

Научная статья

УДК 528.235

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179696>

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НАКЛОННЫХ ПРОЕКЦИЙ ТОЧЕК НА ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ ДЛЯ КРУГОВЫХ ОРБИТ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Евгений Петрович Минаков¹, Максим Андреевич Александров²,

Александр Владимирович Мищеряков³, Сергей Владимирович Мищеряков⁴

^{1,2,3,4}Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург,

Россия

²yka@mil.ru✉

Аннотация. Рассматривается альтернативный подход оценивания эффективности применения космических аппаратов дистанционного зондирования Земли, базирующийся не на расчетах трасс, включающих в себя итерационные процедуры вычисления, в первую очередь, широт, долгот и времен пролета КА подспутниковых точек, сопряженный со значительными вычислительными затратами, а на использовании наклонных проекций, позволяющий значительно сократить эти затраты. Приводятся постановка задачи определения параметров наклонных проекций точек на поверхности Земли и алгоритм определения параметров наклонных проекций зон видимости точечных объектов для круговых орбит космических аппаратов дистанционного зондирования Земли, а так же пример определения границ наклонной проекции параметров наклонных проекций зон

видимости точечных объектов для круговых орбит космических аппаратов дистанционного зондирования Земли. Практическая значимость полученных результатов исследований состоит в разработке программного обеспечения, апробации математических моделей, алгоритма и программного обеспечения в ходе вычислительных экспериментов; полученные значения демонстрируют высокую степень совпадения с подходами, базирующимися на расчетах трасс, включающих в себя итерационные процедуры вычисления.

Ключевые слова: наклонная проекция, круговая орбита, космический аппарат дистанционного зондирования Земли

Для цитирования: Минаков Е.П., Александров М.А., Мищеряков А.В., Мищеряков С.В. Алгоритм определения параметров наклонных проекций точек на поверхности Земли для круговых орбит космических аппаратов // Труды МАИ. 2024. № 135. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179696>

Original article

ALGORITHM FOR DETERMINING THE PARAMETERS OF OBLINATED PROJECTIONS OF POINTS ON THE EARTH'S SURFACE FOR CIRCULAR ORBITS OF SPACE VEHICLES

Evgeniy P. Minakov¹, Maxim A. Aleksandrov²,

Alexander V. Mishcheryakov³, Sergey V. Mishcheryakov⁴

^{1,2,3,4}Mozhaysky Military-Space Academy, Saint Petersburg, Russia

²yka@mil.ru✉

Abstract. The task of determining the parameters of inclined projections of points on the surface of the Earth and the algorithm for determining the parameters of inclined projections of visibility zones of point objects for circular orbits of spacecraft of remote sensing of the Earth are presented, as well as an example of determining the boundaries of the inclined projection of parameters of inclined projections of visibility zones of point objects for circular orbits of spacecraft of remote sensing of the Earth.

An approach is being considered to assess the effectiveness of the use of Earth remote sensing spacecraft, based not on route calculations, with significant computational costs, but on the use of inclined projections, which significantly reduces these costs.

The obtained results demonstrate a high degree of coincidence of the longitude of the projection boundaries of the visibility zones of Earth remote sensing spacecraft with points for routes and inclined projections for both straight and reverse orbits, which indicates the adequacy of the proposed algorithm for determining the parameters of inclined projections of the visibility zones of point objects for circular orbits of Earth remote sensing spacecraft.

The algorithm allows you to obtain correct results, has extremely high information and operational characteristics and provides the opportunity to calculate inclined projections for groups of the same type of spacecraft of remote sensing of the Earth exactly once. This makes it possible to recommend a developed algorithm for solving the problems of determining coverage data and assessing the effectiveness of their application by regions on the Earth's surface for circular orbits of distant spacecraft

Keywords: oblique projection, circular orbit, earth remote sensing spacecraft

For citation: Minakov E.P., Aleksandrov M.A., Mishcheryakov A.V., Mishcheryakov S.V.
Algorithm for determining the parameters of obliated projections of points on the Earth's

surface for circular orbits of space vehicles. *Trudy MAI*, 2024, no. 135. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=179696>

Введение

Решение широкого круга задач применения космических аппаратов (КА) дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) и, в частности, оценивания эффективности их применения базируется на определении параметров покрытия точек, расположенных на поверхности Земли, зонами обзора этих КА [1-3, 18]. Как правило для этого используются подходы, базирующиеся на расчетах трасс, включающих в себя итерационные процедуры вычисления, в первую очередь, широт, долгот и времен пролета КА подспутниковых точек, что даже в рамках Кеплеровских моделей движения сопряжено со значительными вычислительными затратами [4-5]. Альтернативным подходом является использование наклонных проекций, позволяющий значительно сократить эти затраты [6-7]. В связи с тем, что для подавляющего числа КА ДЗЗ при решении задач оценивания эффективности их применения их орбиты могут считаться круговыми актуальной, является задача определения параметров наклонных проекций точек на поверхности Земли для этих орбит и разработка соответствующего алгоритма [8].

Постановка задачи определения параметров наклонных проекций точек на поверхности Земли для круговых орбит КА

Альтернативный подход при решении задач оценивания эффективности применения КА ДЗЗ использует данные о их пролетах над пространственно-временными областями (ПРВО), расположенными на поверхности Земли, и

представляющих собой дуги с временами их существования и называемых наклонными проекциями точек на экватор Земли. Они могут формироваться путем пространственно-временного проецирования для точечных точек, линий или областей, располагающихся на поверхности Земли, и характеризоваться угловыми координатами на экваторе правых и левых границ и соответствующими временами [9, 20]. Очевидно, что определение указанных координат и времен для линий и областей базируется на соответствующих данных для точечных объектов, к которым должны быть отнесены для k -ой точки и j -го КА ДЗЗ долготы правой и левой границ дуг $-\lambda_{kj}^п, \lambda_{kj}^л$ и соответствующие времена $-t_{kj}^н, t_{kj}^к$.

Использование для определения $\lambda_{kj}^п, \lambda_{kj}^л, t_{kj}^н, t_{kj}^к$ стандартных баллистических подходов, включающих в себя вычисление трасс КА ДЗЗ, даже в случае их круговых орбит при простейших моделях движения требует значительных вычислительных затрат, что делает актуальным поиск аналитических решений [10]. Предлагаемый алгоритм определения параметров наклонных проекций зон видимости (ЗВ) точечных объектов для круговых орбит КА является одним из них [11, 19].

Пусть моделирование движения j -го КА ДЗЗ осуществляется в рамках Кеплеровой теории с гравитационной постоянной Земли $-K_3 = 398600,44 \text{ км}^3/\text{с}^2$ для ее сферической поверхности с радиусом $R_3 = 6371 \text{ км}$ при равномерном вращении Земли вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega_3 = 7,2921150 \cdot 10^{-5} \text{ 1/с}$ и считаются известными (рис.1) [4,5]:

1) параметры движения j -го КА ДЗЗ $-\langle H_j, i_j \rangle$;

где H_j – высота круговой орбиты;

i_j – наклонение орбиты;

2) технические характеристики j -го КА $\langle \gamma_j, \beta_j \rangle$;

где γ_j – угол полураствора бортовой аппаратуры;

β_j – предельный угол ее крена;

3) геоцентрические угловые координаты точки k на поверхности Земли, заданные в

Гринвичской системе $\langle \psi_k, \lambda_k \rangle$;

где ψ_k – широта;

λ_k – долгота точки k ;

4) время, отводимое на зондирование точки k – $[T_n, T_k]$.

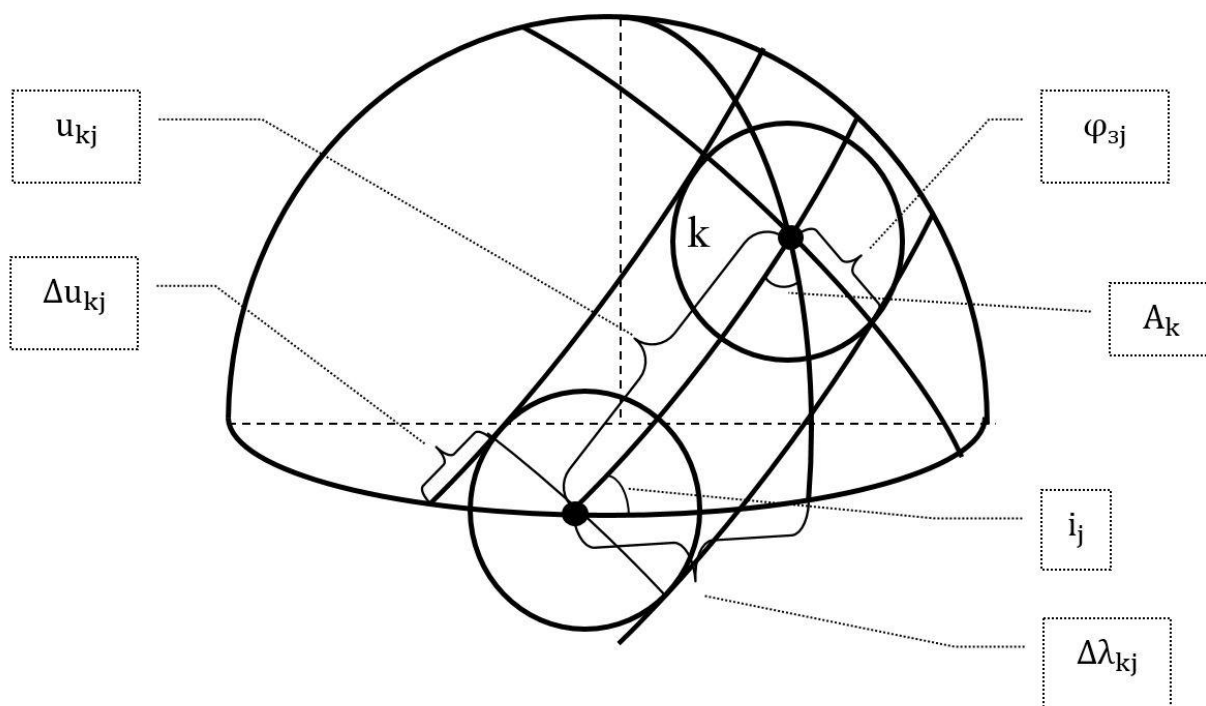


Рис. 1. Параметры покрытия точки ЗВ КА ДЗЗ

По указанным исходным данным требуется определить координаты правой и левой точек наклонной проекции k -ой точки и j -го КА ДЗЗ – $\lambda_{kj}^n, \lambda_{kj}^k$ и соответствующие времена – t_{kj}^n, t_{kj}^k .

