

На правах рукописи



Корольский Владислав Валентинович

**МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ  
КОНСТРУКТИВНО АНИЗОТРОПНЫХ ПАНЕЛЕЙ  
НЕСУЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ  
ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ  
С ОГРАНИЧЕНИЯМИ ПО УСТОЙЧИВОСТИ  
НА ОСНОВЕ УТОЧНЁННОЙ ТЕОРИИ**

Специальность 2.5.13.

«Проектирование, конструкция, производство, испытания и эксплуатация  
летательных аппаратов»

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Москва – 2025

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

**Научный                    Гавва Любовь Михайловна**

**руководитель:** доктор технических наук

**Официальные    Острик Афанасий Викторович**

**оппоненты:** доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела экстремальных состояний вещества Федерального исследовательского центра проблем химической физики и медицинской химии РАН (ФИЦ ПХВ и МХ РАН), МО, г. Черноголовка

**Федулов Борис Никитович**

доктор физико-математических наук, профессор кафедры теории пластичности механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (МГУ имени М.В. Ломоносова), Москва

**Ведущая                    Акционерное общество «Центральный научно-  
организация:** исследовательский институт специального машиностроения» (АО «ЦНИИСМ»), МО, г. Хотьково

Защита диссертации состоится «18» декабря 2025 года в 14 часов 00 минут на заседании диссертационного совета 24.2.327.09 в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу: 125993, г Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте МАИ по ссылке: [https://mai.ru/events/defence/?ELEMENT\\_ID=186240](https://mai.ru/events/defence/?ELEMENT_ID=186240)

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2025 года.

Отзыв на автореферат, заверенный печатью учреждения, просим направлять по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4. Ученый совет МАИ.

Учёный секретарь  
диссертационного совета  
24.2.327.09, к.т.н., доцент



Д.Ю. Стрелец

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы исследования

Согласно государственной программе Российской Федерации «Развитие авиационной промышленности на 2013 – 2025 годы» и Распоряжению Правительства Российской Федерации от 25.06.2022 № 1693-р «Об утверждении комплексной программы развития авиационной отрасли Российской Федерации до 2030 года» перед российской авиационной отраслью стоит ряд ключевых целей, которые оказывают непосредственное влияние на развитие отрасли:

- разработка и производство новых видов воздушных судов,
- удовлетворение потребностей внутрироссийских перевозок за счет авиационной техники российского производства,
- обеспечение поэтапного импортозамещения ключевых компонентов и технологий с целью снижения риска срыва программ создания новой авиационной техники.

В настоящее время в авиационной промышленности сохраняются компетенции по разработке и серийному выпуску гражданской продукции во всех основных подотраслях – самолетостроении, вертолетостроении и агрегатостроении.

Перспективными проектами, направленными на решение проблем авиационной отрасли, являются самолёты ШФДМС – широкофюзеляжный дальнемагистральный самолёт и ближне-среднемагистральный самолёт МС-21 (Рисунки 1, 2). В конструкциях самолётов широко применяются полимерные композиционные материалы (ПКМ) как в слабонагруженных элементах конструкции, так и в основной силовой конструкции планера. Применение ПКМ позволяет проектировать и производить конструкции, обладающими высокими аэродинамическими и весовыми характеристиками.



**Рисунок 1 – Макет самолёта ШФДМС**

Преимущества достигаются за счёт высоких удельных жесткостных и прочностных характеристик рассматриваемых материалов. Замена традиционно применяемых алюминиевых сплавов на композиционные материалы позволяет, при правильном проектировании конструкции, снизить массу на 30% при сохранении несущей способности. Тем не менее, вопросы, связанные с весовой

эффективностью применения композитов в гражданском авиастроении, остаются открытыми. Применяемые в несущих конструкциях ПКМ обладают рядом особенностей, включая анизотропию свойств слоистой структуры, которые необходимо учитывать при проектировании современных образцов авиационной техники.



**Рисунок 2 – Самолёт MC-21**

Российская авиационная наука располагает компетенциями мирового уровня практически по всем направлениям теоретических и экспериментальных исследований, что позволяет создавать, поддерживать и развивать научно-технологический базис для разработки конкурентоспособной авиационной техники.

Ключевым направлением для реализации потребностей авиационной промышленности является внедрение цифровых технологий в процесс проектирования образцов авиационной техники. Современной авиационной науке свойственно применение цифровых моделей, основа которых – точное понимание физики исследуемых явлений, что позволяет в значительной степени совершенствовать процесс проектирования, адаптируя проектирование к современным требованиям и ускоряя разработку новых изделий авиационной техники. Применение методов математического моделирования является важным инструментом, который способствует синтезу эффективных и безопасных авиационных конструкций, обеспечивая высокую точность на всех этапах разработки.

В связи с расширением применения ПКМ в конструкции воздушного судна для изготовления основных несущих элементов (Рисунок 3), а также созданием и развитием методов расчета на прочность элементов планера, актуальна задача разработки метода проектирования силовых элементов конструкций авиационной техники из ПКМ.



**Рисунок 3 – Стрингерная панель из ПКМ**

Совершенствование весовых характеристик достигается за счет оптимизации композитных конструкций методами математического моделирования, что позволяет точно прогнозировать поведение конструкции в различных условиях эксплуатации, способствует созданию эффективных и экономичных авиационных решений, которые соответствуют современным требованиям безопасности.

Внедрение методов математического моделирования в процесс проектирования и отработки прочности авиационных конструкций требует создания соответствующей методологической базы, когда задача устойчивости в уточнённой постановке и задача устойчивости с учётом деформаций поперечного сдвига для панелей с обшивками средних и больших толщин рассматриваются на ранних этапах проектирования.

Разработке метода, позволяющего на ранних этапах проектирования с высокой степенью достоверности определять оптимальные параметры конструкции, посвящена диссертационная работа, что подтверждает актуальность темы диссертации.

Сокращение сроков проектирования является одной из главных целей, обеспечивающей конкурентоспособность российской авиации на международном рынке.

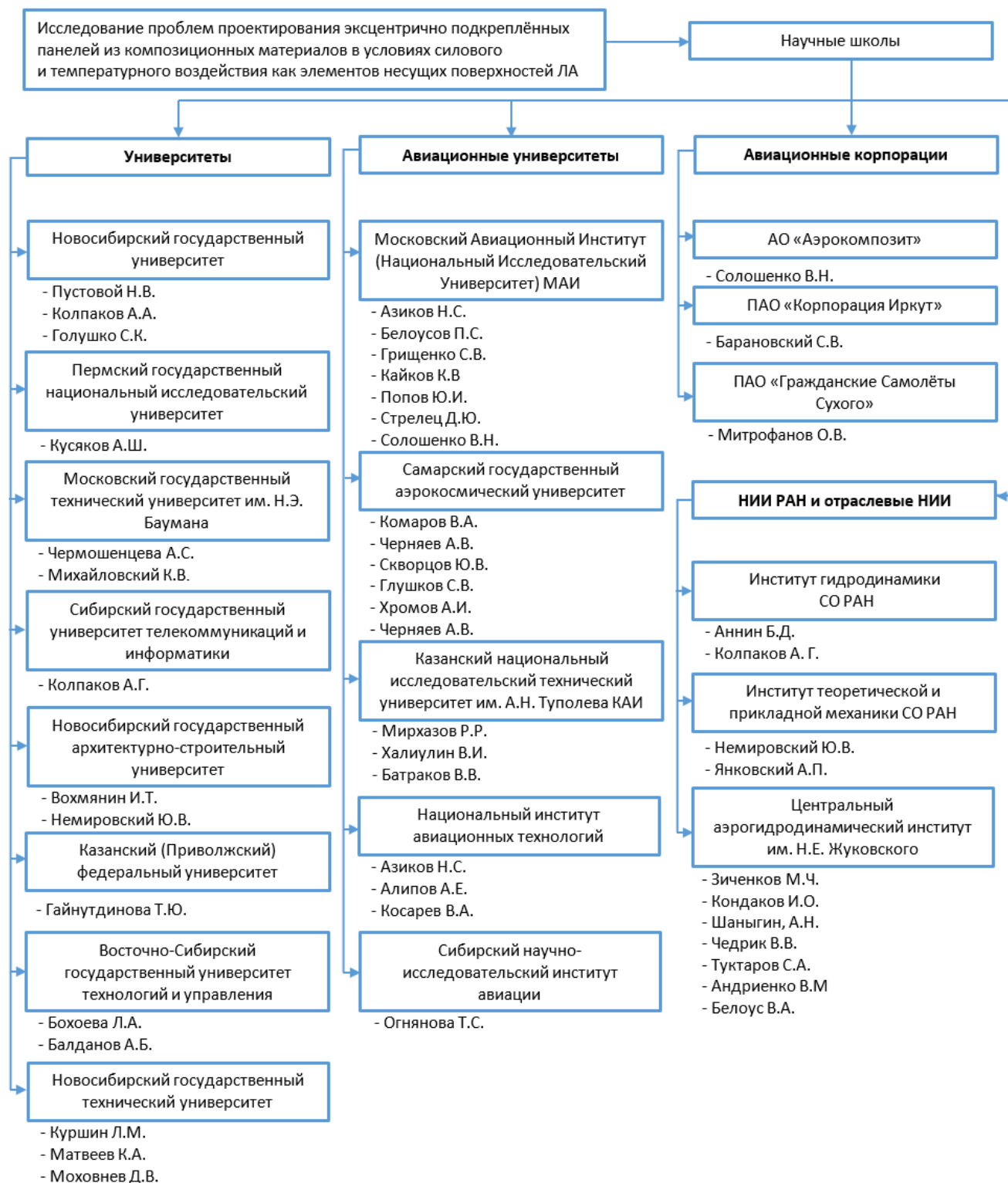
#### **Степень разработанности темы**

Основные направления исследования, посвящённые проблеме проектирования конструктивно анизотропных панелей летательных аппаратов из композиционных материалов, проанализированы в главе 1.

