Разработка вычислительной методики для моделирования турбулентных течений.

– Валидация существующих моделей турбулентности на предмет адекватности моделирования гидродинамически нестационарных турбулентных течений.

– Анализ и обобщение экспериментальных и теоретических данных относительно гидродинамически нестационарных течений газа в каналах.

– Разработка модели турбулентности для гидродинамически нестационарного течений газов в каналах.

Научная новизна работы состоит в следующем:

– Проанализированы широко используемые на сегодняшний день модели турбулентности на предмет адекватности моделирования гидродинамически нестационарных течений.

– Получены универсальные аналитические выражения для коэффициента трения и его производной по параметру для течения в каналах для гладких и шероховатых труб.

– Предложены обобщающие зависимости для инженерных расчетов нестационарного коэффициента трения при ускорении и замедлении газового потока в трубе. Особенностью зависимостей является возможность их применения для любой монотонной кривой изменения расхода.

– Предложены обобщающие зависимости для инженерных расчетов нестационарного коэффициента теплоотдачи при ускорении и замедлении газового потока в трубе. Особенностью зависимостей является возможность их применения для любой монотонной кривой изменения расхода.

– Предложена эмпирическая зависимость для коэффициента вихревой вязкости при гидродинамически нестационарном течении газа в канале.

– Выявлено влияние второй производной по времени от расхода на профиль турбулентной вязкости при гидродинамически нестационарном течении газа в канале.

– Выявлено влияние гидродинамической нестационарности на турбулентное число Прандтля.

– Разработана незатратная модель турбулентности, способная адекватно моделировать гидродинамически нестационарные турбулентные течения газов в каналах.

Методы исследования. Результаты работы получены на основе сочетания метода математического моделирования и экспериментальных

исследований. В теоретических исследованиях использована математическая модель, включающая полную систему уравнений Навье-Стокса (Рейнольдса) для несжимаемого течения, уравнение энергии, и уравнения для турбулентных характеристик. Математическая модель решалась с помощью широко используемых эффективных численных методов.

Эксперименты проводились с помощью термоанемометрического оборудования фирмы TSI с использованием воздуха в качестве рабочего тела.

Достоверность научных положений подтверждается использованием законов сохранения массы, количества движения и энергии, теории численных методов; всесторонним тестированием применяемых численных методов и алгоритмов, сравнением результатов расчётов с экспериментальными данными, использованием экспериментальных данных как базиса для разработанной модели турбулентности.

Научные положения, выносимые на защиту:

– Полуэмпирическая модель турбулентности для гидродинамически нестационарных турбулентных течений газа в каналах с монотонно изменяющимся расходом.

– Эмпирическая модель турбулентной вязкости в каналах для гидродинамически нестационарных турбулентных течений газа в каналах с монотонно изменяющимся расходом.

– Результаты валидации моделей турбулентности на предмет адекватности расчета гидродинамически нестационарных турбулентных течений газа в каналах с монотонно изменяющимся расходом.

– Модели для инженерных расчетов коэффициента трения в условиях гидродинамической нестационарности.

– Аналитические зависимости для коэффициента трения и его производной по параметру для гладких и шероховатых труб.

Личное участие автора. Автором лично разработаны и апробированы:

– метод получения аналитических решений в некоторых задачах теории турбулентного пограничного слоя с помощью функции Ламберта;

– модели для инженерных расчетов коэффициента трения в условиях гидродинамической нестационарности;

– полуэмпирическая модель турбулентности для гидродинамически нестационарных турбулентных течений газа в каналах с монотонно изменяющимся расходом.

Автором лично проведены:

– критический анализ и обобщение полученных в МАИ экспериментальных данных по турбулентной вязкости при течении газа в условиях гидродинамической нестационарности;

– тестирование (валидация) наиболее широко используемых на сегодняшний день моделей турбулентности на предмет адекватности моделирования гидродинамически нестационарных течений в каналах.

Практическая значимость и ценность проведенных исследований

заключается в их использовании для решения широкого круга практических задач теплотехники авиационной, ракетно-космической и других отраслей промышленности, в особенности при проектировочных и поверочных расчётах различных систем терморегулирования.

Предложенные в работе математические модели позволяют:

– проводить анализ переходных процессов в различных газодинамических системах;

– оптимизировать процесс регуляции и регулирующие устройства.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 12 печатных работах, в том числе в 4 статьях в журналах из списка ВАК Минобрнауки.

Апробация и внедрение результатов. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на 1ой и 2ой Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов «Будущее машиностроения России» (г. Москва), на XVII Школе-семинаре молодых учёных и специалистов под руководством академика РАН А.И.Леонтьева (г.Жуковский), на XII, XIII и XIV международных конференциях «Решетневские чтения» (г.Красноярск).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 разделов и заключения. Она содержит 139 страниц машинописного текста, включающего 60 рисунков, и списка литературы из 110 наименований.

Основное содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, ее научная новизна и практическая значимость. Сформулированы цель и задачи исследований. Представлены основные научные положения,

выносимые на защиту. Дается описание структуры и содержания диссертации. Дана общая характеристика диссертационной работы.

Раздел 1 посвящен анализу турбулентных течений и влиянию нестационарных условий на структуру потоков, гидродинамику и теплообмен.

Вопросам гидродинамически нестационарных турбулентных течений посвящены работы Э.К.Калина, Г.А. Дрейцера и др. (1973-2005), С.Б.Маркова (1973), А.Берганта (2001), А.Варди и Дж.Брауна (2003), И.В.Деревича (2005), И.Потхофа (2008).

На сегодняшний день установлено, что при умеренных значениях производной расхода по времени $\partial G/\partial t$ порождение турбулентности и ее интенсивность около стенки при $\partial G/\partial t > 0$ возрастают, а при $\partial G/\partial t < 0$ убывают, что соответственно увеличивает теплоотдачу в первом случае и уменьшает – во втором.

Экспериментально коллективом исследователей в МАИ (В.К.Кошкин, Г.А.Дрейцер, Э.К.Калинин, В.М.Краев), было установлено, что ускорение потока приводит к увеличению коэффициента трения ξ и числа Nu по сравнению с их квазистационарными значениями. Замедления течения приводит к противоположному результату.