**Алгоритм определения параметров наклонных проекций зон видимости
точечных объектов для круговых орбит КА ДЗЗ**

Для определения указанных параметров необходимо осуществить:

1) расчет периода обращения КА ДЗЗ – T_j [4, 14]:

$$T_j = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{(R_3 + H_j)^3}{K_3}}; \quad (1)$$

2) определение углового размера ЗВ [5, 17]:

$$\varphi_{зj} = \frac{\pi}{2} - (\gamma_j + \beta_j) - \arccos\left(\frac{R_3 + H_j}{R_3 \cdot \sin(\gamma_j + \beta_j)}\right) = \text{const}; \quad (2)$$

3) вычисление синуса угла между плоскостью орбиты КА ДЗЗ, проходящей через точку k , и плоскостью меридиана точки k – A_k , так называемой i_j – наклонной ортодромией, с использованием пятиугольника Непера по правилу Непера (рис. 2) [12-16]:

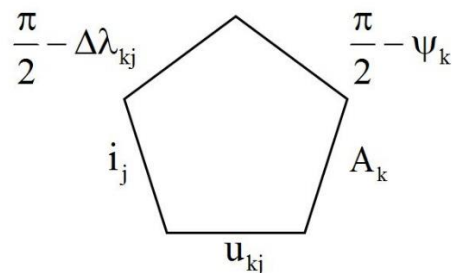


Рис. 2. Пятиугольник Непера для определения $A_k, u_{kj}, \Delta\lambda_{kj}$.

а) для прямых наклонений:

$$\sin A_k = \frac{\cos i_j}{\cos \psi_k}; \quad (3)$$

б) для обратных наклонений:

$$\sin A_k = -\frac{\cos i_j}{\cos \psi_k}; \quad (4)$$

в) для восходящих участков траекторий КА:

$$A_k = \arcsin\left(\frac{\cos i_j}{\cos \psi_k}\right); \quad (5)$$

г) для нисходящих участков траекторий КА:

$$A_k = \pi - \arcsin\left(\frac{\cos i_j}{\cos \psi_k}\right); \quad (6)$$

4) расчет синуса аргумента широты точки k при пролете КА ДЗЗ в ее Зените $-u_{kj}$ для прямых и обратных наклонений:

$$\sin u_{kj} = \frac{\sin \psi_k}{\sin i_j}; \quad (7)$$

5) вычисление косинуса аргумента широты $-u_{kj}$:

а) для прямых наклонений:

$$\cos u_{kj} = \operatorname{ctg} i_j \cdot \operatorname{ctg} A_k; \quad (8)$$

б) для обратных наклонений:

$$\cos u_{kj} = -\operatorname{ctg} i_j \cdot \operatorname{ctg} A_k; \quad (9)$$

б) определение u_{kj} для восходящих и нисходящих ветвей траекторий КА ДЗЗ:

- если $\sin u_{kj} > 0$ и $\cos u_{kj} > 0$, то $u_{kj} = \arcsin\left(\frac{\sin \psi_k}{\sin i_j}\right)$; (10)

- если $\sin u_{kj} > 0$ и $\cos u_{kj} < 0$, то $u_{kj} = \arccos\left(\frac{\sin \psi_k}{\sin i_j}\right)$; (11)

- если $\sin u_{kj} < 0$ и $\cos u_{kj} > 0$, то $u_{kj} = \pi - \arcsin\left(\frac{\sin \psi_k}{\sin i_j}\right)$; (12)

- если $\sin u_{kj} < 0$ и $\cos u_{kj} < 0$, то $u_{kj} = 2\pi + \arcsin\left(\frac{\sin \psi_k}{\sin i_j}\right)$; (13)

7) вычисление синуса углового размера дуги Экватора между меридианом точки k и направлением на точку пересечения i_j – наклонной ортодромией Экватора Земли –

$\Delta\lambda_{kj}$ по правилу Непера (рис.1, 2):

а) для прямых наклонений:

$$\sin \Delta\lambda_{kj} = \frac{\operatorname{tg} \psi_k}{\operatorname{tg} i_j}; \quad (14)$$

б) для обратных наклонений:

$$\sin \Delta\lambda_{kj} = -\frac{\operatorname{tg} \psi_k}{\operatorname{tg} i_j}; \quad (15)$$

8) определение косинуса $\Delta\lambda_{kj}$ для прямых и обратных наклонений по правилу Непера (рис. 2):

$$\cos \Delta\lambda_{kj} = \frac{\cos u_{kj}}{\cos \psi_k}; \quad (16)$$

9) расчет углового размера дуги $\Delta\lambda_{kj}$:

- если $\sin \Delta\lambda_{kj} > 0$ и $\cos \Delta\lambda_{kj} > 0$, то $\Delta\lambda_{kj} = \arcsin\left(\frac{\operatorname{tg}\psi_k}{\operatorname{tg}i_j}\right)$; (17)

- если $\sin \Delta\lambda_{kj} > 0$ и $\cos \Delta\lambda_{kj} < 0$, то $\Delta\lambda_{kj} = \arccos\left(\frac{\cos u_{kj}}{\cos \psi_k}\right)$; (18)

- если $\sin \Delta\lambda_{kj} < 0$ и $\cos \Delta\lambda_{kj} > 0$, то $\Delta\lambda_{kj} = \pi - \arcsin\left(\frac{\operatorname{tg}\psi_k}{\operatorname{tg}i_j}\right)$; (19)

- если $\sin \Delta\lambda_{kj} < 0$ и $\cos \Delta\lambda_{kj} < 0$, то $\Delta\lambda_{kj} = 2\pi + \arcsin\left(\frac{\operatorname{tg}\psi_k}{\operatorname{tg}i_j}\right)$; (20)

10) вычисление тангенса углового размера проекции ЗВ КА ДЗЗ на экватор Земли – $\Delta\lambda_3$ по правилу Непера (рис.1, 3):

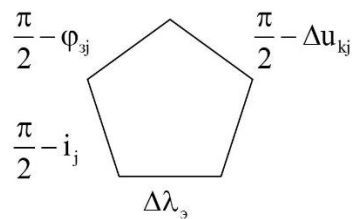


Рис. 3. Пятиугольник Непера для определения $\Delta\lambda_3, \Delta u_{kj}$.

$$\operatorname{tg}\Delta\lambda_3 = \frac{\operatorname{tg}\varphi_{3j}}{\sin i_j}; \quad (21)$$

11) определение углового размера $\Delta\lambda_3$:

$$\Delta\lambda_3 = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\varphi_{3j}}{\sin i_j}\right); \quad (22)$$

12) расчет синуса углового размера дуги, проецирующей левую и правую границы ЗВ на Экватор Земли – Δu_{kj} по правилу Непера (рис.1, 3):

а) для прямых наклонений:

$$\sin \Delta u_{kj} = \cos i_j \cdot \sin \Delta\lambda_3; \quad (23)$$

б) для обратных наклонений:

$$\sin \Delta u_{kj} = -\cos i_j \cdot \sin \Delta \lambda_3; \quad (24)$$

13) вычисление косинуса Δu_{kj} как для прямых так и обратных наклонений:

$$\cos \Delta u_{kj} = \frac{\sin \Delta \lambda_3 \cdot \sin i_j}{\sin \varphi_{зj}}; \quad (25)$$

14) определение углового размера дуги Δu_{kj} :

- если $\sin \Delta u_{kj} > 0$ и $\cos \Delta u_{kj} > 0$, то $\Delta u_{kj} = \arcsin(\cos i_j \cdot \sin \Delta \lambda_3)$; (26)

- если $\sin \Delta u_{kj} > 0$ и $\cos \Delta u_{kj} < 0$, то $\Delta u_{kj} = \arccos\left(\frac{\sin \Delta \lambda_3 \cdot \sin i_j}{\sin \varphi_{зj}}\right)$; (27)

- если $\sin \Delta u_{kj} < 0$ и $\cos \Delta u_{kj} > 0$, то $\Delta u_{kj} = \pi - \arcsin(\cos i_j \cdot \sin \Delta \lambda_3)$; (28)

- если $\sin \Delta u_{kj} < 0$ и $\cos \Delta u_{kj} < 0$, то $\Delta u_{kj} = 2\pi + \arcsin(\cos i_j \cdot \sin \Delta \lambda_3)$. (29)

15) расчет углового размера i_j – наклонной ортодромии правой точки касания

(рис. 4):

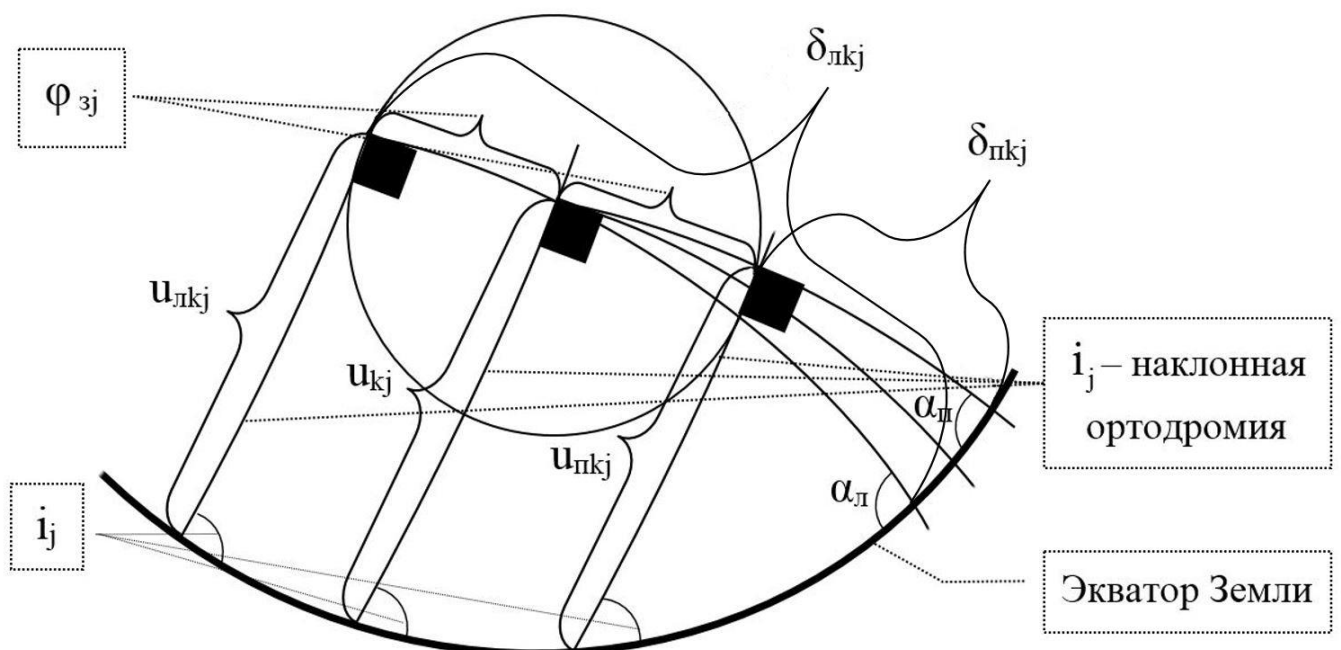


Рис. 4. Параметры точек касания ЗВ

а) по теореме синусов:

$$\frac{\sin u_{kj}^{\pi}}{\sin \alpha_{\pi}} = \frac{\sin(\delta_{kj}^{\pi} + \varphi_{зj})}{\sin i_j}; \quad (30)$$