В обзоре рассматриваются математические модели и методы исследования конструктивно анизотропных панелей. Проведена классификация работ по объектам исследования и методам проектирования.



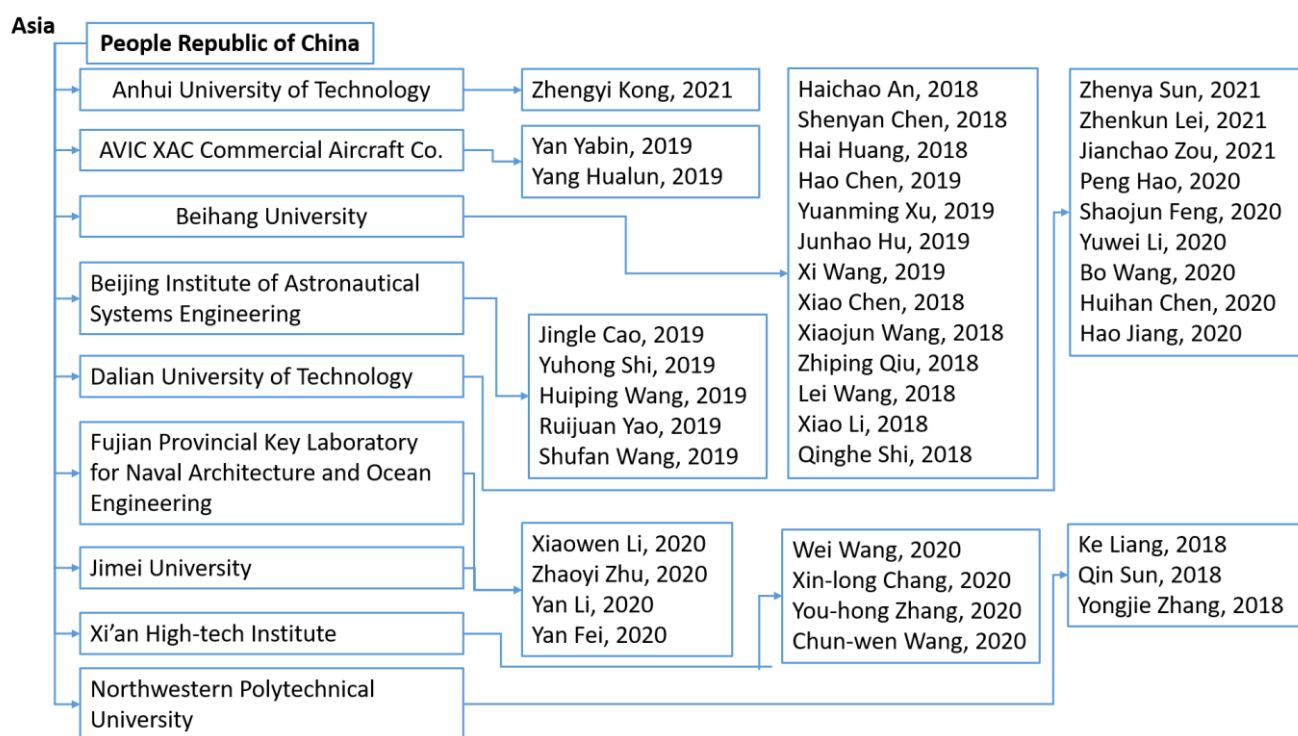
В российских государственных и технических университетах, авиационных университетах, НИИ РАН и отраслевых НИИ, в авиационных корпорациях сложились научные школы и направления исследования проблем проектирования эксцентрично подкреплённых прямоугольных панелей из композиционных материалов (Рисунок 4).



**Рисунок 4** – Российские научные школы, занимающиеся проблемами проектирования конструктивно анизотропных панелей из ПКМ

Проблемой проектирования конструктивно анизотропных панелей летательных аппаратов из композиционных материалов занимаются научные коллективы из разных стран, что свидетельствует об актуальности темы. Представлен обзор научных школ, как отечественных, так и зарубежных.

На Рисунке 5 приведены зарубежные научные школы по проблеме проектирования конструктивно анизотропных панелей из ПКМ: научные школы КНР.



**Рисунок 5** – Научные школы КНР по проблеме проектирования конструктивно анизотропных панелей из ПКМ

Представленный обзор российских и зарубежных публикаций даёт возможность оценить современное состояние вопроса, очерчивает область научных исследований.

### **Цель работы**

Разработка метода оптимального проектирования конструктивно анизотропных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов из композиционных материалов с ограничениями по устойчивости на основе уточнённой теории и реализация оптимальных размерно-весовых проектов.

### **Задачи исследования**

Для достижения цели сформулированы следующие задачи:

- проведение аналитического и численного исследования устойчивости конструктивно-анизотропных панелей ЛА различных типов при действии эксплуатационных нагрузок и сопоставление полученных результатов с экспериментальными данными,
- выбор критериев оптимальности для проектирования панелей, различных по классификационным признакам:

- тонкостенных обшивок из композиционных материалов,
- композитных обшивок средней и большой толщины,
- подкреплённых тонкостенных панелей из композиционных материалов,
- разработка алгоритма оптимального проектирования конструктивно анизотропных тонкостенных обшивок из композиционных материалов,
- разработка ограничений по устойчивости для оптимального проектирования конструктивно анизотропных обшивок средней и большой толщины,
- разработка алгоритма оптимального проектирования конструктивно анизотропных подкреплённых тонкостенных панелей из композиционных материалов,
- создание программного обеспечения, реализующего разработанные алгоритмы,
- апробация разработанного метода и алгоритмов на прикладных задачах.

#### **Объект исследования**

Объектом исследования являются конструктивно анизотропные панели несущих поверхностей ЛА:

- изготовленные из полимерных волокнистых композиционных материалов с эксцентричным продольно-поперечным набором,
- многослойные композитные с несимметричной по толщине структурой пакета – элементы конструкции несущих поверхностей ЛА между стрингерами и нервюрами.

#### **Научная новизна**

**К новым научным результатам относятся:**

- **разработка нового метода** оптимального проектирования конструктивно анизотропных панелей несущих поверхностей ЛА из композиционных материалов с аналитическими ограничениями в соответствии с уточнённой теорией потери устойчивости для реализации оптимальных размерно-весовых проектов,
- **формирование новой математической модели** для исследования с учётом деформаций поперечного сдвига статической прочности и устойчивости конструктивно анизотропных композитных панелей ЛА с обшивкой средней и большой толщины, находящихся в условиях механического воздействия,
- **построение новых аналитических ограничений на целевую функцию** при оптимальном проектировании конструктивно анизотропных композитных панелей ЛА с обшивкой средней и большой толщины в соответствии с уточнённой теорией потери устойчивости с учётом деформаций поперечного сдвига.

**Теоретическая значимость диссертации состоит** в развитии строгого математического обеспечения предварительного проектирования самолётов с широким применением полимерных композитных материалов в силовых элементах конструкции.



### **Практическая значимость диссертации**

В операционной среде MATLAB разработан пакет прикладных программ для реализации размерно-весовых проектов конструктивно анизотропных панелей из композиционных материалов в конструкциях современных образцов авиационной техники.

Решение строится точными аналитическими методами, время расчёта сведено к минимуму.

### **Методология как совокупность методов исследования**

включает аналитические методы строительной механики тонкостенных конструкций и конструкций с обшивкой большой толщины, аналитические методы механики композиционных материалов, численные методы нелинейного программирования.

### **Положения, выносимые на защиту**

- **новый метод оптимального проектирования** конструктивно анизотропных панелей несущих поверхностей ЛА из композиционных материалов с аналитическими ограничениями в соответствии с уточнённой теорией потери устойчивости для реализации оптимальных размерно-весовых проектов,
- **новая математическая модель** для исследования с учётом деформаций поперечного сдвига статической прочности и устойчивости конструктивно анизотропных композитных панелей ЛА с обшивкой средней и большой толщины, находящихся в условиях механического воздействия,
- **новые аналитические ограничения на целевую функцию** при оптимальном проектировании конструктивно анизотропных композитных панелей ЛА с обшивкой средней и большой толщины в соответствии с уточнённой теорией потери устойчивости с учётом деформаций поперечного сдвига,
- **результаты** размерно-весовых проектов конструктивно анизотропных панелей из композиционных материалов несущих поверхностей современных образцов авиационной техники.