В качестве основного критерия нестационарности можно принять:

$$K_g^* = \frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial \tau} \sqrt{\frac{d}{g}} \quad (1)$$

А в качестве временного параметра – приведённый критерий гомохронности.

$$\overline{No} = \frac{No}{No_0} \quad (2)$$

где $No = \overline{U}\tau/d$ соответствует текущему времени процесса, а No_0 - общему времени процесса.

Влияние нестационарности на коэффициент трения показано на Рис. 1 и Рис. 2 (под ξ_0 понимается квазистационарное значение коэффициента

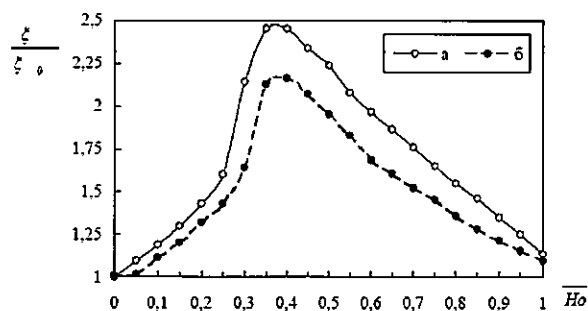


Рис. 1 Влияние ускорения течения на коэффициент трения, $Re=3100...9300$, $T_w/T_f=1$, а- $K_g^*_{max}=0.111$, б- $K_g^*_{max}=0.088$.

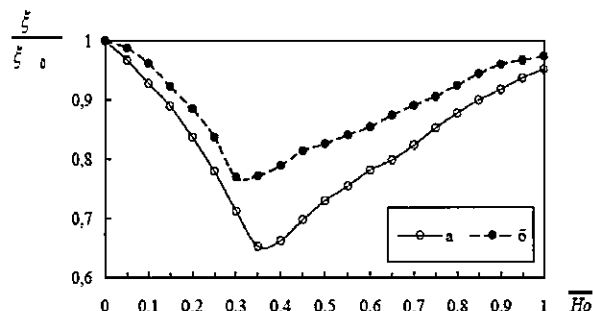


Рис. 2 Влияние замедления течения на коэффициент трения, $Re=3100...9300$, $T_w/T_f=1$, а- $K_g^*_{min}=-0.111$, б- $K_g^*_{min}=-0.044$.

трения). Влияние на число Нуссельта сходно, однако для него нестационарный эффект несколько меньше.

В разделе также формулируется общая математическая модель турбулентного течения, включающая в себя следующие уравнения (используется тензорная нотация и правило Эйнштейна о свёртке, знак осреднения, где это возможно, опущен):

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3)$$

$$\rho \left[\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i \cdot u_j)}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u'_j u'_i} \right] + \rho J_i, \quad (4)$$

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} - \rho c_p \overline{u'_j T'} \right] + q_v. \quad (5)$$

Данная система уравнений дополнительно содержит девять неизвестных членов (шесть членов вида $-\rho \cdot \overline{u'_i u'_j}$ и три члена вида $-\rho c_p \overline{u'_j T'}$).

Чтобы вычислить эти члены, требуются дополнительные уравнения, обычно называемые моделью турбулентности.

Самый распространенный подход здесь – введение коэффициента турбулентной вязкости, согласно гипотезе Буссинеска. Данная гипотеза для несжимаемой жидкости может быть записана в виде:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_T \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k. \quad (6)$$

В данном уравнении δ_{ij} - символ Кронекера, а $k = -\frac{\tau_{ii}}{2\rho}$ - кинетическая энергия турбулентности.

Турбулентная теплопроводность вычисляется через турбулентное число Прандтля:

$$Pr_T = \frac{\mu_T c_p}{\lambda_T}. \quad (7)$$

Для многих течений справедлива гипотеза, что $Pr_T = 0.9$.

В данной работе рассматриваются несколько моделей, основанных на использовании концепции вихревой вязкости: среди них модели k-ε, RNG k-ε, SST и $\overline{v'^2} - f$.

В разделе даётся краткая формулировка данных моделей.

Модель k-ε:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \epsilon, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (9)$$

$$\nu_T = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (10)$$

$$\sigma_\varepsilon = 1.3; \quad c_{\varepsilon 1} = 1.44; \quad c_{\varepsilon 2} = 1.92; \quad c_\mu = 0.09. \quad (11)$$

где $P_k = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ – источник энергии турбулентности;

$\tau_{ij} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}$ – тензор напряжений Рейнольдса;

$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ – тензор скоростей деформации.

Модель RNG k-ε. Уравнения модели – такие же, как и для стандартной k-ε (см. уравнения (8)-(10)). Однако используются другие константы:

$$c_{\varepsilon 2}^* = 1.68 + \frac{c_\mu \eta^3 (1 - \eta / \eta_0)}{1 + \beta \eta^3}; \quad c_\mu = 0.0845, \quad \sigma_k = 0.7194, \quad (12)$$

$$\sigma_\varepsilon = 0.7194, \quad c_{\varepsilon 1} = 1.42, \quad \eta_0 = 4.38, \quad \beta = 0.012.$$

где $\eta = k \cdot \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} / \varepsilon$; (S_{ij} – тензор скоростей деформации).

При этом вихревая вязкость определяется из следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{d}{d\tilde{\nu}} \left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\rho \varepsilon \nu}} \right) = \frac{1.72 \cdot \tilde{\nu}}{\sqrt{\tilde{\nu}^3 - 1 + C_\nu}} \quad (13)$$

где $\tilde{\nu} = \frac{\nu + \nu_T}{\nu}$, $C_\nu \approx 100$.

Модель SST Ф.Р. Ментера (1993):

$$\frac{D\rho k}{Dt} = P_k - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (14)$$

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} = \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \quad (15)$$

где $D/Dt = \partial/\partial t + u_i \cdot \partial/\partial x_i$.

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4); \quad \arg_1 = \min \left[\max \left\{ \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right\}, \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2} \right]; \quad (16)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left[2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right].$$

При этом турбулентная вязкость определяется как:

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega; \Omega F_2)}, \quad (17)$$

где $a_1 = 0.31$ - числовой коэффициент, $\Omega = |\nabla \times \mathbf{u}|$ - величина модуля вектора завихрённости. F_2 - вторая весовая функция. Ниже представлен способ её вычисления:

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2); \quad \arg_2 = \max\left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega}\right), \quad (18)$$

где d - расстояние до ближайшей стенки.