б) по правилу Непера (рис.5):

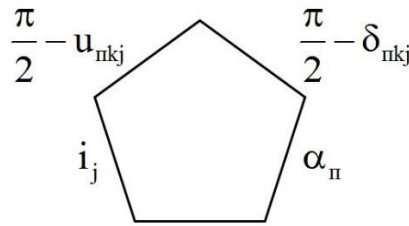


Рисунок 5 – Пятиугольник Непера для определения δ_{kj}^{π} и u_{kj}^{π}

$$\operatorname{tg} \delta_{kj}^{\pi} = \frac{\sin u_{kj}^{\pi} \cdot \operatorname{tgi}_j - \sin \varphi_{зj}}{\cos \varphi_{зj}}; \quad (31)$$

- для восходящих ветвей траекторий КА:

$$u_{kj}^{\pi} = \arcsin(\operatorname{ctgi}_j \cdot \operatorname{tg} \delta_{kj}^{\pi}); \quad (32)$$

- для нисходящих ветвей траекторий КА:

$$u_{kj}^{\pi} = \pi - \arcsin(\operatorname{ctgi}_j \cdot \operatorname{tg} \delta_{kj}^{\pi}); \quad (33)$$

16) расчет углового размера i_j – наклонной ортодромии левой точки касания (рис. 4):

а) по теореме синусов:

$$\frac{\sin u_{kj}^{\pi}}{\sin \alpha_{\pi}} = \frac{\sin(\delta_{kj}^{\pi} - \varphi_{зj})}{\sin i_j}; \quad (34)$$

б) по правилу Непера:

$$\operatorname{tg} \delta_{kj}^{\pi} = \frac{\sin u_{kj}^{\pi} \cdot \operatorname{tgi}_j - \sin \varphi_{зj}}{\cos \varphi_{зj}}; \quad (35)$$

- для восходящих ветвей траекторий КА:

$$u_{kj}^n = \arcsin(\operatorname{ctg} i_j \cdot \operatorname{tg} \delta_{kj}^n); \quad (36)$$

- для нисходящих ветвей траекторий КА:

$$u_{kj}^n = \pi - \arcsin(\operatorname{ctg} i_j \cdot \operatorname{tg} \delta_{kj}^n); \quad (36)$$

17) определение времени движения КА ДЗЗ до правой точки касания ЗВ:

$$\Delta t_j^n = \frac{T_j \cdot u_{kj}^n}{2\pi}; \quad (37)$$

18) вычисление долготы правой границы наклонной проекции:

$$\lambda_{kj}^n = \lambda_{kj} - \Delta \lambda_{kj} + \omega_3 \cdot \Delta t_j^n + \Delta \lambda_3; \quad (38)$$

19) расчет времени начала существования наклонной проекции:

$$t_{kj}^n = T_n - \Delta t_j^n; \quad (39)$$

20) вычисление времени движения КА ДЗЗ до левой точки касания ЗВ:

$$\Delta t_j^n = \frac{T_j \cdot u_{kj}^n}{2\pi}; \quad (40)$$

21) вычисление долготы левой границы i_j -наклонной проекции:

$$\lambda_{kj}^n = \lambda_{kj} - \Delta \lambda_{kj} + \omega_3 \cdot \Delta t_j^n - \Delta \lambda_3; \quad (41)$$

22) расчет времени окончания существования i_j -наклонной проекции:

$$t_{kj}^k = T_k - \Delta t_j^n. \quad (42)$$

Пример определения границ наклонной проекции параметров наклонных проекций зон видимости точечных объектов для круговых орбит КА ДЗЗ

Оценивание адекватности разработанных модели и алгоритма наклонных проекций, корректности результатов, получаемых с использованием предложенного

алгоритма, может быть осуществлено путем их сравнения с данными стандартного баллистического подхода на основе вычисления трасс КА ДЗЗ.

Для расчета трасс КА ДЗЗ могут быть использованы следующие зависимости [4,5]:

- для широт подспутниковых точек :

$$\sin \psi = \sin i_j \cdot \sin u; \quad (43)$$

- для изменения долгот этих точек:

$$\begin{cases} \sin \Delta\lambda = \operatorname{ctg} i_j \cdot \operatorname{tg} \psi \\ \cos \Delta\lambda = \frac{\cos u}{\cos \psi} \end{cases}; \quad (44)$$

- для времени движения до подспутниковой точки:

$$t = \frac{T_j \cdot u}{2\pi}; \quad (45)$$

- для долготы подспутниковой точки:

$$\lambda = \lambda_k - \Delta\lambda + \Delta\lambda_3 - \omega_3 \cdot t; \quad (46)$$

где $\Delta\lambda_3$ рассчитывается по формуле (22);

- для углового расстояния между подспутниковой точкой и точкой k :

$$\cos \varphi_{zj}^* = \sin \psi \cdot \sin \psi_k + \cos \psi \cdot \cos \psi_k \cdot \cos(\lambda - \lambda_k). \quad (47)$$

Критерий покрытия точки ЗВ КА ДЗЗ имеет вид:

$$\varphi_{zj}^* \geq \varphi_{zj}. \quad (48)$$

Все вычислительные эксперименты проводились для одной точки, расположенной в Северном полушарии с координатами $\psi_k = 60,5^\circ$, $\lambda_k = 60^\circ$, для $T_H = 3000$ сек., $T_K = 10000$ сек. от начала суток. Расчет трасс КА осуществлялся в

диапазоне от $u_0 = 0^\circ$ до $u_k = 180^\circ$ с шагом $\Delta u = 0,5^\circ$. Для проведения вычислительных экспериментов был разработан программно-моделирующий комплекс в MS Excel.

Первая серия вычислительных экспериментов включала в себя варьирование высотами полета КА ДЗЗ – H_j . Соответствующие исходные данные приведены в табл.1

Таблица 1

№ КА	Тип участка траектории	H_j	i_j	γ_j	β_j	$L_{\vartheta 0j}$	$\Delta\lambda_{\text{п}}$	$\Delta\lambda_{\text{л}}$
		км	Град	град	град	град	град	град
1	ВВ	400	92	5	12	67,42	1,10	1,10
	НВ	400	92	5	12	244,12	1,10	1,10
2	ВВ	700	92	5	12	67,68	1,94	1,94
	НВ	700	92	5	12	244,64	1,94	1,94
3	ВВ	700	92	5	12	67,68	1,94	1,94
	НВ	700	92	5	12	244,64	1,94	1,94
4	ВВ	1 300	92	5	12	68,22	3,62	3,62
	НВ	1300	92	5	12	245,70	3,62	3,62

В табл.1 введены следующие обозначения: № КА – условный номер КА ДЗЗ; ВВ – восходящая ветвь траектории; НВ – восходящая ветвь траектории; $\Delta\lambda_{\text{п}}$ – шаг изменения долготы начальной точки трассы, отсчитываемый от долготы восходящего узла орбиты в восточном направлении; $\Delta\lambda_{\text{л}}$ – шаг изменения долготы начальной точки трассы, отсчитываемый от долготы восходящего узла орбиты в западном направлении.

Для сокращения количества вычислительных экспериментов для расчета трасс КА ДЗЗ по результатам определения левой и правой границ наклонной проекции

а) долготы восходящих узлов рассчитывались по формуле:

$$L_{\vartheta 0j} = \frac{\lambda_{kj}^{\text{п}} + \lambda_{kj}^{\text{л}}}{2}; \quad (49)$$

б) шаг изменения долготы начальной точки трассы в восточном направлении:

$$\Delta\lambda_{\Pi} = \lambda_{kj}^{\Pi} - L_{\varepsilon 0j}; \quad (50)$$

в) шаг изменения долготы начальной точки трассы в западном направлении:

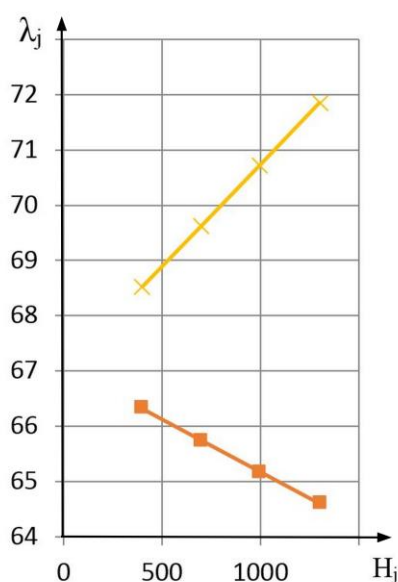
$$\Delta\lambda_{\Pi} = L_{\varepsilon 0j} - \lambda_{kj}^{\Pi}. \quad (51)$$

Результаты расчетов долгот проекций ЗВ точки k , полученные с использованием трасс и наклонных проекций для восходящих ветвей траекторий КА ДЗЗ для различных КА (высот полета) приведены в табл.2.

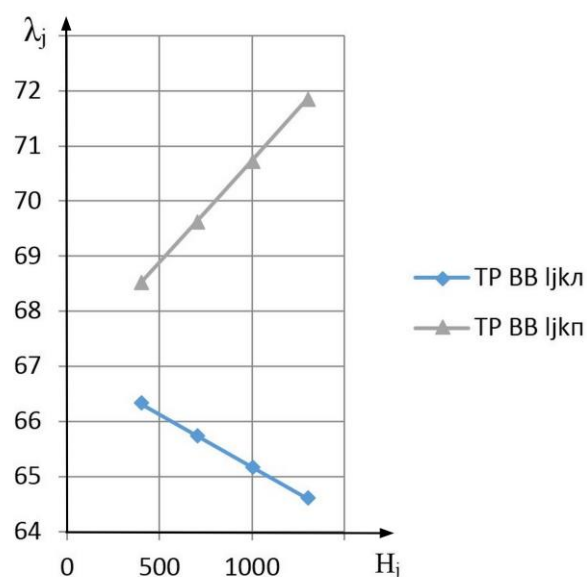
Таблица 2

№ КА	ТР ВВ	ТР ВВ	МНП ВВ	МНП ВВ	ТР ВВ	ТР ВВ	МНП ВВ	МНП ВВ
	Град	град	Град	град	с	с	с	с
1	66,31	68,53	66,31	68,53	2052,75	9052,75	2067,79	9066,61
2	65,74	69,62	65,74	69,62	2030,20	8980,88	2005,64	9003,41
3	65,17	70,73	65,17	70,73	1897,85	8985,32	1942,20	8938,81
4	64,60	71,84	64,60	71,84	1811,31	8820,60	1877,51	8872,83

Соответствующие графики приведены на рис.6.