### **Степень достоверности полученных результатов**

Достоверность исследования обеспечивается корректностью постановки задачи, обоснованностью применения гипотез, полнотой расчётной модели и корректностью математической обработки модели. Достоверность подтверждается сравнением полученных теоретических результатов с результатами натурных экспериментов, опубликованными в литературе. Ограничения на целевую функцию веса по устойчивости верифицированы и валидированы. Оптимальные тестовые весовые проекты уточняют поверочные расчёты на устойчивость при внешних нагрузках, близких к критическим.

### **Апробация результатов исследования**

#### **Основные положения и результаты доложены и обсуждены**

- на III и II международных научно-технических конференциях «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения» (2024 г., 2023 г., г. Алушта, МАИ (НИУ)),
- на конференции «Механика деформируемого твердого тела в проектировании материалов и конструкций» (2024 г., г. Пермь, ИМСС УрО РАН)

- на международных конференциях International Conference on Aerospace System Science and Engineering ICASSE2024, ICASSE2023 (2024 г., 2023 г., г. Шанхай).

- на XXIII, XXII, XXI, XX международных конференциях «Авиация и космонавтика» (2024 г., 2023 г., 2022 г., 2021 г., г. Москва, МАИ (НИУ)),

**Содержание диссертации изложено** в двенадцати публикациях, в том числе – в двух изданиях Перечня ВАК по специальности 2.5.13., в двух изданиях, проиндексированных в международных базах данных SCOPUS и Web of Science, – в семи публикациях по материалам всероссийских и международных научных конференций, – в свидетельстве о государственной регистрации программы для ЭВМ.

### **Личный научный вклад автора**

Исследования, результаты которых изложены в диссертационной работе, проведены лично соискателем и при непосредственном участии соискателя в процессе научной деятельности. Исследования включают математическую постановку проблемы, разработку математических моделей, аналитических методов и алгоритмов, создание программных комплексов, оптимальные размерно-весовые проекты, обработку и анализ результатов, представленных в выносимых на защиту положениях.

**Соответствие Паспорту научной специальности 2.5.13. «Проектирование, конструкция, производство, испытания и эксплуатация летательных аппаратов»**

Работа соответствует направлениям исследования:

1. Разработка методов проектирования, математического и программно-алгоритмического обеспечения для выбора оптимальных параметров конструктивно-силовой схемы агрегатов ЛА с учетом особенностей механического нагружения, неопределенности проектных решений.

5. Разработка методов, моделей и программного обеспечения для принятия оптимальных решений проектно-конструкторских задач при заданных ограничениях.

### **Структура и объём диссертации**

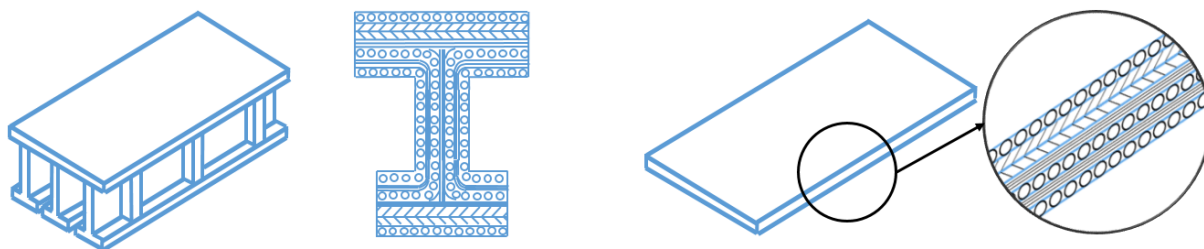
Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы и приложений с актами внедрения результатов исследования. Общий объём диссертации составляет 186 страниц, работа содержит 58 рисунков, 25 таблиц. Список публикаций соискателя и использованных источников включает 110 наименований.

## **СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ**

**Во введении** представлена общая характеристика работы.

**Первая глава** диссертационной работы посвящена обзору существующих исследований по проблеме проектирования конструктивно анизотропных панелей из композиционных материалов. Представлена классификация работ по объектам (Рисунок 6) и методам исследования. Рассмотрены: методы проектирования – аналитические и численные, ограничения при проектировании – по прочности, жёсткости, устойчивости и комбинированные.

Проведённый анализ современного состояния области оптимального проектирования позволяет определить перспективные направления для дальнейших исследований в области оптимального проектирования несущих поверхностей перспективных летательных аппаратов. Разработанные методы анализа на основе уточнённой теории предназначены для непосредственного внедрения в практику проектирования.



а

б

**Рисунок 6** – Объект исследования – конструктивно анизотропные панели:

- а – изготовленные из полимерных волокнистых композиционных материалов с эксцентричным продольно-поперечным набором  
 б – многослойные композитные с несимметричной по толщине структурой пакета – элементы конструкции несущих поверхностей ЛА между стрингерами и нервюрами

**Вторая глава** диссертационной работы посвящена оптимальному проектированию конструктивно анизотропных тонкостенных обшивок из композиционных материалов.

Рассмотрена постановка задачи оптимального проектирования, представлена математическая модель гладкой тонкостенной обшивки, обладающей анизотропией свойств вследствие несимметричной по толщине укладки слоёв. Сформированы ограничения на целевую функцию веса при оптимальном проектировании.

Оптимальная конструкция базируется на условии ограничения величины критической силы потери устойчивости действующей нагрузкой (1).

$X = \{x_1, \dots, x_n\}$  – варьируемые параметры  $H_i$  – ограничения по критическим усилиям **общей изгибной** формы потери устойчивости.

$$\begin{aligned} G &= G(X), X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \\ H(X) &\Rightarrow P - P_{кр}^{изг}(X) \leq 0 \\ G &= G_{\min}(X), \end{aligned} \quad (1)$$

Задача оптимального проектирования приведена к поиску условного экстремума целевой функции многих переменных аналитическими методами.

Функция Лагранжа

$$F(X, \lambda) = G(X) + \lambda [P - P_{кр}^{изг}(X)] \quad (2)$$

## Безусловный экстремум функции Лагранжа

$$F'_x = 0, F'_{\lambda} = 0$$
$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left[ G(x_1, x_2, \dots, x_n) + \lambda [P - P^{u3z}_{kp}(X)] \right] = 0 \quad H(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$
$$\cdots$$
$$\frac{\partial}{\partial x_n} \left[ G(x_1, x_2, \dots, x_n) + \lambda [P - P^{u3z}_{kp}(X)] \right] = 0$$

В рамках статико-геометрической модели анизотропной пластины компоненты тензора напряжений  $k$ -ого слоя определяются равенством

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \overline{Q_{11}} & \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{16}} \\ \overline{Q_{21}} & \overline{Q_{22}} & \overline{Q_{26}} \\ \overline{Q_{61}} & \overline{Q_{62}} & \overline{Q_{66}} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} & -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z^{(k)} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} & -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} z^{(k)} \\ \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) & -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} 2z^{(k)} \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

в соответствии с гипотезой Кирхгофа теории тонких пластин, где  $u_0(x, y)$ ,  $v_0(x, y)$  – перемещения в единой базисной плоскости приведения,  $w(x, y)$  – прогиб,  $\overline{Q_{ij}}$ ,  $(i, j = 1, 2, 6)$  – матрица приведенных жесткостей.

Разрешающее уравнение задачи устойчивости при однородном докритическом напряжённом состоянии для панели ортотропной структуры:

$$\begin{aligned} & \frac{K_{80}}{a^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^8} + \frac{K_{62}}{a^6 b^2} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^6 \partial y^2} + \frac{K_{44}}{a^4 b^4} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^4 \partial y^4} + \frac{K_{26}}{a^2 b^6} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{K_{08}}{b^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial y^8} + \\ & + P \left[ \frac{R_{40}}{a^6} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^6} + \frac{R_{22}}{a^4 b^2} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^4 \partial y^2} + \frac{R_{04}}{a^2 b^4} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^2 \partial y^4} \right] = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$x = x/a$ ,  $y = y/b$  – безразмерные координаты,  $a$ ,  $b$  – длина и ширина панели соответственно, коэффициенты  $R_{ij}$ ,  $i=4,2,0$ ,  $j=0,2,4$  и  $K_{ij}$ ,  $i=8,6,\dots,0$ ,  $j=0,2,\dots,8$  в разрешающем уравнении (5) – постоянные величины, зависящие от упругих свойств материала и геометрических параметров конструкции.

Разрешающая функция  $\Phi(x, y)$  – обобщённая функция перемещений, удовлетворяющая уравнению (5) и согласованным граничным условиям типа шарнирного опирания – разложена в двойной ряд Фурье по системе тригонометрических функций.