Набор констант модели SST ϕ будет вычисляться следующим образом:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2. \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\beta_1}{\beta_\infty^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta_\infty^*}}; \quad \sigma_{k1} = 0.85; \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5; \quad \beta_1 = 0.072; \\ \gamma_2 &= \frac{\beta_2}{\beta_\infty^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^2}{\sqrt{\beta_\infty^*}}; \quad \sigma_{k2} = 1.0; \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856; \quad \beta_2 = 0.0828; \\ &\beta_\infty^* = 0.09; \quad \kappa = 0.41; \quad \beta_r = 0.31. \end{aligned} \quad (20)$$

Модель $\overline{v'^2} - f$ включает уравнения (8) и (9), а также уравнения для $\overline{v'^2}$ и f :

$$\frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial x_j} = kf - \frac{\overline{v'^2}}{k} \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{v'^2}} \right) \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial x_j} \right] \quad (21)$$

$$L^2 \nabla^2 f - f = \frac{C_1 - 1}{T} \left(\frac{\overline{v'^2}}{k} - \frac{2}{3} \right) - C_2 \frac{P_k}{\varepsilon} \quad (22)$$

В данных уравнениях L - масштаб длины, а T - масштаб времени. Они вычисляются следующим образом:

$$L = C_L \max \left[\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \right]; \quad T = \max \left[\frac{k}{\varepsilon}, C_T \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \right] \quad (23)$$

При этом турбулентная вязкость вычисляется как:

$$\nu_T = C_\mu \overline{v'^2} T \quad (24)$$

Приведём набор констант:

$$C_\mu = 0.22; \quad \sigma_{v'^2} = 1; \quad C_1 = 1.4; \quad C_2 = 0.45; \quad C_T = 6; \quad C_L = 0.25; \quad C_\eta = 85 \quad (25)$$

Ещё одним подходом к моделированию турбулентности является непосредственное моделирование переноса каждого из компонентов тензора рейнольдсовых напряжений.

Данная модель может быть записана следующим образом:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + u_k \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} = -\tau_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - \tau_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \Pi_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} + C_{ijk} \right] + \varepsilon_{ij} \quad (26)$$

При этом полагают, что:

$$C_{ijk} = -\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} \quad (27)$$

где $\sigma_k = 0.82$, а вихревая вязкость вычисляется согласно формуле (10).

При этом энергия турбулентности $k = -0.5\tau_{ii} / \rho$.

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} = & C_1 \beta_{RSM}^* \omega \cdot \left[\tau_{ij} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \right] - \widehat{\alpha}_0 \left(P_{ij} - \frac{1}{3} P_{kk} \delta_{ij} \right) - \\ & - \widehat{\beta}_0 \left[D_{ij} - \frac{1}{3} P_{kk} \delta_{ij} \right] - k \widehat{\gamma}_0 \left(S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

где $D_{ij} = \tau_{im} \frac{\partial u_m}{\partial x_j} + \tau_{jm} \frac{\partial u_m}{\partial x_i}$;

$$\beta_{RSM}^* = \beta_\infty^* \left(\frac{4/15 + (k/8\nu\omega)^4}{1 + (k/8\nu\omega)^4} \right) f_\beta, \quad \text{— модифицированная константа } \beta_\infty^* \text{ (см. (20));}$$

$$\chi_k = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; \quad f_\beta = \begin{cases} 1; & \chi_k < 0 \\ \frac{1 + 640\chi_k}{1 + 400\chi_k}; & \chi_k \geq 0 \end{cases}; \quad P_{ij} = \tau_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \tau_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k};$$

$$\widehat{\alpha}_0 = 0.891, \quad \widehat{\beta}_0 = 0.196, \quad \widehat{\gamma}_0 = 0.495.$$

В случае приводимой здесь модели тензор диссипации записывается следующим образом:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \rho \beta_{RSM}^* k \omega \delta_{ij} \quad (29)$$

Средняя скорость диссипации вихрей ω определяется из стандартного уравнения модели k - ω :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho\omega) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho\omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\omega}{k} P_k - \rho \beta_1 f_\omega^* \omega^2 \quad (30)$$

$$\text{где } f_\omega^* = \frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega}, \quad \chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\beta_\infty^* \omega)^3} \right|, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

В Разделе 2 описывается численный метод решения рассмотренной системы уравнений, а именно – метод контрольного объёма.

Для вычисления величин на гранях объёмов используется схема против потока второго порядка:

$$\varphi_f = \varphi + \psi \nabla \varphi \cdot \delta \mathbf{R} \quad (31)$$

где величина φ и её градиент $\nabla \varphi$ берётся в ячейке против потока, $\delta \mathbf{R}$ – вектор соединяющий центр ячейки против потока с соответствующей гранью, ψ – дифференцируемый ограничитель.

Вычисление градиента величин производится на основе дискретного аналога теоремы Гаусса.

$$\psi = \frac{1}{\Delta_-} \left[\frac{(\Delta_+ + \varepsilon^2)\Delta_- + 2\Delta_-^2\Delta_+}{\Delta_+^2 + 2\Delta_-^2 + \Delta_+\Delta_- + \varepsilon^2} \right] \quad (32)$$

где $\Delta_- = \varphi_f - \varphi$; $\Delta_+ = \begin{cases} \varphi_{\max} - \varphi; \Delta_- > 0 \\ \varphi_{\min} - \varphi; \Delta_- < 0 \end{cases}$; $\varepsilon = 0.05 \cdot [\max(\varphi) - \min(\varphi)]$; φ_{\max} – локальное максимальное значение φ в узлах рассматриваемой ячейки сетки; φ_{\min} – локальное минимальное значение φ в узлах рассматриваемой ячейки сетки; $\max(\varphi)$ – максимальное значение φ во всей расчётной области; $\min(\varphi)$ – минимальное значение φ во всей расчётной области.

Для аппроксимации производной по времени принималась неявная схема второго порядка:

$$\frac{3\varphi^{n+1} - 4\varphi^n + \varphi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\varphi^{n+1}) \quad (33)$$

Схема интерполяции поля давления была составлена согласно методу Ри и Чоу (1983).