а)



б)

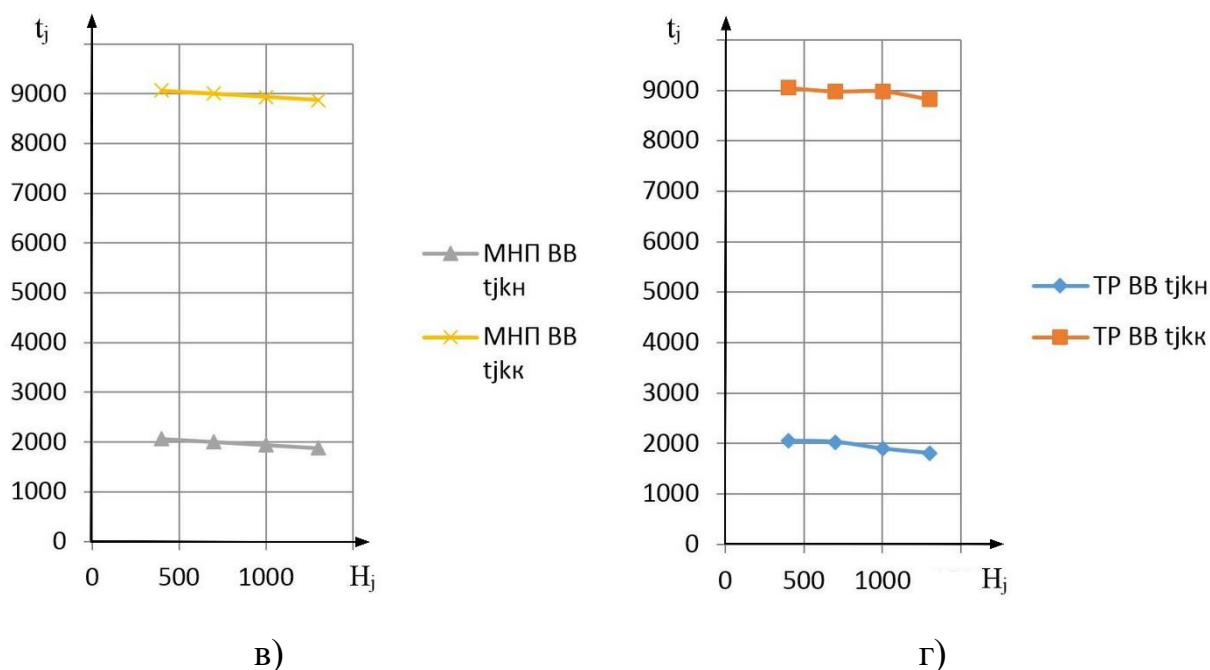


Рис. 6. Графики зависимостей долгот наклонных проекций, полученных с использованием трасс КА ДЗЗ (а), МНП (б) и времен начала (в) и конца их существования (г) для восходящих ветвей.

Результаты расчетов долгот проекций ЗВ точки k , полученные с использованием трасс и наклонных проекций для нисходящих ветвей траекторий КА ДЗЗ приведены в табл.3.

Таблица 3

№ КА	ТР НВ	ТР НВ	МНП НВ	МНП НВ	ТР НВ	ТР НВ	МНП НВ	МНП НВ	Погр.вр. для ВВ %	Погр.вр. для НВ %
	град	град	град	Град	с	с	с	с		
1	243,02	245,23	243,02	245,23	2052,75	9052,75	2067,79	9066,61	0,034	0,03
2	242,70	246,58	242,70	246,58	2030,20	8980,88	2005,64	9003,41	0,76	0,06
3	242,38	247,94	242,38	247,94	1897,85	8985,32	1942,20	8938,81	0,83	0,41
4	242,08	249,32	242,08	249,32	1811,31	8820,60	1877,51	8872,83	0,43	0,57

В табл.3 помимо указанных данных приведены погрешности в определении времен существования наклонных проекций для восходящих и нисходящих витков.

Соответствующие графики приведены на рис.7.:

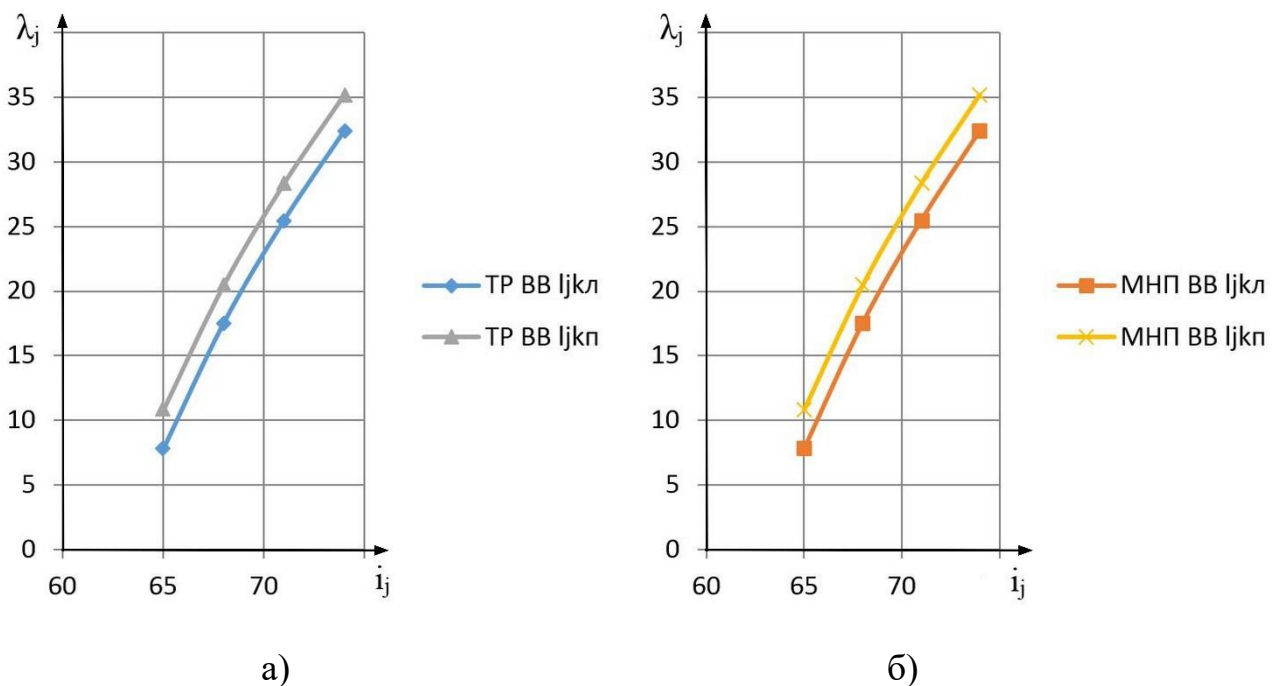
1	ВВ	500	65	5	12	9,33	1,51	1,51
	НВ	500	65	5	12	302,47	1,53	1,53
2	ВВ	500	68	5	12	19,01	1,47	1,47
	НВ	500	68	5	12	292,79	1,50	1,50
3	ВВ	500	71	5	12	26,90	1,44	1,44
	НВ	500	71	5	12	284,90	1,47	1,47
4	ВВ	500	74	5	12	33,80	1,42	1,42
	НВ	500	74	5	12	278,00	1,44	1,44

Результаты расчетов долгот проекций ЗВ точки k , полученные с использованием трасс и наклонных проекций для восходящих ветвей траекторий КА ДЗЗ для различных КА (высот полета) приведены в табл.5.

Таблица 5

№ КА	ТР ВВ	ТР ВВ	МНП ВВ	МНП ВВ	ТР ВВ	ТР ВВ	МНП ВВ	МНП ВВ
	Град	град	Град	град	с	с	с	с
1	7,82	10,84	7,82	10,84	1827,00	8850,62	1797,54	8871,23
2	17,53	20,48	17,53	20,48	1929,35	8913,60	1873,13	8924,34
3	25,45	28,35	25,45	28,35	1929,35	8960,84	1924,78	8963,20
4	32,37	35,22	32,37	35,22	1960,84	8992,33	1962,93	8992,34

Соответствующие графики приведены на рис.8.



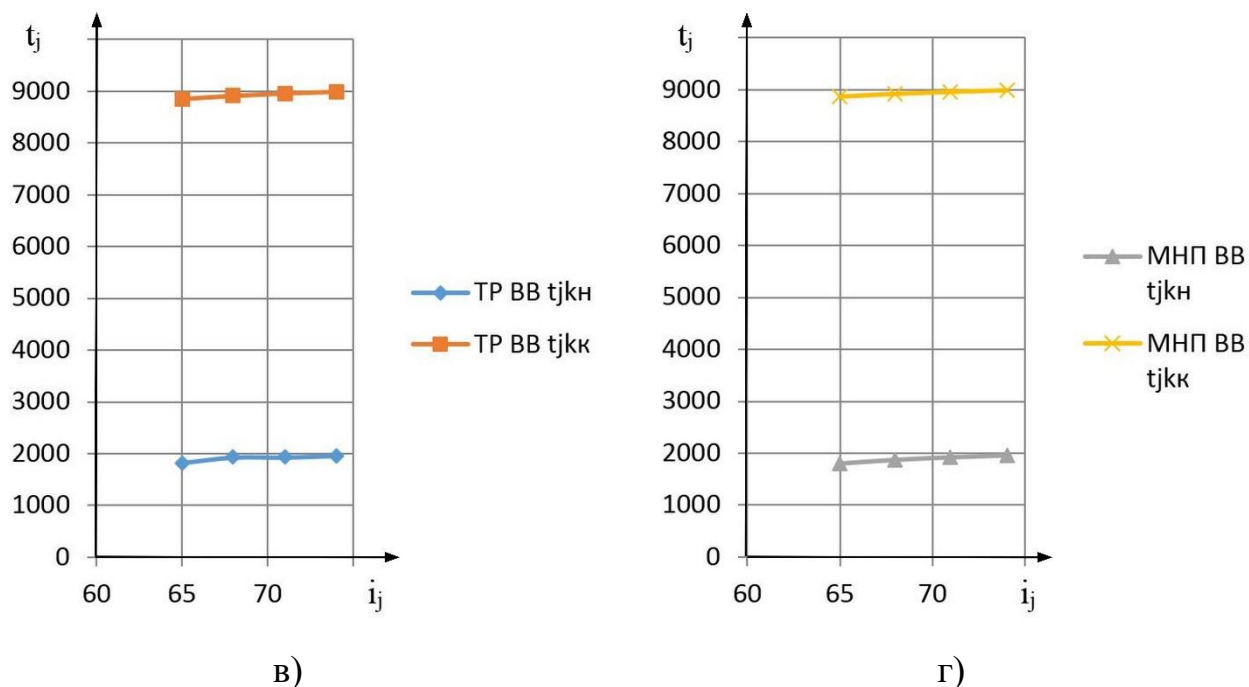


Рис. 8. Графики зависимостей долгот наклонных проекций, полученных с использованием трасс КА ДЗЗ (а), МНП (б) и времен начала (в) и конца их существования (г) для восходящих ветвей.