Равенство (6) при  $m = 1, 2, 3$  и  $n = 1, 2, 3$  даст спектр значений параметра  $P$ , при котором становится возможным общая изгибная форма потери устойчивости.

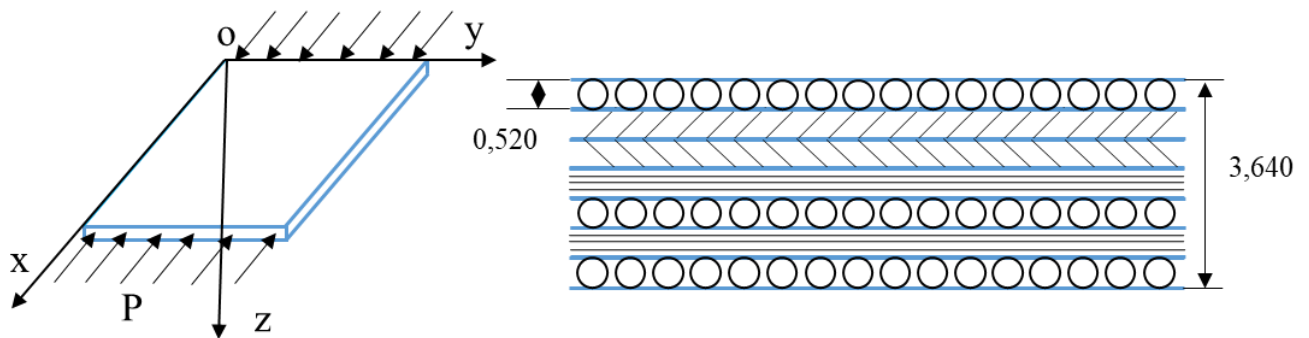
Для определения критического значения нагрузки  $P_{кр}$  выражение (6) минимизировано по параметрам волнообразования:

$$P = \frac{\pi^2}{b^2} \frac{K_{80} \left(\frac{m}{c}\right)^8 + K_{62} \left(\frac{m}{c}\right)^6 n^2 + K_{44} \left(\frac{m}{c}\right)^4 n^4 + K_{26} \left(\frac{m}{c}\right)^2 n^6 + K_{08} n^8}{\left[ R_{40} \left(\frac{m}{c}\right)^4 + R_{22} \left(\frac{m}{c}\right)^2 n^2 + R_{04} n^4 \right] \left(\frac{m}{c}\right)^2}, \quad (6)$$

$c = a/b$  - отношение сторон панели.

В качестве ограничения на целевую функцию веса при оптимальном проектировании сжатых конструктивно анизотропных композитных **панелей с тонкой обшивкой** используются критические усилия общей изгибной формы потери устойчивости (6).

Выполнен оптимальный размерно-весовой проект для многослойной углепластиковой обшивки (Рисунок 8), сжатой в продольном направлении с несимметричной укладкой слоев по толщине. Панель с соотношением сторон 2,0 имеет длину 600 мм, ширину 300 мм и толщину 3,64 мм.



**Рисунок 8** – Многослойная тонкая композитная обшивка с несимметричной по толщине структурой пакета

Разработана Matlab-программа «Оптимальное проектирование конструктивно анизотропных обшивок несущих поверхностей летательных аппаратов из композиционных материалов с ограничениями по устойчивости на основе уточнённой теории». Реализован процесс оптимального проектирования панелей из композиционных материалов, подверженных механическому воздействию – продольным сжимающим нагрузкам. Минимальный запас по устойчивости равен единице.

В рамках двухуровневой оптимизации составлены оптимальные размерно-весовые проекты для панелей с различными соотношениями сторон с постоянной толщиной и переменными углами укладки косых слоёв. Кривые зависимости оптимального веса панели и оптимальной толщины слоя от угла укладки косых слоёв приведены на Рисунках 9 и 10, соответственно.

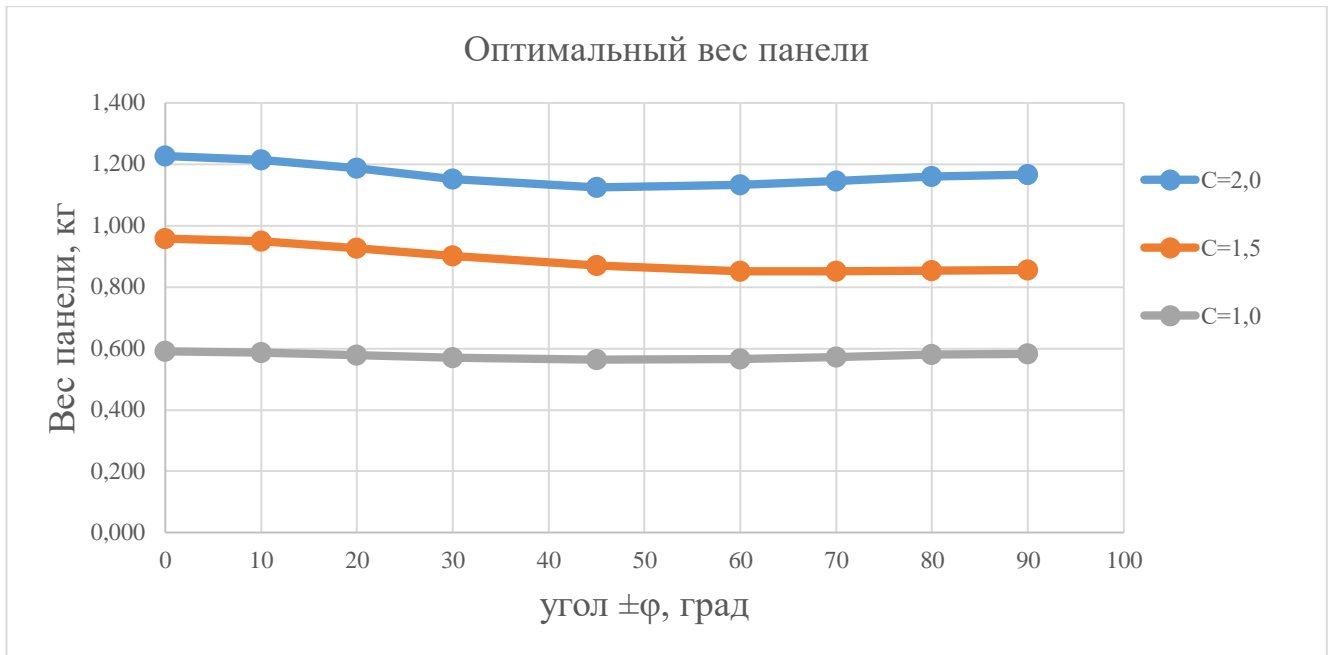


Рисунок 9 – Оптимальный весовой проект для углепластиковой обшивки, сжатой в продольном направлении. Зависимость минимального веса панели от укладки пакета и соотношения сторон панели при выборе оптимальной толщины слоя.