Система алгебраических линейных уравнений решалась алгебраическим мультисеточным методом.

В **разделе 3** проведён критический анализ несоответствий между данными экспериментов, выполненных в МАИ Г.А. Дрейцером, В.М.Краевым и др. (1973-2011) и расчётов, проведенных Е.П.Валуевой и Чэнь Лэем (2000), и И.В.Деревичем (2005). Установлено, что данные расчётов указанных авторов следует принимать во внимание с большой осторожностью при разработке новой модели турбулентности в виду их неподтвержденности экспериментальным материалом и отдельных противоречий в используемых авторами моделях.

Основное содержание раздела 3 – тестирование (валидация) рассмотренных в разделе 1 моделей турбулентности на предмет их адекватности при моделировании турбулентных течений в условиях гидродинамической нестационарности.

Для выполнения задачи валидации моделей турбулентности на предмет адекватности моделирования течений в каналах с переменным расходом была создана расчётная модель, учитывающая геометрию экспериментальной установки кафедры «Авиационно-космической теплотехники» МАИ: труба диаметром 42.8 мм и длиной 3 м.

Вдоль канала расчетная сетка имела 3000 расчётных ячеек, а по радиусу – для всех моделей, кроме k - ε , 200 ячеек (со сгущением у стенки с целью

обеспечить $y^+ < 1$). Для модели k - ϵ – вдоль радиуса количество ячеек выбиралось таким образом, чтобы обеспечить y^+ не менее 11.5.

В качестве модельной кривой расхода была принята:

$$G = G_{st} + 0.5(G_{end} - G_{st}) \cdot \left(\tanh\left(\frac{Ho - 0.5}{a}\right) + 1 \right) \quad (34)$$

где $a = \sqrt{\frac{d}{g} \frac{G_{end} - G_{st}}{G_{end} + G_{st}} \frac{1}{K_{g\text{ext}}^* \cdot t_{\text{max}}}}$; индексы st и end означают значения на момент начала и конца нестационарного процесса соответственно; $K_{g\text{ext}}^*$ – экстремальное значение критерия нестационарности; t_{max} – общее время протекания процесса.

По результатам расчётов можно сделать вывод, что наилучшего совпадения с экспериментальными данными удалось добиться, используя модель SST.

Сводные результаты расчётов с помощью разных моделей приведены на Рис. 3 и Рис. 4.

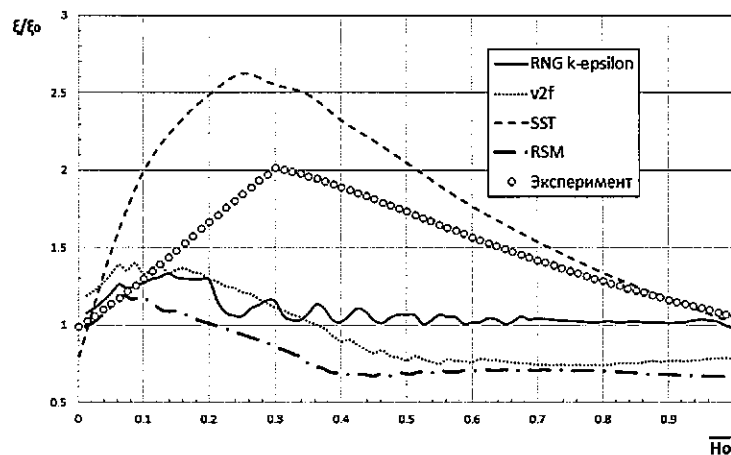


Рис. 3 Сравнение численных расчётов с результатами эксперимента при ускорении потока. Режимные параметры: $Re=6200 \dots 18700$, $K_{g\text{max}}^* = 0.059$

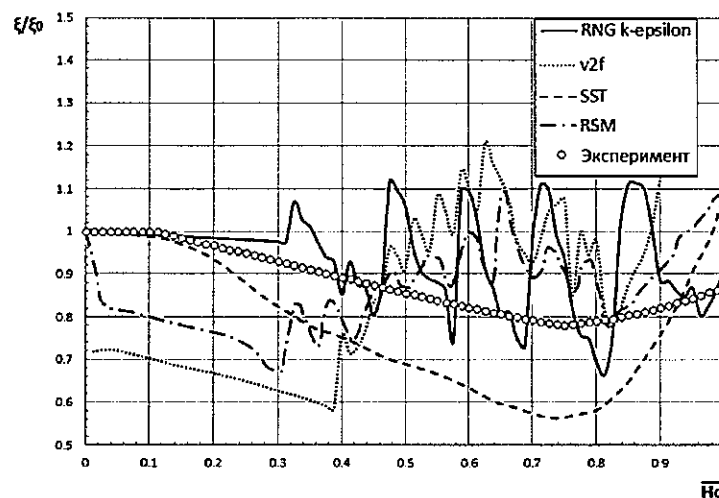


Рис. 4 Сравнение численных расчётов с результатами эксперимента при замедлении потока. Режимные параметры: $Re=6200 \dots 18700$, $K_{g\text{min}}^* = -0.059$

По результатам валидации можно сделать следующие выводы:

– Из рассмотренных в разделе моделей турбулентности сходные с экспериментальными данными результаты даёт только модель SST.

– Высокорейнольдсовские модели турбулентности в принципе не способны хоть как-то учесть эффект нестационарности.

– Модель SST является низкорейнольдсовской, и в связи с этим расчёты с применением данной модели требуют существенного времени и затрат вычислительных ресурсов.

– Модель SST хоть и даёт результаты, сходные с экспериментальными данными, на некоторых режимах существенно завышает эффект нестационарности.

– В связи с указанными выше причинами необходима разработка более адекватной модели турбулентности, которая с одной стороны будет обеспечивать лучшее совпадение с экспериментальными данными, а с другой – меньшие требования к вычислительным ресурсам. Для создания такой модели выполнены дополнительные экспериментальные исследования, а также проведены более тщательный анализ и обобщение экспериментальных и теоретических данных.

В **разделе 4** приведено описание экспериментальной установки и анализ экспериментальных и теоретических данных по турбулентным течениям с переменным расходом.