Результаты расчетов долгот проекций ЗВ точки k , полученные с использованием трасс и наклонных проекций для нисходящих ветвей траекторий КА ДЗЗ приведены в табл.6.

Таблица 6

№ КА	ТР НВ	ТР НВ	МНП НВ	МНП НВ	ТР НВ	ТР НВ	МНП НВ	МНП НВ	Погр.вр. для ВВ	Погр.вр. для НВ
	град	град	град	Град	с	с	с	с	%	%
1	300,93	304,00	300,93	304,00	1315,30	8299,55	1368,38	8294,69	0,41	0,83
2	291,29	294,29	291,29	294,29	1252,32	8236,57	1292,79	8241,58	0,13	0,51
3	283,43	286,37	283,43	286,37	1205,08	8236,57	1241,14	8202,72	0,53	0,99
4	276,55	279,45	276,55	279,45	1173,59	8157,85	1202,99	8173,58	0,52	0,19

В табл.6 помимо указанных данных приведены погрешности в определении времен существования наклонных проекций для восходящих и нисходящих витков.

Соответствующие графики приведены на рис.9.

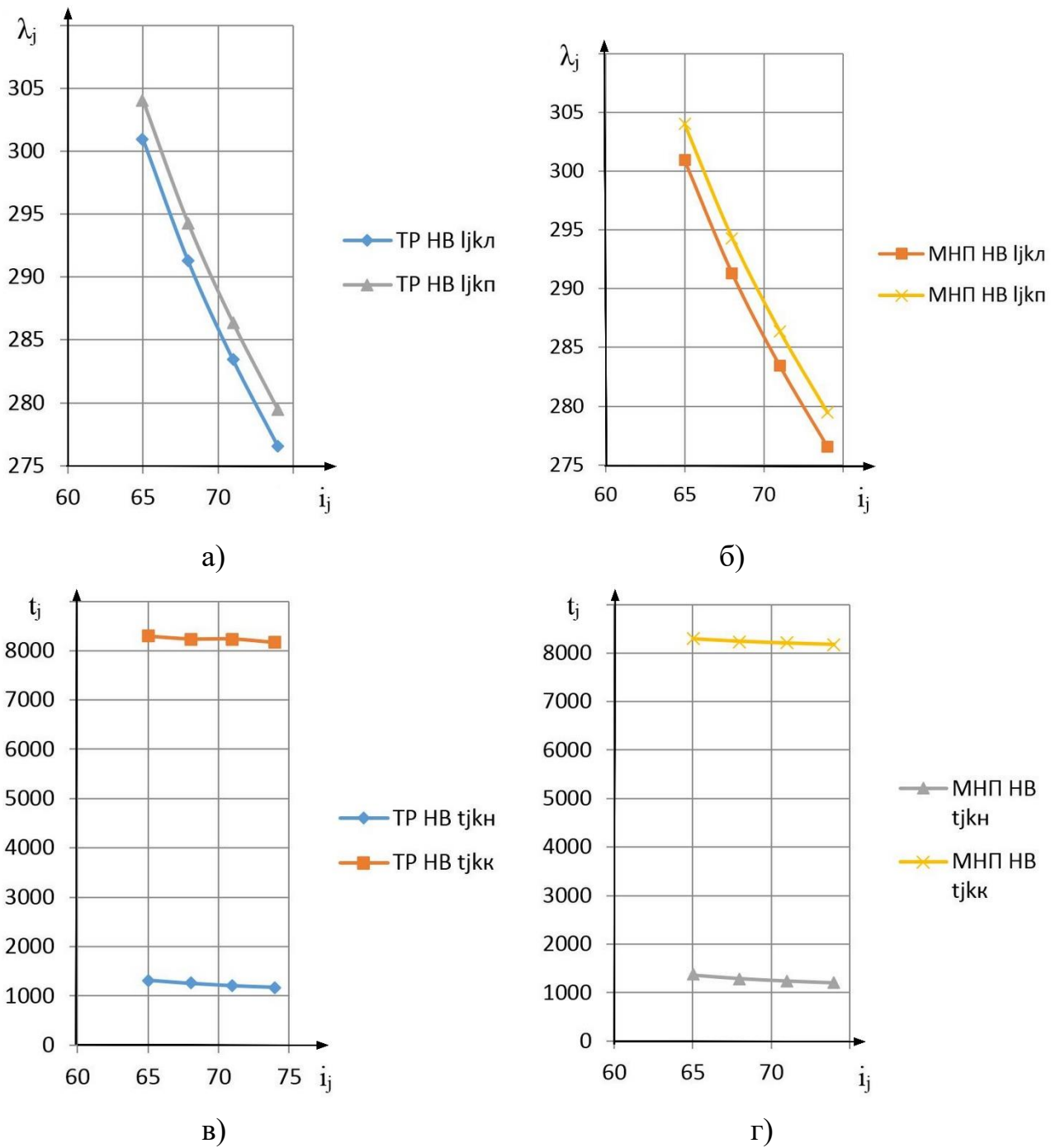


Рисунок 9. Графики зависимостей долгот наклонных проекций, полученных с использованием трасс КА ДЗЗ (а), МНП (б) и времен начала (в) и конца их существования (г) для нисходящих ветвей.

Третья серия вычислительных экспериментов включала в себя варьирование обратным наклонениями КА ДЗЗ – i_j . Соответствующие исходные данные приведены в табл.7.

Таблица 7

		H_j	i_j	γ_j	β_j	$L_{\infty 0j}$	$\Delta\lambda_{\Pi}$	$\Delta\lambda_{\Pi}$
--	--	-------	-------	------------	-----------	-----------------	-----------------------	-----------------------

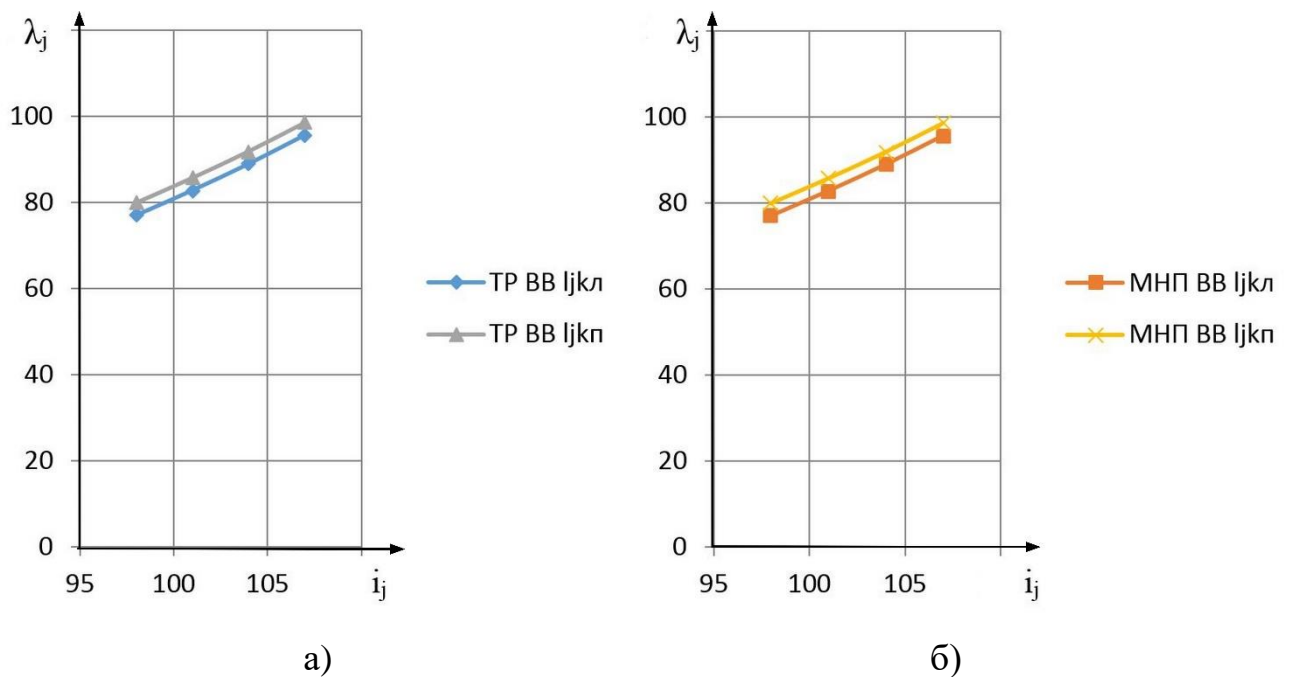
№ КА	Тип участка траектории	км	Град	град	град	град	град	град
1	ВВ	500	98	5	12	78,41	1,40	1,40
	НВ	500	98	5	12	233,39	1,40	1,40
2	ВВ	500	101	5	12	84,19	1,42	1,42
	НВ	500	101	5	12	227,61	1,42	1,42
3	ВВ	500	104	5	12	90,33	1,44	1,44
	НВ	500	104	5	12	221,47	1,44	1,44
4	ВВ	500	107	5	12	97,00	1,47	1,47
	НВ	500	107	5	12	214,80	1,47	1,47

Результаты расчетов долгот проекций ЗВ точки k , полученные с использованием трасс и наклонных проекций для восходящих ветвей траекторий КА ДЗЗ для различных КА (высот полета) приведены в табл.8.

Таблица 8

№ КА	ТР ВВ	ТР ВВ	МНП ВВ	МНП ВВ	ТР ВВ	ТР ВВ	МНП ВВ	МНП ВВ
	Град	град	Град	град	с	с	с	с
1	77,01	79,82	77,01	79,82	2047,43	9015,94	2034,57	9028,46
2	82,76	85,61	82,76	85,61	2031,69	9039,56	2020,88	9012,43
3	88,88	91,77	88,88	91,77	2008,07	8984,45	2001,42	8990,58
4	95,53	98,47	95,53	98,47	1945,09	8992,33	1975,00	8961,71

Соответствующие графики приведены на рис.10.