Многослойный пакет со слоями равной толщины

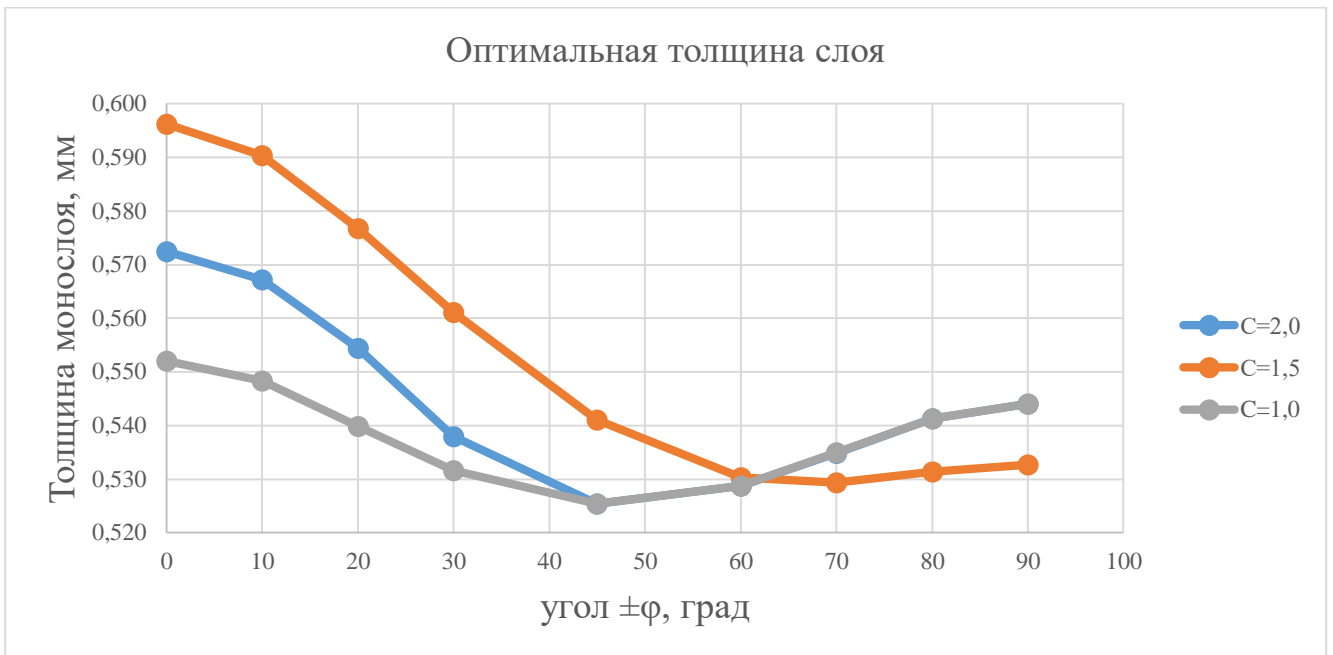
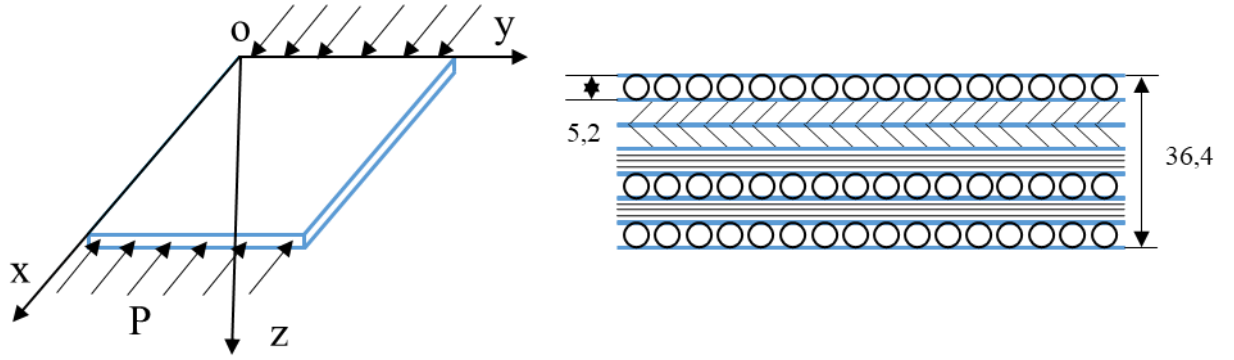


Рисунок 10 – Оптимальный размерный проект для углепластиковой обшивки, сжатой в продольном направлении. Зависимость минимальной толщины слоя от укладки пакета и соотношения сторон панели. Многослойный пакет со слоями равной толщины

**Третья глава** диссертационной работы посвящена ограничениям по устойчивости для оптимального проектирования конструктивно анизотропных обшивок летательных аппаратов средней и большой толщины (Рисунок 11) из композиционных материалов.





**Рисунок 11** – Многослойная композитная обшивка большой толщины с несимметричной по толщине структурой пакета

Цель главы – постановка задач статики, моделирование напряжённо-деформированного состояния (НДС) и устойчивости конструктивно анизотропных панелей из полимерных композиционных материалов с учётом деформаций поперечного сдвига; построение аналитического решения задачи устойчивости в рамках нового разрешающего дифференциального уравнения десятого порядка в частных производных.

Статическая модель  $k$ -ого слоя композитной обшивки средней и большой толщины в соответствии с теорией деформаций поперечного сдвига первого порядка:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} z^{(k)} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} z^{(k)} \\ \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) z^{(k)} \\ \frac{\partial w}{\partial y} + \varphi_y \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_x \end{Bmatrix} \quad (7)$$

здесь  $[\bar{Q}_{ij}]$ ,  $(i, j = 4, 5)$  – матрица приведенных сдвиговых жесткостей.

Кинематические соотношения  $k$ -ого слоя композитной обшивки средней и большой толщины содержат пять неизвестных функций: три компонента вектора перемещений  $u_0(x, y)$ ,  $v_0(x, y)$ ,  $w(x, y)$ , два угла поворота относительно осей  $y$  и  $x$ , соответственно,  $\varphi_x(x, y)$ ,  $\varphi_y(x, y)$ .

Деформации поперечного сдвига предполагаются постоянными по отношению к поперечной координате  $z$ , обжатие нормали по толщине панели не учитывается.

Для ортотропной обшивки средней и большой толщины впервые приведены результаты нового математического моделирования – выведено новое разрешающее дифференциальное уравнение в частных производных десятого порядка (8). Разрешающее уравнение десятого порядка построено методом символического интегрирования системы пяти дифференциальных уравнений равновесия панели в рамках уточнённой модели с учётом деформаций поперечного сдвига в плоскостях  $xOz$  и  $yOz$ , которыми пренебрегают при расчёте тонких обшивок.

$$\begin{aligned} & \left\{ K_{10,0} \frac{\partial^{10}}{\partial x^{10}} + K_{8,2} \frac{\partial^{10}}{\partial x^8 \partial y^2} + K_{6,4} \frac{\partial^{10}}{\partial x^6 \partial y^4} + K_{4,6} \frac{\partial^{10}}{\partial x^4 \partial y^6} + K_{2,8} \frac{\partial^{10}}{\partial x^2 \partial y^8} + K_{0,10} \frac{\partial^{10}}{\partial y^{10}} + \right. \\ & + K_{8,0} \frac{\partial^8}{\partial x^8} + K_{6,2} \frac{\partial^8}{\partial x^6 \partial y^2} + K_{4,4} \frac{\partial^8}{\partial x^4 \partial y^4} + K_{2,6} \frac{\partial^8}{\partial x^2 \partial y^6} + K_{0,8} \frac{\partial^8}{\partial y^8} + \\ & + K_{6,0} \frac{\partial^6}{\partial x^6} + K_{4,2} \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} + K_{2,4} \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} + K_{0,6} \frac{\partial^6}{\partial y^6} \left. \right\} \Phi(x, y) = \\ & = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (N_{xy} + N_{yx}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (8)$$

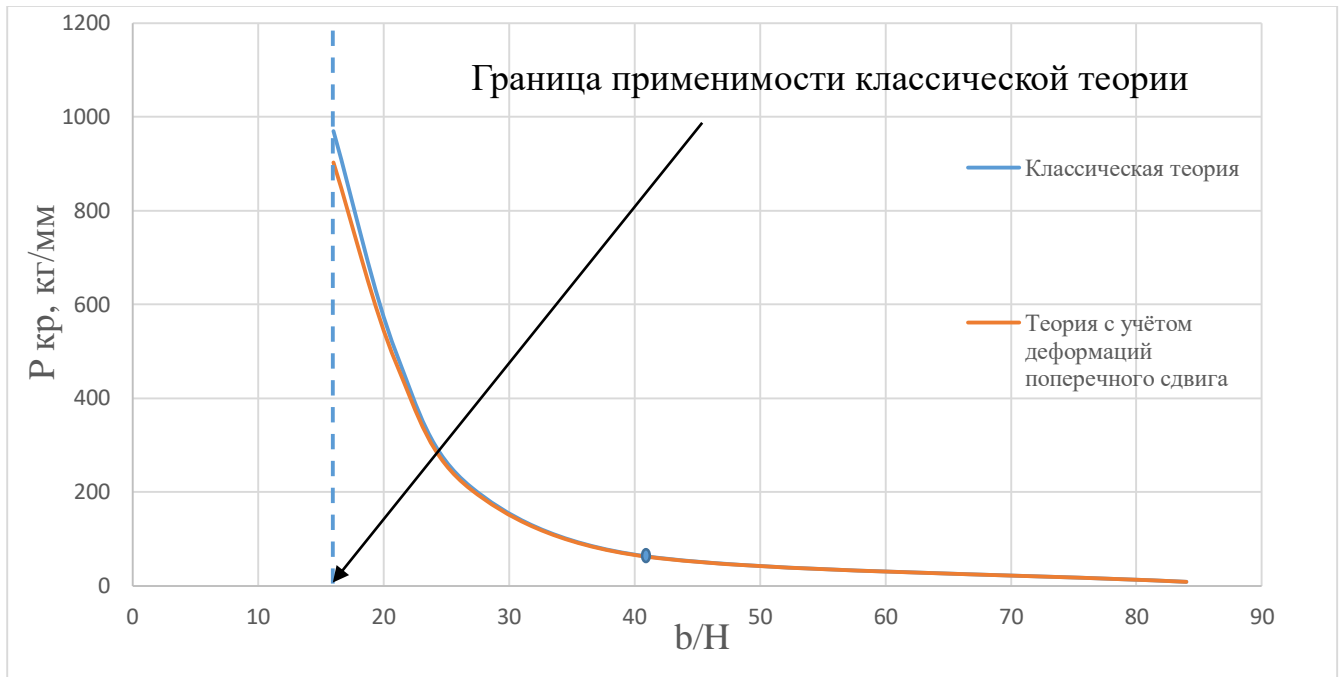
Линейный дифференциальный оператор разрешающего уравнения содержит производные чётного порядка по каждой из координат, если структура композитной панели ортотропна. Постоянные коэффициенты уравнения определяются геометрией панели и упругими характеристиками материала конструкции. Модули сдвига полимерного композита в вертикальных плоскостях  $xOz$  и  $yOz$  одинаковы.