Экспериментальный участок выполнен из трубы, изготовленной из нержавеющей стали X18H9T с внутренним диаметром $d=42.8$ мм и толщиной стенки $\delta=0.6$ мм. Участок расположен вертикально. Исследования структуры турбулентного потока проводены с помощью термоанемометрической аппаратуры. В качестве таковой был выбран термоанемометрический блок фирмы TSI.

Анализ показал, что погрешность измерения турбулентной вязкости не превышает на данном стенде 6%.

На основании анализа полученных экспериментальных данных была составлена эмпирическая модель вихревой вязкости в канале. Данная модель имеет следующий вид:

$$\Omega = \frac{\nu_T}{\nu_{T0}} = 1 + \alpha \operatorname{sech} \left(\frac{y^+ - \varphi}{\beta} \right), \quad (35)$$

где α характеризует амплитуду пика вихревой вязкости, φ – сдвиг пика относительно стенки канала, β – ширину пика.

При этом α в большей степени является характеристикой нестационарности, а β отражает конвективную составляющую переноса скалярной функции Ω и зависит в основном от числа Рейнольдса.

При ускорении потока:

$$\alpha_a = \frac{6.254 \cdot \sqrt{K_g^*}}{\text{Re}^{0.01}} \quad (36)$$

$$\varphi_a = -16.7 + 388.5 \cdot K_g^* - 2300 K_g^{*2} + 3.688 \left(\frac{\text{Re}}{10^3} \right) - 8.65 \cdot \left(\frac{\text{Re}}{10^3} \right)^2 - 6.67 K_g^* \cdot \left(\frac{\text{Re}}{10^3} \right) \quad (37)$$

$$\beta_a = -7.437 + 0.031 \cdot \text{Re}^{0.8} \cdot K_g^{*0.25} \quad (38)$$

При замедлении потока:

$$\alpha_d = -11.237 \cdot \frac{\sqrt{|K_g^*|}}{\text{Re}^{0.2}}, \quad (39)$$

$$\varphi_d = \tanh(3784\eta) \cdot \left(1.176 + 1.704 \cdot \frac{\text{Re}}{10^3} - 147.9\eta \right) + 2.9 \frac{\text{Re}}{10^3} + 2.558\eta + 6.75, \quad (40)$$

$$\beta_d = \tanh(5046 \cdot \eta) \left(0.237 + 0.535 \cdot \frac{\text{Re}}{10^3} + 300\eta \right) + 1.177 \frac{\text{Re}}{10^3} - 175.68\eta - 0.9 \quad (41)$$

где $\eta = \frac{\partial}{\partial t} (K_g^*) \cdot \sqrt{\frac{d}{g}}$.

Данные формулы применимы для диапазона чисел Рейнольдса от 3000 до 30000 и абсолютных значений критерия нестационарности K_g^* от 0 до 0.111 и согласуются с экспериментом со средним отклонением $\pm 5\%$. Сравнение полученных формул с экспериментом приводится на Рис. 5.

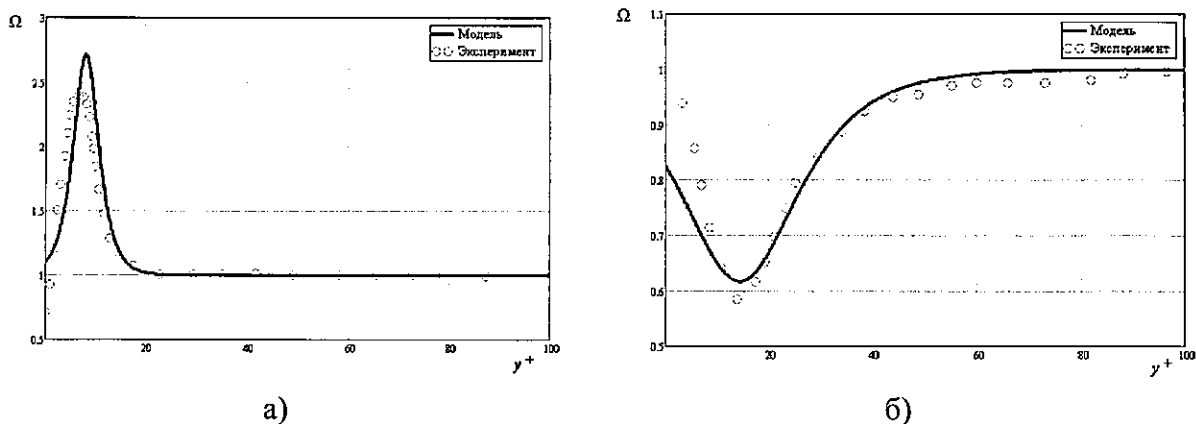


Рис. 5 Сравнение полученной модели с экспериментом. а) - ускорение потока $\text{Re}=3500$, $K_g^*=0.044$; б) - замедление потока $\text{Re}=8800$, $K_g^*=-0.044$, $\eta=-0.012$

При этом в ходе проведенного исследования установлено, что при ускорении потока ширина пика и сдвиг относительно стенки зависят от самого критерия нестационарности (т.е. от первой производной расхода по времени), а для замедления потока – от параметра η (т.е. от второй производной).

В разделе также приводятся данные о функции Ламберта, с помощью которой выводятся аналитические выражения для коэффициента трения и его производной по параметру для гладких и шероховатых труб.