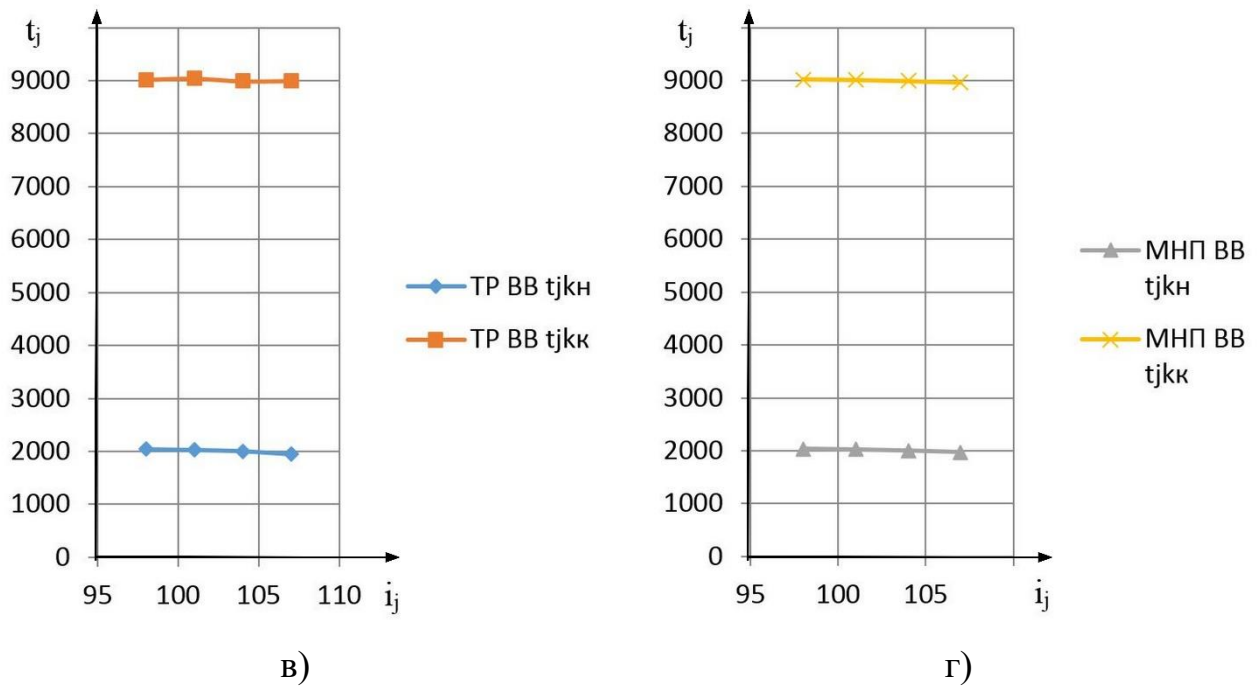


Рис. 10. Графики зависимостей долгот наклонных проекций, полученных с использованием трасс КА ДЗЗ (а), МНП (б) и времен начала (в) и конца их существования (г) для восходящих ветвей.

Результаты расчетов долгот проекций ЗВ точки k , полученные с использованием трасс и наклонных проекций для нисходящих ветвей траекторий КА ДЗЗ приведены в табл.9.

Таблица 9

№ КА	ТР НВ	ТР НВ	МНП НВ	МНП НВ	ТР НВ	ТР НВ	МНП НВ	МНП НВ	Погр.вр. для ВВ %	Погр.вр. для НВ %
	град	град	град	Град	с	с	с	с		
1	231,98	234,79	231,98	234,79	1881,50	8118,49	1137,46	8131,35	0,63	0,18
2	226,19	229,04	226,19	229,04	1865,76	8134,23	1153,49	8145,04	0,14	0,26
3	220,03	222,92	220,03	222,92	1842,14	8157,85	1175,33	8164,50	0,51	0,18
4	213,33	216,27	213,33	216,27	1779,16	8220,83	1204,21	8190,92	0,49	0,18

В табл.9 помимо указанных данных приведены погрешности в определении времен существования наклонных проекций для восходящих и нисходящих витков.

Соответствующие графики приведены на рис.11.

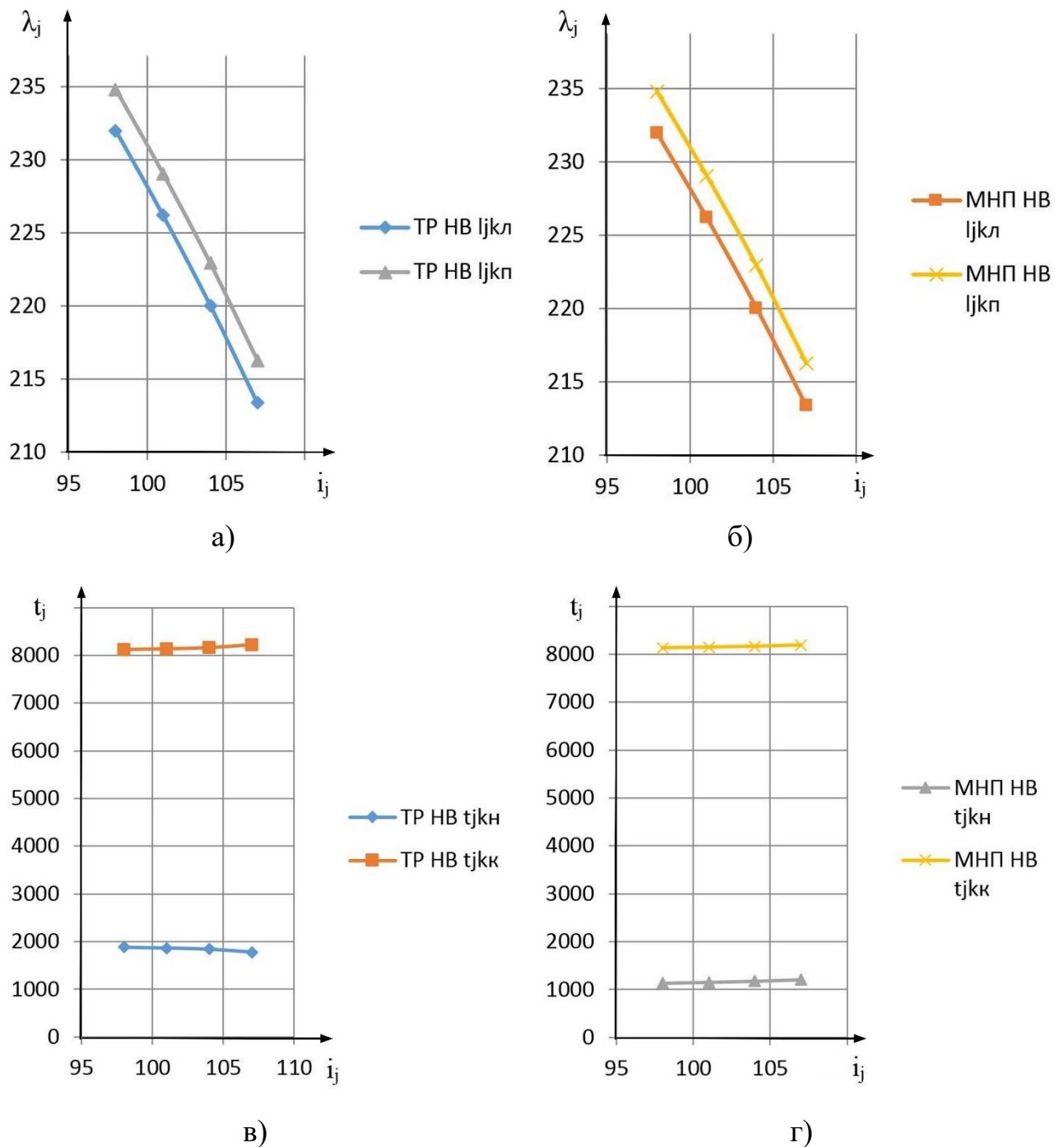


Рис. 11. Графики зависимостей долгот наклонных проекций, полученных с использованием трасс КА ДЗЗ (а), МНП (б) и времен начала (в) и конца их существования (г) для нисходящих ветвей.

Четвертая серия вычислительных экспериментов включала в себя варьирование углом крена аппаратуры ДЗЗ КА – β_j . Соответствующие исходные данные приведены в табл.10.

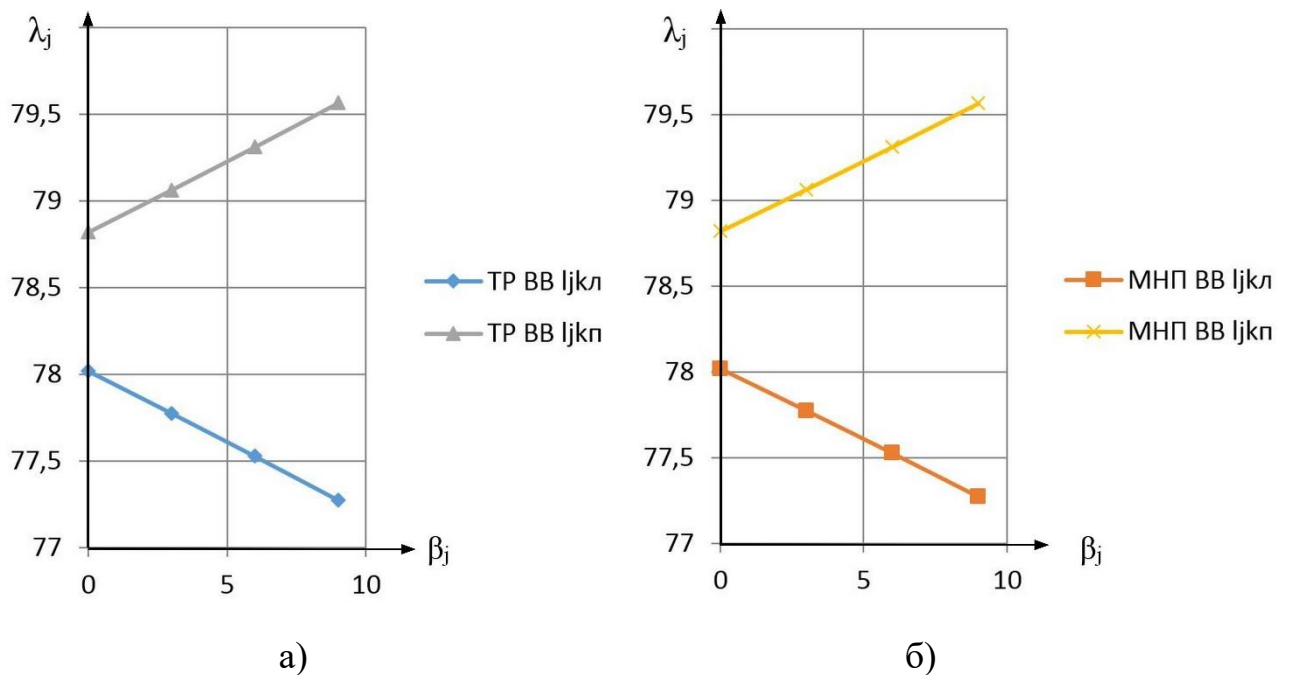
№ КА	Тип участка траектории	H_j	i_j	γ_j	β_j	$L_{\varepsilon 0j}$	$\Delta\lambda_{\Pi}$	$\Delta\lambda_{\lambda}$
		км	Град	град	град	град	град	град
1	ВВ	500	98	5	0	78,41	0,40	0,40
	НВ	500	98	5	0	233,39	0,40	0,40
2	ВВ	500	98	5	3	78,41	0,64	0,64
	НВ	500	98	5	3	233,39	0,64	0,64
3	ВВ	500	98	5	6	78,41	0,89	0,89
	НВ	500	98	5	6	233,39	0,89	0,89
4	ВВ	500	98	5	9	78,41	1,14	1,14
	НВ	500	98	5	9	233,39	1,14	1,14

Результаты расчетов долгот проекций ЗВ точки k , полученные с использованием трасс и наклонных проекций для восходящих ветвей траекторий КА ДЗЗ для различных КА (высот полета) приведены в табл.11.