В качестве аналитического ограничения на целевую функцию веса при оптимальном проектировании сжатых конструктивно анизотропных композитных панелей с обшивкой средней и большой толщины используются критические усилия общей изгибной формы потери устойчивости (6).

$$\begin{aligned} P = - \frac{ & \frac{\pi^4}{b^4} \left[ -K_{10,0} \left( \frac{m}{c} \right)^{10} - K_{8,2} \left( \frac{m}{c} \right)^8 n^2 - K_{6,4} \left( \frac{m}{c} \right)^6 n^4 - K_{4,6} \left( \frac{m}{c} \right)^4 n^6 - K_{2,8} \left( \frac{m}{c} \right)^2 n^8 - K_{0,10} n^{10} \right] + \\ & \frac{\pi^2}{b^2} \left[ K_{8,0} \left( \frac{m}{c} \right)^8 + K_{6,2} \left( \frac{m}{c} \right)^6 n^2 + K_{4,4} \left( \frac{m}{c} \right)^4 n^4 + K_{2,6} \left( \frac{m}{c} \right)^2 n^6 + K_{0,8} n^8 \right] + \\ & + \left[ -K_{6,0} \left( \frac{m}{c} \right)^6 - K_{4,2} \left( \frac{m}{c} \right)^4 n^2 - K_{2,4} \left( \frac{m}{c} \right)^2 n^4 - K_{0,6} n^6 \right] }{ & \left\{ \frac{\pi^4}{b^4} \left[ -W_{8,0} \left( \frac{m}{c} \right)^8 - W_{6,2} \left( \frac{m}{c} \right)^6 n^2 - W_{4,4} \left( \frac{m}{c} \right)^4 n^4 - W_{2,6} \left( \frac{m}{c} \right)^2 n^6 - W_{0,8} n^8 \right] + \right. \\ & \frac{\pi^2}{b^2} \left[ W_{6,0} \left( \frac{m}{c} \right)^6 + W_{4,2} \left( \frac{m}{c} \right)^4 n^2 + W_{2,4} \left( \frac{m}{c} \right)^2 n^4 + W_{0,6} n^6 \right] + \\ & \left. + \left[ -W_{4,0} \left( \frac{m}{c} \right)^4 - W_{2,0} \left( \frac{m}{c} \right)^2 n^2 - W_{0,4} n^4 \right] \right\} \left( \frac{m}{c} \right)^2 } \end{aligned} \quad (9)$$

В структуре формулы (9) для критических усилий изгибной формы потери устойчивости содержатся многочлены, определяющие соответствующее критическое усилие без учёта деформаций поперечного сдвига.

Приведено обоснование возможности использования математических моделей, сведённых к аналитическому решению на собственные значения краевых задач устойчивости для разрешающих уравнений с линейными дифференциальными операторами десятого (8) и восьмого (5) порядков, в качестве ограничений при проектировании (Рисунок 12).



**Рисунок 12** – Критические усилия в зависимости от отношения ширины панели  $b$  к толщине пакета  $H$ . Коэффициент сдвиговой коррекции  $k=2/3$

Представлены результаты оценки границ применимости теории деформаций поперечного сдвига первого порядка для сжатых в продольном направлении плоских прямоугольных обшивок из углепластика (Таблица 1).

**Таблица 1** – Сопоставление результатов расчёта критических усилий

$H_{\Sigma}$ мм	$b/H$	$P_{кр}$ ТДПС кг/мм	$\sigma_{кр}$ кг/мм <sup>2</sup>	$P_{кр}$ класс кг/мм	$\Delta$ %
3,64	84	7,73	2,12	7,76	-0,3
7,28	41	61,32	8,42	62,05	-1,2
10,92	27	203,97	18,68	209,40	-2,7
14,56	21	473,95	32,55	496,36	-4,7
<b>18,20</b>	<b>16</b>	902,81	49,60	969,77	<b>-7,4</b>
21,84	14	1514,43	69,34	1675,23	-10,6
25,48	12	2324,72	91,23	2660,21	-14,4
29,12	10	3342,03	114,77	3970,93	-18,82
21,76	9	4567,95	139,43	5653,92	-23,77
36,40	8	5998,50	164,79	7755,70	-29,3

**Четвёртая глава** диссертационной работы посвящена оптимальному проектированию конструктивно анизотропных тонкостенных подкреплённых панелей из композиционных материалов.

Рассмотрена задача построения спектра геометрических параметров композитных панелей самолета минимальной массы, подкреплённых в продольном направлении. Толщина слоя и геометрические размеры элементов панели являются неизвестными переменными. Задача оптимального проектирования приведена к поиску условного экстремума целевой функции многих переменных аналитическими методами в сочетании с методами нелинейного программирования.

Оптимальная конструкция базируется на условии ограничения **меньшей величины критической силы** потери устойчивости действующей нагрузкой. Сопоставляются критические силы общей изгибной и многоволновой крутильной форм потери устойчивости.  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  – варьируемые параметры  $H_i$  – ограничения по критическим усилиям общей изгибной и многоволновой крутильной форм потери устойчивости

$$\begin{aligned} G &= G(X), X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \\ H(X) &\Rightarrow P - P_{\kappa p}(X) \leq 0 \\ P_{\kappa p}(X) &= \min[P_{\kappa p}^{u3\zeta}(X), P_{\kappa p}^{\kappa p y m}(X)] \\ G &= G_{\min}(X) \end{aligned} \quad (10)$$

## Функция Лагранжа

$$F(X, \lambda) = G(X) + \lambda \left[ P - P_{\kappa p}(X) \right] \quad (11)$$

## Безусловный экстремум функции Лагранжа

$$\begin{aligned} & F'_x = 0, F'_\lambda = 0 \\ & \frac{\partial}{\partial x_1} [G(x_1, x_2, \dots, x_n) + \lambda [P - P_{kp}(x_1, x_2, \dots, x_n)]] = 0 \quad H(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ & ..... \\ & \frac{\partial}{\partial x_n} [G(x_1, x_2, \dots, x_n) + \lambda [P - P_{kp}(x_1, x_2, \dots, x_n)]] = 0 \end{aligned} \tag{12}$$

Статическая модель анизотропного стрингера в условиях одностороннего контакта с обшивкой, послойно:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x_1}^{(k)} &= \bar{Q}_{11}^{(k)} \left[ \frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z^{(k)} \right] \\ \tau_{xy_1}^{(k)} &= \bar{Q}_{66}^{(k)} \left[ -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \rho_1^{0(k)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В силу совместной работы в одностороннем контакте с ПКМ - обшивкой рёбра жёсткости из ПКМ находятся в условиях сложного сопротивления: растяжения-сжатия, изгиба и кручения.

Формула для критических усилий  $P$  многоволновой крутильной формы потери устойчивости с точностью до коэффициентов  $K_{ij}$  и  $R_{ij}$  совпадает с формулой (6)

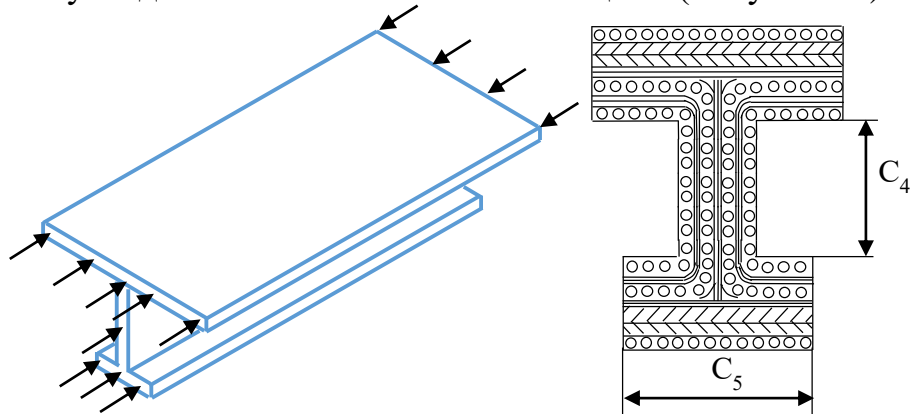
$$P = \frac{\pi^2}{b^2} \frac{\hat{K}_{80} \left(\frac{m}{c}\right)^8 + \hat{K}_{62} \left(\frac{m}{c}\right)^6 n^2 + \hat{K}_{44} \left(\frac{m}{c}\right)^4 n^4 + \hat{K}_{26} \left(\frac{m}{c}\right)^2 n^6 + \hat{K}_{08} n^8}{\left[ \hat{R}_{40} \left(\frac{m}{c}\right)^4 + \hat{R}_{22} \left(\frac{m}{c}\right)^2 n^2 + \hat{R}_{04} n^4 \right] \left(\frac{m}{c}\right)^2} \quad (14)$$

Здесь коэффициенты  $\hat{K}_{ij}$ ,  $i, j = 0, 2, 4, 6, 8$  и  $\hat{R}_{ij}$ ,  $i, j = 0, 2, 4$  определяются через обобщённые жесткостные характеристики, когда осреднение жесткостей элементов продольного набора по обшивке заменяется дискретным вводом:

$$\frac{1}{c_1} \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{b} \sum_{i=1}^N \sin^2(n\pi y_i) \\ \frac{2}{b} \sum_{i=1}^N \cos^2(n\pi y_i) \end{cases} \rightarrow \hat{K}_{ij}, \hat{R}_{ij} \quad (15)$$

$c_1$  - расстояние между стрингерами,  $y_i$  - координата у дискретно расположенного стрингера.