Для гладкой трубы:

$$\xi_0 = [0.88 \cdot \text{LamW}(0.46 \cdot \text{Re})]^{-2} \quad (42)$$

$$\frac{\partial \xi_0}{\partial \lambda} = -1.55 \cdot \frac{\xi_0 \cdot K_\lambda}{\left(1 + \frac{1.29}{\sqrt{\xi_0}}\right)} \quad (43)$$

Для шероховатой трубы:

$$\xi_{0\varepsilon} = \frac{0.7}{\left[0.73 \cdot \text{LamW}\left(0.46 \text{Re} \cdot e^{0.12 \text{Re}_\varepsilon}\right) + 0.09 \text{Re}_\varepsilon\right]^2} \quad (44)$$

$$\frac{\partial \xi_{0\varepsilon}}{\partial \lambda} = -1.4 \cdot \frac{\xi_{0\varepsilon}^{3/2} \cdot K_\lambda \cdot \left(0.02 \cdot \text{Re}_\varepsilon^2 \sqrt{\xi_{0\varepsilon}} + 0.18 \text{Re}_\varepsilon \cdot \sqrt{\xi_{0\varepsilon}} + 0.2 \text{Re}_\varepsilon + 0.84\right)}{\left(0.18 \text{Re}_\varepsilon \cdot \sqrt{\xi_{0\varepsilon}} + 0.84\right)^3 \cdot \left(\sqrt{\xi_{0\varepsilon}} + 0.12 \text{Re}_\varepsilon \sqrt{\xi_{0\varepsilon}} + 1.1494\right)} \quad (45)$$

где $\text{Re}_\varepsilon = \text{Re} \varepsilon / D_h = \rho u \varepsilon / \mu$ – число Рейнольдса, вычисленное по характерному размеру шероховатости; $K_\lambda = \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial \text{Re}}{\partial \lambda}$.

Приводятся разработанные автором зависимости для коэффициента трения в нестационарных условиях.

$$\xi = \xi_0 + \frac{32 \cdot \nu F \rho}{d \cdot G^2} \cdot \left(\frac{\partial G}{\partial t} * W(t)\right) = \xi_0 + \frac{32 \cdot \nu F \rho}{d \cdot G^2} \int_0^t \frac{\partial G}{\partial \theta} W(t - \theta) d\theta \quad (46)$$

где θ – немая переменная, ξ_0 – квазистационарный коэффициент трения (который можно рассчитать по формулам (42) или (44)).

При ускорении:

$$W_a(t) = \frac{0.0025 \cdot \text{Re}(t) - 2.1}{2\sqrt{\pi\psi}} \exp\left(-\frac{\psi}{B^*}\right) \quad (47)$$

При замедлении:

$$W_d(t) = \frac{0.203 \exp\left(\frac{0.12 \text{Re}(t)}{10^3}\right)}{\sqrt{\pi\psi}} \exp\left(-\frac{\psi}{B^*}\right) \quad (48)$$

где $\psi = \frac{\nu \cdot t}{r_0^2}$; $B^* = \frac{12.86}{\text{Re}_0^{\lg(15.29 \text{Re}_0^{-0.0567})}}$, r_0 – радиус трубы, а индекс 0 означает, что

число Рейнольдса берётся в начале процесса.

Сравнение данных зависимостей с экспериментальными данными приводится на Рис. 6. В разделе также демонстрируется, что для рассматриваемого диапазона параметров в инженерных расчётах допустимо рассчитывать нестационарное число Нуссельта по классической

зависимости Петухова, связывающей коэффициенты трения и теплообмена:

$$Nu = 0.125 \cdot \xi \cdot Re \cdot Pr \left(1 + \frac{900}{Re} + 4.49 \cdot \sqrt{\xi} (Pr^{2/3} - 1) \right)^{-1} \quad (49)$$

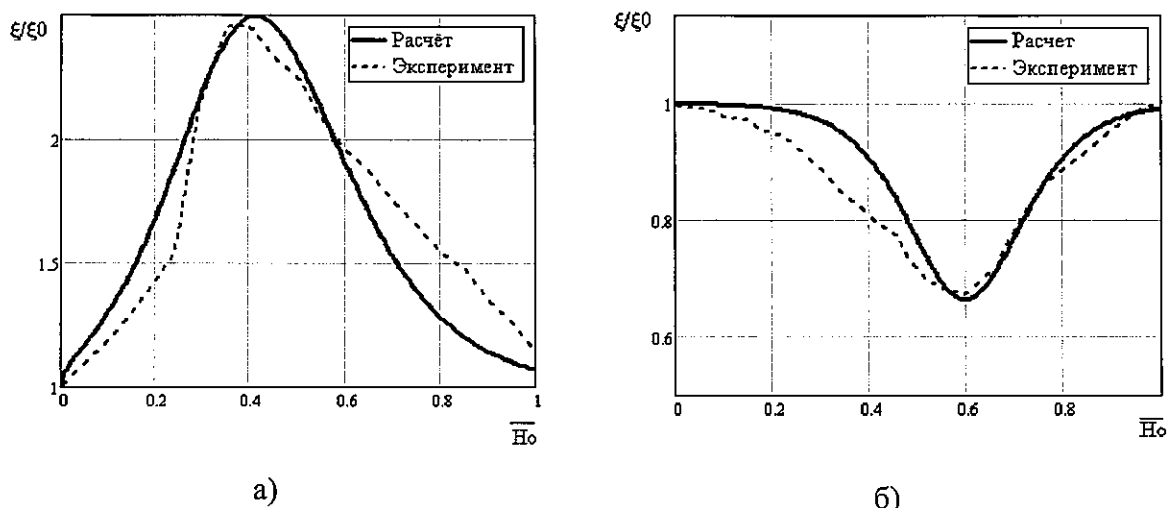


Рис. 6 Сравнение расчётной зависимости для нестационарного коэффициента трения с использованием (46) и экспериментальных данных. а) при ускорении б) при замедлении. Режимные параметры: $Re=3100 \dots 9300$, $|K_g^*|_{\max} = 0.111$

Раздел 5 посвящен разработке малозатратной модели турбулентности, позволяющей учитывать влияние нестационарности на течение в канале. В качестве основы была выбрана модель k-ε, для которой были составлены модернизированные функции стенки и добавлен дополнительный источник энергии турбулентности в уравнение для k.

Пристеночные функции для уравнения сохранения импульса имеют следующий вид:

$$u^+ = \begin{cases} \Psi \cdot y^+; & y^+ < 11.5 \\ \frac{\Psi}{\kappa} \ln(y^+) + 5.1; & y^+ \geq 11.5 \end{cases} \quad (50)$$

где $\Psi = 0.947 \cdot \left(\frac{\xi}{\xi_0} \right)^{-1.176}$.

Нестационарный эффект для процессов конвективного теплообмена в целом ниже такового для процессов турбулентного трения.

Функция стенки для температуры помимо свойств вещества и скорости в пристеночной области зависит от функции u^+ и турбулентного числа Прандтля Pr_T . Можно сделать вывод о переменности Pr_T под воздействием ускорения и замедления потока.