Таблица 11

№ КА	ТР ВВ	ТР ВВ	МНП ВВ	МНП ВВ	ТР ВВ	ТР ВВ	МНП ВВ	МНП ВВ
	Град	град	Град	град	с	с	с	с
1	78,01	78,81	78,01	78,81	2023,82	9039,56	2032,38	9030,64
2	77,77	79,06	77,77	79,06	2039,56	9023,82	2032,91	9030,11
3	77,52	79,31	77,52	79,31	2015,94	9047,43	2033,45	9029,58
4	77,27	79,56	77,27	79,56	2015,94	9047,43	2034,00	9029,03

Соответствующие графики приведены на рис.12.



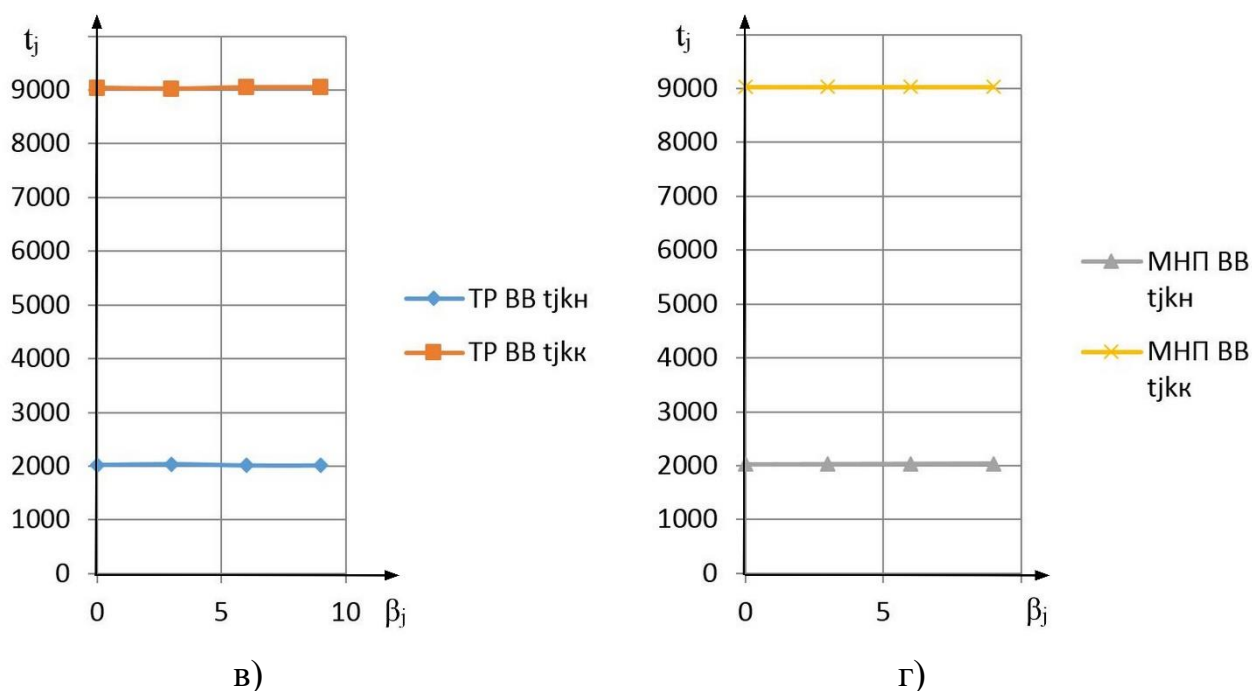


Рис.12. Графики зависимостей долгот наклонных проекций, полученных с использованием трасс КА ДЗЗ (а), МНП (б) и времен начала (в) и конца их существования (г) для восходящих ветвей.

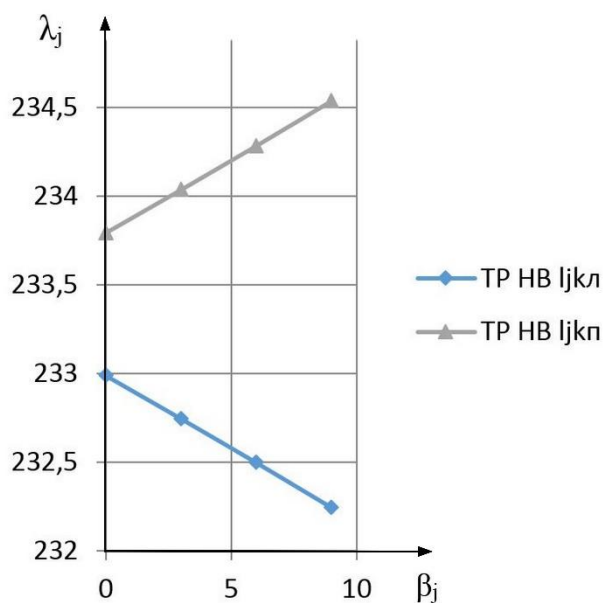
Результаты расчетов долгот проекций ЗВ точки k , полученные с использованием трасс и наклонных проекций для нисходящих ветвей траекторий КА ДЗЗ приведены в табл.12.

Таблица 12

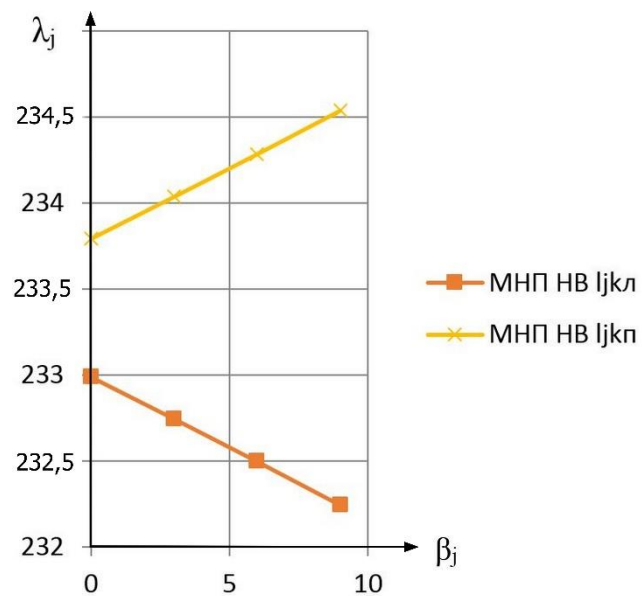
№ КА	ТР НВ	ТР НВ	МНП НВ	МНП НВ	ТР НВ	ТР НВ	МНП НВ	МНП НВ	Погр.вр. для ВВ %	Погр.вр. для НВ %
	град	град	град	Град	с	с	с	с		
1	232,98	233,79	232,98	233,79	1857,89	8142,10	1135,28	8133,53	0,17	0,05
2	232,74	234,03	232,74	234,03	1873,63	8126,36	1135,80	8133,01	0,30	0,08
3	232,49	234,28	232,49	234,28	1850,01	8149,98	1136,34	8132,47	0,33	0,11
4	232,24	234,53	232,24	234,53	1850,01	8149,98	1136,89	8131,92	0,30	0,14

В табл.12 помимо указанных данных приведены погрешности в определении времен существования наклонных проекций для восходящих и нисходящих витков.

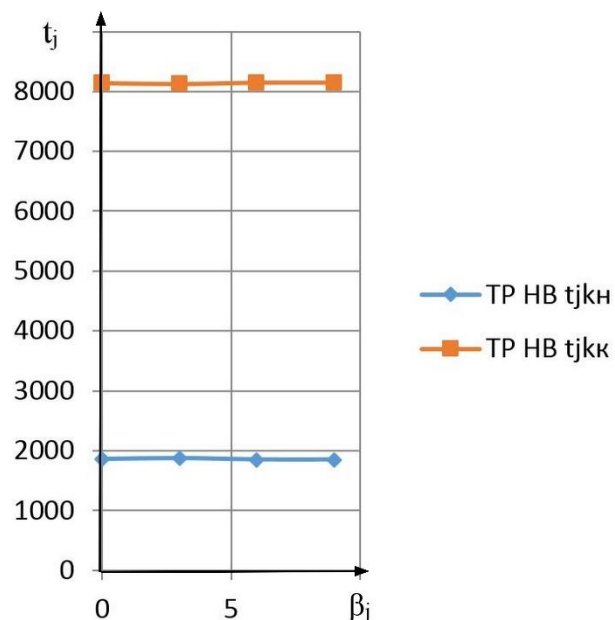
Соответствующие графики приведены на рис. 13.