Реализованы оптимальные размерно-весовые проекты многослойной углеродно-эпоксидной обшивки, усиленной и сжатой в продольном направлении с несимметричной укладкой слоев в пакетах по толщине (Рисунок 13).

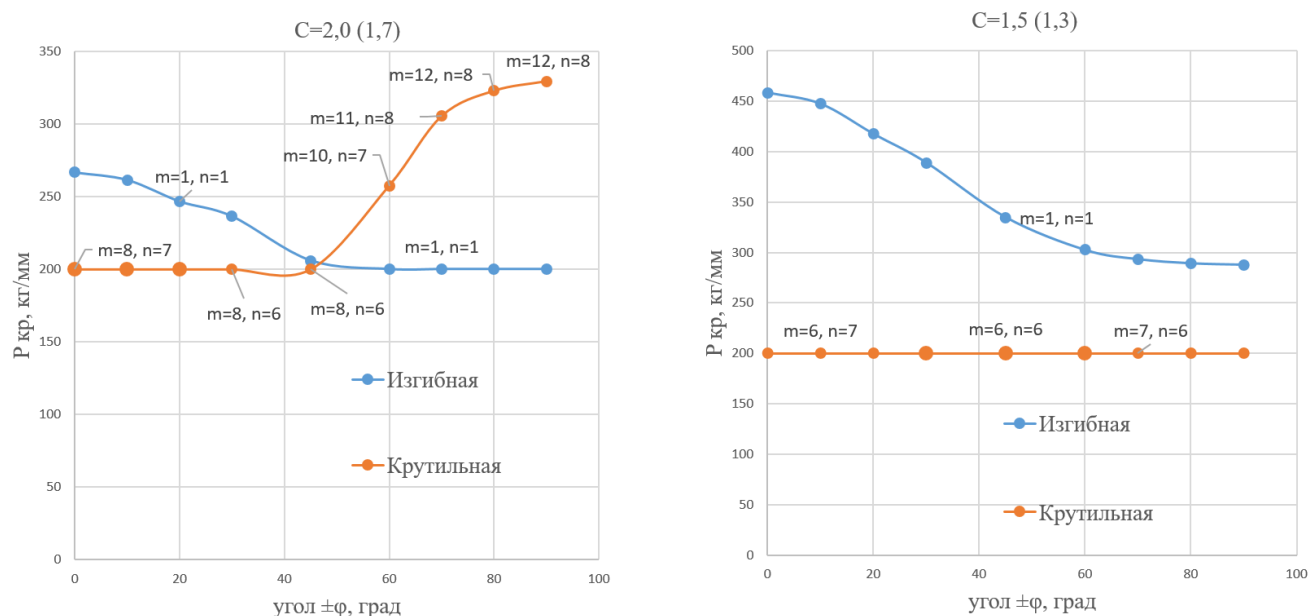


**Рисунок 13** – Подкреплённая панель. Оптимальная комбинация проектных параметров

Обшивка с соотношением сторон 2,0 имеет длину 600 мм, ширину 300 мм и первоначальную толщину 3,64 мм. Обшивка с соотношением сторон 1,7 имеет длину 600 мм и ширину 360 мм, что позволяет реализовать режим многоволнового крутильного выпучивания. Начальное расстояние между стрингерами – 60 мм, высота стенки стрингера и ширина полки – 25 мм и 20 мм, соответственно.

Начальная толщина элементов стрингеров составляет 3,64 мм. Компоновка панели показана на Рисунке 13.

Представлено сопоставление зависимости критических усилий от схем укладки слоёв для панелей с разным соотношением сторон (Рисунок 14). Ограничения на целевую функцию веса по устойчивости построены в рамках оптимального размерно-весового проекта угле-эпоксидной стрингерной панели, сжатой в продольном направлении, при выборе оптимальной толщины слоя.



**Рисунок 14** – Сопоставление зависимости критических усилий от схем укладки слоёв для панелей с разным соотношением сторон при выборе оптимальной толщины слоя

Для панелей с соотношением сторон  $c = 2,0$  (1,7) при оптимальном проектировании продольно сжатых конструктивно анизотропных композитных стрингерных панелей в качестве ограничений на целевую функцию веса используются критические силы:

многоволновой крутильной формы потери устойчивости для угла укладки косых слоёв более  $0^\circ$ , но менее  $45^\circ$ , общей изгибной формы потери устойчивости при угле укладки косых слоёв более  $45^\circ$ , но менее  $90^\circ$ .

Для панелей с соотношением сторон  $c = 1,5$  (1,3) и 1,0 (0,8) в качестве ограничений на целевую функцию веса при оптимальном проектировании продольно сжатых конструктивно анизотропных композитных стрингерных панелей используются критические силы многоволновой крутильной формы потери устойчивости для угла укладки косых слоёв более  $0^\circ$  и менее  $90^\circ$ .

Сопоставление оптимальных весовых характеристик стрингерной панели при выборе оптимальных сочетаний проектных параметров представлено в Таблицах 2 и 3. Оптимальная комбинация проектных параметров стрингерной панели с соотношением сторон 2,0 (1,7) отмечена в Таблице 2 голубым цветом.



**Таблица 2** – Сопоставление оптимальных весовых характеристик панели при выборе оптимальных сочетаний высоты стенки и ширины полки стрингера в зависимости от угла укладки косых слоёв Многослойный пакет стрингерной панели со слоями равной толщины. Диапазон угла укладки косых слоёв 30° - 60°

$\Delta G$ , %	5,3		4,5		3,4	
$\varphi$ , град	30		45		60	
C4, мм	20,6	25	21,8	25	22,9	25
C5, мм	20	10,2	20	12,1	20	14,4
G, кг	2,240	2,121	2,266	2,163	2,292	2,215
Ркр изг, кг/мм	150	150	150	150	150	150
Ркр крут, кг/мм	160,7	160,3	177,7	177,3	181,2	180,9
m	7	7	7	7	8	8
n	6	6	6	6	6	6

**Таблица 3** – Сопоставление оптимальных весовых характеристик панели при выборе оптимальных сочетаний высоты стенки и ширины полки стрингера в зависимости от угла укладки косых слоёв Многослойный пакет стрингерной панели со слоями равной толщины. Диапазон угла укладки косых слоёв 70° - 90°

$\Delta G$ , %	2,5		1,8		1,5	
$\varphi$ , град	70		80		90	
C4, мм	23,5	23,5	24	25	24,2	25
C5, мм	20	20	20	17,2	20	17,7
G, кг	2,306	2,306	2,317	2,276	2,321	2,287
Ркр изг, кг/мм	150	150	150	150	150	150
Ркр крут, кг/мм	177,8	177,8	172,8	172,7	170,2	170,2
m	8	8	9	9	9	9
n	6	6	6	6	6	6

**Заключение диссертации** состоит из семи основных новых научных результатов, отражающих исследование задач, сформулированных для достижения целей работы. Отражены перспективы дальнейшей разработки темы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан новый метод оптимального проектирования конструктивно анизотропных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов из композиционных материалов с ограничениями по устойчивости на основе уточнённой теории.

**Основные новые результаты, полученные автором в ходе исследования, состоят в следующем:**

1. Разработан новый метод оптимального проектирования тонкостенных конструктивно анизотропных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов из композиционных материалов с аналитическими ограничениями по потере устойчивости на основе уточнённой теории.

2. Реализованы оптимальные размерно-весовые проекты с ограничениями по уточненной теории потери устойчивости для конструктивно анизотропных стрингерных панелей несущих поверхностей ЛА из композиционных материалов.

В рамках дискретного изменения угла укладки косых слоёв, если варьируется толщина слоя, при соотношении сторон панели  $c = 1,0$  оптимальный минимальный вес снижается на 9,0%, оптимальный угол укладки косых слоёв составляет  $60^\circ$ . При  $c = 1,5$  оптимальный минимальный вес уменьшен на 9,6%, оптимальный угол укладки косых слоёв равен  $60^\circ$ . Для панелей с  $c = 2,0$  оптимальный минимальный вес уменьшен на 12,6%, оптимальный угол укладки косых слоёв равен  $45^\circ$ .