Для ускорения течения формула для турбулентного числа Прандтля записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} Pr_{ra} &= Pr_{r0} \cdot \left(1 + \frac{1}{G} \int_0^t \frac{\partial G}{\partial \theta} \cdot W_{Pr_a}(t-\theta) d\theta \right) \\ W_{Pr_a} &= \frac{1}{2\sqrt{\pi} Fo} \exp \left(-\frac{Re_0^{\lg(15.29 Re_0^{-0.0567})}}{4090} Fo \right) \end{aligned} \quad (51)$$

При замедлении течения:

$$\begin{aligned} Pr_{rd} &= Pr_{r0} \left[1 + \frac{1}{(1-20K_g^*)^{0.9} \cdot G} \int_0^t \frac{\partial G}{\partial \theta} \cdot W_{Pr_d}(t-\theta) d\theta \right] \\ W_{Pr_d} &= \frac{1}{2\sqrt{\pi} Fo} \exp \left(-\frac{Re_0^{\lg(15.29 Re_0^{-0.0567})}}{18.37} Fo \right) \end{aligned} \quad (52)$$

где $Fo = \frac{at}{r_0^2}$ – число Фурье.

Сравнение данных экспериментов и результатов расчётов показывают, что дополнительная генерация турбулентной энергии, обусловленная гидродинамической нестационарностью имеет место в основном в пристеночной области, которая в случае использования высокорейнольдсовской модели турбулентности в основном находится в пределах между непосредственно поверхностью стенки и первым пристеночным расчётным узлом. В данной зоне расчёт течения ведётся с помощью пристеночных функций.

Однако не следует забывать, что часть области, где происходит генерация турбулентности вследствие нестационарного эффекта, лежит за пределами «зоны действия» пристеночных функций и поэтому необходимо ввести в уравнение для переноса кинетической энергии турбулентности дополнительный генеративный член, моделирующий нестационарный эффект.

Данный генеративный член может быть получен при использовании данных по турбулентной вязкости, обобщенных в данной работе.

Были получены два выражения для источника турбулентности: явный и неявный.

В первом случае выражение для источника не зависит от k :

$$S_k = \frac{3}{\beta_r} (\sqrt{\Omega} - 1) K_g^* \sqrt{\frac{g}{d}} \tau_w \cdot \left(1 - \frac{1}{1.29 \left(1 + \frac{1.29}{\sqrt{\xi_0}} \right)} \right) \quad (53)$$

Во втором случае:

$$S_k = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\Omega}}\right) \frac{\partial k}{\partial t} \quad (54)$$

И тогда уравнение для k после преобразований принимает вид:

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \sqrt{\Omega} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} - u_j k \right] + P_k - \varepsilon \right\}, \quad (55)$$

Для рассматриваемого в данной работе диапазона параметров разработанные подходы дают сходные результаты, однако первый имеет несколько более простую численную реализацию.

Полученная модель может быть легко модернизирована для более широкого диапазона параметров и для более широкого круга задач (как например внешнее обтекание) путём внесения необходимых поправок в функцию Ω и зависимости для коэффициента трения.

Результаты расчётов при ускорении потока представлены на Рис. 7 и Рис. 8, а при замедлении – на Рис. 9 и Рис. 10.

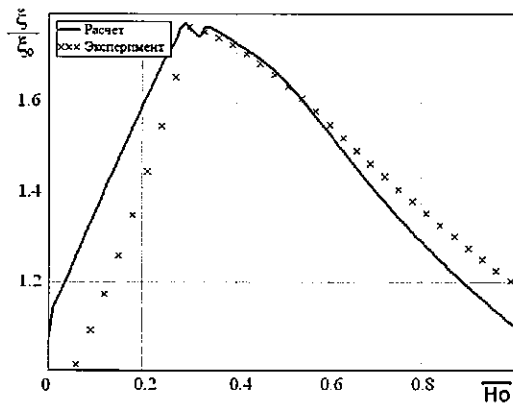


Рис. 7 Расчет коэффициента трения при ускорении потока в сравнении с экспериментальными данными.
 $Re=6200 \dots 18700$, $T_w/T_f=1.18$, $K_g^*_{max}=0.035$

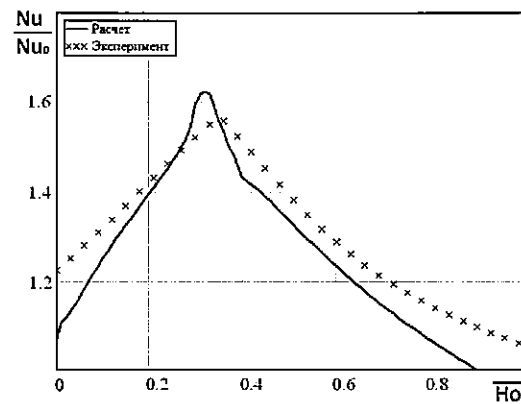


Рис. 8 Расчет числа Нуссельта при ускорении потока в сравнении с экспериментальными данными.
 $Re=6200 \dots 18700$, $T_w/T_f=1.18$, $K_g^*_{max}=0.035$

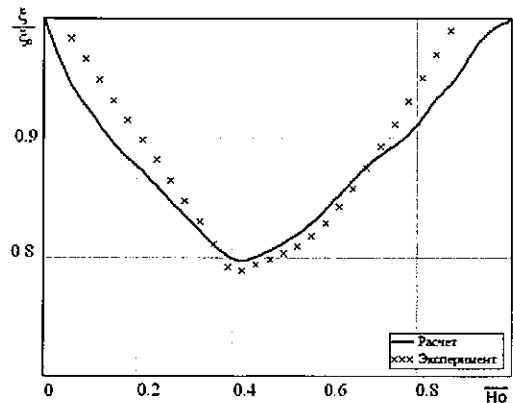


Рис. 9 Расчет коэффициента трения при замедлении потока в сравнении с экспериментальными данными.
 $Re=18700 \dots 6200$, $T_w/T_f=1.18$, $K_g^*_{min}=-0.035$