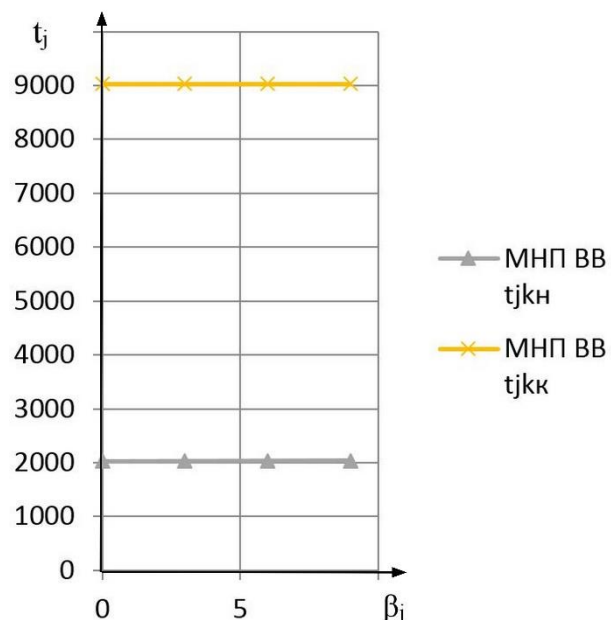
а)



б)



в)



г)

Рис. 13. Графики зависимостей долгов наклонных проекций, полученных с использованием трасс КА ДЗЗ (а), МНП (б) и времен начала (в) и конца их существования (г) для нисходящих ветвей.

Приведенные результаты демонстрируют, что при принятых исходных данных:

- 1) зависимости долгов и времен существования наклонных проекций корректно отображают их реальное изменение;

2) погрешности в определении долгот границ наклонных проекций, полученные МНП и с использованием трасс КА отсутствуют,

3) погрешности в определении соответствующих времен существования при использовании моделей и алгоритма наклонных проекций по сравнению с трассами составляют величины менее 1%.

Заключение

Полученные результаты демонстрируют высокую степень совпадения долгот границ проекций ЗВ КА ДЗЗ точки для трасс и наклонных проекций как для прямых, так и для обратных наклонений орбит, что указывает на адекватность математической модели алгоритма определения параметров наклонных проекций зон видимости точечных объектов для круговых орбит КА ДЗЗ. Он позволяет получать корректные результаты, обладает предельно высокими информационно-операционными характеристиками и предоставляет возможность ровно один раз рассчитывать наклонные проекции для группировок однотипных КА ДЗЗ.

Это в свою очередь позволяет рекомендовать разработанный алгоритм для решения задач определения данных о покрытии и оценивания эффективности их применения по ПРВО на поверхности Земли для круговых орбит КА ДЗЗ.

Список источников

1. Минаков Е.П., Шафигуллин И.Ш., Зубачев А.М. Методы исследования эффективности применения организационно-технических систем космического назначения. – СПб.: ВКА имени А.Ф.Можайского, 2016. – 242 с.

2. Зиновьев Ю.С., Мишина О.А., Захаров А.Ю., Хатанзейская М.А. Методика оценки характеристик обнаружения оптико-электронной системы ГЕОДСС наземного базирования // Труды МАИ. 2019. № 109. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=111397>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-16](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-16)
3. Малетин А.Н., Глущенко А.А., Мишина О.А. Исследование возможностей современных космических средств по мониторингу объектов в околоземном космическом пространстве // Труды МАИ. 2022. № 127. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=170351>. DOI: [10.34759/trd-2022-127-21](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-21)
4. Аверкиев Н.Ф., Власов Р.П., Богачев С.А. и др. Баллистические основы проектирования ракет-носителей и спутниковых систем. – СПб.: ВКА имени А.Ф. Можайского, 2017. – 302 с.
5. Аверкиев Н.Ф., Богачев С.А., Васьков С.А. Основы теории полета летательных аппаратов. – СПб.: ВКА имени А.Ф.Можайского, 2013. – 242 с.
6. Мозжерин В.В. Математическая основа карт. – Казань: Казанский государственный университет им. В.И. Ульянова-Ленина, 2023. – 99 с.
7. Минаков Е.П., Александров М.А., Мищеряков А.В. Алгоритм оценивания осредненного времени пролета орбитальной группировки космических аппаратов // Вопросы оборонной техники. Серия 16 «Технические средства противодействия терроризму». 2023. Вып. 183-184. С. 34-38.
8. Грудинин И.В., Кочанов И.А. Противоспутниковое маневрирование наземных подвижных объектов // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2016. № 3-1. С. 87-96.

9. Минаков Е.П., Александров М.А., Данилюк Б.А., Вербин А.В. Методический подход к оцениванию эффективности применения орбитальных средств контроля зон безопасности критически значимых космических аппаратов на основе дискретных цепей Маркова // Труды МАИ. 2023. № 132. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=176858>
10. Ананенко В.М., Голяков А.Д., Сасункевич А.А. Обоснование структуры нейронной сети для определения параметров движения орбитального объекта по результатам его наблюдений с борта космического аппарата // Известия вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65. № 8. URL: <https://pribor.ifmo.ru/file/article/21409.pdf>. DOI: [10.17586/0021-3454-2022-65-8-565-574](https://doi.org/10.17586/0021-3454-2022-65-8-565-574)
11. Минаков Е.П., Александров М.А., Мищеряков А.В. Модель расчета вероятности потенциально результативных пролетов космического аппарата над заданным районом // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2023. № 11. С. 152–157.
12. Мамон П.А., Половников В.И. Приложение теорем сферической тригонометрии к решению практических задач. – СПб.: ВИКИ, 1973. – 27 с.
13. Васильев Н.Б., Гутенмахер В.Л. Сумма углов сферического многоугольника // Квант. 1988. № 2. С. 55–56.
14. Инженерный справочник по космической технике. – М.: МО СССР, 1969. – 696 с.
15. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1978. – 831 с.
16. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗОВ. – М.: ОГИЗ, 1948. – 556 с.

17. Баринов К.Н., Бурдаев М.Н., Мамон П.А. Динамика и принципы построения орбитальных систем космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1975. – 232 с.
18. Голяков А.Д. Введение в теорию взаимной навигации искусственных спутников Земли. - СПб: ВКА им. А.Ф. Можайского, 1992. – 142 с.
19. Глущенко А.А., Хохлов В.П. Алгоритм идентификации изменений и уточнения параметров движения техногенного объекта в околоземном космическом пространстве на основе радиолокационных измерений // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2021. Вып. 12. С. 164-170.
20. Сироткин Е.С., Подгорных Ю.Д. Системотехника в построении комплексов и системы предупреждения о ракетном нападении. – Тверь: МО РФ, 2005. – 332 с.

References

1. Minakov E.P., Shafigullin I.Sh., Zubachev A.M. *Metody issledovaniya effektivnosti primeneniya organizatsionno-tekhnicheskikh sistem kosmicheskogo naznacheniya* (Methods of a research of efficiency of application of organizational and technical systems of space appointment), Saint Petersburg, VKA imeni A.F.Mozhaiskogo, 2016, 242 p.
2. Zinov'ev Yu.S., Mishina O.A., Zakharov A.Yu., Khatanzeiskaya M.A. *Trudy MAI*, 2019, no. 109. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=111397>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-16](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-16)
3. Maletin A.N., Glushchenko A.A., Mishina O.A. *Trudy MAI*, 2022, no. 127. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=170351>. DOI: [10.34759/trd-2022-127-21](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-21)

4. Averkiev N.F., Vlasov R.P., Bogachev S.A. et al. *Ballisticheskie osnovy proektirovaniya raket-nositelei i sputnikovykh sistem* (Ballistic bases of design of carrier rockets and satellite systems), Saint Petersburg, VKA imeni A.F. Mozhaiskogo, 2017, 302 p.
5. Averkiev N.F., Bogachev S.A., Vas'kov S.A. *Osnovy teorii poleta letatel'nykh apparatov* (Fundamentals of flight theory of aircraft), Saint Petersburg, VKA imeni A.F. Mozhaiskogo, 2013, 242 p.
6. Mozzherin V.V. *Matematicheskaya osnova kart* (Mathematical basis of maps), Kazan': Kazanskii gosudarstvennyi universitet im. V.I. Ul'yanova-Lenina, 2023, 99 p.
7. Minakov E.P., Aleksandrov M.A., Mishcheryakov A.V. *Voprosy oboronnoi tekhniki. Seriya 16 «Tekhnicheskie sredstva protivodeistviya terrorizmu»*, 2023, no. 183-184, pp. 34-38.
8. Grudin I.V., Kochanov I.A. *Aktual'nye problemy gumanitarnykh i estestvennykh nauk*, 2016, no. 3-1, pp. 87-96.
9. Minakov E.P., Aleksandrov M.A., Danilyuk B.A., Verbin A.V. *Trudy MAI*, 2023, no. 132. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=176858>
10. Ananenko V.M., Golyakov A.D., Sasunkevich A.A. *Izvestiya vuzov. Priborostroenie*. 2022, vol. 65, no. 8. URL: <https://pribor.ifmo.ru/file/article/21409.pdf>. DOI: [10.17586/0021-3454-2022-65-8-565-574](https://doi.org/10.17586/0021-3454-2022-65-8-565-574)
11. Minakov E.P., Aleksandrov M.A., Mishcheryakov A.V. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*, 2023, no. 11, pp. 152–157.
12. Mamon P.A., Polovnikov V.I. *Prilozhenie teorem sfericheskoi trigonometrii k resheniyu prakticheskikh zadach* (Application of spherical trigonometry theorems to solving practical problems), Saint Petersburg, VIKI, 1973, 27 p.

13. Vasil'ev N.B., Gutenmakher V.L. *Kvant*, 1988, no. 2, pp. 55–56.
14. *Inzhenernyi spravochnik po kosmicheskoi tekhnike* (Engineering Guide to Space Engineering), Moscow, MO SSSR, 1969, 696 p.
15. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* (Handbook of mathematics for scientists and engineers), Moscow, Nauka, 1978, 831 p.
16. Bronshtein I.N., Semendyaev K.A. *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya VTUZOV* (Handbook of mathematics for engineers and students of VTUZOV), Moscow, OGIZ, 1948, 556 p.
17. Barinov K.N., Burdaev M.N., Mamon P.A. *Dinamika i printsipy postroeniya orbital'nykh sistem kosmicheskikh apparatov* (Dynamics and principles of spacecraft orbital systems construction), Moscow, Mashinostroenie, 1975, 232 p.
18. Golyakov A.D. *Vvedenie v teoriyu vzaimnoi navigatsii iskusstvennykh sputnikov Zemli* (Introduction to the theory of mutual navigation of artificial Earth satellites), Saint Petersburg, VKA im. A.F. Mozhaiskogo, 1992, 142 p.
19. Glushchenko A.A., Khokhlov V.P. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*, 2021, no. 12, pp. 164-170.
20. Sirotkin E.S., Podgornykh Yu.D. *Sistemotekhnika v postroenii kompleksov i sistemy preduprezhdeniya o raketnom napadenii* (Systems engineering in the construction of complexes and a missile attack warning system), Tver', MO RF, 2005, 332 p.

Статья поступила в редакцию 02.03.2024

Одобрена после рецензирования 07.03.2024

Принята к публикации 26.04.2024

The article was submitted on 02.03.2024; approved after reviewing on 07.03.2024; accepted for publication on 26.04.2024