В рамках дискретного изменения угла укладки косых слоёв, если варьируется шаг стрингеров, при соотношении сторон панели  $c = 1,0$  оптимальный минимальный вес снижается на 9,0%, оптимальный угол укладки косых слоёв составляет  $60^\circ$ . При  $c = 1,5$  оптимальный минимальный вес уменьшен на 6,7%, оптимальный угол укладки косых слоёв равен  $60^\circ$ . Для панелей с  $c = 2,0$  оптимальный минимальный вес уменьшен на 12,1%, оптимальный угол укладки косых слоёв равен  $45^\circ$ .

В рамках дискретного изменения угла укладки косых слоёв, если варьируется высота стенки, при соотношении сторон панели  $c = 1,0$  оптимальный минимальный вес снижается на 3,0%, оптимальный угол укладки косых слоёв составляет  $20^\circ$ . При  $c = 1,5$  оптимальный минимальный вес уменьшен на 3,0%, оптимальный угол укладки косых слоёв равен  $30^\circ$ . Для панелей с  $c = 2,0$  оптимальный минимальный вес уменьшен на 3,4%, оптимальный угол укладки косых слоёв равен  $30^\circ$ .

В рамках дискретного изменения угла укладки косых слоёв, если варьируется ширина полки, при соотношении сторон панели  $c = 1,5$  оптимальный минимальный вес уменьшен на 2,6%, оптимальный угол укладки косых слоёв равен  $30^\circ$ . Для панелей с  $c = 2,0$  оптимальный минимальный вес уменьшен на 7,2%, оптимальный угол укладки косых слоёв равен  $30^\circ$ .

В рамках дискретного изменения угла укладки косых слоёв, если варьируется комбинация проектных параметров, при соотношении сторон панели  $c = 2,0$  оптимальный минимальный вес уменьшен на 5,3%, при высоте стенки 25 мм и ширине полки 10,2 мм.

3. Разработан новый метод оптимального проектирования конструктивно анизотропных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов из композиционных материалов с аналитическими ограничениями по потере устойчивости на основе уточненной теории. Предложенный метод оптимизации проектных решений актуален для расчета и конструирования панелей средней толщины.

**Построены новые аналитические ограничения на целевую функцию** при оптимальном проектировании конструктивно анизотропных композитных панелей ЛА с обшивкой средней толщины в соответствии с уточнённой теорией потери устойчивости с учётом деформаций поперечного сдвига.

4. Представлены результаты **оценки границ применимости классической теории и теории деформаций поперечного сдвига первого порядка** для сжатых в продольном направлении плоских прямоугольных обшивок из углепластика. Зафиксировано расхождение результатов расчётов по сравнению с классической теорией слоистых панелей:

- 1,2 % ( $H = 7,28$  мм,  $b/H = 41$ ) – применима классическая теория,
- 7,4 % ( $H = 18,20$  мм,  $b/H = 16$ ) – необходимо использовать теорию деформаций поперечного сдвига для обшивок средней толщины.

5. Проведён сравнительный анализ расчётных значений критических усилий, полученных по классической теории и теории деформаций поперечного сдвига первого порядка: **расчёты по теории деформаций поперечного сдвига дают низкие значения критических нагрузок по сравнению с классической теорией – до 30% снижения в районе бортовой нервюры.**

6. Когда толщина обшивки превышает  $H = 18,20$  мм,  $b/H = 16$ , **ограничения на целевую функцию веса при оптимальном проектировании панелей большой толщины в районе стыка крыла с фюзеляжем следует вводить по прочности на сжатие**, так как средние по пакету критические напряжения соответствуют высоким значениям запасов по устойчивости.

7. Для построения решения используются аналитические методы, что обеспечивает минимальное время расчета. Результаты оптимального проектирования в рамках уточненных ограничений по устойчивости открывают возможности для снижения и оптимизации весовых характеристик элементов планера самолета из полимерных композиционных материалов.

#### **Перспективы дальнейшей разработки темы**

разработка метода оптимального проектирования конструктивно анизотропных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов из композиционных материалов средней толщины с аналитическими ограничениями по потере устойчивости на основе уточнённой теории,

разработка метода оптимального проектирования конструктивно анизотропных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов из композиционных материалов большой толщины в районе стыка крыла с фюзеляжем с аналитическими ограничениями по прочности на основе уточнённой теории.

**В ПРИЛОЖЕНИИ** к диссертации представлены Акты внедрения результатов диссертации в исследовательские работы филиала ПАО «Яковлев» «Региональные самолеты» и в учебный процесс Московского авиационного института (национального исследовательского университета) МАИ (НИУ).

**Основные научные результаты диссертации изложены в работах,  
опубликованных соискателем учёной степени:**

**Научные статьи в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, входящих в Перечень Высшей аттестационной комиссии Российской Федерации**

1. Корольский В.В., Гавва Л.М., Фирсанов В.В. Ограничения по устойчивости для оптимального проектирования конструктивно анизотропных обшивок летательных аппаратов средней и большой толщины из композиционных материалов // Конструкции из композиционных материалов. – 2024. – № 3. – С. 23-30
2. Корольский В.В., Гавва Л.М. Спектр оптимальных толщин слоёв, шага стрингеров и схем укладки пакетов при размерно-весовом проектировании композитных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов с ограничениями по уточнённой теории устойчивости // Конструкции из композиционных материалов. – 2025. – № 2. – С. 17-26

**Научные статьи в ведущих научных журналах и изданиях, включенных в международные системы цитирования:**

1. Korolskii V.V., Turbin N.V., Gavva L.M. Manipulation of optimal size-weight project parameters of composite structurally anisotropic aircraft panels with restrictions according to the refined buckling theory // Aerospace Systems. – 2024. – Vol. 7 (1). - <https://doi.org/10.1007/s42401-024-00277-2>
2. Korolskii V.V., Gavva L.M. Numerical implementation results and features of optimal size-weight project for composite stringer aircraft panels with restrictions according to refined buckling theory // Aerospace Systems. – 2025. – Vol. 9 (1).

**Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ:**

1. Гавва Л.М., Корольский В.В. Оптимальное проектирование конструктивно-анизотропных обшивок несущих поверхностей летательных аппаратов из композиционных материалов с ограничениями по устойчивости на основе уточнённой теории // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ RU № 2024614591, 27.02.2024 г.

**Материалы всероссийских и международных научных конференций:**

1. Корольский В.В., Гавва Л.М. Оптимальные толщины монослоёв, шаг, высота стенки, ширина полки стрингера и схемы укладки пакетов при размерно-весовом проектировании панелей летательных аппаратов из композиционных материалов с ограничениями по уточнённой теории устойчивости // в сборнике 23-я Международная конференция «Авиация и космонавтика – 2024». – Тезисы. – М.: Изд-во МАИ, 2024. – С. 19
2. Гавва Л.М., Корольский В.В. Спектр оптимальных толщин монослоёв, шага стрингеров и схем укладки пакетов при размерно-весовом проектировании композитных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов с ограничениями по уточнённой теории устойчивости // в сборнике 23-я Международная конференция «Авиация и космонавтика – 2024». – Тезисы. – М.: Изд-во МАИ, 2024. – С. 278-280
3. Гавва Л.М., Корольский В.В., Фирсанов В.В. Диапазон размеров и шага стрингеров, толщин монослоёв и схем укладки пакетов при оптимальном

проектировании композитных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов с ограничениями по уточнённой теории устойчивости // в сборнике Механика деформируемого твердого тела в проектировании конструкций. Пермь, 7 – 8 ноября 2024 г. Программа и тезисы докладов / ПФИЦ УрО РАН. – Пермь, 2024. – С. 39-40

4. Корольский В.В., Гавва Л.М. Метод оптимального проектирования конструктивно-анизотропных панелей летательных аппаратов из композиционных материалов с ограничениями по уточнённой теории потери устойчивости с учётом деформаций поперечного сдвига // в сборнике 22-я Международная конференция «Авиация и космонавтика - 2023». – Тезисы. – М.: Изд-во МАИ, 2023. – С. 28-29

5. Гавва Л.М., Корольский В.В., Турбин Н.В. Управление параметрами размерно-весового проекта при оптимальном проектировании конструктивно-анизотропных панелей летательных аппаратов из композиционных материалов с ограничениями по уточнённой теории устойчивости // в сборнике «2-я Международная научно-техническая конференция «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения». 27 августа – 3 сентября 2023 года, ОУЦ «Алушта» МАИ. Тезисы. – М.: Издательство «Перо», 2023. – С. 71-74. <https://hstd-conference.ru/publication-rinc>

6. Корольский В.В., Турбин Н.В., Гавва Л.М. Реализация оптимального размерно-весового проекта с ограничениями по уточнённой теории устойчивости для конструктивно-анизотропных панелей летательных аппаратов из композиционных материалов // в сборнике 21-я Международная конференция «Авиация и космонавтика - 2022». – Тезисы. – М.: Изд-во МАИ, 2022. – С. 43

7. Корольский В.В., Гавва Л.М. Аналитический обзор методов рационального и оптимального проектирования конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов // в сборнике 20-я Международная конференция «Авиация и космонавтика – 2021. – Тезисы. – М.: Изд-во МАИ, 2021. – С. 43-45