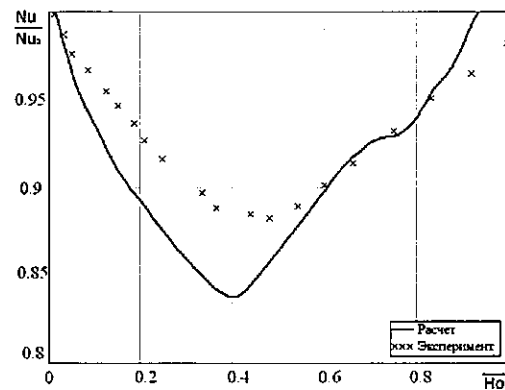


Рис. 10 Расчет числа Нуссельта при замедлении потока в сравнении с экспериментальными данными.
 $Re=18700 \dots 6200$, $T_w/T_f=1.18$, $K_g^*_{min}=-0.035$

Как видно из приведённых рисунков, полученная модель хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Основные выводы

1. Существующие высокорейнольдсовские модели турбулентности в принципе не способны учесть эффект нестационарности. Из рассмотренных в работе моделей турбулентности близкие с экспериментальными данными результаты даёт только модель Менгера SST, являющаяся низкорейнольдсовской. Однако она хоть и даёт результаты, сходные с экспериментальными данными, на некоторых режимах существенно завышает нестационарный эффект.

2. В ходе работы впервые получены универсальные аналитические выражения для коэффициента трения и его производной по параметру для течения в каналах для гладких и шероховатых труб.

3. В работе были предложены обобщающие зависимости для инженерных расчетов нестационарных коэффициентов трения и теплоотдачи при ускорении и замедлении газового потока в трубе. Особенностью зависимостей является возможность их применения для любой монотонной кривой изменения расхода и хорошая сходимость с данными экспериментов по гидродинамически нестационарному течению газов в каналах.

4. На основании анализа экспериментальных данных была составлена эмпирическая модель вихревой вязкости в канале. По физической природе полученная зависимость для вихревой вязкости аналогична бегущей волне, возникающей на стенке и направляющейся к ядру потока. В работе показано, что с увеличением числа Рейнольдса амплитуда пика данной волны убывает, а его ширина и сдвиг относительно стенки канала – увеличиваются как для ускорения, так и для замедления потока. Полученная модель применима для диапазона чисел Рейнольдса от 3000 до 30000 и абсолютных значений критерия нестационарности Kg^* от 0 до 0.111

5. Анализ модели вихревой вязкости в канале выявил влияние второй производной по времени от расхода на профиль турбулентной вязкости при гидродинамически нестационарном течении газа в канале.

6. Установлено влияние гидродинамической нестационарности на турбулентное число Прандтля. В работе предложены формулы для расчёта турбулентного числа Прандтля в зависимости от ускорения или замедления потока.

7. Предложена и апробирована незатратная математическая модель турбулентности, позволяющая проводить расчёты гидродинамически нестационарных турбулентных течений газов в каналах при наличии и в отсутствии теплообмена. Данная модель сопоставлена с экспериментальными данными для диапазона чисел Рейнольдса от 3000 до 30000 и абсолютных значений критерия нестационарности Kg^* от 0 до 0.111 и показала достаточную степень сходимости расчётных данных и эксперимента.

Список работ, опубликованных по теме диссертации

1. Краев В.М., Мякочин А.С., Янышев Д.С. Эмпирическая модель расчёта вихревой вязкости при течении газов в каналах в условиях монотонного изменения расхода // Тепловые процессы в технике. 2012. №2. С.50-55.

2. Краев В.М., Янышев Д. С. О расчете гидродинамики и теплообмена в случае нестационарного турбулентного течения в каналах ЭУ ЛА // Вестник МАИ, 2009 г., Т.16, № 5, С. 64-72

3. Краев В.М., Янышев Д.С. Проблемы расчёта переходных процессов в при турбулентном течении в каналах энергетических установок ЛА // Труды МАИ, № 37 – 2010 г.

4. Янышев Д.С. Применение функции Ламберта в теории турбулентного трения // Труды МАИ, № 50 – 2012 г.

5. Краев В.М., Янышев Д.С. Обобщение экспериментальных данных о вихревой вязкости при течении газов в каналах в условиях монотонного изменения расхода // Сборник тезисов XV международной научной конференции «Решетневские чтения», Красноярск, 10-12 ноября 2011 года. Ч.1. С.182-183.

6. Янышев Д.С. К анализу нестационарного турбулентного течения в каналах// Труды XVII Школы-семинара молодых учёных и специалистов под руководством академика РАН А.И.Леонтьева. Т.1. М: Издательский дом МЭИ, 2009. С.449-452.

7. Янышев Д.С. Моделирование структуры турбулентных течений, теплообмена и гидродинамики в условиях гидродинамической нестационарности// Сборник трудов Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов "Будущее машиностроения России", 2008 г., М.: издательство МГТУ им. Баумана., тезисы доклада.

8. Янышев Д. С. К вопросу о расчете гидродинамически нестационарных течений и оптимизации процессов с ними связанных// Наука и образование, №10, октябрь 2009.

9. Янышев Д.С. К вопросу о расчете гидродинамически нестационарных течений и оптимизации процессов с ними связанных// Сборник трудов Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов "Будущее машиностроения России", 2009 г., М.: издательство МГТУ им. Баумана., тезисы доклада.

10. Янышев Д.С. Моделирование структуры турбулентных течений, теплообмена и гидродинамики в условиях гидродинамической нестационарности// Материалы XII международной конференции "Решетневские чтения", Красноярск, изд-во СибГАУ им. М.Ф. Решетнева, тезисы доклада.

11. Янышев Д.С. К вопросу о расчете турбулентных течений с переменным расходом в каналах энергетической установки летательного аппарата и оптимизация процессов, с ними связанных// Материалы XIII международной конференции "Решетневские чтения", Красноярск, изд-во СибГАУ им. М.Ф. Решетнева.

12. Аникеев А.А., Молчанов А.М., Янышев Д.С. Основы вычислительного теплообмена и гидродинамики // Москва, Либроком, 2010. 152 стр.

Подписано в печать: 28.06.12
Объем: 1,5 усл.п.л.
Тираж: 100 экз. Заказ № 124
Отпечатано в типографии «Реглет»
119526, г.Москва, ул.Бауманская, д.33
(495)979-96-99; www.reglet.ru